STAAFWERKMODELLEN ALS BASIS VOOR HET DETAILLEREN VAN BETONCONSTRUCTIES

prof.dr.ir.J.C.Walraven*, Technische Hochschule Darmstadt (BRD)

Detailleren van betonconstructies met behulp van staafwerkmodellen is een actueel thema, waarvoor internationaal belangstelling bestaat. In dit artikel worden de belangrijkste vorderingen in de ontwikkeling van zulke modellen besproken. Algemene beginselen worden voorgesteld waarmee constructiedelen en -details op rationele wijze kunnen worden gedimensioneerd. De ontwerpmethode wordt geïllustreerd met voorbeelden.

Voor het berekenen en detailleren van betonconstructies staat een aantal methoden ter beschikking. Deze methoden berusten op diverse principes, doch worden niettemin vaak in combinatie met elkaar gebruikt. Zo wordt de verdeling van buigende momenten in constructies meestal nog op grond van de elasticiteitstheorie bepaald, maar wordt voor de bepaling van de wapening in de doorsneden uitgegaan van de aanname, dat de materialen zich plastisch kunnen vervormen.
Bij de dimensionering van dezelfde constructies op afschuiving wordt van de vakwerkanalogie uitgegaan. Deze analogie berust op het ondergrenstheorema van de plasticiteitstheorie. Daarbij wordt, om de overeenkomst met proefresultaten te verbeteren, een van de betonsterkte afhankelijke, empirische term ingevoerd ($\tau_1 bh$). Hierdoor wordt de methode gedeeltelijk empirisch. Vragen treden speciaal op bij de detaillering, waarbij men met de vraag geconfronteerd wordt of de term $\tau_1 bh$ te danken is aan boogwerking, of samenhangt met het verschijnsel dat de drukdiagonalen, door scheurvertanding, onder een kleinere helling verlopen dan de scheuren en zodoende een groter deel van de aanwezige schuifwapening geactiveerd wordt. Meestal wordt deze vraag in het midden gelaten en wordt de schuifwapening direct uit een berekende, nominale schuifspanning afgeleid. Op deze wijze komt de detaillering tot stand zonder dat de constructeur precies hoeft te weten hoe de krachten verlopen.
Naast methoden die op een min of meer rationele basis berusten, bestaan voor veel voorkomende details zuiver empirische formules. Een voorbeeld hiervan is de consoleberekening volgens de VB, die gebaseerd is op een uitdrukking waarin wel de belangrijkste invloedsfactoren zijn opgenomen, doch waarin de krachtswerking niet meer herkenbaar is. Het aantal in de praktijk voorkomende details is vrijwel onbegrensd. De constructeur wordt daarom steeds weer geconfronteerd met gevallen, waarbij in het geheel geen rekenregels voorhanden zijn en waarbij hij toch tot een wapening moet zien te komen. In *Cement* 1984/1985 werd een serie artikelen aan het dimensioneren van veel voorkomende constructiedetails gewijd [1]. In deze artikelen kwamen bepaalde constructieve principes steeds weer terug. Zo werd het verloop van de krachten meestal vereenvoudigd weergegeven met een systeem van betondrukdiagonalen, trekstaven uit staal en knooppunten. Een dergelijke schematisering van de krachtswerking werd tot nu toe met de term 'vakwerkmodel' aangeduid. Hierbij gaat het meestal om uit driehoeken opgebouwde statische systemen. Met betrekking tot het schematiseren van het krachtsverloop

Vakwerkanalogie als uitgangspunt bij rationeel ontwerpen

Omdat de kwaliteit van betonconstructies in hoge mate wordt bepaald door een goede detaillering van de knooppunten, werd in de jaargangen 1984 en 1985 in *Cement* een reeks artikelen aan dit onderwerp besteed.
Voor een goede detaillering is het noodzakelijk dat men een juist inzicht heeft in de krachtswerking. Een hulpmiddel daarbij is de vakwerkanalogie, dat is het dimensioneren met behulp van staafwerkmodellen. Deze methode staat op het ogenblik internationaal sterk in de belangstelling. Steeds meer dringt het besef door dat de bouwwereld op den duur slechts is gebaat bij de ontwikkeling van ontwerpmethoden waarbij rationaliteit voorop staat. De ervaring als uitgangspunt voor ontwerp en dimensioneren zal plaats moeten maken voor uitgangspunten die zijn gebaseerd op de werkelijk optredende krachtswerking.

De eerder genoemde serie over berekenen en detailleren krijgt daarom een vervolg. Als uitgangspunt wordt gekozen voor de vakwerkanalogie.
In het artikel van prof.dr.ir.J.C.Walraven worden de grondslagen en de toepassing ervan behandeld. Een en ander wordt aan de hand van voorbeelden verduidelijkt.

Aangezien de knooppunten een essentieel onderdeel van staafwerkmodellen zijn, wordt aan dit aspect een apart artikel gewijd: daarin vertaalt prof.dr.ir.A.S.G.Bruggeling de krachtswerking in het knooppunt naar de daarbij behorende wapeningsdetaillering.
In komende maanden zullen artikelen volgen waarin oplossingen in de praktijk vanuit deze optiek nader worden bezien. Enkele van de te behandelen onderwerpen zijn: openingen in balken, gedrongen liggers en statisch onbepaalde wandliggers.

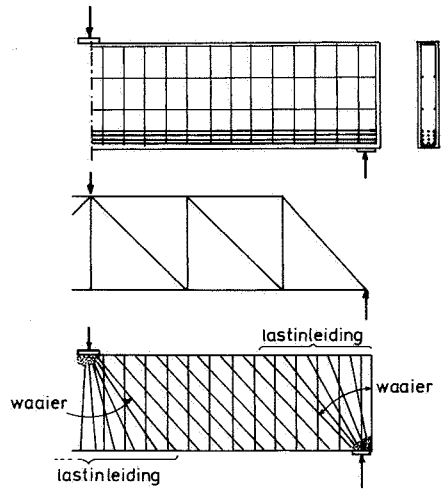
Redactie

* prof.Walraven is inmiddels benoemd tot hoogleraar aan de Technische Universiteit Delft, Faculteit der Civiele Techniek - zie ook de mededeling daarover in de rubriek Berichten uit de betonwereld.

zijn meer verfijnde voorstellingswijzen mogelijk. In dit artikel zal algemeen de term 'staafwerkmodel' worden gehanteerd.

