BSc - eindwerk

Spanningen in boortunnels door het sturen van de boorkop

Eindrapport

juni 2003

Student:
Q.C. de Rijke
st.nr. 9721111

Begeleiders:
dr.ir.P.C.J. Hoogenboom
ir. W.J.M. Peperkamp

Spanningen in boortunnels door het sturen van de boorkop

Student:
Q.C. de Rijke
st.nr. 9721111

Begeleiders:
dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
ir. W.J.M. Peperkamp

Samenvatting

In dit rapport is een studie verricht naar de spanningen in de wand van een boortunnelbuis ten gevolge van de kopkrachten. De kopkrachten worden veroorzaakt door de vijzels van een tunnelboormachine om zich voort te bewegen en te de richting te bepalen. De kopkrachten bestaan uit een normaalkracht en een buigend moment.

De tunnelbuis wordt gemodelleerd als een staaf. Een elementje wordt uit de staaf genomen en de vervormingen en werkende krachten op het elementje worden kwalitatief beoordeeld. Aan de hand van de evenwichts-, kinematische- en constitutieve vergelijkingen wordt een differentiaalvergelijking opgesteld. Deze luidt:

$$\boxed{0 = (-EI\,N - GA\,EI)\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) + (EI\,k + 2\,GA\,N)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right) - GA\,k\,\mathrm{w}(x)}$$

Vervolgens worden deze vergelijking opgelost in symbolen. Na de kwantificering van de parameters wordt de fysieke oplossing voor de differentiaalvergelijking aangedragen. Voor de grondparameters wordt met een parameterstudie de effecten van de diepte en de grondstijfheidsfactor berekend.

Uiteindelijk worden voor twee controlepunten de hoofdspanningen berekend. De grootste hoofdspanning bedraagt 34 N/mm^2. Deze hoofdspanning wordt voornamelijk veroorzaakt door het kopmoment.

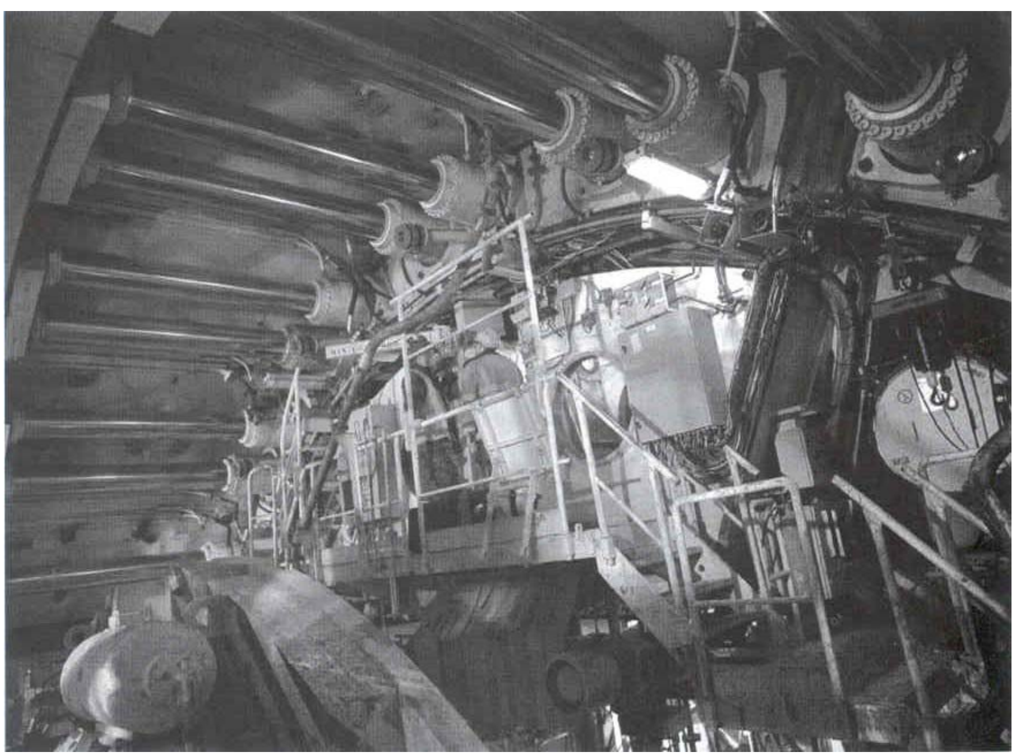
Voorwoord

Dit rapport is het eindresultaat van het BSc-eindwerk dat ik heb verricht ter afsluiting van mijn Bachelor opleiding aan de faculteit der Civiele Techniek en Geowetenschappen van de Technische Universiteit Delft.
In dit rapport is een studie verricht naar de spanningen die ontstaan doordat de boorkop van een boortunnel zich afzet tegen het reeds gerealiseerde deel. Door middel van het opstellen en oplossen van de differentiaalvergelijking is een oplossing gezocht voor de uitwijking die de tunnel ondergaat. Het rapport is zo van opzet dat de volgorde van hoofdstukken parallel loopt aan het doorlopen proces

Graag wil ik mijn dank betuigen aan dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en ir. W.J.W. Peperkamp. Mijnheer Hoogenboom ben ik bijzonder erkentelijk voor zijn begeleiding bij lastige vraagstukken in het proces. Zijn precisie en heldere uitleg heb ik als zeer stimulerend ervaren en de samenwerking vond ik erg prettig verlopen.
Ir. W.J.M. Peperkamp dank ik voor zijn bijdrage in het kritisch beoordelen van de inhoud van het rapport.

In hoofdstuk 1. wordt een algemene inleiding gegeven over boortunnels. Hoofdstuk 2 beschrijft het probleem en zet de modellering uiteen. In hoofdstuk 3 wordt de differentiaalvergelijking afgeleid en op juistheid geverifieerd. Hoofdstuk 4 geeft de oplossing van de differentiaalvergelijking in symbolen. In hoofdstuk 5 worden de van toepassing zijnde parameters gekwantificeerd. Hoofdstuk 6 geeft de fysieke oplossing voor het probleem met daarin een parameterstudie naar de consequenties van de grondstijfheid. In hoofdstuk 7 worden de spanningen in het materiaal berekend en beoordeeld. Hoofdstuk 8 geeft de conclusie.

Delft, juni 2003 Quirijn de Rijke

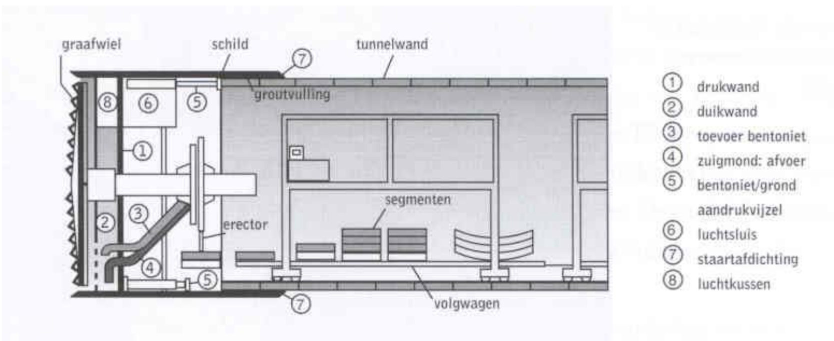


figuur 1, Vijzels van een boortunnel

Inhoud

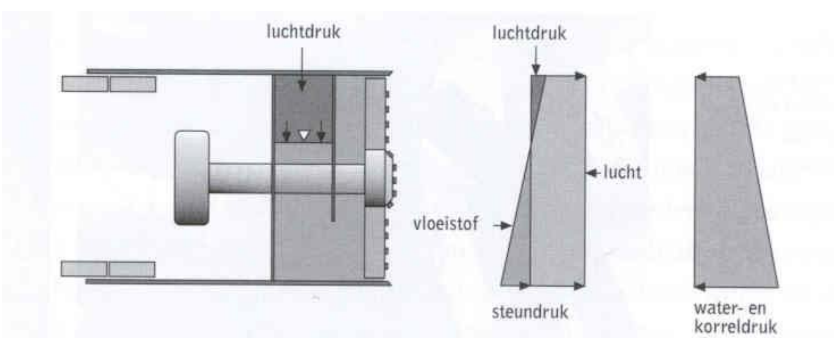
1. Inleiding

In de tunnelbouw is de boortechniek een hele elegante methode om een tunnel aan te leggen. Moderne technieken en de vraag naar weinig verstoring van de bovengrond hebben ertoe geleid dat deze techniek een sprong heeft genomen.
De methode werkt als volgt. Een tunnelboormachine (TBM) wordt in een startschacht geplaatst. Vanuit deze schacht boort de TBM eerst door een dichtblok, welke is gemaakt achter de schachtwand om de waterdichtheid in het begin van het boorproces te waarborgen. Terwijl vijzels de TBM voortduwen, draait het graafwiel en graaft zo de grond weg, zie figuur 2. De grond wordt met persleidingen de tunnel uitgevoerd. Achter de boorkop worden tunnelsegmenten geplaatst met de erector. De betonnen segmenten vormen een ring die de tunnelwand vormen. De boorkop zet zich af door middel van vijzels tegen de tunnelwand. Met deze vijzels kan de TBM ook in de goede richting gestuurd worden.



figuur 2, Onderdelen van een TBM

Er zijn verschillen de typen tunnelboormachines, waarbij het verschil wordt bepaald door het soort toegepaste boorschild. Het boorschild is het voorste gedeelte van de TBM, hierop zijn de snijtanden gemonteerd. In het geval van de Groene Harttunnel is een vloeistofschild ingezet. Hierbij zorgt een zware bentoniet suspensie voor tegendruk voor de grond en het grondwater dat tegen de boorkop drukt, zie figuur 3.



figuur 3, Drukken tegen het boorschild

2. Beschrijving van het probleem

2.1. Probleemstelling

Bij de aanleg van een boortunnel moet een bepaald tracé gevolgd worden. De boorkop wordt gestuurd door deze excentrisch af te zetten tegen het reeds geconstrueerde deel van de tunnelbuis. Hierdoor ontstaan extra spanningen in de tunnelbuis. Vanzelfsprekend beschadigen de tunnelelementen als de totale spanningen te groot worden. Schade is inderdaad geconstateerd in vele tunnels (zie figuur 4). Beschadiging door afspatten, of afboeren, van beton of het inscheuren van een tunnelelement zijn niet wenselijk. Scheuren kunnen een gevaar zijn voor de waterdichtheid van de tunnel. Aangezien boortunnels op grote diepte worden toegepast, en de waterdruk dus groot kan worden kan dit een wezenlijk gevaar opleveren. Scheuren zijn mogelijk een bedreiging voor de duurzaamheid van de tunnel.

figuur 4, Schade aan tunnelelementen

2.2. Doelstelling

In dit onderzoek worden de spanningen gekwantificeerd die in een tunnel ontstaan doordat de boorkop zich afzet tegen het reeds gerealiseerde deel van de tunnel. De buis zal hierdoor een verplaatsing ondergaan loodrecht op de lengterichting. De tunnelbuis en de omringende grond worden analytisch gemodelleerd en berekend. Rekening wordt gehouden met een resulterende normaalkracht en een resulterend stuurmoment die de boorkop uitoefent op de tunnel. De eigenschappen van de verend ondersteunde ligger zullen worden afgeschat voor de Groene Harttunnel. Uiteindelijk wordt beoordeeld of de hierdoor veroorzaakte spanningen een oorzaak kunnen zijn van de schade die is gevonden in boortunnels.

2.3. Aanpak

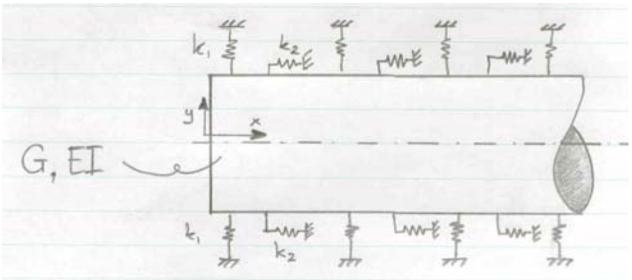
De volgorde van aanpak is hieronder puntsgewijs aangegeven.

1. Als eerste wordt een model gemaakt van de TBM en achterliggende tunnel. De modellering gaat ervan uit dat de tunnel kan worden gemodelleerd als een buig- en afschuifligger met een tweede orde effect door normaalkracht.
2. Nagegaan wordt welke krachten kwalitatief op de modellering werken. Krachten komen voort uit massa van tunnel en grond, vijzelkrachten, krachten op de tunnelwand t.g.v. aanbrengen van grout aan de buitenkant van de tunnel.
3. De differentiaalvergelijking wordt opgesteld. Literatuur [2][1] wordt gebruikt om de juiste differentiaalvergelijking op te stellen
4. De oplossing voor de differentiaalvergelijking wordt gezocht.
5. Vervolgens worden de werkende krachten gekwantificeerd.
6. De snedekrachten worden vertaald naar spanningen in het gewapende beton van de tunnelwand. In maatgevende punten worden de hoofdspanningen berekend.
7. De oplossing wordt geïmplementeerd voor het geval van de Groene Harttunnel. Gekeken wordt aan de hand van de gebruikte materialen of het sturen een oorzaak kan zijn van de schade.

[1] 'Mechanica van constructies, Elastostatica van slanke structuren', A.L. Bouma

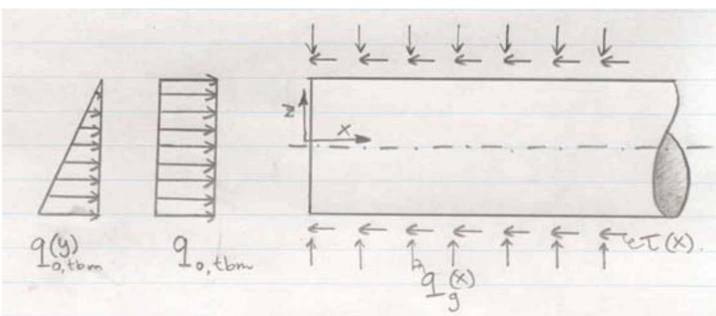
2.4. Modellering van het probleem

De tunnelbuis wordt gemodelleerd als buig- en afschuifligger. Voor de krachten uit de grond gebruiken we een verenmodel. De krachten uit de grond werken zowel evenwijdig als loodrecht op de buis. De schematisatie van het systeem van de tunnelbuis is getekend in figuur 6.



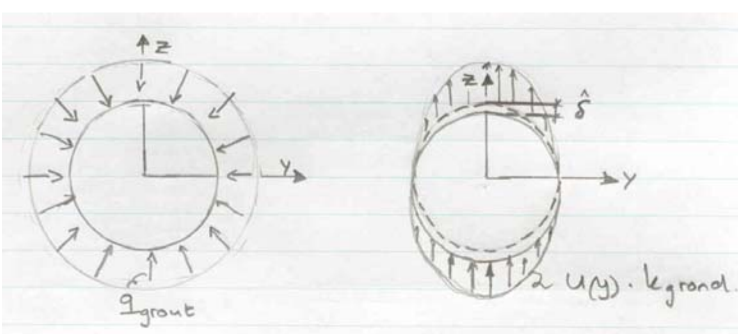
figuur 5, Verenmodel tunnelbuis

De tunnel schematiseren we als een rechte buis. Aan het gesloten einde (het boorschild) werkt een verdeelde belastingen die is gesplitst in twee delen (zie figuur 7). Als eerste een homogeen verdeelde belasting die de voortstuwende kracht uit de vijzels voorstelt. Ten tweede een verdeelde belasting die niet homogeen verdeeld is over de wand welke de sturende kracht voorstelt.



figuur 6, Krachten op de tunnelbuis

Rondom de tunnelbuis werken er schuifspanningen die de normaalspanningen in de tunnelwand in de x-richting (lengterichting) reduceren. De grootte van de schuifspanningen is afhankelijk van x. Verder werkt er een kracht loodrecht op de buis. Deze is opgedeeld in een belasting uit de groutdruk en resulterende belasting uit de verplaatsing van de buis (zie figuur 8). Nagegaan moet worden of trekkrachten ontstaan in de grond en zo ja, of deze (tijdelijk) kunnen optreden in de grond die men tegenkomt bij de Groene Harttunnel .



figuur 7, Radiale krachten

2.5. Aannamen en uitgangspunten

a) In de modellering van het probleem zal het reeds gebouwde deel van de tunnel recht verondersteld worden. Eerder gemaakte bochten worden niet meegenomen in de modellering. Verwacht wordt dat dit verantwoord is omdat boogstralen in de lining van de tunnel groot zullen zijn en voor bochten speciale tunnelelementen gebruikt worden die de vorm van de bocht volgen. Dit moet naar het einde van dit project geverifieerd worden.

b) Contactspanningen in de tunnelbuis, ten gevolge van druk van beton op beton komen niet voor. Er wordt vanuit gegaan dat de rubber blokken tussen de elementen de druk goed verdelen.

