*Bachelor Eindewerk*

# Knik en kip berekend met volume-elementen in ANSYS

**Naam:** **Qile Chen**

**Studienummer:** **1252607**

**Begeleiders:** **Dr.ir. P.C.J. Hoogenboom**

**Ir. P.A. de Vries**

# Voorwoord

Dit rapport bevat de resultaten van een onderzoek naar de berekeningen van knik- en kipstabiliteit van enkele verschillende doorsneden met behulp van volume-elementen in ANSYS. Het onderzoek is een onderdeel van het bachelor-eindwerk voor de studie Civiele Techniek aan de TU Delft. Het onderzoek is uitgevoerd in de tweede periode van het collegejaar 2011-2012. In deze periode ben ik bij mijn onderzoek begeleid door de docenten Dr.ir. P.C.J. Hoogenboom en Ir. P.A. de Vries. Ik wil graag beide heren bedanken voor hun hulp.

Delft, januari 2012

Qile Chen

# Inhoudsopgave

# 1.Inleiding

Voor de berekening van de stabiliteit van profielen zijn formules beschikbaar. De nauwkeurigheid van deze berekeningen is niet altijd even duidelijk, bijvoorbeeld bij dunwandige profielen kunnen er onverwachte invloeden zijn door inklemming of lokale plooi. Om dit te controleren op een onafhankelijke manier is gebruik gemaakt van de eindige-elementenmethode. Hiertoe zijn 3D modellen gemaakt met behulp van het eindige-elementenprogramma ANSYS.

**Probleemstelling**

Uit voorgaande Bachelor-eindwerken blijkt dat de stijfheidsmatrix van de raamwerkelementen heel nauwkeurig is, ook voor dunwandige asymmetrische profielen. De controles zijn uitgevoerd in ANSYS met volume-elementen. In het huidige onderzoek wordt bestudeerd of instabiliteit (knik en kip) ook overeenkomt. Zowel symmetrische als asymmetrische dunwandige profielen zullen worden bestudeerd: U-profiel, T-profiel en Z-profiel.

In ANSYS zullen een aantal liggers worden gemodelleerd met volume-elementen. Deze liggers zullen worden belast met een normaalkracht of een constant moment. De belasting waarbij instabiliteit optreedt, zal worden berekend met een "linear buckling analysis". Deze belasting zal worden vergeleken met de formules voor knik en kip gebaseerd op eendimensionale differentiaalvergelijkingen.

**Methode:**

1. Algemeen:

De algemene formules van knik en kip worden bepaald door de uitwerking van differentiaalvergelijkingen met behulp van de randvoorwaarden. Deze leiden tot:

Knik: $F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\ 2}}$ ;  Kip: $M_{kip} = \frac{\pi}{l}\sqrt{EI_\eta GI_t + (\frac{\pi}{l})^2 EI_\eta EI_w}$

Antwoorden kunnen worden gekregen gewoon door de invulling van parameters. (uitwerken met behulp van Maple)

2. ANSYS:

Bij de modellering en berekeningen in het programma ANSYS, kunnen de waarden van λ, de zogenaamde 'load multiplier(factor)', worden verkregen. De kritieke knikkracht en het kritieke kipmoment worden bepaald door vermenigvuldiging van de ingevoerde kracht of moment met deze factor.

Uit vergelijking van de resultanten van deze twee manieren kunnen conclusies worden getrokken over de nauwkeurigheden en beperkingen van de formules.

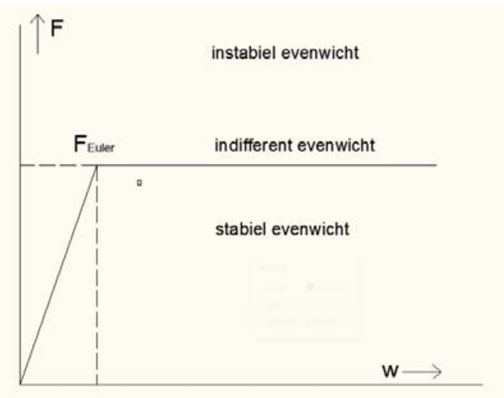
Om het verschil te beschrijven wordt een uitdrukking gebruik gemaakt. De afwijkingen worden aangegeven in procent.

$$\text{Verschil [\%]}= \frac{\text{Analytische waarde - Numeriek waarde}}{\text{Analytische waarde}} * 100\%$$

# 2. Theorie

**Knik:**

Als een kolom op druk wordt belast, kan er naast een verkorting ook een horizontale verplaatsing optreden. Dit wordt knikken genoemd.




*Figuur 1. Relatie tussen belasting en verplaasting*

Met behulp van differentiaalvergelijkingen kunnen de kritische knikkrachten worden uitgerekend. De kleinste waarde hiervan is dan de zogenoemde Eulerse knikkracht.

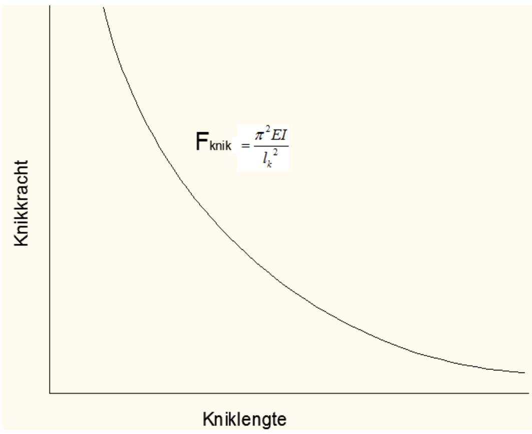
Zoals in de figuur toegelicht, een kracht kleiner dan Eulerse knikkracht leidt tot een stabiel evenwicht.

De Eulerse knikkracht wijzigt doordat de randvoorwaarden verschillen. Uit de formule blijkt dat er slechts één factor die het verschil in de Eulerse knikkracht uitmaakt, dat is de kniklengte.

De Eulerse knikkracht is in een grafiek uit te zetten tegen de kniklengte lk zoals weergegeven in figuur2. En de kniklengte voor verschillende knikvormen kan worden gevonden in het dictaat van CT2031 Constructie Mechanica 3.

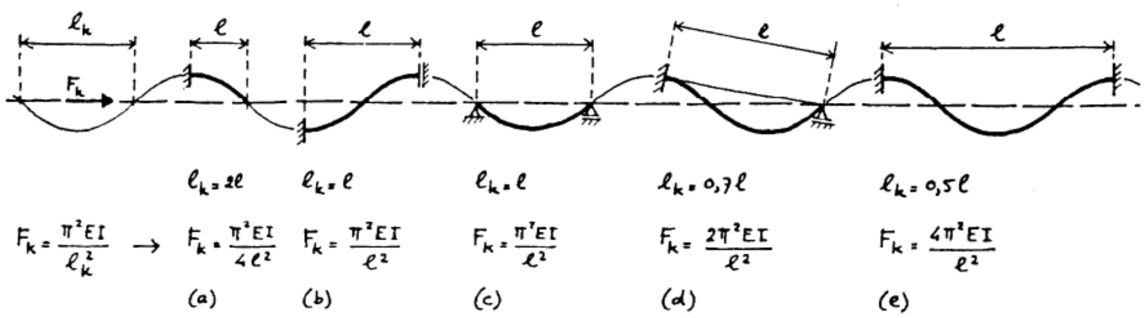
Zoals in de inleiding vermeld: $F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\,2}}$

De algemene rekenwaarde kan zo worden verkregen.




*Figuur 2. Eulerse knikkracht als functie van de kniklengte*

Er zijn in totaal vijf basisknikvormen zoals in het grafiek weergegeven.




*Figuur 3. Basisknikvormen*

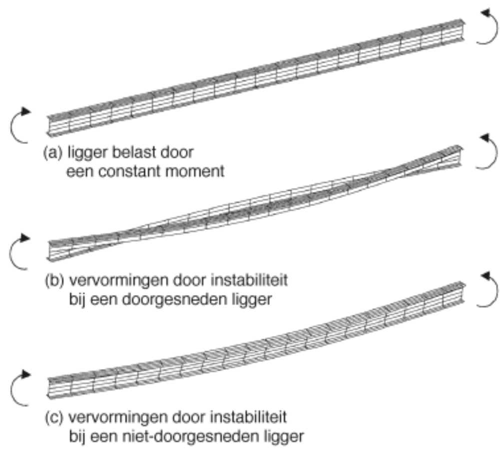
Tijdens de onderzoek wordt eerst het kinkvorm (a) getoetst.

**Kip:**

Stel dat een ligger wordt belast zodat deze buigt om de sterke as. Bij een zekere belasting kan de ligger dan ook om de zwakke as buigen en tevens roteren om de lengte-as. Dit verschijnsel wordt kipinstabiliteit genoemd.

De oorzaak van dit verschijnsel is de drukkracht in de gedrukte flens. Door deze kracht wil de gedrukte flens zijdelings uitknikken. De andere flens wordt op trek belast en wil recht blijven. De ligger buigt daardoor niet alleen zijdelings uit, maar roteert ook.

Het moment waarbij dit verschijnsel optreedt, heet het theoretisch elastische kipmoment. Met behulp van differentiaalvergelijkingen voor evenwicht en bijbehorende randvoorwaarden is de algemene formule opgesteld:




*Figuur 4. vervorming door kipinstabiliteit*

$$M_{kip} = \frac{\pi}{l}\sqrt{EI_{\eta}GI_{t} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^{2} EI_{\eta}EI_{w}}$$

De eerste term onder het wortelteken is gerelateerd aan zuivere wringing en de tweede term aan de verhinderde welving.

$I_w$ = welvingsconstante, $I_t$ = torsietraagheidsmoment, $I_\eta$ =traagheidsmoment, G=glijdingsmodulus

**Werkwijze in ANSYS:**

In ANSYS, het lichaam wordt verdeeld in elementen volgens de eindige-elementenmethode. De elementen worden aan elkaar verbonden via knooppunten(nodes). Bij de invoering van belastingen en randvoorwaarden, kan de berekening wordt uitgevoerd en de resultanten aan elke elementen worden verkregen. De uiteindelijke resultante wordt bepaald door alle resultanten die verkregen worden aan elke elementen/knooppunten bij elkaar op te tellen.

De berekening in ANSYS wordt in twee stappen uitgevoerd. Eerst is de lineair elastische analyse, dus het berekening van statica. Daarna wordt de “eigen buckling analysis” (eigenwaarde berekening) uitgevoerd, dus de berekening van het stabiliteit.

1) Statica:

Voor het probleem van de stijfheid kan de relatie tussen de krachten en de verplaatsingen worden uitgedrukt met behulp van het stijfheid matrix. Stel voor dat de kracht is verdeeld tot drie delen, dan:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = [K] \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \text{ Waarin } [K] = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix}$$

Op basis van het ingevoerde krachten en randvoorwaarden(opleggingen), kan de vervorming worden berekend.

2) Stabiliteit

Voor de stabiliteit worden de berekeningen uitgebreid tot eigenwaarde berekening:

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \left[ [K] + \lambda \cdot [K_2] \right] \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Het matrix $K_2$ duidt erop dat de stijfheid kleiner wordt door drukspanningen. En $\lambda$is de eigenwaarde die kan worden berekend bij “eigen buckling analysis” op basis van de aangegeven parameters, randvoorwaarden en de uitgewerkte resultanten van de statische berekening die wordt eerste gedaan.

De uitgerekende waarde van $\lambda$ is dus het zogenaamde ‘load multiplier’.

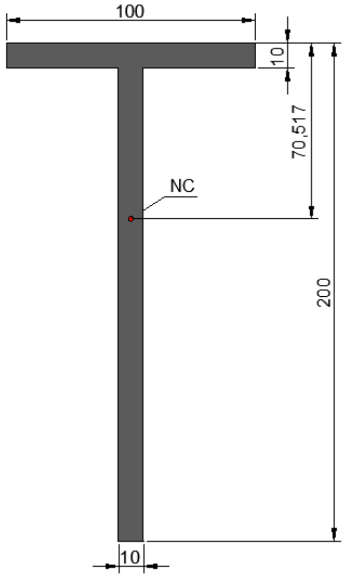
In het programma ANSYS wordt deze factor worden uitgerekend als resultante. Deze zogenoemde ‘load mutiplier’(of load factor) kan verder worden vermenigvuldigd met de aangebrachte kracht of moment en leidt tot de waarden van de knikkracht of kipmoment.

# 3.Uitwerking:

## 3.1 Uitwerking T-profiel

### 3.1.1 Uitgangspunt

Onderstaand zijn de afmetingen en eigenschappen van het T-profiel. Deze zijn in Maple berekend (Bijlage 1).