Het dimensioneren met staafwerkmodellen heeft de laatste jaren internationaal meer aandacht gekregen. Allerwegen dringt het besef door dat de bouwwereld op den duur slechts baat heeft bij de ontwikkeling van ontwerpmethoden waarbij rationaliteit voorop staat. Een belangrijke opgave voor de komende jaren zal dan ook zijn de empirie bij het ontwerpen en dimensioneren verder terug te dringen.

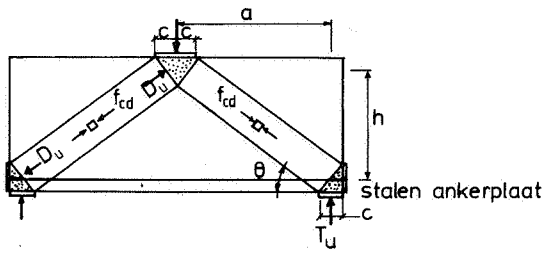
Belangrijke impulsen voor het dimensioneren met staafwerkmodellen kwamen uit de Technische Universiteiten van Zürich [2, 3, 7, 8] en Stuttgart [5, 6]. In 1986-1987 werd een CEB-ad hoc commissie geformeerd die de opdracht kreeg een gemeenschappelijke grondslag voor het detailleren van betonconstructies te bereiken. Ook in STUVO-verband werd de laatste tijd aandacht aan dit onderwerp besteed.
Uit al deze discussies komt naar voren, dat er verschillende benaderingswijzen zijn, die deels met elkaar overeenkomen en deels van elkaar afwijken. In dit artikel wordt, op grond van de huidige stand van zaken, het principe van het werken met staafwerkmodellen besproken en worden basisregels geformuleerd, waarmee de constructeur in de praktijk tot een systematische en rationele benadering kan komen. Uit een aantal voorbeelden zal blijken, dat steeds weer dezelfde principes kunnen worden gebruikt.

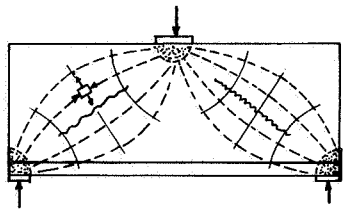


1 Basiscomponenten van een staafwerkmodel
a. Ligger met langs- en beugelwapening
b. grove modelvoorstelling
c. verfijnde modelvoorstelling

Basiscomponenten van een staafwerkmodel

De basiscomponenten van een staafwerkmodel zijn de betondrukstaven, de staaltrekstaven en de knooppunten.
Figuur 1a toont het geval van een door een puntlast in het midden belaste ligger, in figuur 1b is de krachtswerking grof geschematiseerd. Figuur 1c toont een verfijnde voorstelling van de krachtswerking, waarin niettemin de rol van elke component direct herkenbaar is. In de gebieden waar de last wordt ingeleid vertonen de drukdiagonalen een waaiervorm. Tussen deze gebieden lopen de drukdiagonalen parallel: men spreekt hier van een constant spanningsveld. De maximale draagkracht van de trekstaven wordt bepaald door de vloeispanning van het staal. De maximale draagkracht van de drukdiagonalen ligt niet zo eenduidig vast. De breukstuikspanning is in elk geval lager dan de éénassige prismadruksterkte, omdat de door de drukdiagonalen lopende schuifwapening hierop, via





2 Enkelvoudige drukdiagonaal met directe lastafdracht volgens Thürlimann [7, 8]

3 Enkelvoudige drukdiagonaal met directe lastafdracht volgens Schlaich en Schäfer [5, 6]

aanhechting, in dwarsrichting een trekspanning uitoefent. De éénassige druksterkte moet daarom met een reductiefactor van ongeveer 0,85 worden vermenigvuldigd.
Brengt men bovendien nog een factor 0,85 in rekening, in verband met de langeduursterkte, dan is de toelaatbare ontwerpdrukspanning gelijk aan

$$f_{cd} = 0{,}85 \cdot 0{,}85 f_{ck} = 0{,}7 f_{ck}$$

waarin f_{ck} de karakteristieke prismadruksterkte is.
Er zijn ook meer verfijnde berekeningsvormen mogelijk. Vecchio en Collins [9] stellen de toelaatbare drukspanning afhankelijk van de rek in dwarsrichting. De berekening wordt hierdoor echter gecompliceerder.
Naast systemen van evenwijdige en waaiervormig verlopende drukdiagonalen zijn er gevallen waarbij enkelvoudige drukdiagonalen de belasting overdragen. Dit geval komt bijvoorbeeld bij gedrongen liggers voor. Figuur 2 toont een dergelijk evenwichtssysteem, waarbij de drukdiagonaal een prismatische vorm heeft. Dit is een tamelijk verregaande vereenvoudiging van de werkelijkheid. Het is bijvoorbeeld moeilijk voor te stellen dat het beton juist naast de drukdiagonaal spanningsloos is. De gebreken van deze benadering komen ook aan het licht, wanneer de maximum draagkracht van dit draagsysteem beschouwd wordt voor het geval dat het staal de vloeigrens niet bereikt. De maximum kracht in de diagonaal is dan

$$D_u = (bc/\sin\theta) f_{cd}$$

waarin f_{cd} de ontwerpdruksterkte en b de balkbreedte is.
De verticale ontbondene van D_u is

$$T_u = D_u \sin\theta = bc f_{cd}$$

Dit zou betekenen, dat de bovengrens van de draagkracht onafhankelijk is van θ, en dus ook van a/h, hetgeen niet met proefresultaten in overeenstemming is. De VB-uitdrukking voor de sterkte van consoles en gedrongen liggers, die op proeven is gebaseerd, bevat daarom juist de slankheidsparameter $\lambda = a/h$ (art. H-504.2.2).

