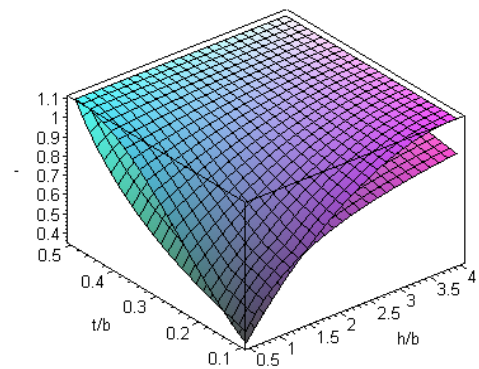
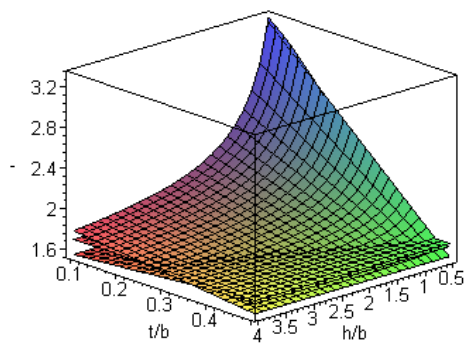




Afschuifstijfheid en maximale schuifspanning van rechthoekige kokerprofielen



Eindrapport CT3000
31 mei 2005

Begeleiders:
dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
ir. R. Abspoel

Student:
J.M. de Wit
1108131

Voorwoord

Voor het vak “CT3000 - Bachelor of Science eindwerk” aan de faculteit Civiele Techniek van de TU Delft, is onderzoek gedaan naar de afschuifstijfheid en maximale schuifspanning van rechthoekige kokerprofielen. Graag wil ik de heren dr. ir. Hoogenboom en ir. R. Abspoel bedanken voor hun begeleiding bij de totstandkoming van dit rapport.

Delft, mei 2005

J.M. de Wit

Samenvatting

Afschuifvervorming van liggers en kolommen kan bij gedrongen elementen een aanzienlijke invloed hebben op de krachtsverdeling van een raamwerk. Om de afschuifvervorming te bepalen dient de afschuifstijfheid bekend te zijn. Met behulp van benaderingsformules kan deze afschuifstijfheid bepaald worden. Vaak is niet bekend hoe nauwkeurig een benaderingsformule is en aan welke voorwaarden een te toetsen element moet voldoen.

De benaderingsformules voor vierkante massieve doorsneden en ronde doorsneden zijn reeds onderzocht in eerdere B.Sc.-eindwerken. In dit project zijn vierkante en rechthoekige kokerprofielen onderzocht.

De bestaande benaderingsformules voor afschuifstijfheid en maximale schuifspanning zijn:

	Massieve doorsnede	Holle doorsnede
Afschuifstijfheid	$GA_{sh} = \frac{5}{6} GA$	$GA_{sh} = G2th$
Relatieve afschuifstijfheid	$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{5}{6}$	$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2th}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))}$
Maximale schuifspanning	$\tau_{xy, max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$	$\tau_{xy, max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$
Relatieve maximale schuifspanning	$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{3}{2}$	$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{15}{14} \frac{V(bh - (b - 2t)(h - 2t))}{V2th}$

Tabel I: bestaande benaderingsformules.

Voor het toetsen van de benaderingsformules zijn dertien kokers gemaakt, elk met of een andere wanddikte of een andere hoogte-breedte verhouding.

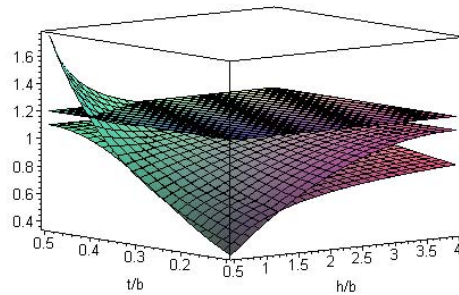
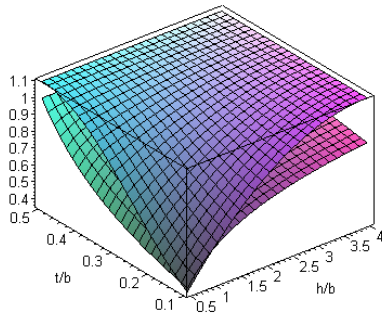
Deze kokers zijn in het eindige-elementenpakket Ansys 7.1 ingevoerd. Met behulp van de uitkomsten van Ansys zijn van elk van deze dertien kokers zowel de afschuifstijfheid als de maximale schuifspanning bepaald. Deze waarden zijn vervolgens vergeleken met de waarden van de benaderingsformules.

Voor de afschuifstijfheid is gebleken dat de benaderingsformules lager liggen dan de uitkomsten van Ansys. Een verbetering op de bestaande formules is voorgesteld:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2t(h + \frac{3}{4}t)}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))}$$

$$\text{voor } 0 < \frac{t}{b} \leq \frac{1}{2} \text{ en } \frac{1}{2} < \frac{h}{b} < \infty$$

Figuur Ia vergelijkt de huidige benaderingsformule met Ansys. Figuur Ib vergelijkt de nieuwe benaderingsformule met Ansys.



Figuur I a) huidige formule onder, Ansys boven.

b) nieuwe formule en Ansys.

Voor de maximale schuifspanning is gebleken dat de uitkomsten van Ansys hoger liggen dan de benaderingsformules. Een verbetering op de bestaande formules is voorgesteld:

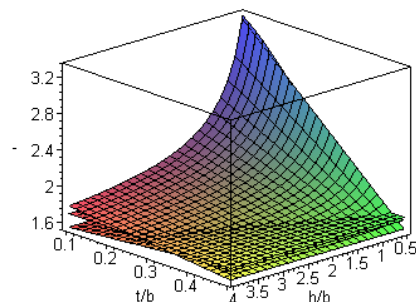
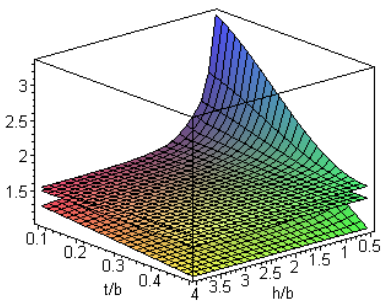
$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{15}{14} \frac{V(bh - (b - 2t)(h - 2t))}{V2th} + \frac{1}{2}$$

$$\text{voor } h < \frac{25b}{3} - \frac{50t}{3}$$

$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{3}{2} \frac{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))}{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))} + \frac{1}{5} = 1 \frac{7}{10}$$

$$\text{voor } h > \frac{25b}{3} - \frac{50t}{3}$$

Figuur IIa vergelijkt de huidige benaderingsformule met Ansys. Figuur IIb vergelijkt de nieuwe benaderingsformule met Ansys.



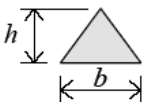
Figuur II a) huidige formule onder, Ansys boven.

b) nieuwe formule boven, Ansys onder.

Voorwoord	i
Samenvatting	ii
1 Inleiding	1
2 Probleemstelling	2
2.1 Inleiding	2
2.2 Doelstelling	2
2.3 Methodiek	2
2.4 Beperkingen	3
3 Modelopzet	4
3.1 Inleiding	4
3.2 Parameters	4
3.2.1 Plaats opleggingen	4
3.2.2 Mesh	6
3.2.3 Belastingen	7
3.2.4 Lengte	8
3.3 Modelkeuze	8
4 Modellen	10
4.1 Inleiding	10
4.2 Kokers met variërende wanddikte	10
4.3 Kokers met variërende h/b-verhouding	13
5 Afschuifstijfheid	15
5.1 Inleiding	15
5.2 Rekenmethode	15
5.3 Verwachting	16
5.4 Resultaten	17
5.4.1 Excel sheets kokers met variërende wanddikte	17
5.4.2 Excel sheets kokers met variërende h/b-verhouding	18
5.5 Vergelijking met benaderingsformules	18
5.5.1 Afschuifstijfheid vs. wanddikte	18
5.5.2 Relatieve afschuifstijfheid vs. Wanddikte	19
5.5.3 Afschuifstijfheid vs. h/b-verhouding	20
5.5.4 Relatieve afschuifstijfheid vs. h/b-verhouding	20
5.6 Conclusie benaderingsformules	21
5.7 Controlemodel	23
6 Schuifspanning	24
6.1 Inleiding	24
6.2 Rekenmethode	24
6.3 Verwachting	24
6.4 Resultaten	26
6.4.1 Excel sheets kokers met variërende wanddikte	26
6.4.2 Excel sheets kokers met variërende h/b-verhouding	26
6.5 Vergelijking met benaderingsformules	27
6.5.1 Schuifspanning vs. wanddikte	27
6.5.2 Relatieve schuifspanning vs. wanddikte	27
6.5.3 Relatieve schuifspanning vs. h/b-verhouding	28
6.6 Conclusie rekenmethode	29
6.7 Conclusie benaderingsformules	29
6.8 Controlemodel	32
Aanbevelingen	33
Literatuurlijst	33
Evaluatie	33
Bijlage A: Originele opdracht	
Bijlage B: Curvefit voor afschuifstijfheid	
Bijlage C: Functie afschuifstijfheid	
Bijlage D: Curvefit voor schuifspanning	
Bijlage E: Functie maximale schuifspanning	

1 Inleiding

Afschuifvervorming van liggers en kolommen kan een aanzienlijke invloed hebben op de krachtsverdeling van een raamwerk. Vooral bij gedrongen elementen is dit het geval. Veel raamwerkprogramma's hebben dan ook de mogelijkheid om afschuifvervorming in rekening te brengen. Daartoe moet de constructeur de afschuifstijfheden van de elementen invoeren. De afschuifstijfheid is afhankelijk van de vorm en het oppervlak van de doorsnede. Gezien er een grote diversiteit bestaat van constructie-elementen, zijn er benaderingsformules ontwikkeld voor het bepalen van de afschuifstijfheid. Deze benaderingsformules zijn in tabel 1.1 opgenomen.

Doorsnedenvorm	Afschuifstijfheid (GA_{sh})	Maximale schuifspanning
	$\frac{5}{6} GA$	$\frac{3}{2} \frac{V}{A}$
	G_{2th}	$\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$
	$\frac{32}{37} GA$	$\frac{4}{3} \frac{V}{A}$
	$\frac{1}{2} GA$	$2 \frac{V}{A}$
	GA_{lijf}	$\frac{15}{14} \frac{V}{A_{lijf}}$
	$\frac{10h^2}{12h^2 + b^2} GA$	$\frac{3}{4} \sqrt{4 + \frac{b^2}{h^2}} \frac{V}{A}$

Tabel 1.1: afschuifstijfheid en schuifspanning van diverse doorsnedenvormen.

De benaderingsformules voor vierkante massieve doorsneden en ronde doorsneden zijn reeds onderzocht door B.Sc.-studenten J.M. van der Meer¹ en R. Spaan². In sommige gevallen bleken deze benaderingsformules 30% te verschillen met de berekende waarde van de afschuifstijfheid en zelfs 40% voor de maximale schuifspanning. Het vermoeden bestaat dat ook de benaderingsformules voor rechthoekige holle doorsneden grote verschillen vertonen met de realiteit.

In dit project zullen vierkante en rechthoekige kokerprofielen worden onderzocht.

Het project is als volgt opgedeeld:

In hoofdstuk 2 zal de probleemstelling van het onderzoek worden uitgewerkt. Hoofdstuk 3 behandelt de opzet van het model waarmee de uitkomsten worden verkregen. In hoofdstuk 4 zijn de te onderzoeken kokers weergegeven. Hoofdstuk 5 en 6 behandelen respectievelijk de afschuifstijfheid en schuifspanning.

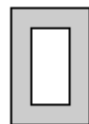
¹ Afschuifstijfheid van liggers en kolommen, J.M. van der Meer, juni 2003

² Afschuifstijfheid en maximale schuifspanning van ronde doorsneden, R. Spaan, november 2003

2 Probleemstelling

2.1 Inleiding

Voor rechthoekige en vierkante doorsneden zijn de benaderingsformules voor afschuifstijfheid en maximale schuifspanning in tabel 2.1 opgenomen.

			
GA_{sh}	$G2th$	onbekend	$\frac{5}{6}GA$
$\tau_{xy, max}$	$\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$	onbekend	$\frac{3}{2} \frac{V}{A}$

Tabel 2.1: benaderingsformules voor rechthoekige en vierkante doorsneden.

Te zien is dat er geen benaderingsformules voor dikwandige kokers bestaan. Dit heeft vermoedelijk te maken met het feit dat dit soort profielen niet veel in de praktijk gebruikt worden.

Met dit project zal onder meer worden bepaald hoe het traject van dunwandige naar massieve doorsneden betreffende de afschuifstijfheid en schuifspanning nu werkelijk verloopt. Ook wordt geen onderscheid gemaakt tussen kokers met verschillende hoogte-breedte verhoudingen. Een verklaring hiervoor is dat enkel de wanden van kokers effectief worden verondersteld tegen afschuifvervorming. Er zal met dit project ook worden bepaald of het niet in rekening brengen van de breedte in overeenstemming is met de werkelijkheid.

2.2 Doelstelling

Het toetsen en mogelijk verbeteren van de benaderingsformules voor afschuifstijfheid en maximale schuifspanning voor rechthoekige kokerprofielen.

