Doorsnedeanalyse van betonnen kolommen en liggers belast op dubbele buiging

Inclusief vergelijking met de NEN norm voor kolommen

Rawsan Al-Djema

TU Delft Delft University of Technology

Omslag: wetenschapsmuseum Phaeno in Wolfsburg ontworpen door architect Zaha Hadid

Doorsnedeanalyse van betonnen kolommen en liggers belast op dubbele buiging

Inclusief vergelijking met de NEN norm voor kolommen

Door:

Rawsan Al-Djema

Ter verkrijging van de titel:

Bachelor of Science

In Civiele Techniek

Aan de Technische Universiteit Delft

Datum: 30-05-2014

Begeleiders:

Dr.ir.drs. C.R. Braam, TU Delft

Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom, TU Delft

Nadere informatie: rawsan@live.nl

VOORWOORD

Voor u ligt het rapport ter afsluiting van mijn bachelor studie Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. Ik heb met plezier aan deze afsluitende opdracht gewerkt en hoop dat u als lezer met net zoveel plezier het rapport zult doorlezen. Graag dank ik mijn begeleiders René Braam en Pierre Hoogenboom voor hun deskundige begleiding en goede adviezen.

Delft, 30 mei 2014

Rawsan Al-Djema

SAMENVATTING

In dit rapport is zowel onderzoek gedaan alsook ontwerpgereedschap ontwikkeld. Het ontwerpgereedschap bestaat uit:

- Een ULS (Ultimate Limit State) model die gegegeven de wapeningsdiameter, wapeningsconfiguratie, doorsnede en materiaaleigenschappen een uitgebreide analyse geeft van de belastingcapaciteit voor rechthoekige betondoorsneden belast op dubbele buiging.
- Een ULS model die de maximale momentcapaciteit als functie van de wapeningsdiameter geeft voor rechthoekige betondoorsneden belast op dubbele buiging.
- Een ULS model die gegeven een willekeurige ULS belasting de benodigde wapeningsdiameter als output geeft voor rechthoekige betondoorsneden belast op dubbele buiging.
- ULS modellen voor I shap, T shape, koker- en cirkelvormige betondoorsneden belast op dubbele buiging.
- Model voor maximaal opneembare SLS (Serviceability Limit State) capaciteit van rechhoekige betondoorsneden belast op dubbele buiging.
- Model voor scheurwijdteberekening van rechthoekige betondoorsneden belast op dubbele buiging.

Bovenstaande modellen zijn tevens geschikt voor enkele buiging en geldig tot en met betonsterkteklasse C90/105. In de bijlage zijn alle Matlab codes te vinden. In bijlage A is een gebruikshandleiding toegevoegd, waarin alle belangrijke informatie vermeld staat om de codes te kunnen gebruiken.

Voor het onderzoeksgedeelte is gekeken naar het verschil tussen dubbele buiging berekening van kolommen volgens de NEN norm en die volgens de numerieke methode. In de NEN norm wordt dubbele buiging vereenvoudigt tot enkele buiging. De veronderstelling was dat dit een conservatieve methode is. Deze veronderstelling is correct gebleken. Onderstaande tabel vat samen welke parameters invloed hebben op het verschil tussen de berekening volgens de NEN norm en numerieke methode. Tevens geeft de tabel aan in welke zin het verschil verandert als de betreffende parameter wordt vergroot, terwijl de andere parameters constant blijven.

parameter neemt toe:	**verschil tussen berekening volgens NEN norm en numerieke methode wordt:**
h/b verhouding	groter
aantal staven	kleiner
wapeningsdiameter	kleiner
vierkante afmeting	groter
betonsterkteklasse	groter
momentverhouding, vierkante doorsnede	geen invloed
momentverhouding, rechthoekige doorsnede	kleiner

Verder heeft nader onderzoek uitgewezen dat wanneer alle parameters geoptimaliseerd zijn, het verschil tussen NEN berekening van kolommen belast op dubbele buiging en de numerieke methode in de range 20% tot 80% zal liggen. In alle andere gevallen ligt het verschil beduidend hoger. Verder blijkt de berekening volgens de NEN norm in alle gevallen conservatief te zijn.

INHOUDSOPGAVE

LIJST MET SYMBOLEN

symbool	eenheid	omschrijving
α	-	*hulpfactor voor dimensionering van op dubbele buiging belaste kolommen volgens NEN norm*
M_y	kNm	*moment om de y as*
M_z	kNm	*moment om de z as*
M	kNm	*samengesteld moment*
N	kN	*normaalkracht*
ε	‰	*rek*
σ	N/mm^2	*spanning*
κ_y	1/m	*kromming in y richting*
κ_z	1/m	*kromming in z richting*
κ	1/m	*samengestelde kromming*
I_{ij}	mm^4	*traagheidsmoment*
S_{ij}	mm^3	*oppervlaktemoment*
A	mm^2	*oppervlakte*
f_{cd}	N/mm^2	*rekenwaarde betonsterkte*
f_{yd}	N/mm^2	*rekenwaarde sterkte wapeningsstaal*
f_{yk}	N/mm^2	*karakteristieke sterkte wapeningsstaal*
f_{ctm}	N/mm^2	*gemiddelde betontreksterkte*
ε_{cu3}	‰	*uiterste rek betondoorsnede in ULS*
ε_{c3}	‰	*grens rek tussen plastische en elastische zone in ULS*
x_μ	mm	*drukzonehoogte*
E_s	N/mm^2	*elasticiteitsmodulus wapeningsstaal*
h	mm	*hoogte doorsnede*
b	mm	*breedte doorsnede*
N_c	[y,z]	*normaalkrachtencentrum*
Ø	mm	*diameter wapeningsstaaf*
c	mm	*dekking*
φ	rad	*hoek tussen werklijn samengestelde moment en de horizontale as*
α	-	*volheidsfactor*
β	-	*afstandsfactor*
$E_{c,sls}$	N/mm^2	*SLS elasticiteitsmodulus beton*
ε_{cmax}	‰	*maximaal opneembare beton rek in SLS toestand*
σ_{sr}	N/mm^2	*grensspanning voor scheurwijdtecontrole*
h_{eff}	mm	*effectieve hoogte*
A_{eff}	mm^2	*effectieve oppervlakte*
$h_{werklijn}$	mm	*werklijnhoogte*
ρ_{eff}	-	*effectieve wapening*
α_e	-	*verhouding tussen de elasticiteitsmoduli*
ε_{cs}	‰	*rek voor uitdroging van beton*

HOOFDSTUK 1: INLEIDING

1.1 Probleemstelling

De benodigde wapening voor betonnen kolommen belast op dubbele buiging en normaalkracht is met de hand moeilijk te bepalen. Om de berekening te vereenvoudigen, wordt er in NEN norm gebruik gemaakt van een hulpfactor:

$$M_2 = \alpha M_z$$

$$M_1 = \frac{\alpha}{\alpha - 1} M_y$$

De ontwerper kan de factor α naar eigen inzicht kiezen. Door het integreren van deze hulpfactor, kan de berekening worden vereenvoudigd tot enkele buiging en normaalkracht. De kolom en zijn wapening moeten nu weerstand kunnen bieden tegen twee belastingcombinaties afzonderlijk: (N,M1) en (N,M2). In paragraaf 3.1 wordt uitgebreider op deze methode ingegaan, tevens is er een schets te vinden om de werking van de methode te illustreren.

De bereking volgens de NEN norm biedt de ontwerper de mogelijkheid om voor een ingewikkeld vraagstuk toch snel de wapening te ontwerpen. Een nadeel is dat de deze methode conservatief is. Vermoed wordt dat er teveel wapening wordt gebruikt, wat de nodige meerkosten met zich meebrengt.

1.2 Opbouw van het rapport

De veronderstelling is dat de in de NEN norm voorgeschreven methode leidt tot over gedimensioneerde betonnen kolommen. Een exacte methode zorgt in dit geval voor lagere wapeningspercentages en daarmee reductie van de kosten. Het doel van dit rapport is dan ook om een numerieke code te ontwikkelen waarmee de benodigde wapening voor op dubbele buiging belaste kolommen op exacte wijze kan worden berekend. Gaandeweg het rapport zullen daarvoor drie verschillende ULS (Ultimate Limit State) modellen worden gepresenteerd:

- Hoofdstuk 2 presenteert een algemeen ULS model, die gegeven de materiaaleigenschappen, doorsnede, wapeningsconfiguratie en wapeningsdiameter een uitgebreide analyse geeft met betrekking tot de belastingcapaciteit van de doorsnede. Dit ULS model blijkt bijzonder handig te zijn bij het maken van een vergelijking met de NEN norm.
- Paragraaf 5.2 presenteert een ULS model die de maximale opneembare momentcapaciteit als functie van de wapeningsdiameter geeft.
- Paragraaf 5.3 presenteert een ULS model die voor een willekeurige ULS belastingcombinatie de benodigde diameter als output geeft.

In hoofdstuk 3 zal de vergelijking worden gemaakt met de NEN norm. Deze vergelijking wordt uitgevoerd voor variërende parameters: kolomafmeting, hoogte-breedteverhouding, betonsterkteklasse, momentverhouding, wapeningsconfiguratie en diameter van de wapening.

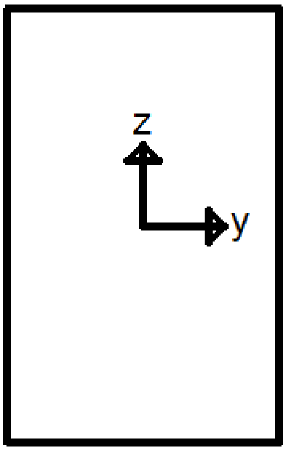
Naast rechthoekig kolommen, bestaan er ook cirkelvormige kolommen. De opgestelde modellen blijken daarnaast ook toepasbaar op liggers. Voor liggers valt dan te denken aan een koker, een I shape en een T shape. Hoofdstuk 4 zal deze niet rechthoekige doorsneden behandelen.

In het rapport zal blijken dat de moeilijkheid van betonnen kolommen en liggers belast op dubbele buiging vooral ligt in bij de afstands- en volheidsfactor. Deze factoren variëren als functie van de momentverhouding, hoogte-breedteverhouding en drukzonehoogte. Het is dan ook interessant om deze factoren nader te beschouwen, dit gebeurt in paragraaf 5.1.

Afsluitend wordt er een SLS (Serviceability Limit State) analyse gepresenteerd om het rapport compleet te maken. Gekeken zal worden naar de maximaal opneembare SLS capaciteit, de rekken voor een willekeurige SLS belasting en de daarbij horende scheurwijdte. Dit gebeurt in hoofdstuk 6.

1.3 Mechanica van de dubble buiging

Voor de beschrijving van dubbele buiging wordt onderstaande assenstelsel gebruikt



Figuur 1.1: assenstelsel

Uitgebreide behandeling van de mechanica van dubbele buiging is te vinden in bron [1]; onderstaand volgt een korte samenvatting van enkele voor dit rapport belangrijke punten. Uitgangspunt is de Bernoulli hypothese, waarbij rechte doorsneden na vervorming recht blijven. De tweedimensionale rek veld wordt dan beschreven door:

$$\varepsilon(y,z) = \varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z$$

Hierin is ε het constante deel van de rek, κ_y de kromming in de y richting en κ_z de kromming in z richting. Uitgaande van homogeen materiaal (de wapeningsstaven worden voor nu verwaarloosd) met een constante elasticiteitsmodulus wordt, gebruikmakend van de wet van Hook, de spanning gedefinieerd door:

$$\sigma(y,z) = E\varepsilon(y,z) = E(\varepsilon + y * \kappa_y + z * \kappa_z)$$

De som van de spanningen over de gehele doorsnede moet evenwicht maken met de uitwendige krachten:

$$N = \int_A \sigma(y,z)\, dA = \int_A E\left(\varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z\right) dA = EA\varepsilon + ES_y\kappa_y + ES_z\kappa_z$$

$$M_y = \int_A y\sigma(y,z)\, dA = \int_A Ey\left(\varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z\right) dA = ES_y\varepsilon + EI_y\kappa_y + EI_{yz}\kappa_z$$

$$M_z = \int_A z\sigma(y,z)\, dA = \int_A Ez\left(\varepsilon + \kappa_y y + \kappa_z z\right) dA = ES_z\varepsilon + EI_{zy}\kappa_y + EI_z\kappa_z$$

Hierbij is N de normaalkracht, M_y het moment om de y as en M_z het moment om de z as. Bovenstaande vergelijkingen worden omgezet in matrix-vector notatie:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & ES_y & ES_z \\ ES_y & EI_y & EI_{yz} \\ ES_z & EI_{zy} & EI_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}$$

Dit stelsel van drie bij drie kan worden vereenvoudigd door het assenstelsel in het normaalkrachtencentrum te kiezen, de oppervlaktemomenten zijn dan 0:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & & \\ & EI_y & EI_{yz} \\ & EI_{zy} & EI_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}$$

Dit kan verder worden vereenvoudigd door de assen samen te laten vallen met de hoofdrichtingen:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & & \\ & EI_y & \\ & & EI_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa_y \\ \kappa_z \end{bmatrix}$$

De drie vergelijkingen zijn nu van elkaar losgekoppeld en de volgende relaties worden verkregen:

$$N = EA\varepsilon$$

$$M_y = EI_y\kappa_y$$

$$M_z = EI_z\kappa_z$$

Door voor een rechthoekige doorsnede het assenstelsel in het normaalkrachtencentrum te kiezen, kloppen de gedane aannames en kunnen de rek en spanning velden worden beschreven door:

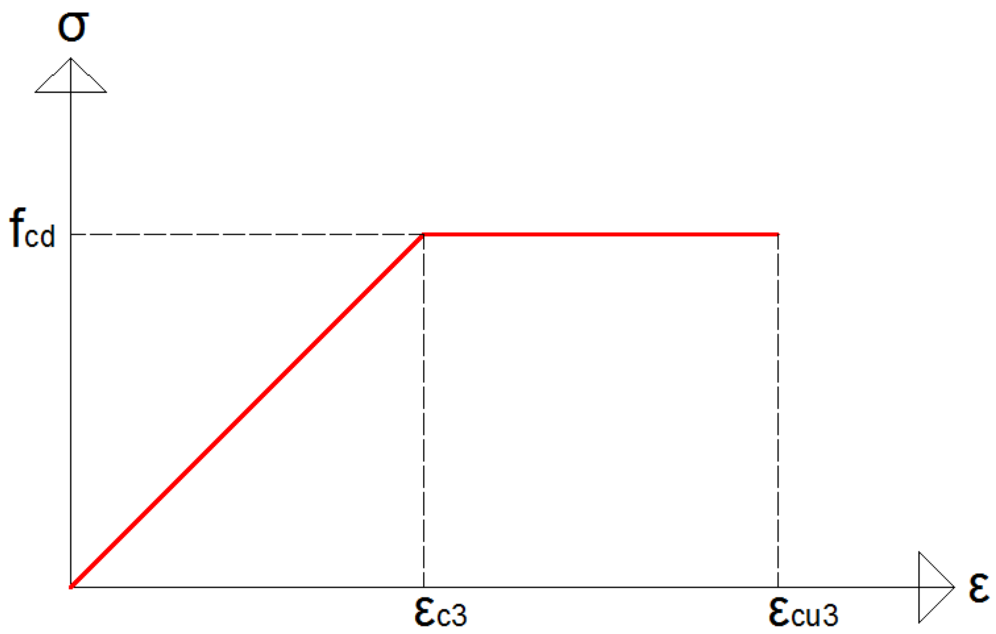
$$\varepsilon(y,z) = \frac{N}{EA} + \frac{M_y}{EI_y}y + \frac{M_z}{EI_z}z$$

$$\sigma(y,z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y}y + \frac{M_z}{I_z}z$$

HOOFDSTUK 2: ALGEMEEN ULS MODEL

2.1 Betongedrag

Om te komen tot een model voor de Ultimate Limit State, zal eerst het betongedrag bij dubbele buiging moeten worden onderzocht. Uitgegaan wordt van een bilineaire relatie voor zowel het beton alsook het wapeningsstaal. Onderstaande figuren geven deze bilineaire relaties tussen spanningen en rekken weer.

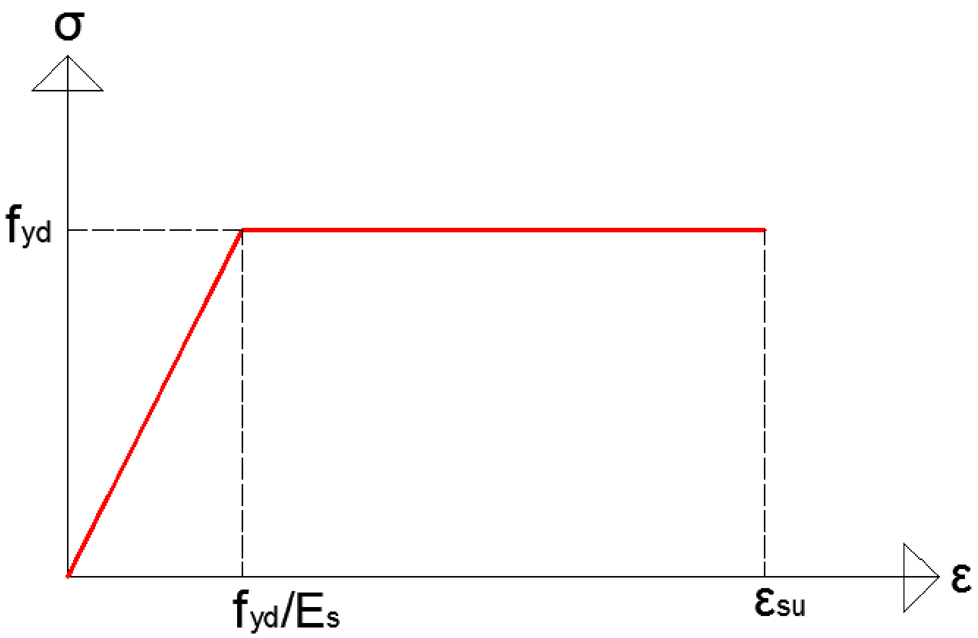


Figuur 2.1: spanning-rekdiagram beton

De materiaalfactor die voor beton wordt gebruikt is 1,5, zodat: $f_{ck}/1{,}5 = f_{cd}$. De waarden ε_{c3} en ε_{cu3} zijn invoerparameters die in het model zullen worden ingevoerd. Opgemerkt dient te worden dat voor alle betonsterkteklassen tot en met C50/60 geldt dat ε_{c3} = 1.75‰ en ε_{cu3} = 3,5‰. Voor betonsterkteklassen hoger dan C50/60 kunnen ε_{c3} en ε_{cu3} worden afgelezen uit onderstaande tabel. Deze tabel is overgenomen van bron [2].

f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2, 5	2,6
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6

Tabel 2.1: materiaaleigenschappen beton

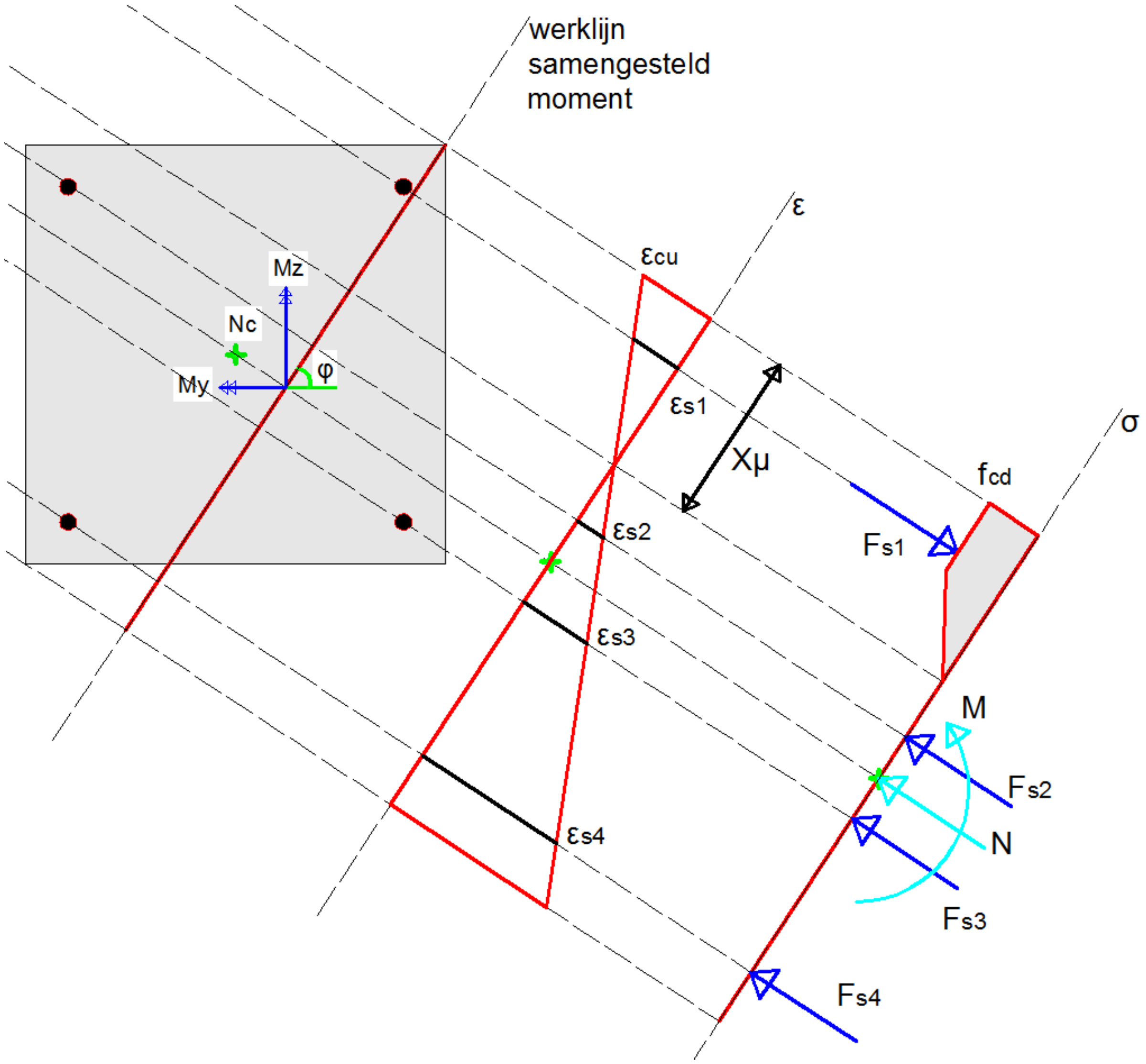


Figuur 2.2: spanning-rekdiagram staal

Voor het wapeningsstaal is de vloeirek afhankelijk van de rekenwaarde van de sterkte van het staal gedeeld door de elasticiteitsmodulus. De materiaalfactor voor wapeningsstaal is 1,15. Een veelgebruikte type wapeningsstaal is B500, de vloeirek is dan:

$$\varepsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{\frac{500}{1{,}15}}{200000} = \frac{435}{200000} = 2{,}175‰$$

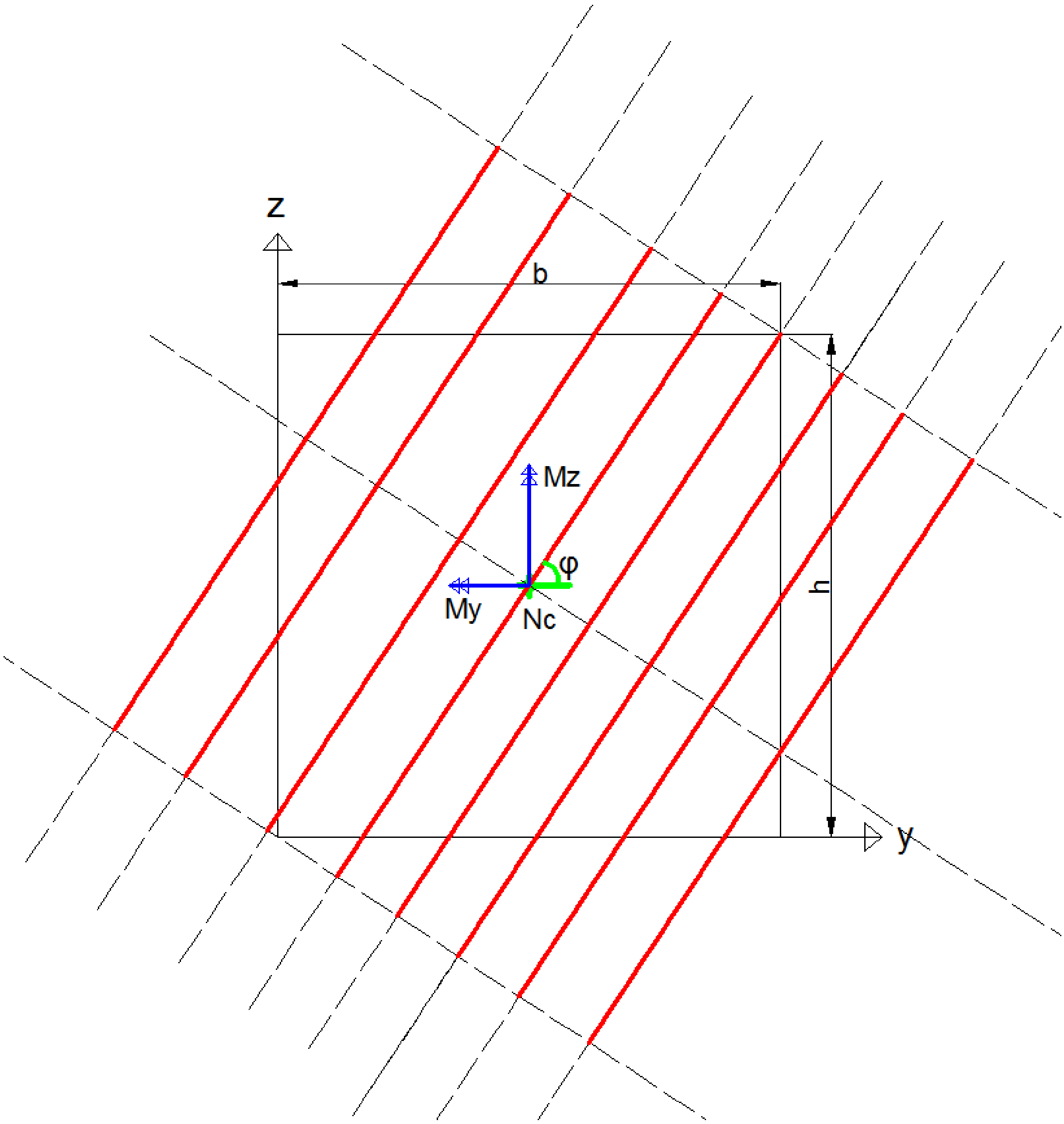
Er wordt nu ingezoomd op een betondoorsnede. Deze doorsnede bevat vier wapeningsstaven. De normaalkrachtencentrum is aangegeven.



Figuur 2.3: situatieschets betondoorsnede belast op dubbele buiging

De doorsnede wordt belast op dubbele buiging, M_y en M_z. Uitgangspunt is de Bernoulli hypothese waarbij rechte doorsneden na vervorming recht blijven. Door deze hypothese te gebruiken, kunnen de rekken en spanningen van de doorsnede 1-dimensionaal worden beschreven. Hiervoor wordt verondersteld dat het beton in de rechterbovenhoek op stuik bezwijkt: de spanning is f_{cd} en de rek is ε_{cu3}. De werklijn waarover de samengestelde moment loopt kan nu worden gebruikt voor het construeren van een rek- en spanningsdiagram. De drukzone loopt over een zekere drukzonehoogte x_μ, welke nog niet bekend is.

Het gebruik van de Bernoulli hypothese leidt er ook toe dat het model algemeen geldig. Omdat een vlak ook na kromming vlak blijft, is de rek in de doorsnede onafhankelijk van waar de werklijn van het samengestelde moment wordt gepositioneerd. Onderstaande figuur illustreert dit. Daarnaast geeft deze figuur het assenstelsel die in het rapport zal worden gebruikt en de gehanteerde afmetingen.

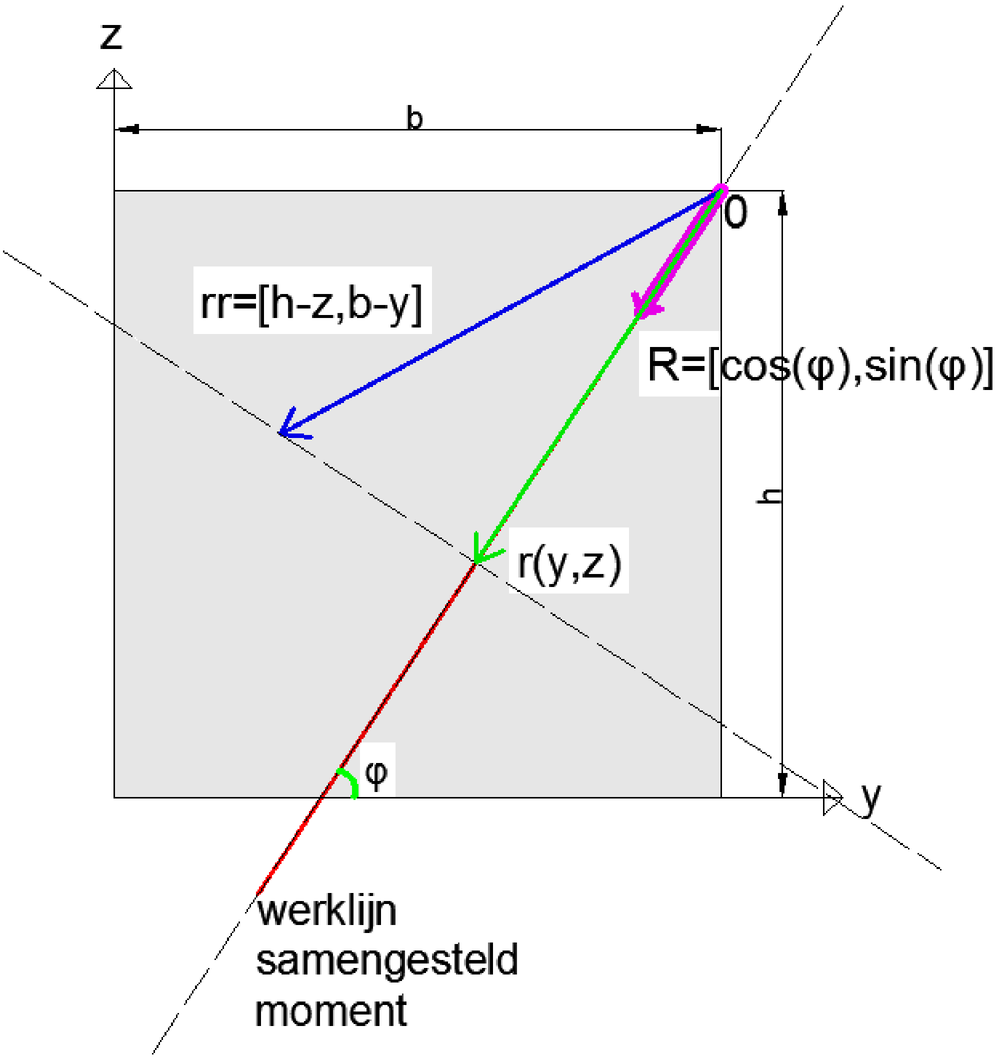


Figuur 2.4: situatieschets van de mogelijke werklijnen

Er zijn oneindig veel werklijn die allen parallel lopen met de richting van het samengestelde moment. Het samengestelde moment M veroorzaakt een samengestelde kromming κ. Omdat de doorsnede na vervorming vlak blijft, is de samengestelde kromming continu in de doorsnede ongeacht welke werklijn wordt gekozen. Voor het gemak wordt in dit rapport de werklijn gekozen die door de rechterbovenhoek loopt, hier wordt immers verondersteld dat het beton op stuik bezwijkt.

2.2 Coördinatensysteem

Het model heeft als sterktepunt dat de spanningen en rekken van de gehele doorsnede 1-dimensionaal kunnen worden beschreven. Om dit te doen is er wel een goed gedefinieerd coördinatensysteem nodig. Voor de 1-dimensionale beschrijving wordt de werklijn van het samengestelde moment gebruikt, welke door het rechterbovenhoek gaat. De rechterbovenhoek heeft [b,h] als coördinaatvector. Nu kan voor ieder punt in de doorsnede [y,z] de waarde r(y,z) worden bepaald die de norm van de vector geeft tussen het rechterbovenhoek en de orthogonale projectie van het punt [h-z,b-y] op de werklijn van het samengestelde moment. Onderstaande figuur geeft hier een schematisatie van.



Figuur 2.5: coördinatensysteem

de vector **R** is een eenheidsvector die de richting van de werklijn van het samengestelde moment beschrijft.

$$\boldsymbol{R} = [cos(\varphi)\,, sin(\varphi)]$$

Hierbij is de hoek φ als volgt gedefinieerd:

$$\varphi = tan\left(\frac{M_y}{M_z}\right)^{-1}$$

De vector **rr** beschrijft de positie van een willekeurig punt [y,z] ten opzichte van de rechterbovenhoek, [b,h]:

$$\boldsymbol{rr} = [b - y, h - z]$$

Nu kan de vector **rrr** worden bepaald, welke de orthogonale projectie is van **rr** op **R**:

$$\boldsymbol{rrr} = \frac{\boldsymbol{rr} \bullet \boldsymbol{R}}{\boldsymbol{R} \bullet \boldsymbol{R}}\boldsymbol{R} = \frac{(b - y) * cos(\varphi) + (h - z) * sin(\varphi)}{1}[\cos(\varphi), \sin(\varphi)]$$

De waarde r(y,z), welke de norm van de vector **rrr** representeert kan nu worden gedefinieerd:

$$r(y, z) = \|((b - y) * cos(\varphi) + (h - z) * sin(\varphi))[\cos(\varphi), \sin(\varphi)]\|$$

2.3 Beschrijving van enkele benodigde parameters

De parameter r(y,z) is belangrijk in het model omdat gegeven een drukzonehoogte x_μ het mogelijk is voor ieder punt in de doorsnede de spanning in het beton te definiëren:

$$\begin{cases} f_c(y, z) = f_{cd}, & als\ r(y, z) < \frac{(\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3})}{\varepsilon_{cu3}} * x_\mu \\ f_c(y, z) = f_{cd} * \frac{x_\mu - r(y, z)}{(1 - \frac{(\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3})}{\varepsilon_{cu3}}) * x_\mu}, & als\ \frac{(\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3})}{\varepsilon_{cu3}} * x_\mu \le r(y, z) \le x_u \\ f_c(y, z) = 0, & als\ r(y, z) > x_\mu \end{cases}$$

Het definiëren van de rekken is ook mogelijk als de parameter r(y,z) bekend is. Hiervoor wordt de samengestelde kromming ingevoerd:

$$\kappa = \left|\frac{\varepsilon_{cu3}}{x_u}\right|$$

Nu is ook het rek veld gedefinieerd:

$$\begin{aligned} \varepsilon(y, z) &= \varepsilon_{cu3} + \kappa * r(y, z) \\ &= \varepsilon_{cu3} + \left|\frac{\varepsilon_{cu3}}{x_u}\right| * \|((b - y) * cos(\varphi) + (h - z) * sin(\varphi))[\cos(\varphi), \sin(\varphi)]\| \end{aligned}$$

Nu de rek bekend is, is ook de spanning in de wapening uit te rekenen. Gegeven een willekeurig aantal wapeningsstaven met een middelpunt vector $d_{si} = [y_i, z_i]$, de spanning in de staaf i is als volgt gedefinieerd:

$$\sigma_{si} = \begin{cases} \varepsilon(y_i, z_i) * E_s & \\ -f_{yd}, & als\ \varepsilon(y_i, z_i) * E_s < -f_{yd} \\ f_{yd}, & als\ \varepsilon(y_i, z_i) * E_s > f_{yd} \end{cases}$$

Gegeven de diameter van een staaf kan de kracht in iedere staaf worden uitgerekend:

$$F_{si} = \sigma_{si} A_{si}$$

Van de wapening is alleen nog de arm tot het normaalkrachtencentrum onbekend. Het normaalkrachtencentrum heeft een simpele coördinaat:

$$r_{nc} = r\left(\frac{b}{2}, \frac{h}{2}\right) = \frac{r(0,0)}{2}$$

De arm van iedere wapeningsstaaf ten opzichte van het normaalkrachtencentrum is dan:

$$r_{si} = d_{si} - r_{nc} = r(y_i, z_i) - \frac{r(0,0)}{2}$$

Als laatste moet de resultante van de beton spanningen in de drukzone worden bepaald. De arm van deze resultante ten opzichte van het normaalkrachtencentrum is ook nog niet bekend. Om de resultante en de arm van de resultante te bepalen zijn de begrippen volheidsfactor en afstandsfactor belangrijk. Als eerste wordt de resultante gedefinieerd:

$$F_c = \int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA$$

Omdat er ook wapeningsstaven in de drukzone aanwezig zijn moet er een correctie worden toegepast:

$$F_c = \int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i, z_i) A_{si}\,, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

Eenduidig kan de arm van de resultante worden bepaald. Voor een oppervlakte element dA in de drukzone wordt de arm ten opzichte van de normaalkrachtencentrum vermenigvuldigd met de spanning en dA:

$$dM = f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA$$

Om de arm van de resultante te krijgen worden al deze momenten opgeteld en gedeeld door de totale kracht F_c:

$$r_c = \frac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA}{F_c} = \frac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA}{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i, z_i) A_{si}},$$
$$voor\ \sigma_{si} < 0$$

Ook hier moet een correctie plaatsvinden, omdat de arm die door de wapeningsstaven in de drukzone wordt gemaakt niet mag worden meegerekend:

$$r_c = \frac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA - \sum f_c(y_i, z_i) A_{si} d_{si}}{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i, z_i) A_{si}}, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

De volheidsfactor, welke beschrijft wat de verhouding is tussen gemiddelde spanning in de drukzone en stuikspanning, kan nu worden berekend:

$$\alpha = \frac{F_c}{(A_{druk} - \sum A_{si}) * f_{cd}} = \frac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i, z_i) A_{si}}{\int_{A_{druk}} f_{cd}\, dA - \sum f_{cd} A_{si}}, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

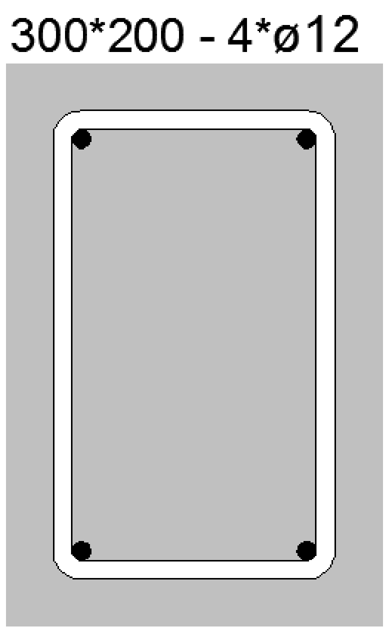
De afstandsfactor beschrijft de verhouding tussen drukzonehoogte minus de arm gedeeld door de drukzonehoogte:

$$\beta = \frac{x_\mu - r_c}{x_\mu} = \frac{x_\mu - \dfrac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA - \sum f_c(y_i,z_i)A_{si}d_{si}}{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i,z_i)A_{si}}}{x_\mu}, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

2.4 ULS model in Matlab

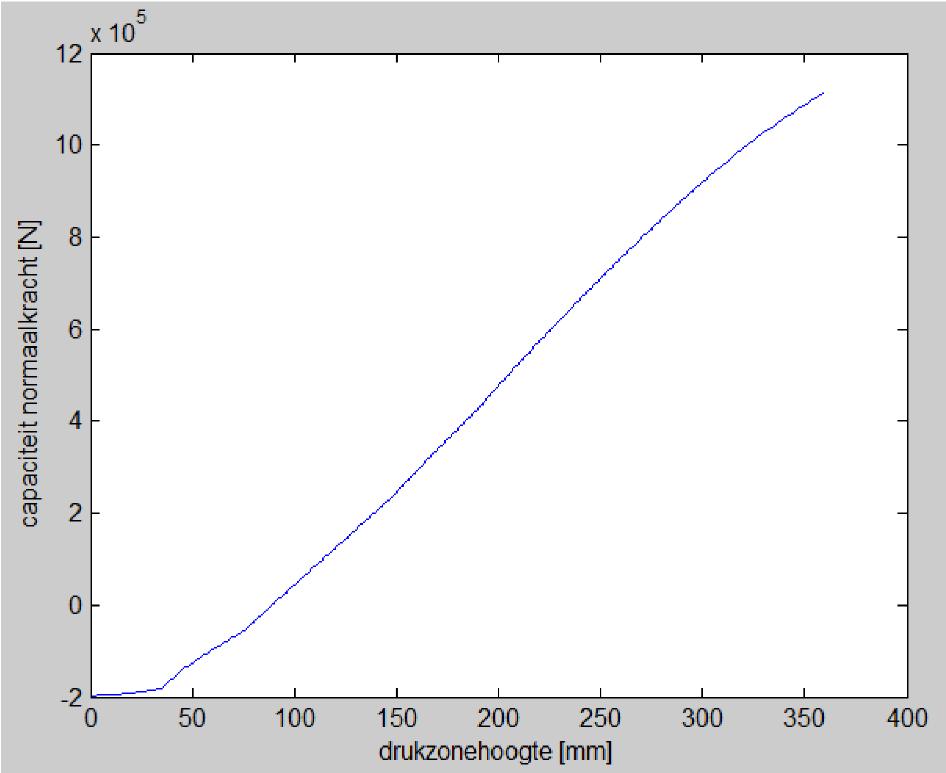
In de vorige paragrafen zijn de eigenschappen van het beton en wapeningsstaal gedefinieerd, de uitgangspunten zijn opgesteld, een coördinatensysteem is geconstrueerd en als laatste zijn de benodigde parameters gedefinieerd. Dit is samengebracht om een Matlab model te creëren voor de ULS toestand. Dit model is te vinden in *bijlage B*. Om het model zo efficiënt mogelijk te houden is gekozen voor dA = 1mm * 1mm. Dit houdt tevens in dat de krachten en spanningen gelijk aan elkaar zijn.

Gekozen is voor de volgende aanpak: gegeven zijn een doorsnede met een bepaalde hoogte en breedte, de wapening (diameter en coördinaten) en de materiaaleigenschappen. De computer rekent dan voor iedere drukzonehoogte (van 0 tot de maximaal mogelijke drukzonehoogte) op basis van krachtenevenwicht uit wat de bijbehorende moment en normaalkracht zijn. Dit doet de computer met behulp van de parameters zoals in de vorige paragraaf gedefinieerd. De output zijn twee diagrammen met daarin het moment als functie van de drukzonehoogte en de normaalkracht als functie van de drukzonehoogte. Voor de drukzonehoogte met de hoogste momentcapaciteit zal de computer ook 2D plots maken van de spanningen en rekken. Daarnaast maakt de computer een tabel van de spanning in de wapeningsstaven voor deze optimale drukzonehoogte. Deze aanpak blijkt bijzonder handig te zijn voor het maken van een vergelijking met de NEN norm, zie hoofdstuk 3. Als demonstratie van het model wordt een kolomdoorsnede gebruikt met een hoogte van 300 mm, een breedte van 200 mm en de wapening is 4*Ø12. De wapeningsstaven zitten in de hoeken en de totale dekking inclusief beugels + helft diameter is 40 mm.



