POST HBO-OPLEIDINGEN

Betonconstructeur BV
Staalconstructeur BmS

Professional master of structural engineering

Toegepaste Mechanica

Wringing

Docent : dr ir P.C.J. Hoogenboom

TENTAMEN 1e JAAR
duur : 60 minuten

OPMERKINGEN *: Vermeld op alle bladen van uw werk uw naam*

: Het tentamen bestaat uit 3 bladzijden inclusief dit voorblad

: Alle studiemateriaal en aantekeningen mogen tijdens het tentamen worden geraadpleegd

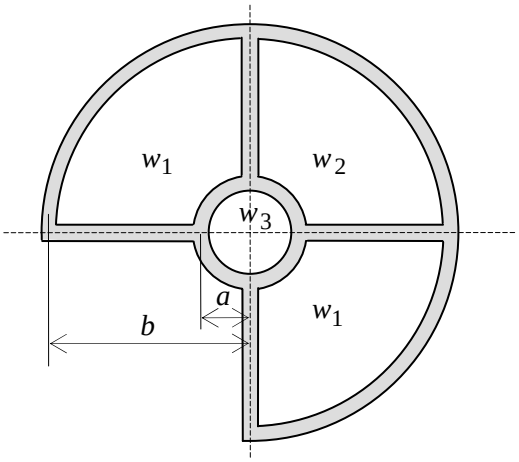
: Na afloop kunt u de uitwerking vinden op www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/1TM5.html

POST HBO

Vraagstuk 1

(30 minuten, 6 punten)

Een flat heeft een cirkelvormige horizontale doorsnede volgens figuur 1. Alle wanden hebben een dikte *h*. De straal van de buitenwand is *b* en de straal van de ronde kern is *a*.
In dit vraagstuk bepalen we de wringeigenschappen met de membraananalogie.



Figuur 1. Plattegrond van de flat

a) Stel de vergelijkingen op waaruit de verplaatsingen w_1, w_2 en w_3 van de zwevende plaatjes kunnen worden opgelost. U hoeft de vergelijkingen niet op te lossen.

De oplossing van de vergelijkingen is $w_1 = 1{,}385\frac{p\,a\,h}{S}$, $w_2 = 1{,}632\frac{p\,a\,h}{S}$ en $w_3 = 1{,}601\frac{p\,a\,h}{S}$, waarbij is aangenomen dat $b = 4\,a$.

b) Bereken de wringstijfheid GI_w van de doorsnede. Gebruik hierbij $b = 4\,a$.

c) Bereken de grootste spanning die in de wanden optreedt. Schets de doorsnede en teken hierin de richtingen van de schuifspanningen in alle wanden. Geef aan waar de grootste schuifspanning optreedt.

Vraagstuk 2

(15 minuten, 2 punten)

De flat van vraagstuk 1 is op een zware gewapend betonnen plaat gefundeerd waardoor welving wordt verhinderd.

a) Hoe kunnen de spanningen door verhinderde welving worden berekend?

b) Waar treden de spanningen door verhinderde welving precies op en in welke richting?

c) Zullen de spanningen door verhinderde welving belangrijk zijn? Verklaar uw antwoord.

d) Controleer de resultaten van vraagstuk 1b en 1c met de formules van Bredt. Verklaar de verschillen die u wellicht vindt.

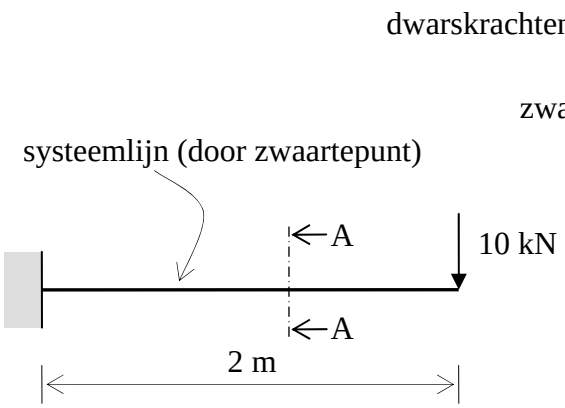
Vraagstuk 3

(15 minuten, 2 punten)