2.3 Methodiek

Voor het toetsen van de benaderingsformules zullen dertien kokers worden gemaakt. In tabel 2.2 een overzicht gegeven van de afmetingen van deze kokers.

$\begin{matrix} t/b \\ h/b \end{matrix}$	0,025	0,05	0,10	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
$\frac{1}{2}$			*						
1	*	*	*	*	*	*	*	*	*
2			*						
$3 \frac{1}{3}$			*						
4			*						*

Tabel 2.2: overzicht van de te toetsen kokers.

Voor alle kokers geldt een vaste hoogte-lengte verhouding. Enkel de relatieve wanddikte (t/b) en de hoogte-breedte verhouding (h/b) zal worden gevarieerd. Er is gekozen om alleen bij een wanddikte van $0,1 \cdot b$ de hoogte-breedte verhouding te variëren. Dit om te voorkomen dat 45 kokers moeten worden gemaakt. Deze kokers worden in het eindige-elementenpakket Ansys 7.1 ingevoerd. Met behulp van de uitkomsten van Ansys zal van elk van deze dertien kokers zowel de afschuifstijfheid als

de maximale schuifspanning worden bepaald. Deze waarden zullen vervolgens vergeleken worden met de waarden van de benaderingsformules. Indien er verschillen worden waargenomen zal een alternatief op de bestaande formule worden voorgesteld.

2.4 Beperkingen

- Er wordt alleen gekeken naar het lineair elastische gedrag van het model.
- Het materiaal van de kokers wordt homogeen en isotroop verondersteld.
- Voor de elasticiteitsmodulus wordt gekozen $E=2,1 \text{ E5 N/mm}^2$.
- Voor de dwarscontractiecoëfficiënt wordt gekozen $\nu=0,3$.
- Er worden geen afrondingsstralen aangebracht.

3 Modelopzet

3.1 Inleiding

Voor het totstandkomen van de uiteindelijke kokers in Ansys zal eerst met behulp van een "testmodel" de invloed van de volgende parameters worden onderzocht:

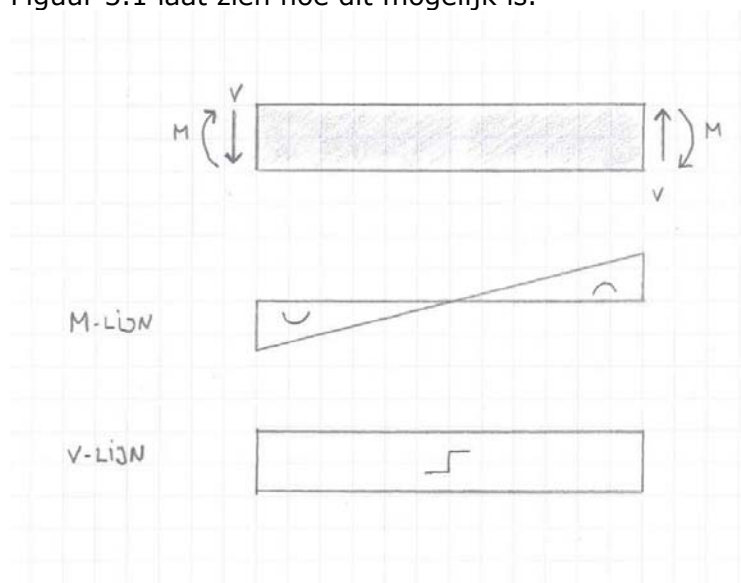
- Plaats opleggingen
- Mesh
- Belastingen
- Lengte van het model

Er wordt verondersteld dat de invloed van deze parameters op het testmodel óók geldt voor de te onderzoeken kokers. Door de parameters te variëren zal naar voren komen wat voor modelopzet de meest realistische uitkomsten geeft.

3.2 Parameters

3.2.1 Plaats opleggingen

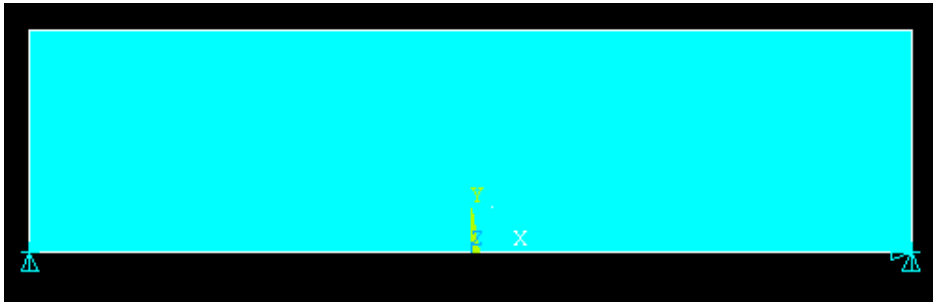
Voor het bepalen van de afschuifhoek met behulp van Ansys moet er een plaats in het model worden gecreëerd waar een dwarskracht werkt en het buigend moment nul is. Figuur 3.1 laat zien hoe dit mogelijk is.



Figuur 3.1: dwarskracht en moment.

Er zijn diverse mogelijkheden om het krachtenbeeld van figuur 3.1 te verkrijgen. Twee mogelijkheden worden onderzocht en vergeleken. In beide gevallen is het model statisch bepaald opgelegd. Dit houdt in dat er 6 opleggingen moeten worden aangebracht, in de driedimensionale ruimte.

1. Opleggingen aan de kopvlakken:

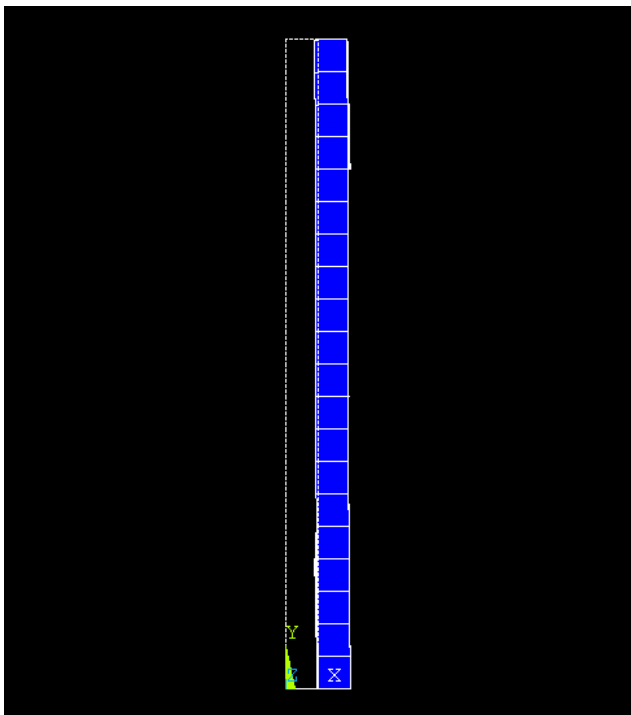


Figuur 3.2: zijaanzicht model met opleggingen aan de kopvlakken.

Op de kopvlakken is een belasting aangebracht zodat er een buigend moment ontstaat. De dwarskracht in de ligger is nu constant en gelijk aan de oplegreactie volgens:

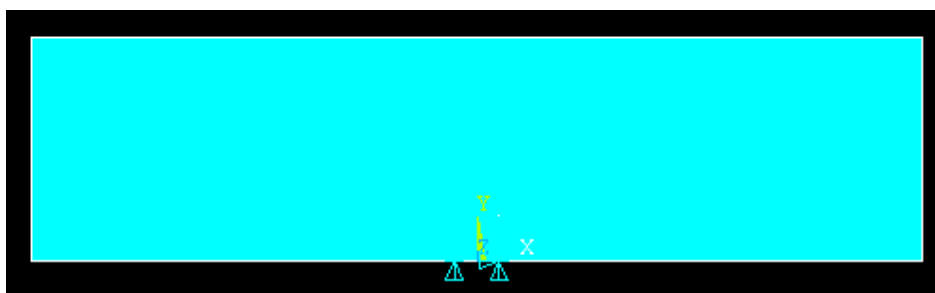
$$V = \frac{2M}{L}$$

Dit model heeft als nadeel dat de middenplak geroteerd en getransleerd wordt (figuur 3.3). Hierdoor is het niet mogelijk de afschuifhoek direct te bepalen uit de door Ansys berekende verplaatsingen. In figuur 3.3 is de rotatie niet duidelijk te zien omdat translatie overheerst.



Figuur 3.3: rotatie en translatie van de middenplak.

2. Opleggingen in het midden:



Figuur 3.4: zijaanzicht model met opleggingen ter plaatse van de middenplak.

Ook hier wordt een belasting op de kopvlakken aangebracht zodat een moment ontstaat. Om de ligger in evenwicht te houden worden nu op de kopvlakken ook verticale krachten aangebracht. Deze verticale belasting wordt berekend volgens:

$$V = \frac{2M}{L}$$

Hierin is L de lengte van het model.

Bij dit model wordt de middenplak onderaan vastgehouden (figuur 3.4) zodat deze enkel een afschuifvervorming kan ondergaan. Er zal dus geen translatie en/of rotatie optreden ter plaatse van de middenplak.

Door numerieke afrondingen zullen de oplegreacties niet gelijk aan nul zijn. Tabel 3.1 geeft de oplegreacties van dit model.

FX	FY	FZ
-0.81372E-10	-0.48107E-07	-0.29948E-08
	0.48080E-07	0.29475E-08
	-0.19571E-09	

Tabel 3.1: oplegreacties bij opleggingen het midden.

Gezien de waarden van de oplegreacties en factor E9 kleiner zijn dan de dwarskracht in de ligger, wordt een eventuele vervorming t.g.v. een moment verwaarloosd.

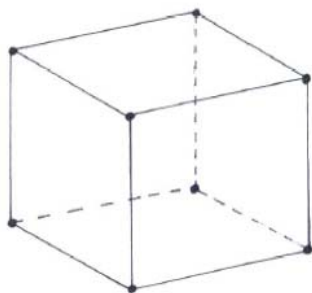
3.2.2 Mesh

Zowel het element-type als de element-grootte heeft invloed op de uitkomsten van Ansys. Eerst is een geschikt element-type voor rechthoekige modellen bepaald. Hierna is de invloed van de elementgrootte onderzocht.

1. Element-type:

Bij prismatische liggers met rechthoekige doorsneden, opgedeeld in tetraëder-vormige elementen, geeft Ansys de waarschuwing dat rechthoekige elementen (bricks) een veel nauwkeuriger resultaat opleveren. Bovendien is bij een verdeling met rechthoekige elementen het "uitsnijden" van een plak veel makkelijker.

Er zijn verschillende soorten rechthoekige elementen. Indien gekozen wordt voor een element-type met meerdere knopen (niet alleen op de hoekpunten maar ook op de ribben), heeft dit automatisch tot gevolg dat de element-grootte moet worden vergroot gezien Ansys 7.1 slechts met een beperkt aantal knopen kan rekenen. Gekozen wordt voor het element *solid45*. Dit is een rechthoekig element met acht knopen (zie figuur 3.5).



Figuur 3.5: element-type *solid45*.

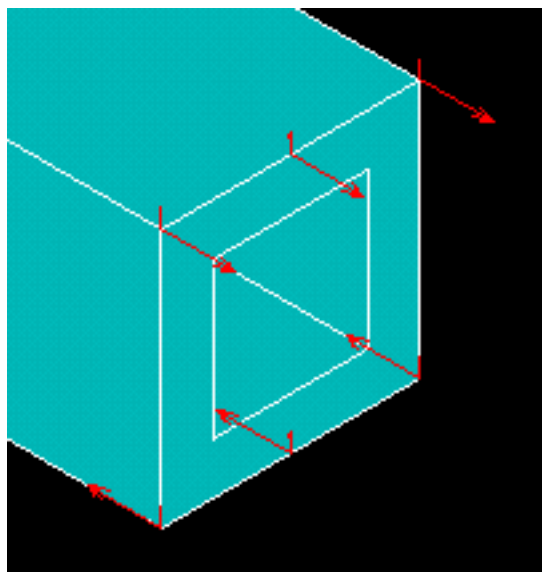
2. Element-grootte:

Over het algemeen kan gezegd worden dat een zo fijn mogelijke mesh (totdat het maximaal aantal knopen is bereikt) de meest realistisch uitkomsten geeft. Hierbij moet bedacht worden dat de rekentijd flink kan oplopen. Het is dan aan te raden om op de plaatsen waar grote veranderingen plaatsvinden, kleine elementen aan te brengen. Wel is een nadeel dat het "uitsnijden" van een plak dan minder makkelijk wordt. Bij een element-grootte van 5 mm kunnen de meeste kokers met elementen van dezelfde grootte worden opgedeeld. Er kunnen dan wel rechte plakken worden uitgesneden.