Schlaich en Schäfer [5, 6] gaan van een andere modellering van de drukdiagonaal uit, waarbij een relatie met het fysische gedrag wordt gelegd. Zij stellen dat niet de druksterkte, maar de

treksterkte van het beton voor het bezwijken van de drukdiagonaal maatgevend is; de drukdiagonaal is in werkelijkheid namelijk een systeem van drukspannings- en trekspanningstrajectoriën *(fig. 3)*. Wanneer in het inwendige van de diagonaal een twee-assige bezwijkspanningscombinatie wordt bereikt treedt een splijtscheur in de diagonaal op, die, naar Schlaich en Schäfer aannemen, tot bezwijken leidt. Deze aanname leidt tot de uitspraak dat een splijtwapening, aangebracht dwars op de drukrichting, de draagkracht van de drukdiagonaal zal vergroten. Deze modelvoorstelling leidt echter tot een te zwakke afhankelijkheid van a/h en is tamelijk conservatief. Recente proeven aan de Technische Hochschule Darmstadt toonden aan dat, na het verschijnen van de splijtscheur, vaak nog een verdubbeling van de last mogelijk is voordat het element werkelijk bezwijkt, ook als in het geheel geen splijtwapening aanwezig is.
Het uiteindelijke bezwijken treedt op naast de inleidingszone van de last. Niettemin kan het aanbrengen van een splijtwapening worden aanbevolen. In een ander artikel zal op het draagvermogen van dergelijke drukdiagonalen nader worden ingegaan.

Verder zijn voor het koppelen van drukstaven en trekstaven knooppunten nodig. In veel modelleringen worden deze knooppunten eenvoudig als scharnieren weergegeven *(fig. 1b)*. De eenvoudigste manier om de knooppunten direct in de detaillering te betrekken werd door Thürlimann en zijn medewerkers (TH Zürich) voorgesteld [2, 3, 7, 8]. Zij beelden de knooppunten af als meerzijdig gedrukte volumina tussen de staven en de oplegvlakken (zie bijvoorbeeld figuur 2). Door het feit dat deze volumina aan een meerassige drukspanningstoestand onderworpen worden, zijn zij sterker dan de aansluitende staven en zijn dus voor het bezwijken niet maatgevend. Bij de aansluiting tussen druk- en trekstaven wordt een geïdealiseerde voorstellingswijze gebruikt, waarbij de kracht in de wapening via een ankerplaat op het knooppunt wordt overgebracht. In werkelijkheid zal men de opsluitwerking ook met een geschikte wapeningsvorm (bijvoorbeeld lussen) tot stand kunnen brengen *(fig. 4)*. De ideale voorstelling van het opgesloten knooppunt is in de praktijk niet altijd haalbaar. Schlaich [5,6] geeft dan ook aan dat oplossingen waarbij de staven achter de dagzijde van het oplegvlak volledig verankerd zijn eveneens aan de eisen kunnen voldoen.
Hierbij moet worden opgemerkt dat door de werking van de ribben, bij het verankeren van een staaf ringtrekspanningen ontstaan *(fig. 5a)*. In verticale richting worden deze 'overdrukt' door de oplegreactie. In horizontale zin is echter meestal geen opsluitende werking voorhanden, zodat verticale splijtscheuren kunnen optreden. Het omsluiten van het verankeringsgedeelte met beugels is daarom aan te bevelen *(fig. 5b)*. Deze beugels komen pas in actie na het ontstaan van splijtscheuren. Het detail volgens figuur 4 is dus beter.

Waaiervormige drukdiagonaalsystemen en enkelvoudige, direct afdragende drukdiagonalen vindt men vooral in lastinleidingszones. Systemen van evenwijdige drukdiagonalen vindt men in gebieden waar het krachtsverloop zich gestabiliseerd heeft. Het is belangrijk tussen deze gebieden onderscheid te maken, zoals ook in het volgende hoofdstuk zal blijken.

Basisregels voor het dimensioneren met staafwerkmodellen

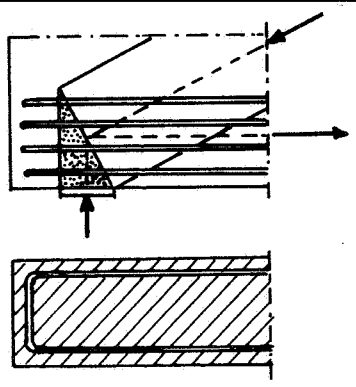
Om doelmatig met behulp van staafwerkmodellen te kunnen construeren, kan een aantal richtlijnen gegeven worden.

A. Het te dimensioneren constructiedeel moet verdeeld worden in gebieden waarin het verloop van de krachten stabiel is en lastinleidingsgebieden, waar geen sprake is van een stabiel verloop. Schlaich voert hier de termen B- en D-gebied in. De letter B staat hier voor Bernouilli (ofwel 'vlakke doorsneden blijven vlak') en de letter D voor Discontinue. In meer eenvoudige bewoordingen kan men hier ook stellen:
B = Bekend en D = Denken.
Figuur 6 toont een voorbeeld waarin een opsplitsing in B- en D-gebieden te zien is. De ligging van de grenslijn tussen de B- en D-gebieden kan geschat worden met het principe van de St.-Venant; volgens dit principe is de storingslengte ongeveer gelijk aan de breedte waarover de krachten maximaal moeten worden gespreid. Zo is de storingslengte in figuur 7a ongeveer gelijk aan b, en in figuur 7b aan $1/3\ b$. In figuur 7c moet de lengte s redelijkerwijze worden geschat, bijvoorbeeld
$s = 0{,}6b - 0{,}8b$.