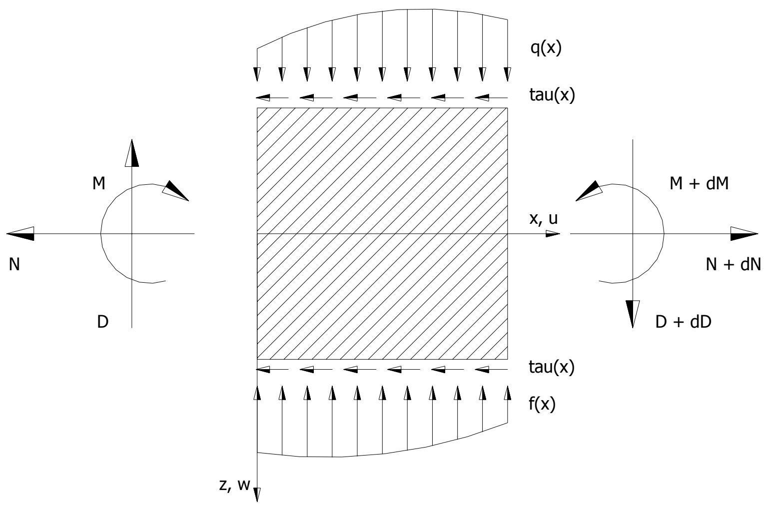
c) Tijdens de bouw van een boortunnel wordt tussen de nieuwgeplaatste elementen en de grond grout geperst. Zolang het grout nog niet opgestijfd is zal de tunnel geen stijfheid ondervinden van de groutlaag, lit. [7][2]. De tunnel is daar dus niet elastisch ondersteund. Het is echter niet mogelijk dit mee te nemen in de modellering en berekening met een differentiaalvergelijking. Bij de berekeningen wordt dan ook uitgegaan van een volledig elastisch ondersteunde ligger.

[2] 'Liggerwerking tunnelbuis', Beek, Roelands, pag. 10

3 Afleiding van de differentiaalvergelijking

3.1 Inleiding

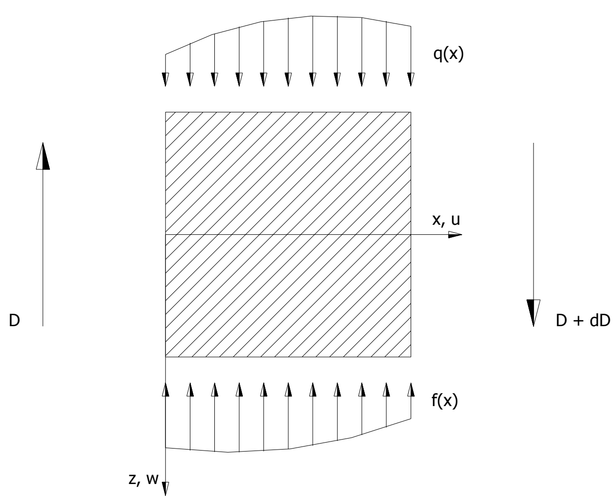
De tunnelbuis wordt geschematiseerd als een eenzijdig oneindige staaf met buigstijfheid en afschuifstijfheid. Van deze staaf zullen in dit hoofdstuk de evenwichts-, kinematische- en constitutieve vergelijkingen worden opgesteld. Vervolgens wordt hieruit de differentiaalvergelijking opgesteld.
De tunnel wordt geschematiseerd tot een staaf. Dit betekent dat de afmetingen van de tunnel worden verwaarloosd, maar de eigenschappen blijven behouden. Uit de staaf is een klein elementje met lengte dx gesneden waarmee de werkende krachten beschouwd worden. Hieronder is in figuur 9. het elementje getekend met daarin de krachten. Er is een onderverdeling gemaakt in verticale- en horizontale krachten, en krachten die een moment veroorzaken in het elementje.



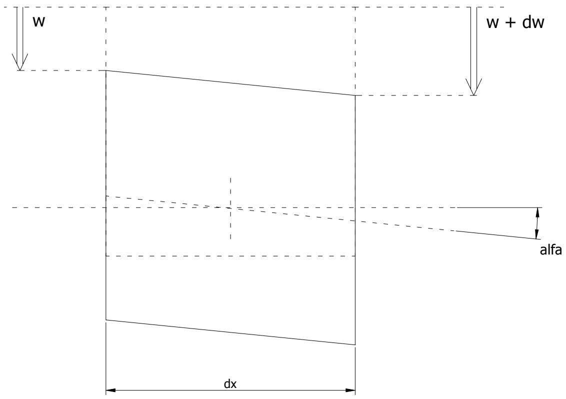
figuur 8, Krachten op een elementje

3.2 Evenwichtsvergelijkingen:

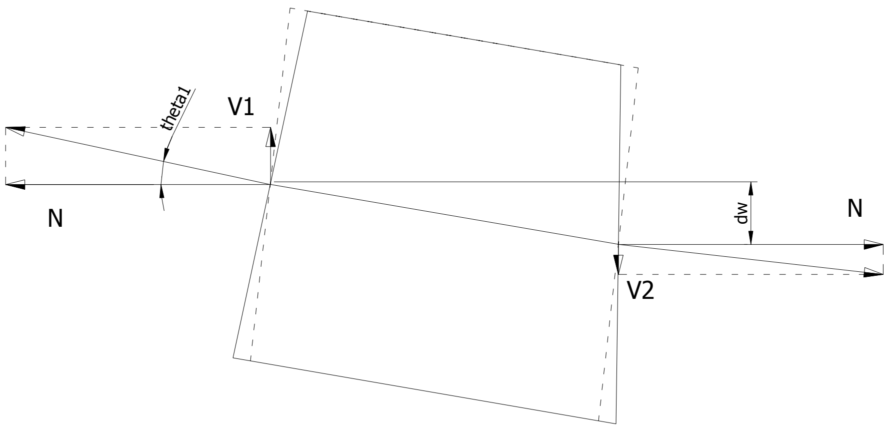
Verticaal:



figuur 9, Verticale krachten op elementje



figuur 10, Vervorming door afschuiving



figuur 11, Krachten door vervorming elementje

Verticale Krachtenevenwicht:
Uit tekeningen 10, 11 en 14 is de evenwichts vergelijking voor verticale krachten af te leiden.
De primaire vergelijking luidt:

$$\Sigma_V := -D + q\,dx - f(x)\,dx + D + dD - V_1 + V_2 = 0$$

hierin is(zie fig. 14 en 15):

$$-V_1 + V_2 = -N\tan(\theta_1) + N\tan(\theta_2)$$
$$-V_1 + V_2 = -N\,\theta_1 + N\,\theta_2$$
$$-V_1 + V_2 = N\,(-\theta_1 + \theta_2)$$
$$-V_1 + V_2 = N\,(-(\phi + .5\,d\,\phi) + (\phi + d\,\phi + .5\,d\,\phi))$$
$$-V_1 + V_2 = N\,d\,\phi$$

met constante afschuiving geeft dit:

$$-V_1 + V_2 = N\,\frac{d^2\,w}{d\,x^2}$$

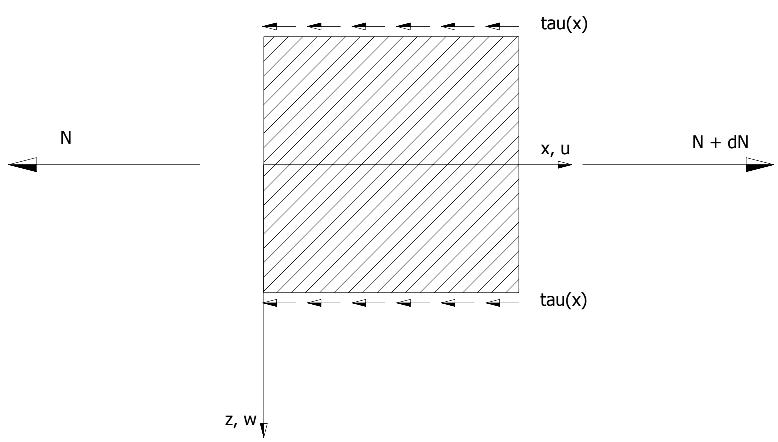
Dit leidt tot de volgende evenwichtsvergelijking:

$$\Sigma_V := -\mathrm{D} + q\,dx - \mathrm{f}(x)\,dx + \mathrm{D} + dD + N\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right) = 0$$

Dit levert:

$$\boxed{\mathrm{q}(x) := \mathrm{f}(x) - \left(\frac{d}{dx}\mathrm{D}(x)\right) - N\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right)} \qquad (1)$$

Horizontaal:



figuur 12 Horizontale krachten op elementje

Horizontale Krachtenevenwicht:
Uit figuur 12 worden de krachten in horizontale richting bepaald. Het horizontale evenwicht luidt.

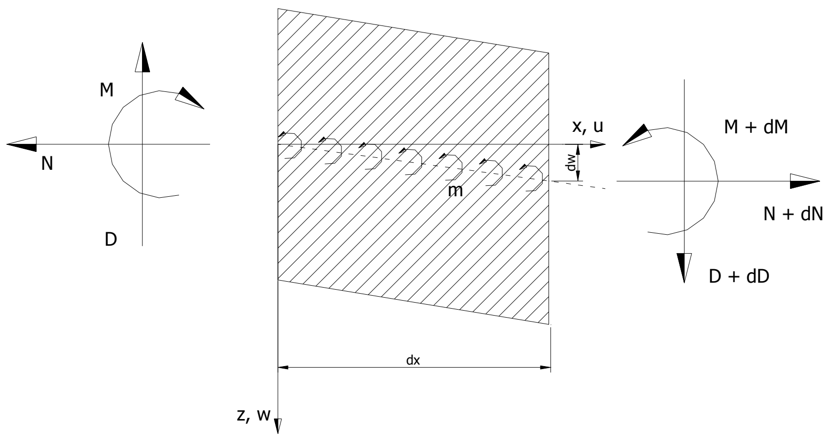
$$\Sigma_H := N - \tau\,dx - N - dN = 0$$

Dit levert:

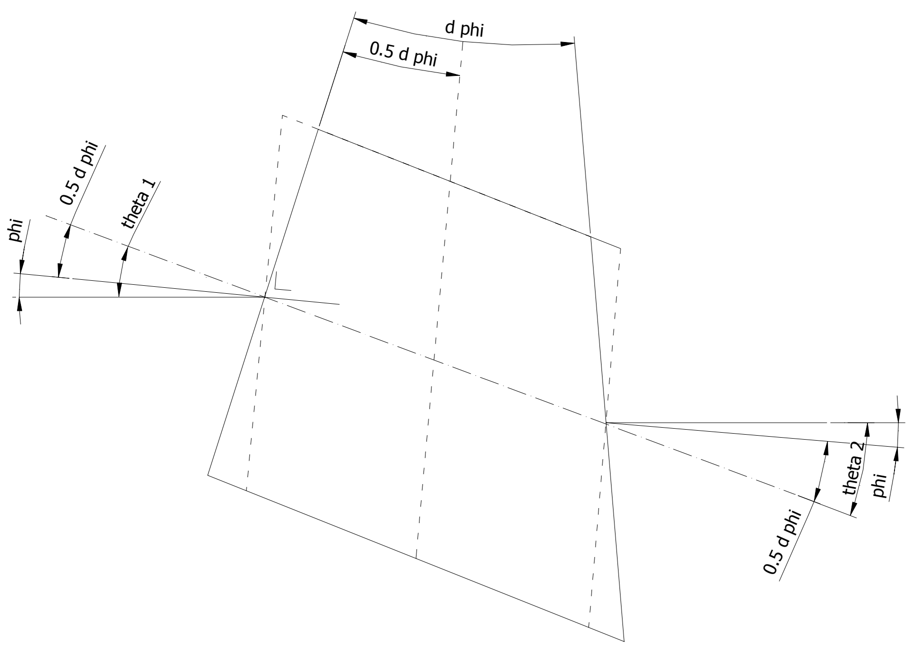
$$\boxed{\tau(x) := -\left(\frac{\partial}{\partial x}N\right)} \qquad (2)$$

Omdat de verplaatsing in x-richting waarschijnlijk zeer klein is, is ook de schuifspanning zeer klein.
Tevens is het zo dat tijdens het boorproces de normaalkracht in de buis door de vijzels steeds aanwezig is. De tunnelbuis wordt dus gebouwd met een normaalspanning in zich. We kunnen aannemen dat deze normaalkracht steeds even groot zal zijn.
Vanaf nu wordt aangenomen dat N constant is over de lengte van de buis.

Momenten:



figuur 13, Momentveroorzakende krachten



figuur 14, Hoeken t.g.v. vervorming elementje

<u>Momentenevenwicht</u>:

Met behulp van de figuren 11 en 12 kan de evenwichtsvergelijking voor momenten bepaald worden. Deze luidt:

$$\Sigma_M := -M + M + dM + \mathrm{m}(x)\,dx - \mathrm{D}\,dx + N\,dw = 0$$

Het verdeelde moment in de tunnel, m(x), is nul. Dit levert:

$$\mathrm{D} := \left(\frac{\partial}{\partial x} M\right) + N\left(\frac{\partial}{\partial x} w\right) \qquad (3)$$

Wanneer we de vervorming in het elementje tekenen kunnen we hieruit de kinematische vergelijkingen uit afgeleid worden.

3.3 Kinematische vergelijkingen

Uit de schematisatie van het elementje volgen de kinematische relaties:

$$\boxed{\kappa := \frac{\partial}{\partial x}\phi} \qquad (4)$$

$$\boxed{\gamma(x) := \left(\frac{d}{dx}\mathrm{w}(x)\right) + \phi} \qquad (5)$$

3.4 Constitutieve vergelijkingen

De volgende constitutieve vergelijkingen gelden:

$$\boxed{\mathrm{D} := GA\,\gamma} \qquad (6)$$

$$\boxed{M := EI\,\kappa} \qquad (7)$$

$$\boxed{\mathrm{f}(x) := k\,\mathrm{w}(x)} \qquad (8)$$

3.5 Substitutie van de vergelijkingen

Het volgende relatieschema is van toepassing op de vergelijkingen van de geschematiseerde tunnel.

$$[\,w\,] \qquad \begin{bmatrix}\kappa\\ \gamma\\ w\end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix}M\\ \mathrm{D}\\ f\end{bmatrix} \qquad [\,q\,]$$

kin.vgl. const.vgl. evenw.vgl.

De bovenstaande vergelijkingen (1) t/m (8) zijn hieronder in elkaar gesubstitueerd om te komen tot een enkele differentiaalvergelijking. De substitutie is in stappen uitgewerkt.

Vergelijking (1) en (3) : $\mathrm{q}(x) = f - \left(\frac{d}{dx}\mathrm{D}(x)\right) - N\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right)$

met vergelijkingen (3) en (6) voor D(x):

$$\begin{cases} \mathrm{D}(x) = GA\ \gamma(x) \\ \mathrm{D}(x) = \left(\frac{d}{dx}\mathrm{M}(x)\right) + N\left(\frac{d}{dx}\mathrm{w}(x)\right) \end{cases}$$

geeft dit de vergelijkingen:

$$\begin{cases} \mathrm{q}(x) := k\,\mathrm{w}(x) - GA\left(\left(\frac{d}{dx}\phi(x)\right) + \left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right)\right) - N\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right) & (9) \\ \mathrm{q}(x) := k\,\mathrm{w}(x) - EI\left(\frac{d^3}{dx^3}\phi(x)\right) - 2\,N\left(\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)\right) & (10) \end{cases}$$

Om de homogene oplossing te bepalen stellen we de verdeelde belasting (q(x)) gelijk aan nul. Uit de vergelijkingen (9) en (10) willen we één vergelijking krijgen die we kunnen oplossen. Dit doen we door substitutie van de een in de ander. Vrijmaken van phi uit vergelijking (10) geeft:

$$\frac{\partial^3}{\partial x^3}\phi(x) = \frac{k\,\mathrm{w}(x) - 2\,N\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right)}{EI} \qquad (10a)$$

Wanneer we nu vergelijking (9) twee keer differentiëren naar x staat in beide vergelijkingen een term van de derde afgeleide van phi. De vergelijkingen kunnen dan in elkaar gesubstitueerd worden.

$$0 = k\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right) - GA\left(\left(\frac{\partial^3}{\partial x^3}\phi(x)\right) + \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right)\right) - N\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) \qquad (11)$$

De substitutie van vergelijking (10a) in (11) leidt samen tot:

$$0 = k\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right) - GA\left(\frac{k\,\mathrm{w}(x) - 2\,N\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right)}{EI} + \left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right)\right) - N\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) \qquad (12)$$

De geldende differentiaalvergelijking voor de boortunnelbuis in ons probleem luidt:

$$\boxed{0 = (-EI\,N - GA\,EI)\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) + (EI\,k + 2\,GA\,N)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right) - GA\,k\,\mathrm{w}(x)} \qquad (13)$$

Intermezzo

"Op dit punt willen we een controle inbouwen om aannemelijk te maken dat de differentiaalvergelijking correct is. Dit wordt gedaan door waarden in te vullen die gelden wanneer de tunnel een gewone buigligger zou zijn. De normaalkracht (N) wordt gelijk aan nul gesteld, en voor de afschuifstijfheid (GA) wordt oneindig ingevuld.
Eerst wordt N gelijk aan nul gesteld en gedeeld door GA. De vergelijking wordt dan:

$$0 = -EI\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) + \frac{EI\,k\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)\right)}{GA} - k\,\mathrm{w}(x)$$

Met GA gaat naar oneindig wordt dit:

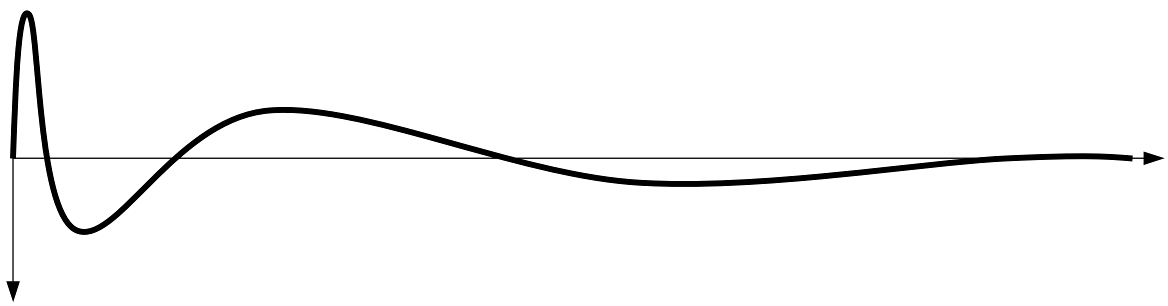
$$0 = -EI\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)\right) - k\,\mathrm{w}(x)$$

Deze vergelijking herkennen we als differentiaalvergelijking voor de gewone buigligger. Dit geeft reden om overtuigd te zijn van de juistheid van de gestelde vergelijking (13)."