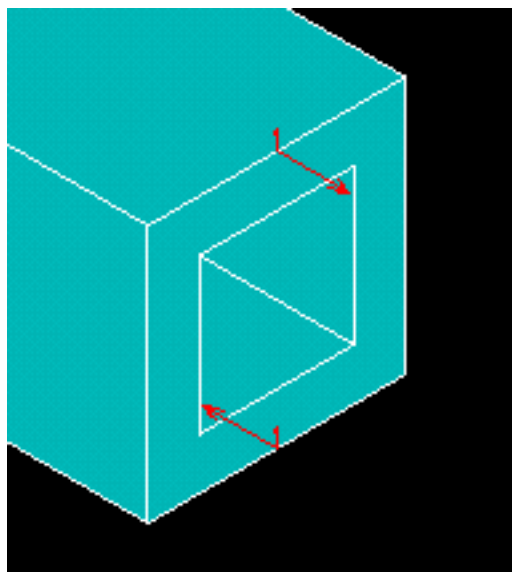
3.2.3 Belastingen

Alle belastingen worden op de keypoints aangebracht. Hierdoor is het - i.t.t. bij het aanbrengen van de belastingen op de nodes - mogelijk de element-grootte en element-type te veranderen zonder de belastingen opnieuw aan te hoeven brengen. Bovendien kan het zo zijn dat de nodes niet homogeen over het model zijn verdeeld. Hoekpunten van het model hoeven blijkbaar niet samen te vallen met de hoekpunten van de elementen. Om deze redenen is besloten de belastingen en opleggingen alleen op de keypoints aan te brengen.

Er is onderzocht of er een significant verschil is tussen een belasting verdeeld over alle in dat vlak liggende keypoints en een belasting verdeeld over zo min mogelijk in dat vlak liggende keypoints (figuur 3.6).



Figuur 3.6 a) verdeling over alle keypoints.

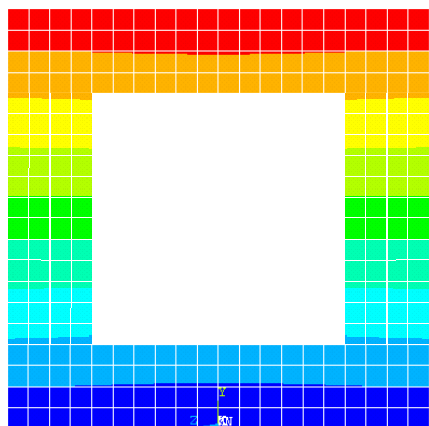


b) verdeling over minimaal aantal keypoints.

Uit de berekening volgens de methode uiteengezet in 5.2 blijkt dat de afschuifstijfheden tussen deze twee mogelijkheden slechts 0,6% verschillen. Vermoedt wordt dat een verdeling volgens figuur 3.6a een net iets realistischer beeld geeft dan de verdeling volgens figuur 3.6b.

3.2.4 Lengte

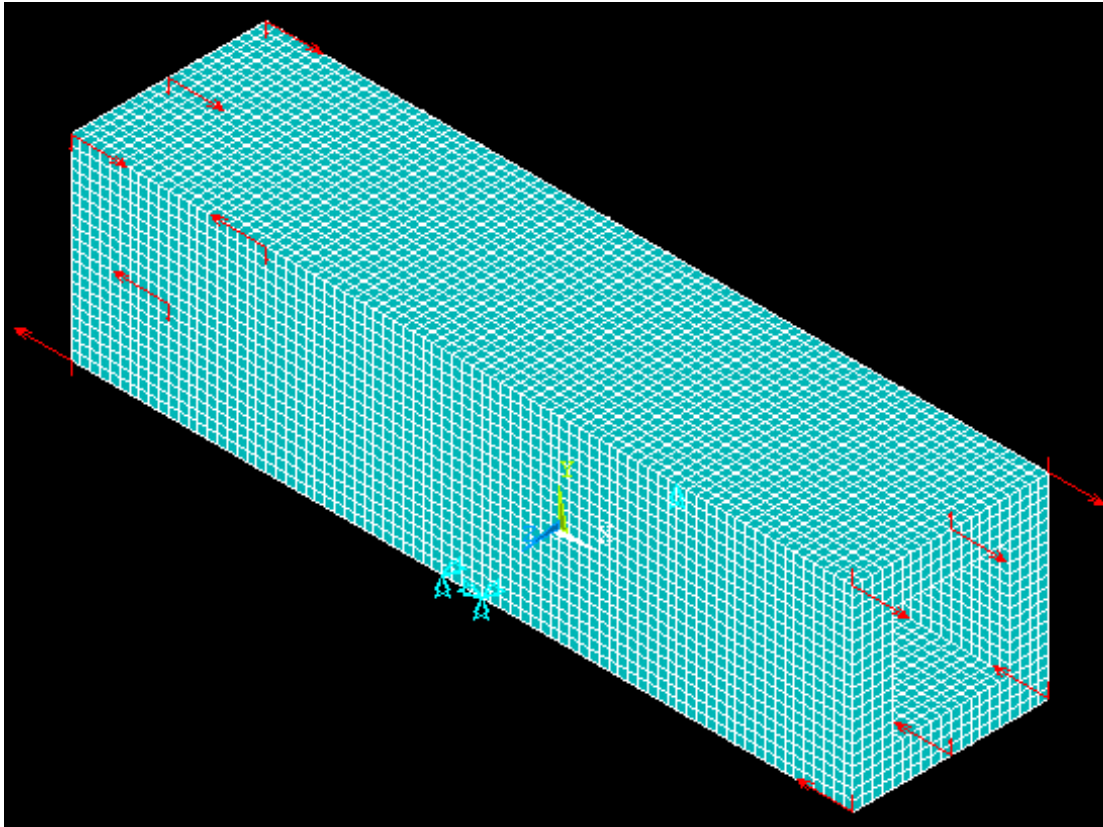
Het aanbrengen van spanningen in Ansys is zeer bewerkelijk. Hierdoor is de gebruiker genoodzaakt alle belastingen als puntlast aan te brengen. Om te voorkomen dat zich spanningsconcentraties t.p.v. de middenplak voordoen, moet het model een voldoende lengte hebben. In figuur 3.7 zijn de normaalspanningen van de middenplak van het testmodel weergegeven. De maximale schuifspanning in de middenplak is bij een model van 400 mm lengte gelijk aan die van een model van 800 mm lengte. Daarom wordt in de volgende berekeningen een lengte van 400 mm aangehouden.



Figuur 3.7: normaalspanningen bij een lengte van 400 mm

3.3 Modelkeuze

Met behulp van de bevindingen uit de vorige paragraaf, zal een definitief model worden opgezet. Figuur 3.8 geeft het model waarop alle kokers zullen worden gebaseerd. Tabel 3.2 geeft een opsomming van de eigenschappen die op alle kokers van toepassing zijn.



Figuur 3.8: overzicht testmodel.

Opleggingen	Statisch bepaald ter plaatse van de middenplak
Lengte	L=400 mm
Hoogte	H=100 mm
Element-type	<i>Solid45</i> met 8 knopen
Element-grootte	5 mm
Belasting	Verdeeld over alle in het vlak aanwezige keypoints
Elasticiteitsmodulus	$E=2,1^E 5 \text{ N/mm}^2$
Dwarscontractiecoëfficiënt	$\nu=0,3$

Tabel 3.2: opsomming eigenschappen testmodel.

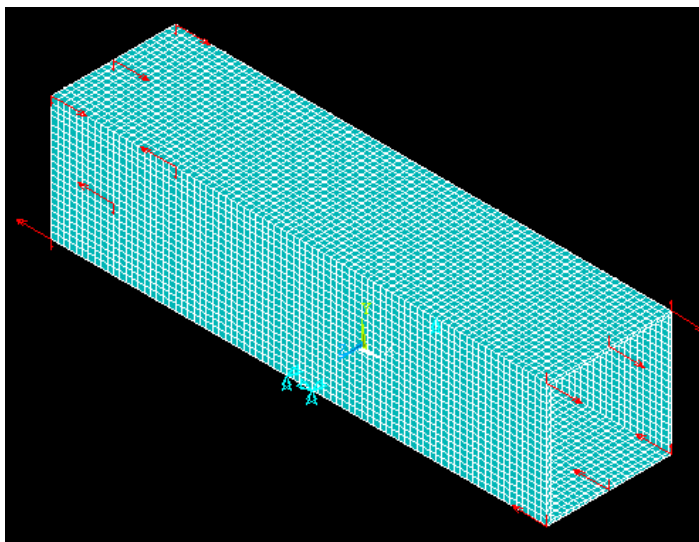
4 Modellen

4.1 Inleiding

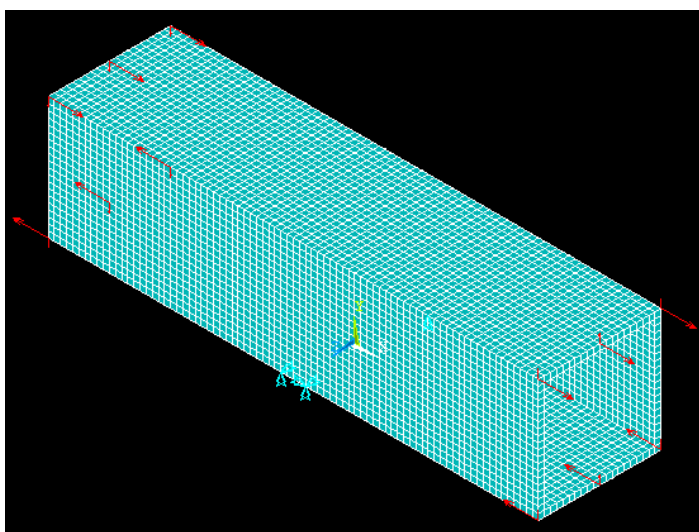
Met behulp van het in hoofdstuk 3 bepaalde testmodel worden alle kokers gemaakt. De kokers worden in twee groepen onderverdeeld: kokers met variërende wanddikte en kokers met variërende h/b-verhouding.

4.2 Kokers met variërende wanddikte

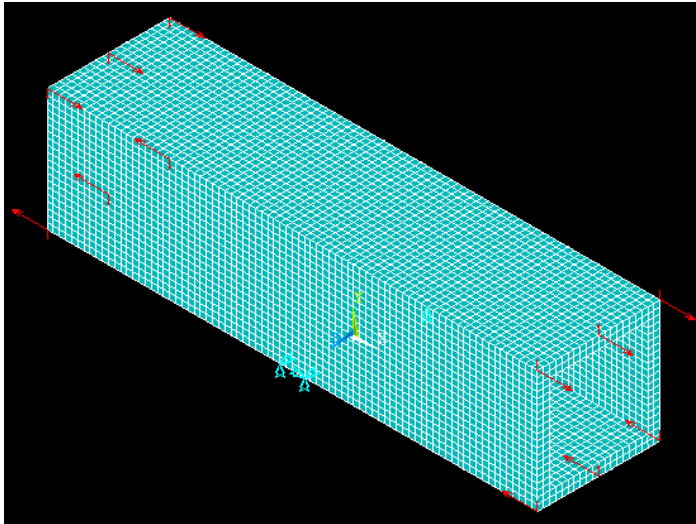
Figuur 4.1 t/m 4.9 laat de kokers met vaste buitenmaten en variërende binnenmaten zien. Bij het invoeren van de koker van figuur 4.8 en figuur 4.9 is gebleken dat het maximaal aantal knopen wordt overschreden. Er wordt verondersteld dat een elementgrootte van 10 mm ook een voldoende nauwkeurigheid oplevert.



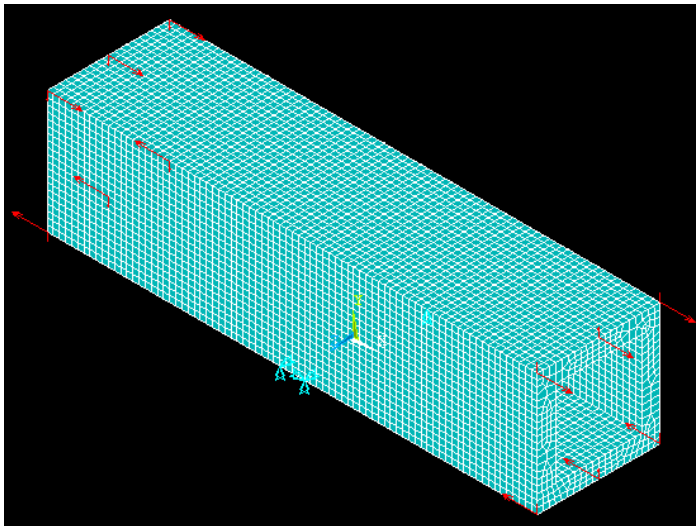
Figuur 4.1: 100x100x2,5.



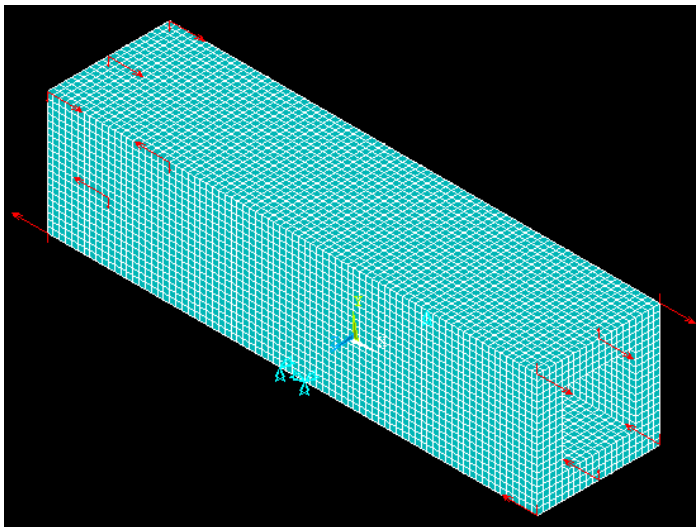
Figuur 4.2: 100x100x5.