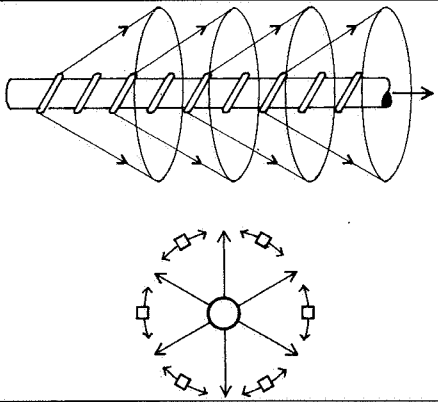
B. Nadat de lengte van de storingszones (D-gebieden) is bepaald, worden de krachten aan de randen berekend: gedeeltelijk liggen deze vast door de positie van de uitwendig aangrijpende belasting, deels volgen deze uit de krachtsverdeling in de aangrenzende B-gebieden, die met behulp van de elasticiteitstheorie kan worden bepaald. Binnen de D-gebieden oriënteren de drukdiagonalen zich aan het verloop van de drukspanningstrajectoriën.

C. Discrete richtingsveranderingen van de drukdiagonalen treden vooral daar op waar geconcentreerde krachten worden ingeleid.

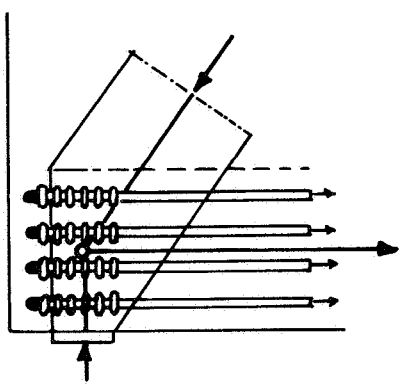
D. De overgang van de krachten tussen de B- en de D-gebieden moet over de hele constructie compatibel zijn: detailzones moeten altijd in directe samenhang met de aangrenzende gebieden worden gedimensioneerd.



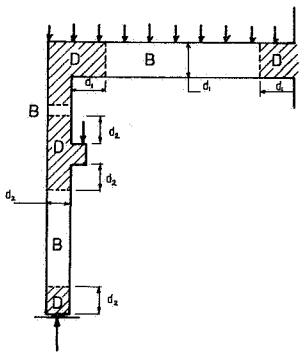
4 Ideale detaillering van een 'hydrostatisch' knooppunt volgens Thürlimann

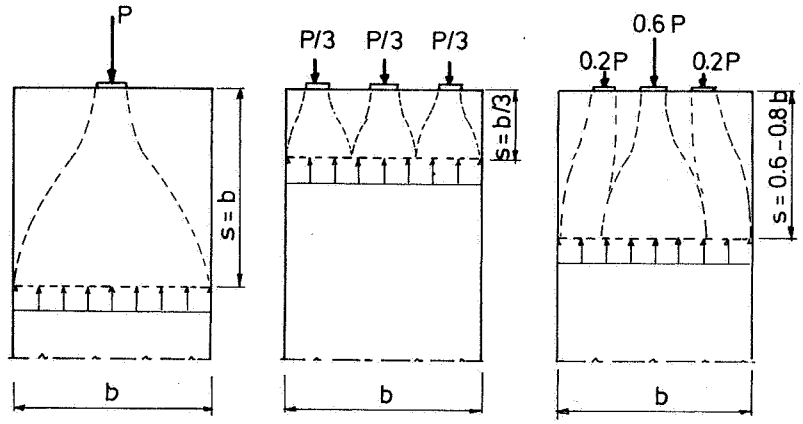


5a Ringtrekspanningen rondom een verankerde staaf



5b Detaillering met beperking van de ringtrekspanningen





6 Portaalconstructie, verdeeld in B- en D-gebieden, volgens Schlaich en Schäfer [5, 6]

E. De voorstellingswijze van de figuren 2 en 3, waarbij de drukdiagonaal als element met een bepaalde afmeting wordt voorgesteld, is zinvol indien sprake is van een directe overdracht tussen last en ondersteuning. In gevallen waarbij dit niet het geval is kunnen de drukdiagonalen vereenvoudigend als lijnstukken worden geschematiseerd.

Toepassingen

Voorbeeld 1

Als eerste voorbeeld wordt een bekend geval beschouwd. Het betreft een zone waarin een kracht centrisch wordt ingeleid *(fig. 8a)*. Eerst wordt de grens van het storingsgebied vastgelegd. Deze ligt op een afstand b van het lastinleidingsvlak. De spanningen op de grens tussen het B- en het D-gebied zijn gelijkmatig verdeeld. Zij worden samengesteld tot twee krachten $\frac{1}{2}P$. Vervolgens wordt een staafwerkmodel getekend.
De discrete richtingsverandering treedt daar op waar de kracht geconcentreerd wordt ingeleid. Op deze wijze vindt men dat in dwarsrichting een trekkracht T optreedt. Uit de geometrie vindt men voor T eenvoudig

$$T = \tfrac{1}{4}P(b-s)/b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

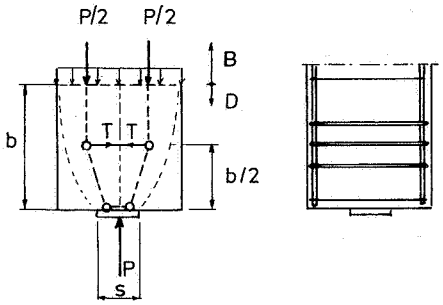
De noodzakelijke wapening volgt dan uit

$$A_s = \tfrac{1}{4}P(b-s)/b \cdot 1/\sigma_s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

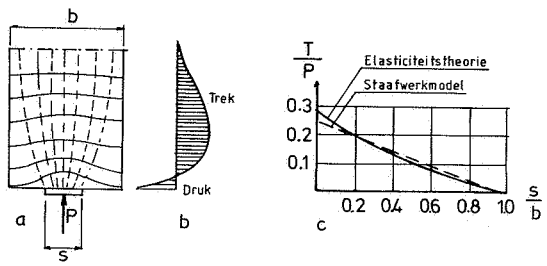
waarin σ_s een begrensde staalspanning is. Vaak zijn hier waarden lager dan f_y/γ aan te bevelen. Figuur 9a toont het trajectoriënverloop en de maximaal optredende trekspanningen in het centrum van het element, bepaald op grond van de elasticiteitstheorie. Integreert men de trekspanningen in de systeemlijn *(fig. 9b)*, dan vindt men de totale trekkracht die door de splijtwapening opgenomen moet worden. In figuur 9c is deze kracht vergeleken met de kracht die men uit vergelijking 2 vindt. De overeenstemming blijkt zeer goed te zijn.