$h = 200, b = 100, t = 10$

$E = 2.1 \times 10^5 N / mm^2$

$\nu = 0.3$

$z_{NC} = 50, y_{NC} = 70.517$

$I_{zz} = 1.23 \times 10^7 mm^4$

$I_{yy} = 8.49 \times 10^5 mm^4$

$I_t = 9.67 \times 10^4 mm^4$

$I_w = 2.29 \times 10^8 mm^4$

$I_\eta = 8.49 \times 10^5 mm^4$

$F_{cr}(a) = 48888.81N = 48.89KN$

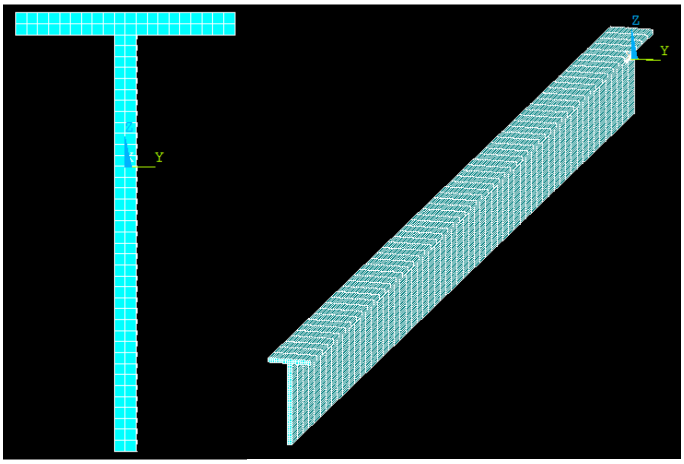
$F_{cr}(b) = 195.56 \cdot 10^3 N = 195.56KN$

$F_{cr}(e) = 782.22 \cdot 10^3 N = 782.22KN$

$M_{kip} = 39206576.03Nmm = 39.21KNm$

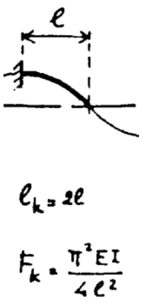
### 3.1.2 Het bouwen van het ANSYS model

De oorsprong van het assenstelsel wordt in het normaalkrachtencentrum van de doorsnede gekozen. Enkele hoekpunten worden gedefinieerd en een oppervlak wordt gemaakt door deze punten te verbinden. Dit doorsnedeoppervlak wordt ten slotte in de lengterichting uitgerekt tot een volume. Omdat de totale hoeveelheid elementen is bepaald in deze versie van ANSYS als 3200, en ook om de berekening sneller af te ronden, is de grootte van deze elementen specifiek bepaald. In de doorsnede worden elementen van 5mm x 5mm gemaakt en in de langsrichting wordt 50mm gekozen. Het script voor de invoer van de geometrie is te vinden in Bijlage 1.




*Figuur 5. ANSYS model van het T-Profiel*

### 3.1.3 Knikberekening

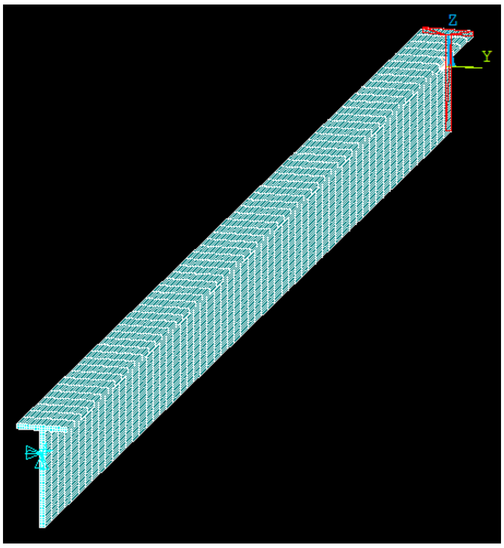



*Figuur 6. Knikvorm (a)*

Voor de berekening van knikinstabiliteit, is eerst de meest eenvoudige situatie gekozen. De randvoorwaarden zijn: de ligger wordt aan de ene kant helemaal vast gemaakt en aan de ander kant gedrukt door een 1000 N/mm² belasting. Bij deze randvoorwaarden is de kniklengte gelijk aan 2l.

Volgens de formule $F_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^{\,2}}$ kan de waarde van Eulerse kracht in Maple worden berekend:

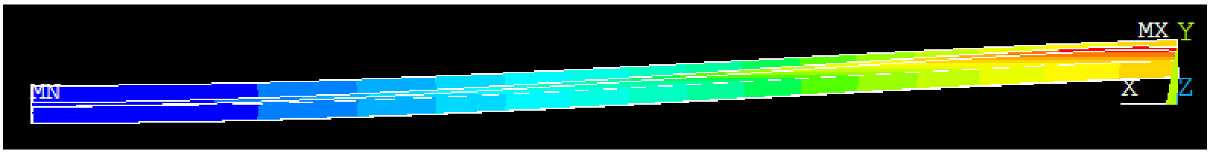
F= 48.89 KN




*Figuur 7. Invoeren van spanning en opleggingen*

In ANSYS wordt hiervoor een zogenaamde 'Linear buckling analysis' uitgevoerd en is de 'load multiplier' verkregen: $\lambda = 0.0321$ . De kritieke knikkracht hiervan is dus: $\lambda \cdot A \cdot \sigma = 0.0321 \times 2900 \times 1000 = 93.09 KN$

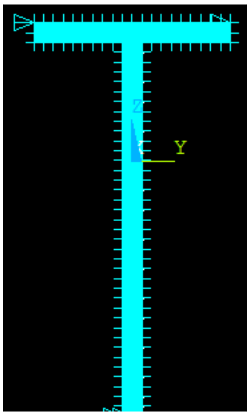
Deze waarde is ongeveer twee keer zo groot als de bereken waarde. Als we kijken naar de vervorming in ANSYS is de knikvorm anders dan verwacht (fig. 6). In paragraaf 3.1.5 zal een oplossing worden gegeven voor dit probleem.



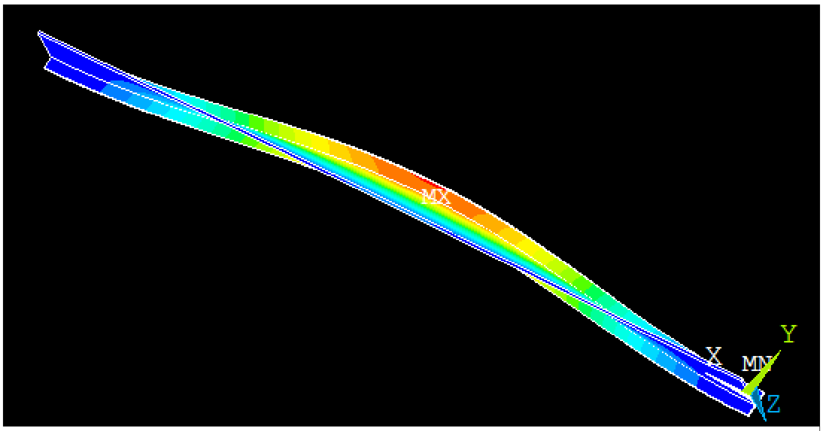

*Figuur 8. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit*

### 3.1.4 Kipberekening

Voor de simulatie van kipinstabiliteit wordt het model anders gedrukt. Het is niet mogelijke om moment direct aan te brengen. Daarom worden verplaatsingen opgelegd aan beide uiteinden van de ligger met behulp van een script (fig. 7). Deze verplaatsingen geven samen een rotatie om de sterke as. Ook worden beide uiteinden vast gemaakt in de y richting en aan een kant wordt ook de z richting vastgezet. Daarna wordt een lineair elastische berekening uitgevoerd en door toepassing van een ander script worden de momenten en krachten uitgerekend. Vervolgens wordt een 'linear buckling analysis' uitgevoerd.




*Figuur 9. Invoeren van opleggingen voor randvoorwaarden*




*Figuur 10. Vervorming t.g.v. kipinstabiliteit*

De aldus verkregen 'load multiplier' is 9.1963 en het moment in de zwakke richting is gelijk aan 17187959 Nmm. Dus het kritieke kipmoment is:
$M_{kip} = \lambda \cdot M_y = 9.1963 \times 17187959.72 = 158065634 Nmm = 158.066 KNm$

De in Maple uitgerekende waarde is $M_{kip} = 79198910.860 Nmm = 79.199 KNm$

De vervorming volgens figuur 8 is wel logisch volgens de gevende randvoorwaarden. De ligger buigt in de y-richting (zwakke richting). De kiplengte is gelijk aan de halve lengte (cosinus vorm, zie figuur 8). Er is weer een factor van 2 verschil tussen het ANSYSresultaat en de op analytische wijze bepaalde waarde. In paragraaf 3.1.5 zal een oplossing worden gegeven voor dit probleem.

### 3.1.5 Probleemanalyse en oplossingen

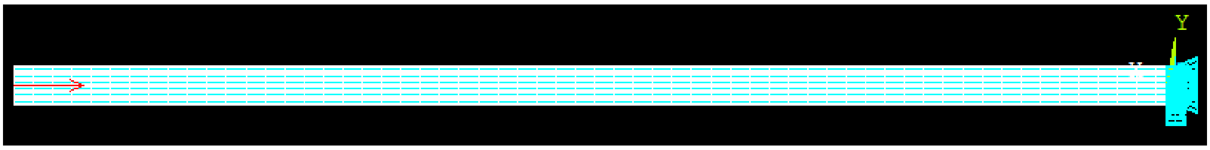
Er zijn twee belangrijke fenomenen waargenomen:

1. Een factor van 2 tussen de resultaten van ANSYS en de analytisch bepaalde waarden
2. De vervorming van de kniksituatie is gelijk aan een andere knikvorm in plaats van de gewenste vorm.

Na veel controles blijkt dat de berekeningen in Maple en de elastische berekening in ANSYS helemaal goed zijn. Het probleem is dat de randvoorwaarden voor de stabiliteitsberekening in ANSYS niet goed zijn. De berekening van knik en kip in ANSYS zullen dus opnieuw worden gemaakt. Dit keer worden de belastingen aangegeven door alleen krachten aan te brengen in plaats van spanningen of verplaatsingen.

### 3.1.6 Tweede knikberekening

Dit keer wordt een kracht van 100N opgezet aan het normaalkracht centrum van ene uiteinde van de ligger. Dat andere uiteinde wordt gewoon helemaal vastgemaakt.




*Figuur 11. Invoeren van de kracht en opleggingen*

De resultante van de knik berekening is: $\lambda = 477.12103$, en het kritiek knik kracht is dus: $F_{cr} = \lambda \cdot F = 477.12103 \times 100 = 47.71KN$

De rekenwaarde is F= 48.89 KN, en het verschil hiervan is: $\dfrac{48.89 - 47.71}{48.89} = 2.41\%$

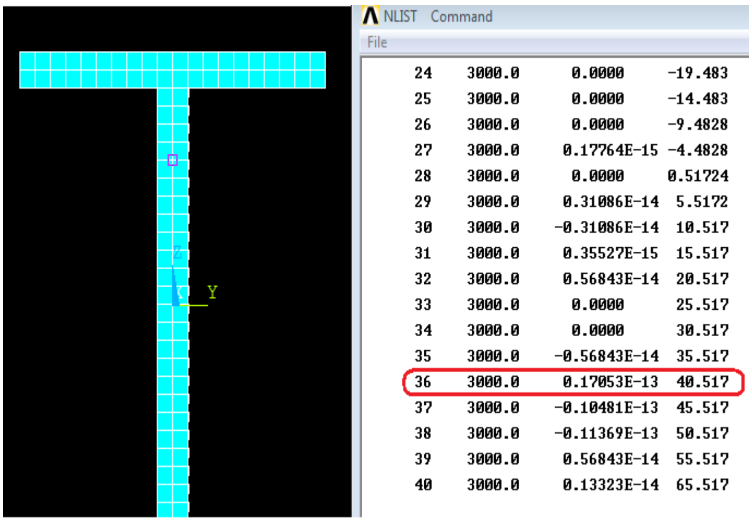
Dat is aanvaardbaar.


*Figuur 12. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit*

De vervormings grafiek komt overeen met het knik vorm.