4 Oplossing van de differentiaalvergelijking

4.1 Randvoorwaarden voor de boortunnelbuis

Aan beide zijden van de tunnel gelden twee randvoorwaarden. Om deze te kunnen bepalen moet eerst bekend zijn hoe de tunnel zal gaan vervormen. Aan het begin van de tunnel, in x=0, heerst een groot moment die de tunnel doet vervormen. Hier zal de tunnel een gedempte sinusvorm aannemen. Aan het eind van de tunnelbuis, x=∞, is van vervorming door de krachten aan het begin, niets meer te merken. De verwachte vorm van de vervorming langs de tunnelas is getekend in figuur 16.



figuur 15, Verwachtte vervorming van de tunnelbuis

De volgende randvoorwaarden horen hierbij:

x=0: $M(0) = M_0$; $D(x) = 0$;

x=∞: $w(\infty) = 0$; $\mathrm{gamma}(\infty) = 0$;

4.2 Oplossing in symbolen

Vergelijking (13) is opgesteld met behulp van "Waterloo Maple 6.0". Dit programma zal ook gebruikt worden om een oplossing te vinden voor de differentiaalvergelijking.
Eerst wordt de differentiaalvergelijking vereenvoudigd door de factoren met daarin EI, GA, N en k te vervangen door constanten: K_1, K_2 en K_3. De waarden van K1 t/m K3 zijn zo gekozen dat zij een positieve fysieke waarde hebben, zie vergelijking (14). Hiermee is getracht negatieve wortels, en dus complexe getallen, te voorkomen. De waarden voor de K's zullen later bepaald worden voor het geval van de Groene Harttunnel. In principe kunnen we ze bekend veronderstellen.
De vergelijking wordt hiermee:

$$-\frac{\frac{\partial^4}{\partial x^4}\mathrm{w}(x)}{K1} + \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathrm{w}(x)}{K2} - \frac{\mathrm{w}(x)}{K3} = 0 \qquad (14)$$

Wanneer van deze vergelijking met "Maple" de oplossing bepaald wordt voor w(x) geeft dit het volgende resultaat, zie bijlage III, 1 voor de afleiding:

$$w(x) = \_C1\, e^{\left(-1/2 \frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 - \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C2\, e^{\left(1/2 \frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 + \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C3\, e^{\left(1/2 \frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 - \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C4\, e^{\left(-1/2 \frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 + \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} \tag{15}$$

Te zien is dat de oplossing voor w(x) bestaat uit vier onbekende constanten C1 t/m C4 vermenigvuldig met een e-macht waarin twee tekens omgedraaid worden (nl. voor het eerste wortelteken en voor de tweede wortel). De vergelijking kan vereenvoudigd worden door het geheel uit te schrijven. De vereenvoudiging luidt:

$$w := C1\, e^{(a1\, x)} + C2\, e^{(a2\, x)} + C3\, e^{(-a1\, x)} + C4\, e^{(-a2\, x)}$$ met de constanten:

$$b := \frac{1\sqrt{\frac{K1^2}{K2^2} - \frac{4\,K1}{K3}}}{2}, \quad a1 := \sqrt{\frac{1}{2}\frac{K1}{K2} + b}, \quad a2 := \sqrt{\frac{1}{2}\frac{K1}{K2} - b}$$

Twee van de constanten C1 t/m C4 zullen nul zijn. De e-machten kunnen echter complex zijn.

In ∞ (oneindig) geldt dat de vervorming nul is. Bij eenvoudiger differentiaalvergelijkingen zou het afdoende zijn de twee constanten van stijgende functiedelen van vergelijking (15) gelijk aan nul te stellen.
In dit geval echter blijkt tijdens de voorstudie dat de e-machten imaginaire delen bevatten. Het is daarom niet mogelijk simpelweg de constante voor de positieve e-macht (de stijgende), nul te maken.
De randvoorwaarden voor x=0 zijn M(0)=M_0 en D(0)=0. Een 'tryal and error' proces met gebruikmaking van de randvoorwaarden van de tunnelbuis zijn de betreffende constanten gevonden (C1 en C2). De andere twee constanten zijn daarna uit te drukken in bekende parameters.

$$C1 = 0,\ C2 = 0$$

$$C3 = -\frac{M0\,(a2^2\,EI + N)}{a1\,EI\,(-EI\,a1\,a2^2 - N\,a1 + a1^2\,EI\,a2 + N\,a2)}$$

$$C4 = \frac{M0\,(a1^2\,EI + N)}{EI\,a2\,(-EI\,a1\,a2^2 - N\,a1 + a1^2\,EI\,a2 + N\,a2)}$$

Hierin zijn slechts nog parameters en constanten te vinden. De constanten kunnen worden ingevuld in vergelijking (15).
Nu de oplossing in symbolen gevonden is voor w(x) kunnen we een fysieke oplossing zoeken.
Hiervoor is het noodzakelijk dat de parameters van het probleem eerst worden gekwantificeerd.

5 Kwantificering van de parameters

Benodigd zijn nu de parameters die gelden voor de Groene Harttunnel. De dimensies en gegevens in de tabel hieronder volgen uit lit. [9][3].

De buitendiameter van de tunnel is:	14,5	m.
Binnendiameter:	13,9	m.
Dikte segmenten:	0,6	m.
Massa segment:	14500	kg.
Aantal vijzelpads per segment:	2	
Afmetingen vijzelpad:	400x1200x4	mm.
Aantal segmenten per ring:	9 + ½	
Lengte ring:	2	m.
Tunnel is een enkele buis met een scheidingswand met om de 150 m. vluchtdeuren.		
Diameter TBM:	14,87	m.
Lengte boorschild:	12	m.
Aantal vijzelparen:	19	
Lengte geboorde gedeelte:	7160	m.
Minimale gronddekking:	5	m.
Maximale gronddekking:	30	m.

Om de differentiaalvergelijking op te lossen zijn de volgende parameters vereist:
EI, GA, k, N en M_0.

EI volgt uit de afmetingen en literatuur.

$$I_{zz} = \frac{1}{64}\pi\left(D_{uitw}^{\ 4} - D_{inw}^{\ 4}\right)$$

$$I_{zz} = \frac{\pi\left(14.5^4 - 13.9^4\right)}{64} \qquad I_{zz} = 337 \ m^4$$

$$E := 25000 \ \frac{N}{mm^2}$$

(Dit is lager dan de normale elasticiteitsmodulus van beton. Oorzaak hiervan is dat de tunnel uit elementen met drukpads bestaat, zie lit. [10][4].)

dus:

$$EI := 8425000000 \ kNm^2$$

GA_d:

$$A := \frac{1}{4}\pi\left(D_{uitw}^{\ 2} - D_{inw}^{\ 2}\right) \qquad A = 13.4 \ m^2$$

$$A_d = \frac{1}{2}A \qquad A_d = 6.70 \ m^2$$

[3] 'Groene Harttunnel', Boerma, Ruijtenberg, Cement januari 2001
[4] 'Geboorde en gezonken tunnels', collegedictaat bij CT5303

$$G = \frac{E}{2\,(1+\nu)} \quad \text{met:} \quad \nu_{beton} = 0,2 \qquad G = 10417 \quad \frac{N}{mm^2}$$

dus:

$$GA_d = 70000000 \quad kN$$

N
De maximale normaalkracht die door de vijzels wordt gegenereerd, is voor boorprojecten in Japan en Duitsland uiteengezet in figuur 16 (lit [1][5]). Deze projecten hebben echter een kleinere diameter dan de tunnel onder het Groene Hart. In de figuur is een trend te zien. Er wordt verondersteld dat de normaalkracht zich met de trend voor de Japanse situatie doorzet. De normaalkracht wordt hiermee geschat op 200.000 kN.

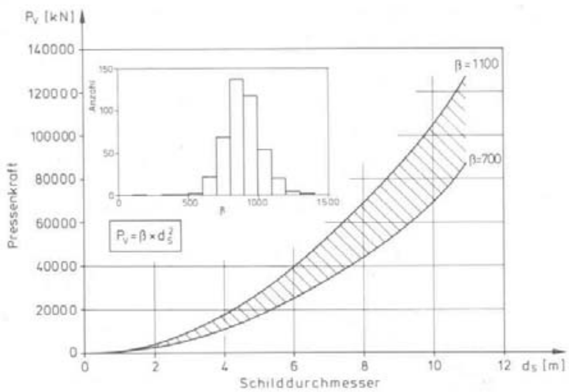


Bild 3-9
Zusammenhang zwischen der maximalen Vortriebspressenkraft P_V und dem Schilddurchmesser d_S bei Flüssigkeitsschilden (397 Schilde in Japan) [115]

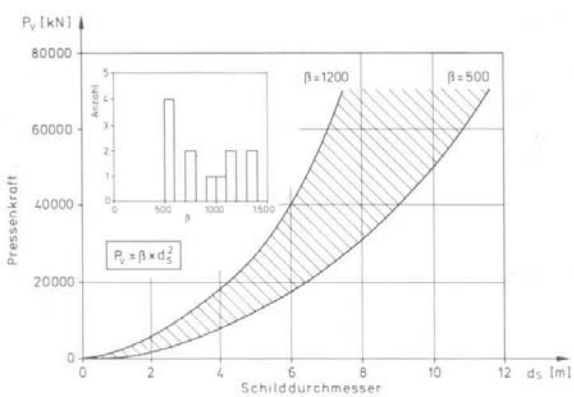


Bild 3-10
Zusammenhang zwischen den maximalen Vortriebspressenkräften P_V und dem Schilddurchmesser d_S bei zwölf Hydroschilden in Deutschland [115]

figuur 16, Vijzelkrachten - boordiameter

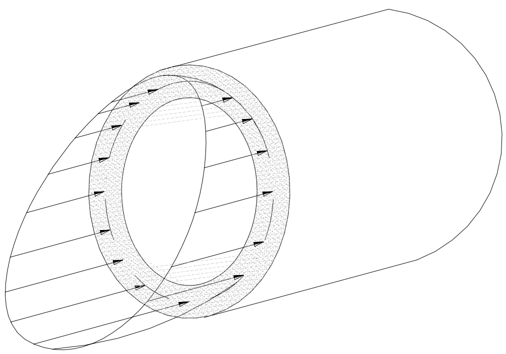
Uit de normaalkracht in de tunnelbuis is de verdeelde drukkracht **(q)** uit de vijzels te berekenen.

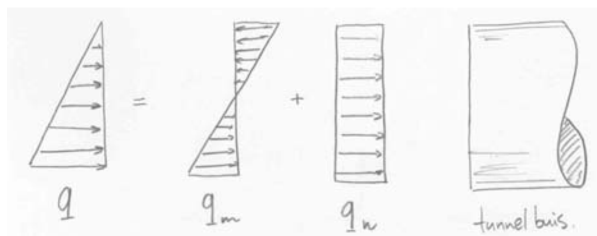
[5] 'Maschineller Tunnelbau im Schildvortrieb', Maidl, Herrenknecht, Anheuer, 1994, pag. 58

$$q_{vijzels} := \frac{N}{Omtrek} \qquad q_{vijzels} := \frac{N}{Dgem\ \pi}$$

$$q_{vijzels} := \frac{200000}{14.2\ \pi} \qquad q_{vijzels} := 4483\ \frac{kN}{m}$$

M_0
Het te mobiliseren moment om te sturen wordt bereikt door de vijzels met ongelijke kracht te laten drukken. Gaan we ervan uit dat aan de ene kant van de tunnel de maximale drukkracht wordt ingezet en deze lineair afneemt tot nul dan ontstaat een verschil in drukkracht in weerszijden van het midden van de buis. Het verschil in grootte en arm van de kracht zorgt voor een buigend moment. Figuur 16 geeft een beeld van hoe het verschil in druk van de vijzels zorgt voor een moment op de kop van de tunnelbuis.





figuur 17, Stuurmoment door inhomogene q-last

De grootte van dit moment is afgeleid en is terug te vinden in bijlage IV. De vergelijking luidt:

$$M_0 := \frac{1}{4} N\,Dgem \qquad M_0 := 710000\ \ kNm$$

k
Grond laat zich niet goed tot één parameter vereenvoudigen. Stijfheid van de ondergrond hangt af van de diepte, het soort materiaal, de opbouw van dit materiaal en andere invloeden. Daarom is ervoor gekozen een parameterstudie te doen naar de stijfheidsparameter van de grond (**k**). De stijfheid bepaald de mate van verende ondersteuning die de tunnel ondervind van de grond.

Mw
Een parameter die tot dusver nog niet besproken is, is het wringend moment. Dit wringend moment wordt veroorzaakt door het ronddraaien van de boorkop. De grond aan de voorkant van de boorkop verzet zich hiertegen. De kracht die de boorkopmotor levert wordt overgedragen aan de tunnel. De tunnel zal dit wringend moment afdragen aan de grond en zichzelf in x-richting. De grootte van het wringend moment wordt aangenomen na navraag op 30000 kNm.

$$M_w := 30000\ \ kNm$$

Hieronder, in tabel 1, zijn de parameters en hun eenheden nogmaals overzichtelijk neergeschreven.

EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm
M_w	30.000	kNm

tabel 1, Parameters Groene Harttunnel

6 Fysieke oplossing

In dit hoofdstuk worden de oplossing in symbolen en de resultaten van de kwantificering van de parameters samengebracht. Er wordt een parameterstudie verricht naar de invloed van de grondparameters. De verplaatsingen, momenten en dwarskrachten worden berekend en in grafieken zichtbaar gemaakt.

De Groene Harttunnel wordt geboord vanuit een put van vijf meter diepte. De tunnel daalt dan de grond dieper in tot een diepte van dertig meter. Het boorproces van de Groene Harttunnel bevindt zich voor het overgrote deel in het pleistocene zand. De bodem wordt dan ook gemodelleerd als homogene zandgrond. Hieronder is een parameterstudie beschreven met **k** als onbekende in de oplossing.

Literatuur [11][6] leert ons dat de elasticiteitsmodulus van grond berekend kan worden met:

$$k := C10\ \sigma_{grond} \tag{16}$$

Hierin is C10 de grondstijfheidsfactor. Voor droog zand kan deze variëren tussen 20 en 200.
σgrond is de heersende spanning in de grond (N/mm^2).
De grondspanning is te berekenen met:

$$\sigma_{grond} = \rho\ g\ d \tag{17}$$

ρ is het soortelijk gewicht van de grond (voor zandgrond 2100 kg/m^3),
g is de gravitatieversnelling (in Nederland 9,81 m/s^2) en d is de diepte.

Te zien is dat de waarde van **k** afhankelijk is van zowel de grondstijfheidsfactor als de diepte. Voor deze twee variabelen is een parameterstudie gedaan. Van beide variabelen zijn drie waarden gekozen; de twee grenswaarden en een middenwaarde.
De diepte varieert van 5 tot 30 meter beneden maaiveld. Als derde waarde is 15 meter beneden maaiveld gekozen.
De grondstijfheidsfactor (C10) heeft als grenswaarden 20 en 200. Voor de derde waarde is 100 gekozen. De parameters die onderzocht zijn luiden:

C10	20	100	200
d	5 m.	15 m.	30 m.

tabel 2, Gebruikte waarden in de parameterstudie

Met behulp van "Maple" zijn de uitwijkingen, momenten en dwarskrachten van de tunnel berekend en in een grafiekje uitgetekend. Als voorbeeld is de uitwijking van de tunnel getekend in figuur 18. De gebruikte parameters zijn die uit tabel 1, d=30m en C10=100. De momentenlijn en dwarskrachtenlijn voor deze parameters staan in respectievelijk figuur 19 en 20. De figuren van de andere parametercombinaties zijn te vinden in bijlage II, 1 t/m 9. In de figuur van de momenten is duidelijk het kopmoment terug te vinden.