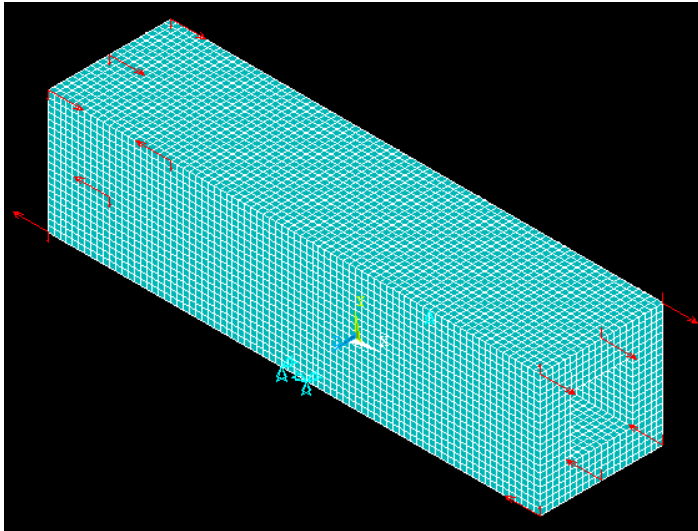
Figuur 4.3: 100x100x10.



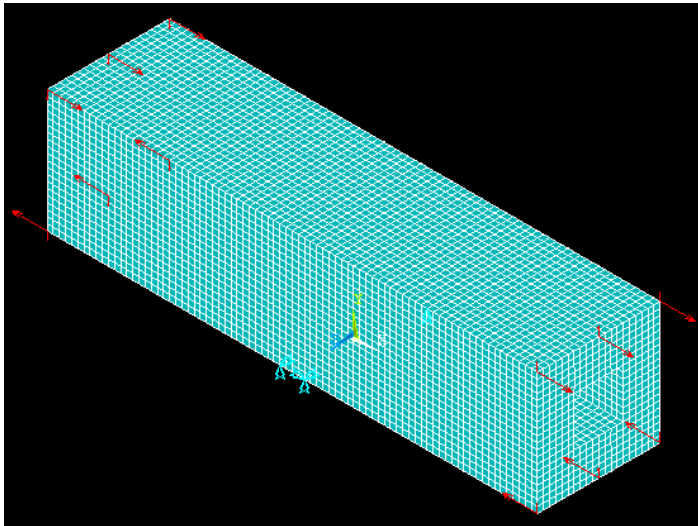
Figuur 4.4: 100x100x15.



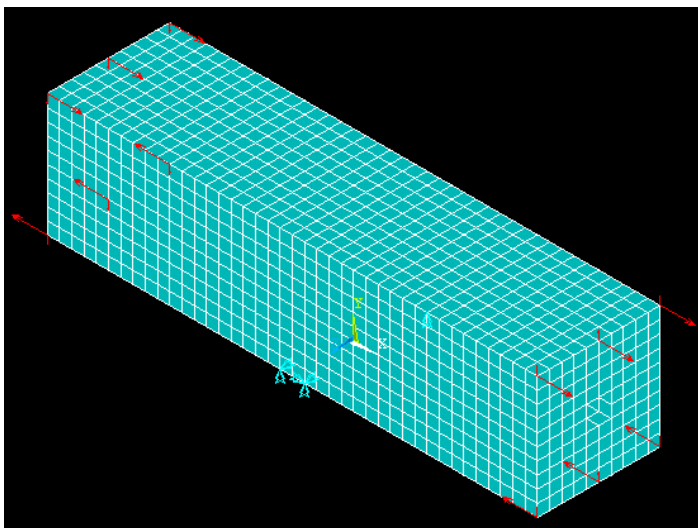
Figuur 4.5: 100x100x20.



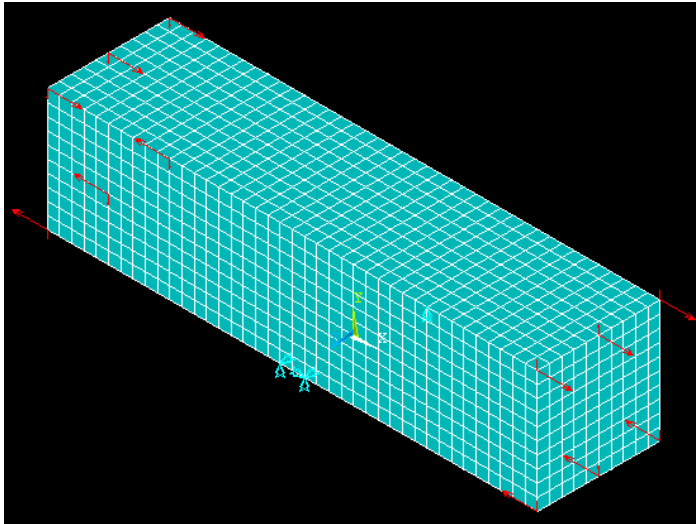
Figuur 4.6: 100x100x25.



Figuur 4.7: 100x100x30.



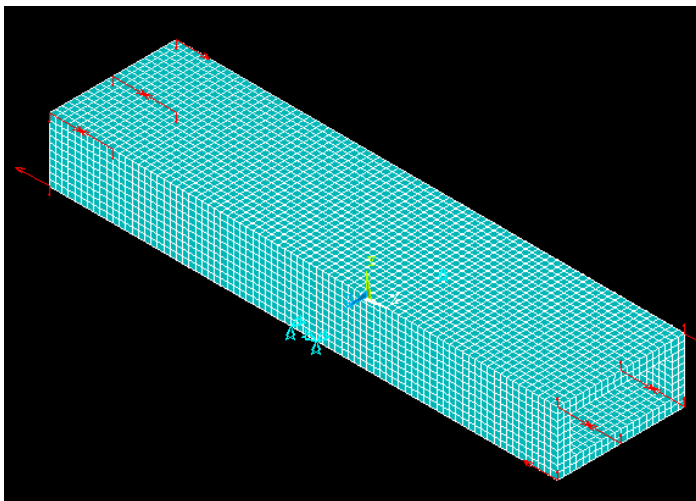
Figuur 4.8: 100x100x40.



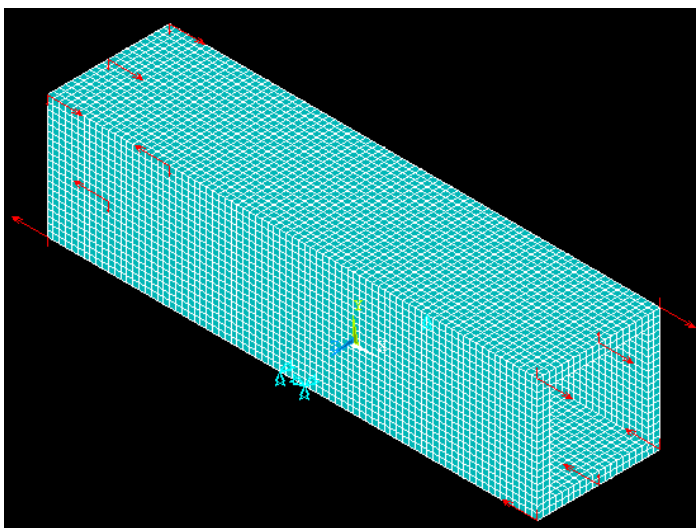
Figuur 4.9: 100x100x50.

4.3 Kokers met variërende h/b -verhouding

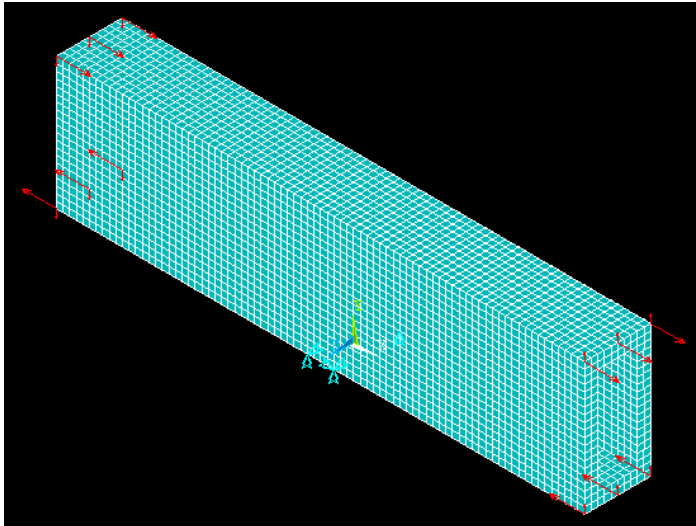
Figuur 4.10 t/m 4.14 laat de kokers met variërende h/b -verhouding zien bij $t/b=0,1$.
Figuur 4.11 is een koker met $h/b=1$ en $t/b=0,1$ en is ook in deze groep opgenomen.



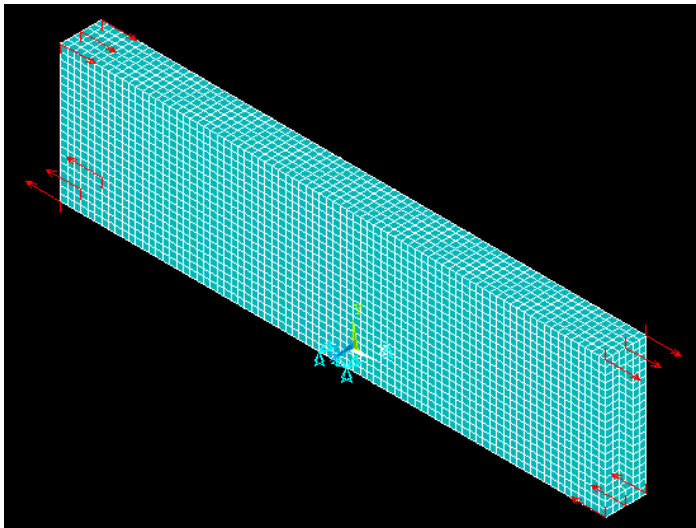
Figuur 4.10: 50x100x10.



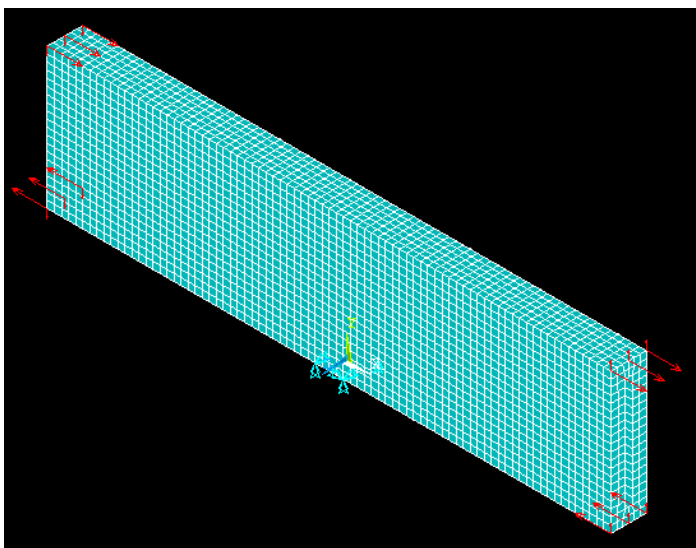
Figuur 4.11: 100x100x10.



Figuur 4.12: 100x50x10.



Figuur 4.13: 100x30x10.



Figuur 4.14: 100x25x10.

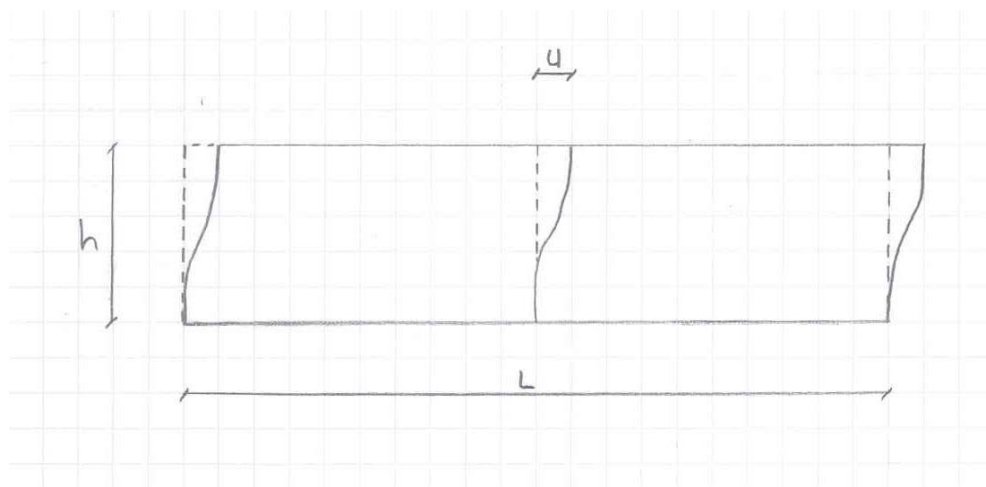
5 Afschuifstijfheid

5.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zal achtereenvolgens worden gegeven; de rekenmethode voor het bepalen van de afschuifstijfheid, een verwachting van de uitkomsten, de door Ansys berekende uitkomsten, een vergelijking met de benaderingsformules, een conclusie met een eventuele verbetering op de benaderingsformules.