De in figuur 6 weergegeven D-gebieden behoren tot een groep van in de praktijk vaak voorkomende details. In diverse handboeken en publikaties worden voor deze gevallen detailleringsvormen gegeven, die echter vaak sterk van elkaar verschillen. Vooral de detaillering van de hoekverbindingen van portalen leidt nog steeds tot meningsverschillen. Zo hebben op het eerste gezicht de in de figuren 10a en 10b weergegeven details weinig met elkaar gemeen. Toch volgen ze uit een en dezelfde, consequent doorgevoerde, gedachtengang. Om tot een modelvoorstelling te komen worden eerst weer de krachten aan de grenzen van het D-gebied getekend. Het eenvoudigst denkbare evenwichtmodel vindt men in figuur 11a. De wapeningsvorm die in figuur 10a is weergeven berust op deze modelvoorstelling.

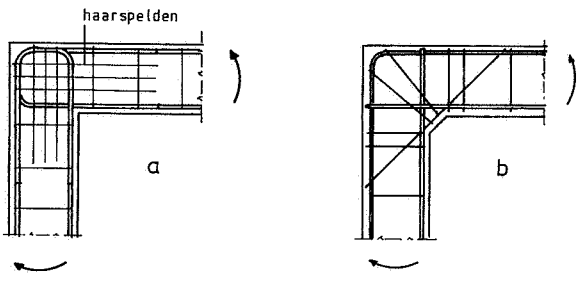
7 Verschillende storingslengten bij lastinleiding



8 Staafwerkmodel en wapening bij centrische lastinleiding



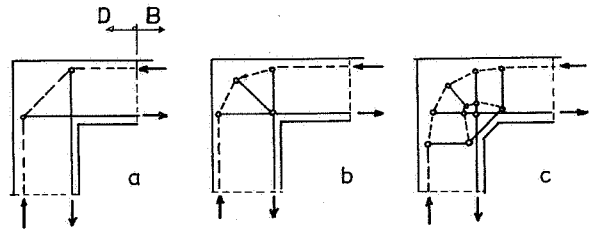
9 Trajectoriënbeeld, optredende spanningen en totale trekkracht, behorend bij figuur 8



10 Twee wapeningsvormen bij een naar buiten draaiende hoek

De schuine betondrukdiagonaal kan zich in de ombuigingshoeken van de lusvormige staven uitstekend afzetten. De bijgestoken haarspelden hebben een dubbele functie. Enerzijds overbruggen zij een mogelijke splijtscheur in de drukdiagonaal (zie ook figuur 3), anderzijds zorgen zij ervoor dat de aan de buitenzijde gelegen staven niet zijdelings door de drukdiagonaal worden weggedrukt (loodrecht op het vlak van het papier). Figuur 11b toont een verfijning van het krachtenspel,

waarbij de druk minder abrupt om de hoek wordt geleid, wat beter bij het trajectoriënbeeld in de ongescheurde fase past. Omdat in de inspringende hoek een trekspanningsconcentratie optreedt, wordt een verdere verbetering verkregen door het afschuinen van deze hoek en het aanbrengen van een schuin verlopende wapeningsstaaf. Wanneer daarnaast nog extra beugels aangebracht worden om de omleiding van de drukkracht nog vloeiender te laten verlopen, dan ontstaat de modellering volgens figuur 11c [5, 6]. Deze leidt tot de in figuur 10b weergegeven wapeningsvorm. Qua krachtsverdeling is deze wapening de beste. Beschouwt men echter de rationaliteit van het wapenen, dan verdient figuur 10a de voorkeur. Men zal vaak voor de keus tussen eenvoud en perfectie worden gesteld.

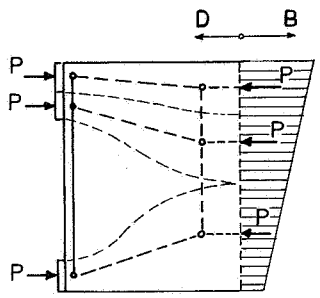


11 Enige stappen in de ontwikkeling van een staafwerkmodel

Voorbeeld 2

In vele in de praktijk voorkomende gevallen zijn er echter geen standaardoplossingen beschikbaar en is de constructeur voor het bepalen van de wapening op eigen inzicht aangewezen.