In de grafiek met de uitwijkingen, figuur 18, is nog net een slingerende vorm van de uitwijking te zien. Het systeem dempt snel uit, echter gaat wel door zijn middenas heen.

In bijlage II, 10 t/m 12, zijn tevens parameterstudies te zien met veranderende N en GA. Hierbij worden N en M0 losgekoppeld van de vijzeldruk. Fysisch zou er namelijk geen moment op kunnen treden zonder een normaalkracht, omdat het moment wordt gerealiseerd door een (asymmetrische) vijzeldruk, waardoor er dus een normaalkracht in de tunnel wordt geïntroduceerd. Toch is dit gedaan om effecten van de normaalkracht te kunnen onderzoeken.

Opvallend is dat wanneer N = 0 wordt gesteld de uitwijkingen, momenten- en dwarskrachtenlijn niet zichtbaar veranderen. Dit is echter ook verklaarbaar. De maximale uitwijking ten gevolge van de kopkrachten bij de betreffende berekening 20 mm. De normaalkracht van 200.000 kN

[6] 'Grondmechanica', Verruijt, A., Delft 1999

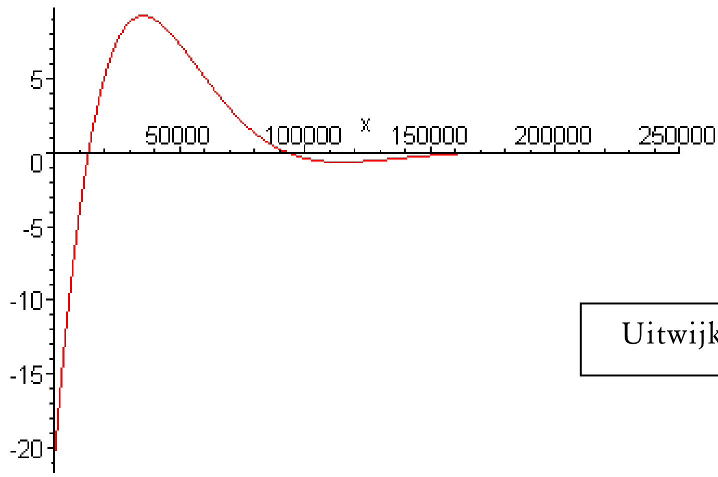
maal de arm van 0.020 m, levert dus een bijdrage aan het moment levert van 4000 kNm. Dit is een zeer kleine bijdrage in vergelijking met het kopmoment M0, groot 710.000 kNm.

In een andere parametersamenstelling (bijlage II, 11) wordt de normaalkracht gelijk aan nul gesteld en de afschuifstijfheid zeer groot. Nu hebben we de situatie zoals die geldt voor een gewone elastisch ondersteunde buigligger. De uitwijking wordt met zo'n 50% groter aan de kop.

De laatste parameterverandering (bijlage II, 12) houdt een vergroting van de normaalkracht met een factor 1000 in. In de uitwijking is een slingerend patroon te zien die naar de evenwichtsstand slingert en daar omheen blijft slingeren. Ook de momenten en dwarskrachtenlijnen hebben een sinusvorm.

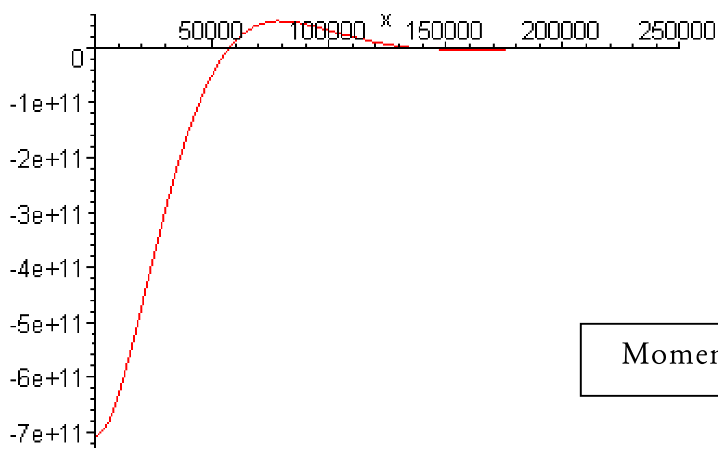
d = 30 m. **C10 = 100;**

EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm
M_w	30.000	kNm



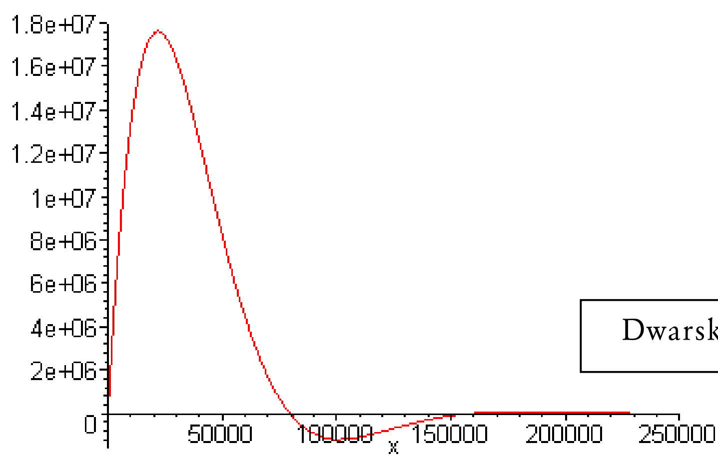
Uitwijking – x diagram (mm-mm)

figuur 18, Uitwijking (w)



Moment – x diagram (Nmm-mm)

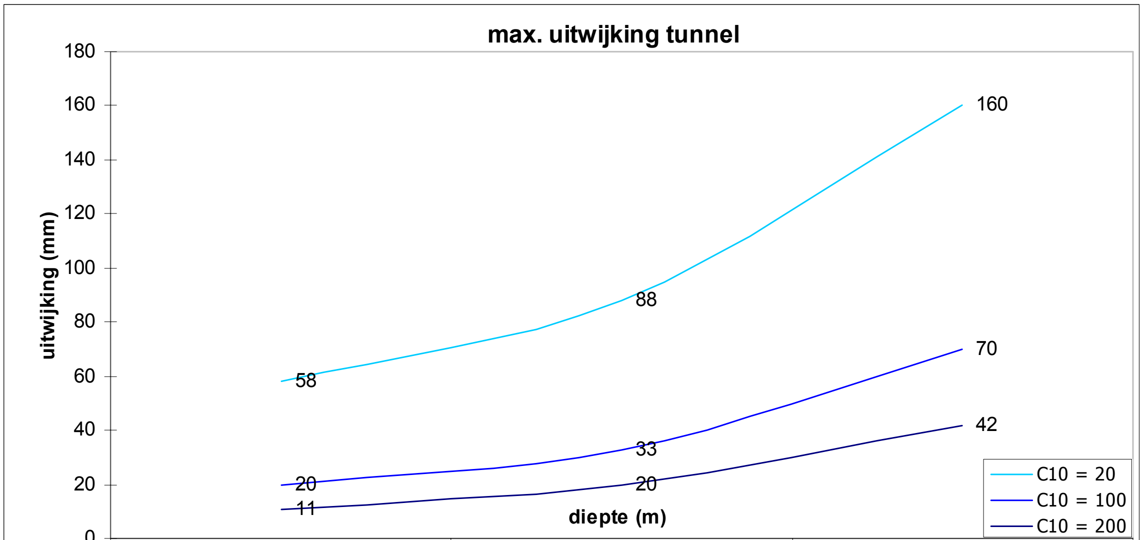
figuur 19, Momentenlijn (M)



Dwarskracht – x diagram (N-mm)

figuur 20, Dwarskrachtenlijn (V)

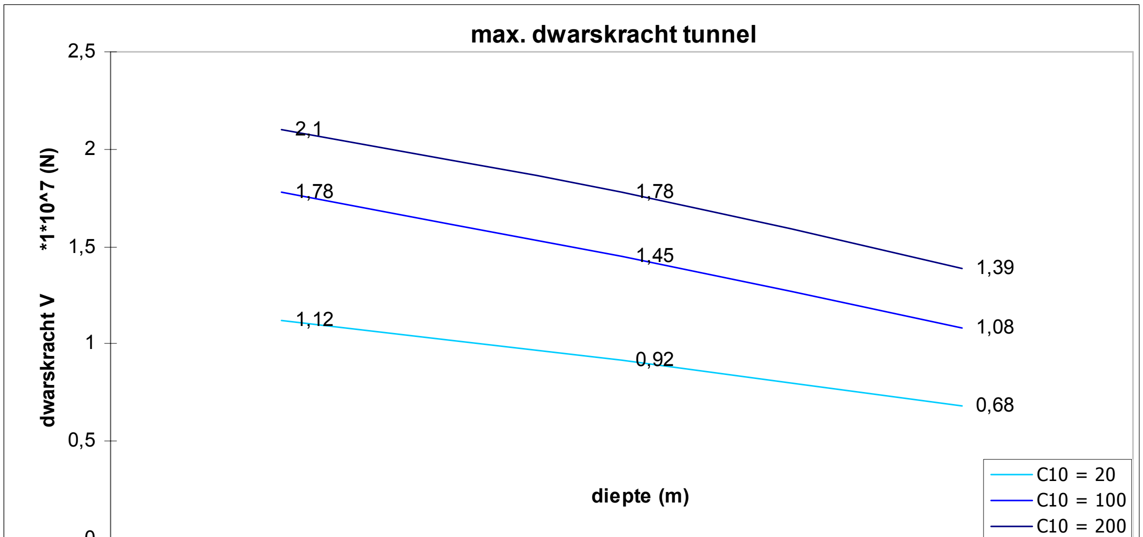
De maximale uitwijkingen van de tunnelbuis zijn in figuur 20 te vinden. Deze uitwijking vindt bij alle parameters plaats aan de kop. In de grafiek is duidelijk te zien dan een grotere diepte een kleinere uitwijking van het tunneluiteinde betekend. Ook een hogere waarde van C10 geeft een kleinere uitwijking.
De uitwijking bij C10 = 20 en d = 5, bedraagt 160 mm. Dit is nogal een grote verplaatsing. De uitwijking neemt bij toenemende diepte wel snel af. Voor de andere waarden van C10 lopen de lijnen veel vlakker, hetgeen betekent dat het verschil in uitwijking minder groot is tussen verschillende dieptes.



	-30	-15	-5
C10 = 20	58	88	160
C10 = 100	20	33	70
C10 = 200	11	20	42

figuur 21, Maximale uitwijking bij 3 grondstijfheidsfactoren

In figuur 22 is de maximale dwarskracht uitgezet tegen de diepte. Er komt duidelijk in naar voren dat in een stijvere grond, de maximale dwarskracht groter is. De verklaring hiervoor is dat de grond over een kortere afstand de tegendruk levert. De kracht is gelijk, de druk is dus hoger. De maximale dwarskracht bedraagt $21*10^6$ N.



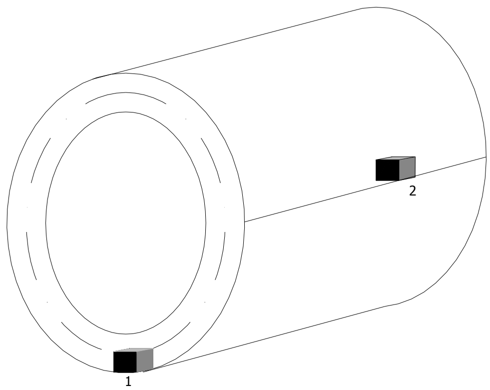
	-30	-15	-5
C10 = 20	1,12	0,92	0,68
C10 = 100	1,78	1,45	1,08
C10 = 200	2,1	1,78	1,39

figuur 22, Maximale dwarskracht bij 3 grondstijfheidsfactoren

6 Spanningen in de tunnelwand

6.1 Situering van controlepunten

Voor twee (waarschijnlijk maatgevende) elementjes in de tunnelwand worden de spanningen onderzocht. Deze bevinden zich daar waar twee extreme belastingstoestanden heersen, namelijk het maximale moment en maximale dwarskracht. Bij de berekening worden de parameters gebruikt zoals die gelden in tabel 1 en de waarden die volgen uit de parameterstudie. Voor de diepte wordt 30 meter aangenomen.

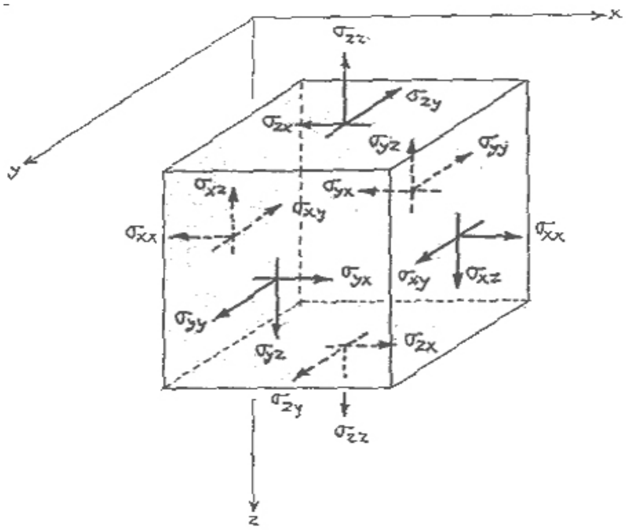


figuur 23, Keuze plaats elementjes voor spanningsberekening

Controlepunt 1 wordt gekozen bij het maximale moment (M), aan het begin van de tunnel, zie figuur 23. Elementje 1 wordt zo gekozen dat het de grootste kracht van de doorsnede ondergaat. Dit is dus de kant waar de grootste vijzelkracht heerst, zie figuur 17 en 19.
Het tweede controlepunt dat onderzocht wordt is daar waar de dwarskracht (V) maximaal is, zie figuur 20. Voor de waarde van V wordt in de berekening de maximale gevonden waarde genomen, groot –19 10^6 N. Het elementje bevind zich halverwege de tunnel zodat de grootste schuifspanning wordt ondergaan, zie figuur 20, 23 en 24.

figuur 24, Schuifkracht

De elementjes 1 en 2, zie figuur 23, worden uit de doorsnede gehaald. Het elementje met spanningen is getekend in figuur 25 uit lit. [12][7]. Deze spanningen worden hieronder berekend.



figuur 25, Elementje met daarop werkende spanningen

Voor spanningen uit normaalkracht en moment geldt: $$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \qquad (18)$$

met het weerstandsmoment voor een buis: $$W := \frac{\pi\,(Duitw^3 - Dinw^3)}{32}$$

Voor schuifspanningen t.g.v. dwarskracht geldt: $$\tau = 2\,\frac{V}{A} \qquad (19)$$

Voor schuifspanningen t.g.v. een wringend moment geldt: $$\tau = \frac{Mw}{2\,\pi\,t\,Rgem^2} \qquad (20)$$

Voor spanningen t.g.v. ringwerking tegen de gronddruk geldt: $$\sigma := \frac{-\rho\,g\,d\,Ruitw}{t\,.1\,10^7} \qquad (21)$$

Voor de spanning t.g.v. lokale gronddruk geldt: $$\sigma := \frac{\rho\,g\,d}{.1\,10^7} \qquad (22)$$

[7] 'Toegepaste Mechanica, Evenwicht', Hartsuijker, binnenkant omslag

7.2 Controlepunt 1

De spanningen voor de eerste belastingsgeval worden als volgt berekend en in de matrix gestopt:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{x,x} &:= \frac{N}{A} + \frac{M0}{W} \\
\sigma_{y,y} &:= \frac{-\rho\, g\, d}{.1\; 10^7} \\
\sigma_{z,z} &:= \frac{-\rho\, g\, d\, Ruitw}{t\; .1\; 10^7} \\
\sigma_{x,y} &:= 0 \\
\sigma_{x,z} &:= -\frac{Mw}{t\, Rgem^2\, 2\, \pi} \\
\sigma_{y,z} &:= 0
\end{aligned}\right\} \quad M := \begin{bmatrix} \sigma_{x,x} & \sigma_{x,y} & \sigma_{x,z} \\ \sigma_{y,x} & \sigma_{y,y} & \sigma_{y,z} \\ \sigma_{z,x} & \sigma_{z,y} & \sigma_{z,z} \end{bmatrix}$$

De gevulde matrix ziet er dan als volgt uit:

$$M := \begin{bmatrix} -34.31396351 & 0. & -.1579717152 \\ 0. & -.6180300000 & 0. \\ -.1579717152 & 0. & -7.467862500 \end{bmatrix}$$

Met 'Maple' worden de eigenwaarden van dit probleem berekend. De eigenwaarden van de spanningsmatrix zijn gelijk aan de hoofdspanningen. De drie hoofdspanningen zijn:

$$\sigma 1 := -34.31489304 \;\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma 2 := -7.466932972 \;\frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma 3 := -.6180300000 \;\frac{N}{mm^2}$$

7.3 Controlepunt 2

De spanningen worden als volgt berekend:

$$\sigma_{x,x} := \frac{N}{A}$$

$$\sigma_{y,y} := \frac{-\rho\, g\, d}{.1\ 10^7}$$

$$\sigma_{z,z} := -\frac{\rho\, g\, d\, Ruitw}{t\ .1\ 10^7}$$

$$\sigma_{x,y} := 0$$

$$\sigma_{x,z} := \frac{2\,V}{A} + \frac{Mw}{t\, Rgem^2\, 2\,\pi}$$

$$\sigma_{y,z} := 0$$

De gevulde matrix krijgt dan de volgende waarden:

$$M := \begin{bmatrix} -14.70431801 & 0. & -2.951792137 \\ 0. & -.6180300000 & 0. \\ -2.951792137 & 0. & -7.467862500 \end{bmatrix}$$

De hoofdspanningen zijn:

$$\sigma1 := -15.75563508\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma2 := -6.416545426\ \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma3 := -.6180300000\ \frac{N}{mm^2}$$

7.4 Conclusie spanningen

De grootste spanning die door de krachten uit de vijzels voorkomt is $\sigma1$, groot 34 N/mm^2. Dit is een vrij hoge waarde. In ogenschouw moet worden genomen dat dit de maximumwaarde is. Echter mogen de betonnen tunnelelementen niet bezwijken in de vorm van scheuren, afspatten of verbrijzelen. Wanneer we ervan uitgaan dat over deze waarde nog een veiligheid- en materiaalfactor van respectievelijk 1,2 en 1,35 moet worden berekend, wordt de toe te passen betonkwaliteit voor de beschouwde tunnel een B55.