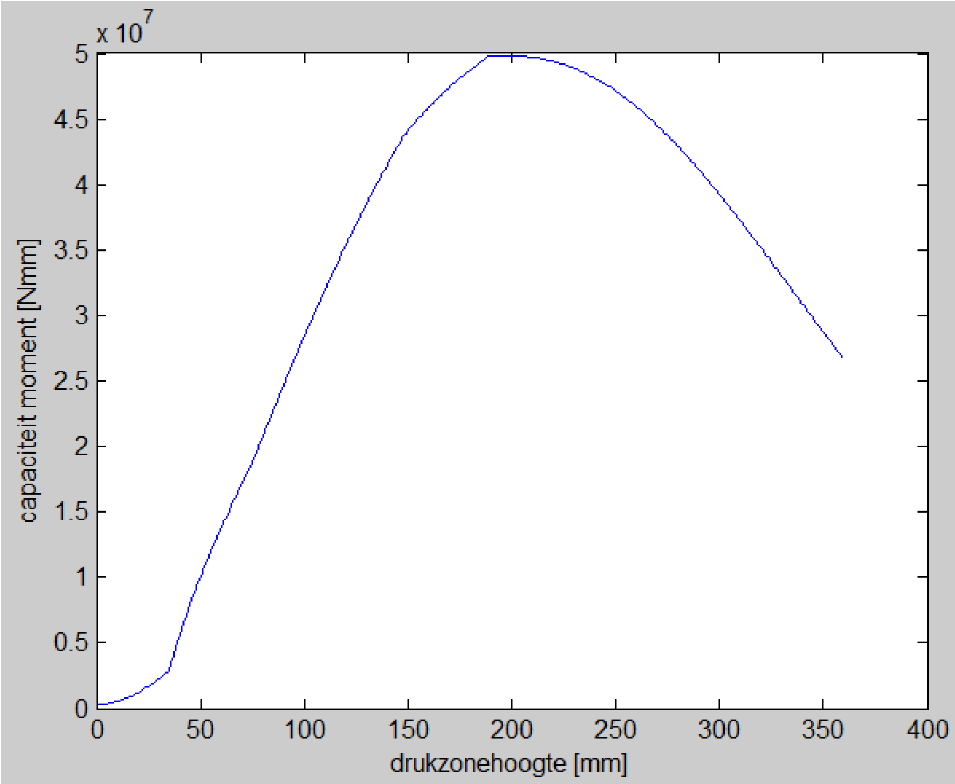
Figuur 2.6: beschouwde doorsnede

De gebruikte betonsterkteklasse is C30/37, zodat f_{cd}=20 N/mm^2. Het wapeningsstaal is van het type B500, zodat f_{yd}=435 N/mm^2. De wapening wordt in matrix vorm ingevoerd: **S** = [**y z d**]. De wapening van dit voorbeeld wordt dan als volgt ingevoerd: [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]. Gekozen wordt voor een momentverhouding M_y/M_z = h/b = 3/2. Met Matlab wordt de volgende output verkregen:



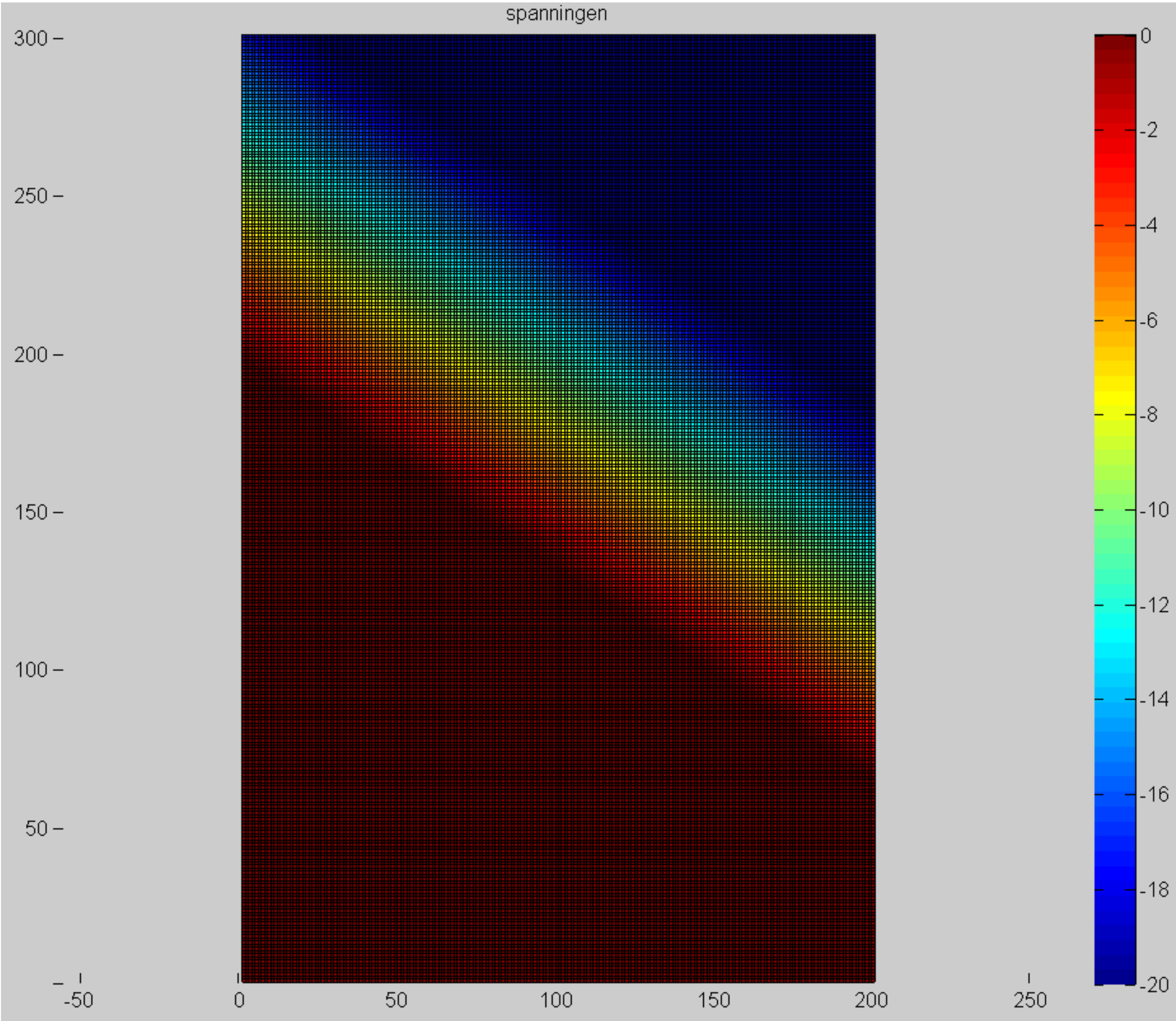
Figuur 2.7: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Bovenstaande figuur geeft de normaalkracht als functie van de drukzonehoogte. Het verloop is lineair. Dit is niet vreemd, gezien de normaalkracht groter wordt met een groter wordende drukzonehoogte.



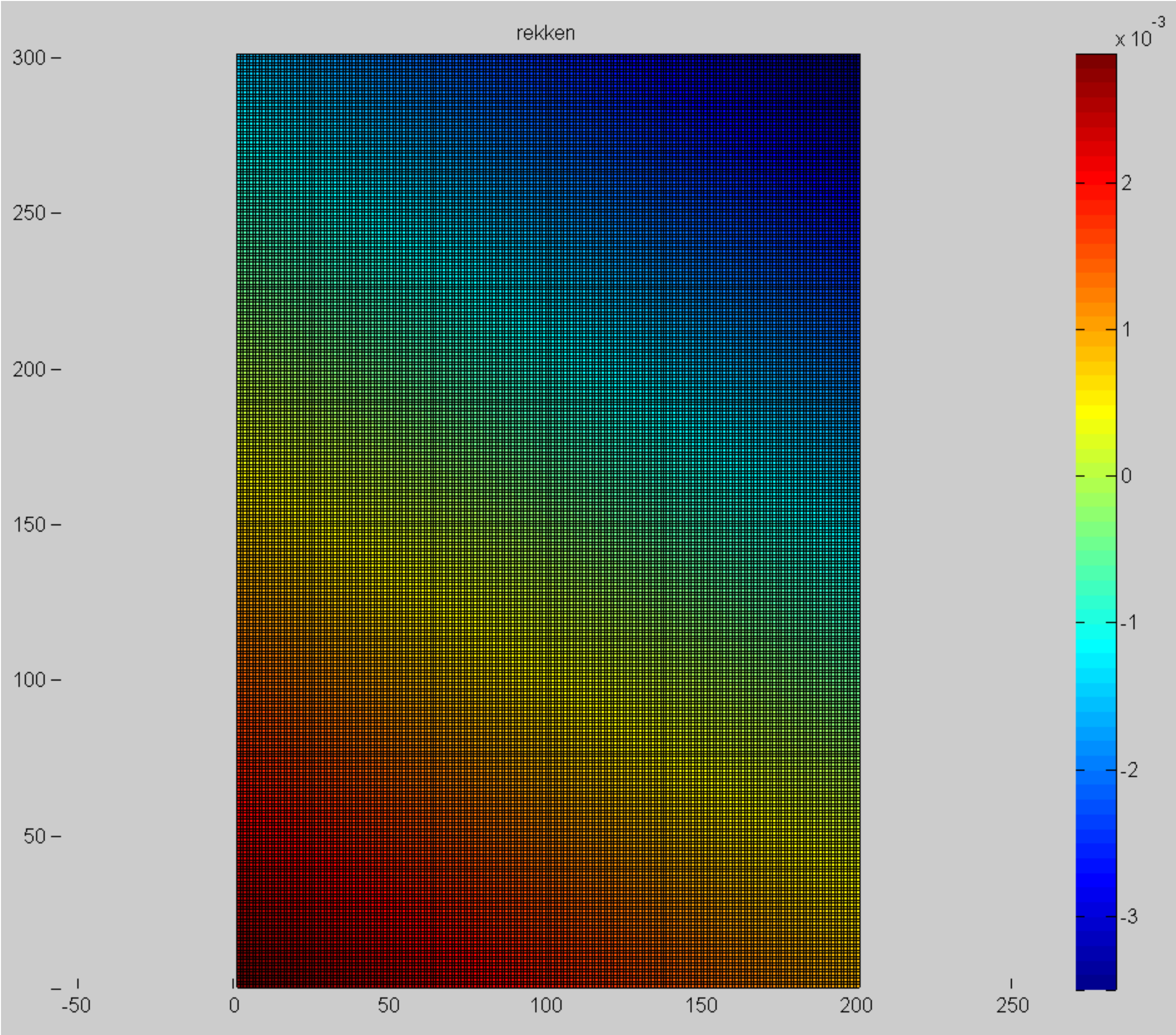
Figuur 2.8: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Figuur 2 toont de momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte. Het verloop is parabolisch. Dit is intuïtief gezien correct, gezien het moment een functie is van de kracht maal de arm. De momentcapaciteit blijkt maximaal te zijn voor een drukzonehoogte van 198 mm. Voor deze drukzonehoogte worden 2D plots gegenereerd van de rekken en spanningen:



Figuur 2.9: 2D plot spanningen

De definitie van de spanning in het beton in ULS toestand is hierin duidelijk terug te zien: het veld is opgedeeld in 3 zones: een zone met stuikspanning, een zone zonder spanning in het beton en een overgangszone.



Figuur 2.10: 2D plot rekken

Het rek veld loopt langs een duidelijke 1-dimensionale lijn; van de rechterbovenhoek naar de linkeronderhoek. Hier wordt duidelijk zichtbaar dat M_y/M_z = h/b = 3/2, dit is inderdaad hetgeen is ingevoerd.

Voor de drukzonehoogte van 198 mm zijn er nog andere interessante parameters die bestudeerd kunnen worden. Er kan bijvoorbeeld worden gekeken naar de spanningen in de wapeningsstaven, de arm van de wapeningsstaven ten opzichte van de neutrale lijn, de volheidsfactor en de afstandsfactor. Matlab geeft daarvoor de volgende resultaten:

Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Afstand tot neutrale lijn [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	40	12	126	383
2	40	260	12	-57	-264
3	160	40	12	60	148
4	160	260	12	-123	-435

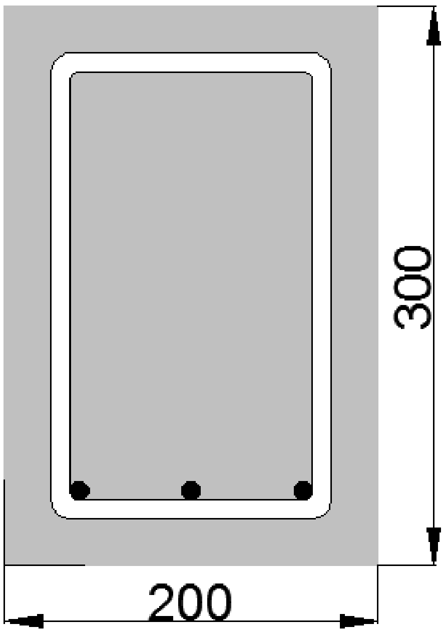
Tabel 2.2: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

$$\alpha = 0{,}65 \; en \; \beta = 0{,}51$$

In de komende 2 paragrafen wordt het model vergeleken met 2 benchmarks: handberekening voor enkele buiging zonder normaalkracht en handberekening voor enkele buiging en normaalkracht.

2.5 Analogie met enkele buiging zonder normaalkracht

De doorsnede van 300*200 wordt ook in de komende 2 paragrafen gebruikt, de wapeningsconfiguratie is hierbij veranderd: [**y z d**] = [40 40 12; 100 40 12; 160 40 12]. In dit voorbeeld is de volledige dekking dus weer 40 mm.



Figuur 2.11: beschouwde doorsnede

De eigenschappen zijn weer hetzelfde: f_{cd}=20 N/mm^2 , f_{yd}=435 N/mm^2. Beschouwd wordt de situatie waarbij, M_y/M_z=1/0. Dit is een bijzondere momentverhouding: dubbele buiging wordt omgezet in enkel buiging. In dit voorbeeld is er verder geen normaalkracht aanwezig. Dit is dus een simpele situatie van enkele buiging die met de hand kan worden berekend. In deze situatie geldt:

$$\alpha = 0{,}75 \; en \; \beta = 0{,}39$$

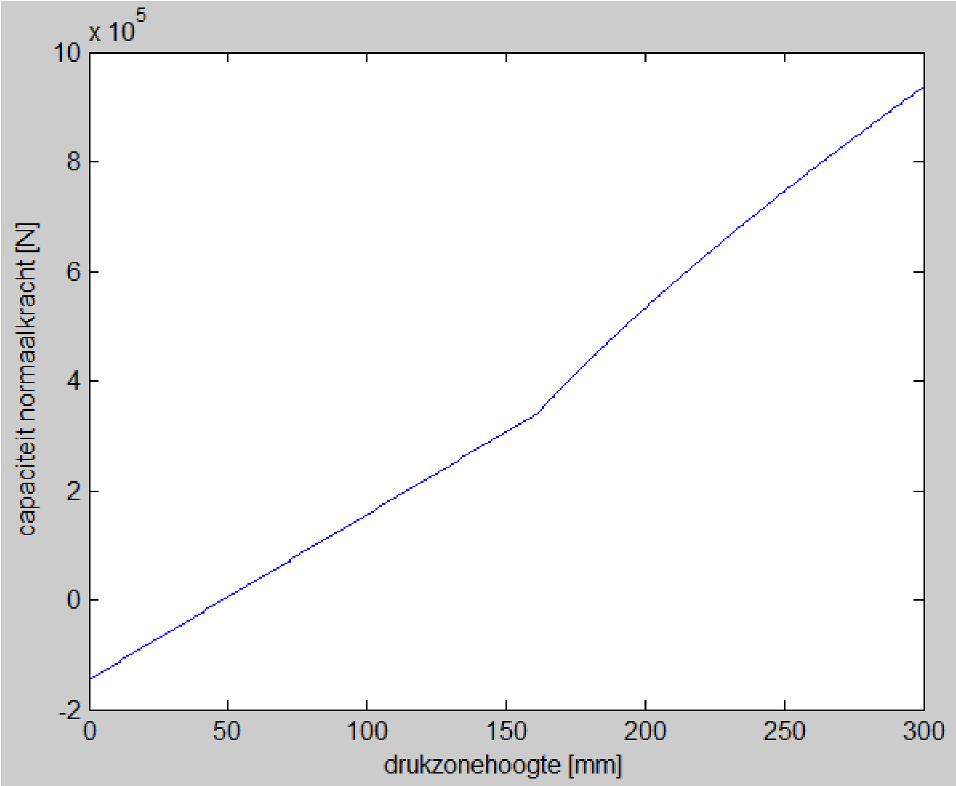
De drukzonehoogte volgt uit het krachtenevenwicht:

$$F_c = F_s \;\rightarrow \alpha x_\mu b f_{cd} = A_s f_y \;\rightarrow x_\mu = \frac{3 * 6^2 * \pi * 435}{0{,}75 * 200 * 20} = 49\; mm$$

En hiermee kan de momentcapaciteit worden bepaald:

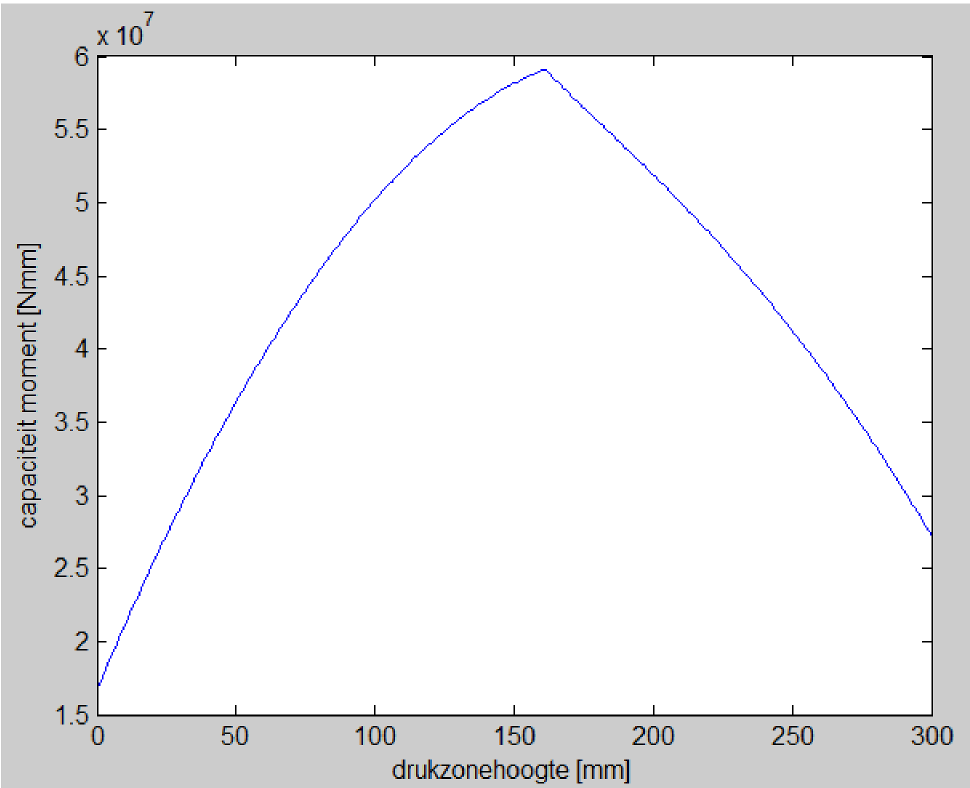
$$M = F_s(d - \beta x_\mu) = A_s f_y(d - \beta x_\mu) = 3 * 36 * \pi * 435 * (260 - 0{,}39 * 49) * 10^{-6} = 36\; kNm$$

Nu wordt er gekeken naar de Matlab output:



Figuur 2.12: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

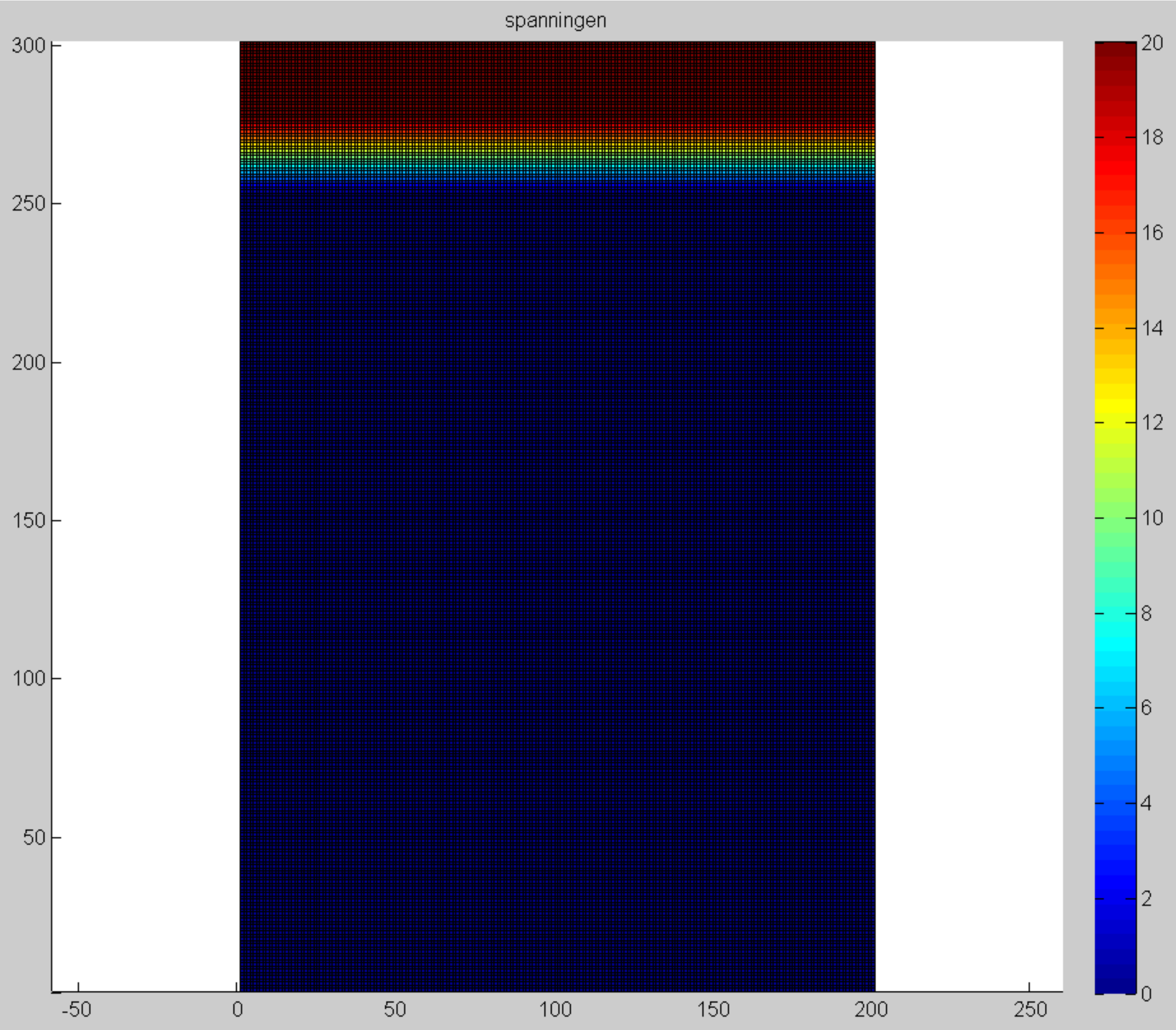
De normaalkracht is in deze voorbeeld 0 kN, dus wordt de drukzonehoogte gezocht waarvoor geldt N= 0 kN. De drukzonehoogte waarvoor dit geldt blijkt inderdaad 49 mm te zijn.



Figuur 2.13: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

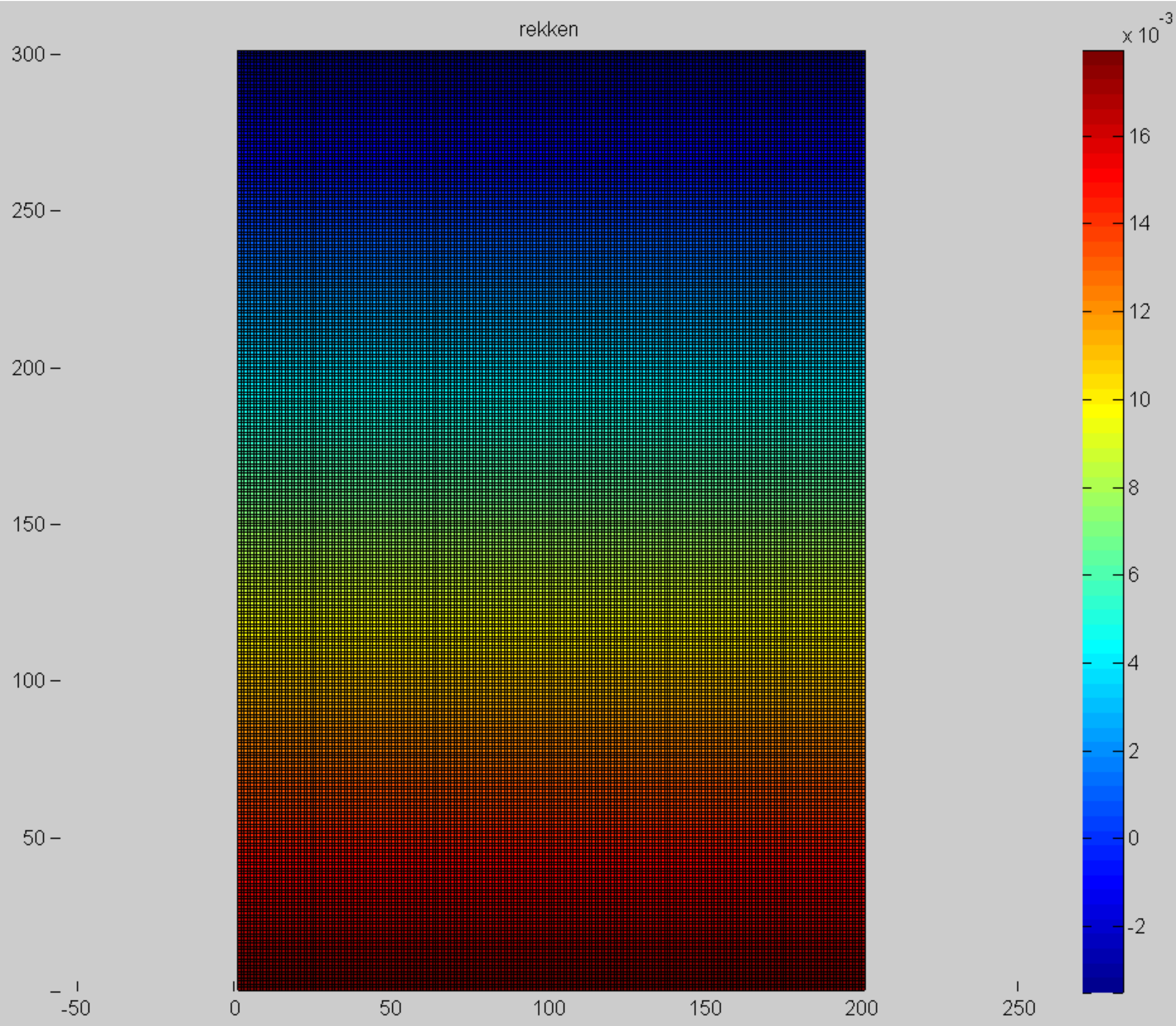
Nu kan met behulp van de moment-drukzonehoogtediagram de momentcapaciteit worden opgezocht. Voor een drukzonehoogte van 49 mm wordt gevonden: M = 36 kNm, hetgeen overeenkomt met de handberekening.

Voor de drukzonehoogte van 49 mm kunnen de rek- en spanning velden worden gegenereerd:



Figuur 2.14: 2D plot spanningen

Te zien is dat het spanningsveld inderdaad overeenkomt met de situatie van enkele buiging.



Figuur 2.15: 2D plot rekken

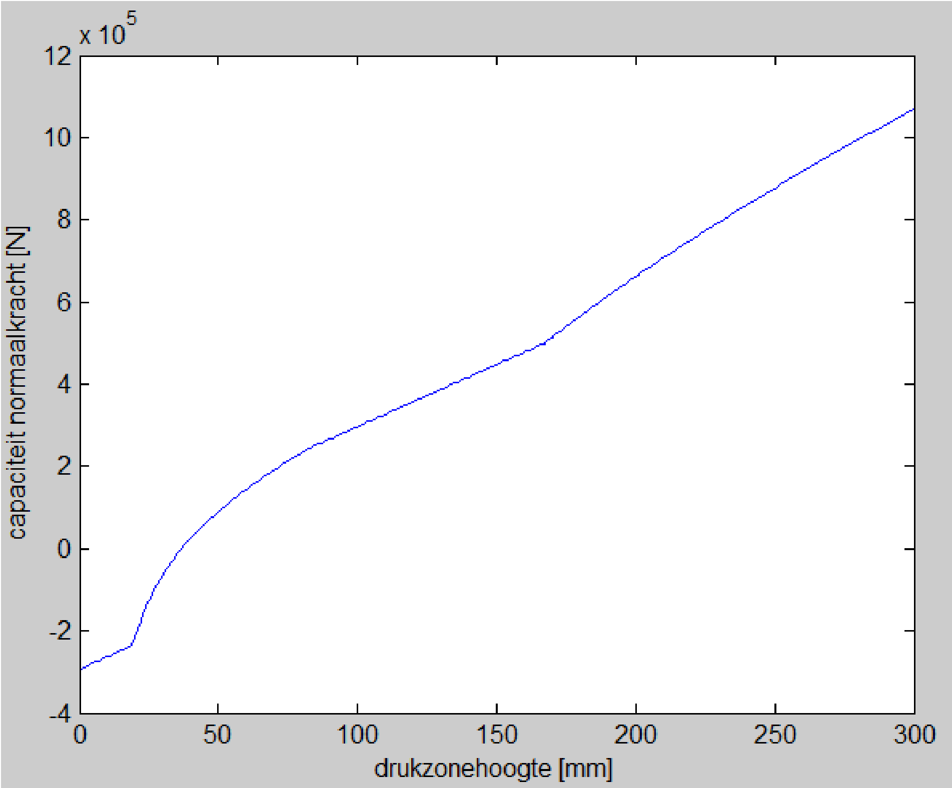
2.6 Analogie met enkele buiging en normaalkracht

Opnieuw wordt dezelfde situatie beschouwd als in de voorgaande paragraaf, dit keer met normaalkracht. De situatie met enkele buiging en normaalkracht is moeilijk met de hand uit te rekenen, daarom bestaat er een interactiediagram. Verkregen moment en normaalkracht kunnen in doormiddel van de interactiediagram worden gebruikt om de benodigde wapeningspercentage af te lezen, vervolgens kan de benodigde wapeningspercentage worden vergeleken met de echte wapeningspercentage.

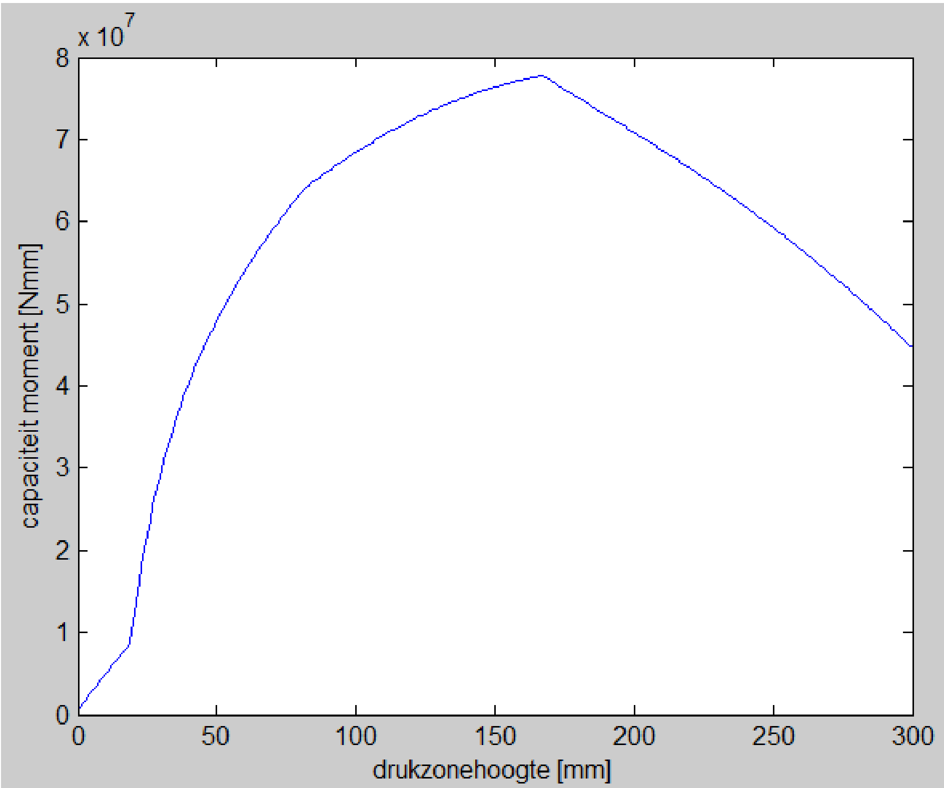
In bron [2], kan de interactiediagram voor c/h=0,1 worden gevonden. Deze interactiediagram is overgenomen van bron [2] en is te vinden na 3 bladzijden.

$$\frac{c}{h} = 0{,}1 \rightarrow c = 0{,}1 * 300 = 30mm$$

De dekking is dus 30 mm. Verder gaat het interactiediagram uit van twee gelijke sets wapening, één onderin en één bovenin van Dus moet er opnieuw worden gerekend met de volgende wapeningsconfiguratie: [**y z d**] =[30 30 12; 30 270 12; 100 30 12; 100 270 12; 170 30 12; 170 270 12]. Dit leidt tot de volgende output:



Figuur 2.16: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 2.17: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Hiermee kunnen de benodigde parameters worden bepaald:

$$optimale\ drukzonehoogte: x_{\mu} = 167\ mm$$

$$momentcapaciteit: M = 77{,}7\ kNm$$

$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 498{,}7\ kN$$

$$n_{ed} = \frac{N_{ed}}{b * h * f_{cd}} = \frac{498{,}7 * 10^3}{200 * 300 * 20} = 0{,}42$$

$$m_{ed} = \frac{M_{ed}}{b * h^2 * f_{cd}} = \frac{77{,}7 * 10^6}{200 * 300^2 * 20} = 0{,}22$$

Nu kan in het interactiediagram op de volgende bladzijde worden afgelezen:

$$\psi = 0{,}13$$

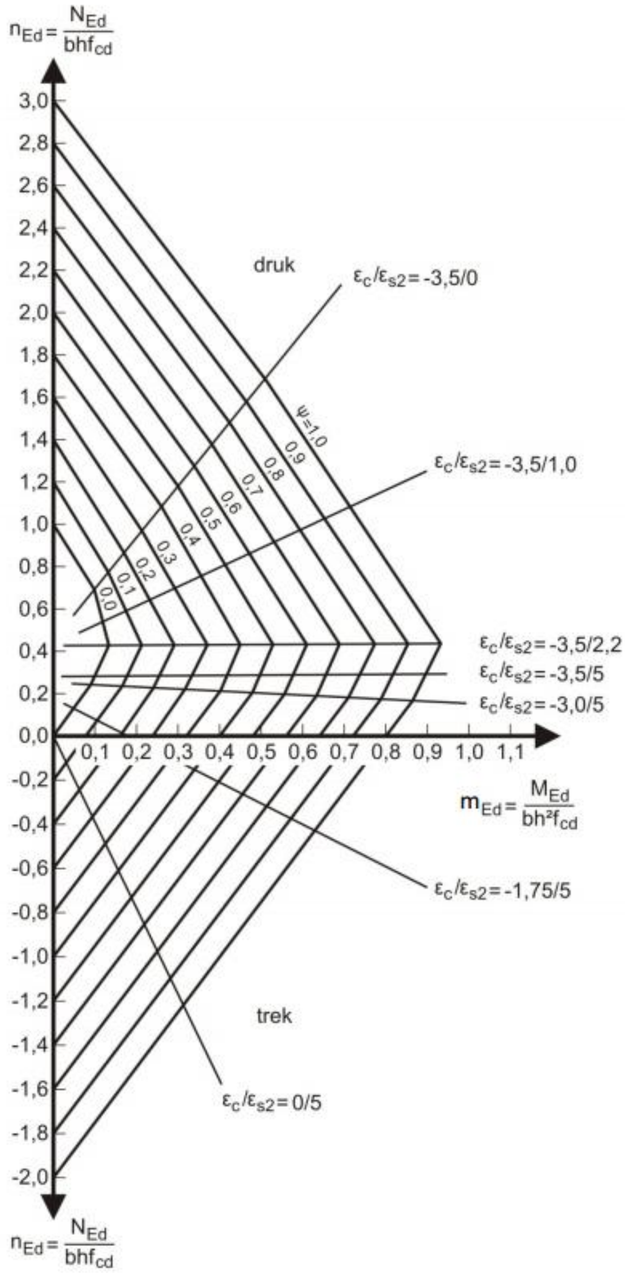
Daarmee kan het benodigde wapeningspercentage worden uitgerekend:

$$\rho_{benodigd} = \psi * \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0{,}13 * \left(\frac{20}{435}\right) = 0.0060$$

De werkelijke wapeningspercentage is:

$$\rho_{gegeven} = \frac{A_s}{b * h} = \frac{3 * 6^2 * \pi}{200 * 300} = 0{,}0057$$

De interactiediagram en numerieke methode komen goed overeen. De interactiediagram is echter onhandig om in dit rapport te gebruiken, omdat er gemakkelijk afleesfouten mee worden gemaakt. Het ligt dan ook voor de hand in de rest van het rapport de interactiediagram buiten beschouwing te laten en gebruik te maken van de numerieke methode voor enkele buiging en normaalkracht.



Figuur 2.18: interactiediagram

Om te bepalen wat de relatieve fout is van de output van de numerieke methode, wordt er nog een check gedaan op kracht en momentevenwicht. Hiervoor is weer een tabel nodig met de spanning in de wapening en de arm van de wapening ten opzichte van de neutrale lijn.

Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Afstand tot neutrale lijn [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	30	12	121	435
2	100	30	12	121	435
3	160	30	12	121	435

Tabel 2.3: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

Nu kan een check worden gedaan op kracht en momentevenwicht:

$$\sum F = 0 \; \rightarrow N + \sum \sigma_{si} A_{si} - F_c = N + 3 * \sigma_{si} * A_{si} \; - \; \beta * f_{cd} * x_\mu * b$$
$$= \big((358 * 10^3) + (3 * 435 * 36 * \pi) - (0.75 * 20 * 167 * 200)\big) * 10^{-3} = 4{,}6\; kN$$
$$\rightarrow OK$$

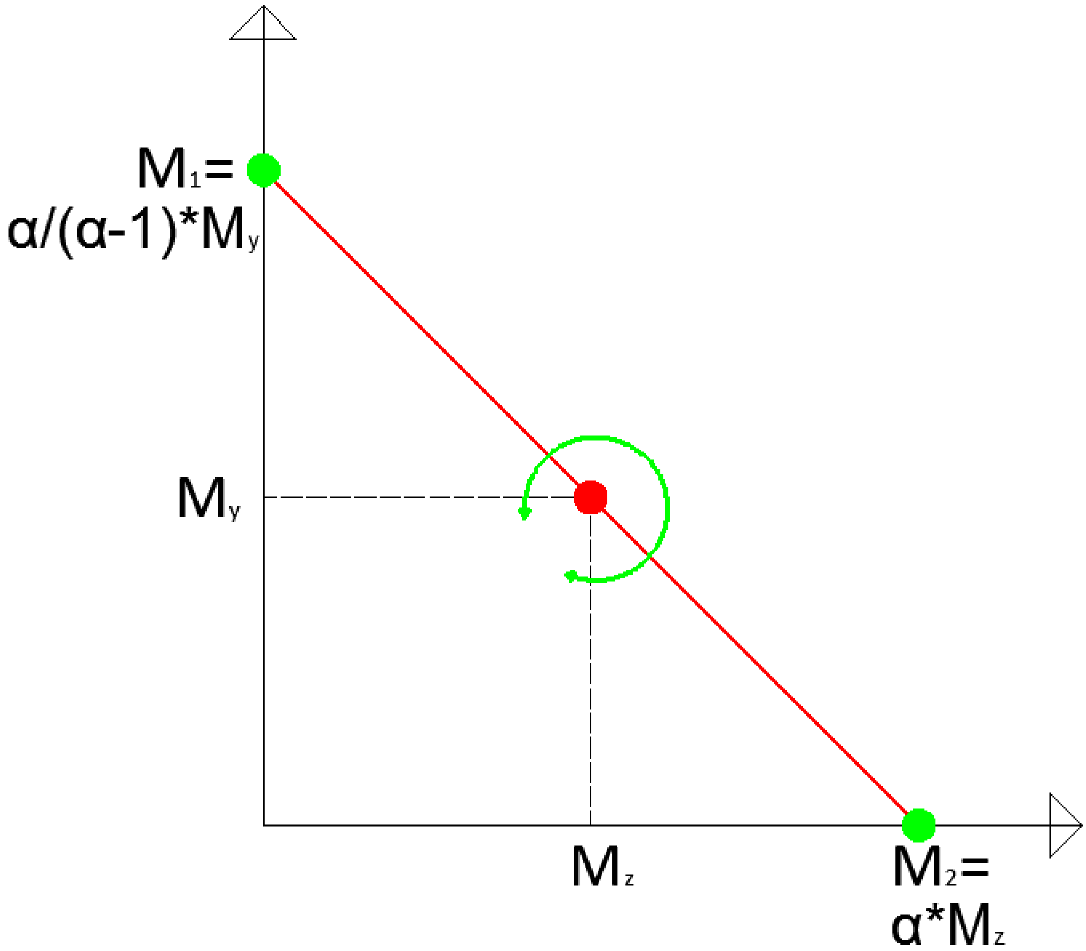
$$\sum M = 0 \; \rightarrow M - (d_s * 3 * \sigma_{si} * A_{si}) - \left(\frac{h}{2} - \alpha * x_\mu\right) * F_c$$
$$= 61 - (121 * 3 * 435 * 36 * \pi * 10^{-6}) - (150 - 0.39 * 167)$$
$$* (0.75 * 20 * 167 * 200 * 10^{-6}) = \; 61 - 17{,}9 - 42{,}5 = 0{,}6 \; kNm \; \rightarrow OK$$

De relatieve fout is ongeveer 1% voor zowel het krachtenevenwicht als het momentevenwicht. Deze fout heeft zowel te maken met afrondfouten in bovenstaande berekening alsook het feit dat de elementen niet oneindig klein zijn (elementgrootte is 1 mm bij 1 mm). Een andere aspect dat voor fouten zorgt is het feit dat de drukzonehoogte wordt gegeven in hele getallen. Dit is gedaan om de rekentijd van de computer beperkt te houden.