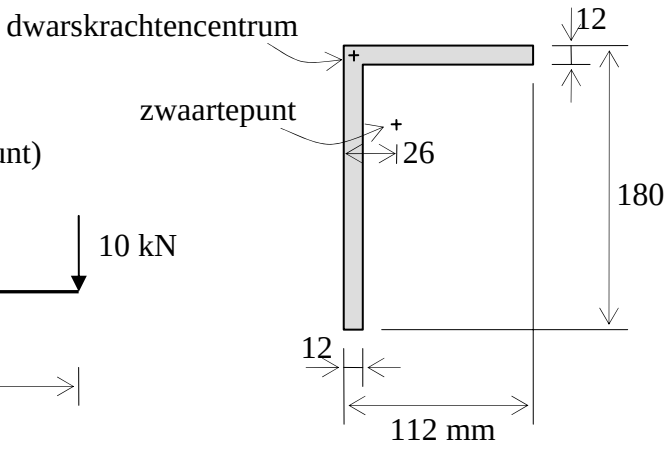
Een uitkragende ligger wordt aan het uiteinde belast door een puntlast (Fig. 2). De ligger heeft een asymmetrische doorsnede (Fig. 3). Een driedimensionaal raamwerkprogramma berekent dat een wringmoment zal optreden in de ligger.

a) Verklaar dit wringmoment.

b) Bereken de grootte van het wringmoment.



Figuur 2: Uitkragende ligger



Figuur 3: Profieldoorsnede A-A

Uitwerking Vraagstuk 1

a) We nemen aan dat plaat 3 hoger zweeft dan plaat 2 en plaat 2 hoger zweeft dan plaat 1.

$$A_1 = \frac{\pi b^2 - \pi a^2}{4}$$
$$A_2 = A_1$$
$$A_3 = \pi a^2$$

Verticaal evenwicht van plaat 1: $\boxed{pA_1 = \tfrac{1}{4}\pi 2bS\frac{w_1}{h} + (b-a)S\frac{w_1}{h} - (b-a)S\frac{w_2 - w_1}{h} - \tfrac{1}{4}\pi 2aS\frac{w_3 - w_1}{h}}$

Verticaal evenwicht van plaat 2: $\boxed{pA_2 = \tfrac{1}{4}\pi 2bS\frac{w_2}{h} + 2(b-a)S\frac{w_2 - w_1}{h} - \tfrac{1}{4}\pi 2aS\frac{w_3 - w_2}{h}}$

Verticaal evenwicht van plaat 3: $\boxed{pA_3 = \tfrac{1}{4}\pi 2aS\frac{w_3}{h} + \tfrac{1}{4}\pi 2aS\frac{w_3 - w_2}{h} + 2\tfrac{1}{4}\pi 2aS\frac{w_3 - w_1}{h}}$

De oplossing van deze vergelijkingen is gegeven in het vraagstuk.

b) Van het zeepvlies gaan we naar de ϕ-heuvel met de volgende substituties

$$w = \phi \qquad p = 2\theta \qquad S = \frac{1}{G}.$$

Dus

$$\phi_1 = 2{,}770 G\theta ah$$
$$\phi_2 = 3{,}263 G\theta ah$$
$$\phi_3 = 3{,}201 G\theta ah.$$

Het wringmoment is twee maal de inhoud van de ϕ-heuvel.

$$\begin{aligned} M_w &= 2(2\phi_1 A_1 + \phi_2 A_2 + \phi_3 A_3) \\ &= 2\left(2\times 2{,}770 G\theta ah\frac{\pi(4a)^2 - \pi a^2}{4} + 3{,}263 G\theta ah\frac{\pi(4a)^2 - \pi a^2}{4} + 3{,}201 G\theta ah\,\pi a^2 \right) \\ &= 227{,}5 G\theta a^3 h \end{aligned}$$

Voor een draadmodel van de flat geldt

$$M_w = GI_w\theta.$$

Dus de wringstijfheid is

$$\boxed{GI_w = 228\,G a^3 h}.$$

c) De schuifspanning is de helling van ϕ–heuvel. We herschrijven eerst de uitdrukking voor het wringmoment