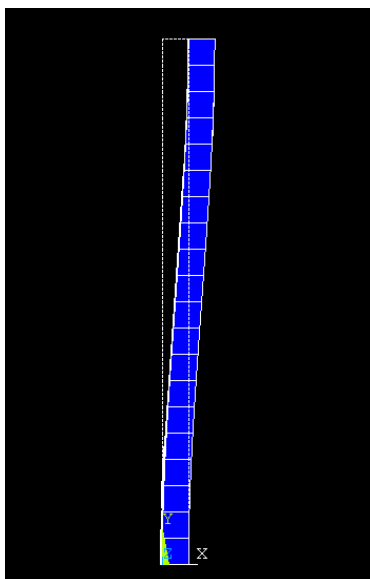
5.2 Rekenmethode

Om de afschuifstijfheid te bepalen wordt een plak uit de middendoorsnede beschouwd (zie figuren 5.1 en 5.2).



Figuur 5.1: verplaatsingen van de middenplak.

De plak heeft enkel een afschuifvervorming kunnen ondergaan. Immers, door de gekozen modelopzet kan de middenplak niet roteren en/of transleren. Omdat de middenplak op het grondvlak wordt vastgehouden door de opleggingen kan alleen de bovenzijde van de plak een horizontale verplaatsing ondergaan.



Figuur 5.2: zij aanzicht vervorming van een middenplak.

De afschuifhoek kan als volgt worden bepaald³:

$$\gamma = \frac{u}{h}$$

Met:

γ = afschuifhoek

u = horizontale verplaatsing van de middenplak (bovenzijde)

h = hoogte van de plak

De afschuifstijfheid volgt uit:

$$GA_{sh} = \frac{V}{\gamma}$$

Met:

GA_{sh} = afschuifstijfheid

V = dwarskracht op de middenplak

γ = afschuifhoek

De glijdingsmodulus wordt als volgt bepaald:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

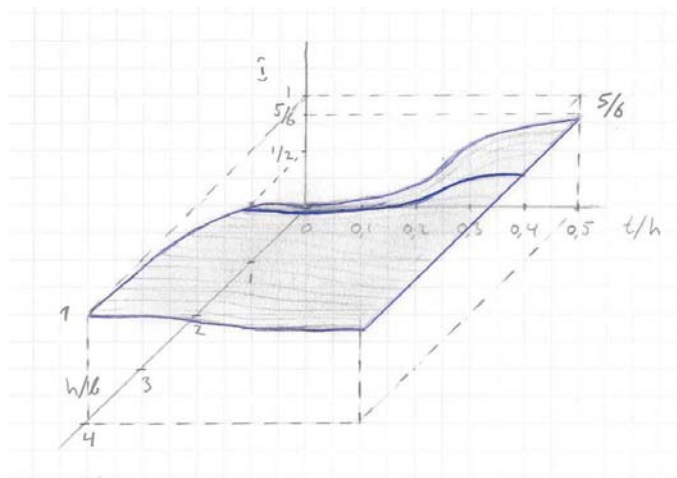
Met:

E = elasticiteitsmodulus

ν = dwarscontractiecoëfficiënt

5.3 Verwachting

Onderstaande grafiek geeft de verwachting van de relatieve afschuifstijfheid uitgezet tegen de relatieve wanddikte en de h/b verhouding. Hierbij is aangenomen dat de benaderingsformules kloppen in de limieten (oneindig dunne doorsnede en volledig massieve doorsnede).



Figuur 5.3: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte en h/b -verhouding.

³ Elastostatica van slanke structuren, A.L. Bouma, 2000

1. Relatieve afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte:

Verwacht wordt dat in de buurt van de limieten geen grote sprongen zullen optreden. Deze limieten zullen dan asymptotisch worden bereikt.

Bij een hoogte-breedte verhouding van 1 (donkere curve in figuur 5.3) geldt nabij de oorsprong de benaderingsformule $GA_{sh} = G2th$. Voor de relatieve afschuifstijfheid geldt dan:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2th}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))} = \frac{1}{2}$$

Nabij $t/b = 0,5$ geldt de benaderingformule $GA_{sh} = \frac{5}{6}GA$. Voor de relatieve afschuifstijfheid geldt dan:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{\frac{5}{6}GA}{GA} = \frac{5}{6}$$

2. Relatieve afschuifstijfheid vs. h/b-verhouding:

Verwacht wordt dat nabij de oorsprong bij een dunwandige doorsnede (waar de benaderingsformule $GA_{sh} = G2th$ geldt) de waarde van de relatieve afschuifstijfheid naar nul zal gaan:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2th}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))} \approx \frac{G2th}{G(bh + b2t)} \approx \frac{G2th}{G2tb} = 0$$

Waar h/b naar oneindig gaat, geldt:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2th}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))} \approx \frac{G2th}{G2th} = 1$$

5.4 Resultaten

In Excel zijn met behulp van de uitkomsten van Ansys de afschuifstijfheden van alle kokers berekend. Hiervoor is de rekenmethode uit paragraaf 5.2 in Excel ingevoerd.

5.4.1 Excel sheet kokers met variërende wanddikte

	koker2,5	koker5	koker10	koker15	koker20
t/b	0,03	0,05	0,10	0,15	0,20
γ	7,94E-06	3,91E-06	1,89E-06	1,21E-06	8,64E-07
GA_{sh}	3,78E+07	7,68E+07	1,59E+08	2,48E+08	3,47E+08
GA	7,88E+07	1,53E+08	2,91E+08	4,12E+08	5,17E+08
G2th	4,04E+07	8,08E+07	1,62E+08	2,42E+08	3,23E+08
5/6 GA	6,56E+07	1,28E+08	2,42E+08	3,43E+08	4,31E+08
% GA	52,0	50,0	45,5	39,8	32,9
% G2th	6,5	4,9	1,8	2,4	7,4
% 5/6 GA	42,4	40,0	34,5	27,7	19,4
GA_{sh} / GA	0,48	0,50	0,55	0,60	0,67
G2th / GA	0,51	0,53	0,56	0,59	0,63
5/6 GA/GA	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83

Tabel 5.1: Excel output van verschillende t/b bij h/b=1.

	koker25	koker30	koker40	koker50
t/b	0,25	0,30	0,40	0,50
γ	6,54E-07	5,16E-07	3,57E-07	3,15E-07
GA _{sh}	4,58E+08	5,81E+08	8,40E+08	9,52E+08
GA	6,06E+08	6,78E+08	7,75E+08	8,08E+08
G2th	4,04E+08	4,85E+08	6,46E+08	8,08E+08
5/6 GA	5,05E+08	5,65E+08	6,46E+08	6,73E+08
% GA	24,3	14,3	8,4	17,9
% G2th	13,5	20,0	30,1	17,9
% 5/6 GA	9,2	2,8	30,1	41,5
GA _{sh} /GA	0,76	0,86	1,08	1,18
G2th /GA	0,67	0,71	0,83	1,00
5/6 GA/GA	0,83	0,83	0,83	0,83

Tabel 5.1: Excel output van verschillende t/b bij h/b=1.

5.4.2 Excel sheet kokers met variërende h/b-verhouding

	koker50/100	koker100/100	koker100/50	koker100/30	koker100/25
h/b	0,5	1	2	3,333	4
γ	2,05E-06	1,89E-06	1,72E-06	1,66E-06	1,65E-06
GA _{sh}	7,30E+07	1,59E+08	1,74E+08	1,81E+08	1,82E+08
GA	2,10E+08	2,91E+08	2,10E+08	1,78E+08	1,70E+08
G2th	8,08E+07	1,62E+08	1,62E+08	1,62E+08	1,62E+08
5/6 GA	1,75E+08	2,42E+08	1,75E+08	1,48E+08	1,41E+08
% GA	65,2	45,5	17,0	1,9	7,3
% G2th	9,6	1,8	7,9	12,1	12,6
% 5/6 GA	58,3	34,5	0,4	22,3	28,7
GA _{sh} /GA	0,35	0,55	0,83	1,02	1,07
G2th /GA	0,38	0,56	0,77	0,91	0,95
5/6GA/GA	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83

Tabel 5.2: Excel output van verschillende h/b bij t/b=0,1.

De rijen die beginnen met "%" geven het relatieve verschil aan tussen de berekende waarden en de benaderingsformules; GA, G2th, 5/6 GA.

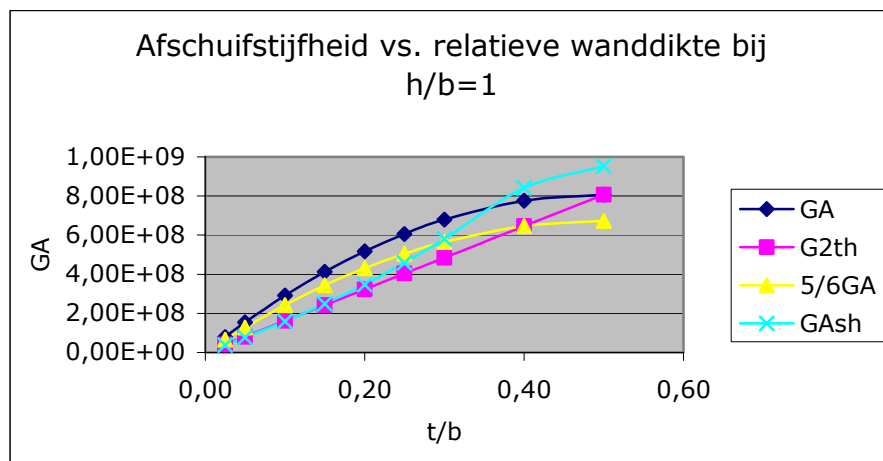
5.5 Vergelijking met de benaderingsformules

In deze paragraaf zullen de resultaten uit paragraaf 5.4 worden verklaard en toegelicht met behulp van grafieken.

5.5.1 Afschuifstijfheid vs. wanddikte

Figuur 5.4 geeft de grafiek van de afschuifstijfheid van de kokers uit tabel 5.1. Hierin is:

- GA :de afschuifstijfheid zonder reductiefactor.
- G2th :de afschuifstijfheid volgens de benaderingsformule van rechthoekige kokers.
- 5/6GA :de afschuifstijfheid volgens de benaderingsformule van massieve doorsneden.
- GA_{sh} :de afschuifstijfheid volgens Ansys.



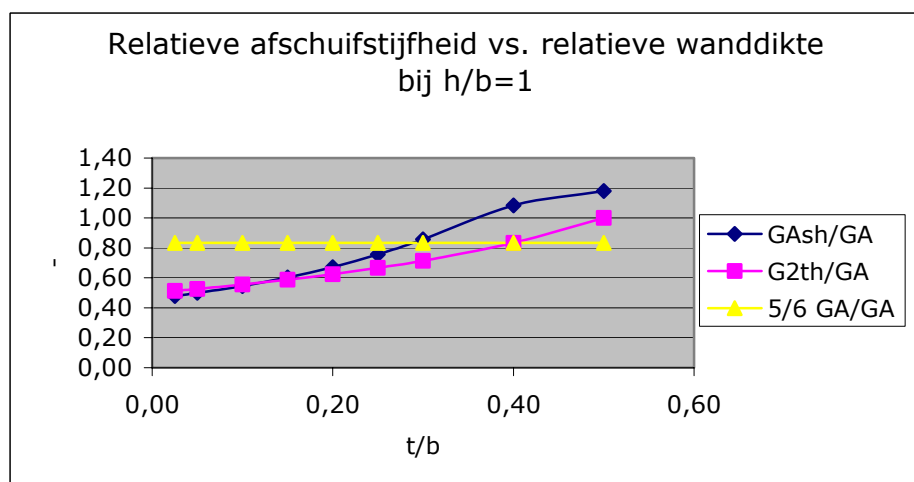
Figuur 5.4: afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte.

Uit de grafiek van figuur 5.4 valt duidelijk af te leiden dat G2th bij kleine relatieve wanddikte GAsh benadert. Tot een relatieve wanddikte van $t/b=0,15$ is de benaderingsformule $GA_{sh}=G2th$ goed toepasbaar. Vanaf $t/b=0,15$ tot $t/h=0,3$ wijken de 2 lijnen maar is de formule $GA_{sh}=G2th$ te prefereren boven de andere benaderingsformules. Opvallend is dat de benaderingsformule $GA_{sh}=5/6GA$ enkel tussen $t/b=0,3$ en $t/b=0,4$ toegepast kan worden. Hierbuiten is de formule "onveilig" of conservatiever dan de formule $GA_{sh}=G2th$.

5.5.2 Relatieve afschuifstijfheid vs. wanddikte

De onderste 3 rijen van tabel 5.1 geven de relatieve afschuifstijfheden van respectievelijk de afschuifstijfheid volgens Ansys, de afschuifstijfheid met de benaderingsformule $GA_{sh}=G2th$ (dunwandige kokers) en de benaderingsformule $GA_{sh}=5/6GA$ (massieve doorsnede).

In figuur 5.5 zijn deze drie lijnen te zien.