7 Conclusie

De kopkrachten (M0 en N) die uitgeoefend worden door de vijzels van de tunnelboormachine van het Groene Hart op het begin van de tunnel geven de tunnel een uitwijking en veroorzaken grote spanningen in het materiaal van de tunnelbuis.

De vervormingen kunnen zeer groot worden (tot 160 mm). Vooral wanneer de grond een lage stijfheid heeft en de tunnel niet diep in de grond gemaakt wordt. Op grotere diepte wordt de vervorming snel minder groot.
Het grootste gedeelte van de Groene Harttunnel wordt geboord op een diepte van 30 meter. De maximaal te verwachten uitwijking van de tunnelbuis bedraagt daar 60 mm.

De grootste spanning vindt plaats aan het begin van de buis. Het kopmoment (M0) samen met de normaalkracht is maatgevend voor de spanningen.
De vijzeldruk (q_{vijzel}) is in belangrijke mate bepalend voor de grootste spanning σ_1. Deze spanning is van een ordegrootte die waarschijnlijk maatgevend is voor de toe te passen betonkwaliteit. De lining moet dus op deze kopkrachten worden berekend.
Door de vijzelkrachten goed te controleren hoeft er dus geen schade te ontstaan aan de tunnelelementen.

Normaalkracht heeft een gering tweede orde effect op het uitbuigen van de tunnelbuis. De verplaatsingen zijn te gering om een moment van betekenis te introduceren.
Interessant is dat er geen trekspanningen ontstaan in de onderzochte controlepunten. Dit is zeer gunstig omdat het risico van trekscheuren in het beton dan afwezig is.

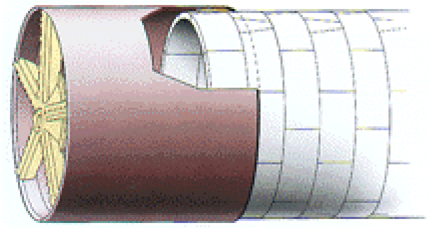
Dwarskracht is niet maatgevend voor de sterkte van de tunnel.

Literatuurlijst

[1]. Maidl B., Herrenknecht M., Anheuer L., 'Maschineller Tunnelbau im Schildvortrieb', ISBN 3-433-01275-X, Ernst & Sohn, Berlijn 1994
[2]. Bouma, prof.ir. A.L., 'Mechanica van constructies, Elasto-statica van slanke structuren', derde druk, ISBN 90-407-1278-6, Delft University Press, Delft 2000
[3]. Kleefman, G.J. (red.), 'Inleiding Ondergronds Bouwen', CUR-uitgave, ISBN 90-807297-1-X, Drukkerij de Boer, Nieuwkoop juli 2002
[4]. Baars, dr.ir. S. van, Kuijper, ir. H.K.T., 'Handboek Constructieve Waterbouw', Collegedictaat bij CT3330 Constructieve Waterbouw, TU Delft CiTG, Delft januari 2003
[5]. Haring, ir. F.P., 'Spanningen in de bouwfase en de gebruiksfase van boortunnels', afstudeerproject TU Delft, Utrecht juni 2002
[6]. Spijkers, ir. J.M.J., 'Elastostatica van slanke structuren, uitgewerkte tentamenopgaven' bij CT3110, TU Delft CiTG, Delft maart 2002
[7]. Beek, R.J. van, Roelands, J.C.S.,'Liggerwerking Tunnelbuis', CUR/COB rapport, K100-W-019, Gouda januari 1996
[8]. TNO-website, 'www.tno.nl', 19 mei 2003
[9]. Boerma, F.E., Ruitenberg, J., 'Groene Harttunnel', Cement, januari 2001
[10]. Bakker, K.J., 'Geboorde en gezonken tunnels', Collegedictaat bij CT5303, TU Delft CiTG, Delft 2002
[11]. Verruijt, A., 'Grondmechanica', ISBN 90-407-1857-1, 5^{e} druk, Delft 1999
[12]. Hartsuijker, C., 'Toegepaste Mechanica, deel 1 Evenwicht', ISBN 90-395-0593-4, Academic Service, Schoonhoven

Bijlagen

Bijlage I:	Kopie van de originele opdracht
Bijlage II:	Grafieken parameterstudie
Bijlage III:	Maple sheets
Bijlage IV:	Afleiding moment uit vijzels
Bijlage V:	Zelfevaluatie
Bijlage VI:	Notulen vergadering startnotitie, 8 april
	Notulen vergadering tussenrapport, 27 mei



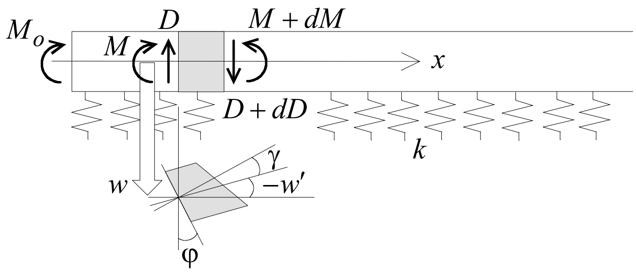
Spanningen in boortunnels door sturen van de boorkop

Toelichting

Bij de aanleg van een boortunnel moet een bepaald tracé worden gevolgd. De boorkop wordt gestuurd door deze excentrisch af te zetten tegen het reeds geconstrueerde deel van de tunnelbuis. Hierdoor ontstaan extra spanningen in de tunnelbuis. Vanzelfsprekend beschadigen de tunnelelementen als de totale spanningen te groot worden. Schade is inderdaad geconstateerd in vele tunnels. In dit project zal worden onderzocht of het sturen van de boorkop een belangrijke reden is voor deze schade.

Opdracht

De tunnel zal gemodelleerd worden als een verend ondersteunde ligger met zowel buig- als afschuifstijfheid (Timoshenko-Winkler ligger). Een differentiaalvergelijking zal worden opgesteld volgens de verplaatsingsmethode of krachtenmethode. De differentiaalvergelijking zal analytisch worden opgelost. De eigenschappen van de verend ondersteunde ligger zullen worden afgeschat voor de Groene Harttunnel. Uiteindelijk zullen de spanningen worden berekend in het materiaal van de tunnelbuis.



Begeleid door de Secties

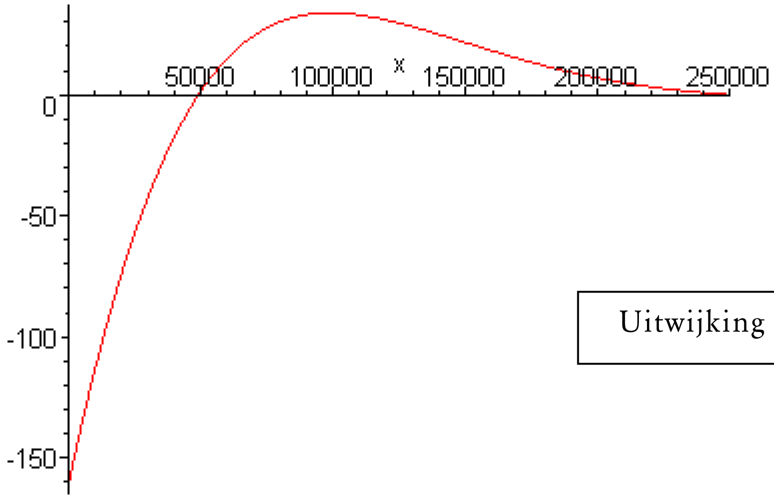
Constructiemechanica
Betonconstructies

Nadere info

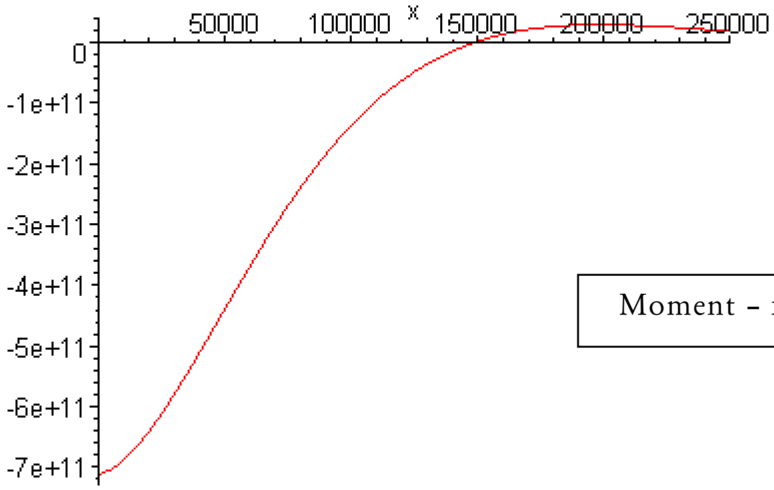
dr.ir. P.C.J. Hoogenboom kamer 5.25 tel. 015 278 8081
e-mail P.Hoogenboom@citg.tudelft.nl
d.ir. E.A.B. Koenders kamer 1.07 STII tel. 015 278 1473
e-mail E.A.B.Koenders@citg.tudelft.nl

d = 5 m;   C10 = 20;

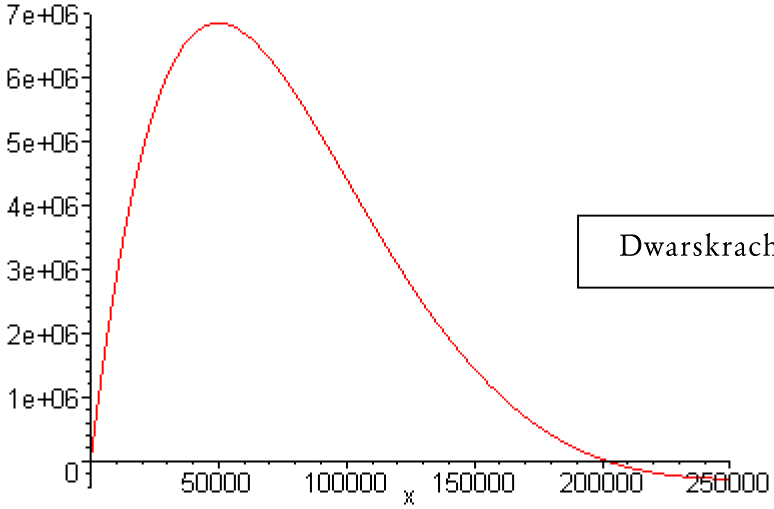
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



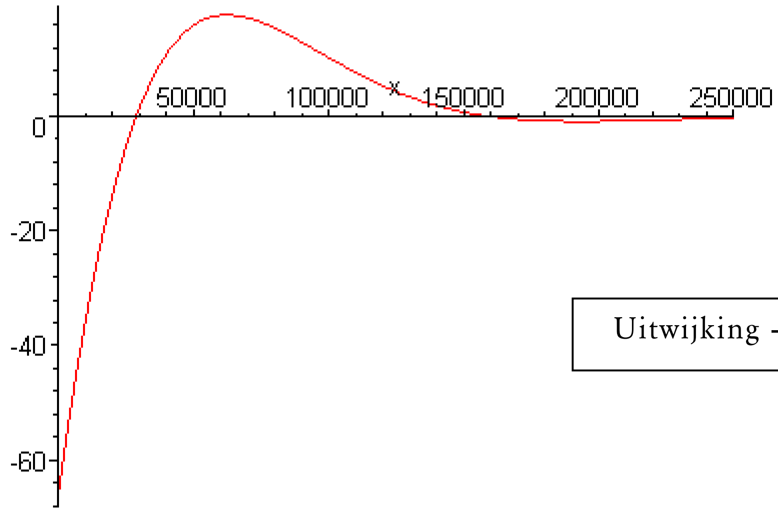
Moment – x diagram (Nmm-mm)



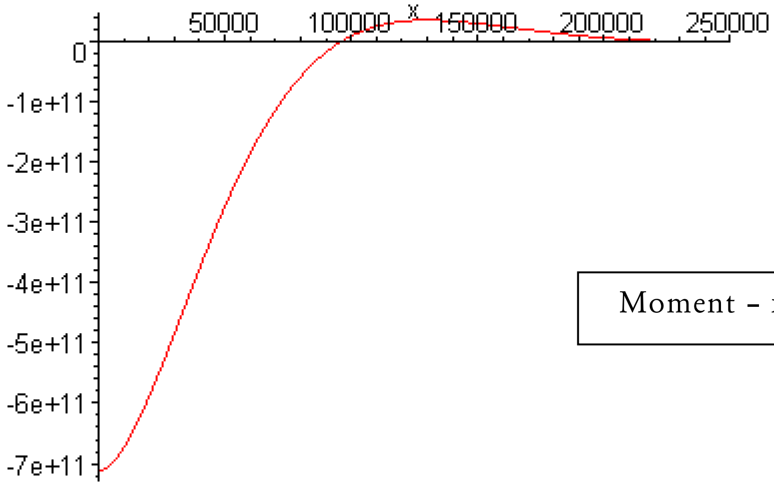
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 5 m; C10 = 100;

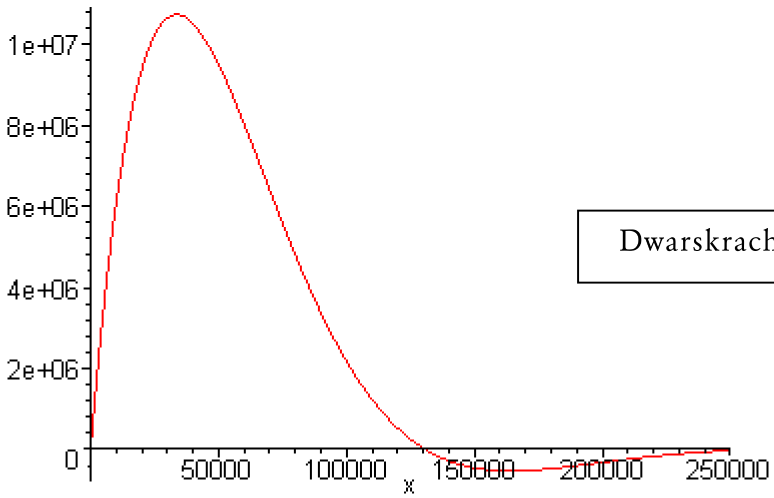
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



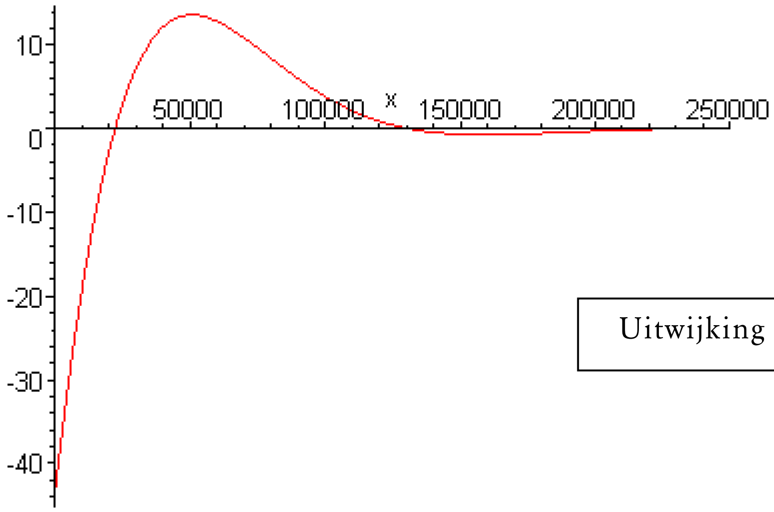
Moment – x diagram (Nmm-mm)