### 3.1.7 Tweede kipberekening:

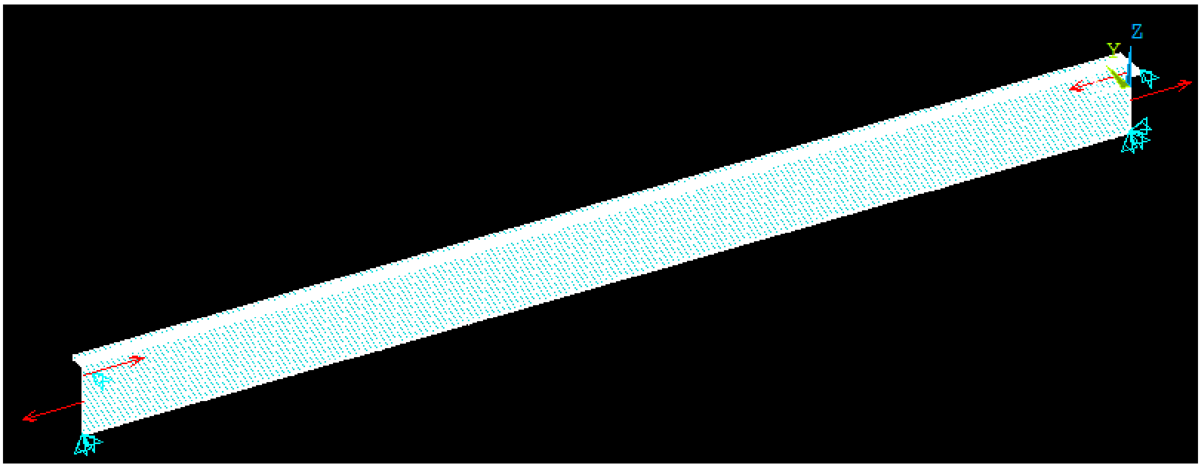
Door de momenten in te brengen, wordt op de doorsneden krachten gezet op bepaalde knopen. Zoals in het figuur wordt toegelicht, hierbij zal op knop 36 een kracht worden geplaatst. De kracht is bepaald als 500N. Maar om het effect van normaal buiging te voorkomen, wordt er 80mm onder de knop 36 nog een kracht ingebracht en het samenwerking van die koppel leidt tot een moment op de doorsnede. Aan dat andere uiteinde wordt hetzelfde gedaan.




| | | | |
|---|---|---|---|
| 24 | 3000.0 | 0.0000 | -19.483 |
| 25 | 3000.0 | 0.0000 | -14.483 |
| 26 | 3000.0 | 0.0000 | -9.4828 |
| 27 | 3000.0 | 0.17764E-15 | -4.4828 |
| 28 | 3000.0 | 0.0000 | 0.51724 |
| 29 | 3000.0 | 0.31086E-14 | 5.5172 |
| 30 | 3000.0 | -0.31086E-14 | 10.517 |
| 31 | 3000.0 | 0.35527E-15 | 15.517 |
| 32 | 3000.0 | 0.56843E-14 | 20.517 |
| 33 | 3000.0 | 0.0000 | 25.517 |
| 34 | 3000.0 | 0.0000 | 30.517 |
| 35 | 3000.0 | -0.56843E-14 | 35.517 |
| 36 | 3000.0 | 0.17053E-13 | 40.517 |
| 37 | 3000.0 | -0.10481E-13 | 45.517 |
| 38 | 3000.0 | -0.11369E-13 | 50.517 |
| 39 | 3000.0 | 0.56843E-14 | 55.517 |
| 40 | 3000.0 | 0.13323E-14 | 65.517 |

*Figuur 13. Knop kiezen om de krachten te situeren*

Daarna worden van beide kanten ook opleggingen gemaakt in de y en z richtingen. De ene kant wordt ook aan x richting vast gemaakt. Dus de randvoorwaarden zijn aangegeven.




*Figuur 14. Invoeren van de krachten en opleggingen*

$$M_{koppel} = 80 \times 500 = 40000 Nmm$$

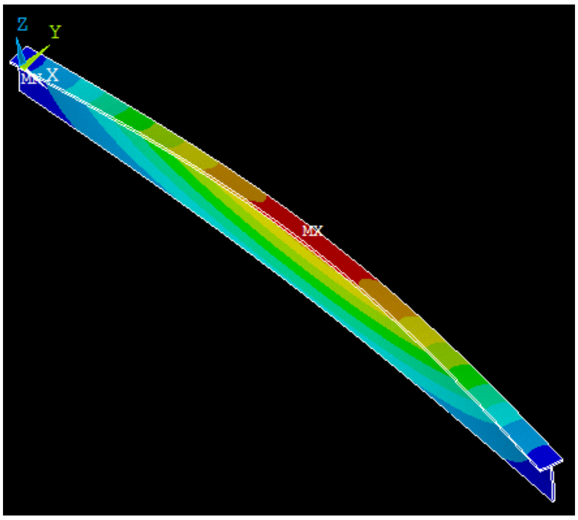
$$\lambda = 1332.5643$$

$$M_{kip} = \lambda \cdot M = 1332.5643 \times 40000 = 53302572 Nmm = 53.30 KNm$$

Het in Maple uitgerekende waarde is 39. 21 KNm, het verschil hiervan is: $\dfrac{53.3 - 39.21}{39.21} = 35.93\%$

Dat is een enorm verschil. Misschien werkt de formule niet zo goed voor het T-profiel.

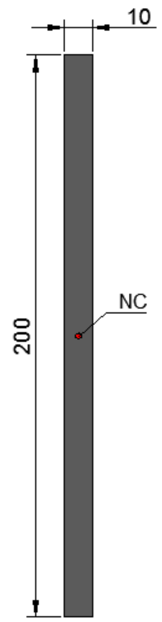
Om de manier nog een keer te controleren, wordt vervolgens een rechthoekig doorsnede getoetst. Als de resultante goed uitkomt, dan is deze manier bruikbaar en kan het verder worden gebruikt voor de andere profielen.




*Figuur 15. Vervorming t.g.v. kipinstabiliteit*

## 3.2 Uitwerking rechthoekig doorsnede, voor controleren

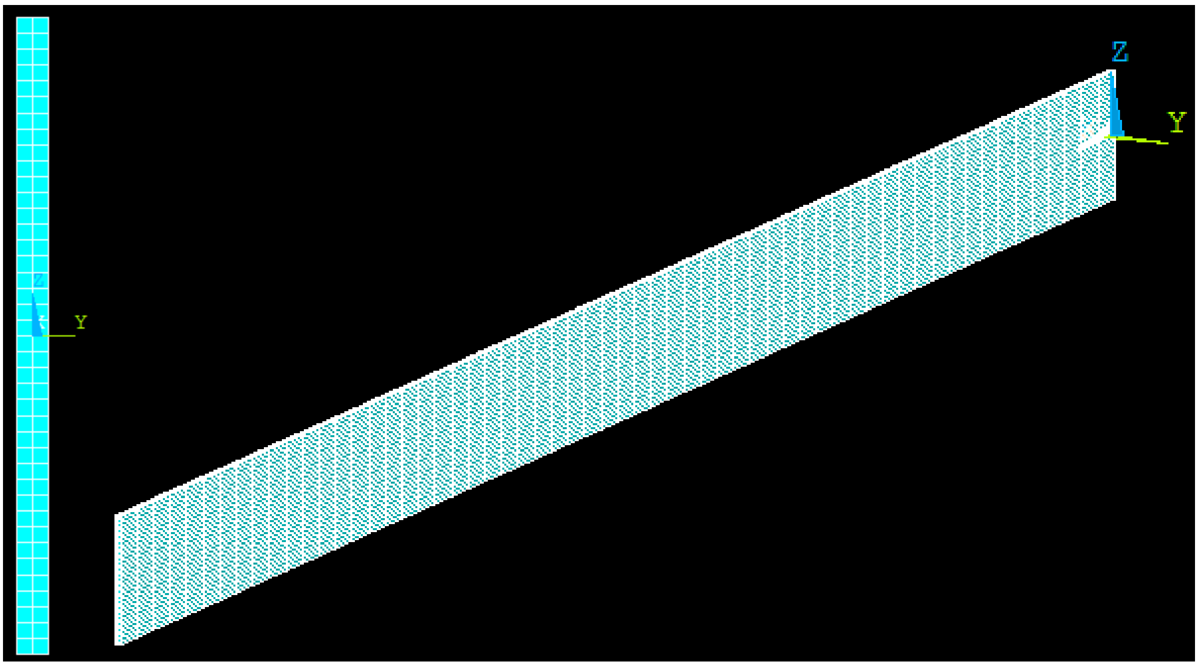
### 3.2.1 Uitgangspunt




$$h = 200, b = 10$$
$$E = 2.1 \times 10^5 N / mm^2$$
$$\nu = 0.3$$
$$I_{zz} = 6.67 \times 10^6 mm^4$$
$$I_{yy} = 1.67 \times 10^4 mm^4$$
$$I_t = 6.67 \times 10^4 mm^4$$
$$I_w = 5.36 \times 10^7 mm^4$$
$$I_\eta = 1.67 \times 10^4 mm^4$$
$$F_{cr}(a) = 959.545N$$
$$F_{cr}(b) = 3838.18N$$
$$F_{cr}(e) = 15352.72N$$
$$M_{kip} = 4551318.187Nmm$$

### 3.2.2 Het bouwen van het ANSYS model:

De invoer van het model is bijna op dezelfde manier als dat van T-profiel, en dus wordt het hier niet meer beschreven. Het script is te vinden in Bijlage 1.




*Figuur 16. ANSYS model van de ligger met rechthoekige doorsnede*

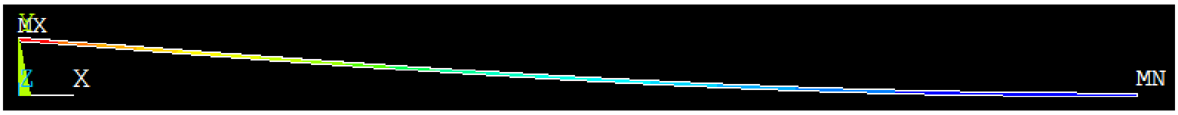
### 3.2.3 Knikberekening:

Hiervan wordt een drukkracht van 500N aan de normaalkrachten centrum van de ene uiteinde uitgeoefend en die andere uiteinde wordt het gewoon allemaal vastgemaakt.


*Figuur 17. Invoeren van de kracht en opleggingen*

Het bereken methode is hetzelfde als dat van het T-Profiel dus wordt de beschrijving verwaarloosd.

De vervormings grafiek en de resultante zijn:




*Figuur 18. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit*

Load multiplier: $\lambda = 1.9312$

$$F_{cr} = \lambda \cdot F = 1.9312 \times 500 = 965.6N$$

$$\frac{959.54 - 965.6}{959.54} = -0.63\%$$

De nauwkeurigheid hiervan is prima.

### 3.2.4 Controleren van de invloed van elementgrootte

Hoewel er alleen een klein verschil is tussen de resultanten van twee manieren, is het nodig om de aanpak van ANSYS verder te controleren. Als eerst worden de elementen van het model van verschillende grootheden gemaakt. Na hetzelfde berekening van knik, worden de resultanten met elkaar vergeleken om de invloed te onderzoeken.

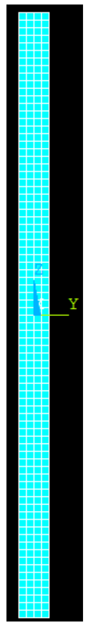
Eerst worden de elementen verkleind tot twee keer zo klein. De kracht en de randvoorwaarden die worden aangepast aan het model zijn hetzelfde gekozen.

Na de berekening wordt de 'Load multiplier' gekregen die is gelijk aan 1.9298

$$F_{cr} = \lambda \cdot F = 1.9298 \times 500 = 964.9N$$

$$\frac{959.54 - 964.9}{959.54} = -0.56\%$$

De afwijking is iets kleiner. Het blijk dat het grootheid van het element de nauwkeurigheid beïnvloedt van de berekening wel maar het bij kleine veranderingen van de grootheid is de invloed zeer beperkt.

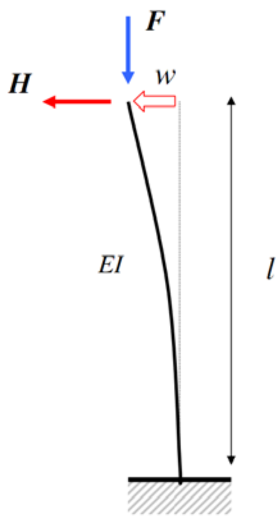


*Figuur 19. Doorsnede van de nieuwe model*

Zoals in inleiding toegelicht, het aantal elementen die kunnen worden gemaakt is beperkt in dit versie van ANSYS. Het is dus onmogelijk om de resultanten op grote schaal wordt verbeterd. Voor verder berekeningen worden dus gewoon de oorspronkelijke grootheid van de elementen gekozen.

### 3.2.5 Controleren met GNL berekeningen

In ANSYS wordt voor knik een "linear buckling" berekening uitgevoerd en de "load multiplier" worden uitgerekend. Volgens de theorie zal deze waarde gelijk zijn aan de factor *n* van het zogenaamde GNL (Geometrische Niet-lineair) berekeningen of tweede-orde berekening. Om te controleren kan dus een vergelijkbare simulatie van GNL berekeningen wordt gemaakt in ANSYS.




*Figuur 20.*

Volgens de theorie van de GNL berekeningen, wordt de staaf eerst uitgebogen onder invloed van de horizontale belasting. Dit wordt de 1$^e$ orde uitbuiging genoemd. Daarna wordt een drukkracht toegevoegd wat leidt tot de 2$^e$ orde uitbuiging. De relatie tussen de uitwijkingen van deze twee stapen is:

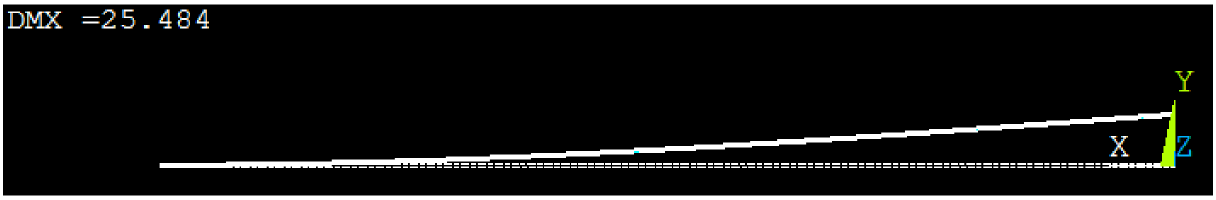
$$U_1 = \frac{F_k}{F_k - F} = \frac{n}{n-1} U_0$$ , waarin $$n = \frac{F_k}{F}$$

Om de waarde van *n* uit te kunnen rekenen moeten de afwijkingen worden bepaald.