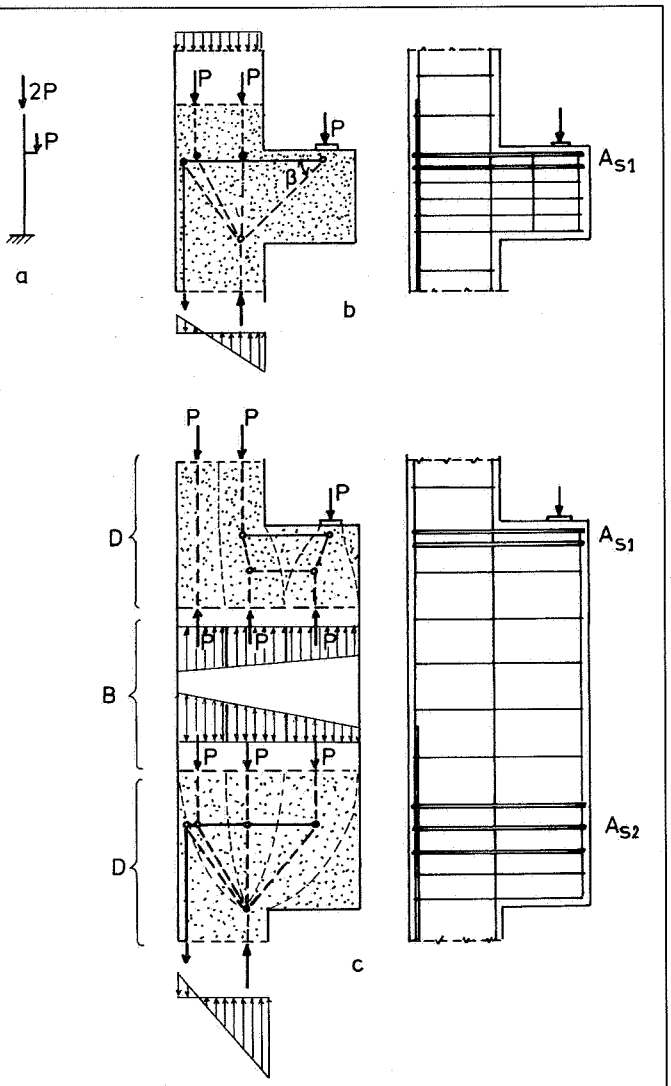
Vooral in zulke gevallen biedt het detailleren via staafwerkmodellen uitkomst. Dit wordt aan enkele gevallen gedemonstreerd. Figuur 12 toont het einde van een voorgespannen ligger, waarin via ankerplaten drie gelijke krachten worden ingeleid. Gaat men er van uit dat de lengte van de storingszone gelijk is aan de grootste breedte waarover de lasten moeten worden gespreid, dan ligt de grens tussen het D-gebied en het B-gebied vast. Het spanningsverloop in het B-gebied is rechtlijnig en kan eenvoudig worden bepaald. Wordt ook dit spanningsvlak in drie gelijke delen verdeeld, dan is het trajectoriënverloop gemakkelijk te schatten. Op grond hiervan wordt het staafwerkmodel getekend. De ligging en de grootte van de trekkracht liggen hiermee vast. In dit geval moet de wapening dus aan het kopvlak liggen.



12 Inleiding van enige excentrisch aangrijpende voorspankrachten

Voorbeeld 3

In het volgende voorbeeld wordt de wapening in een console beschouwd, waarbij de geometrie van dit constructiedeel sterk wordt gevarieerd. Uitgegaan wordt van een centrisch aangrijpende normaalkracht $2P$ in de kolom, en een kracht P op de console *(fig. 13a)*. Eerst wordt de korte console uit figuur 13b beschouwd. Aan de grenzen van het D-gebied wordt het spanningsverloop berekend. Hier blijkt dat in het gedeelte onder de console trekspanningen optreden, zodat hier aan één zijde een trekwapening noodzakelijk is. Met deze uitgangspunten is het staafwerkmodel eenvoudig in te vullen. De kracht in de console-wapening is $P/\tan\beta$ waarbij β uit de geometrie volgt. De wapeningsdoorsnede A_{s1} is dan direct te bepalen. Over de hoogte van de console wordt verder een lichte wapening ($\approx 0{,}25\,A_{s1}$) verdeeld aangebracht, in verband met splijtwerking in de drukdiagonaal.



13 Console aan kolom
a. statisch systeem
b. detaillering van een console met gebruikelijke afmetingen
c. detaillering van een zeer hoge console

Voorbeeld 4

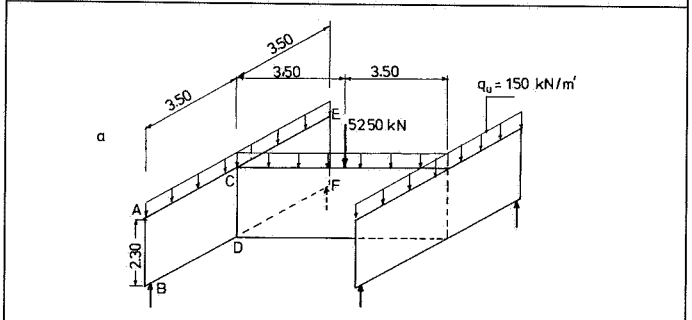
In een hoge console is de krachtswerking echter wezenlijk anders. In het nabije verleden dook in dit verband steeds weer de vraag op of men bij hogere consoles een grotere waarde voor β mag aannemen, zodat de noodzakelijke trekwapening in de console steeds verder afneemt met toenemende consolehoogte. Om dit te onderzoeken is in figuur 13c een hoge console getekend. Daar waar aan de bovenzijde de kolom zich tot een console verbreedt, treedt een storing in het krachtsverloop op. De lengte van de storingszone (grens tussen B-en D-gebied) is ongeveer gelijk aan de grootste afstand tussen de in te leiden lasten. Op de grens geldt weer het principe 'vlakke doorsneden blijven vlak', zodat het spanningsverloop getekend kan worden. Wanneer deze spanningen tot drie krachten P wor-