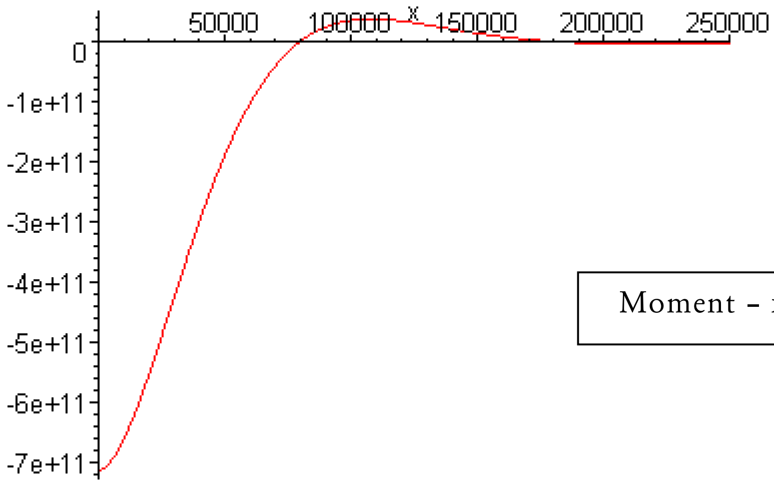
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 5 m;   C10 = 200;

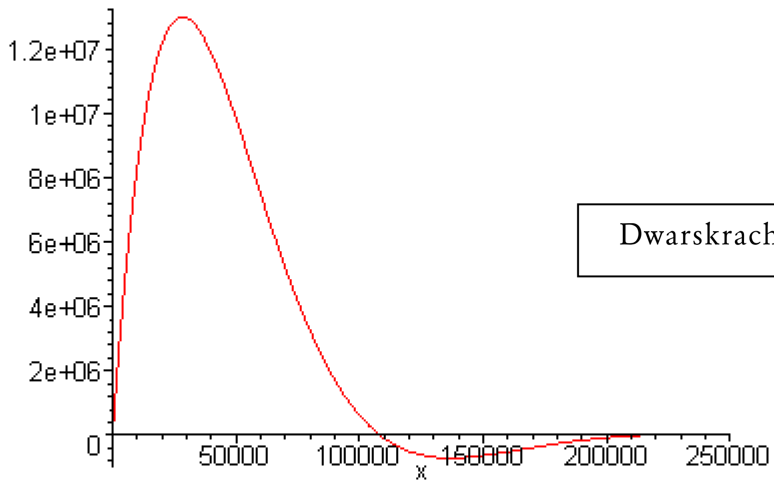
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram   (mm-mm)



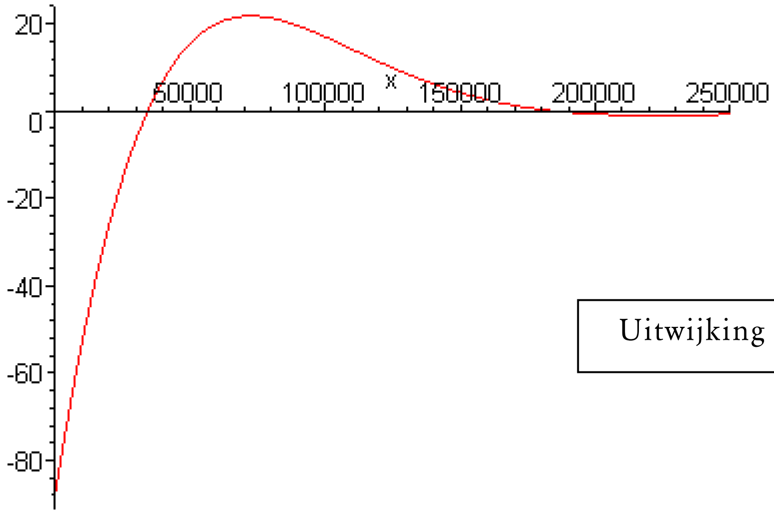
Moment – x diagram   (Nmm-mm)



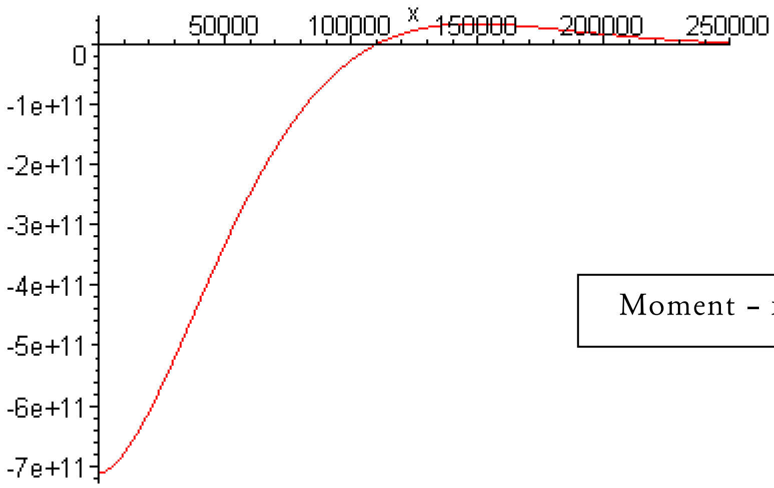
Dwarskracht – x diagram   (N-mm)

d = 15 m; C10 = 20;

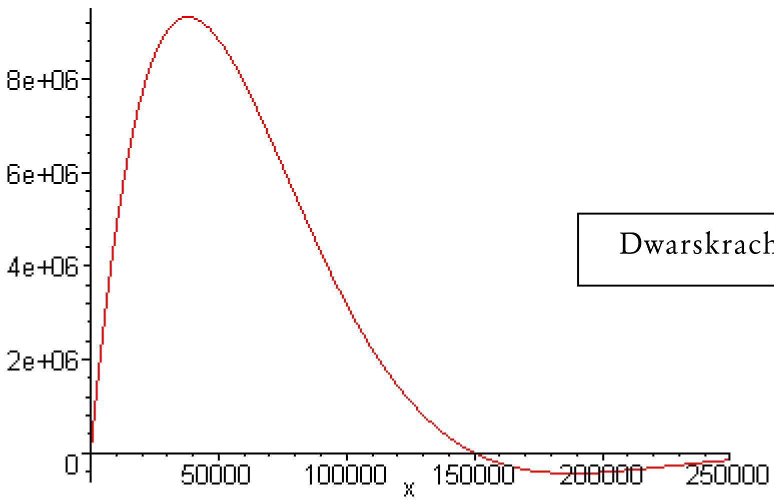
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



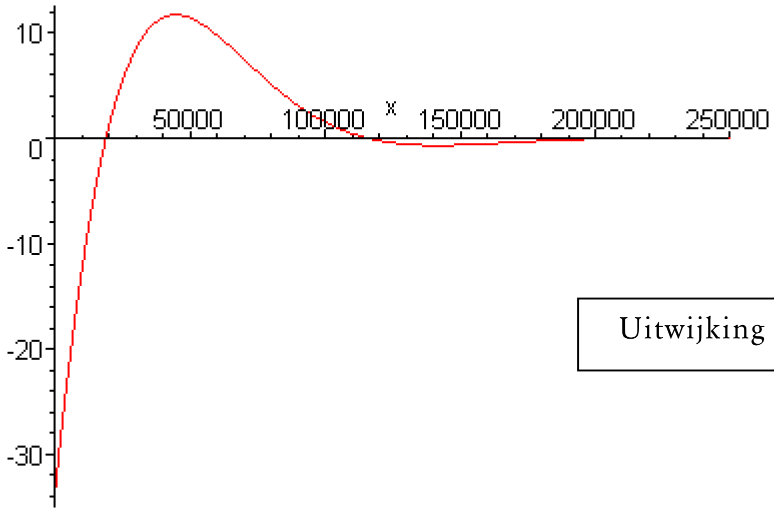
Moment – x diagram (Nmm-mm)



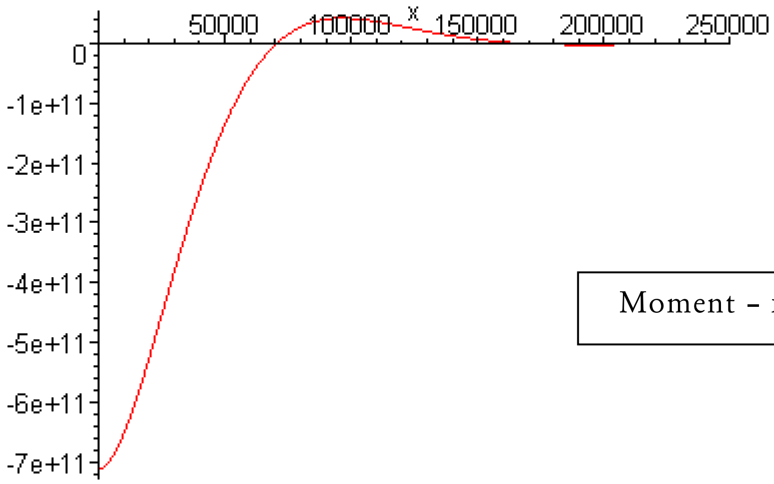
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 15 m; C10 = 100;

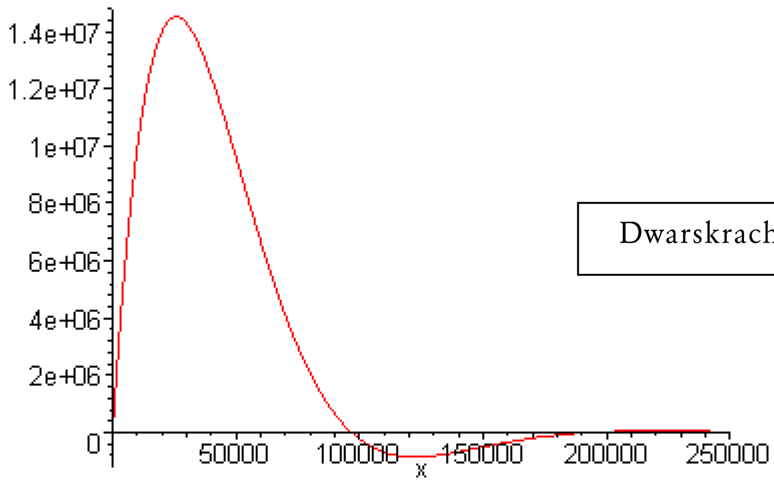
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



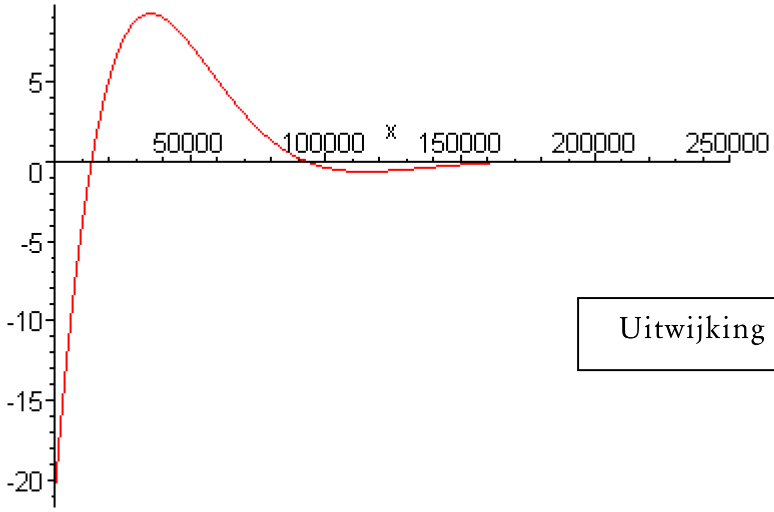
Moment – x diagram (Nmm-mm)



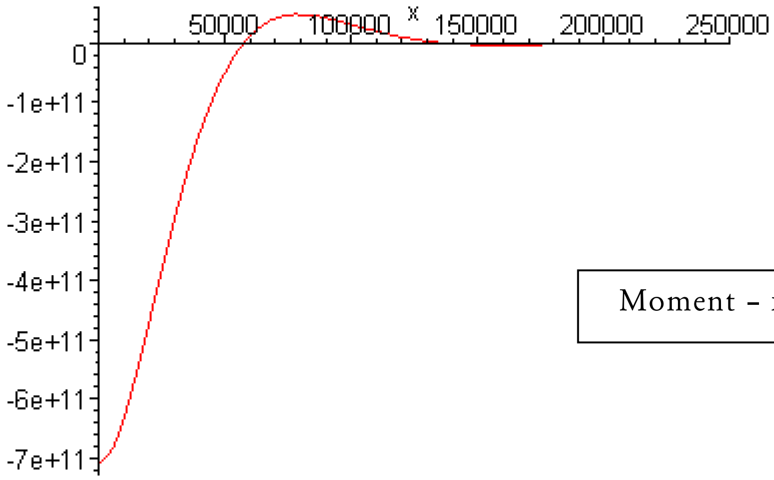
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 15 m; C10 = 200;

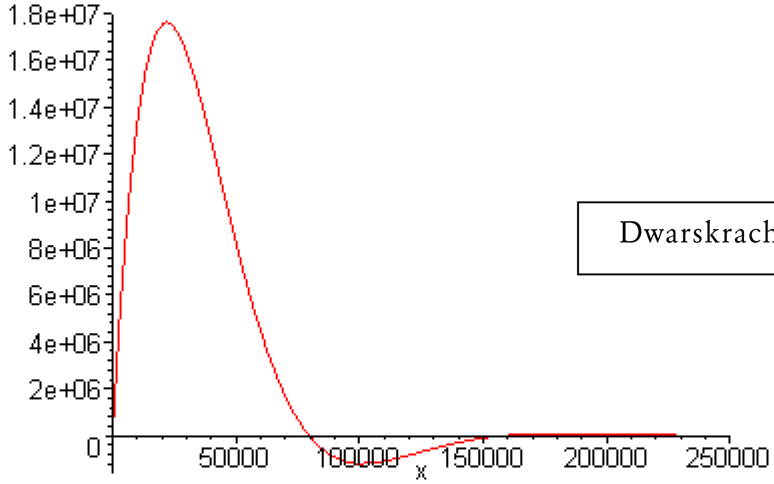
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



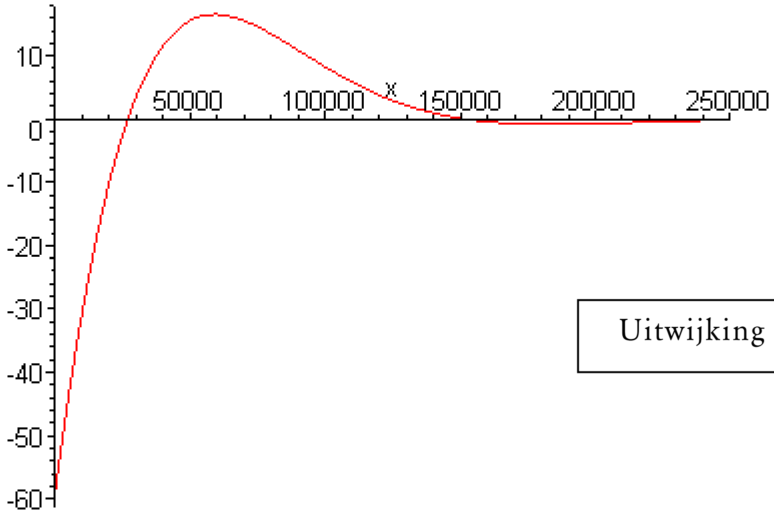
Moment – x diagram (Nmm-mm)



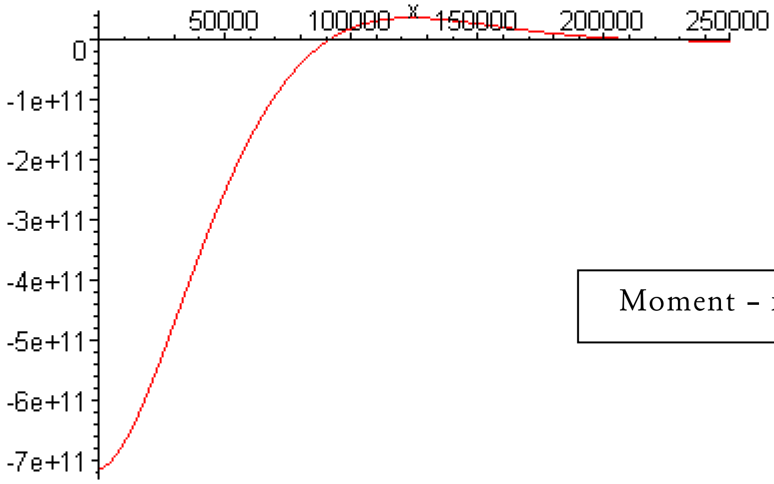
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 20;