- ***1^e^ orde:***

Voor dit model wordt gewoon aan het NC van ene uiteinde een kracht van 10N aangebracht aan y-richting en het andere uiteinde wordt helemaal vastgemaakt.

Daarna wordt de lineair elastische berekening wordt gedaan en wordt de uitwijking uitgerekend: $U_0$=25.482mm




*Figuur 21. 1e orde uitbuiging*

- ***2^e^ orde:***

Voor deze tweede stap, wordt aan het NC van het uiteinde niet alleen in de y-richting een kracht van 10N maar ook een x-richting kracht van 500N aangebracht. Het andere uiteinde wordt gewoon vast gemaakt.

Daarna wordt hiervan niet-lineaire berekening in ANSYS wordt uitgevoerd. Na de berekening wordt de uitwijking uitgerekend: $U_1$=52.454 mm


*Figuur 22. 2e orde uitbuiging*

$$n = \frac{U_1}{U_1 - U_0} = \frac{52.454}{52.454 - 25.482} = 1.945$$

$$F_k = F \cdot n = 500 \times 1.945 = 972.5N$$

Vergelijk met de resultante van lineair knikberekening: $\frac{965.6 - 972.5}{965.6} = -0.71\%$

Vergelijk met de resultante analytische berekening: $\frac{959.54 - 972.5}{959.54} = -1.35\%$

Hiervan geeft de geometrisch niet-lineaire berekening ongeveer hetzelfde resultaat als de lineaire knikberekening (0.71% groter) en analytische waarde (1.35% groter). De waarde van lineair knikberekening heeft beter nauwkeurigheid.

De lineaire berekening gaat de eigenwaarde van het gegeven systeem belasting en opleggingen op basis van de classic Euler buckling analyse. Vergelijk met deze manier, niet-lineaire berekening is meer nauwkeurig in werkelijkheid. De belastingen worden geleidelijk vergroten tot dat een kritiek waarde van de kracht wordt gevonden die de instabiliteit van de structuur zal veroorzaken.

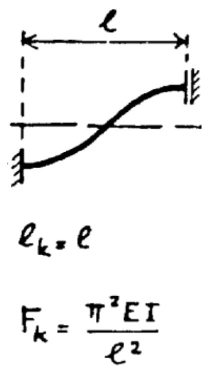
Maar in dit onderzoeken zullen de nauwkeurigheid van de analytische methode van knik worden getoetst. Hiervoor is de lineaire berekening meer geschikt. De onderzoek resultanten bovenstaand (de verschillen) hebben dit ook aangetoond.

### 3.2.6 Controleren met twee andere knikvormen

Voor meer proeven van die berekening voor knik, worden daarna nog twee knikvormen getoetst.

- ***Knikvorm (b)***

Voor deze knikvorm wordt iets anders opgelegd aan het uiteinde. Als eerst wordt net zoals bij de vorige knikvorm een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting. Daarna wordten de randvoorwaarden gegeven in de y- en z-richting waarvan er geen krachten aan deze twee richting zullen plaatsvinden. (Fz=Fy=0)



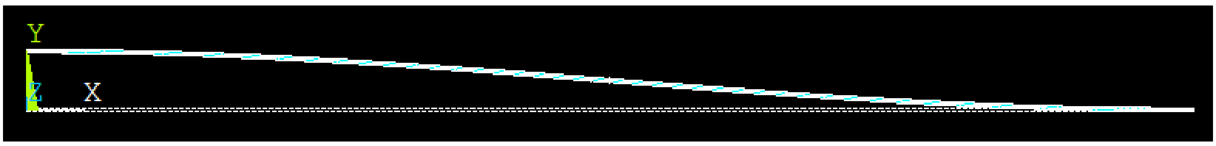

*Figuur 23. Knikvorm (b)*

Daarna wordt de statica berekening uitgevoerd en volgens het scipt(zie Bijlage 4) gebruik gemaakt om de kracht te berekenen. Hireuit wordt de kracht verkregen: F=140494.335N

Uiteindelijk wordt het eigenwaarde berekening uitgevoerd en de ‘load multiplier’ bepaald:

$$\lambda = 0.02755999$$

De kritieke knik kracht is dus: $F_{cr} = \lambda \cdot F = 0.02755999 \times 140494.335 = 3872.02N$



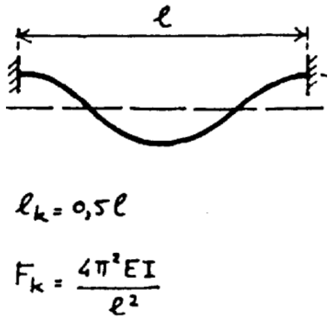

*Figuur 24. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (b)*

Verschil: $$\frac{3838.18 - 3872.02}{3838.18} = -0.88\%$$

De vervormingsgrafiek komt overeen met de getoetste knikvorm.

- ***Knikvorm (e)***

Om een model van dit soort knikvormen te maken, wordt in plaats van belasting een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting aan een van de uiteinden. Het oppervlak wordt ook aan y- en z- richting vastgemaakt. (verplaatsing van nul geven)




*Figuur 25. Knikvorm (e)*

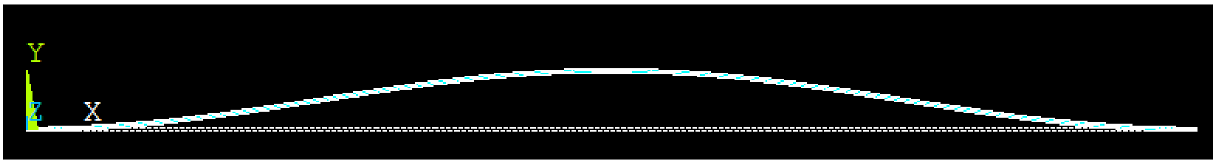
Vevolgens wordt hetzelfde procedure gevolgd en de resultanten zijn:

F=140494.335N

$\lambda = 0.111$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 0.111 \times 140494.335 = 15594.87N$

Verschil: $\dfrac{15352.72 - 15594.87}{15352.72} = -1.58\%$



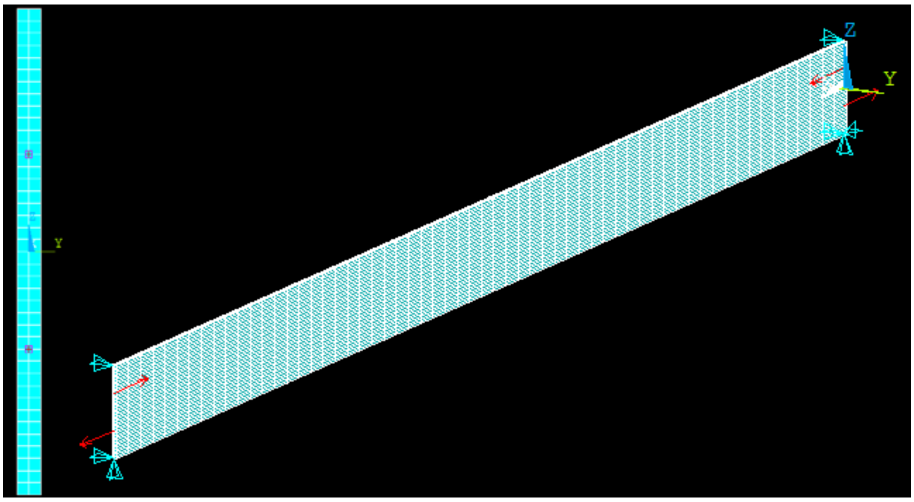

*Figuur 26. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (e)*

De vervormingsgrafiek komt overeen met de getoetste knikvorm.

Voor deze twee knikvormen zijn ook kleine afwijkingen gevonden in de resultanten. In de volgende hoofstuken worden dezelfde toetsingen gedaan voor andere profielen om deze fenomenen verder te onderzoeken.

**3.2.7 Kipberekening:**

Voor het inbrengen van een moment aan de doorsneden, wordt weer hetzelfde manier toegepast. Zoals toegelicht in het figuur, de twee gekozen knopen hebben beiden een afstand van 40mm tot de oorsprong. Aan beide knopen is een kracht van 500N gezet, boven druk en beneden trek.




*Figuur 27. Invoeren van de kracht en opleggingen*

Daarna worden beide van uiteinden opleggingen gemaakt in de y en z richtingen. Voor de ene kant wordt aan x richting ook vastgemaakt. Randvoorwaarden worden vervolgens aangegeven.

$$M_{koppel} = 80 \times 500 = 40000 Nmm$$

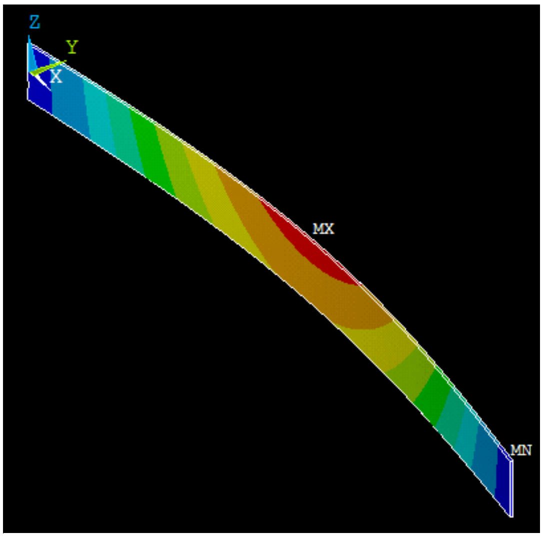
$$\lambda = 109.1434$$

$$M_{kip} = \lambda \cdot M = 109.1434 \times 40000 = 4365736 Nmm = 4.37 KNm$$

$$\frac{4.55 - 4.37}{4.55} = 3.96\%$$

Het verschil hiervan is ook aannemelijk. Dus het bewijst dat de manier betrouwbaar is voor de berekening van zowel knik als kip in ANSYS. Het verschil tussen de resultanten van de analytische methode en eindige-elementenmethode is verwaarloosbaar.

Het blijkt dat de nieuwe aanpak goed is voor zowel de knik als de kip berekening. Verder wordt doorgegaan met de twee andere soorten doorsneden op dezelfde manier.




*Figuur 28. Vervorming t.g.v. kip instabiliteit*

## 3.3 Aaanvullingen van de knikberekening van T-Profiel:

Hierbij wordt net zoals de rechthoekige doorsnede nog twee knikberekening toegevoegd aan de onderdeel van T-Profiel.

- ***Knikvorm (b)***

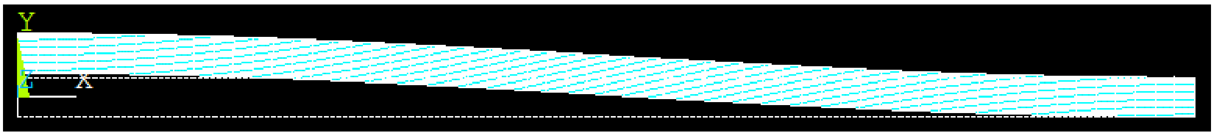
Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting. Daarna worden de randvoorwaarden gegeven in de y- en z-richting waarvan er geen krachten in deze twee richtingen zullen plaatsvinden. (Fz = Fy = 0)

Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn: F = 203349.2521N

$\lambda = 0.86672853$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 0.86672853 \times 203349.2521 = 176248.5983N = 176.25KN$

Verschil: $\dfrac{195.56 - 176.25}{195.56} = 9.87\%$




*Figuur 29. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (b)*

De vervorming grafiek komt overeen met het getoetst knik vorm.

- ***Knikvorm (e)***

(e) Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting aan het uiteinde. Het oppervlak wordt ook in de y- en z- richting vastgemaakt. (verplaatsing van nul geven)

Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn: F=203699.7113N

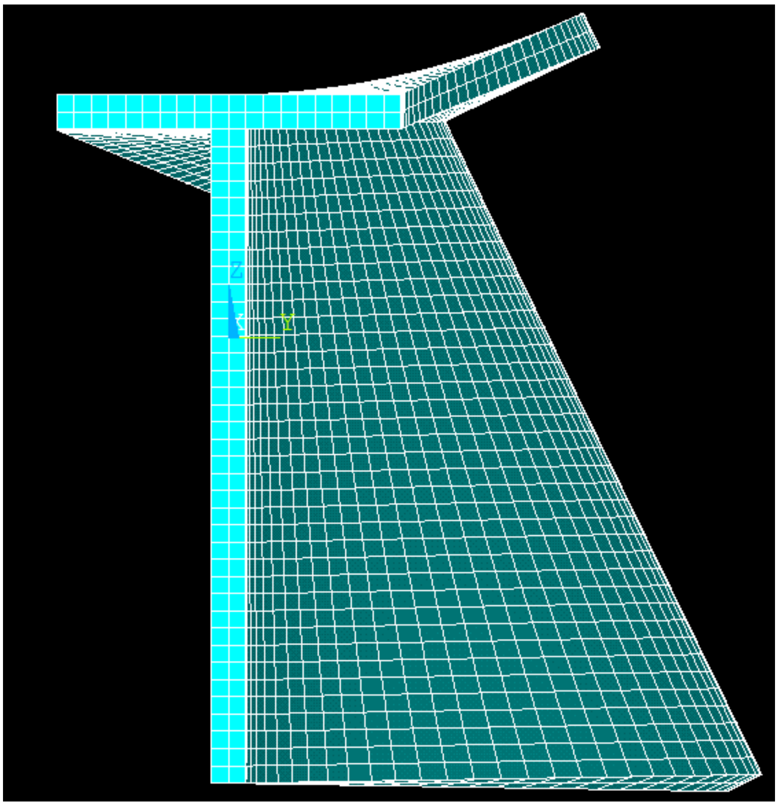
$\lambda = 2.4824737$

De kritieke knik kracht is dus: $F_{cr} = \lambda \cdot F = 2.4824737 \times 203699.7113 = 505679.18N = 505.68KN$

Verschil: $\dfrac{781.22 - 505.68}{781.22} = 35.27\%$

Het verschil hiervan is zeer grote. Uit de vervormingsgrafiek zijn sommige ongewenste vervormingen te vinden zoals wringvervorming. Dit verschijnsel is misschien ook het oorzaak van de grote afwijking in kipberekening van T-Profiel.