HOOFDSTUK 3: VERGELIJKING ULS MODEL MET NEN NORM

3.1 Dubbele buiging volgens de NEN norm

In de inleiding is de NEN norm voor op dubbele buiging belaste kolommen al voor een deel voorbij gekomen. Om het voor een ontwerper gemakkelijk te maken de wapening van op dubbele buiging belaste kolommen met de hand uit te rekenen, schrijft de NEN norm een methode voor waarbij dubbele buiging wordt gereduceerd tot twee onafhankelijke situaties van enkele buiging. De kolom moet dan weerstand bieden tegen beide situaties afzonderlijk. Om de methode aan de veilige kant te houden, moeten de losgekoppelde momenten worden vermenigvuldigd met een hulpfactor. Onderstaande figuur illustreert dit.



Figuur 3.1: illustratie van de dubbele buiging berekening volgens de NEN norm

De afzonderlijke momenten M_y en M_z worden dus vermenigvuldigd met een hulpfactor alfa:

$$M_1 = \frac{\alpha}{\alpha - 1} * M_y$$

$$M_2 = \alpha * M_z$$

De ontwerper is vrij om de factor alfa naar eigen inzicht te kiezen. Er zijn nu twee onafhankelijke situaties van enkele buiging en normaalkracht:

- M_1 $en\ normaalkracht\ N$
- M_2 $en\ normaalkracht\ N$

Als de wapening van de kolom aan beide situaties afzonderlijk voldoet, is er voldaan aan de voorgeschreven NEN norm.

3.2 Oplossingsstrategie

In hoofdstuk twee zijn twee voorbeelden gegeven: ULS model voor dubbele buiging en ULS model voor enkele buiging. Deze twee modellen zullen in dit hoofdstuk tot één code worden samengevoegd, zodat de computer volautomatisch de vergelijking maakt tussen numerieke methode en NEN methode. De output is de bespaarde wapening. De code maakt enkele stappen die onderstaand worden toegelicht.

1	Gegeven is een kolomafmeting, de wapeningsconfiguratie en de eigenschappen van het beton en wapeningsstaal.
2	De numerieke methode rekent op basis van bovenstaande gegevens voor dubbele buiging uit bij welke drukzonehoogte de momentcapaciteit maximaal is en de daarbij behorende normaalkracht. Deze belastingcombinatie (N,M) is één van de combinaties waar de kolom in staat is weerstand tegen te bieden.
3	M wordt nu ontleed in M_y en M_z. Gegeven hulpfactor alfa (deze factor wordt iteratief geoptimaliseerd) worden volgens de vermelde formules M_1 en M_2 uitgerekend.
4	Nu gaat de computer verder met de twee situaties van enkele buiging. Voor zowel situatie 1 als situatie 2 begint de computer met een diameter gelijk aan de benodigde diameter voor dubbele buiging: $$d_1 = d_2 = d$$
5	Zolang het moment- en normaalkrachtcapaciteit kleiner is dan (N,M_1) voor situatie 1 of (N,M_2) voor situatie 2, worden d_1 respectievelijk d_2 met 2 verhoogd. Over de code zit dus een extra iteratieve laag.
6	Op een gegeven moment vindt de computer d_1 zodat de moment- en normaalkrachtcapaciteit groter is dan (N,M_1) voor enkele buiging om de y as en d_2 zodat de moment- en normaalkrachtcapaciteit groter is dan (N,M_2) voor enkele buiging om de z as. De grootste diameter is maatgevend.
7	De benodigde diameter volgens de numerieke methode is d en de benodigde diameter volgens NEN norm is nu ook bekend: $\max(d_1,d_2)$. De bespaarde wapening kan nu gemakkelijk worden uitgerekend: $$bespaarde\ wapening = \left(\frac{aantal\ staven * \pi * 0.25 * \max(\mathrm{d}_1, d_2)^2}{aantal\ staven * \pi * 0.25 * d^2} - 1\right) * 100\% = \left(\frac{\max(d_1, d_2)^2}{d^2} - 1\right) * 100\%$$

3.3 Drie stap iteratie om de rekentijd te beperken

In hoofdstuk twee rekende de computer voor iedere drukzonehoogte (van 0 tot en met de maximaal mogelijke drukzonehoogte) uit wat de moment- en normaalkrachtcapaciteit is. De output waren twee diagrammen: moment als functie van de drukzonehoogte en normaalkracht als functie van de drukzonehoogte. Dit proces kost gemiddeld 5 minuten aan rekentijd. In dit hoofdstuk zijn deze diagrammen niet nodig, daarnaast komt er een extra iteratieve laag om de code: de diameter wordt voor twee situaties geïtereerd tot de juiste diameter is gevonden. Stel dat er tweemaal vijf keer de diameter geïtereerd moet worden, de rekentijd loopt dan op tot 10*5 = 50 minuten! Er is dus een slimme methode nodig zodat er voor iedere iteratie van de diameter, de juiste drukzonehoogte zo snel mogelijk gevonden wordt zonder dat alle drukzonehoogtes uitgerekend hoeven te worden. Om dit doel te bereiken is een drie stap iteratie methode opgesteld om snel de juiste drukzonehoogte te vinden. Onderstaande figuur geeft deze methode weer.

```
if N(v)>Nopt && key==2
  xopt=x(v);
  N1=N(v);
  M1=M(v);
  break
elseif key==2
    x(v+1)=x(v)+1;
elseif v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v) && key==1
  if N(v-1)>Nopt
  xopt=x(v-1);
  N1=N(v-1);
  M1=M(v-1);
  break
  else
  x(v+1)=x(v)+1;
  key=2;
  end
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
elseif v>2 && M(v)<M(v-1)
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
else
  x(v+1)=x(v)+10;
end
```

Figuur 3.2: drie stap iteratiemethode

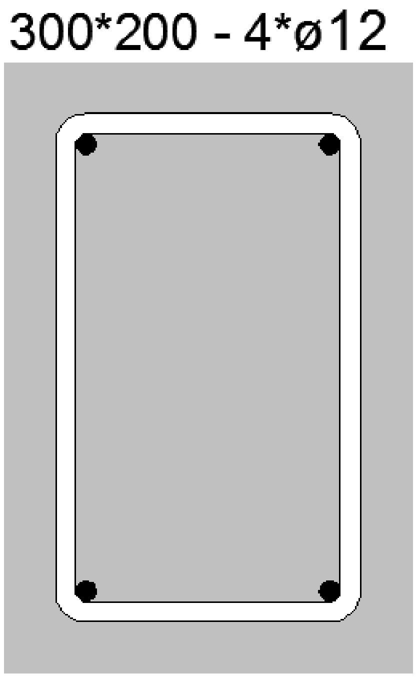
Begonnen wordt met key==0. In hoofdstuk 2 is reeds duidelijk geworden dat de momentcapaciteit een parabolisch verloop kent, dus er bestaat $M(x_\mu)$ zodat:

$$M(x_\mu) > M(x_\mu - 1) \; en \; M(x_\mu) > M(x_\mu + 1)$$

Hier wordt in deze code gebruik gemaakt. Zolang $M(x_\mu) > M(x_\mu - 1)$ blijft key==0. De drukzonehoogte wordt dan telkens verhoogd met +10 om snelle stappen te maken. Op een geven moment is de top gepasseerd en geldt dus: $M(x_\mu) < M(x_\mu - 1)$. Nu wordt key==1 geactiveerd en gaat de drukzonehoogte met een stapgrootte van -1 omlaag. Op een gegeven moment is er voldaan aan de conditie $M(x_\mu) > M(x_\mu - 1) \; en \; M(x_\mu) > M(x_\mu + 1)$, hiermee is de drukzonehoogte gevonden waarvoor de momentcapaciteit maximaal is. Nu is het doel nog niet bereikt want de capaciteit moet aan twee voorwaarden voldoen: (M_1 of M_2,N). Als de normaalkrachtcapaciteit kleiner is dan N, wordt key==2 geactiveerd en gaat de drukzonehoogte met een stap van +1 omhoog, tot de normaalkrachtcapaciteit groter is dan N. De hierbij behorende momentcapaciteit moet groter zijn dan M_1 respectievelijk M_2, zolang dit niet het geval is wordt de diameter met +2 verhoogd totdat de juiste diameters d_1 respectievelijk d_2 gevonden zijn. De bespaarde wapening kan nu eenvoudig worden bepaald zoals voorgaand uitgelegd.

3.4 Voorbeeldvergelijking

De volledige Matlab code om de vergelijking te maken met de NEN norm is te vinden in *bijlage J*. Er wordt nu een voorbeeld gegeven om de output die het model geeft te verduidelijken. Hiervoor wordt de doorsnede van 300*200 uit hoofdstuk 2 gebruikt.



Figuur 3.3: beschouwde doorsnede

Er wordt weer gebruikt gemaakt van betonsterkteklasse C30/37 en wapeningsstaal B500. Ook de wapeningsconfiguratie is ongewijzigd: [**y z d**] = [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]. De momentverhouding is weer 3/2. De Onderstaande figuur illustreert een typische sequentie die door de drie stap iteratie wordt gegenereerd.

```
x =

  Columns 1 through 18

     1    11    21    31    41    51    61    71    81    91   101   111   110   109   108   107   106   105

  Columns 19 through 30

   104   103   102   101   100    99    98    99   100   101   102   103
```

Figuur 3.4: een sequentie van de drie stap iteratie methode

De optimale drukzonehoogte is dus 98 mm. De drukzonehoogte waarbij ook aan de normaalkracht eis is voldaan is 103 mm. In plaats van $(200^2 + 300^2)^{0.5} = 361$ drukzonehoogtes waarvoor de moment- en normaalkrachtcapaciteit moeten worden uitgerekend, gebeurt het in dit geval dus dertig maal. Hiermee wordt de verwachte rekentijd van 50 minuten flink gereduceerd, de gemiddelde rekentijd blijkt rond de 5 minuten te liggen.

Nu wordt de output beschouwd:

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 466521.8129 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 41472215.0903 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 27648143.3935 Nmm
----
alfa is: 1.87
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 466521.8129 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 89141427.8377 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 51702028.1459 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 477350.6363 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 90305215.4533 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 471696.8362 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 52467151.2394 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

Figuur 3.5: output Matlab code voor vergelijking met NEN norm

De eerste vier regels betreffen de output van de numerieke methode voor dubbele buiging. De momentcapaciteit is al ontleed in M_y en M_z. Het programma heeft dus voor dubbele buiging uitgerekend bij welke drukzonehoogte de momentcapaciteit maximaal is en welke normaalkracht daarbij hoort. De volgende vier regels betreffen de omzetting naar parameters om de NEN norm te gebruiken:

$$M_1 = \frac{\alpha}{\alpha - 1} * M_y$$

$$M_2 = \alpha * M_z$$

De geoptimaliseerde hulpfactor alfa is in dit geval 1,87. De drie regels die hierna volgen betreft de eerste situatie: enkele buiging om de y as. De computer heeft uitgerekend dat bij een diameter van 18 mm de moment- en normaalkrachtcapaciteit groter zijn dan wat de NEN norm voor situatie 1 eist (vergelijk regel 10 met regel 6 en vergelijk regel 11 met regel 7). De op één na laatste drie regels betreffen situatie twee: enkele buiging om de z as.

De ingevoerde wapening heeft een diameter van 12 mm. Voor beide situaties van enkele buiging is volgens de NEN norm een diameter van 18 mm nodig. de bespaarde wapening door gebruik van de exacte methode is dan:

$$\left(\frac{18^2}{12^2} - 1\right) * 100\% = 125\%$$

Dit is inderdaad wat de laatste regel aangeeft.

3.5 Testopstelling

Om een goed beeld te krijgen van het verschil tussen numerieke methode en NEN methode wordt het voorgaande voorbeeld grootschalig uitgevoerd voor variërende parameters. Er zijn verschillende parameters die van invloed kunnen zijn op het verschil tussen numerieke methode en berekening volgens de NEN norm.

Als eerste de betonsterkteklasse. Om een goede spreiding te hebben, worden voor de vergelijking drie verschillende sterkteklassen geselecteerd:

- C20/25
- C30/37
- C40/50

Wat ook van invloed kan zijn, is de vierkante doorsnedeafmeting. Er worden twee afmetingen geselecteerd:

- 200*200
- 400*400

Naast de vierkante afmeting zou ook de hoogte-breedteverhouding een rol kunnen spelen. Hiervoor worden drie verhoudingen geselecteerd:

afmeting	h/b verhouding
200*200	1
300*200	1.5
400*200	2

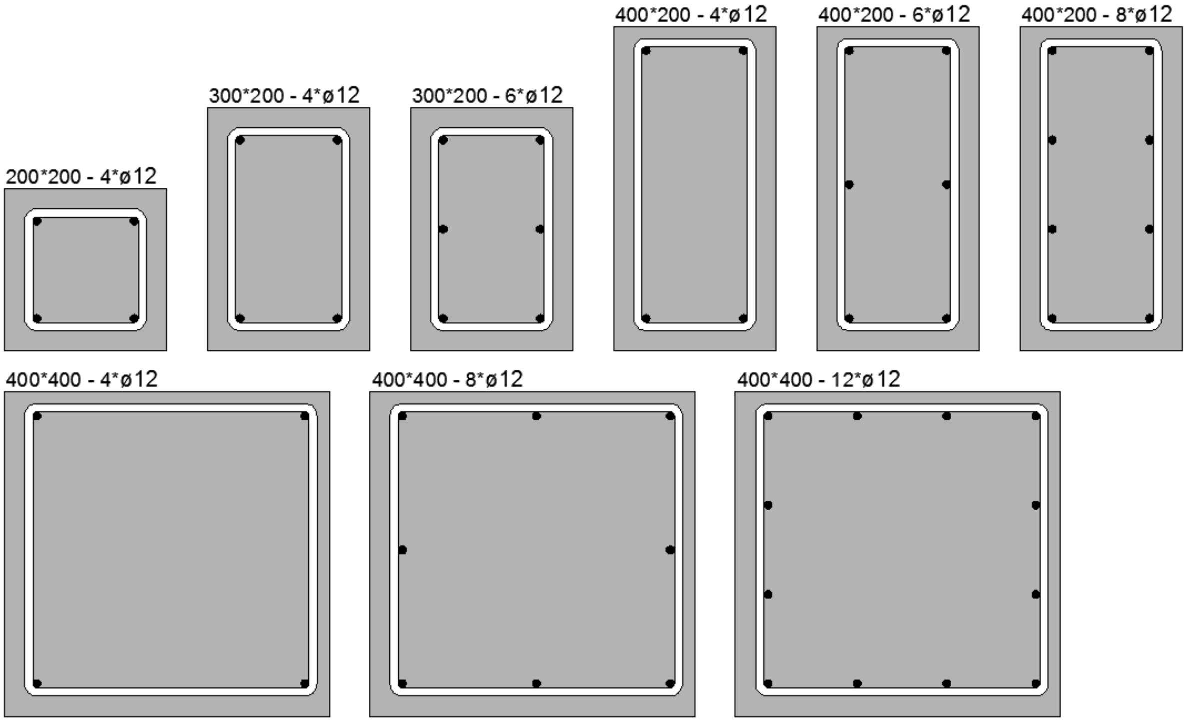
Tabel 3.1: geselecteerde verhoudingen tussen hoogte en breedte

De diameter van de staven is een parameter die van invloed kan zijn op het verschil tussen numerieke methode en NEN methode. Er worden twee diameters gekozen:

- 12 mm
- 20 mm

Daarnaast is het aantal staven en de configuratie van de staven ook een factor waar rekening mee gehouden moet worden. Ook zal er worden gekeken hoe de momentverhouding het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode beïnvloedt.

Bovenstaande overwegingen leiden tot de volgende testopstelling (voor de drie genoemde betonkwaliteiten).



Figuur 3.6: gebruikte testopstelling

3.6 Resultaten

Voor de testopstelling in de voorgaande paragraaf wordt op gelijke wijze als het voorbeeld in 3.4 een vergelijking gemaakt tussen numerieke methoden en NEN methode. De ruwe output data van ieder berekening zijn te vinden in *bijlage K*. Onderstaande tabellen geven de resultaten.

Legenda:

α = geoptimaliseerde hulpfactor alfa
benodigde diameter volgens NEN methode – bespaarde wapening in %

Meest realistische wapeningsconfiguratie
Niet realistische wapeningsconfiguratie, alleen gebruikt om de structuur van de tabel duidelijk te maken.

C20/25 + B500

Diameter staaf [mm]		12		
Aantal staven		4	6	8
Afmeting [mm^2]	h/b			
200*200	1	α = 2 14 – 36%		
300*200	1,5	α = 1.87 18 – 125%	α = 2 16 – 78%	
400*200	2	α = 1.8 22 – 236%	α = 2 20 – 178%	α = 2.1 18 – 125%

Tabel 3.2: vergelijkingstabel 1

Te zien is dat bovenstaande tabel een mooie structuur heeft. De hoogte-breedteverhouding lijkt een grote invloed te hebben op het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode: het verschil groeit met een grotere verhouding. Een toenemend aantal staven lijkt een positief invloed te hebben op het verschil.

C30/37 + B500

Diameter staaf [mm]		12		
Aantal staven		4	6	8
Afmeting [mm^2]	h/b			
200*200	1	α = 2 14 – 36%		
300*200	1,5	α = 1.87 18 – 125%	α = 2 18 – 125%	
400*200	2	α = 1.75 24 – 300%	α = 2 22 – 236%	α = 2.1 20 – 178%
Aantal staven		4	8	12
400*400	1	α = 2 20 – 178%	α = 2 18 – 125%	α = 2 16 – 78%

Tabel 3.3: vergelijkingstabel 2

In bovenstaande tabel wordt weer bevestigt dat de hoogte-breedte verhouding het verschil doet toenemen, terwijl een groter aantal staven juist een daling van het verschil tot gevolg heeft. De tabel laat weer een mooie structuur zien. Verder laat de tabel ook zien dat een toenemende vierkante afmeting het verschil doet NEN methode en numerieke methode doet toenemen. Gekeken wordt nu hoe de momentverhouding het verschil beïnvloedt. Dit wordt gedaan op basis van de twee configuraties: 200*200, 4*Ø12 voor vierkante doorsneden en 400*200, 8*Ø12 voor rechthoekige doorsneden.

C30/37 + B500

Momentverhouding		h/b	2h/b	4h/b
Afmeting [mm^2] en wapening	h/b			
200*200, 4*Ø12	1	α = 2 14 – 36%	α = 3 14 – 36%	α = 5 14 – 36%
400*200, 8*Ø12	2	α = 2.1 20 – 178%	α = 3.1 18 – 125%	α = 5.1 16 – 78%

Tabel 3.4: vergelijkingstabel 3

Bovenstaande tabel laat zien dat een toenemende momentverhouding geen invloed heeft op vierkante doorsnedes, zo lang de hulpfactor alfa maar wordt geoptimaliseerd. Voor rechthoekige doorsnedes heeft de momentverhouding daarentegen een grote invloed: een toenemende momentverhouding bij rechthoekige doorsnedes doet het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode afnemen.

C30/37 + B500

Diameter staaf [mm]		20		
Aantal staven		4	6	8
Afmeting [mm^2]	h/b			
200*200	1	α = 2 22 – 21%		
300*200	1,5	α = 1.85 26 – 69%	α = 2.1 26 – 69%	
400*200	2	α = 1.75 32 – 156%	α = 2 30 – 125%	α = 2.16 28 – 96%
Aantal staven		4	8	12
400*400	1	α = 2 26 – 69%	α = 2 24 – 44%	α = 2 24 – 44%

Tabel 3.5: vergelijkingstabel 4

Bovenstaande tabel bevestigt de eerdere conclusies betreffende de het aantal staven, vierkante afmeting en hoogt-breedteverhouding. Opgemerkt dient te worden dat bovenstaande tabel identiek is aan de tweede vergelijkingstabel, op het verschil na dat in de tweede vergelijkingstabel de diameter 12 mm is en in bovenstaande tabel 20 mm. Door de tabellen te vergelijken wordt duidelijk dat een toenemende diameter tot gevolg heeft dat het verschil tussen NEN berekening en numeriek methode afneemt.

C40/50 + B500

Diameter staaf [mm]		12		
Aantal staven		4	6	8
Afmeting [mm^2]	h/b			
200*200	1	α = 2 16 – 78%		
300*200	1,5	α = 1.87 20 – 178%	α = 2 20 – 178%	
400*200	2	α = 1.8 26 – 369%	α = 2 24 – 300%	α = 2.1 22 – 236%

Tabel 3.6: vergelijkingstabel 5

Bovenstaande tabel dient voor de vergelijking van de betonsterkteklasse. Door de tabellen C20/25 en Ø12 (vergelijkingstabel 1), C30/37 en Ø12 (vergelijkingstabel 2) en bovenstaande tabel C40/50 en Ø12 (vergelijkingstabel 5) met elkaar te vergelijken wordt duidelijk dat een toenemende betonsterkteklasse het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode doet toenemen. Onderstaande tabel geeft een samenvatting van de gevonden resultaten:

parameter neemt toe:	**verschil tussen berekening volgens NEN norm en numerieke methode wordt:**
h/b verhouding	groter
aantal staven	kleiner
wapeningsdiameter	kleiner
vierkante afmeting	groter
betonsterkteklasse	groter
momentverhouding, vierkante doorsnede	geen invloed
momentverhouding, rechthoekige doorsnede	kleiner

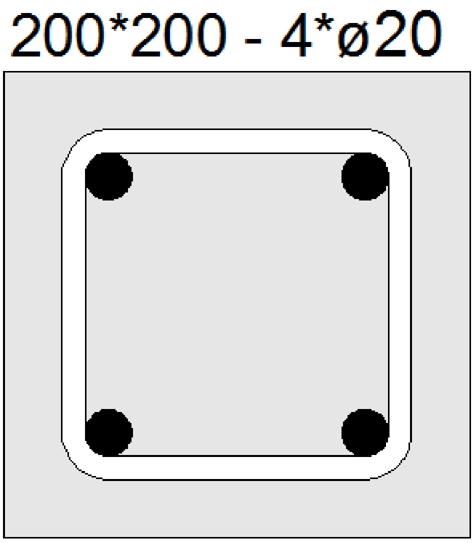
Tabel 3.7: beïnvloeding van het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode door de verschillende parameters

3.7 Een realistische range voor het verschil tussen de berekening volgens de NEN norm en de numerieke methode

In de vorige paragraaf is duidelijk geworden hoe de verschillende parameters het verschil tussen de berekening volgens de NEN norm en de numerieke methode beïnvloeden. Met die kennis worden in deze paragraaf verschillende representatieve doorsnedes geoptimaliseerd om een realistische range te geven voor het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode.

a) Doorsnede met minimale belastingcapaciteit

Als eerste wordt gekeken naar een doorsnede met minimale belastingcapaciteit, representatief voor lichtere constructies:



Figuur 3.7: beschouwde doorsnede

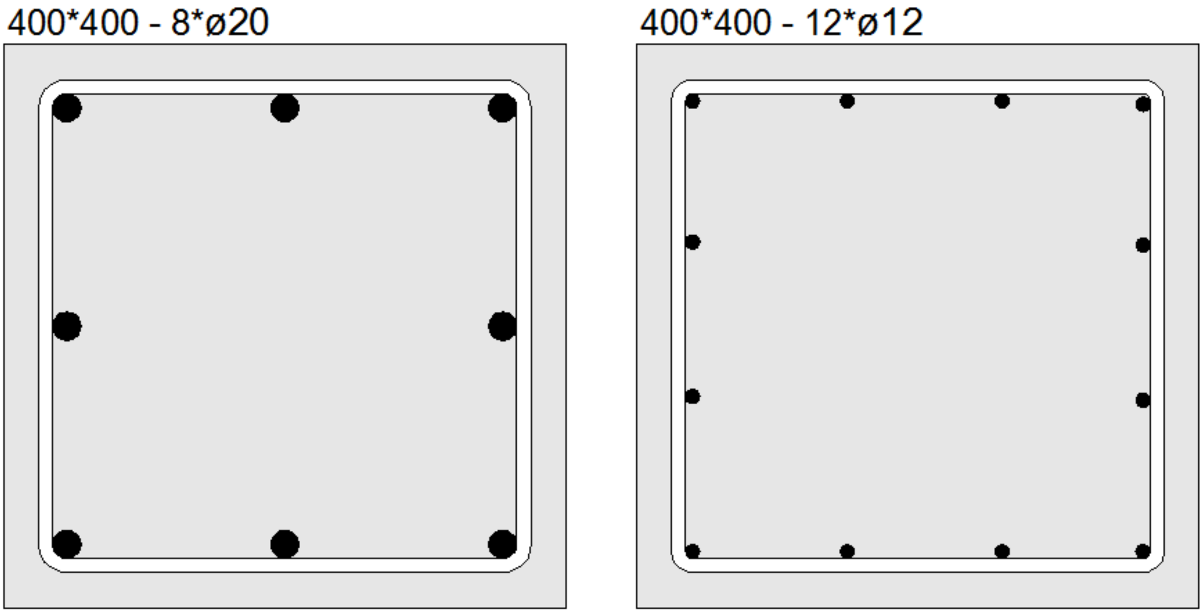
Deze doorsnede moet een minimumwaarde geven voor het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode. Gekozen wordt dan ook voor een lage betonsterkteklasse: C16/20. Meer dan vier staven passen niet in deze doorsnede, dus daar kan niet mee worden gespeeld. Gekozen wordt voor een zo groot mogelijk diameter, waarbij de configuratie nog wel realistisch blijft: 20 mm. Verder is de kolom vierkant, waardoor de momentverhouding geen invloed heeft. Deze configuratie is niet eerder uitgerekend, onderstaande tabel geeft de resultaten:

configuratie	wapening	resultaat
200*200, 4*Ø20, C16/20, B500	[40 40 20; 40 160 20; 160 40 20; 160 160 20]	α = 2 22 – 21%

Geconcludeerd kan worden dat wanneer alle parameters zo gunstig mogelijk worden genomen (zo laag mogelijke betonsterkteklasse, zo klein mogelijke vierkante afmeting, zo hoog mogelijke diameter en zoveel mogelijk staven), het verschil tussen NEN methode en numerieke methode het kleinst is: 21%. Daarmee kan ook worden geconcludeerd dat de NEN methode in alle gevallen conservatief is.

b) Gemiddelde doorsnede

Wordt er gekeken naar een gemiddelde doorsnede, dan is het interessant om de afmeting 400*400 te beschouwen. Hierbij zijn er twee realistische configuraties mogelijk:



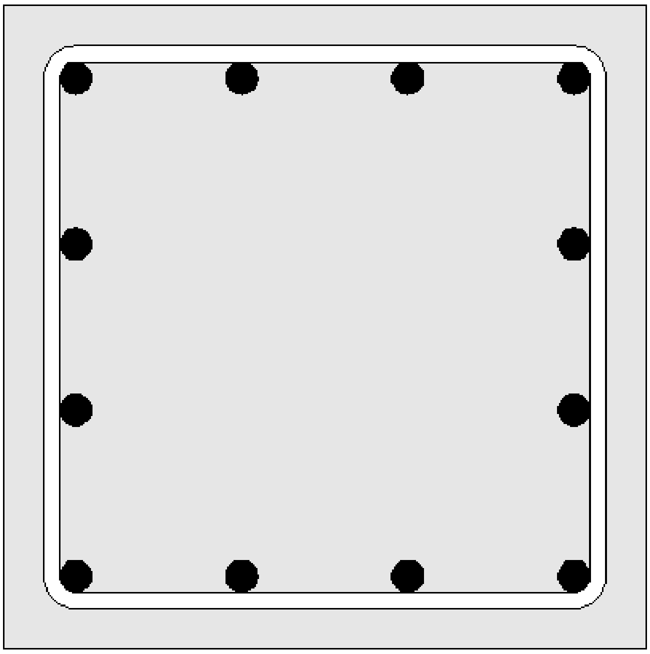
Figuur 3.8: beschouwde doorsnedes

Bekend is dat wanneer de vierkante afmeting toeneemt het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode ook zal toenemen. Dit wordt gecompenseerd door het opvoeren van het aantal wapeningsstaven en/of de diameter. Twee realistische configuraties zijn bijvoorbeeld 8*Ø20 of 12*Ø12. Daarnaast wordt er een gemiddelde betonsterkteklasse genomen: C30/37.

Deze configuraties zijn reeds berekend en af te lezen in de tabellen: het verschil voor de 8*Ø20 configuratie is 44% en het verschil voor de 12*Ø12 configuratie is 78%. Deze kolommen zijn representatief voor gemiddelde tot zwaardere constructies.

c) Doorsnede met hoge betonsterkteklasse

Het is mogelijk dat er een kolom moet worden ontworpen die zo slank mogelijk is, maar wel een zo hoog mogelijke belastingcapaciteit heeft. Er moet in dit geval een hoge betonsterkteklasse worden toegepast, bijvoorbeeld C60/75. Omdat deze hoge betonsterkteklasse het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode significant doet toenemen, moet ook de diameter en/of het aantal staven worden opgevoerd om dit te compenseren. Voor deze berekening wordt weer de afmeting 400*400 beschouwd en gekeken naar de volgende configuratie:



Figuur 3.9: beschouwde doorsnede

Geprobeerd word om de toegenomen verschil met de NEN berekening door het ophogen van de betonsterkteklasse naar C60/75 te compenseren, door het aantal wapeningsstaven op te voeren van 8*Ø20 naar 12*Ø20. Het kan ook anders worden geïnterpreteerd: de diameter wordt verhoogd van 12*Ø12 naar 12*Ø20.

Deze configuratie is nog niet eerder uitgerekend, onderstaand tabel geeft het resultaat. Opgemerkt dient te worden dat de momentverhouding geen invloed heeft op vierkante kolommen, zo lang hulpfactor alfa is geoptimaliseerd. Voor het gemak wordt in dit geval een momentverhouding 1/1 genomen, dan is alfa altijd 2. Verder is er een verandering: voor betonsterkteklasse C60/75 zijn de rekken in de spanning-rek diagram anders, zie *tabel 2.1* Ingevoerd wordt:

$$\varepsilon_{c3} = 1{,}9\text{ ‰ } en\ \varepsilon_{cu3} = 2{,}9\text{ ‰}$$

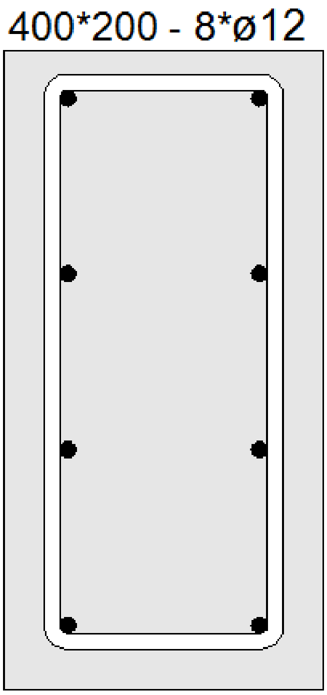
configuratie	wapening	resultaat
400*400, 12*Ø20, C60/75, B500	[40 40 20; 40 150 20; 40 250 20; 40 360 20; 150 40 20; 150 360 20; 250 40 20; 250 360 20; 360 40 20; 360 150 20; 360 250 20; 360 360 20]	α = 2 26 – 69%

Tabel 3.8: verschil tussen NEN berekening en numeriek methode voor hoge betonsterkteklasse

De bovenstaand beschreven configuratie is bijvoorbeeld representatief voor constructies waar zeer hoge belastingen op werken, maar waar tegelijkertijd de ondergrond heel slap is. Het is dan noodzakelijk kolommen te gebruiken die zo licht mogelijk zijn maar tegelijkertijd wel zeer hoge belastingen kunnen opnemen.

d) Doorsnede met grote verhouding tussen hoogte en breedte

Wordt er gekeken naar rechthoekige kolommen, dan zal de momentverhouding een grote rol gaan spelen. Een realistische configuratie is bijvoorbeeld:



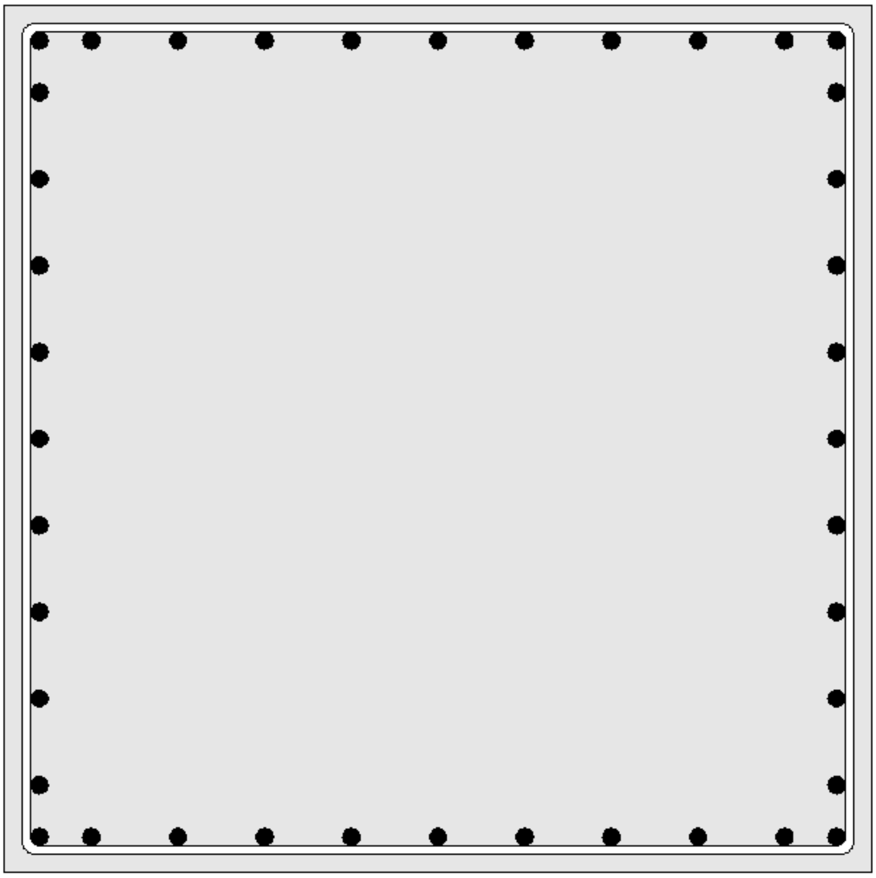
Figuur 3.10: beschouwde doorsnede

Deze doorsnede is in de vorige paragraaf al vergeleken voor verschillende momentverhoudingen: is de verhouding h/b (=2) dan is het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode 178%, wordt de verhouding opgevoerd naar 2h/b (=4) dan wordt het verschil al 125% en wordt de verhouding nog verder opgevoerd naar 4h/b (=8) dan wordt het verschil 78%. Het is dus van groot belang dat een ontwerper de juiste verhouding kiest tussen hoogte en breedte, gegeven de belasting op de kolom. Wanneer de verhouding bijvoorbeeld 2/1 is, dan is bovenstaande kolomafmeting niet efficiënt. Echter bij een momentverhouding van 8/1 lijkt bovenstaande kolomafmeting wel efficiënt te zijn met betrekking tot het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode.

e) massieve vierkante doorsnede

Als laatste wordt er gekeken naar massieve vierkante kolommen, beschouwd wordt de onderstaande configuratie:

1000*1000, 40*Ø20



Figuur 3.11: beschouwde doorsnede

De kolomafmeting is fors toegenomen naar 1000*1000 mm, dus moet het aantal wapeningsstaven worden opgevoerd om dit te compenseren. Gekozen wordt voor 40*Ø20. Verondersteld wordt dat voor een dergelijke kolom een gemiddelde betonsterkteklasse wordt gebruikt: C30/37. Onderstaand de uitvoer:

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 7715244.1831 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 2457169012.6082 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 2457169012.6082 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 7715244.1831 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 4914338025.2163 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 4914338025.2163 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 8620703.2724 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 4932888227.0953 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 8620703.2724 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 4932888227.0964 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 44 %
```

Figuur 3.12: output Matlab code voor vergelijking met de NEN norm

Het opvoeren van het aantal staven heeft goed geholpen, het verschil tussen NEN norm en numerieke methode blijkt 44% te zijn.

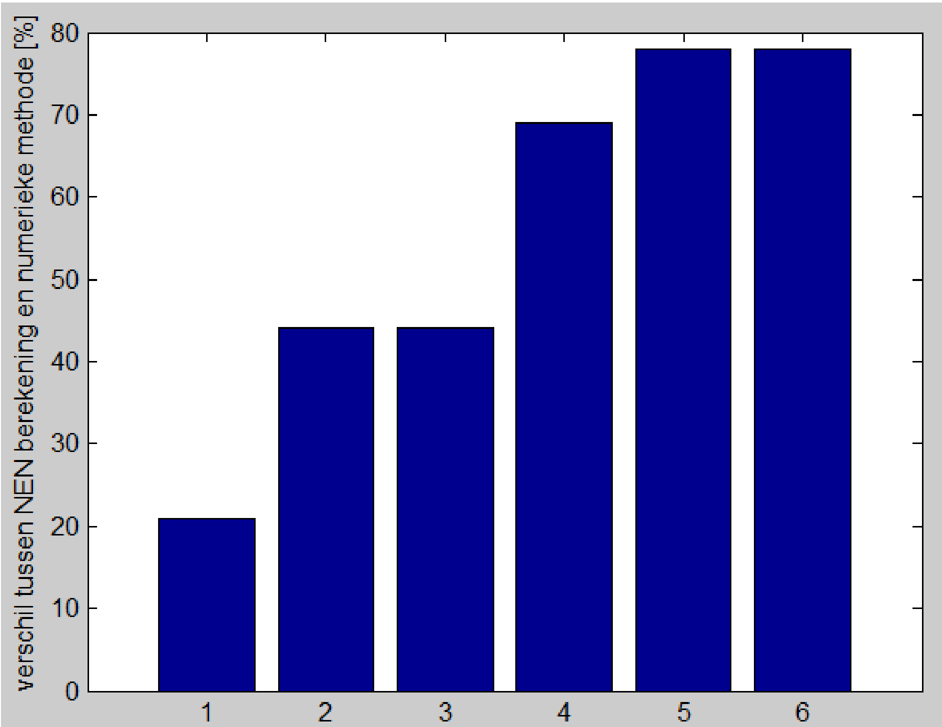
Bovenstaande kolom kan zeer hoge belastingen opnemen: N = 7715 kN en M = 3475 kNm. Het is dan ook representatief voor zwaar belaste constructies.

f) conclusie

In deze paragraaf zijn geoptimaliseerde configuraties geanalyseerd om een schatting te geven in welke range het verschil zit tussen de berekening volgens de NEN norm en de numerieke methode. Daarbij is de volgende dataset verkregen:

{21%, 44%, 78%, 69%, 78%, 44%}

Dit kan ook in een staafdiagram worden afgebeeld:

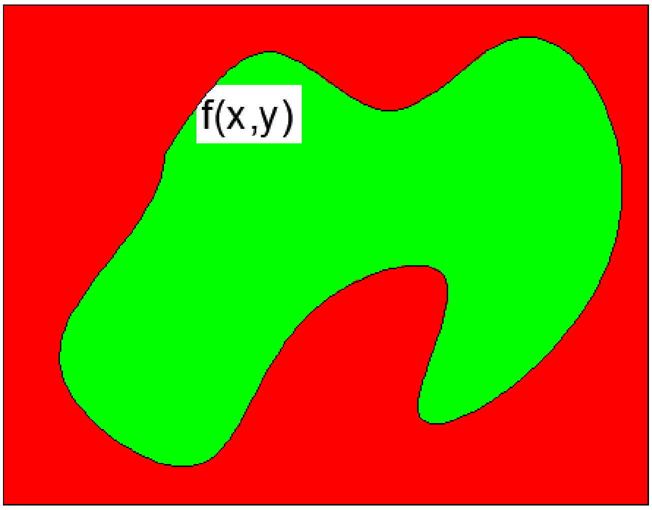


Figuur 3.13: staaf diagram, geeft verschillen tussen NEN berekening en numerieke methode voor geanalyseerde configuraties

Geconcludeerd kan worden dat voor geoptimaliseerde parameters de range voor het verschil tussen de berekening volgens de NEN norm en de numerieke methode 20% tot 80% is. Wanneer één van de parameters niet geoptimaliseerd is, dan zal het verschil omhoog schieten. Verder dient opgemerkt te worden dat de NEN berekening in alle gevallen conservatief is.

HOOFDSTUK 4: NIET RECHTHOEKIGE DOORSNEDEN

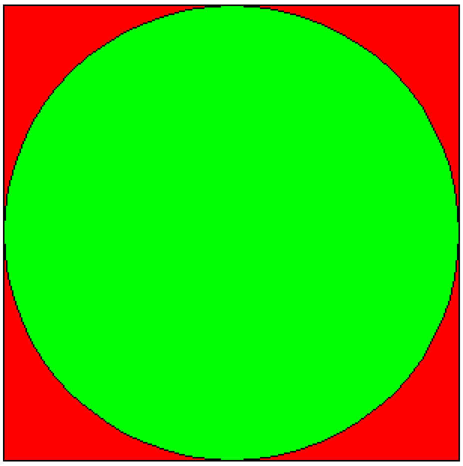
4.1 Algemene doorsnede



Figuur 4.1: een willekeurige doorsnede gescheiden van een rechthoek

Met een ULS model voor een rechthoek kunnen algemene doorsneden worden beschreven. Iedere vorm past immers in een rechthoek en met een voorwaarde kan de vorm van de rechthoek worden gescheiden. In dit hoofdstuk worden enkele vormen behandeld die vaak voorkomen in de betonbouw.

4.2 Cirkelvormige doorsnede



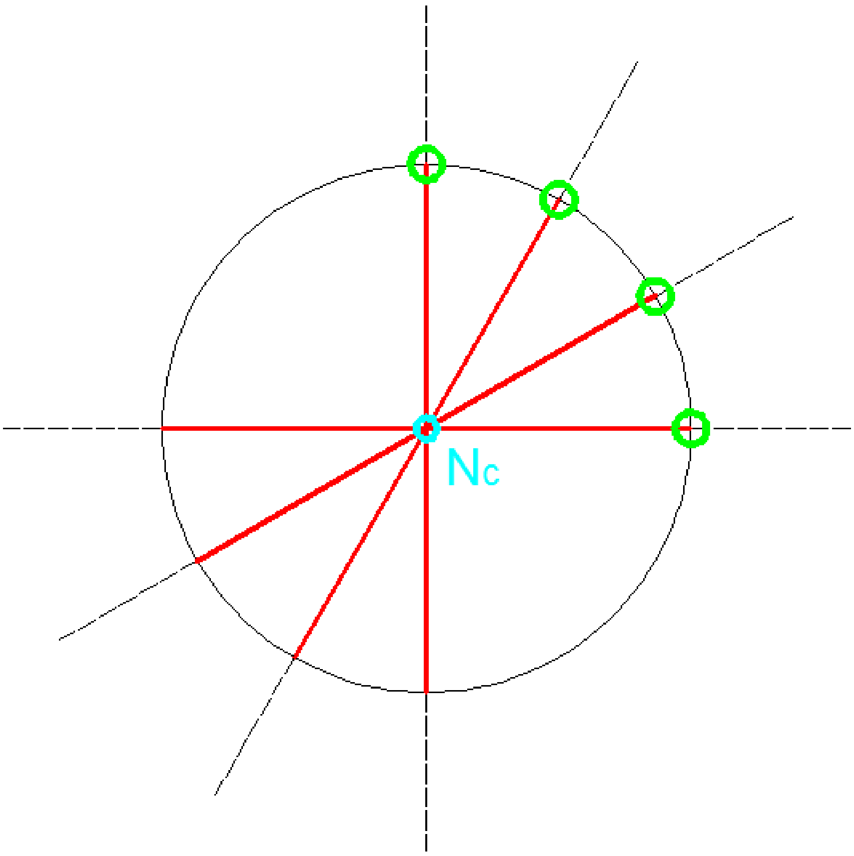
Figuur 4.2: cirkelvormige doorsnede gescheiden van een vierkant

Een cirkel wordt van een vierkant gescheiden door de voorwaarde:

$$y^2 + z^2 \leq r^2$$

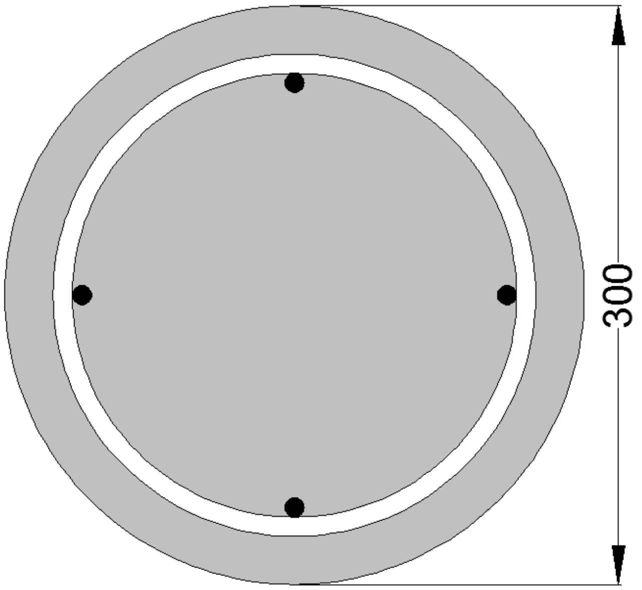
Opgemerkt wordt dat bij de cirkel het assenstelsel afwijkend is. Bij de rechthoek wordt het assenstelsel in de linkeronderhoek gekozen, bij de cirkel wordt het assenstelsel in het middelpunt van de cirkel gekozen. Hierdoor kan de voorwaarde $y^2 + z^2 \leq r^2$ efficiënter worden gebruikt.

Verder is er nog een aanpassing nodig in de code: de stuikwaarde wordt nu niet bereikt in de rechterbovenhoek van de vierkant, maar in een willekeurig rand punt van de cirkel. Dit punt is afhankelijk van de richting van de werklijn en is daarmee ook afhankelijk van de momentverhouding. Onderstaande figuur illustreert dit. De figuur toont verschillende werklijnen die horen bij verschillende momentverhoudingen. Het snijpunt van de rand met de werklijn is het punt waarbij de stuikspanning wordt bereikt.



Figuur 4.3: schematisatie van mogelijke werklijnen en de daarbij behorende punten waar het beton op stuik bezwijkt

De rode lijnen zijn dus de werklijnen die afhankelijk zijn van de momentverhouding. De groen omcirkelde punten zijn dan de punten waar verondersteld wordt dat het beton op stuik bezwijkt. Door de code voor de rechthoek op de genoemde punten aan te passen, wordt de code voor een cirkel verkregen, deze is te vinden in *bijlage C*. Als voorbeeld wordt een cirkelvormige kolom gedemonstreerd met een diameter van 300 mm.

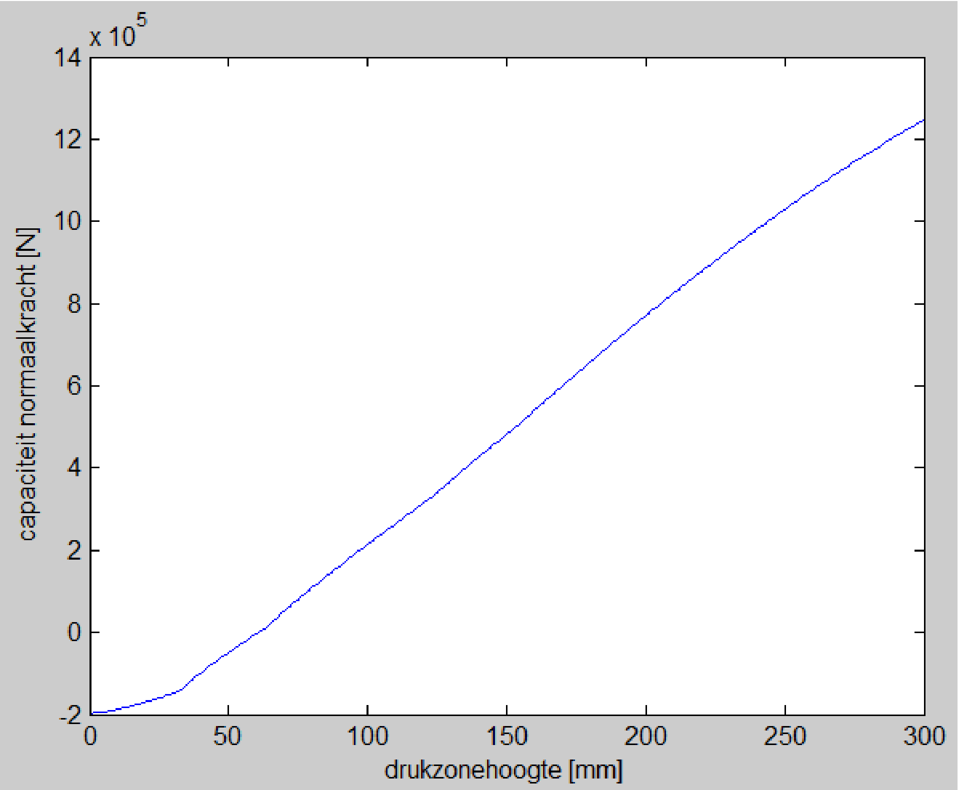


Figuur 4.4: beschouwde doorsnede

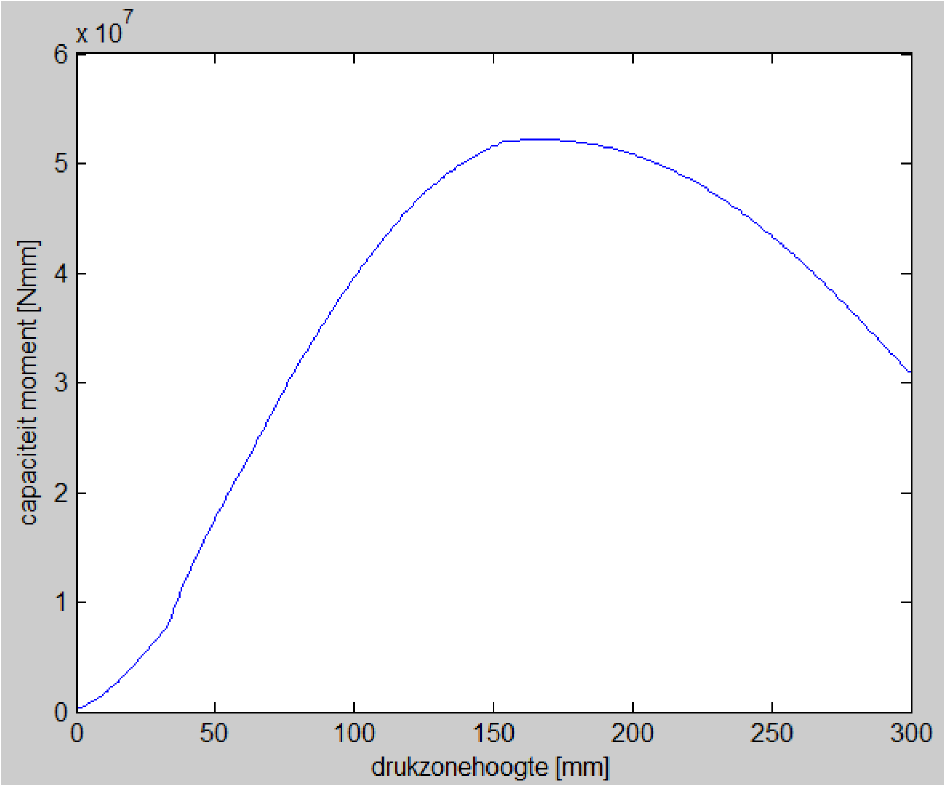
De gekozen betonsterkteklasse is C30/37 en het wapeningsstaal is B500. De wapeningsconfiguratie is [**y z d**] = [40 150 12; 150 260 12; 260 150 12; 150 40 12]. Dit keer wordt gekozen wordt voor een momentverhouding:

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{2}{1}$$

De volgende output wordt dan verkregen:



Figuur 4.5: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 4.6: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

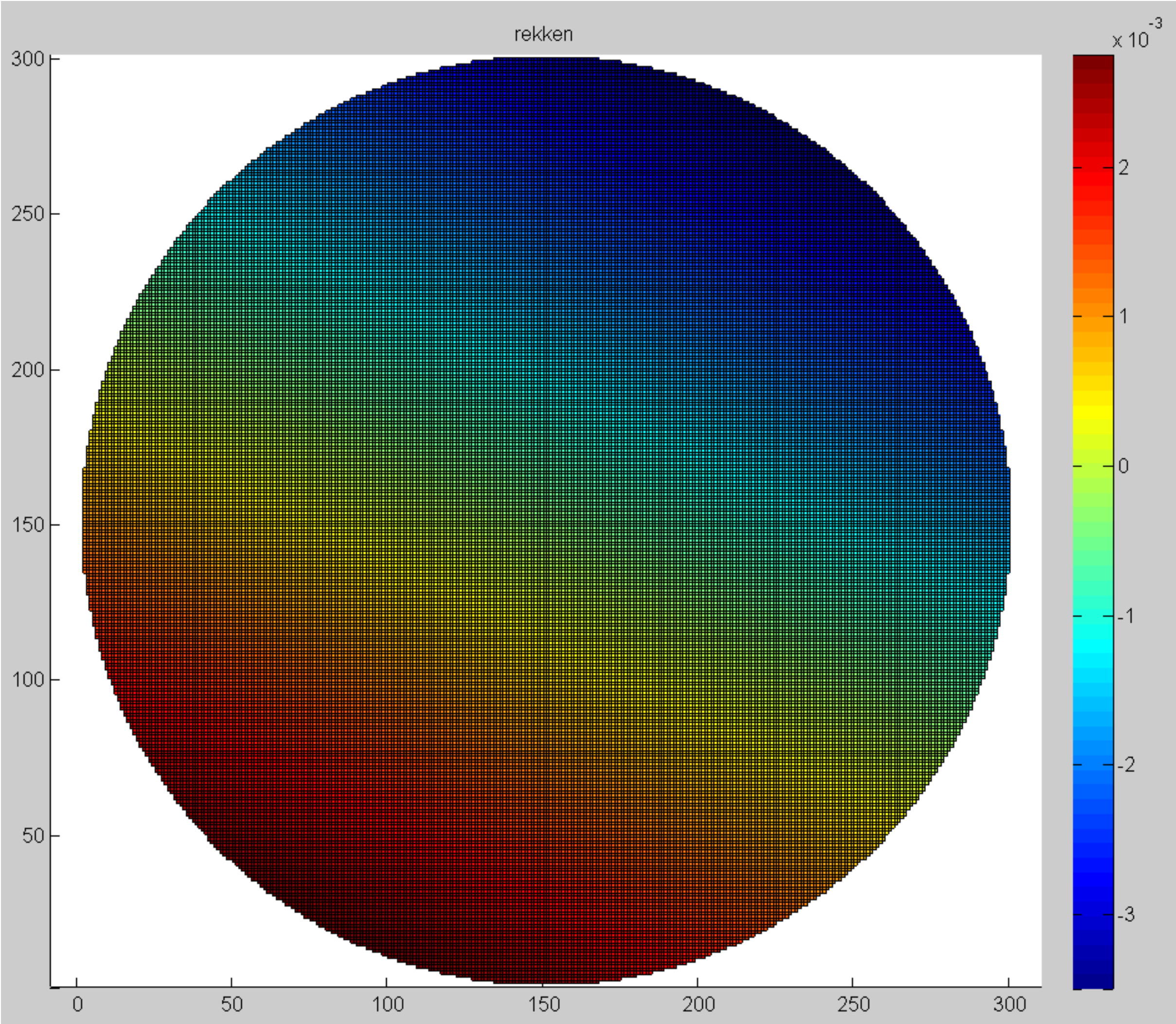
De volgende gegevens worden verkregen met betrekking tot maximale momentcapaciteit:

$$optimale\ drukzonehoogte: x_{\mu} = 167\ mm$$

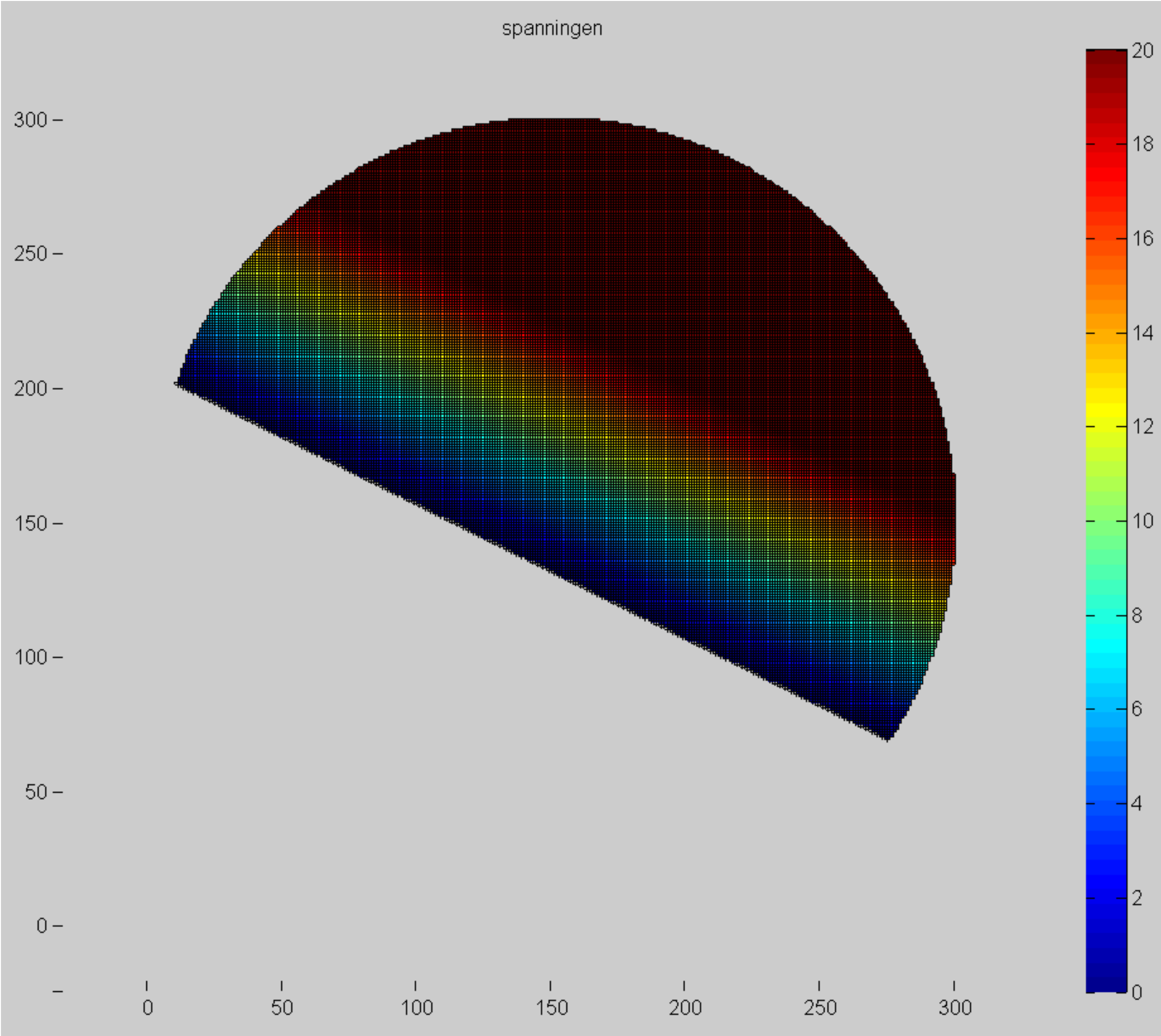
$$momentcapaciteit: M = 52\ kNm$$

$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 582\ kN$$

Voor de optimale drukzonehoogte worden 2D plots gemaakt van de spanningen en de rekken:



Figuur 4.7: 2D plot rekken



Figuur 4.8: 2D plot spanningen

De gekozen momentverhouding is 2/1. De hoek van de werklijn met de horizontale as is dan:

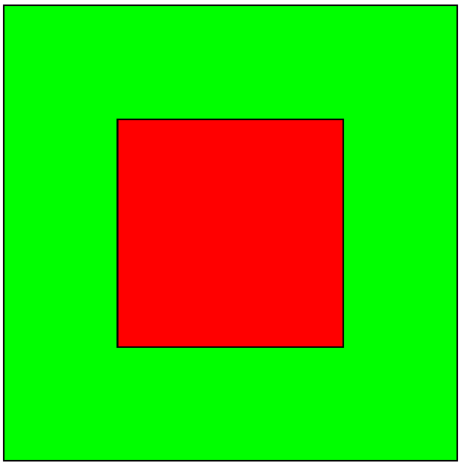
$$\varphi = \tan\left(\frac{2}{1}\right)^{-1} = 63°$$

In de plots is terug te zien dat de werklijn inderdaad een hoek van rond de 60 graden maakt met de horizontale lijn. Verder is het interessant om te kijken naar de spanningen in de wapeningsstaven gegeven de optimale drukzonehoogte:

Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	150	12	141
2	150	260	12	-435
3	260	150	12	-272
4	150	40	12	347

Tabel 4.1: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

4.3 Koker



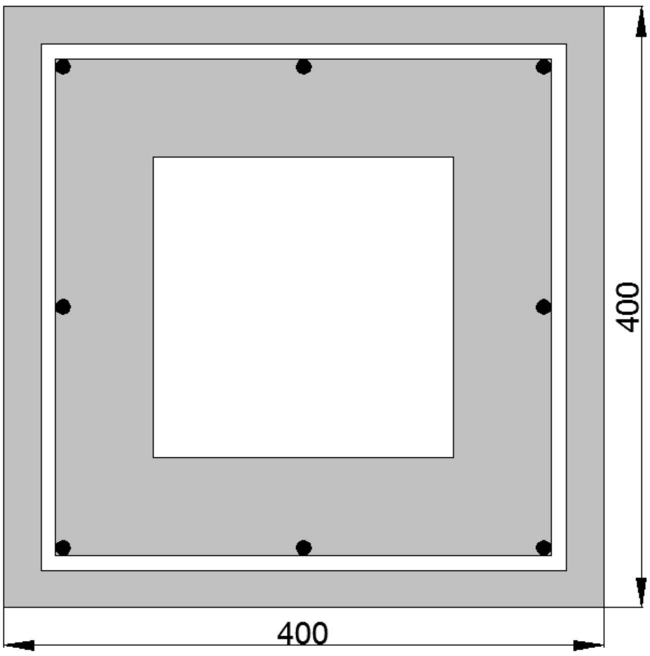
Figuur 4.9: koker gescheiden van de rechthoek

Analoog aan de cirkel kan ook de koker van een rechthoek worden gescheiden door het stellen van voorwaarden. Gegeven is een hoogte h, een breedte b en een dikte t van de koker. Voor een koker is de voorwaarde:

$$[y,z] \notin \{ [y,z] \mid (t < y < (b-t)) \ \cap (t < z < (h-t))\}$$

De ULS code voor rechthoeken behoeft weinig wijziging, omdat de rechterbovenhoek van de koker en rechthoek samenvallen. Omdat de koker en I shape (volgende paragraaf) alleen wat betreft voorwaarde verschillen, zijn de codes gecombineerd. De gezamenlijke Matlab code is te vinden in *bijlage D*.

Als voorbeeld wordt onderstaande kokerprofiel gedemonstreerd.

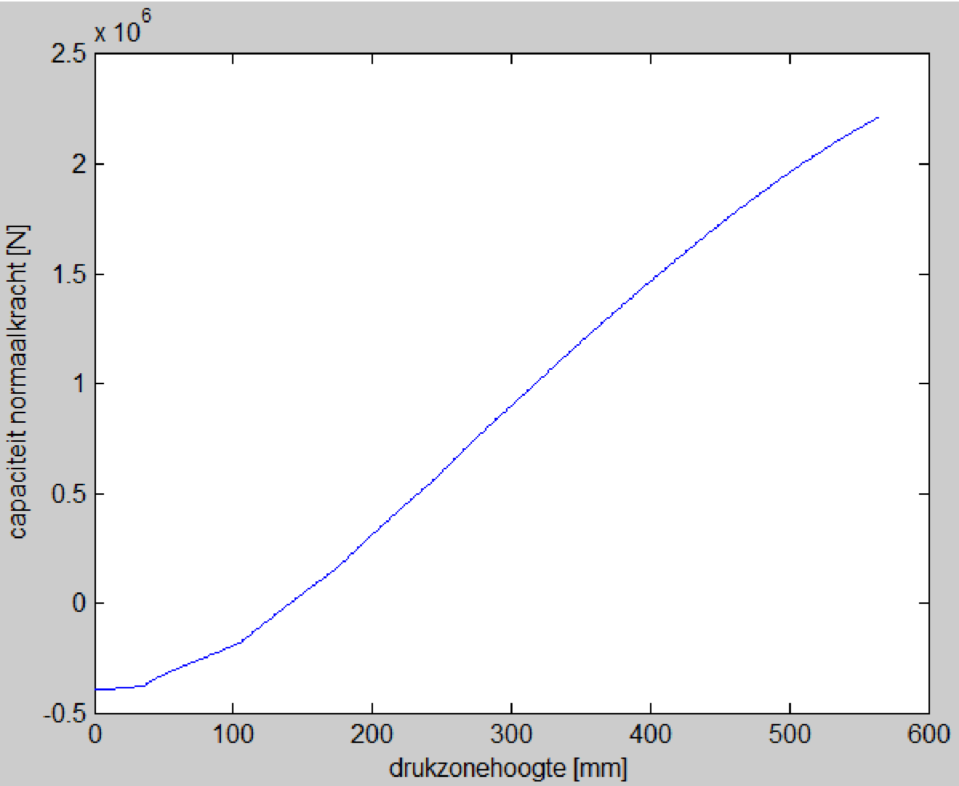


Figuur 4.10: beschouwde configuratie

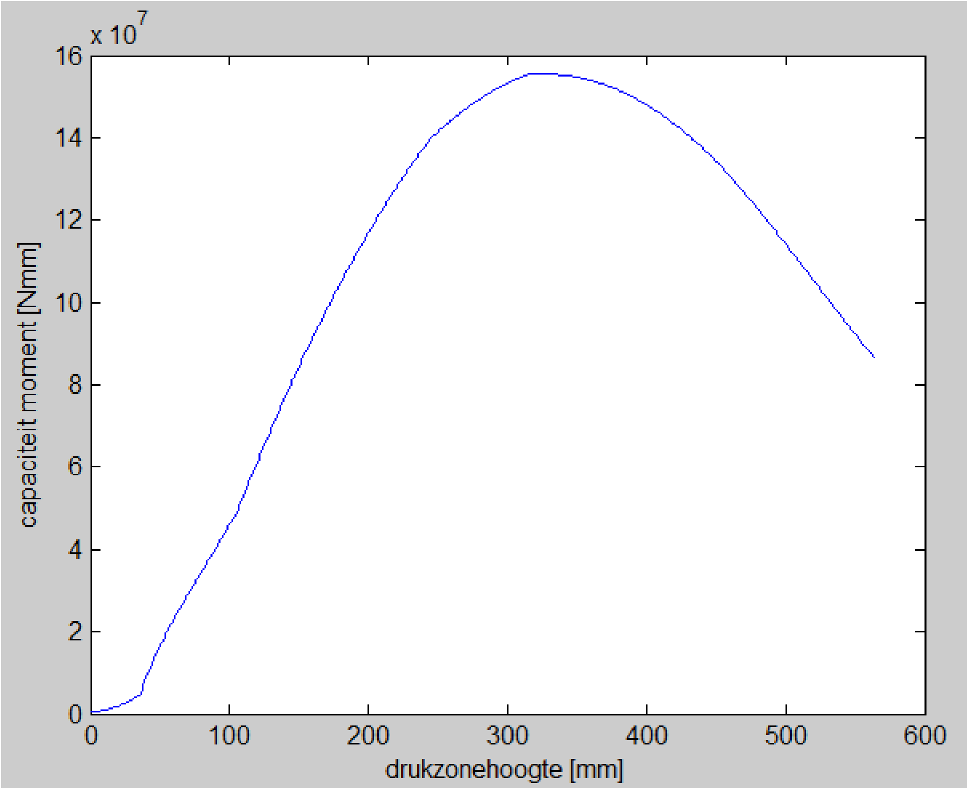
De betonsterkteklasse is C30/37 en het wapeningsstaal is B500. De wapeningsconfiguratie is: [40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 200 40 12; 200 360 12; 360 40 12; 360 200 12; 360 360 12]. De dikte is t=100 mm. Gekozen wordt voor een momentverhouding:

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{1}{1} = \frac{h}{b}$$

De volgende output wordt verkregen:



Figuur 4.11: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 4.12: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Uit de grafieken kan worden afgelezen:

$$optimale\ drukzonehoogte: x_{\mu} = 325\ mm$$

$$momentcapaciteit: M = 156\ kNm$$

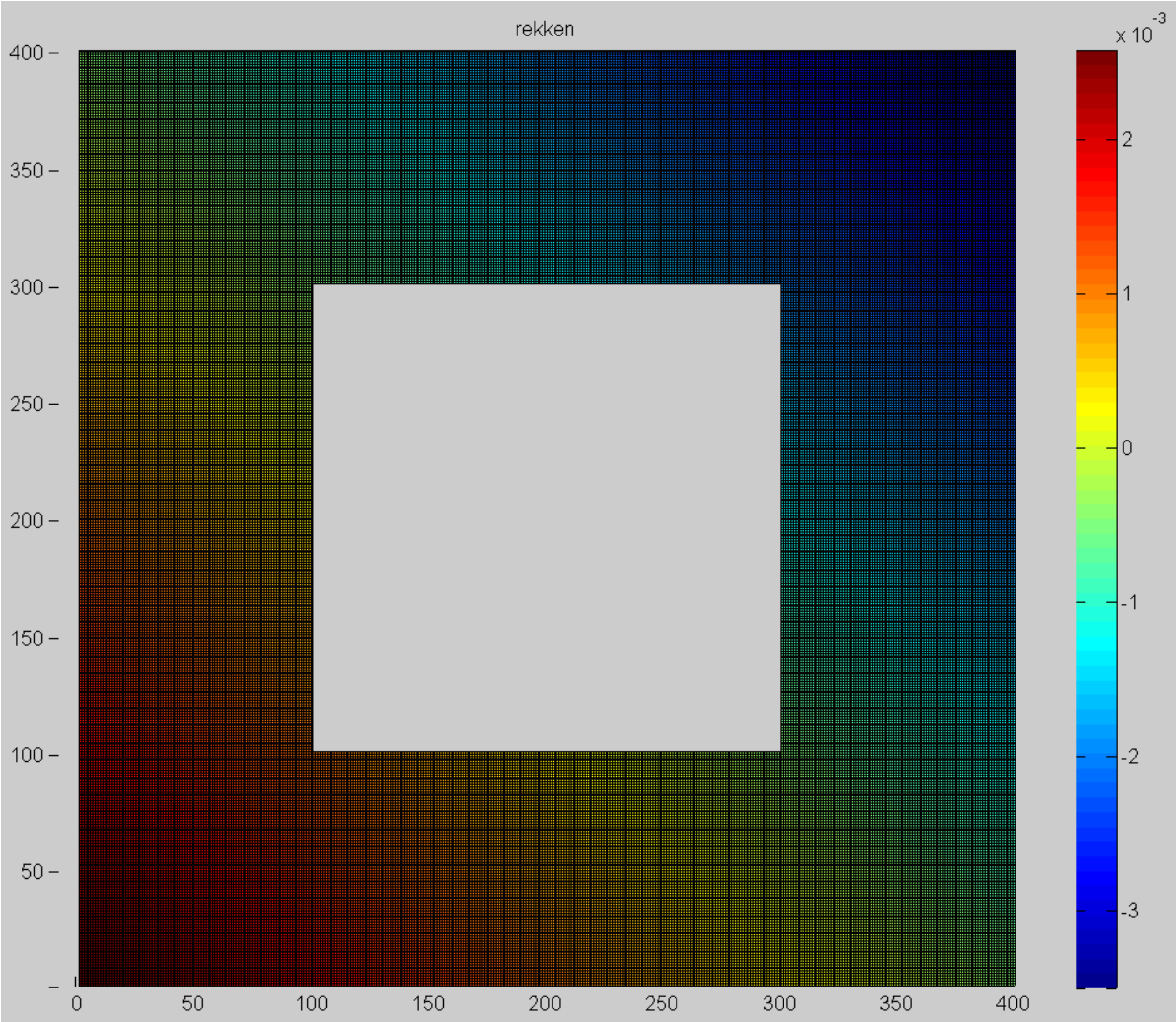
$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 1045\ kN$$

De volgende tabel wordt verkregen voor de spanningen in de staven bij deze optimale drukzonehoogte:

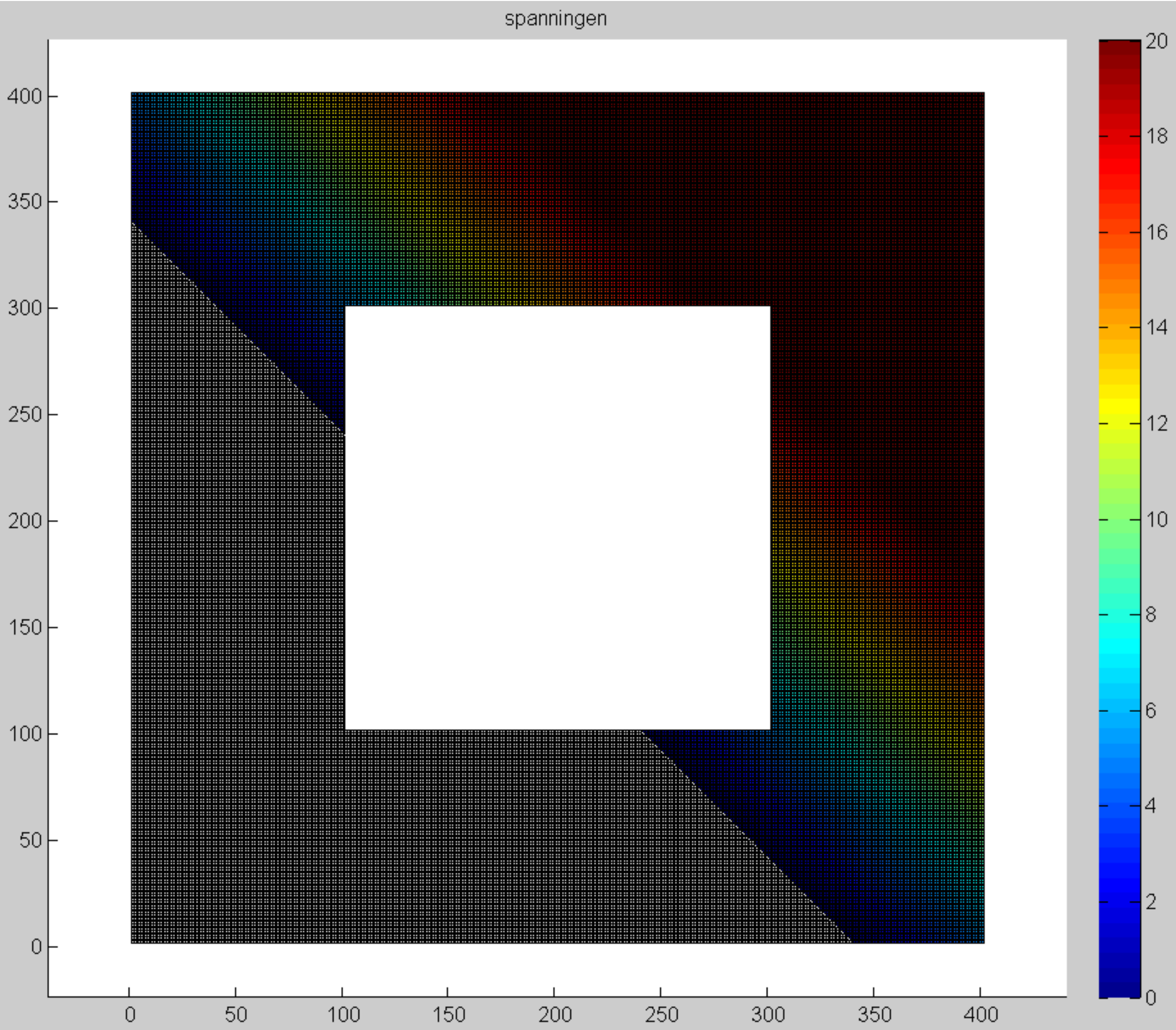
Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	40	12	400
2	40	200	12	156
3	40	360	12	-88
4	200	40	12	156
5	200	360	12	-331
6	360	40	12	-88
7	360	200	12	-331
8	360	360	12	-435

Tabel 4.2: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

Voor de optimale drukzonehoogte worden de volgende plots verkregen voor spanningen en rekken:

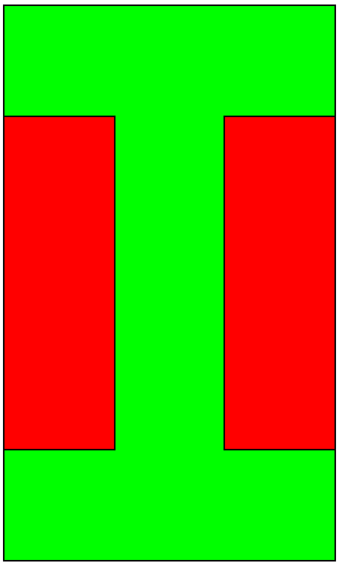


Figuur 4.13: 2D plot rekken



Figuur 4.14: 2D plot spanningen

4.4 I shape

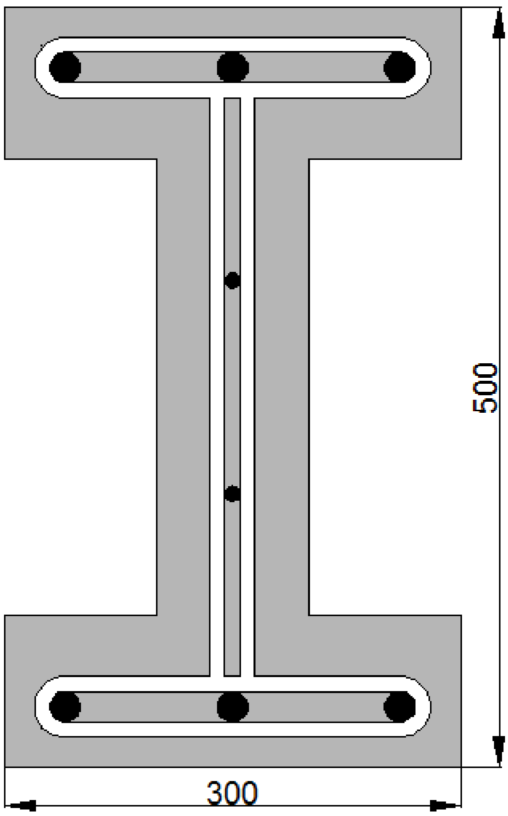


Figuur 4.15: I shape gescheiden van de rechthoek

Gegeven een I shape, met hoogte h, breedte b en dikte t. De I shape wordt van de rechthoek gescheiden door de volgende conditie:

$$[y, z] \notin \{ [y, z] \mid (y < t \ \cap (t < z < (h - t))) \cup (y > (b - t) \cap (t < z < (h - t)))\}$$

De Matlab code voor de I shape is gecombineerd met de koker terug te vinden *in bijlage D*. Als voorbeeld wordt onderstaande I shape gedemonstreerd.



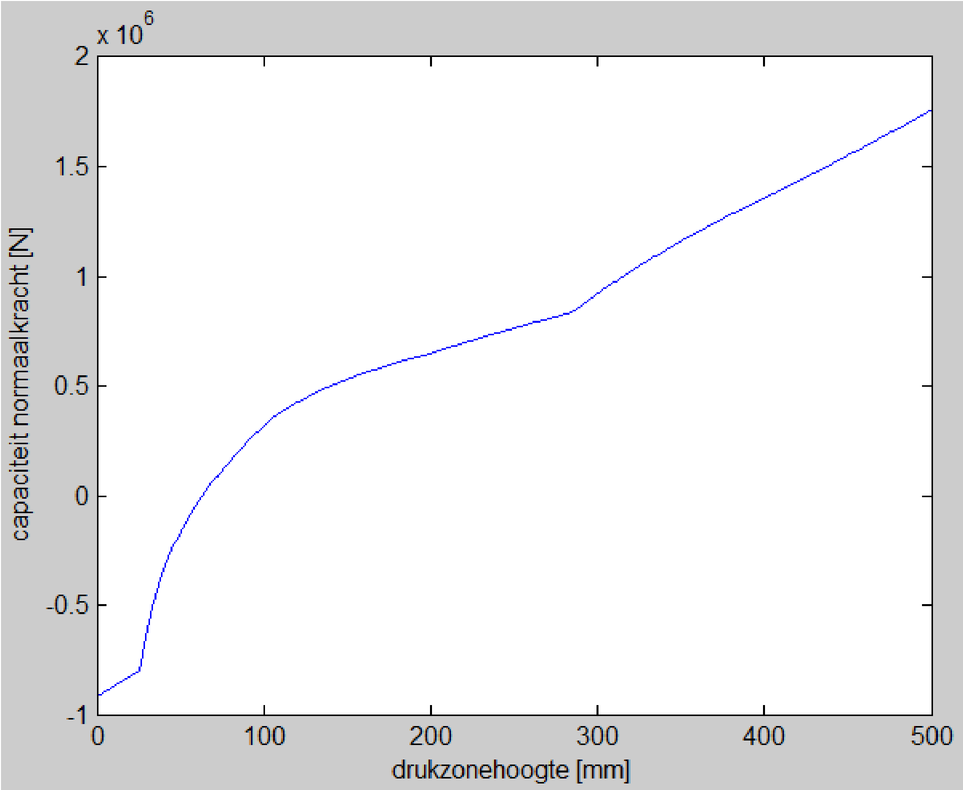
Figuur 4.16: beschouwde configuratie

De dikte is t=100 mm, betonsterkteklasse C30/37 en wapeningsstaal B500. Dit keer wordt iets nieuws geprobeerd: een diameter van 12 mm in de lijf (2 staven) en 20 mm in de flenzen (6 staven). De wapeningsconfiguratie is dan: [**y z d**] = [40 40 20; 40 460 20; 150 40 20; 150 180 12; 150 320 12; 150 460 20; 260 40 20; 260 460 20].

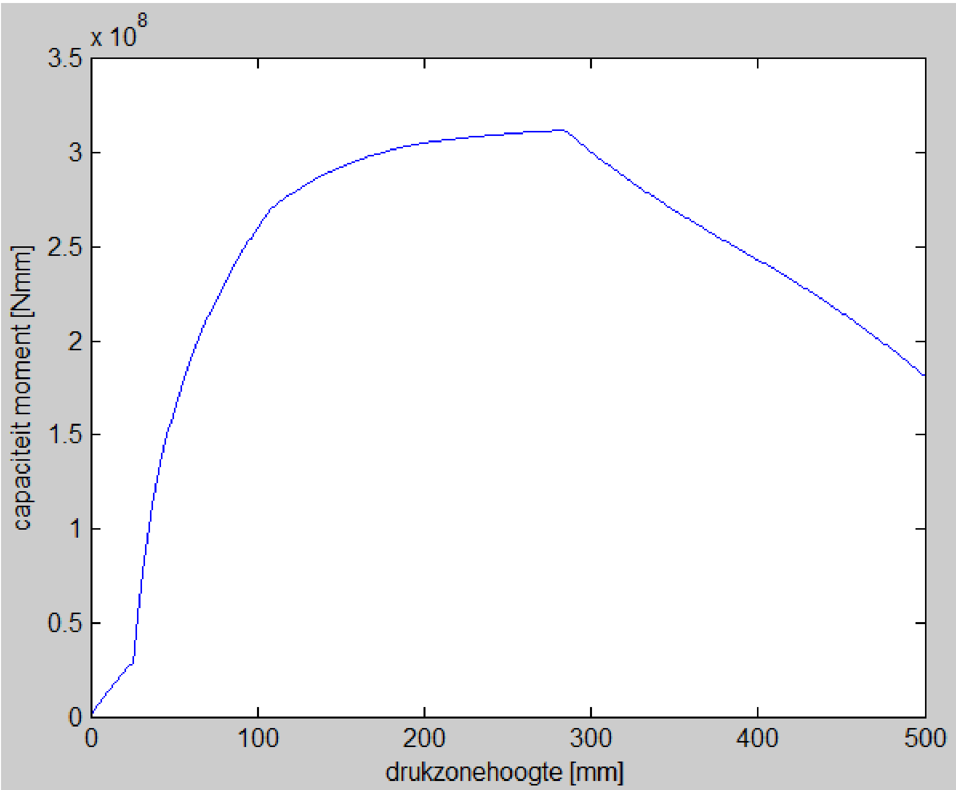
Stel dat dit een ligger is die op enkele buiging wordt belast. De momentverhouding voor enkele buiging is:

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{1}{0}$$

De volgende output wordt dan verkregen:



Figuur 4.17: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 4.18: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

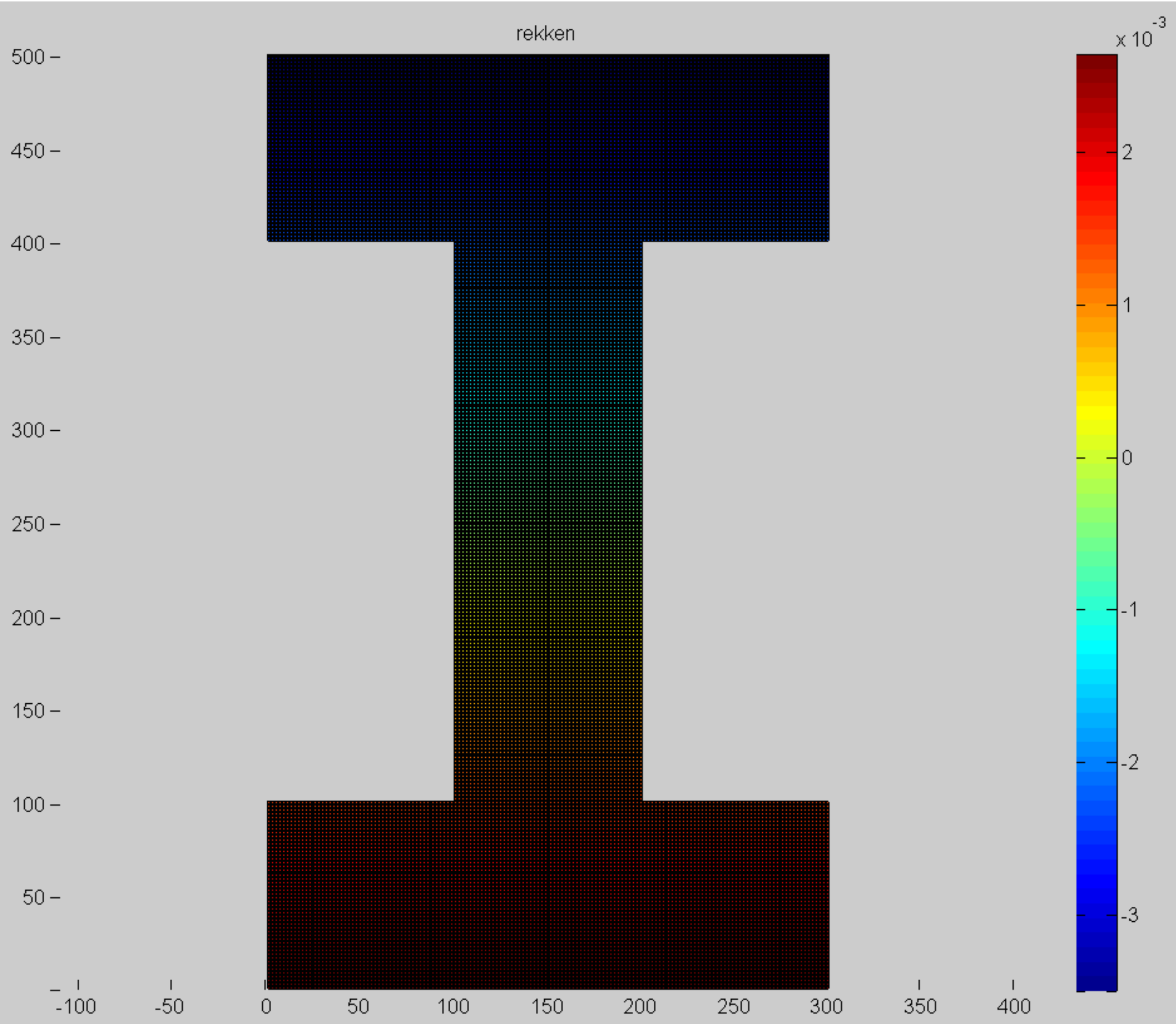
Uit de grafieken kan worden afgelezen:

$$optimale\ drukzonehoogte: x_\mu = 284\ mm$$

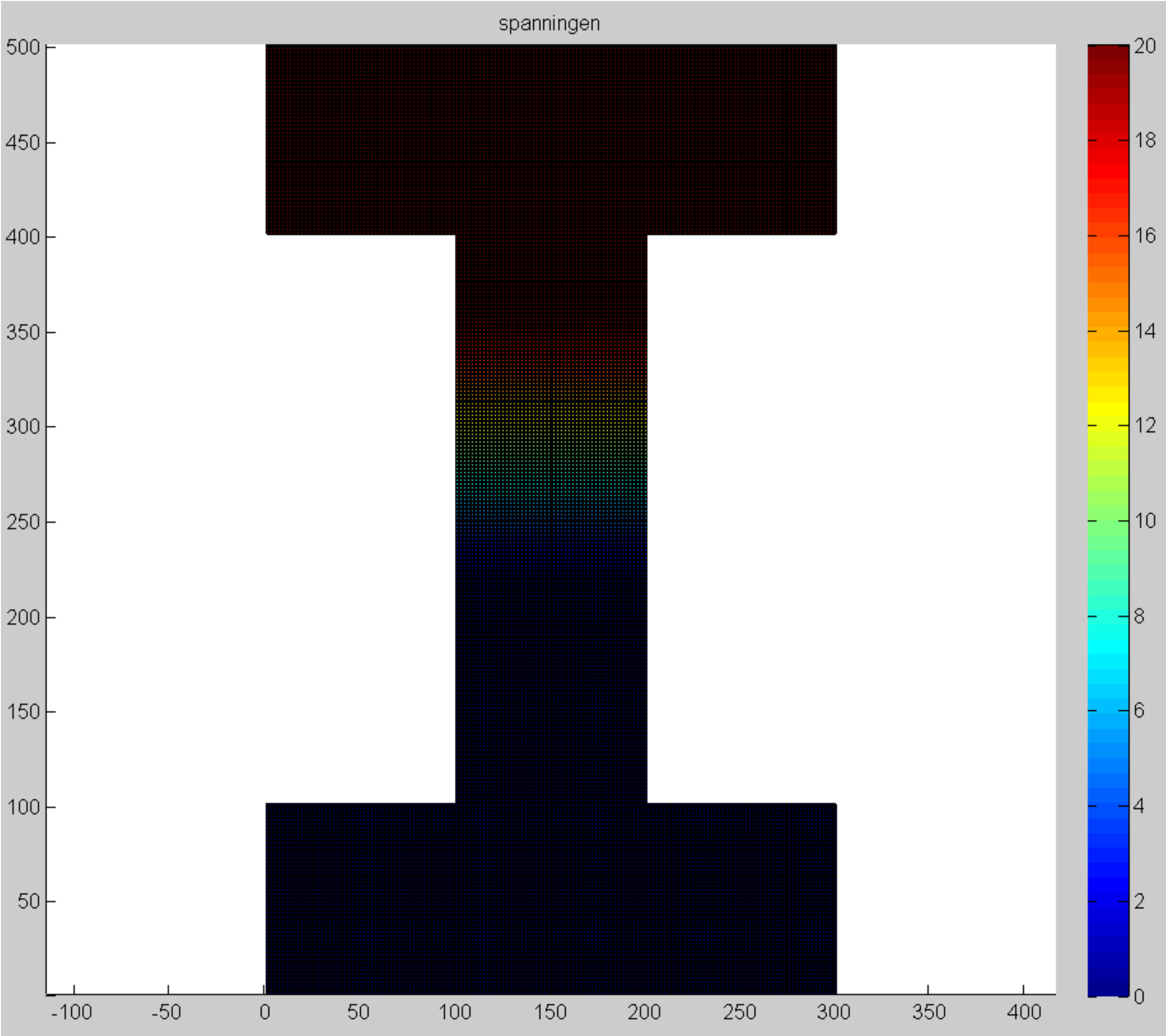
$$momentcapaciteit: M = 312\ kNm$$

$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 833\ kN$$

Voor deze optimale drukzonehoogte worden weer plots gegenereerd van de spanningen en rekken:



Figuur 4.19: 2D plot rekken



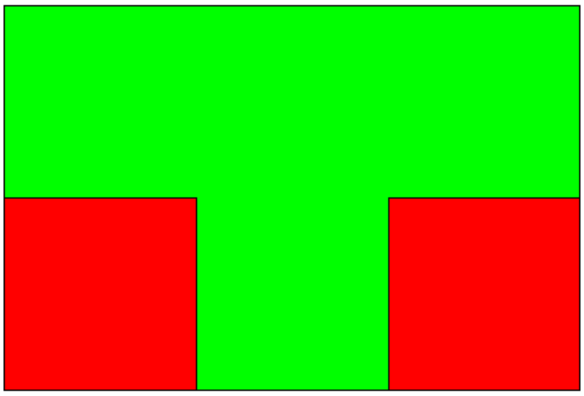
Figuur 4.20: 2D plot spanningen

Als laatste wordt een tabel gegeven met de spanning in de wapeningsstaven gegeven de optimale drukzonehoogte horen:

Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	40	20	435
2	40	460	20	-435
3	150	40	20	435
4	150	180	12	91
5	150	320	12	-254
6	150	460	20	-435
7	260	40	20	435
8	260	460	20	-435

Tabel 4.3: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

4.5 T shape

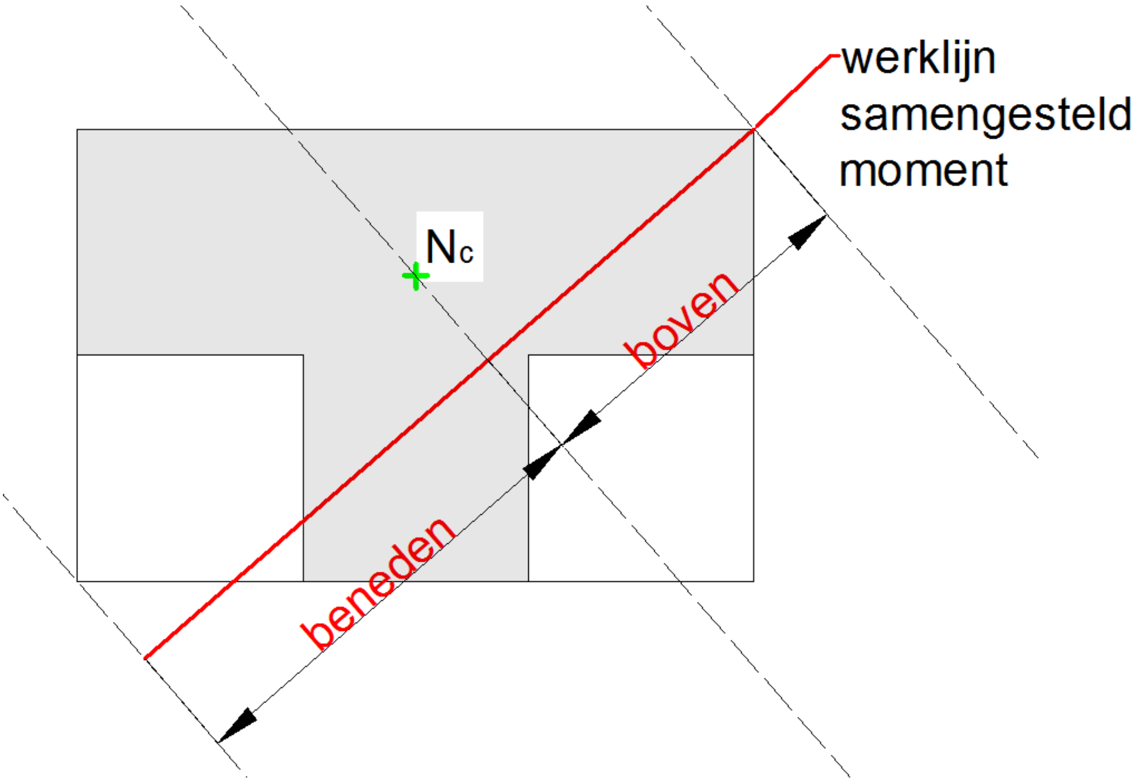


Figuur 4.21: T shape gescheiden van de rechthoek

Ook een T shape kan uit een rechthoek worden losgesneden, dit gebeurt met de volgende voorwaarde:

$$[y, z] \notin \{ [y, z] \mid (y < t \ \cap \ z < (h - t)) \cup (y > (b - t) \cap \ z < (h - t))\}$$

Daarnaast is er een bijkomende complicerende factor: bij de cirkel, koker en I shape valt de normaalkrachtencentrum samen met die van de rechthoek. Bij de T shape is dit niet het geval, dit moet worden gecorrigeerd in de code. Hiervoor rekent de computer eerst uit wat de coördinaten zijn van het normaalkrachtencentrum. Vervolgens berekent de computer een boven afstand en een benden afstand met behulp van de orthogonale projectie van het normaalkrachtencentrum op de werklijn. Dit is onderstaand geschematiseerd:

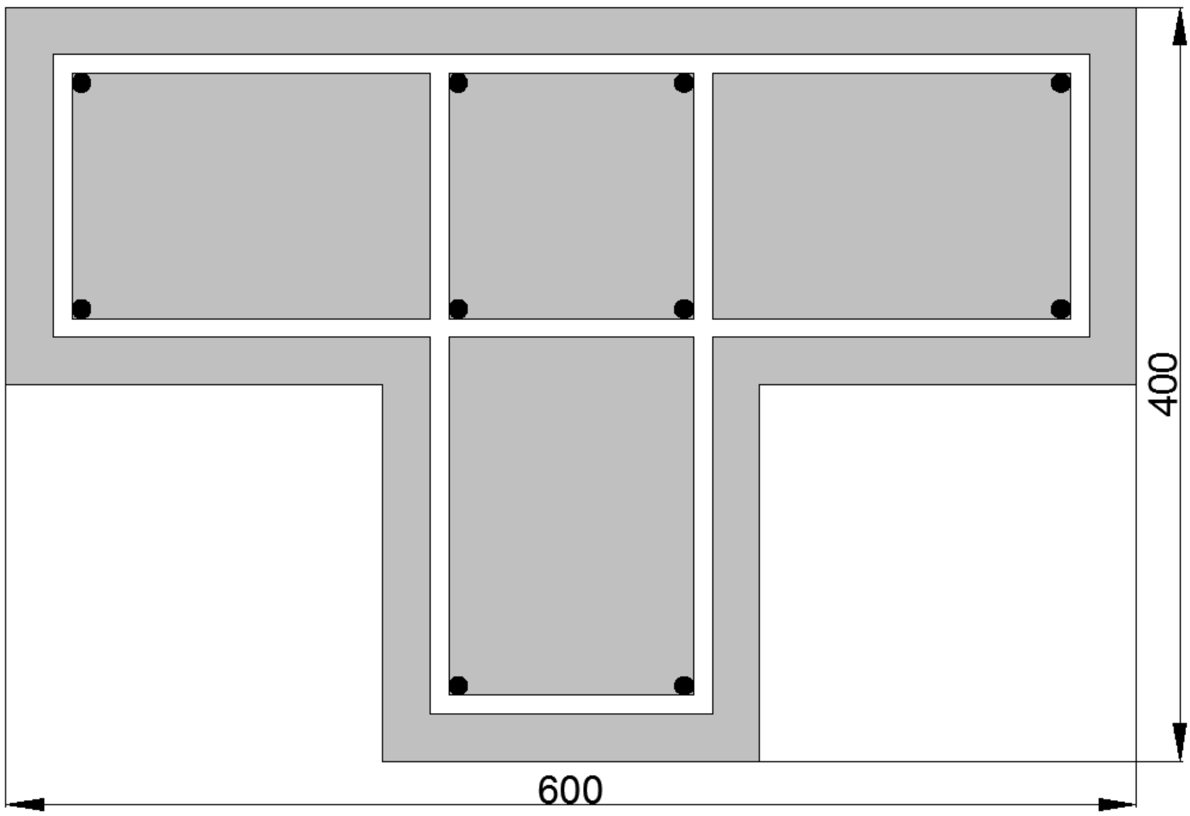


Figuur 4.22: bij de T shape zijn boven- en beneden afstand niet aan elkaar gelijk

Nu de orthogonale projectie van de normaalkrachtencentrum bekend is, kan de code worden uitgewerkt. De code voor T shape is te vinden in *bijlage E*.

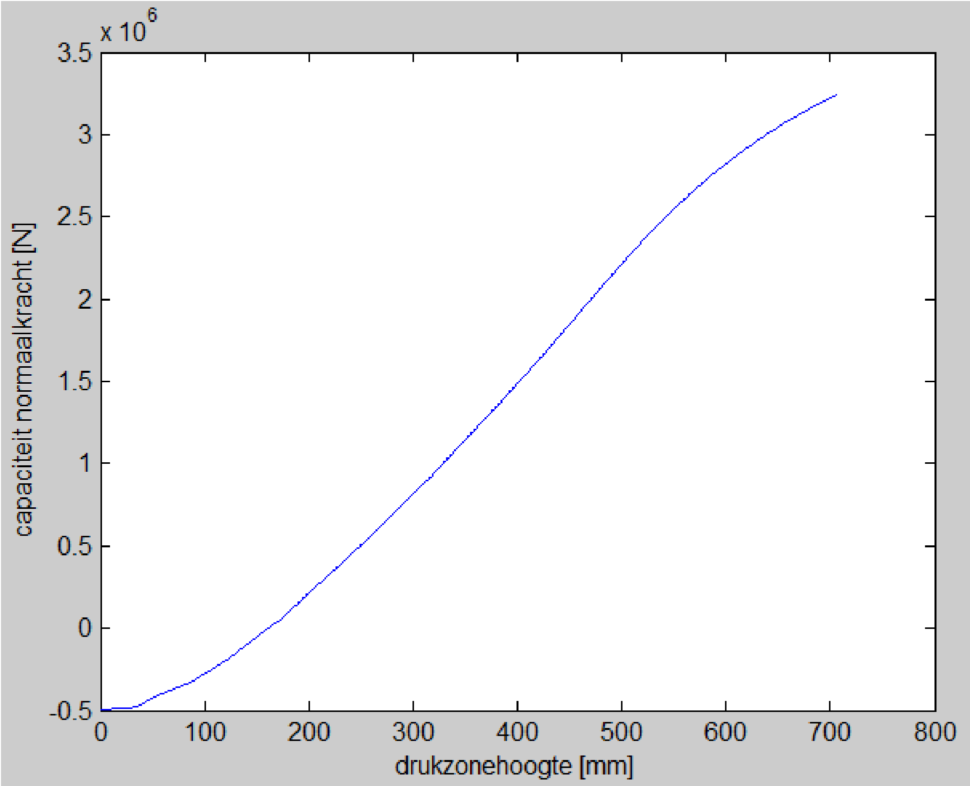
Als voorbeeld wordt onderstaande doorsnede beschouwd. De dikte is 200 mm. Gekozen wordt voor betonsterkteklasse C30/37 en wapeningsstaal B500. De gekozen wapeningsconfiguratie is: [**y z d**] = [40 240 12; 40 360 12; 240 40 12; 240 240 12; 240 360 12; 360 40 12; 360 240 12; 360 360 12; 560 240 12; 560 360 12]. Daarnaast wordt er gekozen voor een momentverhouding:

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{1}{1} = \frac{1{,}5 * h}{b}$$

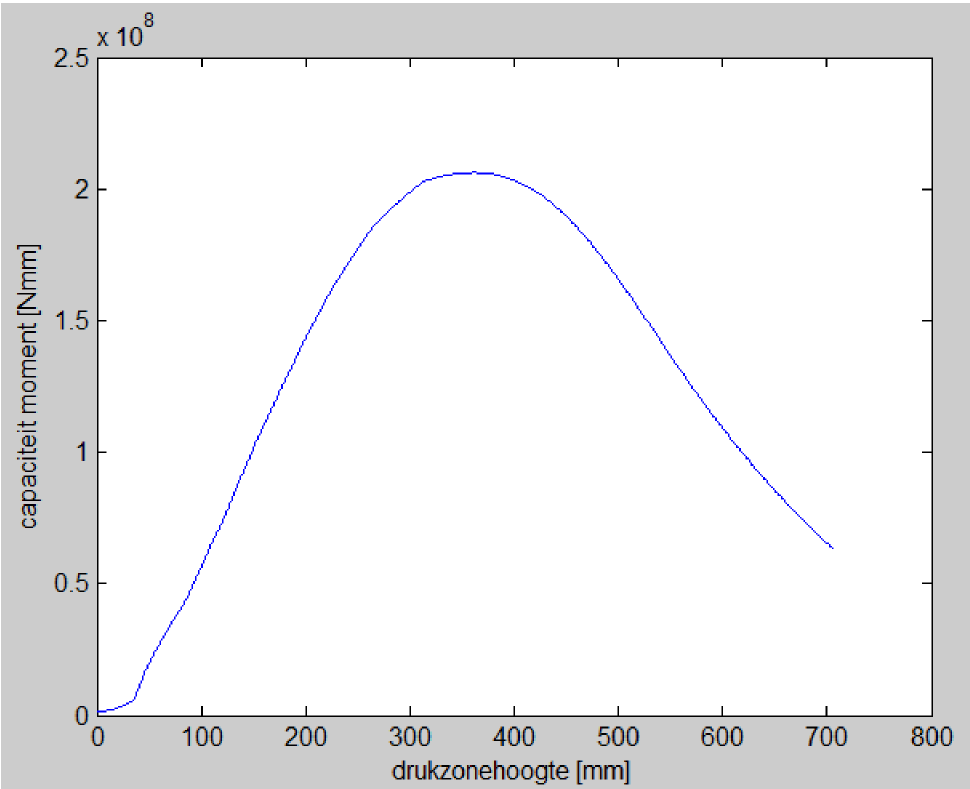


Figuur 4.23: beschouwde doorsnede

Onderstaand volgt de output:



Figuur 4.24: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 4.25: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

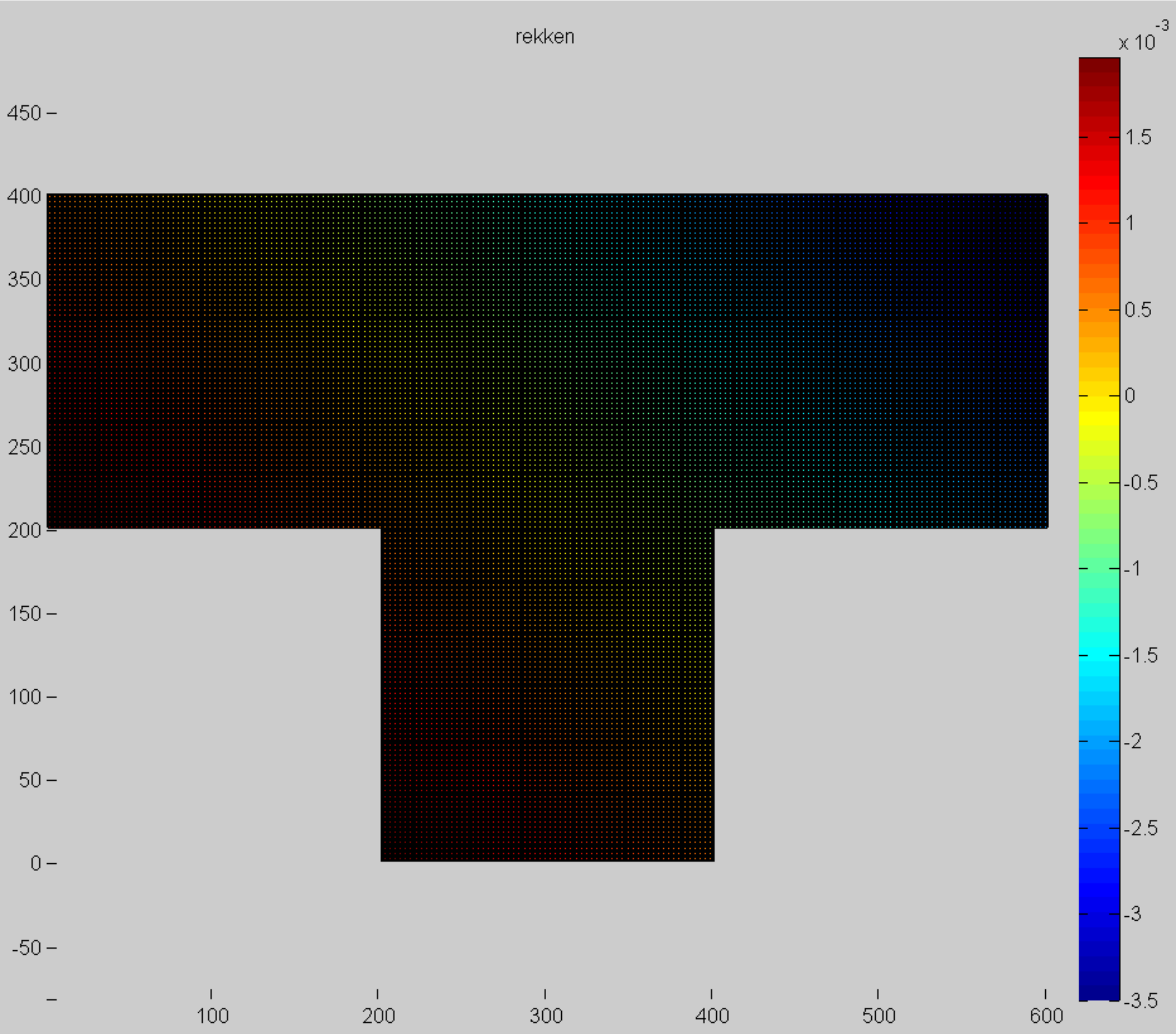
Afgelezen wordt:

$$optimale\ drukzonehoogte: x_{\mu} = 362\ mm$$

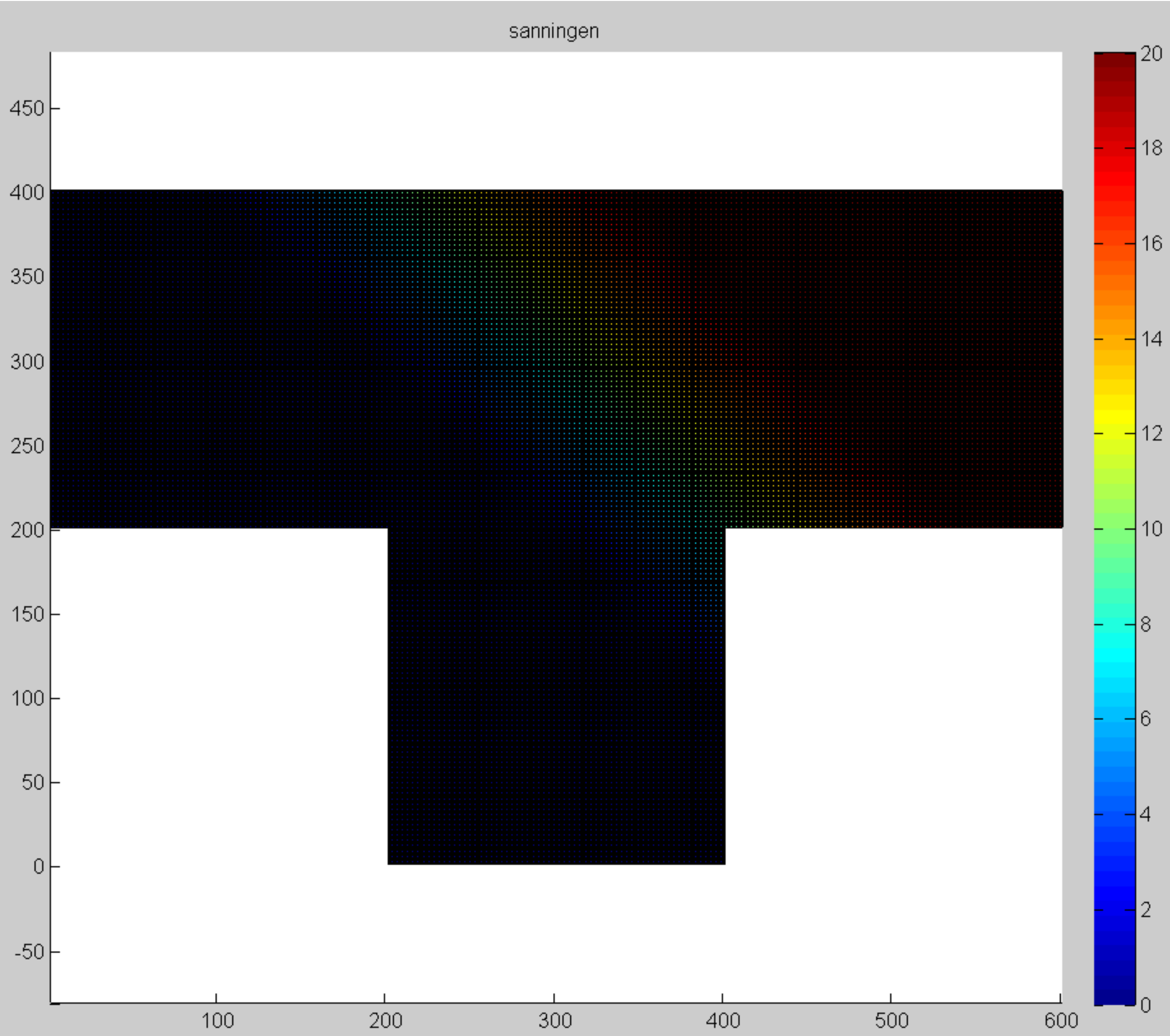
$$momentcapaciteit: M = 206\ kNm$$

$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 1226\ kN$$

Voor de optimale drukzonehoogte worden plots gemaakt van de spanningen en rekken:



Figuur 4.26: 2D plot rekken



Figuur 4.27: 2D plot spanningen

Als laatste wordt een tabel gegeven met de spanningen in de wapeningsstaven die horen bij de optimale drukzonehoogte:

Staaf	Y [mm]	Z [mm]	Diameter [mm]	Spanning [N/mm^2]
1	40	240	12	287
2	40	360	12	123
3	240	40	12	287
4	240	240	12	14
5	240	360	12	-150
6	360	40	12	123
7	360	240	12	-150
8	360	360	12	-314
9	560	240	12	-424
10	560	360	12	-435

Tabel 4.4: spanningen in de wapeningsstaven voor beschouwde voorbeeld

4.6 Het gebruik van aanvullende tabellen bij ULS modellen

In dit hoofdstuk zijn niet rechthoekige doorsneden geanalyseerd. Hierbij is steeds een moment-drukzonehoogtediagram en een normaalkracht-drukzonehoogtediagram geplot. Vervolgens is in deze diagrammen opgezocht voor welke drukzonehoogte het moment maximaal is (optimale drukzonhoogte). Bij deze drukzonehoogte moet er ook een bepaalde normaalkracht worden geleverd.

De output hoeft echter niet beperkt te worden tot de optimale drukzonhoogte alleen. Dit is al een keer voorbij gekomen in paragraaf 2.5. In deze paragraaf was de geleverde normaalkracht 0 kN. Opgezocht werd welke drukzonehoogte deze normaalkracht het beste benaderd. Vervolgens werd voor deze drukzonehoogte opgezocht wat de momentcapaciteit is.

Deze aanpak kan bij alle ULS modellen worden gevolgd. Als voorbeeld wordt de T shape uit de vorige paragraaf genomen. Stel er werkt op deze T shape een normaalkracht van 500 kN en dus niet de 1226 kN die vereist is voor de maximale momentcapaciteit. Uit de normaalkracht-drukzonehoogtediagram (*figuur 4.24*) kan worden afgelezen dat bij deze normaalkracht een drukzonehoogte van ongeveer 240 mm hoort. Vervolgens kan in de moment-drukzonehoogtediagram (*figuur 4.25*) worden afgelezen dat bij een drukzonehoogte van 240 mm een momentcapaciteit hoort van 170 kNm.

Bovenstaande aanpak is niet erg nauwkeurig. Bij het aflezen uit de grafieken worden gemakkelijk afleesfouten gemaakt. Dit is dan ook de reden dat alle ULS modellen zijn voorzien van tabellen. In gebruikshandleiding Matlab codes (*bijlage A*) staat uitgelegd hoe deze tabellen kunnen worden opgevraagd. Het voorbeeld uit bovenstaande alinea wordt nog eens herhaald, nu met tabellen.

Nadat de berekening van de T shape uit voorgaande paragraaf is voltooid, wordt als eerste de tabel voor normaalkracht per drukzonehoogte geopend. Een gedeelte van deze tabel is onderstaand afgebeeld:

```
Columns 221 through 231

  3.3343    3.3904    3.4464    3.5023    3.5581    3.6138    3.6694    3.7270    3.7880    3.8489    3.9097

Columns 232 through 242

  3.9704    4.0309    4.0912    4.1515    4.2116    4.2716    4.3315    4.3912    4.4509    4.5103    4.5697

Columns 243 through 253

  4.6290    4.6881    4.7471    4.8060    4.8648    4.9235    4.9820    5.0404    5.0987    5.1570    5.2151

Columns 254 through 264

  5.2730    5.3309    5.3887    5.4464    5.5039    5.5614    5.6187    5.6760    5.7331    5.7947    5.8614

Columns 265 through 275

  5.9278    5.9941    6.0603    6.1262    6.1920    6.2576    6.3231    6.3884    6.4535    6.5185    6.5833

Columns 276 through 286

  6.6479    6.7124    6.7768    6.8410    6.9050    6.9689    7.0326    7.0962    7.1597    7.2227    7.2856
```

Figuur 4.28: tabel voor normaalkracht per drukzonehoogte

Afgelezen kan worden dat bij een drukzonehoogte van 250 mm, de normaalkracht van 500 kN het beste wordt benaderd.

Nu wordt de tabel geopend voor de momentcapaciteit per drukzonehoogte. Een gedeelte van de tabel is onderstaand afgebeeld.

```
Columns 221 through 231

  1.5895    1.5966    1.6037    1.6107    1.6177    1.6246    1.6316    1.6383    1.6449    1.6514    1.6579

Columns 232 through 242

  1.6644    1.6708    1.6772    1.6835    1.6899    1.6962    1.7024    1.7086    1.7148    1.7210    1.7271

Columns 243 through 253

  1.7332    1.7392    1.7452    1.7512    1.7572    1.7631    1.7689    1.7748    1.7806    1.7864    1.7921

Columns 254 through 264

  1.7978    1.8035    1.8091    1.8147    1.8202    1.8258    1.8313    1.8367    1.8421    1.8470    1.8513

Columns 265 through 275

  1.8556    1.8598    1.8641    1.8682    1.8724    1.8765    1.8806    1.8847    1.8888    1.8928    1.8968

Columns 276 through 286

  1.9007    1.9047    1.9086    1.9124    1.9163    1.9201    1.9239    1.9276    1.9313    1.9350    1.9387
```

Figuur 4.29: tabel voor momentcapaciteit per drukzonehoogte

Afgelezen wordt dat bij een drukzonehoogte van 250 mm de momentcapaciteit 177 kNm is.

Als laatste kunnen ook de spanningen in de wapeningsstaven worden opgevraagd voor een drukzonehoogte van 250 mm. De uitkomst is onderstaand afgebeeld.

```
>> transpose(Q(250,:))