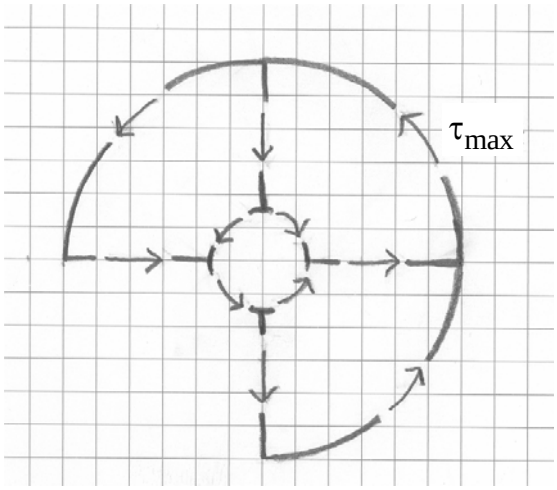
$$G\theta a\,h = \frac{M_w}{227{,}5a^2}$$

en drukken ϕ_2 uit in het wringmoment.

$$\phi_2 = 3{,}263\frac{M_w}{227{,}5a^2}.$$

De grootste schuifspanning treedt op in de buitenwand van cel 2. Immers ϕ_2 is de grootste.

$$\tau_{\max} = \frac{\phi_2}{h} \qquad \boxed{\tau_{\max} = \frac{M_w}{69.7a^2h}}.$$



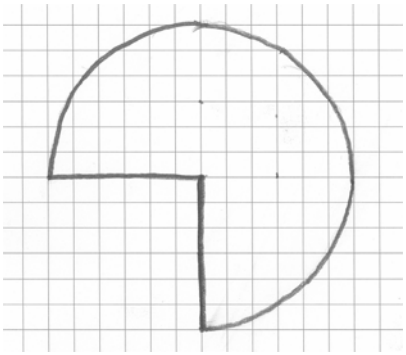
Uitwerking Vraagstuk 2

a) De welvingsspanningen kunnen worden berekend met een geschikt computerprogramma voor doorsnede-analyse.

b) Welvingsspanningen zullen in de voet van de flat optreden in de axiale richting van de flat. Ze zullen het grootst zijn in de buitenste hoeken van de doorsnede.

c) Nee. Bij gesloten doorsneden treedt weinig welving op en verhindering daarvan leidt tot kleine spanningen.

d) Daartoe vereenvoudigen we de doorsnede eerst tot 1 cel.



$$GI_w = G\frac{4A^2}{\sum\frac{s_i}{h_i}} = G\frac{4(\frac{3}{4}\pi b^2)^2}{\frac{b}{h}+\frac{b}{h}+\frac{\frac{3}{4}\pi 2b}{h}} = 3.308Gb^3h = 212Ga^3h$$

Dit is 7% kleiner dan wat eerder gevonden is. Dit komt doordat een aantal wanden is weggelaten bij deze berekening.

$$\tau_{max} = \frac{M_w}{2Ah_{min}} = \frac{M_w}{2\frac{3}{4}\pi b^2 h} = \frac{M_w}{75a^2h}$$

Dit is 7% kleiner dan wat eerder gevonden is. Door de weggelaten wanden zou de spanning hoger moeten zijn (Hetzelfde wringmoment wordt over minder wanden verdeeld), echter, de spanning is nu gelijkmatig verdeeld over de overgebleven wanden waardoor de grootste waarde is afgevlakt.

Uitwerking Vraagstuk 3

a) De belasting grijpt aan in het zwaartepunt van de doorsnede omdat een raamwerkprogramma een ligger schematiseert als een lijn door het zwaartepunt. Het wringmoment ontstaat doordat de belasting niet in het dwarskrachtencentrum van de doorsnede aangrijpt.

Het zwaartepunt ligt op 26 mm van de linker zijde:

$$\frac{100\times12\times62+180\times12\times6}{100\times12+180\times12} = 26$$

Het dwarskrachtencentrum ligt op 6 mm van de linker zijde. Immers de dwarskrachten in lijf en flens gaan door dat punt.

Het wringmoment is 10 (0.026-0.006) = 0.2 kNm.