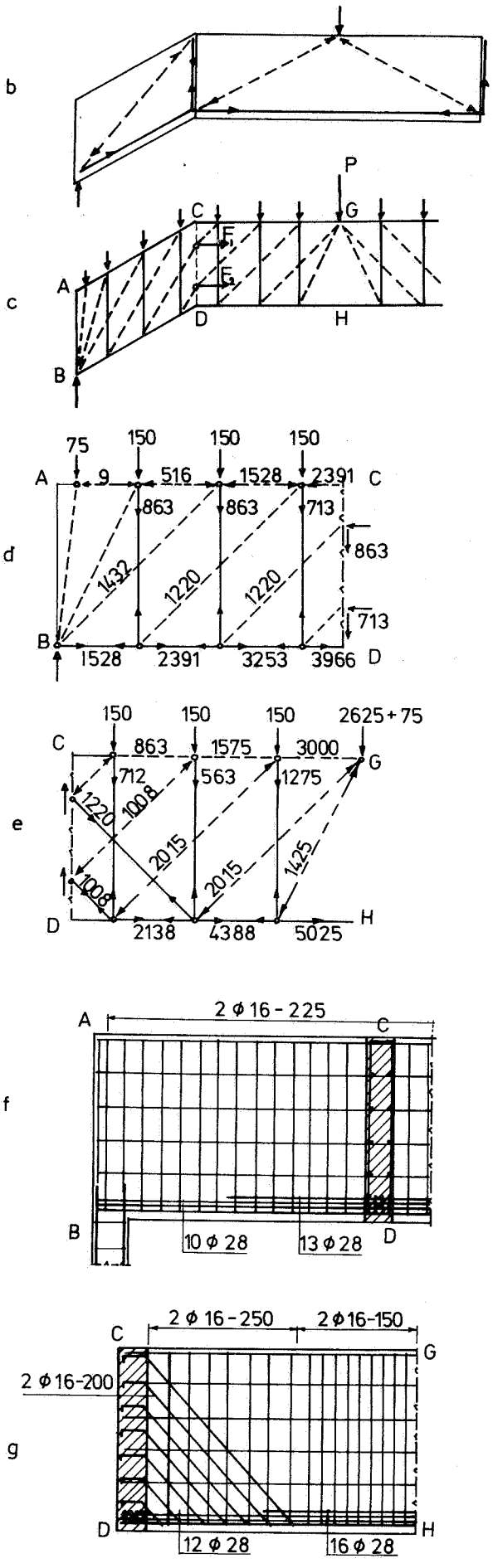
den samengesteld is het staafwerkmodel eenvoudig te tekenen. De noodzakelijke trekwapening A_1 aan de bovenzijde van de console volgt hieruit direct. In het middelste deel van de console is het verloop van de krachten gestabiliseerd, zodat van een B-gebied sprake is. Aan de onderzijde van de console moeten de krachten weer worden omgeleid, zodat hier weer een D-gebied ontstaat. Op analoge wijze als voorgaand besproken kan het staafwerkmodel worden getekend. Verrassenderwijze moet worden vastgesteld dat ook onder in de console een horizontale trekwapening (A_{s2}) nodig is. Bij hoge consoles zijn dus twee trekbanden nodig.

Voorbeeld 5

Als laatse voorbeeld wordt een constructie met aanzienlijk grotere afmetingen genomen. Het betreft een systeem van drie in H-vorm gekoppelde wandliggers, die aan de vier buitenste punten zijn ondersteund. De afmetingen van de wanden zijn in figuur 14a aangegeven. De bezwijkbelasting op het systeem bestaat uit een in het centrum aangrijpende puntlast van 5250 kN en een gelijkmatig verdeelde belasting van 150 kN/m over de gehele bovenzijde (bezwijklasten).

Een eerste grove schematisering van de lastafdracht wordt in figuur 14b gegeven. Bij een dimensionering op grond van deze modelvoorstelling zouden echter moeilijkheden ontstaan, omdat de krachten die onder in de wanden samenkomen zeer groot zijn en een geschikte detaillering bemoeilijken. Verder zal zich onder de puntlast een waaiervormig scheurpatroon vormen. Wanneer de krachten in de drukdiagonalen tussen deze scheuren niet worden opgehangen zou de langswapening kunnen worden losgedrukt (poussée au vide). Een betere vorm van krachtsoverdracht wordt verkregen wanneer van een model, zoals geschetst in figuur 14c, wordt uitgegaan. In de last-inleidingszones wordt van een waaiervormig staafwerkmodel uitgegaan, in de gebieden daartussen van een systeem met evenwijdige drukdiagonalen. Dit model van krachtsoverdracht is ook toepasbaar op wanden die een hoek met elkaar maken, op voorwaarde dat de horizontale component van de drukdiagonalen in de middenwand, ter plaatse van het snijvlak, door wapening wordt opgenomen (krachten F_1 en F_2 in figuur 14c). De inwendige hefboomsarm van het vakwerksysteem wordt op 2 m geschat. Het gedeelte ABCD is in figuur 14d getekend. Als diagonaalhelling is 45° gekozen. De gelijkmatig verdeelde last op de bovenrand wordt opgesplitst in een aantal, in de vakwerkknooppunten aangrijpende puntlasten. De laatste diagonaal in de waaier, vlak bij de rand AB, die een verticale kracht van 75 kN naar het steunpunt brengt, is niet aan een verticale trekstaaf gekoppeld. Bij een zo steile diagonaalhelling mag niet verwacht worden dat de trekstaaf nog zal gaan vloeien. Neemt men aan dat de beide verticale trekstaven in de waaier een gelijke doorsnede hebben en beide vloeien, dan ligt de bijbehorende trekkracht vast (863 kN). Via het knooppuntevenwicht kunnen alle andere





14 Drie in H-vorm gekoppelde wandliggers a. wandliggersysteem met belasting b. eerste schematisering van de krachtsafdracht c. verbeterde schematisering van de krachtsafdracht d. staafwerkmodel voor gedeelte ABCD e. staafwerkmodel voor aansluitende gedeelte CDGH f. wapening van deel ABCD g. wapening van deel CDGH