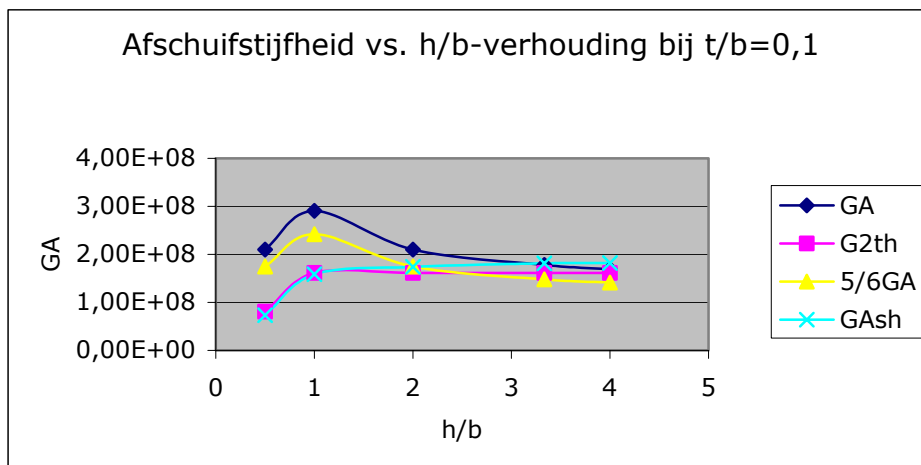


Figuur 5.5: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte.

In deze grafiek is te zien dat G2th/GA bij kleine relatieve wanddikte GAsh/GA benadert. Ook hier kan geconcludeerd worden dat de benaderingsformule G2th toepasbaar is tot een relatieve wanddikte van $t/b=0,15$.

5.5.3 Afschuifstijfheid vs. h/b -verhouding

Figuur 5.6 geeft de grafiek van de afschuifstijfheid vs. de h/b -verhouding.



Figuur 5.6: grafiek afschuifstijfheid vs. h/b -verhouding.

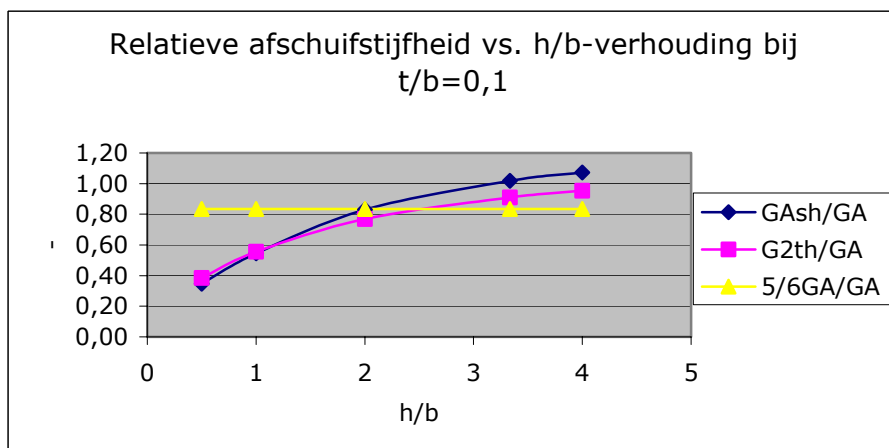
Bedacht moet worden dat uit deze grafiek niet af te leiden valt hoe de h/b -verhouding de afschuifstijfheid beïnvloedt. Dit heeft te maken met het feit dat er bij de gekozen modellen met variërende h/b -verhouding geen relatie is tussen het doorsnedenoppervlak en de h/b -verhouding. Wel kunnen de lijnen met elkaar worden vergeleken.

Bovenstaande grafiek laat zien dat de lijnen GA en 5/6GA weinig overeenkomen met GAsh. Dit voldoet aan de verwachting, immers deze lijnen zijn toegepast op doorsneden met een kleine relatieve wanddikte terwijl deze formules voor massieve doorsneden worden gebruikt.

De lijn G2th komt beter overeen met GAsh. Vanaf $h/b=1,5$ gaan de lijnen wijken zij het dat de lijn G2th aan de veilige kant blijft.

5.5.4 Relatieve afschuifstijfheid vs. h/b -verhouding

De onderste 3 rijen van tabel 5.2 geven de relatieve afschuifstijfheden van respectievelijk de afschuifstijfheid volgens Ansys, de afschuifstijfheid met de benaderingsformule $GA_{sh}=G2th$ (dunwandige kokers) en de benaderingsformule $GA_{sh}=5/6GA$ (massieve doorsnede). In figuur 5.7 zijn deze drie lijnen te zien.

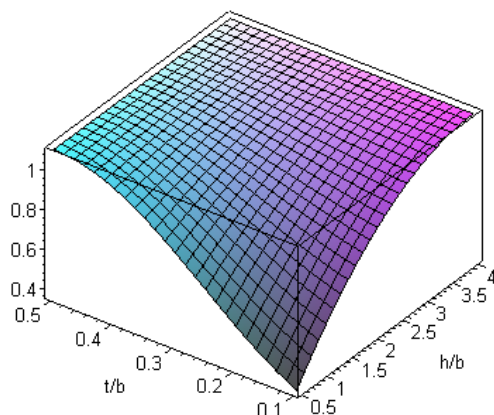


Figuur 5.7: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. h/b -verhouding.

Ook uit deze grafiek kan geconcludeerd worden dat GA_{sh} benaderd kan worden door de benaderingsformule $GA_{sh}=G2th$.

5.6 Conclusie benaderingsformules

De vorige paragraaf heeft uitgewezen dat de resultaten van de benaderingsformules - met betrekking tot de afschuifstijfheid - verschillen met de resultaten van de eindige-elementen oplossing. Gesteld kan worden dat de benaderingsformules aan de veilige kant zitten. Er is een formule opgesteld welke de resultaten van Ansys beter beschrijft dan de huidige benaderingsformules. Onderstaande grafiek laat het vlak zien wat gebaseerd is op de uitkomsten van Ansys voor de afschuifstijfheid.



Figuur 5.8: grafiek van de uitkomsten van Ansys.

De functie die het vlak van figuur 5.8 beschrijft, is bepaald met behulp van curvefitting in de twee richtingen:

1. GA_{sh} vs. t/b :
Ansys liet in deze richting een s-vorm zien. Er is verondersteld dat deze s-vorm beschreven kan worden met een cosinus-functie.
2. GA_{sh} vs. h/b :
Ansys liet in deze richting een halve parabool zien. Deze functie is door dhr. Hoogenboom met behulp van Maple benaderd. In bijlage B het Maple-programma opgenomen waarmee deze functie is bepaald.

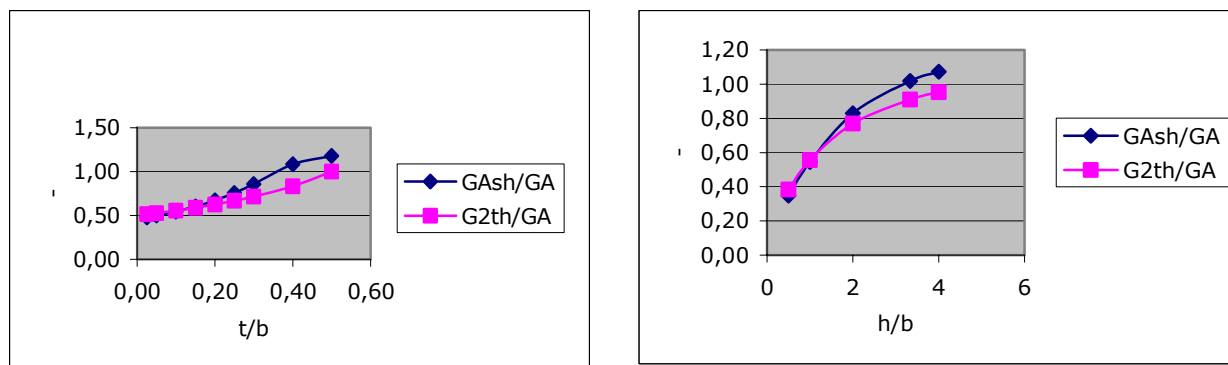
Hiermee wordt de formule voor de relatieve afschuifstijfheid:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{17}{30} + \frac{4h}{15b} - \frac{h^2}{30b^2} - \left[\frac{8}{15} - \frac{4h}{15b} + \frac{h^2}{30b^2} \right] \cos \left[\frac{2tn}{b} \right]$$

$$\text{voor } \frac{1}{10} < \frac{t}{b} \leq \frac{1}{2} \text{ en } \frac{1}{2} < \frac{h}{b} \leq 4$$

Bijlage C geeft het volledige Maple-programma wat deze functie beschrijft.

Uit paragraaf 5.5 is gebleken dat de benaderingsformule $GA_{sh}=G2th$ redelijk de uitkomsten van Ansys benadert. Figuur 5.9a en figuur 5.9b laten dit nogmaals zien.

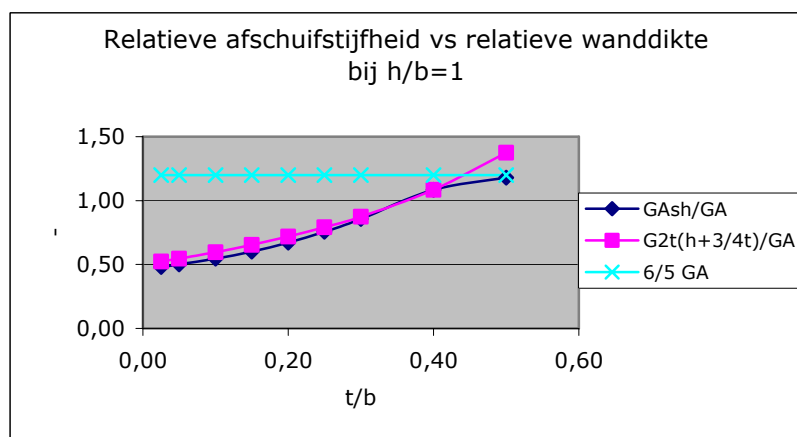
Figuur 5.9 a) grafiek G_{rel} vs. relatieve wanddikte.b) grafiek G_{rel} vs. h/b -verhouding.

Door aanpassing van de huidige benaderingsformules is geprobeerd de uitkomsten van Ansys beter te benaderen.

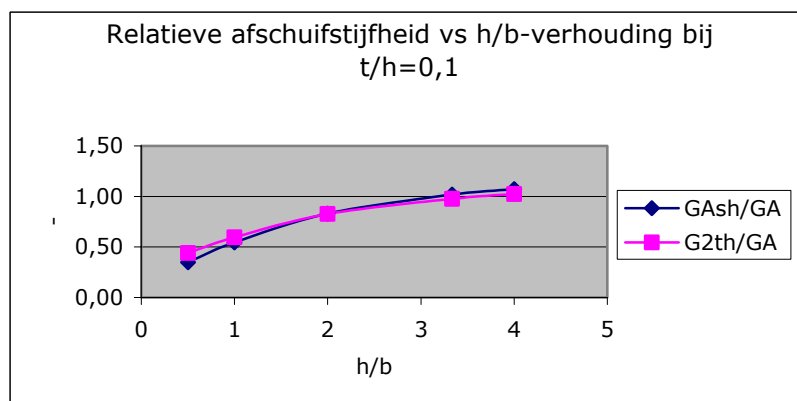
Huidige formule : $G_{Ash} = G_{2th}$

Voorstel : $G_{Ash} = G_{2t}(h + \frac{3}{4}t) \leq \frac{6}{5}GA$

Onderstaande grafieken laten het voorstel en de uitkomsten van Ansys zien.



Figuur 5.10: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte.

Figuur 5.11: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. h/b -verhouding.

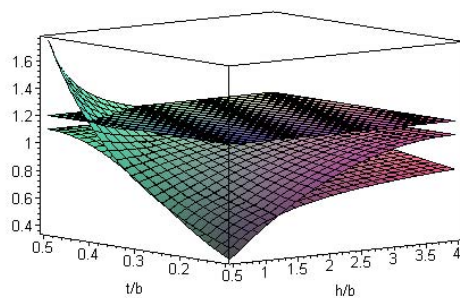
Er kan geconcludeerd worden dat deze aangepaste benaderingsformule vanwege zijn eenvoud de voorkeur geniet boven de formule bepaald uit de resultaten van Ansys.

De formule voor de relatieve afschuifstijfheid wordt:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2t(h + \frac{3}{4}t)}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))}$$

$$\text{voor } 0 < \frac{t}{b} \leq \frac{1}{2} \text{ en } \frac{1}{2} < \frac{h}{b} < \infty$$

Figuur 5.11 geeft het vlak van de nieuwe formule en het vlak van de Ansys resultaten.



Figuur 5.12: nieuwe benaderingsformule en Ansys uitkomsten.

5.7 Controlemodel

Met behulp van een controlemodel zal worden vastgesteld of de nieuwe benaderingsformule correct is. Gekozen wordt voor een model met $t/b=0,5$ en $h/b=4$. Kies bijvoorbeeld $t=12,5$, $b=25$ en $h=100$

Uit de benaderingsformule volgt:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{G2t(h + \frac{3}{4}t)}{G(bh - (b - 2t)(h - 2t))} = 1,09$$

Uit Ansys volgt met behulp van de rekenmethode uit 5.2:

$$GA_{sh} = 224 \text{E}06$$

Hieruit volgt:

$$\frac{GA_{sh}}{GA} = \frac{224 \text{E}06}{G \times 100 \times 25} = 1,11$$

Het verschil tussen de benaderingsformule en de uitkomst van Ansys bedraagt slechts 1,8%.

