POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

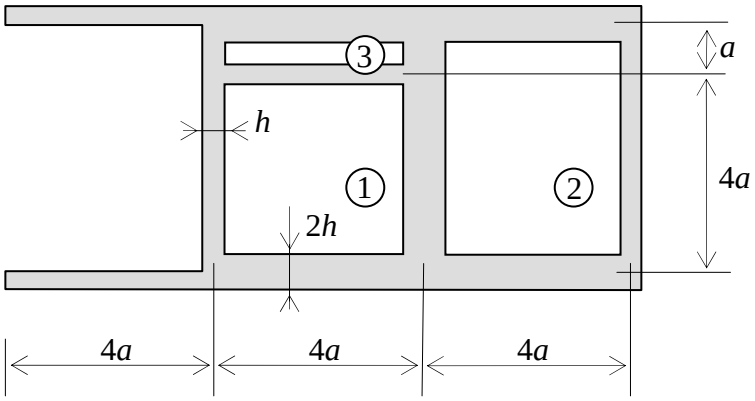
: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html

POST HBO

Vraagstuk 1

(30 minuten, 6 punten)

Een flat heeft een gewapend betonnen stabiliteitskern met een doorsnede volgens figuur 1. De wanden hebben dikten *h* of 2*h*. In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen van deze kern met de membraananalogie.



Figuur 1. Doorsnede van de stabiliteitskern

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1, w_2 en w_3 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 2{,}351\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_2 = 2{,}232\frac{p\,a\,h}{S}$ en $w_3 = 1{,}936\frac{p\,a\,h}{S}$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede.

c) Bereken de grootste spanning die in de wanden optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen in alle wanden.

Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

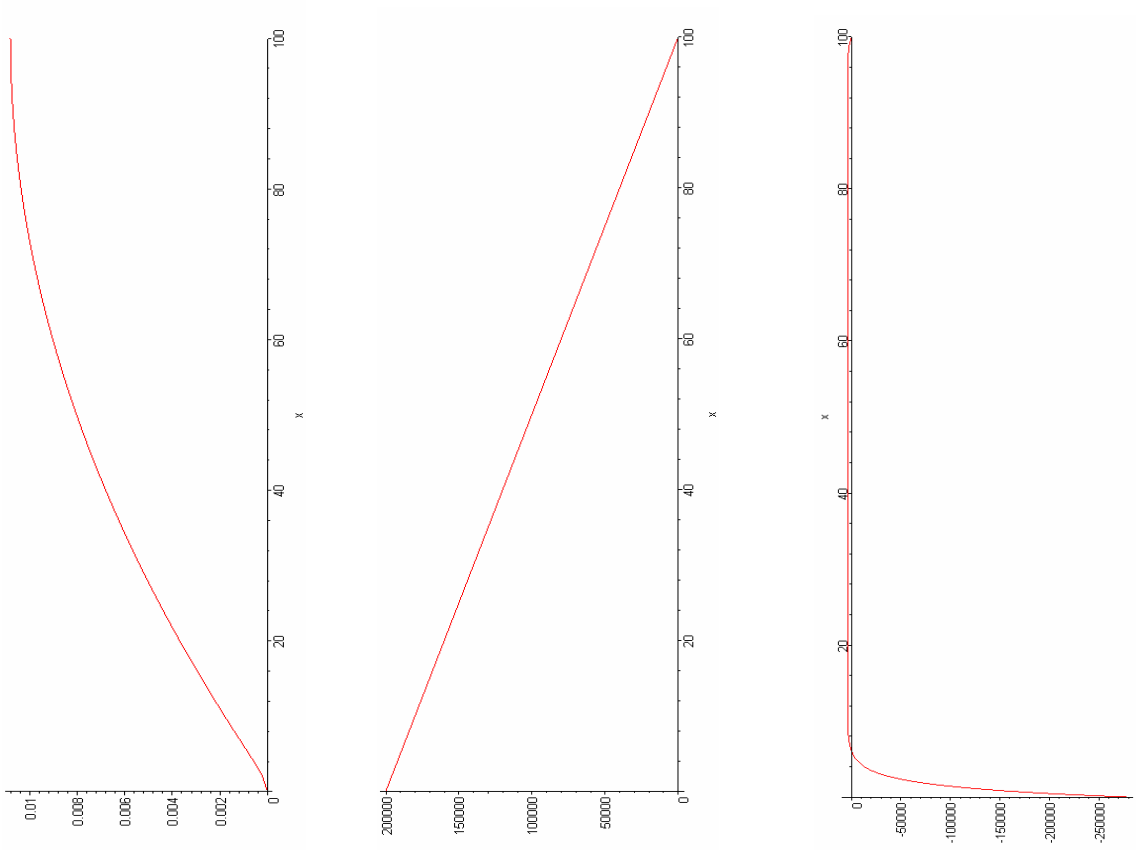
De stabiliteitskern van vraagstuk 1 heeft afmetingen a = 1 m en h = 0,2 m. De wringstijfheid en de welvingsconstante zijn $I_w = 72{,}00\ \mathrm{m}^4$, $C_w = 60{,}00\ \mathrm{m}^6$. De hoogte van de stabiliteitskern is 100 m en windbelasting veroorzaakt een verdeeld wringmoment van 2000 kNm/m. In figuur 2 is de wringrespons van de stijve kern geplot.