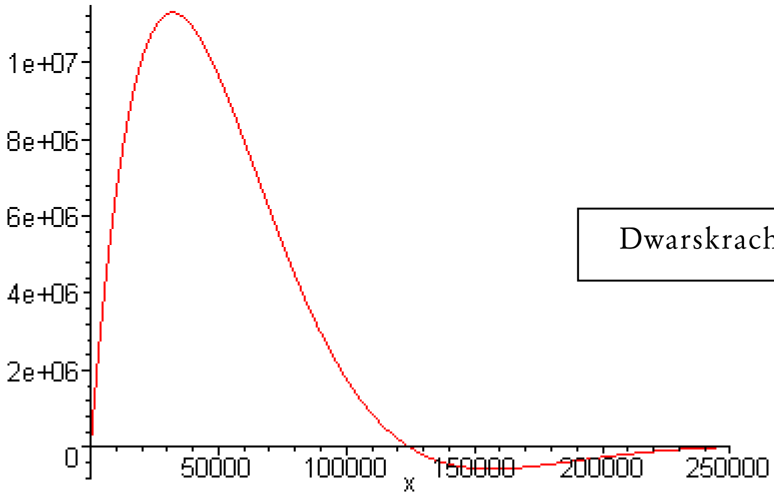
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



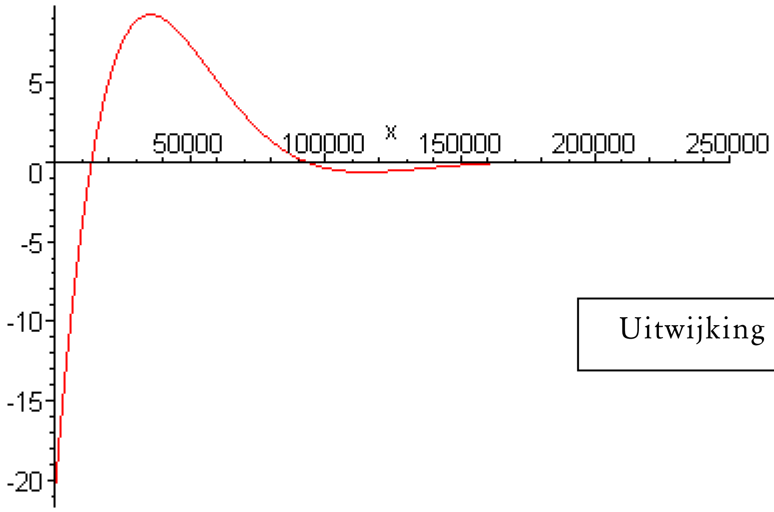
Moment – x diagram (Nmm-mm)



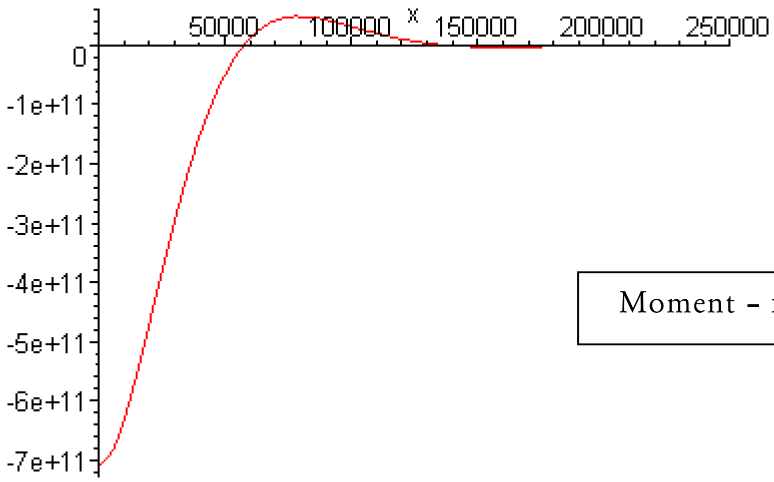
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 100;

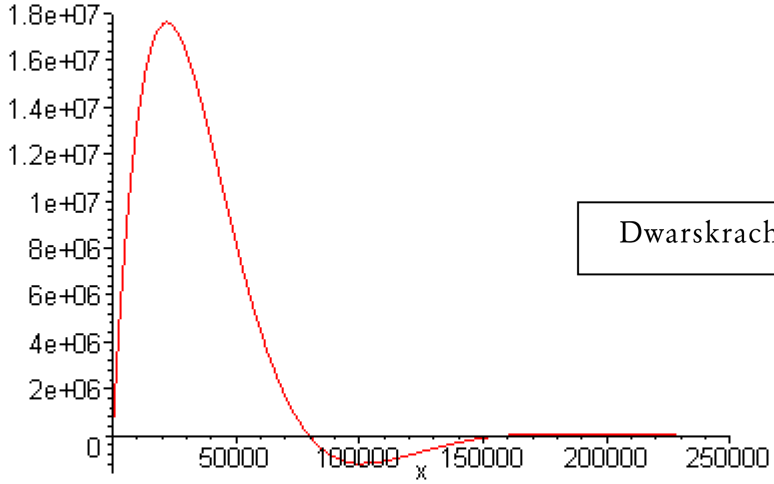
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



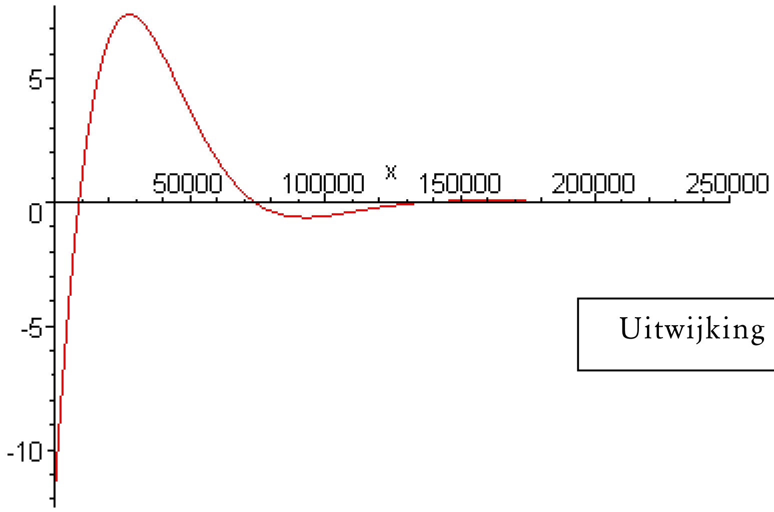
Moment – x diagram (Nmm-mm)



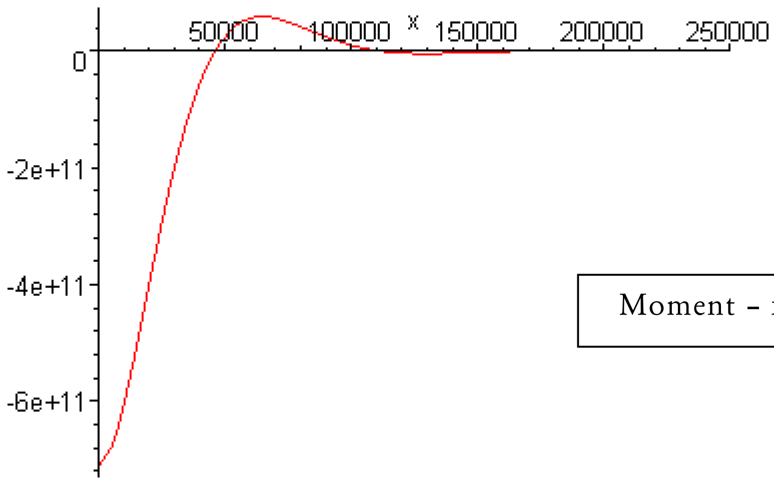
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 200;

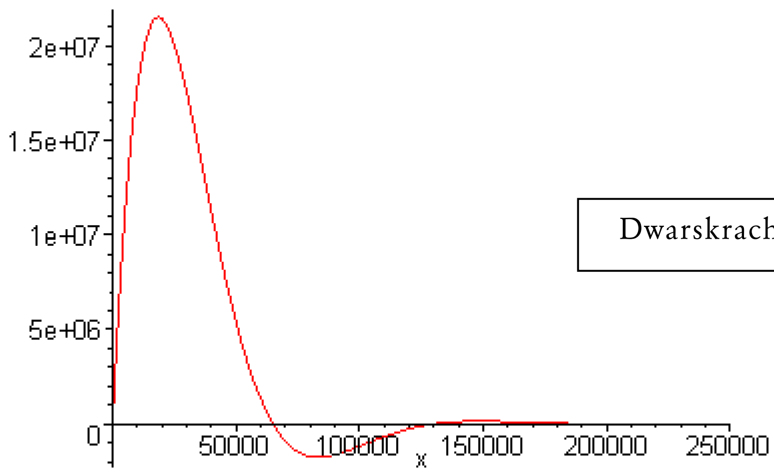
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 200.000	kN
$q_{vijzels}$	- 4500	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



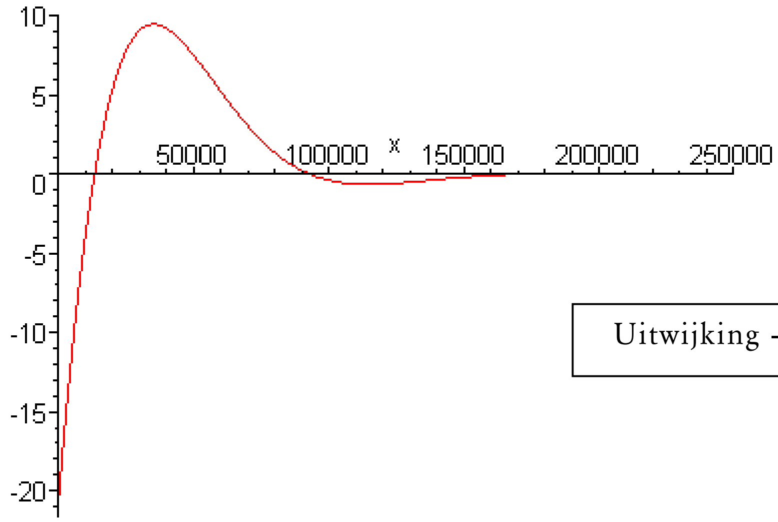
Moment – x diagram (Nmm-mm)



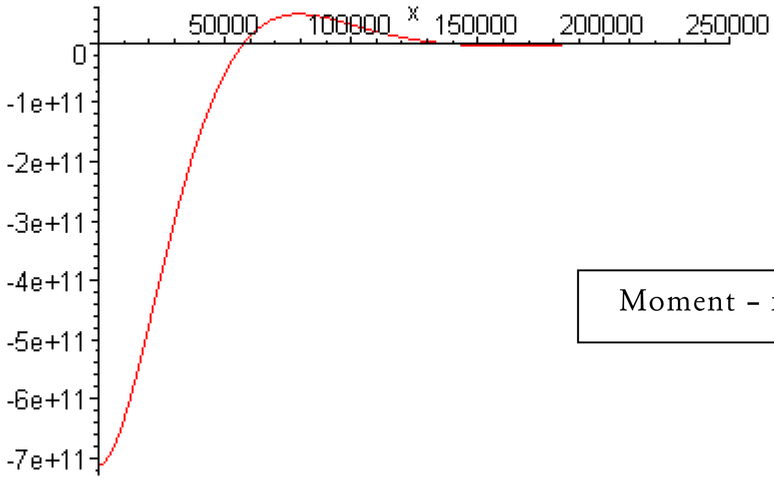
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 100; N = 0;

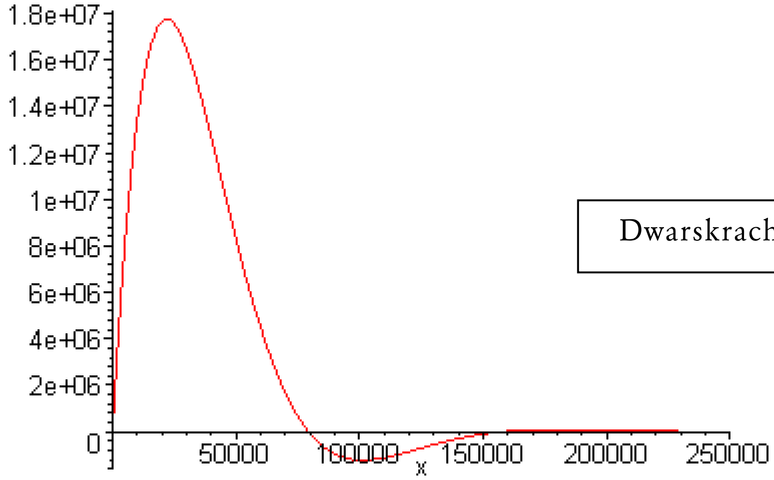
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	0	kN
$q_{vijzels}$	NVT	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



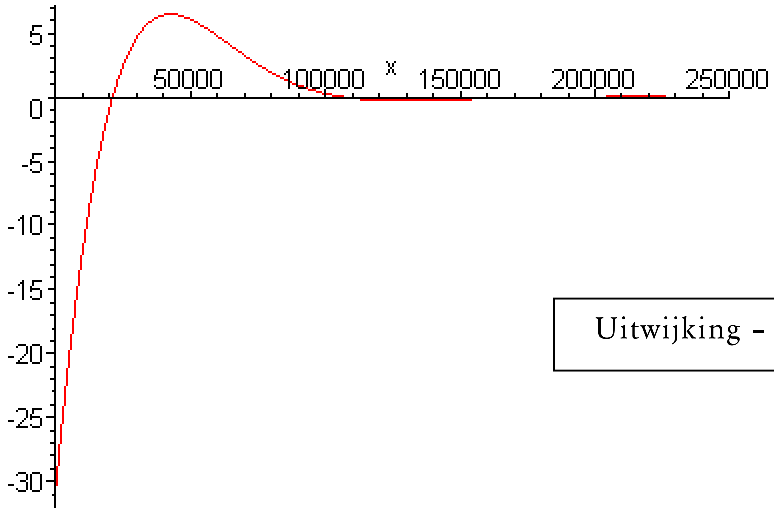
Moment – x diagram (Nmm-mm)



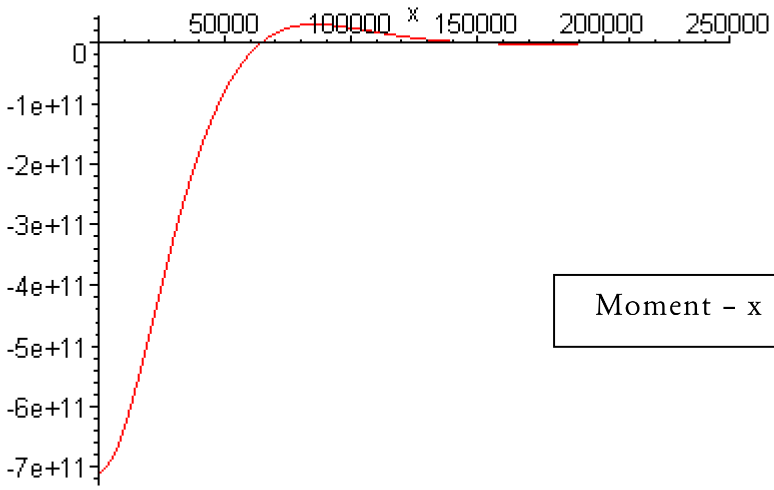
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 100; N = 0; GA = ∞;

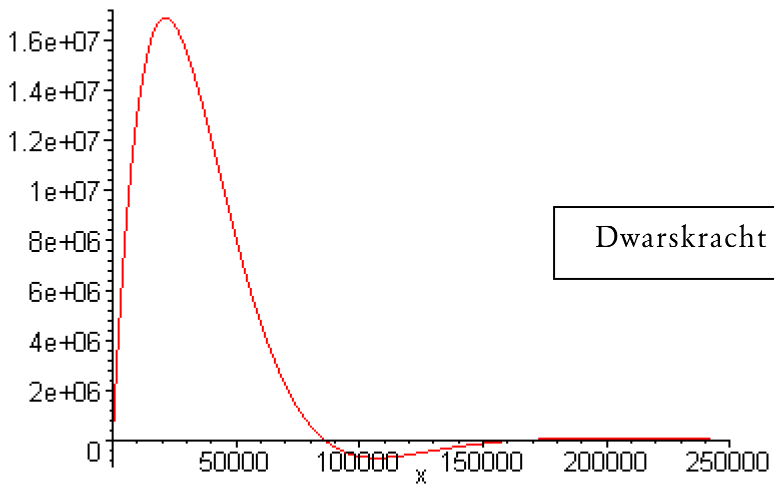
EI	8,4E+9	kNm^2
GA	∞	kN
N	0	kN
$q_{vijzels}$	NVT	kN/m
M_0	- 710.000	kNm



Uitwijking – x diagram (mm-mm)