ans =

  435.0000
  435.0000
  435.0000
  333.5073
   95.9194
  435.0000
   95.9194
 -141.6685
 -300.0604
 -435.0000
```

Figuur 4.30: spanningen in de wapeningsstaven voor een drukzonehoogte van 250 mm

De resultaten worden onderstaand samengevat:

$$drukzonehoogte: x_{\mu} = 250\ mm$$

$$momentcapaciteit: M = 177\ kNm$$

$$normaalkracht\ die\ op\ de\ doorsnede\ moet\ werken: N = 500\ kN$$

Stel nu dat de momentcapaciteit van 177 kNm onvoldoende is. De ontwerper kan dan verschillende dingen doen:

- de geleverde normaalkracht opvoeren (bijvoorbeeld door voorspanning)
- de doorsnede afmeting wijzigen
- de wapeningsdiameter of aantal wapeningsstaven wijzigen
- de betonsterkteklasse wijzigen

Vervolgens kan de ontwerper een nieuwe berekening starten. Op den duur zal de ontwerper een configuratie vinden waarbij is voldaan aan de vereiste momentcapaciteit. Dit proces van trial and error is echter wel tijdrovend en dat geeft aanleiding om in de komende hoofdstuk nieuwe ULS modellen te presenteren, die een omgekeerde berekening uitvoeren: van belasting naar wapeningsdiameter.

HOOFDSTUK 5: VERDERE TOEPASSINGEN VAN HET ULS MODEL

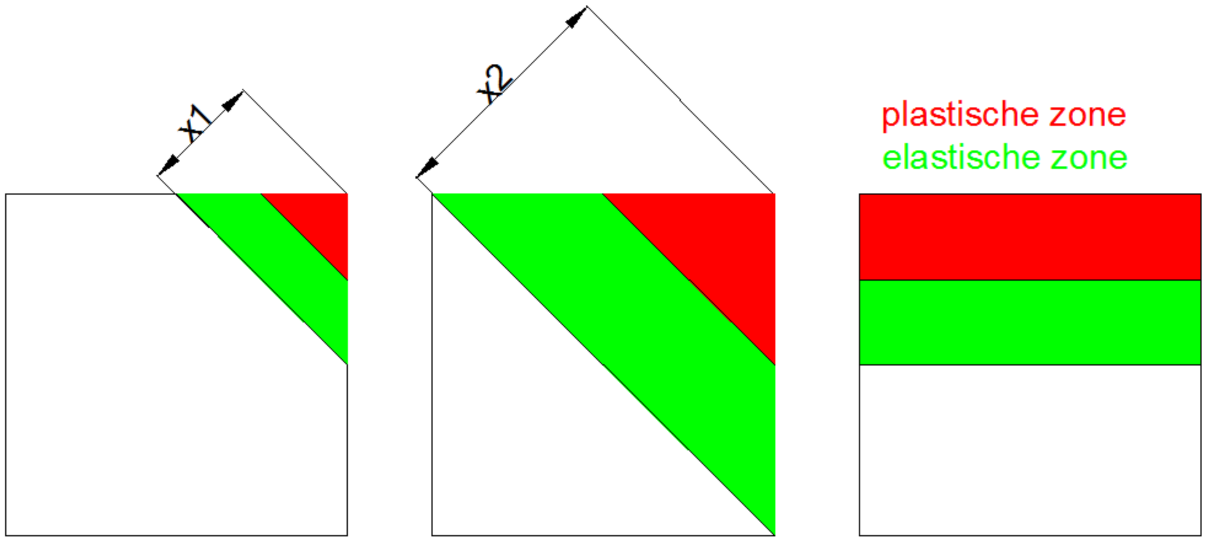
5.1 Afstands- en volheidsfactor in relatie tot de momentverhouding en drukzonehoogte

In hoofdstuk 2 is een ULS model gepresenteerd die een uitgebreide analyse geeft van de belastingcapaciteit, gegeven de materiaaleigenschappen, doorsnedeafmeting, wapeningsconfiguratie en wapeningsdiameter. In de komende twee paragrafen zullen twee nieuwe ULS modellen worden gepresenteerd: één die de maximale momentcapaciteit geeft als functie van de diameter en één die gegeven een willekeurige ULS belasting de diameter als output geeft. Alvorens deze twee nieuwe ULS modellen te behandelen is het interessant om de afstands- en volheidsfactor nader te beschouwen. Zoals reeds geschreven is in paragraaf 2.3, worden deze factoren gedefinieerd door de onderstaande functies

$$\alpha = \frac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i,z_i)A_{si}}{\int_{A_{druk}} f_{cd}\, dA - \sum f_{cd}A_{si}}, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

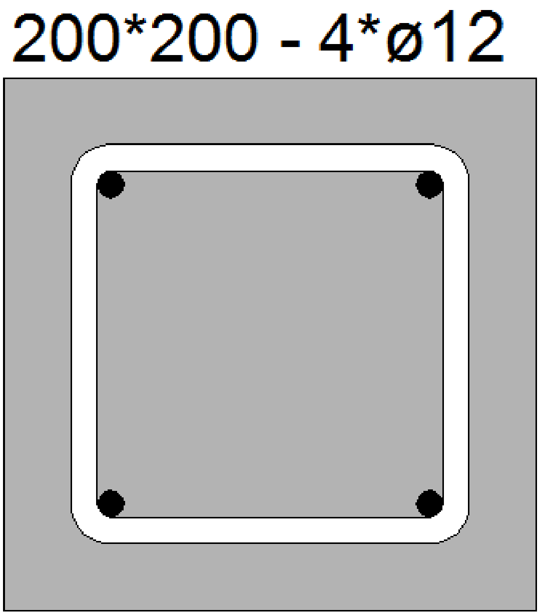
$$\beta = \frac{x_\mu - \dfrac{\int_{A_{druk}} f_c(y,z) * (\frac{r(0,0)}{2} - r(y,z))dA - \sum f_c(y_i,z_i)A_{si}d_{si}}{\int_{A_{druk}} f_c(y,z)\, dA - \sum f_c(y_i,z_i)A_{si}}}{x_\mu}, \qquad voor\ \sigma_{si} < 0$$

Precies in deze factoren zit de moeilijkheid van dubbele buiging. Bij enkele buiging zijn deze factoren constant: de volheidsfactor is 0,75 en de afstandsfactor is 0,39 voor rechthoekige doorsneden. Dit maakt het voor de ontwerper mogelijk een betonnen element belast op enkele buiging met de hand uit te schrijven. Voor niet rechthoekige doorsneden biedt een blokdiagram alsnog uitkomst. Bij dubbele buiging zijn de factoren in ieder geval afhankelijk van de drukzonehoogte. Dit wordt in onderstaande figuur geïllustreerd.



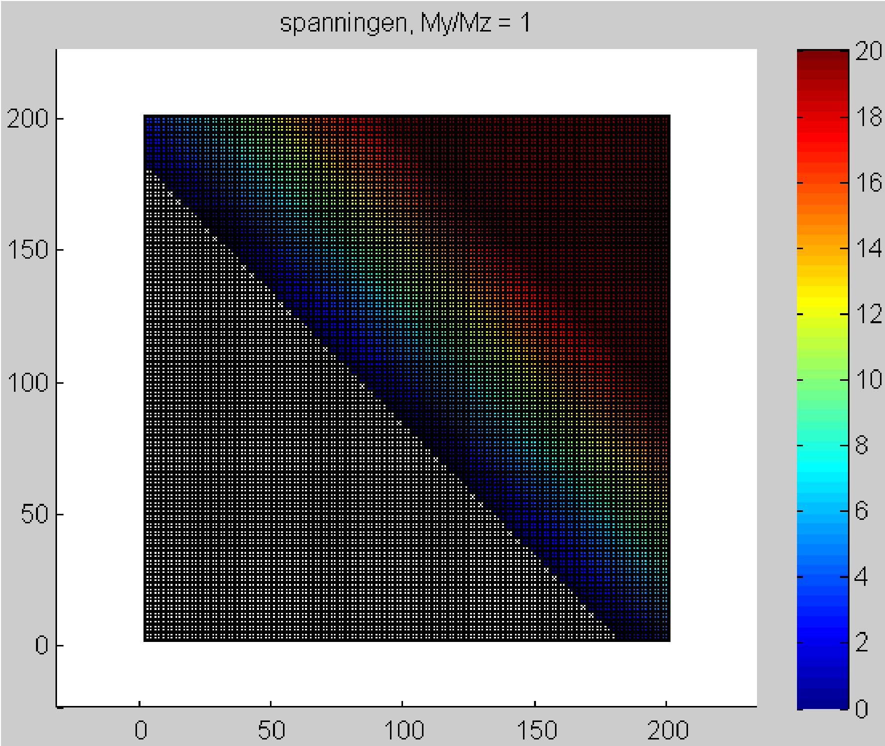
Figuur 5.1: illustratie variërende momentverhouding en drukzonehoogte

Als betonsterkteklassen tot en met C50/60 worden beschouwd, dan zijn de hoogtes van de plastische en elastische zones aan elkaar gelijk: de helft van de drukzonehoogte. De figuren links in het midden laten zien dat bij een variërende drukzonehoogte voor dubbele buiging de oppervlakteverhouding tussen elastische en plastische zone verandert, daarmee zullen ook de volheids- en afstandsfactor veranderen. Wat de computer dus doet bij ULS modellen is voor iedere drukzonehoogte deze factoren uitrekenen, waarna ook de moment en normaalkracht berekend kunnen worden als functie van de drukzonehoogte. De rechterfiguur doet een andere vermoeden oprijzen: bij enkele buiging is de oppervlakte van de plastische zone gelijk aan die van de elastische zone, terwijl bij dubbele buiging de oppervlak van de plastische zone veel kleiner is vergeleken met die van de elastische zone. Vermoed wordt daarmee dat de bij een momentverhouding van M_y/M_z = 1/1 de volheidsfactor minimaal is en de afstandsfactor maximaal. Wordt de momentverhouding groter, dan zal de volheidsfactor toenemen en de afstandsfactor afnemen. Om dit te analyseren wordt de onderstaande doorsnede beschouwd:



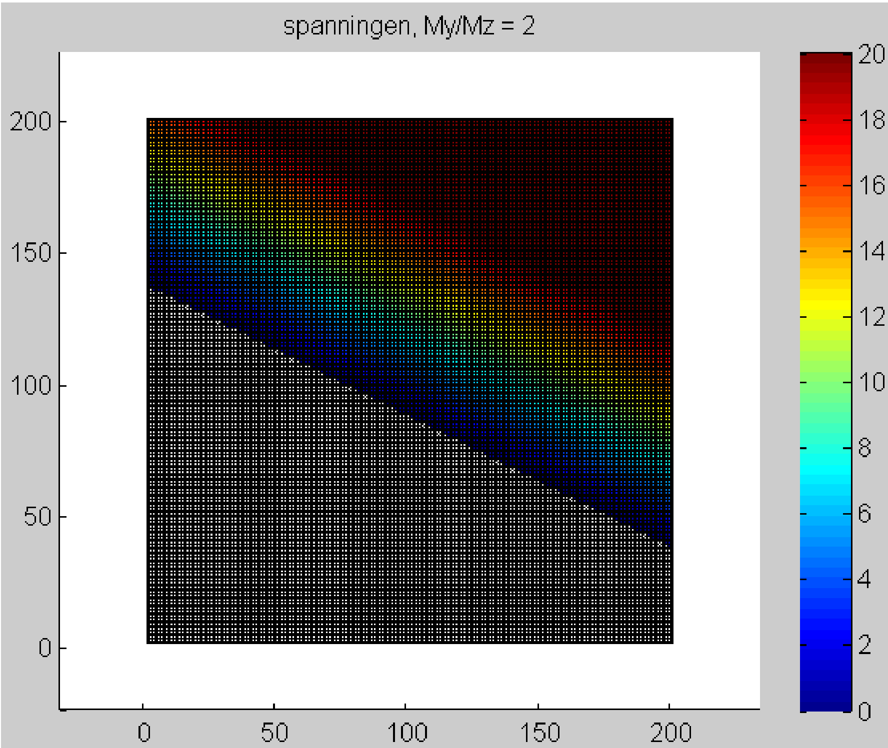
Figuur 5.2: beschouwde doorsnede

Betonsterkteklasse is C30/37 en wapeningsstaal B500, gekeken wordt naar vier verschillende momentverhoudingen: 1/1, 2/1, 6/1 en 24/1. De optimale drukzonehoogte die hoort bij de gegeven momentverhoudingen wordt opgezocht en de bijbehorende volheids- en afstandsfactor wordt bepaald:



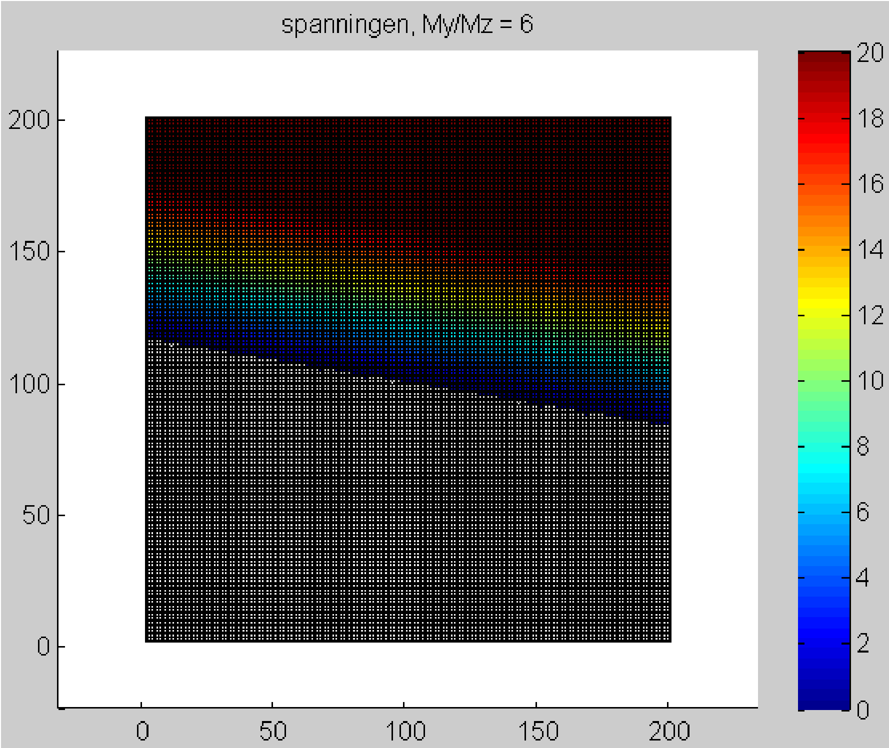
Figuur 5.3: eerste 2D plot spanningen, oppervlak plastische zone is minimaal

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{1}{1}, \quad \alpha = 0{,}59 \; en \; \beta = 0{,}53$$



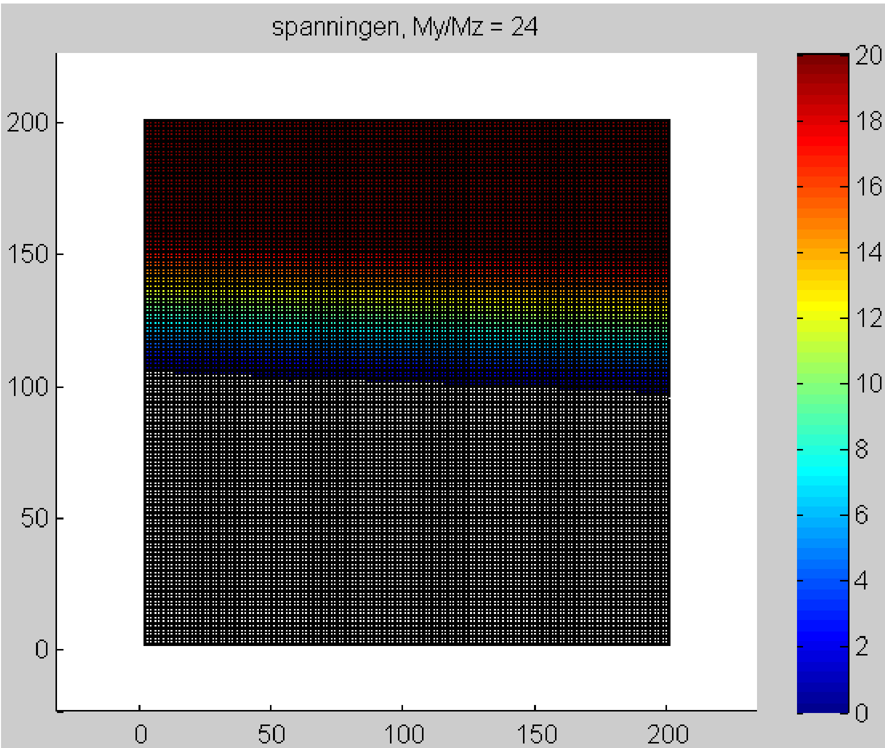
Figuur 5.4: tweede 2D plot spanningen, oppervlak plastische zone neemt toe

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{2}{1}, \quad \alpha = 0{,}64 \; en \; \beta = 0{,}51$$



Figuur 5.5: derde 2D plot spanningen, oppervlak plastische zone neemt verder toe

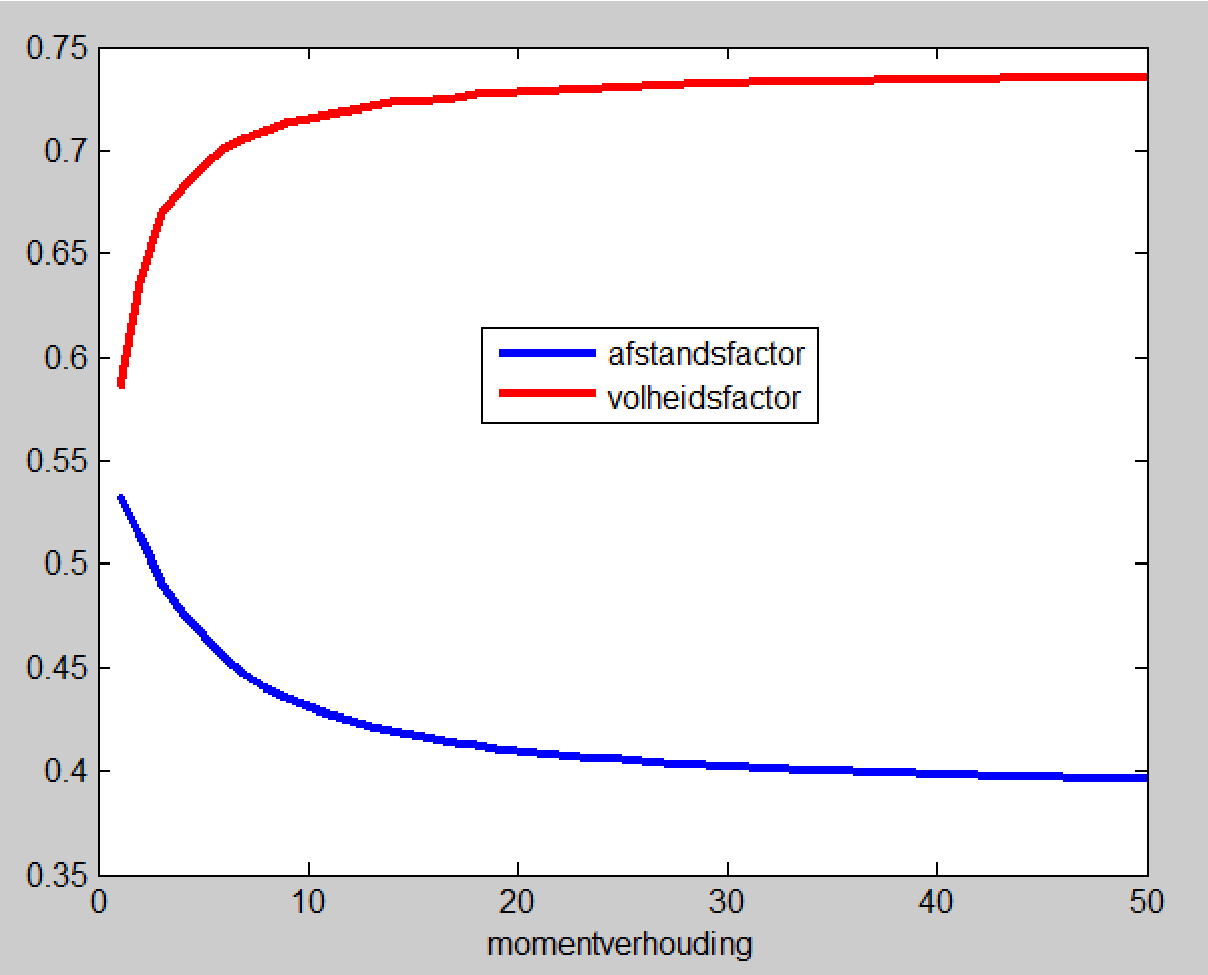
$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{6}{1}\ , \quad \alpha = 0{,}70\ en\ \beta = 0{,}45$$



Figuur 5.6: vierde 2D plot spanningen, oppervlak plastische zone is nu bijna gelijk aan die van de elastische zone

$$\frac{M_y}{M_z} = \frac{24}{1}\ , \quad \alpha = 0{,}73\ en\ \beta = 0{,}41$$

De resultaten van bovenstaande 'experiment' laten inderdaad zien dat bij een momentverhouding van 1/1 de volheidsfactor minimaal is en vervolgens oploopt, terwijl voor de afstandsfactor het omgekeerde geldt. Om dit nog beter inzichtelijk te maken wordt een plot gemaakt:



Figuur 5.7: aftands- en volheidsfactor als functie van de momentverhouding

De plot bevestigt de conclusie. Wanneer de momentverhouding naar oneindig gaat (enkele buiging), dan convergeert de volheidsfactor inderdaad naar 0,75 en de afstandsfactor naar 0,39.

Geconcludeerd kan worden dat waar voor enkele buiging de afstands- en volheidsfactor constant zijn (mits de vorm een rechthoek is), deze bij dubbele buiging afhankelijk zijn van:

- hoogte-breedteverhouding
- de drukzonehoogte
- de momentverhouding

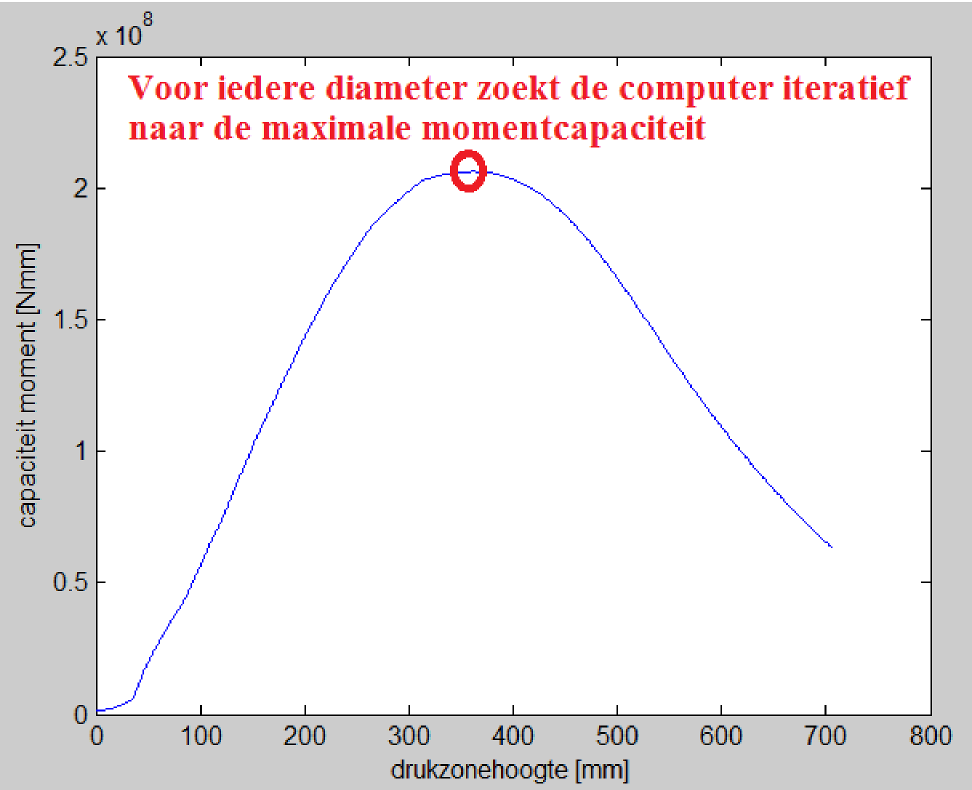
Dit is dan ook de reden dat betonnen kolommen en liggers belast op dubbele buiging niet met de hand kunnen worden uitgeschreven.

5.2 Omgekeerd ULS model: maximale momentcapaciteit als functie van de diameter

Het in hoofdstuk 2 opgestelde ULS model geeft de moment- en normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte. Om dit te verkrijgen moet de ontwerper ook de diameters van de wapeningsstaven als bekende invoeren. Dit ULS model bleek erg efficiënt voor onderzoeksdoeleinden (vergelijking maken met NEN norm in hoofdstuk 3 en de volheids- en afstandsfactor analyseren in de voorgaande paragraaf). In een praktische situatie is echter een omgekeerd model vereist: gegeven de belasting moet de diameter worden berekend.

In deze paragraaf wordt de maximale momentcapaciteit beschouwd als functie van de diameter. Voor dit model hoeft zowel de belasting alsook de diameter niet te worden ingevoerd, hetgeen het model geschikt maakt wanneer de ontwerper weinig informatie tot zijn beschikking heeft.

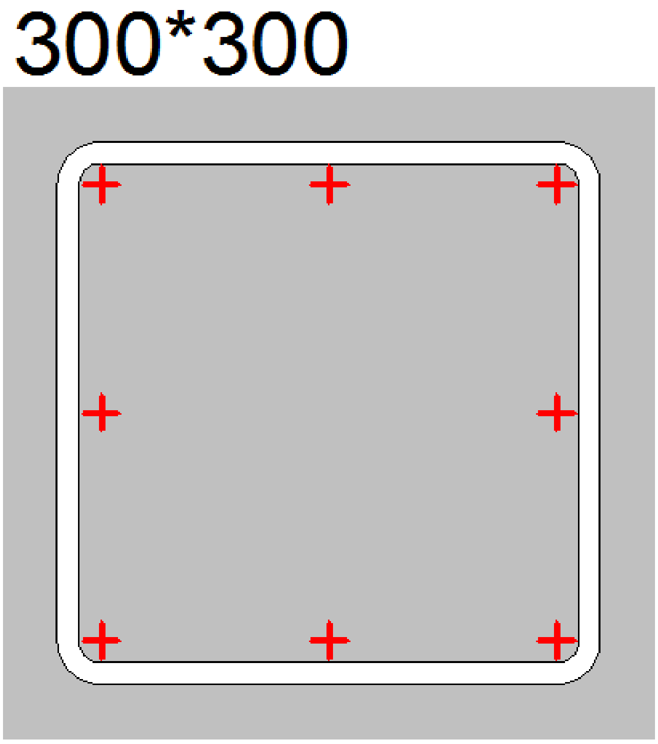
Om het model te construeren wordt teruggegrepen naar de drie stap iteratie methode zoals behandeld in paragraaf 3.3. De computer zal voor iedere diameter van 0 tot en met de maximale diameter (bijvoorbeeld 32 mm) iteratief de optimale drukzonehoogte opzoeken. Bij deze optimale drukzonehoogte hoort een maximaal moment. De computer zoekt dus voor iedere diameter het maximale moment op, resulterende in een grafiek van de maximale momentcapaciteit als functie van de diameter. Dit is geïllustreerd in de onderstaande figuur:



Figuur 5.8: illustratie van het iteratieve proces

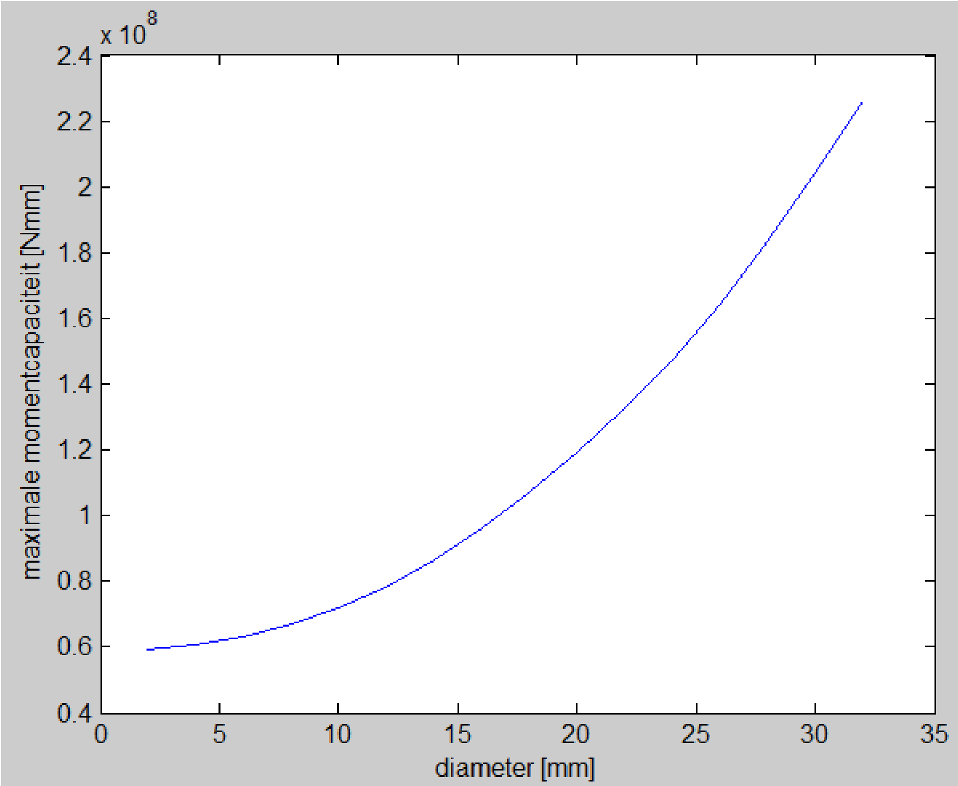
Voor deze iteratie zijn alleen de eerste twee stappen nodig uit de drie stap iteratie methode: eerst worden snelle stappen gemaakt door de drukzonhoogte met stappen van 10 te verhogen, vervolgens als de top gepasseerd is worden stappen van -1 gemaakt om de top te vinden. Teneinde dit doel te bereiken is een model ontwikkeld. De Matlab code voor dit ULS model is te vinden in *bijlage F*.

Als voorbeeld wordt gekeken naar de onderstaande doorsnede:



Figuur 5.9: beschouwde doorsnede

Bekend is dat de doorsnede 300*300 is. Verder is bekend dat de Betonsterkteklasse C30/37 en wapeningsstaal B500. De positie van de wapeningsstaven is bekend: [**y z**] = [40 40; 40 150; 40 260; 150 40; 150 260; 260 40; 260 150; 260 260], maar de diameter is onbekend. Ook de belasting op de doorsnede is onbekend. De momentverhouding is 1/1. De maximale diameter is 32 mm. Het model geeft de onderstaande grafiek als output:



Figuur 5.10: Maximale momentcapaciteit als functie van de diameter

De maximale momentcapaciteit vertoont een exponentiele relatie met de diameter. Dit model heeft als sterktepunt dat er een minimaal aantal parameters moet worden ingevoerd. Een nadeel is echter dat het weinig informatie geeft met betrekking tot normaalkracht. Het is dan ook met name geschikt in een beginstadium van een ontwerp.

5.3 Omgekeerd ULS model: benodigde diameter voor een willekeurige ULS moment en normaalkracht

In deze paragraaf is de maximale momentcapaciteit niet interessant. Het doel is een model op te stellen die, gegeven een willekeurige ULS belastingcombinatie (moment en normaalkracht), de diameter als output geeft.

Gegeven is een willekeurige ULS belasting N en M (samengesteld moment), welke door de ontwerper zijn ingevoerd. De computer gaat nu niet opzoek naar de maximale momentcapaciteit. De computer begint bij een minimumdiameter (bijvoorbeeld 8 mm) en zoekt voor deze diameter naar de drukzonehoogte waarbij is voldaan aan N. Voor deze drukzonehoogte zoekt de computer vervolgens de bijbehorende moment. Zolang dit moment kleiner is dan M, wordt de diameter in stappen van +2 opgehoogd tot de juiste diameter is gevonden. Om bij iedere stap snel de drukzonehoogte te vinden waarbij is voldaan aan N, wordt nog eens terug gegrepen naar de drie stap iteratie methode. Deze methode heeft namelijk een identiek doel. In de onderstaande figuur is nogmaals een typische sequentie van de methode afgebeeld.

```
x =

  Columns 1 through 18

     1    11    21    31    41    51    61    71    81    91   101   111   110   109   108   107   106   105