a) Hoe kan de bovenstaande welvingsconstante worden berekend?

b) Dragen de twee uitstekende wanden links in de doorsnede bij aan de wringstijfheid? Dragen ze bij aan de welvingsconstante?

c) Waarom ontstaat een bi-moment in de doorsnede?

d) Is, voor deze stabiliteitskern, de bijdrage van verhinderde welving belangrijk? Verklaar uw antwoord.



Hoekverdraaiingslijn Wringmomentenlijn Bi-momentenlijn

Figuur 2. Wringrespons van de stabiliteitskern door de windbelasting

Vraagstuk 3

(15 minuten, 2 punten)

Geef de randvoorwaarden voor de differentiaalvergelijking van Vlasov die het gedrag beschrijft van de stabiliteitskern van vraagstuk 1. Druk deze randvoorwaarden uit in de hoekverdraaiing φ.

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 1 hoger zweeft dan plaat 2 en plaat 2 hoger zweeft dan plaat 3.

$A_1 = 4a \times 4a$
$A_2 = 5a \times 4a$
$A_3 = a \times 4a$

Verticaal evenwicht van plaat 1: $\boxed{pA_1 = 4aS\frac{w_1}{2h} + 4aS\frac{w_1 - w_2}{2h} + 4aS\frac{w_1 - w_3}{h} + 4aS\frac{w_1}{h}}$

Verticaal evenwicht van plaat 2: $\boxed{pA_2 = 4aS\frac{w_2}{2h} + 5aS\frac{w_2}{h} + 4aS\frac{w_2}{2h} + aS\frac{w_2 - w_3}{2h} - 4aS\frac{w_1 - w_2}{2h}}$

Verticaal evenwicht van plaat 3: $\boxed{pA_3 = -4aS\frac{w_1 - w_3}{h} - aS\frac{w_2 - w_3}{2h} + 4aS\frac{w_3}{2h} + aS\frac{w_3}{h}}$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 4,701 G\theta ah$$
$$\phi_2 = 4,464 G\theta ah$$
$$\phi_3 = 3,872 G\theta ah.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(\phi_1 A_1 + \phi_2 A_2 + \phi_3 A_3) \\ &= 2\left(4,701 G\theta ah 16a^2 + 4,464 G\theta ah 20a^2 + 3,872 G\theta ah 4a^2\right) \\ &= 360,0 G\theta a^3 h \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de kolom geldt

$$M_w = GI_w\theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 360,0\, G a^3 h}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment.