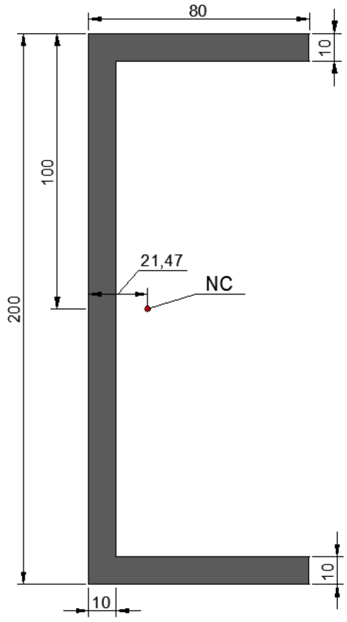
*Figuur 30a. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (e)*



*Figuur 30b. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (e), zijaanzicht*

## 3.4 Uitwerking U-Profiel:

### 3.4.1 Uitgangspunt




$h = 200, b = 100, t = 10$

$E = 2.1 \times 10^5 N / mm^2$

$\nu = 0.3$

$z_{NC} = 100, y_{NC} = 21.471$

$I_{zz} = 1.93 \times 10^7 mm^4$

$I_{yy} = 1.91 \times 10^6 mm^4$

$I_t = 1.13 \times 10^5 mm^4$

$I_w = 1.43 \times 10^{10} mm^4$

$I_\eta = 1.91 \times 10^6 mm^4$

$F_{cr}(a) = 109732.42 N = 109.73 KN$

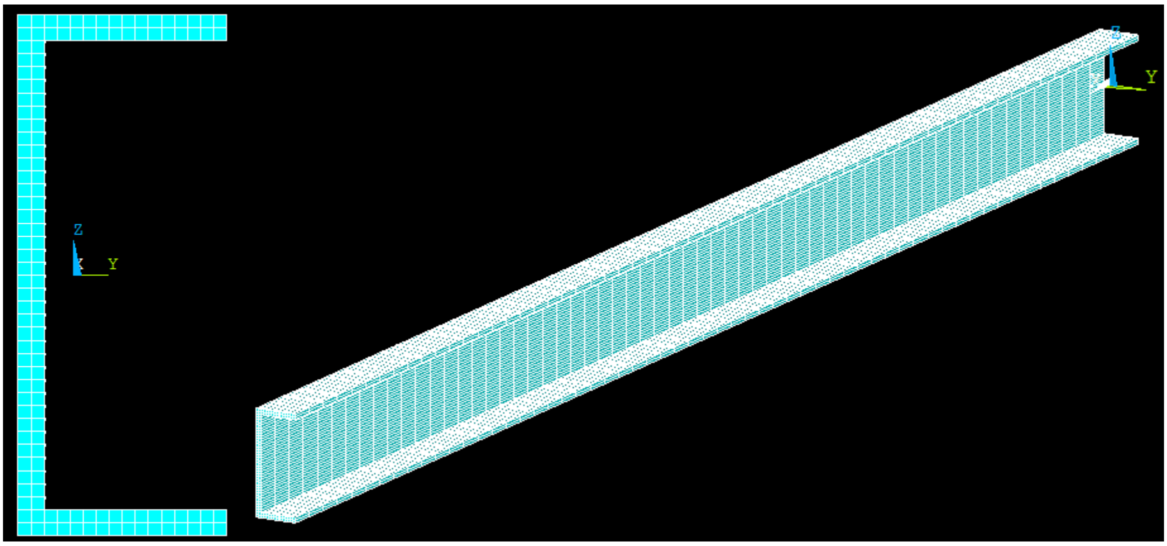
$F_{cr}(b) = 438.93 \cdot 10^3 N = 438.93 KN$

$F_{cr}(e) = 1755.72 \cdot 10^3 N = 1755.72 KN$

$M_{kip} = 73882545.2 Nmm = 73.88 KNm$

### 3.4.2 Het bouwen van het ANSYS model:

De invoer van het model is bijna op dezelfde manier als dat van een T-profiel dus wordt hier niet meer beschreven. Het script is te vinden in Bijlage 1.

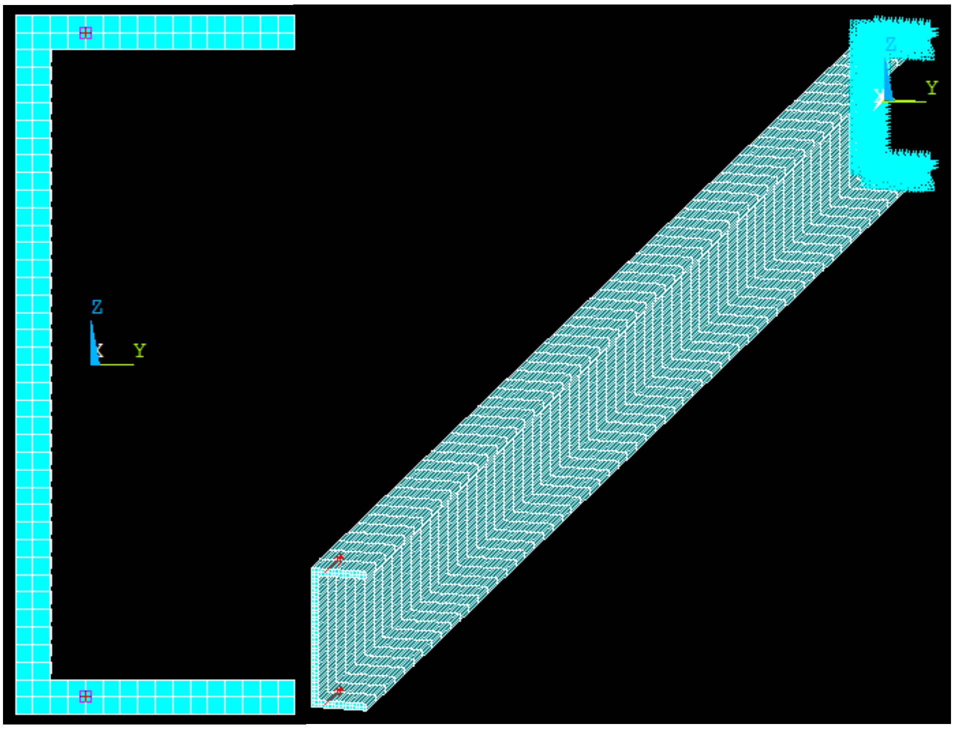



*Figuur 31. ANSYS model van U-Profiel*

### 3.4.3 Knikberekening:

- ***Knikvorm (a)***

Omdat het normaalkracht centrum van de gekozen U-Profiel ligt buiten het lichaam, de kracht kan niet gewoon aan de NC worden doorgegeven zoals vorige twee profielen. Hiervan wordt dus de kracht op de flens opgezeten. Om voor evenwicht te zorgen(moment te voorkomen) moet dus aan beide flenzen krachten worden opgezet, met hetzelfde grootheid en richting. Hiervoor wordt de waarde 500N toegepaste.




*Figuur 32. Invoeren van de krachten en opleggingen*

De twee knopen toegelicht in de grafiek hebben bijna hetzelfde y- coördinaat waarde van de oorsprong.

Na de 'eigen buckling' berekening, wordt de 'load multiplier' gekregen: $\lambda = 104.6905$

$$F_{cr} = \lambda \cdot F = 104.6905 \times (2 \times 500) = 104690.5N = 104.69KN$$

Het verschil tussen twee methoden: $\dfrac{109.73 - 104.69}{109.73} = 4.59\%$


*Figuur 33. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit*

Het vervormingsgrafiek is ook goed

- ***Knikvorm (b)***

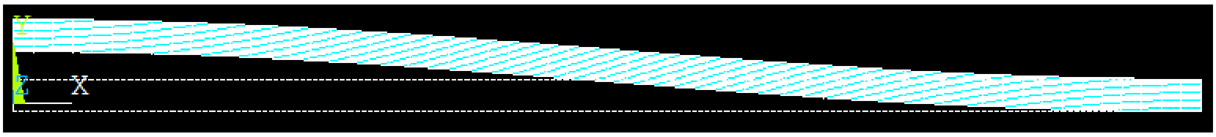
Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting. Daarna worden de randvoorwaarden gegeven in de y- en z-richting waarvan er geen krachten in deze twee richtingen zullen plaatsvinden. (Fz=Fy=0)

Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn: F=227040.6332N

$\lambda = 1.8374151$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 1.8374151 \times 227040.6332 = 417167.8878N = 417.17KN$

Verschil: $\dfrac{438.93 - 417.17}{438.93} = 4.96\%$




*Figuur 34. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (b)*

De vervormingsgrafiek overeen komt met het getoetst knik vorm.

- ***Knikvorm (e)***

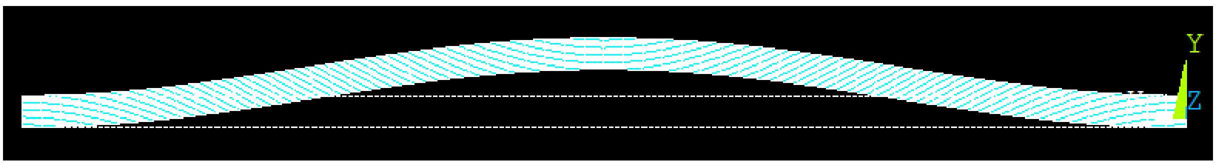
Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting aan het uiteinde. Het oppervlak wordt ook in de y- en z- richting vastgemaakt. (verplaatsing van nul geven)

Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn: F=227415.8527N

$\lambda = 7.220$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 7.22 \times 227415.8527 = 1641942.46N = 1641.94KN$

Verschil: $\dfrac{1755.72 - 1641.94}{1755.72} = 6.48\%$



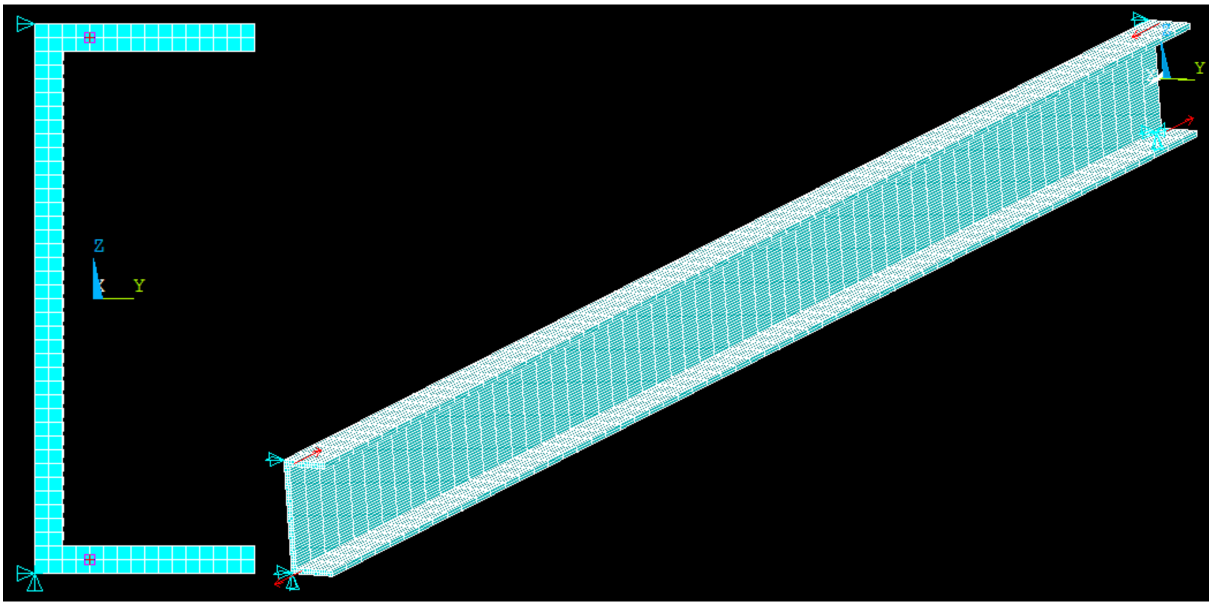

*Figuur 35. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (e)*

De vervormingsgrafiek komt overeen met het getoetste knik vorm.