6 Schuifspanning

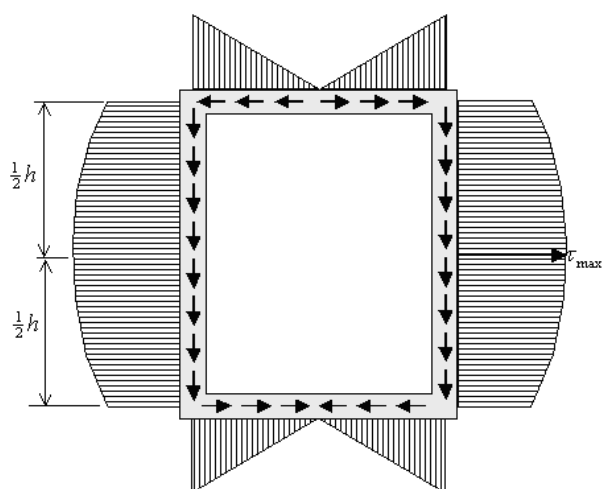
6.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zal achtereenvolgens worden gegeven; de rekenmethode voor het bepalen van de schuifspanning, een verwachting van de uitkomsten, de door Ansys berekende uitkomsten, een vergelijking met de benaderingsformules, een conclusie met een eventuele verbetering op de benaderingsformules.

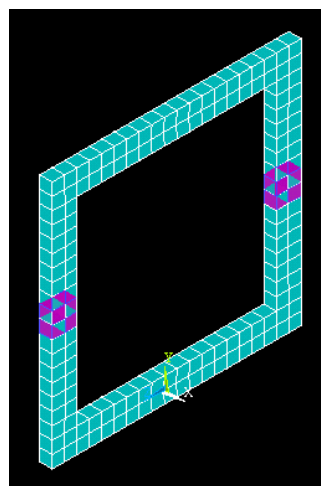
6.2 Rekenmethode

Ook hier wordt een plak uit het midden van de koker beschouwd. Spanningen in de xy-richting worden dan enkel veroorzaakt door de dwarskracht.

In figuur 6.1a is te zien hoe volgens de theorie de schuifspanningen zullen verlopen⁴. De maximale schuifspanning zal in de wanden op halve hoogte optreden. Uit Ansys kan direct de maximale schuifspanning $\tau_{xy, max}$ worden gehaald. Hiertoe worden de elementen geselecteerd welke zich op halve hoogte in de zijwand bevinden (zie figuur 6.1b).



Figuur 6.1 a) theoretische schuifspanningverdeling.



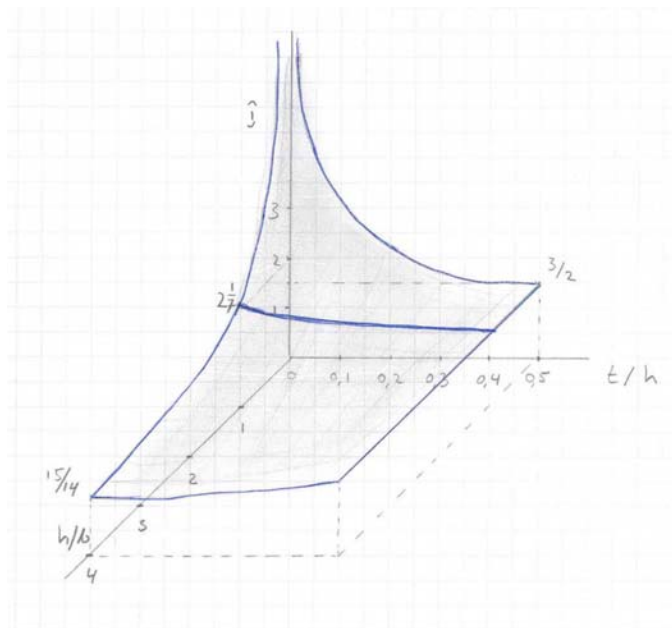
b) selectie van de elementen.

Indien de gehele plak geselecteerd zou worden, geeft Ansys mogelijk de waarde van een plaatselijke spanningsconcentratie. Dit kan bijvoorbeeld t.p.v. een hoek het geval zijn. Gezien de benaderingsformules voor maximale schuifspanning niet gebaseerd zijn op dit soort plaatselijke pieken, worden alleen de elementen volgens figuur 6.1b geselecteerd. Het vergelijken van de pieken met de benaderingsformules zou immers onzinnig zijn.

6.3 Verwachting

De grafiek van figuur 6.2 geeft de verwachting van de relatieve maximale schuifspanning uitgezet tegen de relatieve wanddikte en de h/b-verhouding. Hierbij is aangenomen dat de benaderingsformules kloppen in de limieten (oneindig dunne doorsnede en volledig massieve doorsnede).

⁴ Toegepaste mechanica deel 2, C. Hartsuijker, 2000



Figuur 6.2: grafiek relatieve afschuifstijfheid vs. relatieve wanddikte en h/b-verhouding.

1. Relatieve schuifspanning vs. relatieve wanddikte:

Bij een hoogte-breedte verhouding van 1 (donkere curve in figuur 6.2) geldt nabij de oorsprong de benaderingsformule $\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$. Voor de relatieve schuifspanning geldt dan:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{\frac{15}{14} \frac{V}{2th}}{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))} \approx \frac{15}{14} \frac{V4t}{V2t} = 2 \frac{1}{7}$$

Nabij $t/b=0,5$ geldt de benaderingsformule $\frac{3}{2} \frac{V}{A}$. Voor de relatieve schuifspanning geldt dan:

$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{\frac{3}{2} \frac{V}{A}}{V/A} = \frac{3}{2}$$

2. Relatieve schuifspanning vs. h/b-verhouding:

Verwacht wordt dat nabij de oorsprong bij een dunwandige doorsnede (waar de benaderingsformule $\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$ geldt) de waarde van de relatieve schuifspanning naar oneindig zal gaan:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{\frac{15}{14} \frac{V}{2th}}{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))} \approx \frac{\frac{15}{14} \frac{V}{2th}}{V/(bh + b2t)} \approx \frac{15}{14} \frac{V2tb}{V2th} = \infty$$

Waar h/b naar oneindig gaat, geldt:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{\frac{15}{14} \frac{V}{2th}}{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))} \approx \frac{15}{14} \frac{V2th}{V2th} = \frac{15}{14}$$

6.4 Resultaten

In Excel zijn de uitkomsten van Ansys voor de schuifspanningen van alle kokers opgenomen.

6.4.1 Excel sheet kokers met variërende wanddikte

	koker2,5	koker5	koker10	Koker15	koker20
t/b	0,03	0,05	0,10	0,15	0,20
$\tau_{xy, \max}$	6,96E-01	3,58E-01	1,89E-01	1,33E-01	1,05E-01
V/A	3,08E-01	1,58E-01	8,33E-02	5,88E-02	4,69E-02
15/14 V/2th	6,43E-01	3,21E-01	1,61E-01	1,07E-01	8,04E-02
3/2 V/A	4,62E-01	2,37E-01	1,25E-01	8,82E-02	7,03E-02
% V/A	126,3	126,5	126,9	126,5	123,8
% 15/14 V/2th	8,3	11,3	17,7	24,3	30,6
% 3/2 V/A	50,9	51,0	51,3	51,0	49,2
$\tau_{xy, \max}/ V/A$	2,26	2,27	2,27	2,26	2,24
15/14 V/2th/ V/A	2,09	2,04	1,93	1,82	1,71
3/2 V/A/ V/A	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50

	koker25	koker30	koker40	koker50
t/b	0,25	0,30	0,40	0,50
$\tau_{xy, \max}$	8,69E-02	7,36E-02	5,57E-02	5,09E-02
V/A	4,00E-02	3,57E-02	3,13E-02	3,00E-02
15/14 V/2th	6,43E-02	5,36E-02	4,02E-02	3,21E-02
3/2 V/A	6,00E-02	5,36E-02	4,69E-02	4,50E-02
% V/A	117,2	106,2	78,4	69,5
% 15/14 V/2th	35,1	37,5	38,7	58,2
% 3/2 V/A	44,8	37,5	18,9	13,0
$\tau_{xy, \max}/ V/A$	2,17	2,06	1,78	1,70
15/14 V/2th/ V/A	1,61	1,50	1,29	1,07
3/2 V/A/ V/A	1,50	1,50	1,50	1,50

Tabel 6.1: Excel output van verschillende t/b bij h/b=1.

6.4.2 Excel sheet kokers met variërende h/b-verhouding

	koker50/100	koker100/100	koker100/50	koker100/30	koker100/25
h/b	0,5	1	2	3,333	4
$\tau_{xy, \max}$	2,02E-01	1,89E-01	2,02E-01	2,15E-01	2,20E-01
V/A	5,77E-02	8,33E-02	1,15E-01	1,36E-01	1,43E-01
15/14 V/2th	1,61E-01	1,61E-01	1,61E-01	1,61E-01	1,61E-01
3/2 V/A	8,65E-02	1,25E-01	1,73E-01	2,05E-01	2,14E-01
% V/A	249,7	126,9	75,2	57,4	53,7
% 15/14 V/2th	25,5	17,7	25,8	33,6	36,6
% 3/2 V/A	133,1	51,3	16,8	5,0	2,4
$\tau_{xy, \max}/ V/A$	3,50	2,27	1,75	1,57	1,54
15/14 V/2th/ V/A	2,79	1,93	1,39	1,18	1,13
3/2 V/A/ V/A	1,50	1,50	1,50	1,50	1,50

Tabel 6.2: Excel output van verschillende h/b bij t/b=0,1.

De rijen die beginnen met "%" geven het relatieve verschil aan tussen de berekende waarden en de benaderingsformules; V/A, 15/14 V/2th, 3/2 V/A.

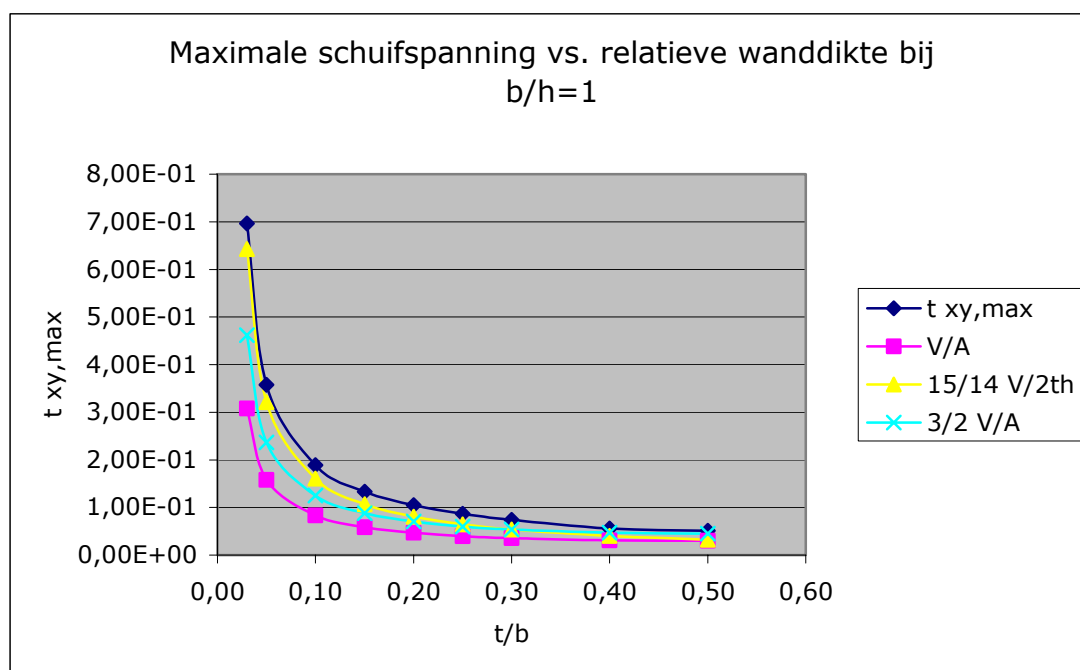
6.5 Vergelijking met de benaderingsformules

In deze paragraaf zullen de resultaten uit paragraaf 6.4 worden verklaard en toegelicht met behulp van grafieken.

6.5.1 schuifspanning vs. wanddikte

Figuur 6.2 geeft de grafiek van de schuifspanning van de kokers uit tabel 6.1. Hierin is:

- V/A : de gemiddelde schuifspanning op een profiel.
- $15/14 V/2th$: de maximale schuifspanning volgens de benaderingsformule van rechthoekige kokers.
- $3/2 V/A$: de maximale schuifspanning volgens de benaderingsformule van massieve doorsneden.
- $\tau_{xy, max}$: de maximale schuifspanning volgens Ansys.