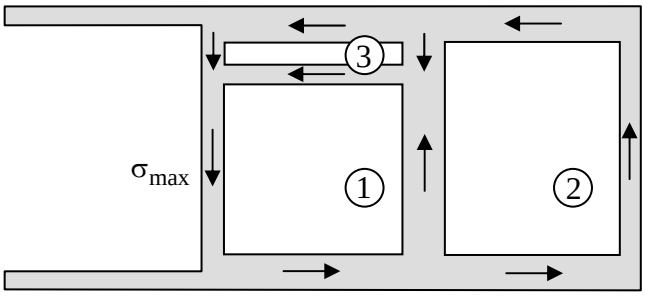
$$G\theta a h = \frac{M_w}{360,0\,a^2}$$

en drukken ϕ_1 uit in het wringmoment.

$$\phi_1 = 4,701\frac{M_w}{360,0\,a^2} = 0,0131\frac{M_w}{a^2}.$$

De grootste schuifspanning treedt op in de linker wand van cel 1. Immers ϕ_1 is de grootste en deze wand is de dunste die aan cel 1 grenst.

$$\sigma_{max} = \frac{\phi_1}{h} \qquad \boxed{\sigma_{max} = 0,0131\frac{M_w}{a^2 h}}.$$



Uitwerking Vraagstuk 2

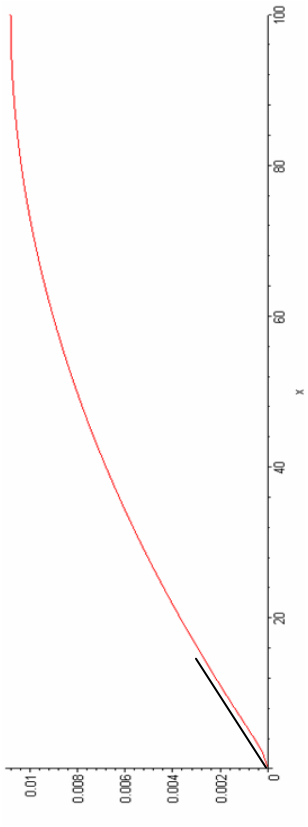
a) De welvingsconstante kan worden berekend met een computerprogramma voor doorsnede-analyse.

b) Deze wanden dragen vrijwel niets bij aan het wringtraagheidmoment. (Een gesloten doorsnede is veel stijver dan een open doorsnede) Ze dragen wel aanzienlijk bij aan de welvingsconstante. (Een open doorsnede welft veel meer dan een gesloten doorsnede)

c) Een bi-moment ontstaat in een doorsnede als welving wordt verhinderd. In dit geval is welving verhinderd aan de voet van de stijve kern waar deze op een dikke funderingsplaat staat.

d) De bijdrage van verhinderde welving is hier niet belangrijk. Het treedt namelijk alleen op in de onderste meters van de stabiliteitskern. In de onderstaande figuur van de hoekverdraaiing met verhinderde welving laat de zwarte rechte lijn door de oorsprong de hoekverdraaiing zien die zou

optreden zonder verhinderde welving. De reductie van de hoekverdraaiing is slechts een paar procent.



Uitwerking Vraagstuk 3

Aan de voet (x = 0) van de stabiliteitskern geldt dat de verdraaiing nul is en de welving nul is.

$$\varphi = 0$$
$$\frac{d\varphi}{dx} = 0$$

Aan de top (x = l) van de stabiliteitskern geldt dat het wringmoment nul is en het bi-moment nul is.

$$M_w = 0$$
$$B = 0$$

De laatste twee vergelijkingen kunnen we ook in φ uitdrukken met behulp van de vergelijkingen

$$M_w = GI_w \frac{d\varphi}{dx} + \frac{dB}{dx}$$

$$B = -EC_w \frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$

Hiermee kunnen we de randvoorwaarden voor de top schrijven als

$$0 = GI_w \frac{d\varphi}{dx} - EC_w \frac{d^3\varphi}{dx^3}$$

$$0 = \frac{d^2\varphi}{dx^2}.$$