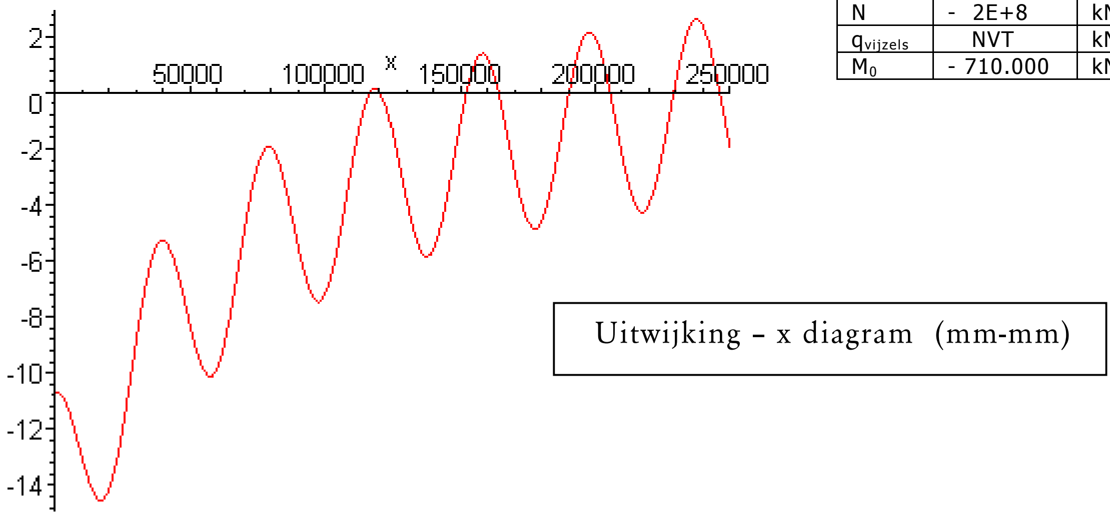
Moment – x diagram (Nmm-mm)

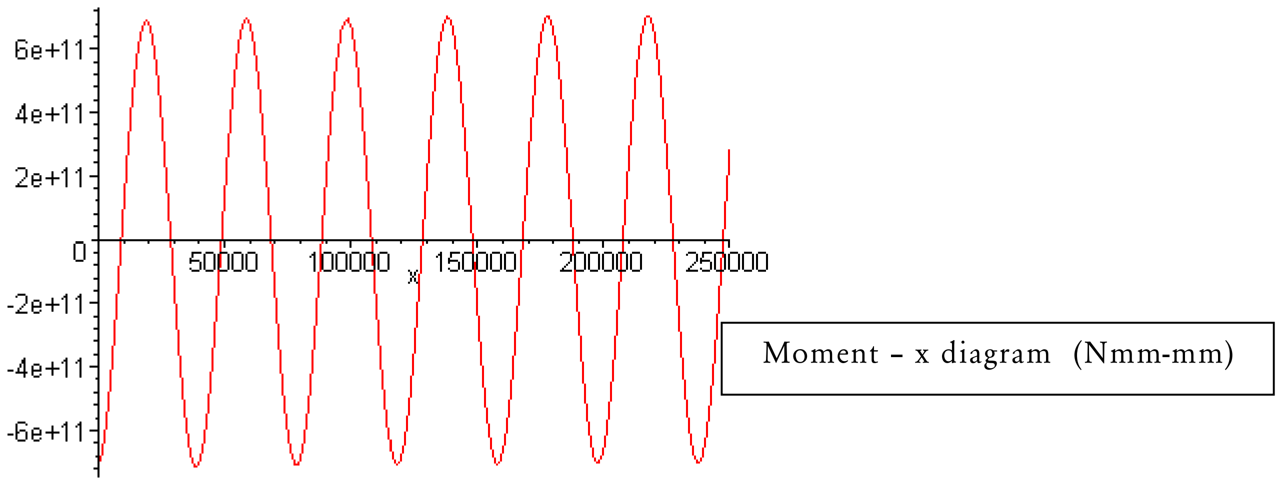


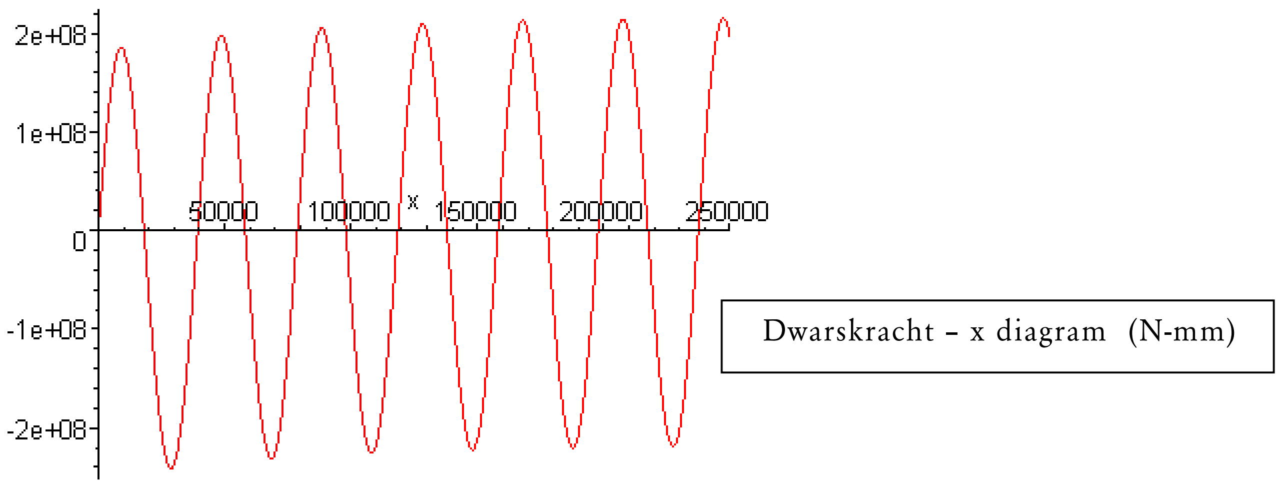
Dwarskracht – x diagram (N-mm)

d = 30 m; C10 = 100; N* = 1000 N

EI	8,4E+9	kNm^2
GA	70E+6	kN
N	- 2E+8	kN
$q_{vijzels}$	NVT	kN/m
M_0	- 710.000	kNm







```
> restart:
> eq:=- diff(w(x),x,x,x,x)/K1 + diff(w(x),x,x)/K2 - w(x)/K3 = 0;
```

$$eq := -\frac{\frac{d^4}{dx^4}\mathrm{w}(x)}{K1} + \frac{\frac{d^2}{dx^2}\mathrm{w}(x)}{K2} - \frac{\mathrm{w}(x)}{K3} = 0$$

```
> dsolve(eq,{w(x)});
```

$$\mathrm{w}(x) = \_C1\, \mathrm{e}^{\left(-1/2\frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 - \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C2\, \mathrm{e}^{\left(1/2\frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 - \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C3\, \mathrm{e}^{\left(-1/2\frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 + \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)} + \_C4\, \mathrm{e}^{\left(1/2\frac{\sqrt{2}\sqrt{K2\,K3\,(K1\,K3 + \sqrt{-K3\,K1\,(-K1\,K3 + 4\,K2^2)})}\,x}{K2\,K3}\right)}$$

```
>
> # vereenvoudigen
> b:=1/2*sqrt(K1^2/K2^2-4*K1/K3):
> a1:=sqrt(1/2*K1/K2+b):
> a2:=sqrt(1/2*K1/K2-b):
> w:=C1*exp(a1*x)+C2*exp(a2*x)+C3*exp(-a1*x)+C4*exp(-a2*x):
> check:=simplify(- diff(w,x,x,x,x)/K1 + diff(w,x,x)/K2 - w/K3);
```

$$check := 0$$

```
>
> # randvoorwaarden
> restart:
> w:=C1*exp(a1*x)+C2*exp(a2*x)+C3*exp(-a1*x)+C4*exp(-a2*x):
> w1:=diff(w,x):
> w2:=diff(w,x,x):
> w3:=diff(w,x,x,x):
> x:=0: eq1:=C1=0: eq2:=C2=0: eq3:=EI*w3+N*w1=0: eq4:=w2=M0/EI:
x:='x':
> solve({eq1,eq2,eq3,eq4},{C1,C2,C3,C4});
```

$$\left\{ C4 = \frac{M0\,(a1^2\,EI + N)}{EI\,a2\,(-EI\,a1\,a2^2 - N\,a1 + a1^2\,EI\,a2 + N\,a2)},\; C3 = -\frac{M0\,(a2^2\,EI + N)}{a1\,EI\,(-EI\,a1\,a2^2 - N\,a1 + a1^2\,EI\,a2 + N\,a2)},\; C1 = 0,\; C2 = 0 \right\}$$

```
>
```

```
> # --------------------------------------------------------------
> restart:      # berekening van een tunnelbuis
> Duit:=14500:  # uitwendige buisdiameter in mm
> Dinw:=13900:  # inwendige buisdiameter in mm
> E:=25000:     # elasticiteitsmodulus van beton in N/mm2
> nu:=0.2:      # dwarscontractiecoefficient van beton
> q:=-4500:     # grootste vijzeldruk in N/mm of kN/m
> d:=30:        # diepte in m
> g:=9.8:       # gravitatieversnelling in m/s2
> rho:=2100:    # soortelijkgewicht van de grond kg/m3
> C10:=100:     # factor elasticiteitsmodulus van grond, droog zand
                      20<C10<200
>
> Dgem:=(Duit+Dinw)/2.0:
> G:=E/(2*(1+nu)):
> EI:=evalf(E* Pi/64*(Duit^4-Dinw^4) ):
>
> A:=1/4*Pi*Duit^2 - 1/4*Pi*Dinw^2:
> GA:=evalf(G*1/2*A):
> N:=evalf(Pi*Dgem*q):
> M0:=evalf(1/4*Pi*q*(Dgem)^2):
> grondspanning:=rho*g*d:       # N/m2
> k:=C10*grondspanning/1000000: # N/mm2
> K1:=1/(EI*N+GA*EI):
> K2:=1/(-EI*k-2*GA*N):
> K3:=1/(GA*k):
> b:=1/2*sqrt(K1^2/K2^2-4*K1/K3):
> a1:=sqrt(1/2*K1/K2+b):
> a2:=sqrt(1/2*K1/K2-b):
> C1:=0:
> C2:=0:
> C3:=-M0*(a2^2*EI+N)/(a1*EI*(-EI*a1*a2^2-N*a1+a1^2*EI*a2+N*a2)):
> C4:= M0*(a1^2*EI+N)/(EI*a2*(-EI*a1*a2^2-N*a1+a1^2*EI*a2+N*a2)):
> w:=(C1*exp(a1*x)+C2*exp(a2*x)+C3*exp(-a1*x)+C4*exp(-a2*x)):
> L:=250000:                                 # plotlengte in mm
>
> plot(Re(w),x=0..L):                        # doorbuigingslijn mm
> plot(Re(diff(w,x,x)*EI),x=0..L):           # momentenlijn in Nmm
> plot(Re(EI*diff(w,x,x,x)+N*diff(w,x)),x=0..L): # dwarskrachtenlijn
in N
>
>
>
>
>
>
>
```

```
> restart:
> with(linalg):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and
unprotected

> #Elementje 1, onderin de tunnel
>
> Ruitw:=7250: Rinw:=6945: Rgem:=(Ruitw+Rinw)/2:         # mm
> Duitw:=2*Ruitw: Dinw:=2*Rinw: Dgem:=2*(Ruitw+Rinw)/2: # mm
> N:=-200000000: M0:=-7.1e11: Mw:=-.3e11:                 # N, Nmm
> V:=19e6:                                               # N
> A:= Pi*(Ruitw^2-Rinw^2): t:=600:                       # mm^2, mm
> W:=Pi*(Duitw^3-Dinw^3)/32:                             # mm^3
> d:=30: rho:=2100: g:=9.81:                             # m, kg/m^3,
N/kg
>
>
> sigma[x,x]:=N/A+M0/W:
> sigma[y,y]:=2*(-V/A)+(-rho*g*d)/1e6:
> sigma[z,z]:=(-rho*g*d*Ruitw/t)/1e6:
> sigma[x,y]:=0:
> sigma[x,z]:=-Mw/(t*Rgem^2*2*Pi):
> sigma[y,z]:=0:
> M:=evalf(matrix([[sigma[x,x], sigma[x,y],sigma[x,z]],[sigma[x,y],
sigma[y,y],sigma[y,z]],[sigma[x,z], sigma[y,z],sigma[z,z]]]));
```

$$M := \begin{bmatrix} -34.31396351 & 0. & 0.1579717152 \\ 0. & -3.411850422 & 0. \\ 0.1579717152 & 0. & -7.467862500 \end{bmatrix}$$

```
> eigenvals(M);
```

$$-34.31489304, -7.466932972, -3.411850422$$

```
> sigma1:=-34.31489304;
```

$$\sigma1 := -34.31489304$$

```
> sigma2:=-7.466932972;
```

$$\sigma2 := -7.466932972$$

```
> sigma3:=-3.411850422;
```

$$\sigma3 := -3.411850422$$

```
>
```

```
> restart:
> with(linalg):
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and
unprotected

> #Elementje , halverwege de hoogte van de tunnel
>
> Ruitw:=7250: Rinw:=6945: Rgem:=(Ruitw+Rinw)/2:      # mm
> N:=-200000000: M0:=-7.1e11: Mw:=.3e11:               # N, Nmm
> V:=19e6:                                             # N
> A:= Pi*(Ruitw^2-Rinw^2): t:=600:                     # mm^2, mm
> d:=30: rho:=2100: g:=9.81:                           # m, kg/m^3, N/kg
>
> sigma[x,x]:=N/A:
> sigma[y,y]:=(-rho*g*d)/1e6:
> sigma[z,z]:=(-rho*g*d*Ruitw/t)/1e6:
> sigma[x,y]:=0:
> sigma[x,z]:=-2*V/A - Mw/(t*Rgem^2*2*Pi):
> sigma[y,z]:=0:
> M:=evalf(matrix([[sigma[x,x], sigma[x,y],sigma[x,z]],[sigma[x,y],
sigma[y,y],sigma[y,z]],[sigma[x,z], sigma[y,z],sigma[z,z]]]));
```

$$M := \begin{bmatrix} -14.70431801 & 0. & -2.951792137 \\ 0. & -0.6180300000 & 0. \\ -2.951792137 & 0. & -7.467862500 \end{bmatrix}$$

```
> eigenvals(M);
```

$$-15.75563508, -6.416545426, -0.6180300000$$

```
> sigma1:=-15.75563508;
```

$$\sigma1 := -15.75563508$$

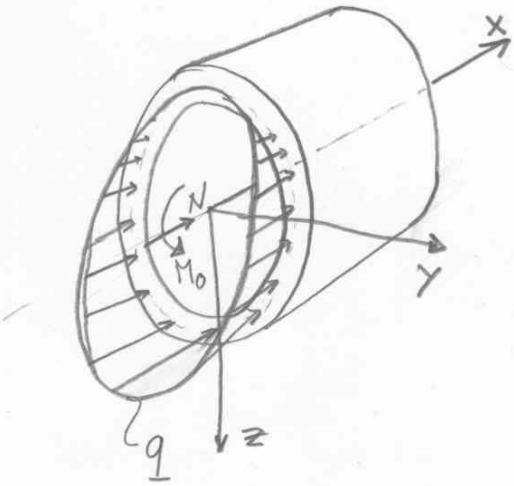
```
> sigma2:=-6.416545426;
```

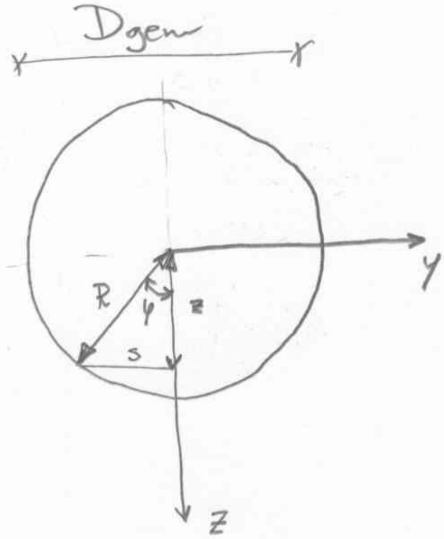
$$\sigma2 := -6.416545426$$

```
> sigma3:=-.6180300000;
```

$$\sigma3 := -0.6180300000$$

```
>
```





$$\left.\begin{aligned} s &= \varphi \cdot R \\ z &= R\cos\varphi \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$z = R\cos\frac{s}{R}$$

$$M_0 = \int_{s=0}^{2\pi R} q\, z \; ds$$

$$q = \hat{q}\cdot\frac{z}{D_{gem}} + \frac{\hat{q}}{2}$$

$$= \hat{q}\left(\frac{z}{2R} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \int_{s=0}^{2\pi R} q \cdot R\cos\frac{s}{R}\; ds$$

$$= \int_{s=0}^{2\pi R} \left(\frac{z}{2R} + \frac{1}{2}\right)\hat{q}\cdot R\cos\frac{s}{R}\; ds$$

$$= \hat{q}\int_{s=0}^{2\pi R} \left(\frac{R\cos\frac{s}{R}}{2R} + \frac{1}{2}\right)\cdot R\cos\frac{s}{R}\; ds$$

$$M_0 = \hat{q}\cdot\frac{1}{2}\pi R^2 = \frac{1}{2}NR = \frac{1}{4}N\cdot D_{gem}.$$