### 3.4.4 Kipberekening:

Het model van kipberekening wordt bijna op hetzelfde gemaakt als van knik maar worden de richting van de twee krachten die werken aan de doorsnede omgekeerd van elkaar watleidt tot een moment in de doorsnede.

Daarna worden aan beide uiteinden opleggingen gemaakt in de y en z richtingen.  De ene kant wordt in de x richting ook vastgemaakt. Randvoorwaarden worden dan aangegeven.




*Figuur 36. Invoeren van de krachten en opleggingen*

De afstand tussen de twee gekozen knopen is: 200-2*5=190mm

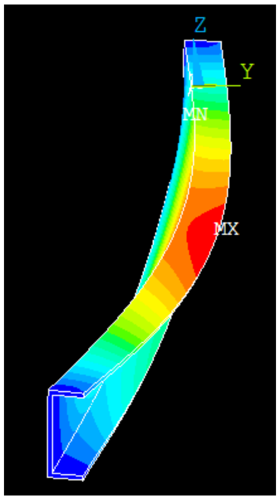
$$M_{koppel} = 190 \times 500 = 95000 Nmm$$

$$\lambda = 713.1605$$

$$M_{kip} = \lambda \cdot M_{koppel} = 713.1605 \times 95000 = 67750247.5 Nmm = 67.75 KNm$$

Verschil: $\dfrac{73.88 - 67.75}{73.88} = 8.30\%$

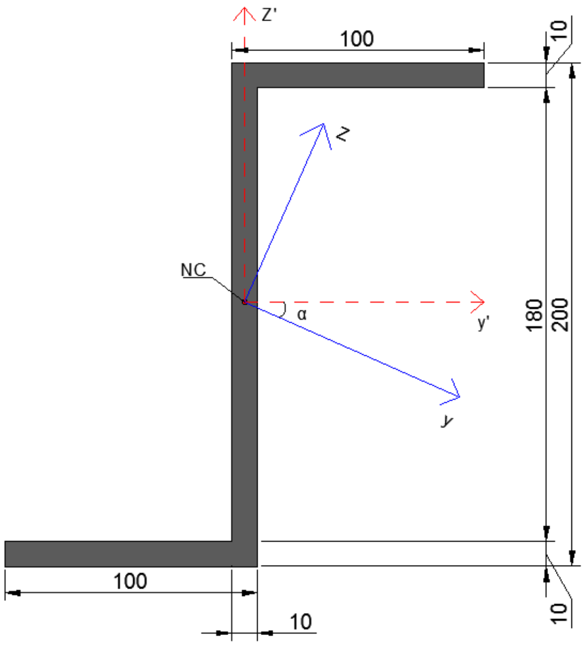
Zo de resultante hieruit komt is ook aannemelijk. De formule werkt goed voor U-Profiel.




*Figuur 37. Vervorming t.g.v. kip instabiliteit*

## 3.5 Uitwerking Z-Profiel:

### 3.5.1 Uitgangspunt




$h = 200, b = 100, t = 10$

$E = 2.1 \times 10^5 N / mm^2$

$\nu = 0.3$

$I_{zz} = 2.29 \times 10^7 mm^4$

$I_{yy} = 5.73 \times 10^6 mm^4$

$I_{zy} = 8.55 \times 10^6 mm^4$

$I_2 = 2.20 \times 10^6 mm^4$

$I_t = 1.27 \times 10^5 mm^4$

$I_w = 3.70 \times 10^{10} mm^4$

$I_\eta = 1.14 \times 10^6 mm^4$

$F_{cr}(a) = 126890.59 N = 126.89 KN$

$F_{cr}(b) = 507.56 \cdot 10^3 N = 507.56 KN$

$F_{cr}(e) = 2030.25 \cdot 10^3 N = 2030.25 KN$

$M_{kip} = 97573393.60 Nmm = 97.57 KNm$

Voor Z-Profiel is dat verschillend van dat van de vorige doorsneden, want de sterke en zwakke richtingen zijn niet precies gelijk aan het normaal assenstelsel. Voor de berekening van kip moet een koepel worden gemaakt aan de doorsnede. Het assenstelsel heeft dus grote invloed aan de keuze van de positie van de krachten om de wringende momenten te voorkomen.

De draaihoek van het assenstelsel is berekend met de formule:

$$\tan 2\alpha = \frac{I_{yz}}{\frac{1}{2} \cdot (I_{yy} - I_{zz})} = \frac{8.55 \times 10^6}{\frac{1}{2} \cdot (5.73 \times 10^6 - 2.29 \times 10^7)}$$

$$\alpha = 22.421°$$

De coördinaten van de knoppunten van het model in het nieuwe assenstelsel kunnen worden berekend via de formule:

$$x_2 = x_1 \cdot \cos\alpha - y_1 \cdot \sin\alpha$$
$$y_2 = x_1 \cdot \sin\alpha + y_1 \cdot \cos\alpha$$

Met behulp van de resultanten kan het model in ANSYS worden gemaakt op basis van het gedraaid assenstelsel.

Bovendien, de traagheidsmomenten zijn ook veranderd. De formule hiervan nodig is:

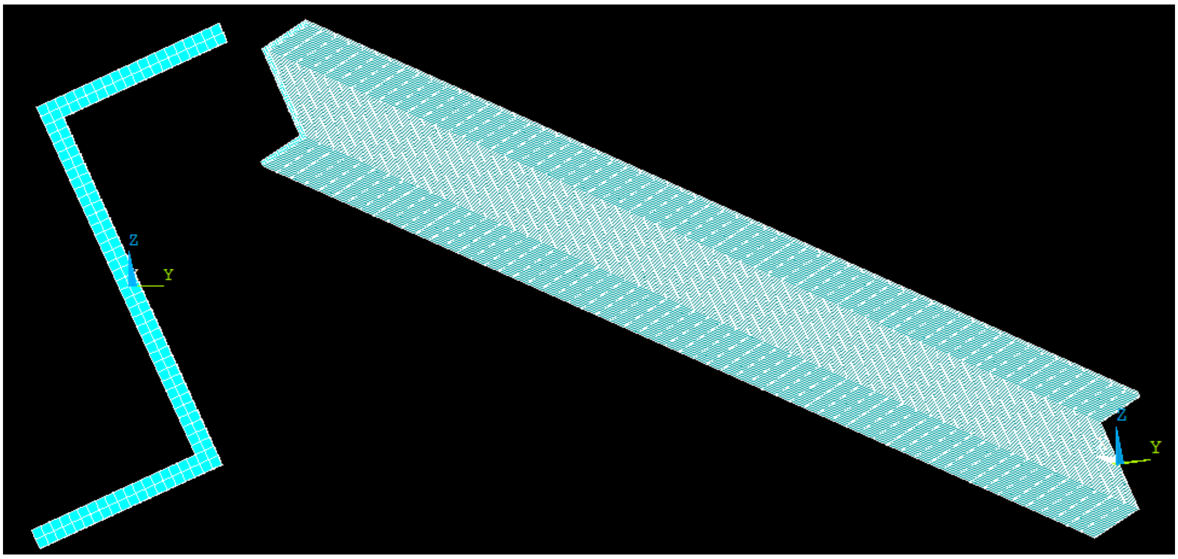
$$I_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (I_{yy} + I_{zz}) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot (I_{yy} - I_{zz})\right]^2 + I_{yz}^{\ 2}}$$

Voor de berekening van kip moment wordt uiteindelijk de kleiner waarde $I_2$ toegepast.

### 3.5.2 Het bouwen van het ANSYS model:

De invoer van het model is bijna op dezelfde manier dat van een T-profiel dus wordt het hier niet meer beschreven. Het script is te vinden in Bijlage 1.

Het assenstelsel hiervoor gekozen komt precies overeen met de werkelijke sterke en zwakke richting.

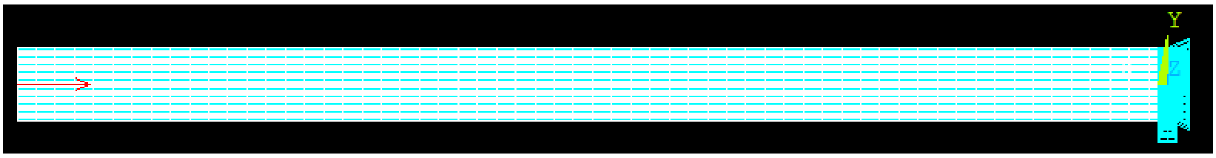



*Figuur 38. ANSYS model van Z-Profiel*

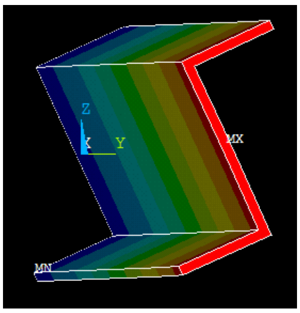
### 3.5.3 Knikberekening:

- ***Knikvorm (a)***

Hiervan wordt gewoon een drukkracht van 500N aan de normaalkrachten centrum van de ene uiteinde uitgevoerd en de andere uiteinde wordt gewoon allemaal vastgemaakt.




*Figuur 39. Invoeren van de kracht en opleggingen*




*Figuur 40. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit, zijnaanzicht*

Na de berekening:

$$\lambda = 240.4752$$

$$F_{cr} = \lambda \cdot F = 240.4752 \times 500 = 120237.6N = 120.24KN$$

Vanuit de grafiek van de vervorming van zijaanzicht(figuur 26) vinden wij dat de sterke en zwakke richting goed zijn bepaald. De ligger buigt gewoon volgens de zwakke richting.

Verschil: $\frac{126.89 - 120.24}{126.89} = 5.24\%$

Het verschil hiervan is ook aannemelijk, dus de formule werkt ook voor Z-Profiel.


*Figuur 41. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit, vooraanzicht*

- ***Knikvorm (b)***

Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting. Daarna worden de randvoorwaarden gegeven in de y- en z-richting waarvan er geen krachten in deze twee richtingen zullen plaatsvinden. (Fz=Fy=0)

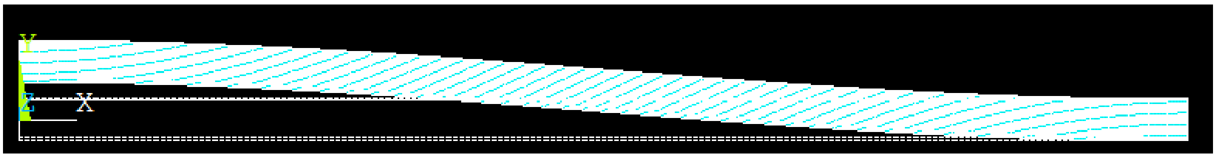
Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn:

F=253752.0535N

$\lambda = 1.9031996$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 1.9031996 \times 253752.0535 = 482940.8067N = 482.94KN$

Verschil: $\frac{507.56 - 482.94}{507.56} = 4.85\%$




*Figuur 42. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (b)*

De vervorming grafiek komt overeen met het getoetst knik vorm.