staafkrachten worden berekend. Op de grenslijn CD komen de wanden ABCD en CDEF te zamen. De krachten met grootte 863 en 713 kN (tweemaal) moeten door de wand CDGH worden opgenomen. Hierdoor zijn alle uitwendig werkende krachten op het middendeel CDGH bekend *(fig. 14e)*. Om de krachten 1725 kN en 1525 kN in het grensvlak CD op de wand over te dragen is gekozen voor een schuin naar beneden lopende wapening in plaats van voor horizontale trekbanden, die dan een lengte van 7 m zouden moeten hebben. Uit het evenwicht van knooppunten zijn ook hier alle krachten te berekenen.
De maximale kracht in een drukdiagonaal is 2015 kN. Bij een betonkwaliteit B 30 zou de bezwijkspanning volgens (1) gelijk zijn aan
$0{,}8 \cdot 0{,}7 \cdot 30 = 17$ N/mm^2,
waarbij de factor 0,8 voor de omwerking van kubus- naar cylinderdruksterkte staat. Bij een wanddikte van 350 mm is de betonspanning gelijk aan
$2\,015\,000/350 \cdot 707 = 8{,}1$ N/mm^2 $<$ 17 N/mm^2.
De uit de krachtsverdeling voortvloeiende wapening is in de figuren 14f en 14g aangegeven.
Men zou zich hier de vraag kunnen stellen waarom geen 'betonterm' in rekening is gebracht. Inderdaad zal de constructie, door de wijze waarop gedimensioneerd is, mogelijk een extra veiligheid bezitten. De grootte van deze veiligheid is echter niet bekend, omdat τ_1 empirisch op grond van balkproeven is afgeleid en het niet bekend is in hoeverre zij ook voor wandliggers geldt. Om een mogelijke reserve in rekening te brengen, zonder direct weer in empirie te vervallen, kan voor een drukdiagonaalhelling kleiner dan 45° worden gekozen. Algemeen wordt aangenomen dat een ondergrens van 30° nog tot veilige resultaten leidt. Hierbij moet wel bedacht worden dat de hierdoor mogelijke winst aan afschuifwapening weer gedeeltelijk teniet wordt gedaan door het feit dat de noodzakelijke doorsnede van de langswapening wordt vergroot, zoals direct uit het staafwerkmodel volgt. De spanning in de drukdiagonalen zal groter zijn bij een kleinere helling, zodat het grensdraagvermogen eerder wordt bereikt.

Slotbeschouwing

Het hanteren van staafwerkmodellen als basis voor het dimensioneren van elementen biedt goede mogelijkheden om tot rationele ontwerpen te komen. De methode is gebaseerd op het ondergrenstheorema van de plasticiteitstheorie waarin wordt gesteld dat een draagsysteem, waarin in geen enkel onderdeel de bezwijkspanning wordt overschreden, een ondergrens vormt voor het werkelijke draagvermogen van de constructie. Als zodanig leidt een dimensionering op grond van staafwerkmodellen per definitie tot veilige resultaten.
Het valt daarbij aan te bevelen de herverdeling van krachten zoveel mogelijk te beperken, immers: herverdeling van krachten gaat gepaard met vergroting van de scheurwijdten. Een oriëntatie aan het spanningsverloop in de ongescheurde fase geeft hiertoe een goede aanwijzing. Wanneer er meer mogelijkheden ter beschikking staan, kiest men bij voorkeur het model waarbij de geringste vervorming optreedt. Meestal is dit het model waarbij de totale lengte van de gebruikte trekstaven het kleinst is.
De staafwerkmethode is vooral van belang omdat zij reeds in de ontwerpfase wordt toegepast. Andere methoden, zoals de vloeilijnentheorie en de niet-lineaire elementenmethode hebben een meer analytisch karakter: zij kunnen een reeds ontworpen constructie of constructiedeel op zijn merites testen. In het licht van een CAD-benadering zou een combinatie van de staafwerkmethode en de niet-lineaire elementenmethode een toekomstperspectief kunnen bieden.
Het oriënteren van de staafwerkmodellen aan het spanningsverloop in de ongescheurde fase moet als mogelijk hulpmiddel, niet als voorschrift worden opgevat. In gevallen waarin meer ervaring bestaat (proeven), is het gerechtvaardigd van deze oriëntering af te wijken: zo is bijvoorbeeld bekend dat een verticale schuifwapening in een balk uitstekend functioneert, hoewel de hoofdtrekspanningsrichting in de neutrale lijn onder 45° verloopt. Een ander voorbeeld is de statisch onbepaalde wandligger, waarvan we weten dat een geringe zetting van een steunpunt tot een volledige heroriëntering van de spanningen in de ongescheurde fase kan leiden, zelfs in die mate dat drukspanningen in trekspanningen veranderen en omgekeerd. In zo'n geval is de spanningsverdeling in de ongescheurde fase weinig significant. Het is dan beter een vakwerk met een goede herverdelingscapaciteit te ontwerpen [4, 10].
Wat de herverdelingscapaciteit van staafwerkmodellen betreft kan een gericht verder onderzoek zinvol zijn. Een andere vraag die tot nu toe onbeantwoord bleef is die naar het draagvermogen van drukdiagonalen met directe lastafdracht. Aan de Technische Hogeschool te Darmstadt werd een experimenteel onderzoek in deze richting uitgevoerd. Over de resultaten van dit onderzoek zal in een ander artikel worden bericht.

Literatuur

1. Bruggeling, A.S.G. en anderen, Het detailleren van betonconstructies, *Cement* 1984 nrs. 3-6, 8-10, 12 en 1985 nrs. 1, 3, 5, 7, 11
2. Marti, P., Basic tools of reinforced concrete beam design, *ACI-Journal*, jan.-feb. 1985, blz 46-56
3. Marti, P., Truss Models in Detailling, *Concrete International*, dec. 1985, blz. 66-73
4. Rogowski, D.M., MacGregor, J.G., Design of reinforced concrete deep beams, *Concrete International*, aug. 1986, blz. 49-58
5. Schlaich, J., Schäfer, K., Konstruieren im Stahlbetonbau, Betonkalender 1984, blz. 787-1001
6. Schlaich, J., Schäfer, K., Jennewein, M., Toward a consistent design of structural concrete, *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, mei-juni 1987, blz. 74-148
7. Thürlimann, B., Plastic analysis of reinforced concrete beams, Introductory Report, IABSE Colloquium on Plasticity in Reinforced Concrete, Kopenhagen 1979
8. Thürlimann, B., Marti, P., Pralong, J., Ritz, P., Zimmerli, B., Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton, ETH Zürich, 1983, 252 blz.
9. Vecchio, F.J., Collins, M.P., The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, *ACI-Journal*, maart-april 1986, blz. 219-231
10. Walraven, J.C., Reijgersberg, F., Statisch onbepaalde wandliggers, STUVO-Rapport 11