  Columns 19 through 30

   104   103   102   101   100    99    98    99   100   101   102   103
```

Figuur 5.11: sequentie van de iteratieve methode

De drie stap iteratiemethode maakt 1) eerst snelle stappen door de drukzonehoogte te verhogen in stappen van +10. 2) als de top van de moment-drukzonehoogte grafiek gepasseerd is worden stappen van -1 gemaakt om de top van te vinden. 3) nu worden stappen van +1 gemaakt om de normaalkracht te vinden waarvoor aan N is voldaan.

Voor het gegeven doel is stap 2 dus niet interessant, door stappen 1 en 3 te combineren kan de juiste drukzonehoogte sneller worden gevonden (zie rood omcirkelde getal in bovenstaande figuur). In plaats van 30 berekeningen zijn er nog maar 20 nodig. De methode is nu gereduceerd tot twee stap iteratie:

1. Er worden snelle stappen gemaakt door de drukzonhoogte te verhogen met +10
2. Wanneer de normaalkracht groter is geworden dan N worden stappen van -1 gemaakt om de drukzonhoogte te vinden die N het beste benaderd.

Vervolgens wordt voor deze drukzonehoogte het bijbehorende moment opgezocht en zolang deze kleiner is vergeleken met M, wordt de diameter in stappen van +2 opgehoogd. Het eindresultaat is dan een diameter waarbij de capaciteit net iets groter is vergeleken met de willekeurige ULS belasting N en M. De Matlab code voor dit model is te vinden in *bijlage G*.

Als voorbeeld wordt exact dezelfde doorsnede bekeken als de voorgaande paragraaf: 300*300 mm, 8 staven met positie [**y z**] = [40 40; 40 150; 40 260; 150 40; 150 260; 260 40; 260 150; 260 260]. Betonsterkteklasse C30/37 en wapeningsstaal B500. In dit model moet ook de belasting worden ingevoerd. Voor dit voorbeeld worden de volgende willekeurige ULS belastingen ingevoerd:

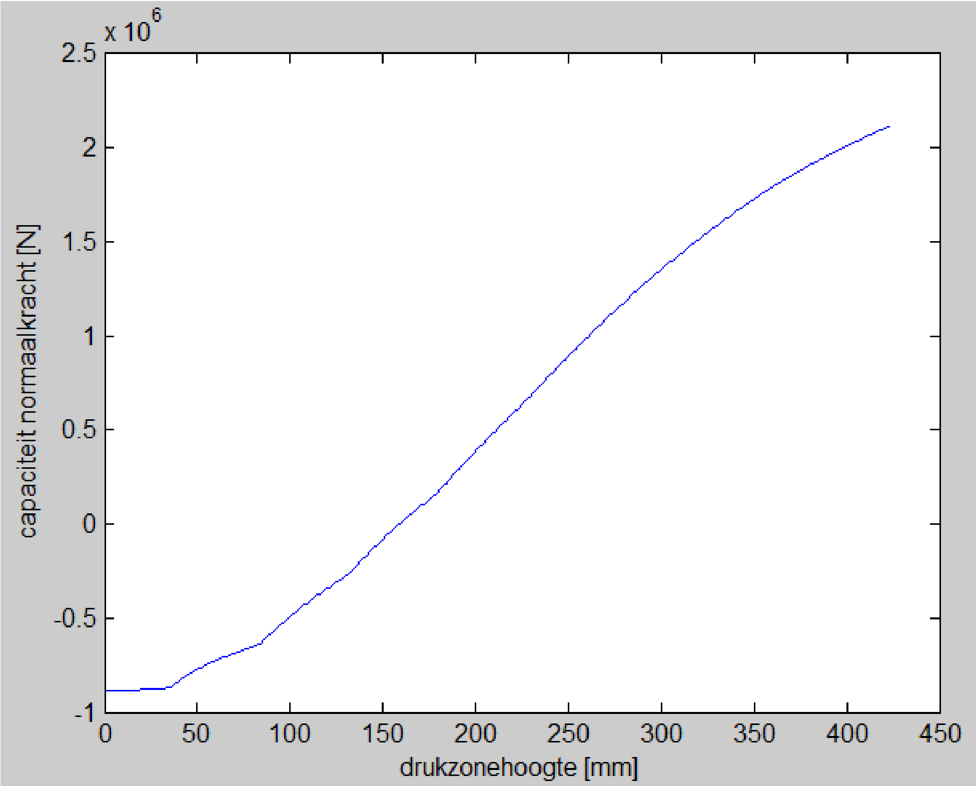
$$Normaalkracht: N = 500\ kN$$

$$Samengesteld\ moment: M = 100\ kNm$$

Voor de momentverhouding wordt 1/1 gekozen en als minimale diameter wordt 8 mm ingevoerd.

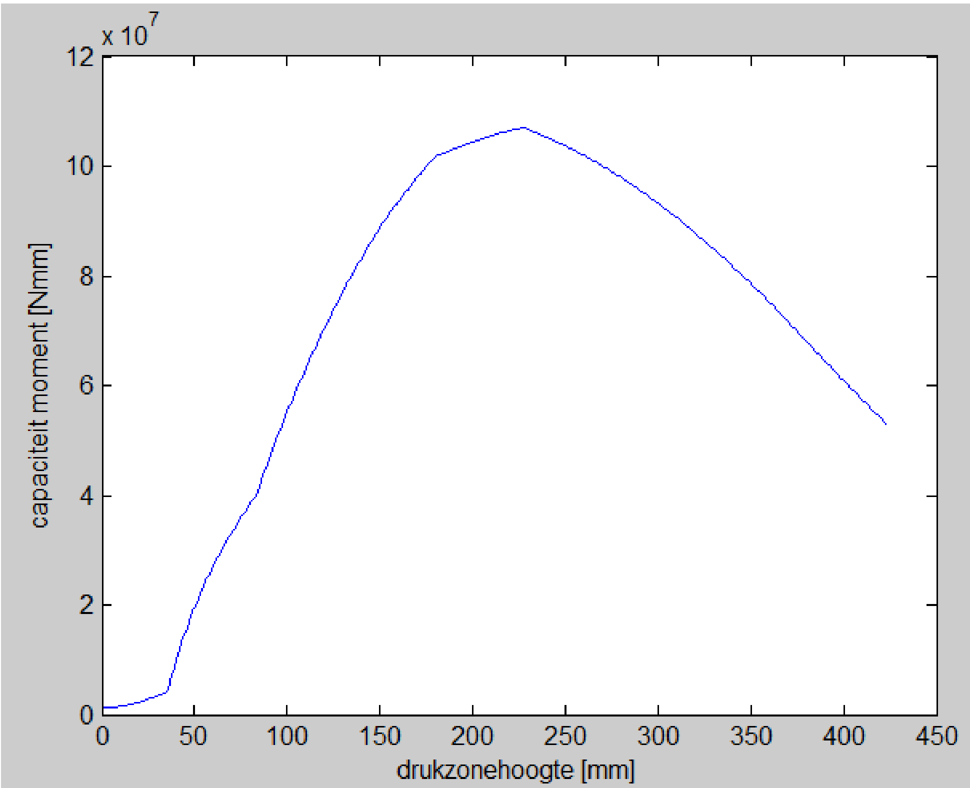
Resultaat: de benodigde diameter is 18 mm.

Om te verifiëren of dit klopt, wordt ULS model uit hoofdstuk 2 gebruikt. Ingevoerd wordt de wapeningsconfiguratie: [**y z d**] = [40 40 18; 40 150 18; 40 260 18; 150 40 18; 150 260 18; 260 40 18; 260 150 18; 260 260 18]. Dit model geeft de gebruikelijke diagrammen: normaalkracht- en momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte:



Figuur 5.12: normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Gezocht wordt de drukzonehoogte die de normaalkracht N = 500 kN het beste benaderd. Deze drukzonehoogte blijkt 212 mm te zijn.



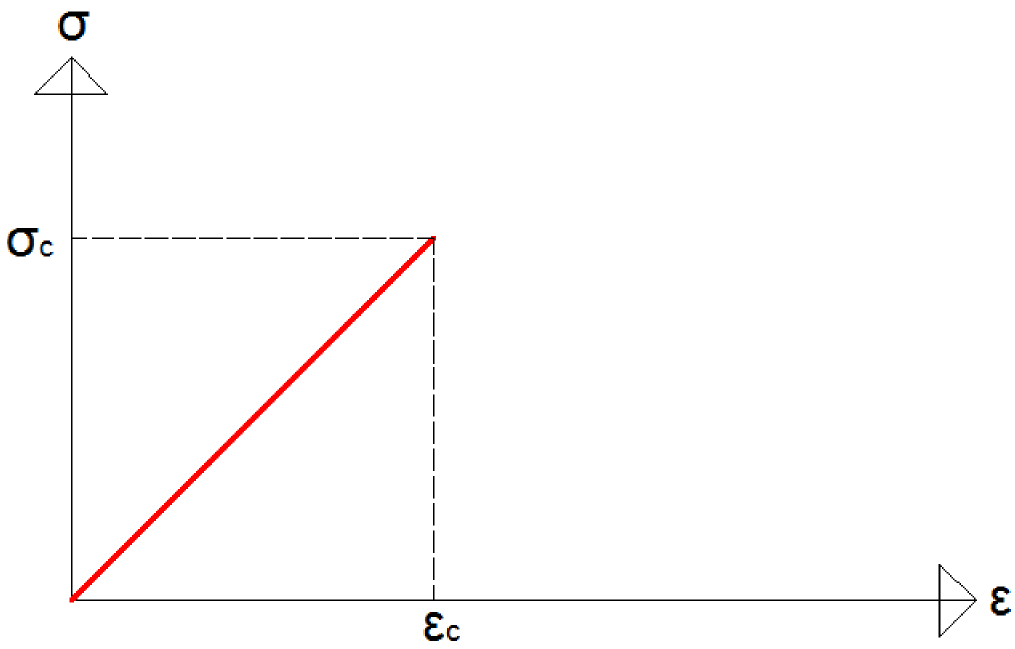
Figuur 5.13: momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

Voor de drukzonehoogte van 212 mm wordt opgezocht welke momentcapaciteit daarbij hoort. Deze blijkt 106 kNm te zijn, hetgeen inderdaad net iets groter is dan M = 100 kNm. Geconcludeerd kan worden dat voor een diameter van 18 mm een capaciteit wordt verkregen die net iets groter is vergeleken met de willekeurig opgegeven ULS belasting N en M. Daarmee is het model succesvol getest.

HOOFDSTUK 6: SLS MODEL VOOR SCHEURWIJDTECONTROLE

6.1 Betongedrag in SLS toestand

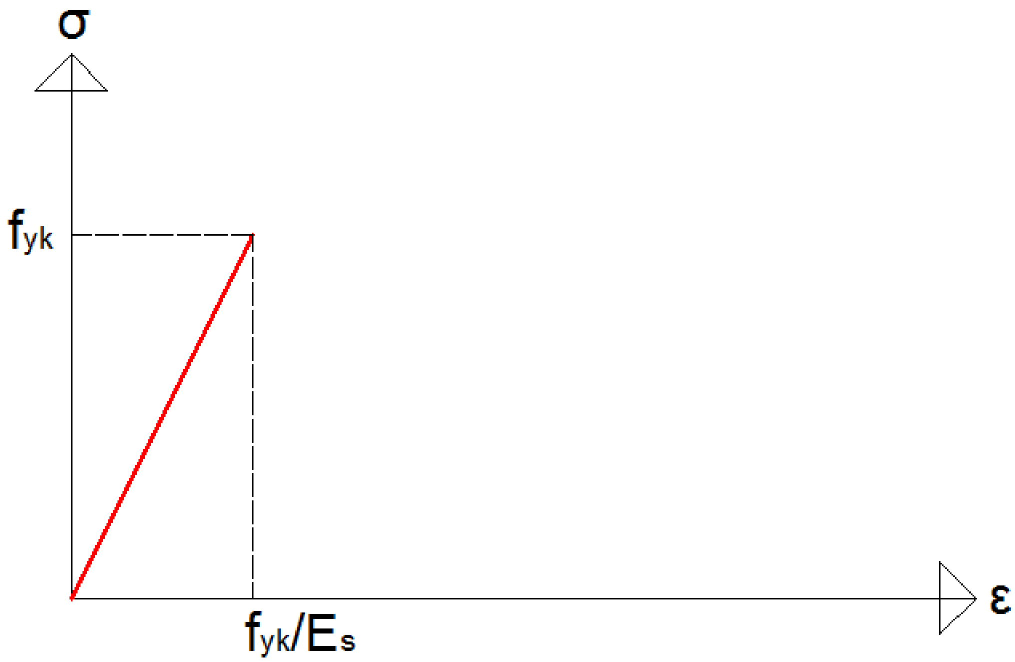
Een belangrijke toetsing die in de SLS toestand moet worden uitgevoerd is de scheurwijdte. Deze scheurwijdte mag niet te groot worden. Dit kan bijvoorbeeld om esthetische redenen zijn, of omdat het beton zich in een agressief milieu bevindt waar het wapeningsstaal een hoog risico heeft op corrosie. In dit hoofdstuk zal een SLS model worden gepresenteerd waarmee de scheurwijdte kan worden berekend. Om dit doel te bereiken wordt weer gestart met een beschrijving van de situatie en enkele benodigde parameters. Als eerste worden de spanning-rek diagrammen van het beton en wapeningsstaal gegeven:



Figuur 6.1: SLS spanning-rekdiagram beton

Het eerste verschil tussen de SLS en ULS berekening, is dat de plastische tak ontbreekt. Enkel de elastische tak wordt bij een SLS berekening beschouwd. Verder is er een ander verschil: daar waar in de ULS toestand de rekken duidelijk gedefinieerd zijn, bestaan er voor de SLS toestand geen eenduidige richtlijnen. De maximaal opneembare rek is dan ook een onbekende en moet door de ontwerper worden ingevoerd. Verder wordt er gewerkt met een elasticiteitsmodulus $E_{c,sls}$. Ook voor deze elasticiteitsmodulus bestaan geen duidelijke richtlijnen, de ontwerper moet ook dit zelf invoeren. In de ULS is de stuikspanning gedefinieerd, in de SLS is de maximale betondruksterkte:

$$\sigma_c = E_{c,sls} * \varepsilon_c$$

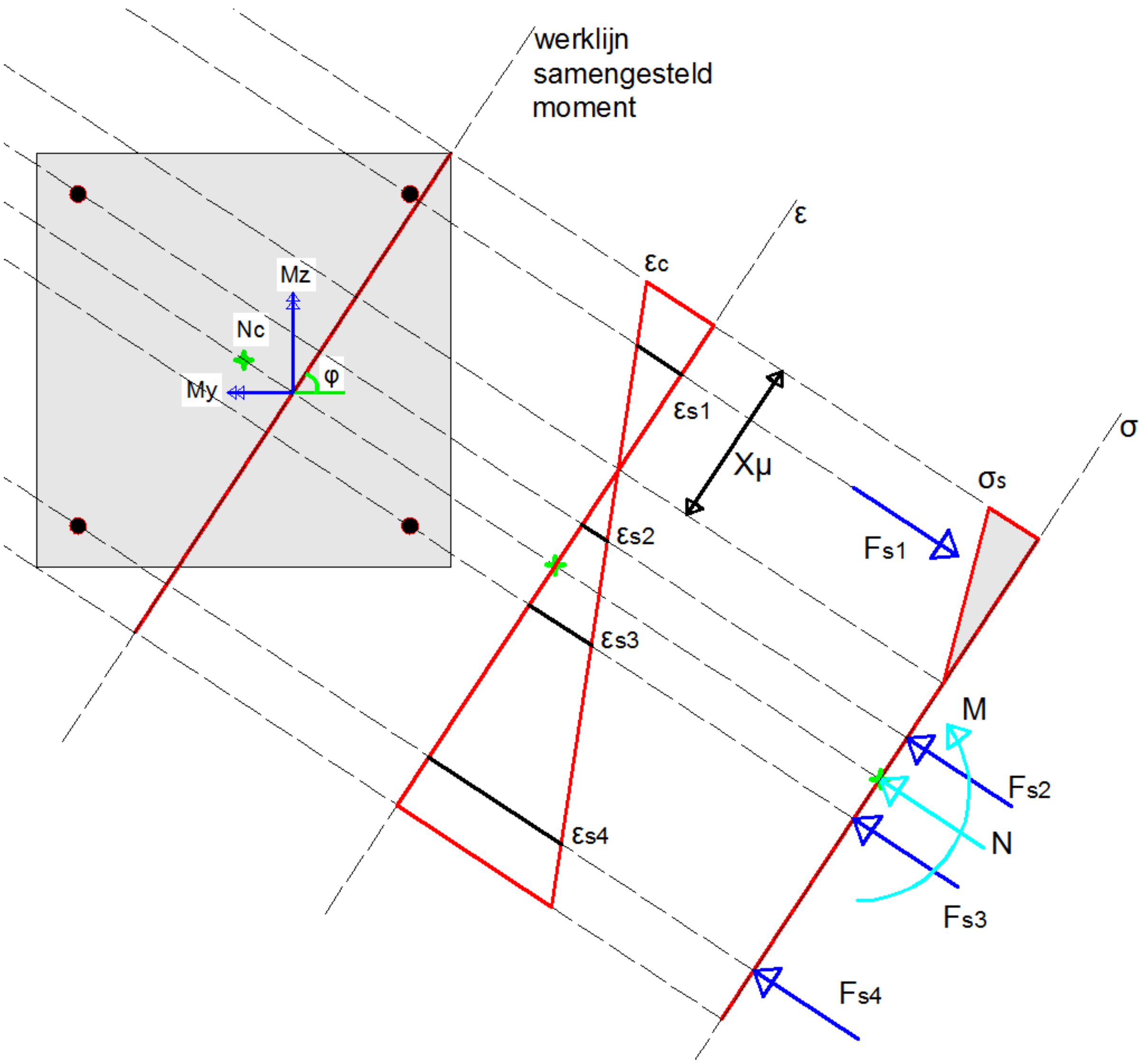


Figuur 6.2: SLS spanning-rekdiagram staal

Ook voor het wapeningsstaal ontbreekt de plastische tak in de SLS toestand. In tegenstelling tot de ULS berekening, worden er in de SLS berekening geen materiaalfactoren gebruikt. Er zal dus voor het wapeningsstaal worden gerekend met de karakteristieke sterkte. In dit hoofdstuk zal bij de voorbeelden weer gebruik worden gemaakt van wapeningsstaal type B500, waarvoor de rek die de elastische en plastische tak scheidt gegeven is:

$$\varepsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{500}{200000} = 2.5‰$$

Nu wordt het gedrag van het beton bekeken in SLS toestand:



Figuur 6.3: situatiebeschrijving SLS

Vergeleken met de ULS toestand is er één belangrijk verschil. Daar waar in de ULS toestand de rek in de uiterste betonvezel bekend is (3.5‰ tot en met C50/60, aflopend voor hogere betonsterkteklassen), bevindt de rek in SLS toestand zich ergens in de elastische tak:

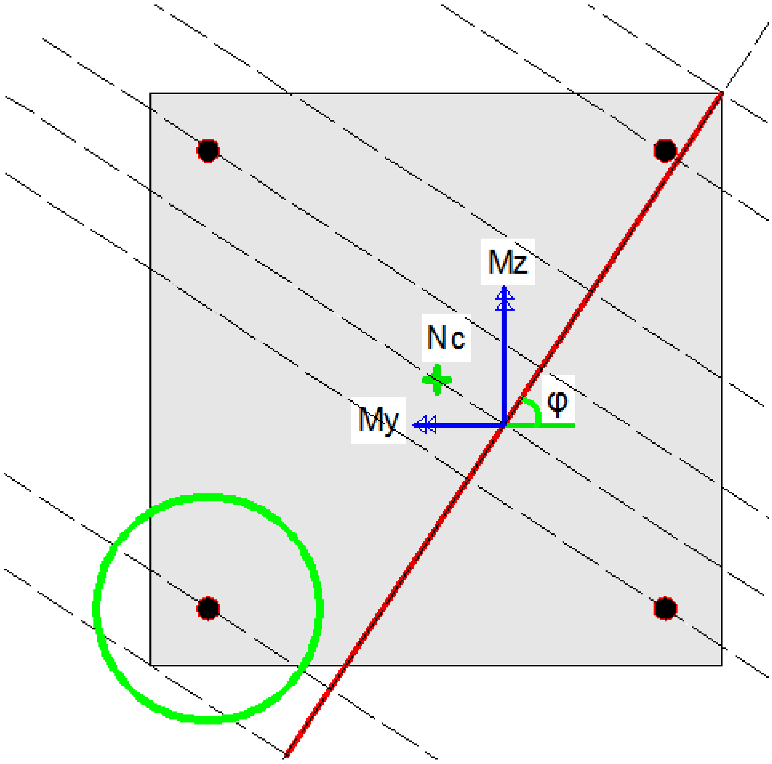
$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cmax}$$

Hierbij is ε_{cmax} de maximaal opneembare rek, welke door de ontwerper moet worden ingevoerd. De SLS berekening is dus moeilijker vergeleken met de ULS berekening omdat er een extra variërende parameter is. Bij de ULS berekening is er namelijk één variërende parameter: de drukzonehoogte, bij de SLS berekening zijn dit er twee: de rek in de uiterste betonvezel en de rek in de buitenste wapeningsstaaf. De drukzonehoogte is nu een functie van deze twee variërende parameters, evenals de moment- en normaalkrachtcapaciteit. Dit zal in de komende paragrafen nader worden toegelicht.

6.2 Beschrijving van parameters

Opgemerkt dient te worden dat het coördinatensysteem, zoals beschreven in paragraaf 2.2, ongewijzigd blijft. De benodigde parameters zullen wel (gedeeltelijk) wijzigen. Om deze reden worden de parameters in deze paragraaf nog eens één voor één doorlopen.

Zoals reeds aangegeven, zijn er in de SLS berekening twee variërende parameters: de rek in de uiterste betonvezel en de rek in de buitenste wapeningsstaaf. Deze wapeningsstaaf ligt het verst van de uiterste betonvezel en is in onderstaande figuur omcirkeld.



Figuur 6.4: positie buitenste wapeningsstaaf

Dit zal de wapeningsstaaf zijn waar de trekspanning maximaal is en waar de scheurwijdte maatgevend zal zijn. Voor het gemak krijgen de twee rekken de volgende symbolen:

$$rek\ in\ uiterste\ betonvezel: \varepsilon_c\ en\ de\ rek\ in\ de\ buitenste\ wapeningsstaaf: \varepsilon_s$$

In de invoer is de buitenste wapeningsstaaf altijd de eerste staaf en heeft daarom index i=1. Gegeven zijn de coördinaten van de buitenste wapeningsstaaf: $[y_1, z_1]$. Door gebruik te maken van het coördinatensysteem uit paragraaf 2.2, kan de drukzonehoogte worden gedefinieerd:

$$\frac{x_\mu(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}{r(y_1, z_1)} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} \Rightarrow x_\mu(\varepsilon_c, \varepsilon_s) = r(y_1, z_1) * \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s}$$

De drukzonehoogte is dus zelf geen variërende parameter meer, maar een functie van twee nieuwe variërende parameters. In tegenstelling tot de ULS, is er geen stuikspanning gedefinieerd. Deze spanning wordt bepaald aan de hand van de rek vermenigvuldigd met een door de ontwerper ingevoerde elasticiteitsmodulus: $E_{c,sls}$. Dit betekent ook dat er eerst wordt begonnen met het definiëren van de rekken in plaats van het spanningen. Hiervoor is weer een kromming nodig:

$$\kappa(\varepsilon_c, \varepsilon_s) = \left|\frac{\varepsilon_c}{x_\mu(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}\right|$$

Nu kan de rek worden beschreven:

$$\varepsilon(y,z) = \varepsilon_c + \kappa(\varepsilon_c, \varepsilon_s) * r(y,z)$$
$$= \varepsilon_c + \left|\frac{\varepsilon_c}{x_u(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}\right| * \|((b-y) * cos(\varphi) + (h-z) * sin(\varphi))[\cos(\varphi), \sin(\varphi)]\|$$

De spanning hoeft nu niet meer te worden gedefinieerd met drie verschillende functies, maar kan simpelweg worden verkregen door de rek te vermenigvuldigen met de SLS elasticiteitsmodulus:

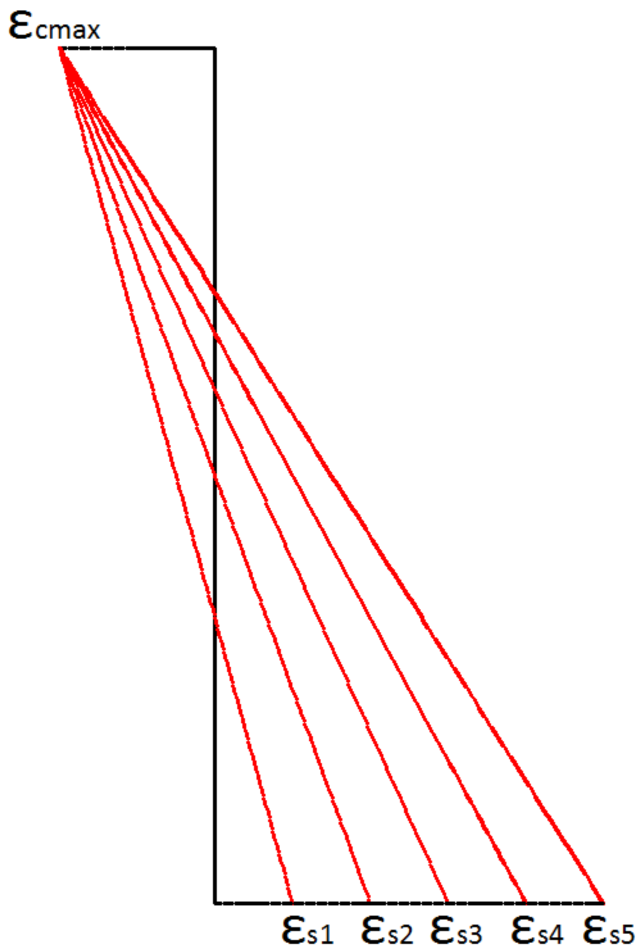
$$f_c(y,z) = E_{c,sls} * \varepsilon(y,z)$$
$$= E_{c,sls} * \left(\varepsilon_c + \left|\frac{\varepsilon_c}{x_u(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}\right| * \|((b-y) * cos(\varphi) + (h-z) * sin(\varphi))[\cos(\varphi), \sin(\varphi)]\|\right)$$

$$voor\ \varepsilon(y,z) \leq 0$$

De SLS spanningen en rekken zijn nu bekend. Vanaf dit punt zijn de SLS en ULS parameters identiek. De wapening, totale kracht in de betondoorsnede, positie van deze kracht, volheidsfactor en afstandsfactor worden volgens gelijke vergelijkingen beschreven. Voor deze parameters wordt terug verwezen naar paragraaf 2.3.

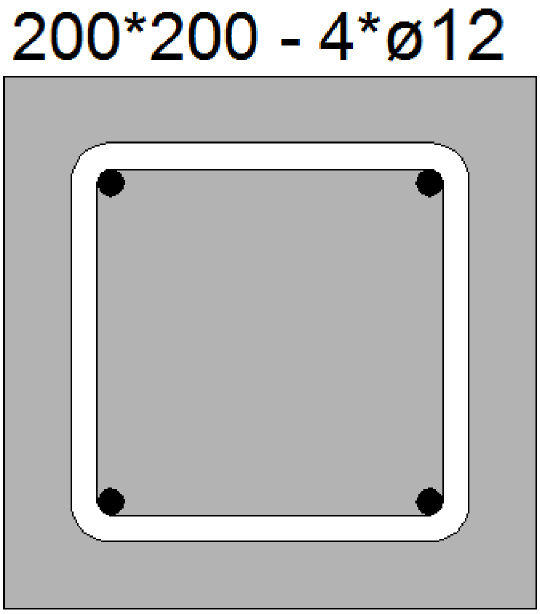
6.3 Maximaal opneembare capaciteit in SLS toestand

Met de overwegingen en parameters van de voorgaande paragrafen, wordt eerst begonnen met het definiëren van de maximaal opneembare SLS capaciteit. De maximaal opneembare capaciteit is belangrijk, omdat de ontwerper moet weten binnen welke grenzen de belastingen moeten liggen voor een bepaalde doorsnede en wapeningsconfiguratie. Mochten de belastingen boven de maximaal opneembare capaciteit uitstijgen, dan zal de berekening geen resultaat geven. De ontwerper moet dan de doorsnede en/of de wapening aanpassen tot de belasting wel binnen de grenzen van de maximaal opneembare capaciteit valt. Om tot deze maximale capaciteit te komen, wordt verondersteld dat in de uiterste betonvezel de maximaal mogelijke rek heerst: ε_{cmax}. Analoog aan de ULS model wordt dus de drukzonehoogte gevarieerd, waarbij de rek in de uiterste betonvezel constant blijft. Dit is geschematiseerd in onderstaande figuur:



Figuur 6.5: maximaal opneembare rek in uiterste betonvezel en variërende rekken in de buitenste wapeningsstaaf

Net als bij de ULS model worden, door de drukzonehoogte te laten variëren van 0 tot en met de maximaal mogelijke hoogte, twee diagrammen verkregen. De eerste normaalkracht als functie van de drukzonehoogte en de tweede is de momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte. Teneinde dit doel te bereiken is een Matlab programma opgebouwd, welke terug te vinden is in *bijlage H*. Er wordt nu een voorbeeld gegeven van de maximaal opneembare SLS capaciteit. Hiervoor wordt onderstaande doorsnede gebruikt:



Figuur 6.6: beschouwde doorsnede

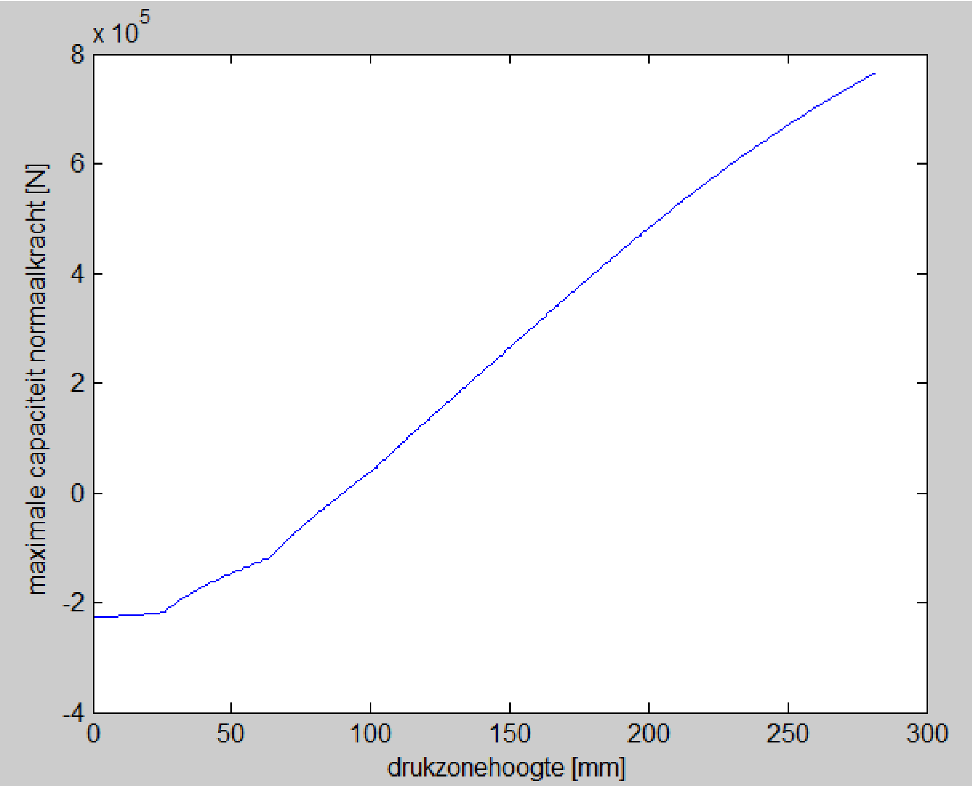
De betonsterkteklasse is C30/37 en het wapeningsstaal is B500. Voor de SLS berekening wordt gebruik gemaakt van de karakteristieke sterkte van het wapeningsstaal: 500 N/mm^2. De wapeningsconfiguratie is: [**y z d**] = [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12].

Verder moeten de maximaal opneembare rek en de elasticiteitsmodulus worden ingevoerd. Zoals eerder geschreven zijn hier geen duidelijke richtlijnen voor, in de voorbeelden van dit hoofdstuk worden de volgende waarden aangenomen:

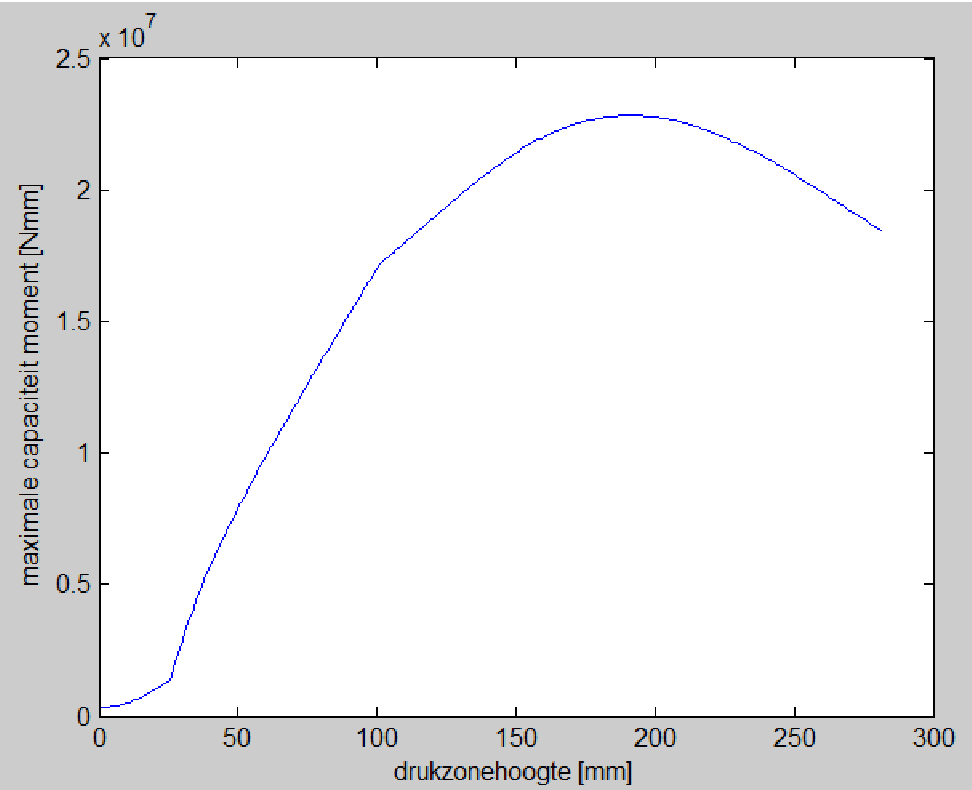
$$\varepsilon_{cmax} = 2{,}0\ ‰$$

$$E_{c,sls} = 17000\ N/mm^2$$

Verder is de gekozen momentverhouding 1/1. Met Matlab wordt nu de volgende output verkregen:



Figuur 6.7: maximale normaalkrachtcapaciteit als functie van de drukzonehoogte



Figuur 6.8: maximale momentcapaciteit als functie van de drukzonehoogte

De uitvoer lijkt op die van de ULS modellen. De drukzonehoogte waarvoor de momentcapaciteit maximaal is:

$$x_\mu = 191\ mm$$

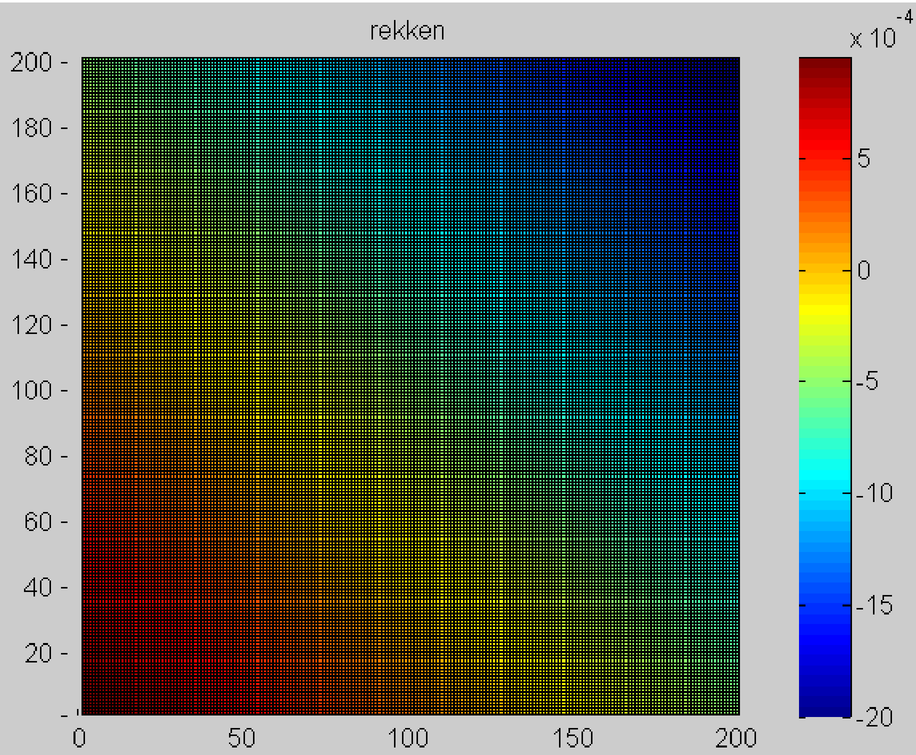
Bij deze drukzonehoogte hoort naast een maximaal moment ook een normaalkracht die op de doorsnede moet werken:

$$M = 22{,}8\ kNm$$

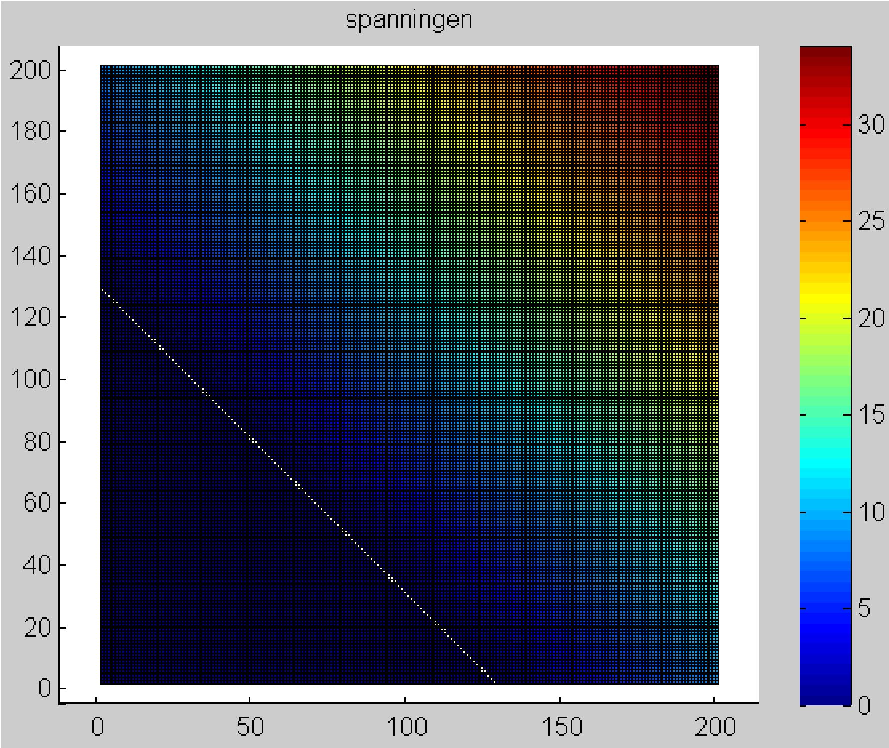
$$N = 444{,}6\ kN$$

Net als bij de ULS modellen, is ook dit model voorzien van opvraagbare tabellen, zodat voor iedere normaalkracht kan worden bepaald wat de drukzonehoogte is. Bij deze drukzonehoogte kan dan weer de beschikbare momentcapaciteit worden afgelezen.

Voor de optimale drukzonehoogte worden weer plots gemaakt met betrekking tot spanningen en rekken:



Figuur 6.9: 2D plot rekken voor beschouwde voorbeeld



Figuur 6.10: 2D plot spanningen voor beschouwde voorbeeld

Het verschil met de ULS plot is duidelijk te zien: de SLS plot bevat geen plastische zone. Er zijn nu nog maar twee zones: een zone waar geen betonspanning is, hier is het beton gescheurd. Daarnaast is er de zone waar de spanning oploopt van 0 naar:

$$f_c(y,z) = E_{c,sls} * \varepsilon(y,z) => f_c(200,200) = E_{c,sls} * \varepsilon(200,200) = 17000 * 2 * (10^{-3}) = 34\ N/mm^2$$

Dit is inderdaad de maximale spanning die de plot laat zien.

6.4 Rekken door een willekeurige SLS belasting

In deze paragraaf wordt de blik verruimd van de maximaal opneembare SLS belasting naar een willekeurige SLS moment en normaalkracht. Zoals beschreven is de enige voorwaarde dat deze willekeurige moment en normaalkracht binnen de capaciteitsgrenzen vallen zoals aangegeven in paragraaf 6.3, anders moet de doorsnede en/of de wapening worden aangepast.

De moment- en normaalkrachtcapaciteit is nu een functie van twee variabelen: de rek in de uiterste betonvezel ε_c en de rek in de buitenste wapeningsstaaf: ε_s. De output is nu niet meer een grafiek, maar een 2D plot. Om de rekentijd te beperken worden twee iteraties uitgevoerd: de eerste iteratie is tot op 0,1 ‰ nauwkeurig, de tweede iteratie is tot op 0,01 ‰ nauwkeurig. Voor dit doel is een Matlab programma opgesteld, welke te vinden is in *bijlage I*. Dit is een complete programma die zowel de rekken alsook de scheurwijdte (volgende paragraaf) berekent.

Om de werking van het programma te illustreren, wordt dezelfde doorsnede genomen als in paragraaf 6.3. De wapeningsconfiguratie, de eigenschappen van het beton en wapeningsstaal zijn identiek. Verder wordt er weer gewerkt met een momentverhouding 1/1.

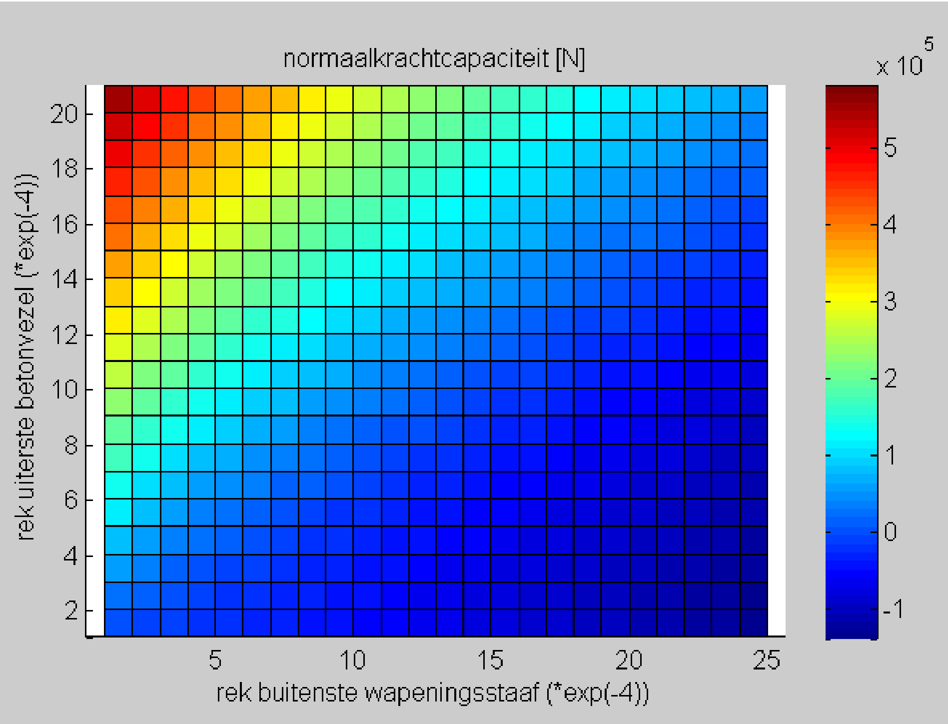
Bekend is dat de maximale momentcapaciteit 22,8 kNm is en de daarbij behorende normaalkracht 444,6 kN. Er wordt als willekeurige SLS belasting de volgende waarden aangenomen:

$$M = 15\ kNm$$

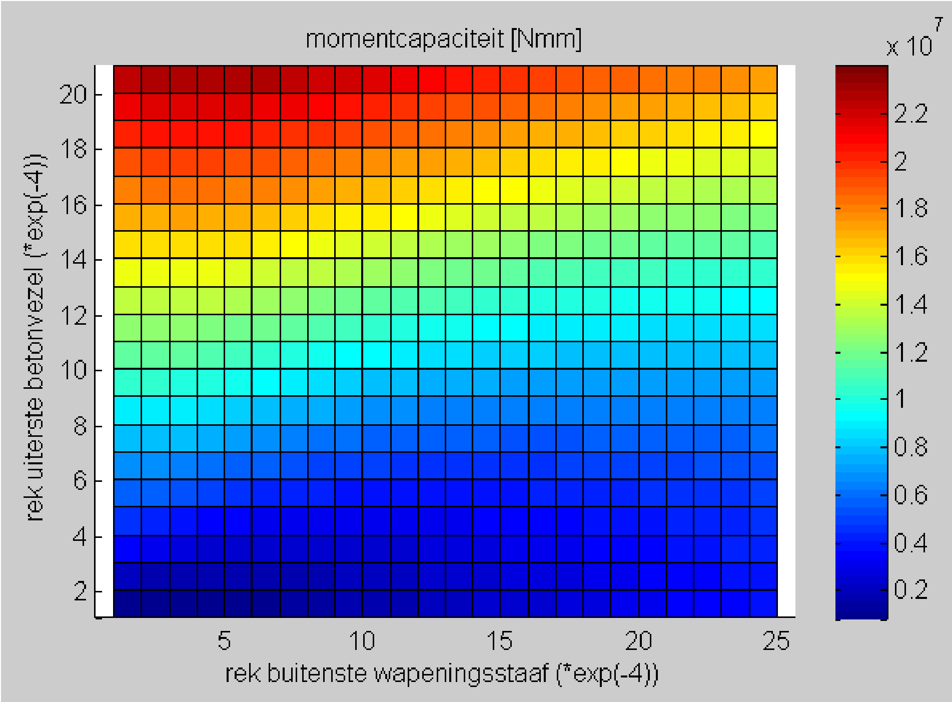
$$N = 100\ kN$$

Als eerste wordt gecontroleerd of bovenstaande belastingcombinatie binnen de SLS capaciteitsgrenzen valt. In *figuur 6.7* uit de vorige paragraaf wordt afgelezen dat bij een normaalkracht van 100 kN een drukzonehoogte van 120 mm hoort. Vervolgens wordt in *figuur 6.8* afgelezen dat bij een drukzonehoogte van 120 mm een momentcapaciteit van 18 kNm hoort. Uiteraard kan dit nog nauwkeuriger met tabellen worden bepaald, maar in dit geval is de marge zo groot dat dit niet nodig is.

De eerste iteratie is tot op 0,1 ‰ nauwkeurig, de output wordt onderstaand gegeven:



Figuur 6.11: normaalkrachtcapaciteit als functie van de rekken in de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf



Figuur 6.12: momentcapaciteit als functie van de rekken in de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf

Deze 2D plots zijn nieuw in dit rapport. Op de x as wordt de rek in de buitenste wapeningsstaaf gerepresenteerd en op de y as de rek in de uiterste betonvezel. Te zien is dat de plot voor de normaalkrachtcapaciteit bestaat uit diagonale 'lijnen'. De plot voor momentcapaciteit bestaat meer uit horizontale/golvende 'lijnen'. Deze 'lijnen' doorkruisen elkaar, dus bestaat er voor iedere SLS moment en normaalkracht (zolang deze binnen de capaciteitsgrenzen zitten) een bijbehorende rek in de buitenste wapeningsstaaf en een rek in de uiterste betonvezel.

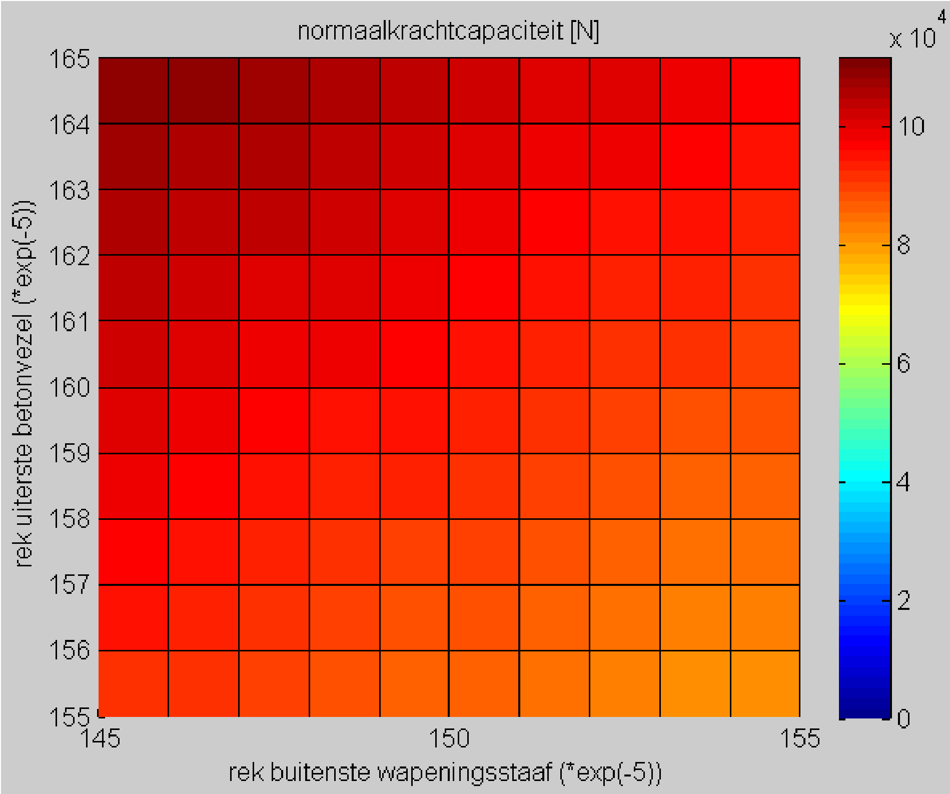
Voor de ingevoerde belasting wordt bij de eerste iteratie gevonden:

$$\varepsilon_c = 1{,}6\ ‰$$

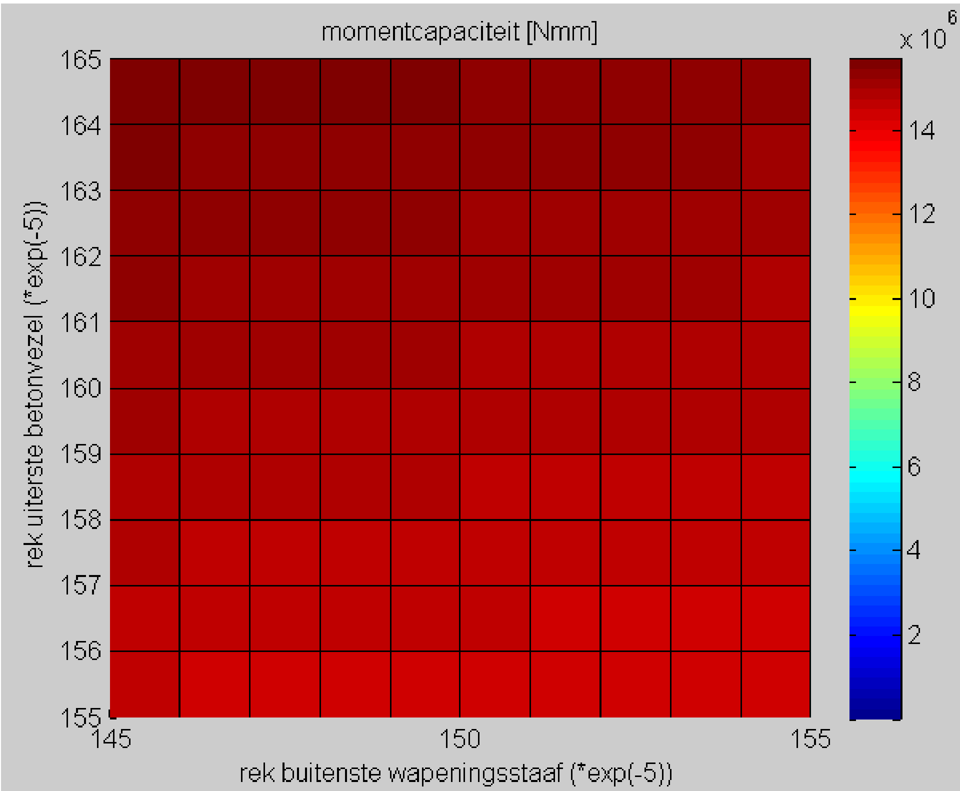
$$(deze\ is\ eigenlijk\ negatief, maar\ er\ wordt\ met\ absolute\ waarde\ gewerkt)$$

$$\varepsilon_s = 1{,}5\ ‰$$

Dit is nog niet nauwkeurig genoeg, immers kan er een fout worden gemaakt van 0,05 ‰. Omgerekend in spanning in het wapeningsstaal is dit 10 N/mm^2. Het is niet de bedoeling dat deze fout wordt gemaakt. Om de nauwkeurigheid te vergroten vindt er een tweede iteratie plaat, tot op de 0,01 ‰ nauwkeurig:



Figuur 6.13: normaalkrachtcapaciteit als functie van de rekken in de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf



Figuur 6.14: momentcapaciteit als functie van de rekken in de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf

Deze tweede iteratie geeft:

$$\varepsilon_c = 1{,}59 \text{ ‰}$$

$$\varepsilon_s = 1{,}45 \text{ ‰}$$

6.5 Scheurwijdte controle

Het voorbeeld van de voorgaande paragraaf wordt vervolgd. Nu de rekken in de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf bekend zijn, kunnen de drukzonehoogte en de spanning in de buitenste wapeningsstaaf worden berekend:

$$x_\mu(\varepsilon_c, \varepsilon_s) = r(y_1, z_1) * \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = 228 * \left(\frac{1{,}59}{1{,}59 + 1{,}45}\right) = \ 119\ mm$$

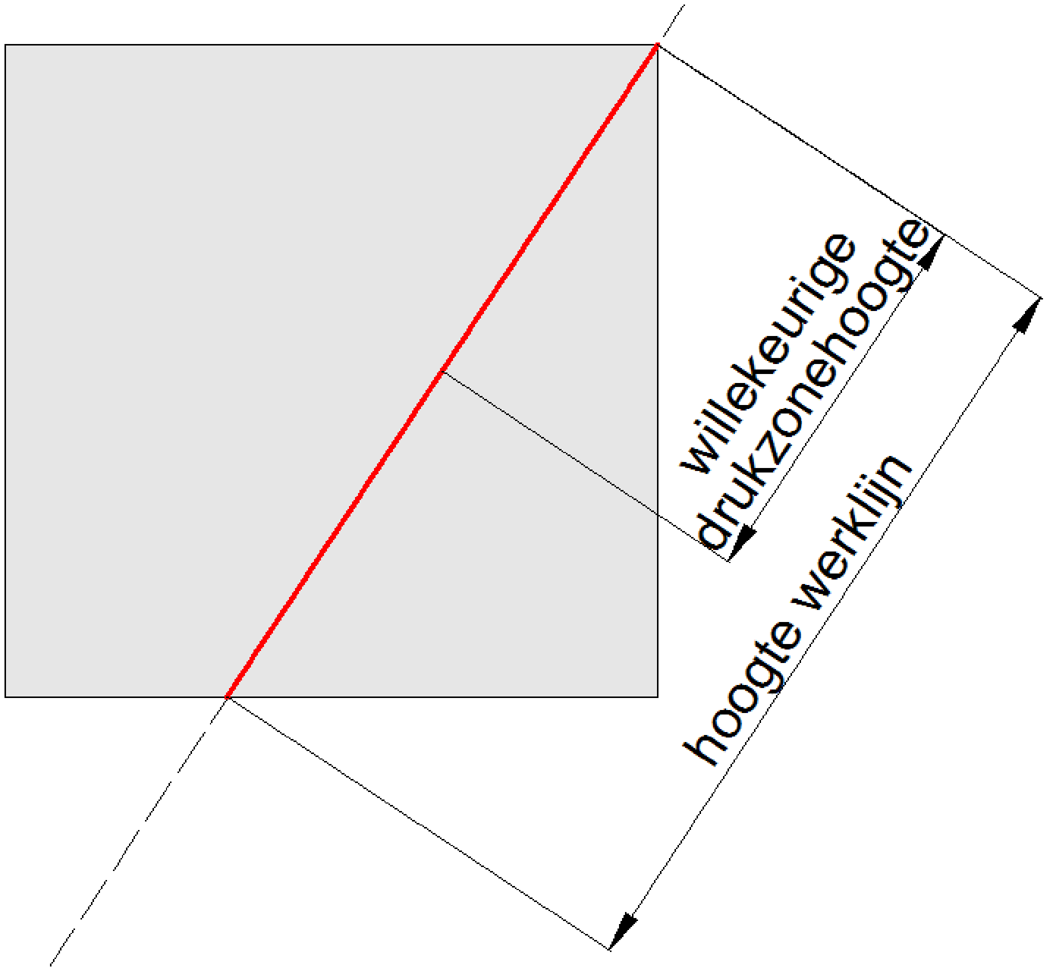
$$\sigma_s = \varepsilon_s * E_s = 1{,}45 * 200 = 290\ N/mm^2$$

Opgemerkt wordt dat $r(y_1, z_1)$ de afstand is tussen de uiterste betonvezel en buitenste wapeningsstaaf (voor enkele buiging wordt deze met d aangeduid). Deze wordt automatisch uitgerekend.

De werkelijke spanning moet worden vergeleken met de grensspanning σ_{sr} welke de scheurvormingsfase en de stabiele fase van elkaar scheidt. Hiervoor moet eerst een effectieve oppervlak worden uitgerekend. Voor de effectieve hoogte geldt:

$$h_{eff} = 2{,}5 * \left(c + \frac{1}{2} * \emptyset\right) \leq \frac{h - x}{3}$$

Bij dubbele buiging is de hoogte h niet de doorsnedehoogte, maar de hoogte van de werklijn. Dit is geïllustreerd in de volgende figuur.



Figuur 6.15: illustratie van werklijnhoogte en drukzonehoogte bij dubbele buiging

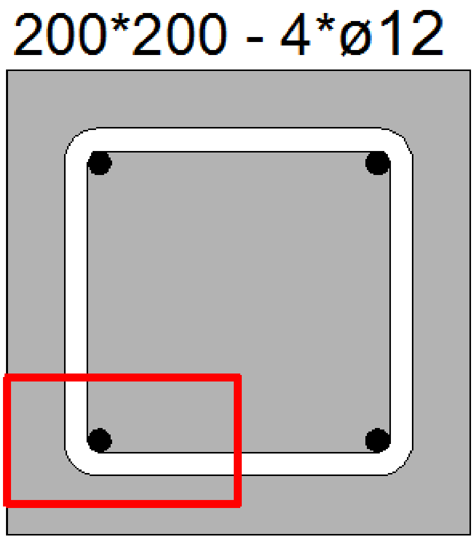
Dus voor dubbele buiging wordt:

$$\frac{h-x}{3} = \frac{h_{werklijn} - x_{\mu}(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}{3}$$

De werklijnhoogte voor de beschouwde doorsnede is 282 mm (output Matlab). Voor het voorbeeld dat hier wordt gebruikt is de effectieve hoogte:

$$h_{eff} = \min\left(\left(2{,}5 * \left(c + \frac{1}{2} * \emptyset\right)\right), \left(\frac{h_{werklijn} - x_{\mu}(\varepsilon_c, \varepsilon_s)}{3}\right)\right) = \min((2{,}5 * 40), (\frac{282-119}{3}))$$
$$= \min(100{,}55) = 55\ mm$$

Verder is de effectieve breedte van de wapeningsstaaf 100 mm. Onderstaand figuur geeft het effectieve oppervlak in de doorsnede aan:



Figuur 6.16: effectieve oppervlak ingetekend in de beschouwde doorsnede

Nu kan de effectieve wapeningspercentage worden uitgerekend:

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{eff}} = \frac{36 * \pi}{55 * 100} = 0{,}021$$

De verhouding tussen de elasticiteitsmoduli kan ook worden berekend:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,sls}} = \frac{200}{17} = 11{,}8$$

Verondersteld wordt dat de gemiddelde betontreksterkte $f_{ctm} = 3\ N/mm^2$. Nu kan de grensspanning worden berekend:

$$\sigma_{sr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{eff}} * \left(1 + \alpha_e * \rho_{eff}\right) = \frac{3}{0{,}021} * (1 + 11{,}8 * 0{,}021) = 178\ N/mm^2$$

De werkelijke spanning van de buitenste wapeningsstaaf is al berekend: deze is 290 N/mm^2, de situatie bevindt zicht dus in de stabiele fase.

Nu kunnen de benodigde coëfficiënten worden afgelezen uit de onderstaande tabel. Deze tabel is overgenomen uit bron [2].

	crack formation stage	stabilised cracking stage
short term loading	α = 0,5 β = 0 $\tau_{bm} = 2{,}0\, f_{ctm}$	α = 0,5 β = 0 $\tau_{bm} = 2{,}0\, f_{ctm}$
long term or dynamic loading	α = 0,5 β = 0 $\tau_{bm} = 1{,}6\, f_{ctm}$	α = 0,3 β = 1 $\tau_{bm} = 2{,}0\, f_{ctm}$

Tabel 6.1: coëfficiënten benodigd voor scheurwijdteberekening

De fase is de stabilised cracking stage, uitgaande van langdurige belasting wordt gevonden:

$$\alpha = 0{,}3\,, \beta = 1, en\ \tau_{bm} = 2{,}0 * f_{ctm}$$

Wat betreft de uitdroging van beton wordt verondersteld:

$$\varepsilon_{cs} = 0{,}25\ ‰$$

Tot slot is het nog een kwestie van de formule voor scheurwijdte uitschrijven:

$$w_{max} = \frac{f_{ctm} * \emptyset}{2 * \tau_{bm} * \rho_{eff} * E_s} * \left(\sigma_s - \frac{\sigma_{sr}}{2} + (\varepsilon_{cs} * E_s)\right)$$
$$= \frac{3 * 12}{2 * 6 * 0{,}021 * 200000} * \left(290 - \left(\frac{178}{2}\right) + (0{,}25 * 200)\right) = 0{,}18\ mm$$

De complete scheurwijdte berekening gebeurt grotendeels automatisch. De ontwerper wordt wel gevraagd enkele coëfficiënten in te voeren (zoals die in bovenstaande tabel). Verder moet ook de effectieve oppervlakte handmatig worden ingevoerd, om de ontwerper wat meer vrijheid te geven daarmee te spelen. Onderstaand een afbeelding van het complete proces:

```
My = 1
Mz = 1
M = 15*(10^6)
N = 100*(10^3)
h = 200
b = 200
fy = 500
Es = 200000
Ec,sls = 17000
ecu = -2*(10^-3)
enter reinforcement in matrix form [y z d]: [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12]
---
eerste iteratie:
de rek in de uiterste betonvezel is: 1.6 promille
de rek in de buitenste wapeningsstaaf is: 1.5 promille
---
tweede iteratie:
de rek in de uiterste betonvezel is: 1.59 promille
de rek in de buitenste wapeningsstaaf is: 1.45 promille
---
de hoogte van de werklijn is: 282 mm
de drukzonehoogte is: 119.087 mm
de spanning in de buitenste wapeningsstaaf is: 290 N/mm^2
---
Aeff = 55*100
fctm = 3
---
de grensspanning is: 181.1861 N/mm^2
---
alfa = 0.3
beta = 1
tbm = 6
ecs = 0.25*(10^-3)
---
de scheurwijdte is: 0.18193 mm
---
```

Figuur 6.17: geautomatiseerde berekening scheurwijdte

HOOFDSTUK 7: CONCLUSIES EN DISCUSSIE

Geconcludeerd kan worden dat, zoals reeds werd verondersteld., de berekening volgens de NEN norm conservatief is. Door de variabelen te optimaliseren die invloed hebben op het verschil tussen NEN berekening en numerieke methode, worden verschillen verkregen die in de range 20% tot 80% liggen. Dit laat zien dat ontwerpen meer is dan formules invullen. Het is belangrijk dat een ontwerper diepe inzicht heeft in hoe parameters werken en hoe deze elkaar beïnvloeden. Enkel op deze manier kan een ontwerp worden verkregen die volledig geoptimaliseerd is. Winst is dan de bespaarde wapening.

Een andere conclusie betreft de volheids- en afstandsfactor. Het is gebleken dat bij deze factoren de moeilijkheid ligt wat betreft betondoorsneden belast op dubbele buiging. Daar waar bij enkele buiging deze factoren constant zijn voor een rechthoekige doorsnede, zijn ze bij dubbele buiging afhankelijk van drie parameters: hoogte-breedteverhouding, de momentverhouding en de drukzonehoogte.

In dit rapport is consequent gewerkt met de klassieke Bernoulli hypothese: rechte vlakken blijven na vervorming vlak. Dit is een simpele hypothese, maar de impact is groot: alle modellen in dit rapport konden enkel worden ontwikkeld door deze hypothese als uitgangspunt te nemen. De vraag voor toekomstig onderzoek rijst dan ook op: In hoeverre is deze hypothese betrouwbaar? Blijven betondoorsneden na vervorming echt vlak? En hoe kunnen met die kennis nog nauwkeurigere modellen worden ontwikkeld?

LITERATUURLIJST

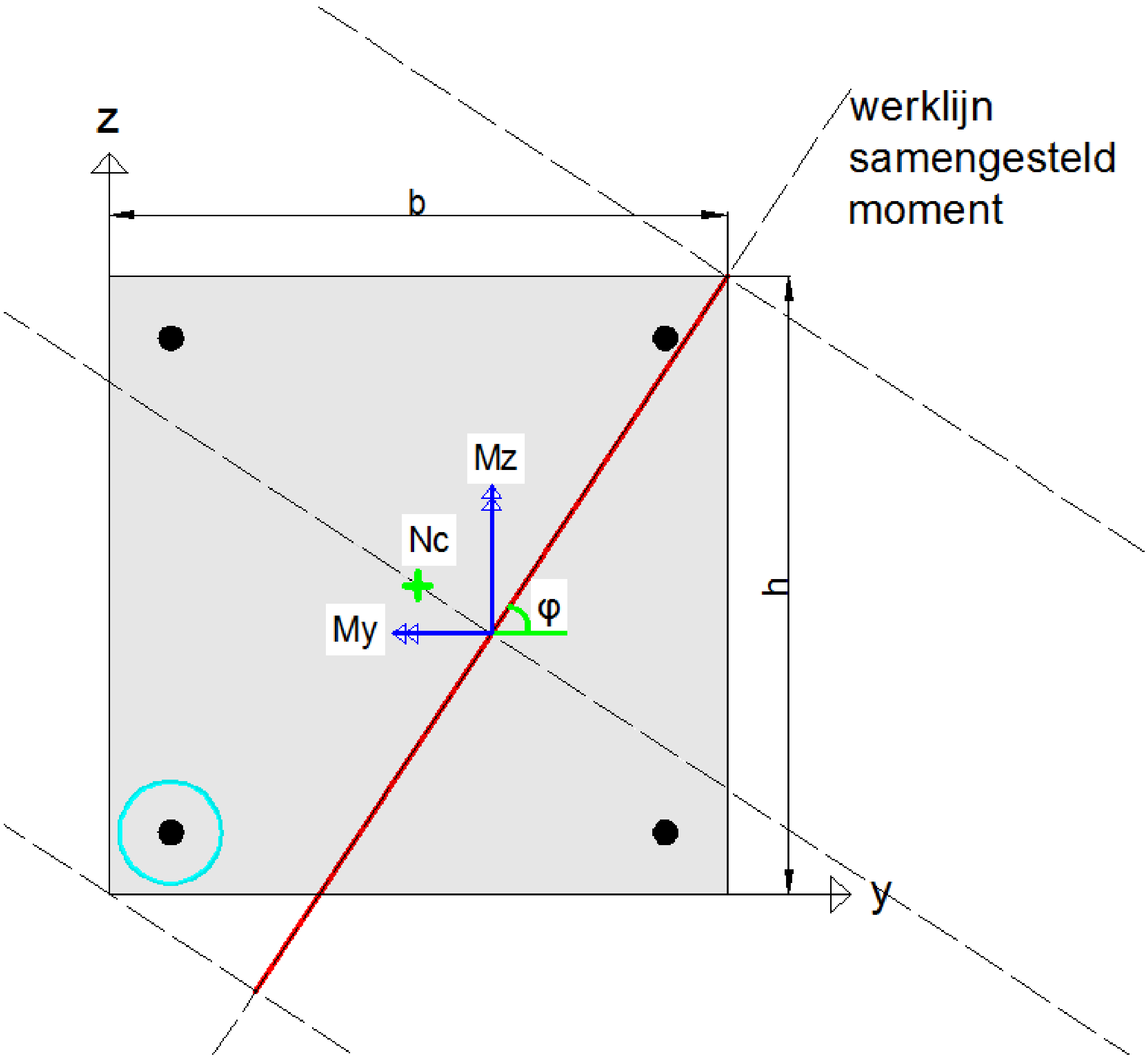
[1] Welleman, J.W. (2013). *Collegedictaat niet-symmetrische en inhomogene doorsneden*. Delft: TU Delft

[2] Walraven, J.C. (2013). *Collegedictaat gewapend Beton*. Delft: TU Delft

BIJLAGEN

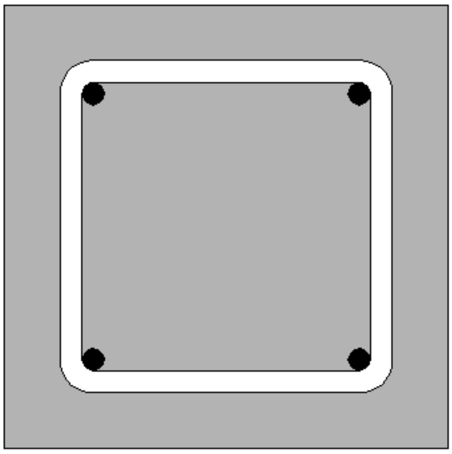
A Gebruikshandleiding Matlab codes

In deze korte handleiding wordt uitgelegd hoe de Matlab codes bediend kunnen worden. De Matlab codes zijn **geschikt voor betonsterkteklassen tot en met C90/105.** Een aandachtspunt is de invoer van de wapening, welke waarschijnlijk de grootste problemen kan geven. Onderstaande figuur geeft het assenstelsel dat in de codes wordt gebruikt:



Het assenstelsel bevindt zich altijd in de linkeronderhoek en het samengestelde moment wijst altijd richting de rechterbovenhoek (voor cirkelvormige doorsneden geldt dit niet, daarvoor wordt naar paragraaf 4.2 verwezen). Het is noodzakelijk bij het invoeren van de wapening de buitenste wapeningsstaaf altijd als eerste in te voeren. De buitenste wapeningsstaaf is de staaf die zich het dichtst bij de linkeronderhoek bevindt en is in de figuur omcirkeld.

Het invoeren van de wapening gebeurt in matrix vorm. Voorbeeld: een rechthoekige doorsnede 200*200, 4 wapeningsstaven ieder Ø12, afstand rand tot hart van de staven 40 mm.



De wapening wordt als volgt ingevoerd:

$$[\boldsymbol{y}\ \boldsymbol{z}\ \boldsymbol{d}] = [40\ 40\ 12; 40\ 160\ 12; 160\ 40\ 12; 160\ 160\ 12]$$

De y en z coördinaten zijn de afstanden van het hart van een wapeningsstaaf tot de linkeronderhoek. De parameter d is de diameter van iedere staaf. De buitenste wapeningsstaaf heeft coördinaat (40 40), deze wordt dus als eerste ingevoerd.

De ULS programma's in bijlage B, C, D, E en H (ULS rechthoek, cirkel, koker, I en T shape en het programma maximaal opneembare SLS capaciteit) geven als standaard uitvoer: 1) moment-drukzonhoogtediagram, 2) normaalkracht-drukzonhoogtediagram, 3) optimale drukzonehoogte, momentcapaciteit en normaalkracht die daarvoor moet worden geleverd, 4) bij deze optimale drukzonhoogte: een tabel met de spanning in de staven en 2D plots van spanningen en rekken. Het is belangrijk hierbij te vermelden dat u toegang heeft tot drie andere belangrijke tabellen, deze moeten handmatig worden geopend. Onderstaand tabel geeft een overzicht:

soort tabel	**hoe te openen**
moment per drukzonehoogte	Na afloop van de berekening in de Matlab command window M invullen gevolgd door enter
normaalkracht per drukzonehoogte	Na afloop van de berekening in de Matlab command window N invullen gevolgd door enter
spanning in de wapeningsstaven per drukzonehoogte	Na afloop van de berekening in de Matlab command window Q invullen gevolgd door enter

Stel u hebt bijvoorbeeld een doorsnede waar een willekeurige normaalkracht op werkt en u bent benieuwd wat de momentcapaciteit is. U opent dan eerst de normaalkracht per drukzonehoogte tabel. In deze tabel zoekt u de drukzonehoogte die deze normaalkracht het beste benaderd. Vervolgens kunt u in de moment per drukzonehoogte tabel opzoeken welke momentcapaciteit bij deze drukzonehoogte hoort. In paragraaf 4.6 wordt uitgebreider ingegaan op het gebruik van deze tabellen (inclusief illustraties).

Onderstaand volgt nog een tabel met de invoergrootheden, de bijbehorende eenheden en eventuele opmerkingen.

Voor nadere informatie of suggesties kunt u per mail contact opnemen: rawsan@live.nl

invoergrootheid	**invoereenheid**	**opmerkingen**
My en Mz	-	Dit zijn geen momenten, maar verhoudingen. Bijvoorbeeld als M_y = 2* M_z, dan wordt ingevoerd: M_y = 2 en M_z = 1. Voor enkele buiging moet worden ingevoerd: M_y = 1 en M_z = 0.
h en b	mm	Hoogte en breedte zoals aangegeven in bovenstaande schets. Bij niet rechthoekige doorsneden: denk een rechthoek om de doorsnede en neem daar de hoogte en breedte van.
fy en fcd	N/mm^2	Rekenwaarde van de sterkte wapeningsstaal respectievelijk beton. Let op: bij SLS modellen de karakteristieke waarde invullen.
Es	N/mm^2	elasticiteitsmodulus wapeningsstaal
ec3 en ecu3	promille	Rekken volgens de spanning-rekdiagram van het beton. Voer deze waarden als absoluut getal in. Voor betonsterkteklassen tot en met C50/60 geldt: ec3 = 1.75 en ecu3 = 3.5, voor overige betonsterkteklassen zie paragraaf 2.1.
d	mm	diameter bij cirkelvormige doorsneden
dmin en dmax	mm	bijvoorbeeld dmin = 8 mm en dmax = 32 mm
t	mm	dikte bij koker, I shape en T shape
N	N	normaalkracht
M	Nmm	samengesteld moment
Ec,sls	N/mm^2	elasticiteitsmodulus beton in SLS, zie ook paragraaf 6.1
ecu	-	Maximaal opneembare beton rek in SLS, zie ook paragraaf 6.1. Voer dit getal als negatief getal in en met een (10^-3) erachter. Voorbeeld ecu = -2*(10^-3)

Voor de scheurwijdte controle moeten daarnaast enkele andere grootheden worden ingevoerd. Hiervoor wordt verwezen naar paragraaf 6.5, waar ook een afbeelding is opgenomen van het complete in- en outputproces voor scheurwijdtecontrole.

B Matlab code ULS rechthoekige doorsnede

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
rr1=[b,h];
rrr1=((rr1*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r1=norm(rrr1);
rf=floor(r1);

for v=1:rf
disp(['progress ' num2str(((v/rf)*100)) ' %'])
x(v)=v;
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
```

```
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(v,k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(v,k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(v,k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(v,k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));
N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v)
  xopt=x(v-1);
  Nopt=N(v-1);
  Mopt=M(v-1);
  ff=f;
  ee=e;
  QQQ=Q(v-1,:);
end
end

xopt
Nopt
Mopt
NNN=round([S transpose(QQQ)]);
NNN1=table(NNN(:,1),NNN(:,2),NNN(:,3),NNN(:,4),'VariableNames',{'y' 'z'
'diameter' 'spanning'})

surface(transpose(ff))
title('spanningen');
colorbar
axis equal
figure
surface(transpose(ee))
title('rekken');
colorbar
axis equal
figure
plot(x,N)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit normaalkracht [N]');
figure
plot(x,M)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit moment [Nmm]');
```

C Matlab code ULS cirkelvormige doorsnede

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
d = input('d = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];

for v=1:d
x(v)=v;
disp(['progress ' num2str(((v/d)*100)) ' %'])
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:d+1
    for y=1:d+1
if (((y-((0.5*d)+1))^2)+((z-((0.5*d)+1))^2)>(0.25*(d^2)))
    r(y,z)=NaN;
    f(y,z)=NaN;
    e(y,z)=NaN;
else
rr=[((0.5*d)+1+(0.5*d*cos(p))-y),((0.5*d)+1+(0.5*d*sin(p))-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
```

```
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-r(((0.5*d)+1),((0.5*d)+1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    elseif  qq<-fy
    Q(v,k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    else
    Q(v,k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(v,k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(v,k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=(r(((0.5*d)+1),((0.5*d)+1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v)
  xopt=x(v-1);
  Nopt=N(v-1);
  Mopt=M(v-1);
  ff=f;
  ee=e;
  QQQ=Q(v-1,:);
end
end

xopt
Nopt
Mopt
NNN=round([S transpose(QQQ)]);
NNN1=table(NNN(:,1),NNN(:,2),NNN(:,3),NNN(:,4),'VariableNames',{'y' 'z'
'diameter' 'spanning'})

surface(transpose(ff))
title('spanningen');
colorbar
axis equal
figure
surface(transpose(ee))
title('rekken');
colorbar
axis equal
figure
plot(x,N)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit normaalkracht [N]');
figure
plot(x,M)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit moment [Nmm]');
```

D Matlab code ULS koker en I shape

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
t = input('t = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');
kti= input('choose koker (1) or i shape (2): ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
rr1=[b,h];
rrr1=((rr1*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r1=norm(rrr1);
rf=floor(r1);

for v=1:rf
x(v)=v;
disp(['progress ' num2str(((v/rf)*100)) ' %'])
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
        if (z>(t+1) && z<(h+1-t)) && (y>(t+1) && y<(b+1-t)) && kti==1
            r(y,z)=NaN;
            e(y,z)=NaN;
            f(y,z)=NaN;
        elseif ((z>(t+1) && z<(h+1-t) && y<(t+1)) || (z>(t+1) && z<(h+1-t)
&& y>(b+1-t))) && kti==2
            r(y,z)=NaN;
            e(y,z)=NaN;
            f(y,z)=NaN;
else
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
```

```
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
        end
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    elseif  qq<-fy
    Q(v,k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    else
    Q(v,k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(v,k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(v,k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2)  && M(v-1)>M(v)
  xopt=x(v-1);
  Mopt=M(v-1);
  Nopt=N(v-1);
  ff=f;
  ee=e;
  QQQ=Q(v-1,:);
end
end

xopt
Nopt
Mopt
NNN=round([S transpose(QQQ)]);
NNN1=table(NNN(:,1),NNN(:,2),NNN(:,3),NNN(:,4),'VariableNames',{'y' 'z'
'diameter' 'spanning'})

surface(transpose(ff))
title('spanningen');
colorbar
axis equal
figure
```

```
surface(transpose(ee))
title('rekken');
colorbar
axis equal
figure
plot(x,N)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit normaalkracht [N]');
figure
plot(x,M)
xlabel('drukzonehoogte [mm]');
ylabel('capaciteit moment [Nmm]');
```

E Matlab code ULS T shape

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
t = input('t = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
rr1=[b,h];
rrr1=((rr1*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r1=norm(rrr1);
rf=floor(r1);

zt=(((t*((h-t)^2))/2)+((b*t)*(h-(t/2))))/((t*(h-t))+(b*t));
rr2=[(b/2),zt];
rbot=norm(((rr2*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R);
rtop=r1-rbot;

for v=1:rf
x(v)=v;
xproc=(x(v)/rf)*100;
disp(['voortgang is: ' num2str(xproc) '%'])
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
ds=0;
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
        if (y<(t+1) && z<(h-t+1)) || (y>(b-t+1) && z<(h-t+1))
            r(y,z)=NaN;
            f(y,z)=NaN;
            e(y,z)=NaN;
        else
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
```

```
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-rtop);
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    elseif  qq<-fy
    Q(v,k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    else
    Q(v,k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(v,k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(v,k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=(rtop-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>2 && M(v-1)>M(v) && M(v-1)>M(v-2)
    xopt=x(v-1);
    Mopt=M(v-1);
    Nopt=N(v-1);
    ff=transpose(f);
    ee=transpose(e);
    QQQ=Q(v-1,:);
end
end

xopt
Nopt
Mopt
NNN=round([S transpose(QQQ)]);
NNN1=table(NNN(:,1),NNN(:,2),NNN(:,3),NNN(:,4),'VariableNames',{'y' 'z'
'diameter' 'spanning'})

surface(ff)
title('sanningen')
colorbar
axis equal
```

```
figure
surface(ee)
title('rekken')
colorbar
axis equal
figure
plot(x,N)
xlabel('drukzonehoogte [mm]')
ylabel('capaciteit normaalkracht [N]')
figure
plot(x,M)
xlabel('drukzonehoogte [mm]')
ylabel('capaciteit moment [Nmm]')
```

F Matlab code maximale ULS momentcapaciteit als functie van de diameter

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates in matrix form [y z]: ');
dmax = input('dmax = ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];

for vv=1:(dmax/2)
ddd(vv)=(2*vv);
disp(['progress: ' num2str((ddd(vv)/dmax)*100) ' %'])
x(1)=1;
key=0;
for v=1:999
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(ddd(vv)^2));
```

```
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v) && key==1
  Mopt(vv)=M(v-1);
  break
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
elseif v>2 && M(v)<M(v-1)
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
else
  x(v+1)=x(v)+10;
end
end
end

plot(ddd,Mopt)
xlabel('diameter [mm]')
ylabel('maximale momentcapaciteit [Nmm]')
```

G Matlab code diameter voor een willekeurige ULS belasting

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
MM = input('M = ');
NN = input('N = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates in matrix form [y z]: ');
dmin = input('dmin = ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
diameter=dmin-2;
Mopt=0;

while Mopt<MM
diameter=diameter+2
x(1)=1;
key=0;
for v=1:999
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;
```

```
for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(diameter^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));
N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);

if N(v)<NN && key==1
  Mopt=M(v-1);
  break
elseif N(v)>NN && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
elseif N(v)>NN && key==0
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif N(v)<NN && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
end
end
end
```

H Matlab code maximal opneembare SLS capaciteit

```
clear all;
close all;
clc;

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
Ec = input('Ec,sls = ');
ecc = input('ecu = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
rr1=[b,h];
rrr1=((rr1*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r1=norm(rrr1);
rf=floor(r1);
rr2=[(b+1-S(1,1)),(h+1-S(1,2))];
rrr2=((rr2*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r2=norm(rrr2);

for v=1:rf
x(v)=v;
disp(['progress ' num2str(((x(v)/rf)*100)) ' %'])
s=size(S);
ver=x(v)/(r2-x(v));
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
ec(v)=ecc;
es(v)=(-1/ver)*ec(v);
kr(v)=(es(v)+abs(ec(v)))/r2;

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
e(y,z)= ec(v) + (kr(v)*r(y,z));
if e(y,z)<=0
    f(y,z)=abs(e(y,z)*Ec);
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
    Ntot=Ntot+f(y,z);
else
    f(y,z)=0;
end
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
```

```
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(v,k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(v,k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(v,k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(v,k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(v,k)*ds(k));
end

dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));
N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v)
  xopt=x(v-1);
  Nopt=N(v-1);
  Mopt=M(v-1);
  ff=f;
  ee=e;
  QQQ=Q(v-1,:);
end
end

xopt
Nopt
Mopt
NNN=round([S transpose(QQQ)]);
NNN1=table(NNN(:,1),NNN(:,2),NNN(:,3),NNN(:,4),'VariableNames',{'y' 'z'
'diameter' 'spanning'})

surface(transpose(ff))
title('spanningen');
colorbar
axis equal
figure
surface(transpose(ee))
title('rekken');
colorbar
axis equal
figure
plot(x,N)
xlabel('drukzonehoogte [mm]')
ylabel('maximale SLS capaciteit normaalkracht [N]')
figure
plot(x,M)
xlabel('drukzonehoogte [mm]')
ylabel('maximale SLS capaciteit moment [Nmm]')
```

I Matlab code scheurwijdte controle

```
clear all;
close all;
clc;

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
MM = input('M = ');
NN = input('N = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
Ec = input('Ec,sls = ');
ecu = input('ecu = ');
S = input('enter reinforcement in matrix form [y z d]: ');

ecu1=-ecu*(10^4);
p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
rr1=[b,h];
rrr1=((rr1*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r1=norm(rrr1);
rf=floor(r1);
rr2=[(b+1-S(1,1)),(h+1-S(1,2))];
rrr2=((rr2*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r2=norm(rrr2);
s=size(S);

hz=0;
for n=1:ecu1
    for q=1:25
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
ec(n,q)=-n*(10^-4);
es(n,q)=q*(10^-4);
kr(n,q)=(es(n,q)+abs(ec(n,q)))/r2;

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
e(y,z)= ec(n,q) + (kr(n,q)*r(y,z));
if e(y,z)<=0
    f(y,z)=abs(e(y,z)*Ec);
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
    Ntot=Ntot+f(y,z);
else
    f(y,z)=0;
end
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;
```

```
for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));
N(n,q)=Ntot-Fss;
M(n,q)=((Ntot*dc)+Fsd);
if ((M(n,q)/MM)>= 0.9 && (M(n,q)/MM)<=1.1) && ((N(n,q)/NN)>=0.9 &&
(N(n,q)/NN)<=1.1)
    hz=hz+1;
    nq(hz,:)=[n q (abs((M(n,q)/MM)-1)+abs((N(n,q)/NN)-1))];
end
    end
end

[nq1 nq2]=min(nq(:,3));
disp('---')
disp('eerste iteratie:')
disp(['de rek in de uiterste betonvezel is: ' num2str(nq(nq2,1)*(10^-1)) '
promille'])
disp(['de rek in de buitenste wapeningsstaaf is: ' num2str(nq(nq2,2)*(10^-
1)) ' promille'])

surface(N)
axis equal
colorbar
title('normaalkrachtcapaciteit [N]')
xlabel('rek buitenste wapeningsstaaf (*exp(-4))')
ylabel('rek uiterste betonvezel (*exp(-4))')
figure
surface(M)
axis equal
colorbar
title('momentcapaciteit [Nmm]')
xlabel('rek buitenste wapeningsstaaf (*exp(-4))')
ylabel('rek uiterste betonvezel (*exp(-4))')

clearvars ec es kr N M
hz=0;
for n=((nq(nq2,1)-0.5)*10):((nq(nq2,1)+0.5)*10)
    for q=((nq(nq2,2)-0.5)*10):((nq(nq2,2)+0.5)*10)
Ntot=0;
```

```
A=0;
ra=0;
ec(n,q)=-n*(10^-5);
es(n,q)=q*(10^-5);
kr(n,q)=(es(n,q)+abs(ec(n,q)))/r2;

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
e(y,z)= ec(n,q) + (kr(n,q)*r(y,z));
if e(y,z)<=0
    f(y,z)=abs(e(y,z)*Ec);
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
    Ntot=Ntot+f(y,z);
else
    f(y,z)=0;
end
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));
N(n,q)=Ntot-Fss;
M(n,q)=((Ntot*dc)+Fsd);
if ((M(n,q)/MM)>= 0.97 && (M(n,q)/MM)<=1.03) && ((N(n,q)/NN)>=0.97 &&
(N(n,q)/NN)<=1.03)
    hz=hz+1;
    nqq(hz,:)=[n q (abs((M(n,q)/MM)-1)+abs((N(n,q)/NN)-1))];
end
    end
end
```

```
[nqq1 nqq2]=min(nqq(:,3));
nqq(nqq2,:);

figure
surface(N)
xlim([((nq(nq2,2)-0.5)*10) ((nq(nq2,2)+0.5)*10)])
ylim([((nq(nq2,1)-0.5)*10) ((nq(nq2,1)+0.5)*10)])
colorbar
title('normaalkrachtcapaciteit [N]')
xlabel('rek buitenste wapeningsstaaf (*exp(-5))')
ylabel('rek uiterste betonvezel (*exp(-5))')
figure
surface(M)
xlim([((nq(nq2,2)-0.5)*10) ((nq(nq2,2)+0.5)*10)])
ylim([((nq(nq2,1)-0.5)*10) ((nq(nq2,1)+0.5)*10)])
colorbar
title('momentcapaciteit [Nmm]')
xlabel('rek buitenste wapeningsstaaf (*exp(-5))')
ylabel('rek uiterste betonvezel (*exp(-5))')

disp('---')
disp('tweede iteratie: ')
disp(['de rek in de uiterste betonvezel is: ' num2str(nqq(nqq2,1)*(10^-2))
' promille'])
disp(['de rek in de buitenste wapeningsstaaf is: '
num2str(nqq(nqq2,2)*(10^-2)) ' promille'])
disp('---')
disp(['de hoogte van de werklijn is: ' num2str(rf) ' mm'])
disp(['de drukzonehoogte is: '
num2str((nqq(nqq2,1)/(nqq(nqq2,1)+nqq(nqq2,2)))*r2) ' mm'])
q11 = nqq(nqq2,2)*Es*(10^-5);
disp(['de spanning in de buitenste wapeningsstaaf is: ' num2str(q11) '
N/mm^2'])
disp('---')
Aeff = input('Aeff = ');
fctm = input('fctm = ');
disp('---')
aeff=(Es/Ec);
peff=(0.25*pi()*(S(1,3)^2))/Aeff;
qsr = (fctm/peff)*(1+(peff*aeff));
disp(['de grensspanning is: ' num2str(qsr) ' N/mm^2'])
disp('---')
a11 = input('alfa = ');
b11 = input('beta = ');
tbm = input('tbm = ');
ecs = input('ecs = ');
disp('---')
wmax=((fctm*S(1,3))/(2*tbm*peff*Es))*(q11-(0.5*qsr)+(ecs*Es));
disp(['de scheurwijdte is: ' num2str(wmax) ' mm'])
disp('---')
```

J Matlab code vergelijking met NEN norm

```
clear all
close all
clc

My = input('My = ');
Mz = input('Mz = ');
h = input('h = ');
b = input('b = ');
fcd = input('fcd = ');
fy = input('fy = ');
Es = input('Es = ');
ec3 = input('ec3 = ');
ecu3 = input('ecu3 = ');
S = input('enter reinforcement center coordinates and diameter in matrix
form [y z d]: ');

p=atan(My/Mz);
R=[cos(p),sin(p)];
x(1)=1;
key=0;

for v=1:999
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(S(k,3)^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
```

```
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v) && key==1
  xopt=x(v-1)
  Nopt=N(v-1)
  Mopt=M(v-1)
  My=sin(p)*Mopt
  Mz=cos(p)*Mopt
  break
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
elseif v>2 && M(v)<M(v-1)
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
else
  x(v+1)=x(v)+10;
end
clc
x(v+1)
end


kr=ecu3/(xopt*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*xopt)
    f(y,z)=-fcd;
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*xopt) && r(y,z)<=xopt
    f(y,z)=-fcd*((xopt-r(y,z))/(0.5*xopt));
else
    f(y,z)=0;
end
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
```

```
    end
end


for iii=1:10
clearvars -except Nopt My Mz S h b fcd fy Es ec3 ecu3
alf = input('alfa = ');
d1=S(1,3);
d2=S(1,3);
N1=0;
N2=0;
M1=0;
M2=0;

while M1<((alf/(alf-1))*My)
d1=d1+2
MMy=1;
MMz=0;
p=atan(MMy/MMz);
R=[cos(p),sin(p)];
x(1)=1;
key=0;
for v=1:999
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))  && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(d1^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
```

```
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
if N(v)>Nopt && key==2
  xopt=x(v);
  N1=N(v);
  M1=M(v);
  break
elseif key==2
    x(v+1)=x(v)+1;
elseif v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v) && key==1
  if N(v-1)>Nopt
  xopt=x(v-1);
  N1=N(v-1);
  M1=M(v-1);
  break
  else
  x(v+1)=x(v)+1;
  key=2;
  end
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
elseif v>2 && M(v)<M(v-1)
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
else
  x(v+1)=x(v)+10;
end
x(v+1)
end
end

while M2<(alf*Mz)
d2=d2+2
MMy=0;
MMz=1;
p=atan(MMy/MMz);
R=[cos(p),sin(p)];
x(1)=1;
key=0;
```

```
for v=1:999
Ntot=0;
A=0;
ra=0;
s=size(S);
kr=ecu3/(x(v)*1000);

for z=1:h+1
    for y=1:b+1
rr=[(b+1-y),(h+1-z)];
rrr=((rr*transpose(R))/(R*transpose(R)))*R;
r(y,z)=norm(rrr);
if r(y,z)<=(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v))
    f(y,z)=fcd;
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
elseif r(y,z)>(((ecu3-ec3)/ecu3)*x(v)) && r(y,z)<=x(v)
    f(y,z)=fcd*((x(v)-r(y,z))/(0.5*x(v)));
    A=A+1;
    ra=ra+(r(y,z)*f(y,z));
else
    f(y,z)=0;
end
Ntot=Ntot+f(y,z);
e(y,z)=(-3.5/1000)+(r(y,z)*kr);
    end
end

Fss=0;
Fsd=0;

for k=1:s(1)
    ds(k)=(r(S(k,1),S(k,2))-(0.5*r(1,1)));
    As(k)=(0.25*pi()*(d2^2));
    qq=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    if qq<=fy && qq>=0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    elseif qq>=-fy  && qq<0
    Q(k)=e(S(k,1),S(k,2))*Es;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    elseif  qq<-fy
    Q(k)=-fy;
    Ntot=Ntot-abs(f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    ra=ra-(r(S(k,1),S(k,2))*f(S(k,1),S(k,2))*As(k));
    A=A-As(k);
    else
    Q(k)=fy;
    end
    Fss=Fss+(As(k)*Q(k));
    Fsd=Fsd+(As(k)*Q(k)*ds(k));
end

alfa=ra/(Ntot*x(v));
beta=Ntot/(A*fcd);
dc=((0.5*r(1,1))-(ra/Ntot));

N(v)=Ntot-Fss;
M(v)=((Ntot*dc)+Fsd);
```

```
if N(v)>Nopt && key==2
  xopt=x(v);
  N2=N(v);
  M2=M(v);
  break
elseif key==2
    x(v+1)=x(v)+1;
elseif v>3 && M(v-1)>M(v-2) && M(v-1)>M(v) && key==1
  if N(v-1)>Nopt
  xopt=x(v-1);
  N2=N(v-1);
  M2=M(v-1);
  break
  else
  x(v+1)=x(v)+1;
  key=2;
  end
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==0
  x(v+1)=x(v)+10;
elseif v>2 && M(v)<M(v-1)
  x(v+1)=x(v)-1;
  key=1;
elseif v>2 && M(v)>M(v-1) && key==1
  x(v+1)=x(v)-1;
else
  x(v+1)=x(v)+10;
end
x(v+1)
end
end
disp(['diamter volgens exacte oplossing: ' num2str(S(1,3)) ' mm'])
disp(['normaalkracht volgens exacte oplossing: ' num2str(Nopt) ' N'])
disp(['moment in y richting volgens exacte oplossing: ' num2str(My) '
Nmm'])
disp(['moment in z richting volgens exacte oplossing: ' num2str(Mz) '
Nmm'])
disp('----')
disp(['alfa is: ' num2str(alf)])
disp(['benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: ' num2str(Nopt) '
N'])
disp(['benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: '
num2str((alf/(alf-1))*My) ' Nmm'])
disp(['benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: '
num2str(alf*Mz) ' Nmm'])
disp('----')
disp(['diameter voor enkele buiging in y richting: ' num2str(d1) ' mm'])
disp(['geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: '
num2str(N1) ' N'])
disp(['geleverde moment voor enkele buiging in y richting: ' num2str(M1) '
Nmm'])
disp('----')
disp(['diameter voor enkele buiging in z richting: ' num2str(d2) ' mm'])
disp(['geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: '
num2str(N2) ' N'])
disp(['geleverde moment voor enkele buiging in z richting: ' num2str(M2) '
Nmm'])
disp('----')
disp(['bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: '
num2str((((max(d1,d2)^2)/(S(1,3)^2))-1)*100) ' %'])
end
```

K Ruwe outputdata voor vergelijkingstabel

De codering van de ruwe output data is als volgt: betonkwaliteit-hoogte-breedte-aantal staven-diameter

20-200-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 164324.9066 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 12960581.4218 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 12960581.4218 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 164324.9066 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 25921162.8435 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 25921162.8435 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 14 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 188552.4145 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 27748643.027 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 14 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 188552.4145 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 27748643.027 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 36.1111 %
```

20-300-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 283055.9578 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 31799543.7732 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 21199695.8488 Nmm
----
alfa is: 1.87
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 283055.9578 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 68350743.5126 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 39643431.2373 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 318270.6371 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 76434505.8522 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 289095.6944 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 43853016.2624 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

20-400-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 422167.6622 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 62495370.3167 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 31247685.1583 Nmm
----
alfa is: 1.8
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 422167.6622 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 140614583.2126 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 56245833.285 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 437423.1277 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 155205970.7375 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 426220.8932 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 61609043.2195 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 236.1111 %
```

20-300-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 288553.3389 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 32547376.3927 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 21698250.9285 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 288553.3389 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 65094752.7854 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 43396501.857 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 336489.2077 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 66353388.1105 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 297964.2555 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 48286068.5554 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 77.7778 %
```

20-400-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 200 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 433372.8014 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 62888170.0615 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 31444085.0308 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 433372.8014 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 125776340.123 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 62888170.0615 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 479202.3476 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 137078670.9294 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 445208.566 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 69999719.8275 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 177.7778 %
```

20-400-200-8-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 250 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 250 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 444131.8796 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 65561162.1149 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 32780581.0575 Nmm
----
alfa is: 2.1
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 444131.8796 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 125162218.583 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 68839220.2207 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 503833.5661 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 128497722.4912 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 447248.1846 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 73591275.547 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

30-200-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 299495.1043 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 16787673.0859 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 16787673.0859 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 299495.1043 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 33575346.1718 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 33575346.1718 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 14 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 300357.5279 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 33692032.3984 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 14 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 300357.5279 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 33692032.3984 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 36.1111 %
```

30-300-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 466521.8129 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 41472215.0903 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 27648143.3935 Nmm
----
alfa is: 1.87
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 466521.8129 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 89141427.8377 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 51702028.1459 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 477350.6363 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 90305215.4533 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 471696.8362 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 52467151.2394 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

30-400-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 640238.506 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 121883851.9333 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 60941925.9666 Nmm
----
alfa is: 1.75
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 640238.506 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 284395654.511 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 106648370.4416 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 32 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 645101.843 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 294881245.5946 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 32 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 662358.5609 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 113645090.4775 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 156 %
```

30-300-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 461375.1031 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 42171954.8638 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 28114636.5758 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 461375.1031 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 84343909.7275 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 56229273.1517 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 498213.9336 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 90284352.156 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 472373.9562 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 56965112.7957 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

30-400-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 200 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 643094.1674 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 82749495.7823 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 41374747.8912 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 643094.1674 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 165498991.5646 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 82749495.7823 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 703599.9112 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 179847017.5038 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 652816.5773 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 91531633.6589 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 236.1111 %
```

30-400-200-8-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 250 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 250 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 653777.2103 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 85848951.9491 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 42924475.9745 Nmm
----
alfa is: 2.1
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 653777.2103 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 163893453.721 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 90141399.5465 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 733379.3792 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 173385407.2815 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 655186.0632 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 97022894.7481 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 177.7778 %
```

30-200-200-4-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 217210.8457 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 26511529.7445 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 26511529.7445 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 217210.8457 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 53023059.489 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 53023059.489 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 266349.699 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 56229866.0646 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 266349.699 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 56229866.0646 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 21 %
```

30-300-200-4-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 425624.7412 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 63222979.502 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 42148653.0014 Nmm
----
alfa is: 1.85
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 425624.7412 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 137602955.3868 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 77975008.0525 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 466412.4302 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 142000980.3595 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 437772.9327 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 79726298.4459 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 69 %
```

30-400-200-4-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 640238.506 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 121883851.9333 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 60941925.9666 Nmm
----
alfa is: 1.75
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 640238.506 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 284395654.511 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 106648370.4416 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 32 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 645101.843 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 294881245.5946 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 32 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 662358.5609 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 113645090.4775 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 156 %
```

30-300-200-6-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 439995.0378 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 65276402.2404 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 43517601.4936 Nmm
----
alfa is: 2.1
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 439995.0378 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 124618586.0954 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 91386963.1366 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 509942.0258 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 141957450.7639 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 453546.0394 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 104888402.283 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 69 %
```

30-400-200-6-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 200 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 670590.1837 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 122957321.7748 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 61478660.8874 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 670590.1837 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 245914643.5496 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 122957321.7748 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 30 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 731327.4381 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 268688662.9616 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 28 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 697141.1208 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 124159645.2054 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

30-400-200-8-20

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 250 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 250 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 408463.586 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 132279200.2105 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 66139600.1053 Nmm
----
alfa is: 2.16
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 408463.586 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 246312993.4955 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 142861536.2274 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 28 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 413974.8823 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 267101601.3728 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 28 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 488888.1474 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 159068083.0398 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 96 %
```

30-400-400-4-12

[40 40 12; 40 360 12; 360 40 12; 360 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1420549.248 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 110979291.2368 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 110979291.2368 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1420549.248 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 221958582.4736 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 221958582.4736 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1424629.0986 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 234470934.5444 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1424629.0986 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 234470934.5444 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 177.7778 %
```

30-400-400-8-12

[40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 200 40 12; 200 360 12; 360 40 12; 360 200 12; 360 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1394203.5981 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 118966926.9043 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 118966926.9043 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1394203.5981 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 237933853.8086 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 237933853.8086 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1398158.6645 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 254935483.1556 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1398158.6645 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 254935483.1556 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 125 %
```

30-400-400-12-12

[40 40 12; 40 150 12; 40 250 12; 40 360 12; 150 40 12; 150 360 12; 250 40 12; 250 360 12; 360 40 12; 360 150 12; 360 250 12; 360 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1325079.8093 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 128956821.7383 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 128956821.7383 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1325079.8093 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 257913643.4765 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 257913643.4765 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1371364.9993 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 268014087.7143 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1371364.9993 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 268014087.7143 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 77.7778 %
```

30-400-400-4-20

[40 40 20; 40 360 20; 360 40 20; 360 360 20]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1195844.3002 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 136850347.981 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 136850347.981 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1195844.3002 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 273700695.9621 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 273700695.9621 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1318102.8337 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 297019814.9332 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1318102.8337 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 297019814.9332 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 69 %
```

30-400-400-8-20

[40 40 20; 40 200 20; 40 360 20; 200 40 20; 200 360 20; 360 40 20; 360 200 20; 360 360 20]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1270215.4668 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 161132668.8809 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 161132668.8809 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1270215.4668 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 322265337.7618 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 322265337.7618 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1368684.1735 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 337131354.0768 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1368684.1735 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 337131354.0768 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 44 %
```

30-400-400-12-20

[40 40 20; 40 150 20; 40 250 20; 40 360 20; 150 40 20; 150 360 20; 250 40 20; 250 360 20; 360 40 20; 360 150 20; 360 250 20; 360 360 20]

```
diamter volgens exacte oplossing: 20 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 1170765.0824 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 190580906.6575 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 190580906.6575 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 1170765.0824 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 381161813.315 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 381161813.315 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 1411396.2484 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 412299389.0239 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 1411396.2484 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 412299389.0239 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 44 %
```

40-200-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 160 12; 160 40 12; 160 160 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 299495.1043 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 16787673.0859 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 16787673.0859 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 299495.1043 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 33575346.1718 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 33575346.1718 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 307016.8699 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 38145604.0346 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 16 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 307016.8699 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 38145604.0346 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 77.7778 %
```

40-300-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 682639.384 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 51496876.7212 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 34331251.1475 Nmm
----
alfa is: 1.87
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 682639.384 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 110688689.0445 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 64199439.6458 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 683010.3502 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 112948684.8841 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 694432.2614 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 66387913.9674 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 177.7778 %
```

40-400-200-4-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 893644.363 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 102352295.4993 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 51176147.7496 Nmm
----
alfa is: 1.8
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 893644.363 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 230292664.8733 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 92117065.9493 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 900785.018 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 242818378.848 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 26 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 897273.1639 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 99252191.2388 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 369.4444 %
```

40-300-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 260 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 260 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 688244.1167 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 52127839.6048 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 34751893.0699 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 688244.1167 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 104255679.2096 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 69503786.1398 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 20 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 690591.9135 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 114056133.7128 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 18 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 703087.9309 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 72467245.9815 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 177.7778 %
```

40-400-200-6-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 200 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 200 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 904327.4837 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 102703794.8207 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 51351897.4103 Nmm
----
alfa is: 2
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 904327.4837 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 205407589.6413 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 102703794.8207 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 926338.9402 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 224031158.1857 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 24 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 908899.8229 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 112809209.9463 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 300 %
```

40-400-200-8-12

wapeningsconfiguratie: [40 40 12; 40 150 12; 40 250 12; 40 360 12; 160 40 12; 160 150 12; 160 250 12; 160 360 12]

```
diamter volgens exacte oplossing: 12 mm
normaalkracht volgens exacte oplossing: 831564.8733 N
moment in y richting volgens exacte oplossing: 92980927.6734 Nmm
moment in z richting volgens exacte oplossing: 46490463.8367 Nmm
----
alfa is: 2.1
benodigde normaalkracht voor enkele buiging is: 831564.8733 N
benodigde moment in y richting voor enkele buiging is: 177509043.7402 Nmm
benodigde moment in z richting voor enkele buiging is: 97629974.0571 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in y richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in y richting: 837794.4158 N
geleverde moment voor enkele buiging in y richting: 206812342.9272 Nmm
----
diameter voor enkele buiging in z richting: 22 mm
geleverde normaalkracht voor enkele buiging in z richting: 833730.3621 N
geleverde moment voor enkele buiging in z richting: 116160301.5802 Nmm
----
bespaarde wapening door exacte methode te gebruiken: 236.1111 %
```