- ***Knikvorm (e)***

Voor deze knikvorm wordt hetzelfde gedaan als die van rechthoekige doorsnede. Eerst wordt een verplaatsing van 1mm aangebracht in de x-richting aan het uiteinde. Het oppervlak wordt ook in de y- en z- richting vastgemaakt. (verplaatsing van nul geven)

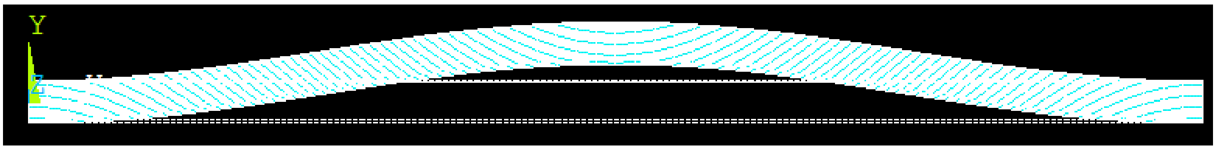
Vervolgens wordt hetzelfde procedure van knik berekening gedaan en de resultanten zijn: F=254172.1642N

Uiteindelijk wordt het eigenwaarde berekening uitgevoerd en de ‘load multiplier’ bepaald:

$\lambda = 7.5279032$

$F_{cr} = \lambda \cdot F = 7.5279032 \times 254172.1642 = 1913390.768N = 1913.39KN$

Verschil: $\dfrac{2030.25 - 1913.39}{2030.25} = 5.76\%$

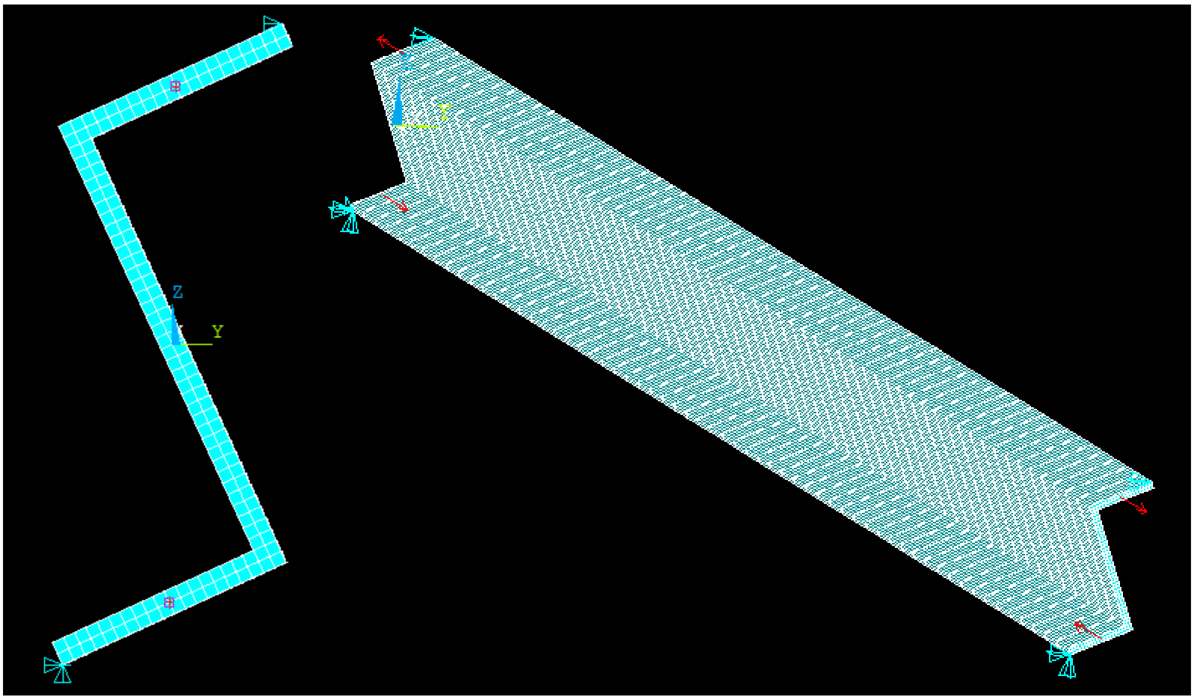



*Figuur 43. Vervorming t.g.v. knik instabiliteit (e)*

De vervormingsgrafiek komt overeen met het getoetst knik vorm.

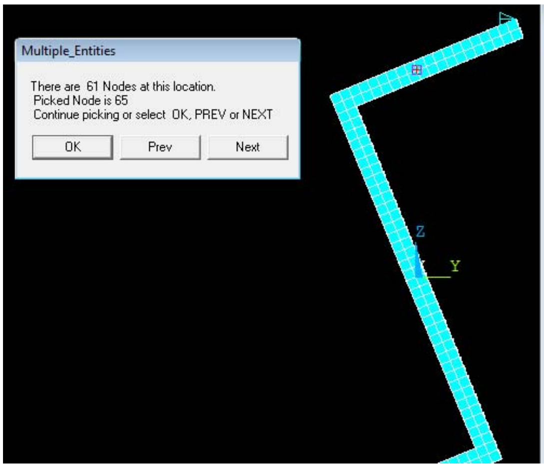
### 3.5.4 Kipberekening:

Zoals voor de U-Profiel, aan de lijn van de z-as worden twee knopen gekozen waarop krachten van 500N worden gezet. De waarde van de y-coördinaat van deze twee knopen is bijna gelijk aan nul. De twee krachten hebben omgekeerde richtingen en leiden dus tot een koppel.




*Figuur 44. Invoeren van de kracht en opleggingen*

Na het zoeken van de z- coördinaat van de knopen, de arm van de koppel is bepaalde.




NLIST Command
File

| NODE | X | Y | Z |
|---|---|---|---|
| 59 | 3000.00000000 | -26.9898123660 | 91.6326908288 |
| 60 | 3000.00000000 | -22.3677808566 | 93.5397369036 |
| 61 | 3000.00000000 | -17.7457493471 | 95.4467829783 |
| 62 | 3000.00000000 | -13.1237178376 | 97.3538290531 |
| 63 | 3000.00000000 | -8.50168632814 | 99.2608751279 |
| 64 | 3000.00000000 | -3.87965481867 | 101.167921203 |
| 65 | 3000.00000000 | 0.742376690805 | 103.074967277 |
| 66 | 3000.00000000 | 5.36440820028 | 104.982013352 |
| 67 | 3000.00000000 | 9.98643970975 | 106.889059427 |
| 68 | 3000.00000000 | 14.6084712192 | 108.796105502 |
| 69 | 3000.00000000 | 19.2305027287 | 110.703151577 |
| 70 | 3000.00000000 | 23.8525342382 | 112.610197651 |
| 71 | 3000.00000000 | 28.4745657476 | 114.517243726 |
| 72 | 3000.00000000 | 33.0965972571 | 116.424289801 |
| 73 | 3000.00000000 | 37.7186287666 | 118.331335876 |
| 74 | 3000.00000000 | 42.3406602761 | 120.238381950 |
| 75 | 3000.00000000 | 46.9626917855 | 122.145428025 |

*Figuur 45. Zoeken van de coördinaten van de knoop*

$$Arm = 2 \times 103.075 = 206.150mm$$

$$M_{koppel} = 206.150 \times 500 = 103075Nmm$$

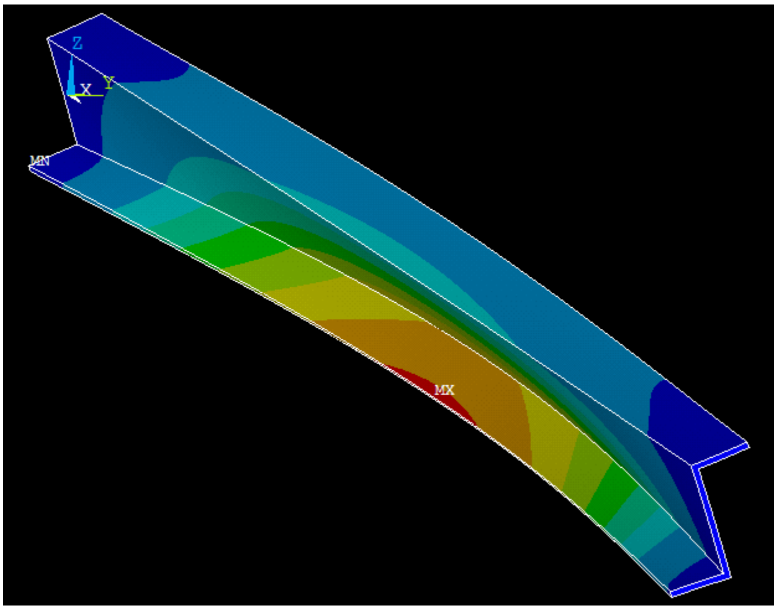
Vervolgens wordt de kip moment berekend op basis van het uitgerekend 'load multiplier':

$$\lambda = 862.28883$$

$$M_{kip} = \lambda \cdot M = 862.28883 \times 103075 = 88880421.152 Nmm = 88.880 KNm$$

Verschil: $\dfrac{97.57 - 88.88}{97.57} = 8.91\%$

Het verschil is ook binnen 10%, dus wel aannemelijke.




*Figuur 46. Vervorming t.g.v. kip instabiliteit*

# 4.Conclusie

Uit de onderstaande tabel blijkt dat de formules voor knik en kip geschikt zijn niet alleen voor symmetrische maar ook voor asymmetrische doorsneden. Een uitzonderingt geldt er voor de T-profielen van die bezwijken op kip en een van de knikvorm. Het is nog niet duidelijk waardoor dit komt. De ontwikkelde aanpak is bewezen bij de eenvoudige rechthoekige doorsnede en het werkt ook goed bij het U-profiel en het Z-profiel, dus de mogelijke oorzaak van de afwijking voor T-profielen is misschien dat de formules niet geschikt zijn voor dit soort van doorsneden. Er treedt ook wringvervorming op die niet is meegenomen in de analytische berekeningen (Fig. 30b). Verder onderzoek wordt aanbevolen.

| Doorsneden type | Verschil tussen analytische methode en Eindige-elementen methode | | | | Evaluatie |
|---|---|---|---|---|---|
| | Knik | | | kip | |
| | (a) | (b) | (e) | | |
| Rechthoekige doorsnede (dubbelsymmetrisch) | 0.63% | -0.88% | -1.58% | 3.96% | Zoals verwacht. De met de formules gevonden resultaten zijn nauwkeurig. |
| T-profiel | 2.41% | 9.87% | 35.27% | 35.93% | Voor sommige delen wordt de afwijking zeer groot |
| U-profiel | 4.59% | 4.96 | 6.48 | 8.3% | Nauwkeurigheid een beetje lager dan die van de dubbelsymmetrische doorsnede, maar aannemelijk voor beide berekeningen. |
| Z- profiel | 5.24% | 4.85% | 5.76% | 8.91% | Nauwkeurigheid een beetje lager dan die van de dubbelsymmetrische doorsnede, maar aannemelijk voor beide berekeningen. |

In theorie is de eindige-elementenmethode nauwkeuriger dan de analytische formules. Immers bij de eindige-elementenmethode worden driedimensionale effecten in rekening gebracht, terwijl de formules volgen uit ééndimensionale differentiaalvergelijkingen.

Mogelijke oorzaken van de kleine verschillen tussen de twee methoden zijn:

1) De belasting is aangebracht met punlasten. Hierdoor onstaan lokaal heel grote spanningen en rekken. Deze spanningen zijn onrealistisch. Bij knik zou het beter zijn om een gelijkmatig verdeelde druk aan te brengen. Echter, bij deze belasting geeft ANSYS vreemde knikresultaten. Bij kip zou het beter zijn om een lineair verdeelde spanning aan te brengen. Echter, dit is niet mogelijk in ANSYS.

2) De elementgrootte beïnvloedt de nauwkeurigheid van de resultaten. Uit berekeningen met een grof elementennet en een fijn elementennet blijkt dat deze invloed niet groot is. Niettemin, zou het beter zijn als met kleinere elementen wordt gerekend. Helaas is de gebruikte versie van ANSYS beperkt tot ongeveer 30000 vrijheidsgraden.

3) De belasting is niet precies op de gewenste posities aangebracht. Dit komt doordat er niet altijd knopen op deze posities aanwezig zijn. Het kan zijn dat hierdoor vervormingen ontstaan die de resultaten verstoren.

# Bronnen

Hartsuijker,C. (2001), *Toegepaste Mechanica, deel 2: Spanningen, vervormingen, verplaatsingen*

Hoogenboom, P.C.J. (2008), *Aantekeningen over wringing*

Coen Hartsuiker, Hans Welleman.(2007), *Mechanics of Structures CT4145/CT2031 – Module: Introduction into Continuum Mechanics*

Ir.R.Abspoel, Prof.Ir.F.S.K.Bijlaard.(2010), *CT2052 Constructieve Veiligheid - Staalconstructies*

V. Bron.(2010), *Stijfheidsmatrix van asymmetrische profielen, Bacheloreindwerk TUDelft*

M. Kabos.(2011), *De stijfheidsmatrix van een volledig asymmetrisch profiel, Bacheloreindwerk TUDelft*

J.R. van Noort.(2009), *Stijfheidsmatrix van asymmetrische profielen, Bacheloreindwerk TUDelft*

# Bijlage 1: Berekening van doorsnede eigenschappen in Maple

***Berekening van T-Profiel:***

*restart*;

$h := 200;$

$$200.000$$

$t := 10;$

$$10.000$$

$b := 100;$

$$100.000$$

$E := 210000$

$$210000.000$$

$l := 3000;$

$$3000.000$$

$\nu := 0.3;$

$$.300$$

$G := \dfrac{E}{2\cdot(1+\nu)};$

$$80769.231$$

$A := (h-t)\cdot t + b\cdot t;$

$$2900.000$$

$znc := \dfrac{t\cdot b\cdot\left(\frac{t}{2}\right) + t\cdot(h-t)\cdot\left(\frac{(h-t)}{2}+t\right)}{A};$

$$70.5172414$$

$ync := \dfrac{b\cdot t\cdot\frac{b}{2} + (h-t)\cdot t\cdot\frac{b}{2}}{A};$

$$50.000$$

$Izz := \dfrac{1}{12}\cdot b\cdot t^3 + b\cdot t\cdot\left(znc-\dfrac{t}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{12}\cdot t\cdot(h-t)^3 + (h-t)\cdot t \cdot\left(\dfrac{(h-t)}{2}+t-znc\right)^2;$

$$12275890.805$$

$$Iyy := \frac{1}{12} \cdot t \cdot b^3 + \frac{1}{12} \cdot (h - t) \cdot t^3;$$

$$849166.667$$

$$It := \frac{1}{3} \cdot \left(b + h - \frac{t}{2}\right) \cdot t^3;$$

$$98333.333$$

$$Iw := \frac{1}{144} \cdot b^3 \cdot t^3 + \frac{1}{36} \cdot \left(h - \frac{t}{2}\right)^3 \cdot t^3$$

$$212913194.444$$

$$I\eta := Iyy;$$

$$849166.667$$

$$Mkip := \frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l} \cdot \sqrt{E \cdot I\eta \cdot G \cdot It + \left(\frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l}\right)^2 \cdot E \cdot I\eta \cdot E \cdot Iw}$$

$$39531612.430$$

$$Fcr(a) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{(2 \cdot l)^2};$$

$$48888.811$$

$$Fcr(b) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{l^2};$$

$$1.955552450\ 10^5$$

$$Fcr(e) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{\left(\frac{1}{2} \cdot l\right)^2}$$

$$7.822209800\ 10^5$$

***Berekening van Rechthoekige doorsnede:***

*restart*;

$$h := 200;$$

$$200{,}000$$

$$b := 10;$$

$$10{,}000$$

$$E := 210000$$

$$210000{,}000$$

$$l := 3000;$$

3000,000

$\nu := 0.3;$

,300

$G := \frac{E}{2 \cdot (1+\nu)};$

80769,231

$A := \mathrm{h} \cdot \mathrm{b};$

2000,000

$Izz := \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3;$

6666666,667

$Iyy := \frac{1}{12} \cdot \mathrm{h} \cdot \mathrm{b}^3;$

16666,667

$It := \frac{1}{3} \cdot h \cdot b^3;$

66666,667

$Iw := \frac{6.7}{1000} \cdot h^3 \cdot b^3;$

53600000,000

$I\eta := Iyy;$

16666,667

$Mkip := \frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l} \cdot \sqrt{E \cdot I\eta \cdot G \cdot It + \left(\frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l}\right)^2 \cdot E \cdot I\eta \cdot E \cdot Iw}$

4551318,187

$Fcr(a) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{(2 \cdot l)^2};$

959,545

$Fcr(\mathrm{b}) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{l^2};$

3838.179491

$Fcr(e) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{\left(\frac{1}{2} \cdot l\right)^2};$

15352.71796

***Berekening van U-Profiel:***

> $restart;$

$h := 200;$

$$200.000$$

$t := 10;$

$$10.000$$

$b := 80;$

$$80.000$$

$E := 210000$

$$210000.000$$

$l := 3000;$

$$3000.000$$

$\nu := 0.3;$

$$.300$$

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)};$$

$$80769.231$$

$A := (h - 2 \cdot t) \cdot t + 2 \cdot b \cdot t;$

$$3400.000$$

$$znc := \frac{t \cdot b \cdot \left(\frac{t}{2}\right) + (h - 2 \cdot t) \cdot t \cdot \frac{h}{2} + t \cdot b \cdot \left(h - \frac{t}{2}\right)}{A};$$

$$100.0000000$$

$$ync := \frac{2 \cdot b \cdot t \cdot \frac{b}{2} + (h - 2 \cdot t) \cdot t \cdot \frac{t}{2}}{A};$$

$$21.471$$

$$Izz := \frac{1}{12} \cdot b \cdot t^3 + b \cdot t \cdot \left(znc - \frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{12} \cdot t \cdot (h - 2 \cdot t)^3 + \frac{1}{12} \cdot b \cdot t^3 + b \cdot t \cdot \left(znc - \frac{t}{2}\right)^2;$$

$$19313333.333$$

$$Iyy := 2 \cdot \left( \frac{1}{12} \cdot t \cdot b^3 + t \cdot b \cdot \left( \frac{b}{2} - ync \right)^2 \right) + \frac{1}{12} \cdot (h - 2 \cdot t) \cdot t^3 + (h - 2 \cdot t) \cdot t \cdot \left( ync - \frac{t}{2} \right)^2;$$

1905980.392

$$It := \frac{1}{3} \cdot (2 \cdot b + h - 2 \cdot t) \cdot t^3;$$

113333.333

$$Iw := \frac{t \cdot b^3 \cdot (h - t)^2}{12} \cdot \frac{3 \cdot b \cdot t + 2 \cdot (h - t) \cdot t}{6 \cdot b \cdot t + (h - t) \cdot t}$$

14253213930.348

$$I\eta := Iyy;$$

1905980.392

$$Mkip := \frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l} \cdot \sqrt{E \cdot I\eta \cdot G \cdot It + \left( \frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l} \right)^2 \cdot E \cdot I\eta \cdot E \cdot Iw}$$

73882545.200

$$Fcr(a) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{(2 \cdot l)^2};$$

109732.423

$$Fcr(b) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{l^2};$$

$4.389296911\ 10^5$

$$Fcr(e) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2 \cdot E \cdot Iyy}{\left( \frac{1}{2} \cdot l \right)^2}$$

$1.755718764\ 10^6$

***Berekening van Z-Profiel:***

> *restart*;

$h := 200;$

200.00

$t := 10;$

10.00

$b := 100;$

100.00

$E := 210000$

210000.00

$l := 3000;$

3000.00

$\nu := 0.3;$

.30

$$G := \frac{E}{2\cdot(1+\nu)};$$

80769.23

$A := (h - 2\cdot t)\cdot t + 2\cdot b\cdot t;$

3800.00

$$znc := \frac{t\cdot b\cdot\left(-h+\frac{t}{2}\right) + t\cdot b\cdot\left(h-\frac{t}{2}\right)}{A};$$

.00

$$ync := \frac{b\cdot t\cdot\left(\frac{b}{2}-\frac{t}{2}\right) + b\cdot t\cdot\left(-\frac{b}{2}+\frac{t}{2}\right)}{A};$$

.00

$$Izz := \frac{1}{12}\cdot b\cdot t^3 + b\cdot t\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\cdot t\cdot(h-2\cdot t)^3 + \frac{1}{12}\cdot b\cdot t^3 + b\cdot t\cdot\left(\frac{h}{2}-\frac{t}{2}\right)^2;$$

22926666.67

$$Iyy := \frac{1}{12}\cdot t\cdot b^3 + t\cdot b\left(\frac{b}{2}-\frac{t}{2}\right)^2 + \frac{1}{12}\cdot(h-2\cdot t)\cdot t^3 + \frac{1}{12}\cdot t\cdot b^3 + t\cdot b\left(\frac{b}{2}-\frac{t}{2}\right)^2;$$

5731666.67

$$Izy := 2\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot(h-t)\cdot\frac{1}{2}\cdot(b-t)\cdot b\cdot t\right);$$

8550000.00

$$I2 := \frac{Izz+Iyy}{2} - evalf\left(\sqrt{\left(\frac{Izz-Iyy}{2}\right)^2 + Izy^2}\right);$$

2204006.62

$$It := \frac{1}{3}\cdot(2\cdot b + h - 2\cdot t)\cdot t^3;$$

126666.67

$$Iw := \frac{t\cdot b^3\cdot(h-t)^2}{12}\cdot\frac{b+2\cdot(h-t)}{2\cdot b+(h-t)};$$

37025641025.64

$$I\eta := I2;$$

2204006.62

$$Mkip := \frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l}\cdot\sqrt{E\cdot I\eta\cdot G\cdot It + \left(\frac{evalf(\mathrm{Pi})}{l}\right)^2\cdot E\cdot I\eta\cdot E\cdot Iw};$$

97573393.60

$$Fcr(a) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2\cdot E\cdot I2}{(2\cdot l)^2};$$

126890.595

$$Fcr(b) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2\cdot E\cdot I2}{l^2};$$

$5.075623803\ 10^5$

$$Fcr(e) := \frac{evalf(\mathrm{Pi})^2\cdot E\cdot I2}{\left(\frac{1}{2}\cdot l\right)^2}$$

$2.030249521\ 10^6$

$$\alpha = evalf\left(\frac{1}{2}\cdot\arctan\left(\frac{Izy}{\frac{1}{2}\cdot(Izz-Iyy)}\right)\right)\cdot\left(\frac{180}{evalf(\mathrm{Pi})}\right)$$

$\alpha = 22.42064317$

# Bijlage 2: Script invoer geometrie ligger

***T-Profiel:***

```
/prep7
et,1,45
mp,ex,1,2.1e5
mp,prxy,1,0.3
k, 1, 0,-5,-129.4827586
k, 2, 0,5,-129.4827586
k, 3, 0,5,60.5172414
k, 4, 0,50,60.5172414
k, 5, 0,50,70.5172414
k, 6, 0,-50,70.5172414
k, 7, 0,-50,60.5172414
k, 8, 0,-5,60.5172414
a,1,2,3,4,5,6,7,8
vext,1,,,3000,0,0
lesize,1,5
lesize,2,5
lesize,3,5
lesize,4,5
lesize,5,5
lesize,6,5
lesize,7,5
lesize,8,5
lesize,9,5
lesize,10,5
lesize,11,5
lesize,12,5
lesize,13,5
lesize,14,5
lesize,15,5
lesize,16,5
lesize,17,50
lesize,18,50
lesize,19,50
lesize,20,50
lesize,21,50
lesize,22,50
lesize,23,50
lesize,24,50
VSWEEP,1
```

***Rechthoekige doorsnede:***

```
/prep7
et,1,45
mp,ex,1,2.1e5
mp,prxy,1,0.3
k, 1, 0,-5,-100
k, 2, 0,5,-100
k, 3, 0,5,100
k, 4, 0,-5,100
a,1,2,3,4
vext,1,,,3000,0,0
lesize,1,5
lesize,2,5
lesize,3,5
lesize,4,5
lesize,5,5
lesize,6,5
lesize,7,5
lesize,8,5
lesize,9,50
lesize,10,50
lesize,11,50
lesize,12,50
VSWEEP,1
```

***U-Profiel:***

```
/prep7
et,1,45
mp,ex,1,2e5
mp,prxy,1,0.3
k, 1, 0, -21.471,-100
k, 2, 0, 58.529,-100
k, 3, 0, 58.529,-90
k, 4, 0, -11.471,-90
k, 5, 0, -11.471,90
k, 6, 0, 58.529,90
k, 7, 0, 58.529,100
k, 8, 0, -21.471,100
a,1,2,3,4,5,6,7,8
vext,1,,,3000,0,0
lesize,1,5
lesize,2,5
lesize,3,5
lesize,4,5
lesize,5,5
lesize,6,5
lesize,7,5
lesize,8,5
lesize,9,5
lesize,10,5
lesize,11,5
lesize,12,5
lesize,13,5
lesize,14,5
lesize,15,5
lesize,16,5
lesize,17,50
lesize,18,50
lesize,19,50
lesize,20,50
lesize,21,50
lesize,22,50
lesize,23,50
lesize,24,50
VSWEEP,1
```

***Z-Profiel:***

```
/prep7
et,1,45
mp,ex,1,2e5
mp,prxy,1,0.3
k, 1, 0, -49.67767722,-128.6745056
k, 2, 0, 42.76295297,-90.53358412
k, 3, 0, -29.70479780,85.10361324
k, 4, 0, 53.49176937,119.4304426
k, 5, 0, 49.67767722,128.6745056
k, 6, 0, -42.76295297,90.53358412
k, 7, 0, 29.70479780,-85.10361324
k, 8, 0, -53.49176937,-119.4304426
a,1,2,3,4,5,6,7,8
vext,1,,,3000,0,0
lesize,1,5
lesize,2,5
lesize,3,5
lesize,4,5
lesize,5,5
lesize,6,5
lesize,7,5
lesize,8,5
lesize,9,5
lesize,10,5
lesize,11,5
lesize,12,5
lesize,13,5
lesize,14,5
lesize,15,5
lesize,16,5
lesize,17,50
lesize,18,50
lesize,19,50
lesize,20,50
lesize,21,50
lesize,22,50
lesize,23,50
lesize,24,50
VSWEEP,1
```

# Bijlage 3: Macro voor de verplaatsing

```
/PMACRO
*Get,nnode,NODE,,num,max
NSEL,S,P
*DO,i,1,nnode
  *GET,t,NODE,i,NSEL
  *IF,t,EQ,1,then
    *GET,zc,NODE,i,LOC,Z
     D,i,Ux, ZC/100
  *ENDIF
*ENDDO
NSEL,ALL
```

# Bijlage 4: Macro voor het aflezen van de momenten

```
/NOPR
/PMACRO
*GET,nnode,node,,num,max
NSEL,S,P
*SET,N,0
*SET,Dy,0
*SET,Dz,0
*SET,My,0
*SET,Mz,0
*SET,Mx,0
*DO,i,1,nnode
*GET,t,NODE,i,NSEL
 *IF,t,EQ,1,then
  *GET,y,NODE,i,LOC,Y
  *GET,z,NODE,i,LOC,Z
  *Set,Rx,0
  *Set,Ry,0
  *Set,Rz,0
  *GET,Rx,NODE,i,Rf,FX
  *GET,Ry,NODE,i,Rf,FY
  *GET,Rz,NODE,i,Rf,FZ
  *SET,N,N+Rx
  *SET,Dy,Dy+Ry
  *SET,Dz,Dz+Rz
  *SET,My,My+z*Rx
  *SET,Mz,Mz-y*Rx
  *SET,Mx,Mx+y*Rz-z*Ry
 *ENDIF
*ENDDO
/GO
*SET,N,N
*SET,Dy,Dy
*SET,Dz,Dz
*SET,Mx,Mx
*SET,My,My
*SET,Mz,Mz
/NOPR
NSEL,ALL
```