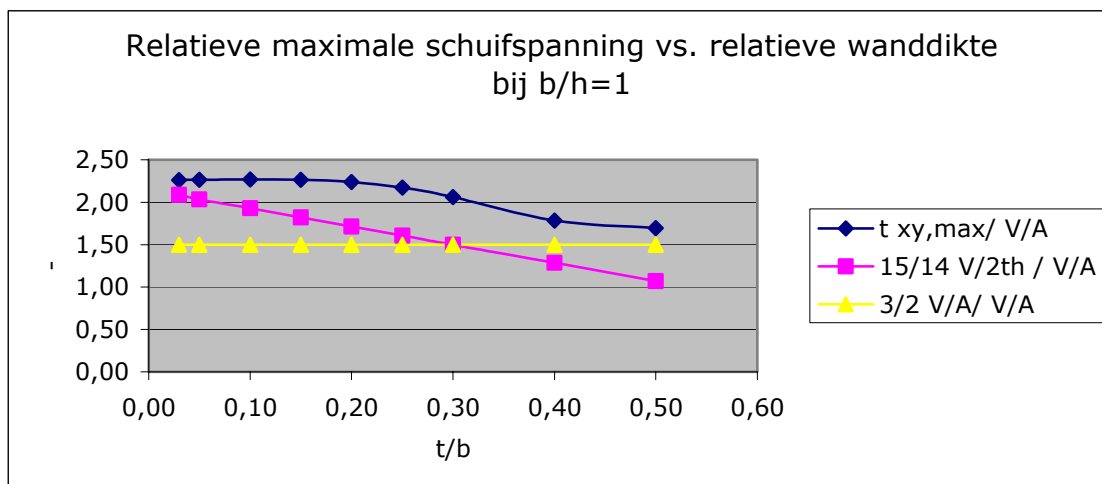
Figuur 6.3: schuifspanning vs. relatieve wanddikte.

Figuur 6.2 laat duidelijk zien dat Ansys de grootste waarde voor de maximale schuifspanning geeft. Bij lage relatieve wanddikte wordt $\tau_{xy, max}$ benaderd door $\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$. Vanaf $t/b=0,2$ wordt onduidelijk welke formule de beste benadering van $\tau_{xy, max}$ geeft.

6.5.2 Relatieve schuifspanning vs. wanddikte

De onderste 3 rijen van tabel 6.1 geven de relatieve schuifspanning van respectievelijk de schuifspanning volgens Ansys, de schuifspanning met de benaderingsformule $\tau_{xy, max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$ (dunwandige kokers) en de benaderingsformule $\tau_{xy, max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$ (massieve doorsnede).

In figuur 6.4 zijn deze drie lijnen te zien.



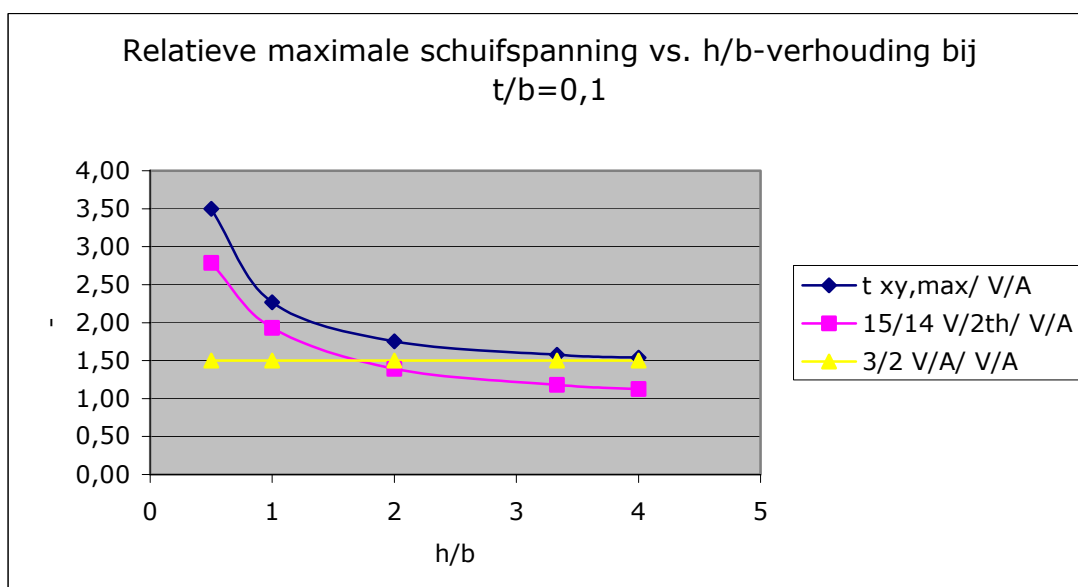
Figuur 6.4: grafiek relatieve schuifspanning vs. relatieve wanddikte.

Figuur 6.4 geeft een duidelijker beeld van het verschil tussen de door Ansys berekende waarden en de benaderingsformules. Uit deze figuur kan geconcludeerd worden dat vanaf $t/b=0,3$ de formule $\frac{3}{2} \frac{V}{A}$ de voorkeur heeft boven de formule $\frac{15}{14} \frac{V}{2th}$. Opvallend is dat de door Ansys berekende waarden hoger uitkomen dan de benaderingsformules.

6.5.3 Relatieve schuifspanning vs. h/b -verhouding

De onderste 3 rijen van tabel 6.2 geven de relatieve schuifspanning van respectievelijk de schuifspanning volgens Ansys, de schuifspanning met de benaderingsformule $\tau_{xy,max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$ (dunwandige kokers) en de benaderingsformule $\tau_{xy,max} = \frac{3}{2} \frac{V}{A}$ (massieve doorsnede).

In figuur 6.5 zijn deze drie lijnen te zien.



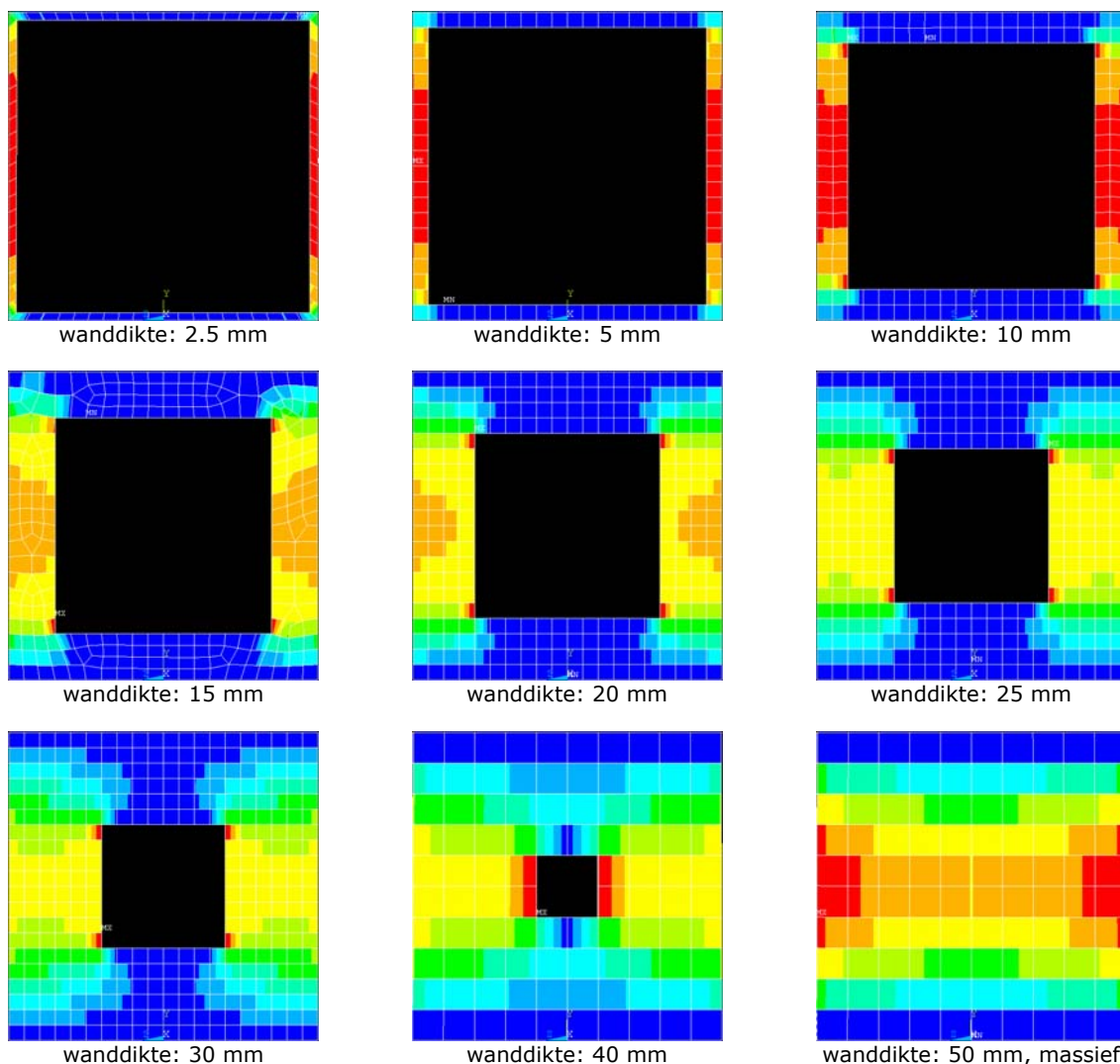
Figuur 6.5: grafiek relatieve schuifspanning vs. h/b -verhouding.

Ook uit deze grafiek kan geconcludeerd worden dat $\tau_{xy, max}$ benaderd kan worden door de benaderingsformule $\tau_{xy, max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$. De maximaal optredende schuifspanning blijkt echter wel hoger dan de benaderingsformule aangeeft.

6.6 Conclusie rekenmethode

Voor de bepaling van de maximale schuifspanning met Ansys zijn, zoals eerder is aangegeven, een beperkt aantal elementen geselecteerd. De reden hiertoe was om te voorkomen dat plaatselijke concentraties (bijvoorbeeld bij hoeken) vergeleken zouden worden met de benaderingsformules.

Onderstaande figuur laat zien dat bij toenemende wanddikte inderdaad spanningsconcentraties t.p.v. de binnenhoeken ontstaan.

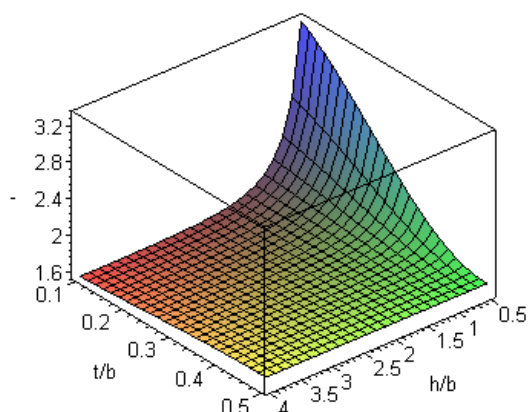


Figuur 6.6: spanningsconcentraties in hoeken bij toenemende wanddikte.

6.7 Conclusie benaderingsformules

De vorige paragrafen hebben uitgewezen dat de maximale schuifspanning volgens Ansys groter is dan de benaderingsformules aangeven. Er is een formule opgesteld welke de resultaten van Ansys beter beschrijft dan de huidige benaderingsformules.

Onderstaande grafiek laat het vlak zien wat gebaseerd is op de uitkomsten van Ansys voor $\tau_{xy, max}$.



Figuur 6.7: grafiek van de uitkomsten van Ansys.

De functie die het vlak van figuur 6.7 beschrijft, is bepaald met behulp van curvefitting in de twee richtingen:

1. $\frac{\tau_{xy, max}}{V/A}$ vs. t/b :

Ansys liet in deze richting een s-vorm zien. Er is verondersteld dat deze s-vorm beschreven kan worden met een cosinus-functie.

2. $\frac{\tau_{xy, max}}{V/A}$ vs. h/b :

Ansys liet in deze richting een hyperbool zien. Met behulp van Maple is het functievoorschrift van deze hyperbool bepaald. In bijlage D is het Maple-programma opgenomen waarmee deze functie is bepaald.

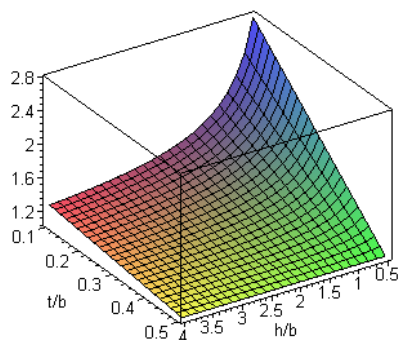
Hiermee wordt de formule voor de relatieve maximale schuifspanning:

$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{13}{8} - \frac{4b}{25h} + \frac{8b^2}{25h^2} + \left[-\frac{9}{200} - \frac{4b}{25h} + \frac{8b^2}{25h^2} \right] \cos \left[\frac{2tn}{b} \right]$$

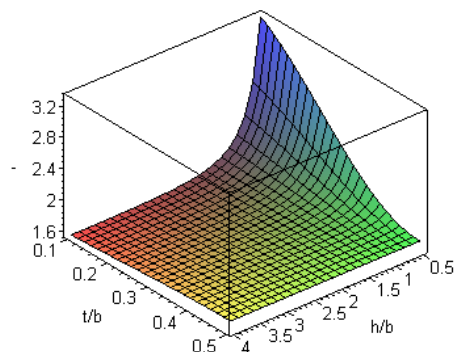
$$\text{voor } \frac{1}{10} < \frac{t}{b} \leq \frac{1}{2} \text{ en } \frac{1}{2} < \frac{h}{b} \leq 4$$

Bijlage E geeft het volledige Maple-programma wat deze functie beschrijft.

Net als de nieuwe formule voor de relatieve afschuifstijfheid is de nieuwe formule voor de relatieve schuifspanning redelijk complex vergeleken de benaderingsformules. Figuur 6.8 vergelijkt de huidige benaderingsformule met de formule bepaald uit Ansys. Te zien is dat de grafieken qua vorm redelijk overeenkomen.



Figuur 6.8 a) grafiek van benaderingsformules.



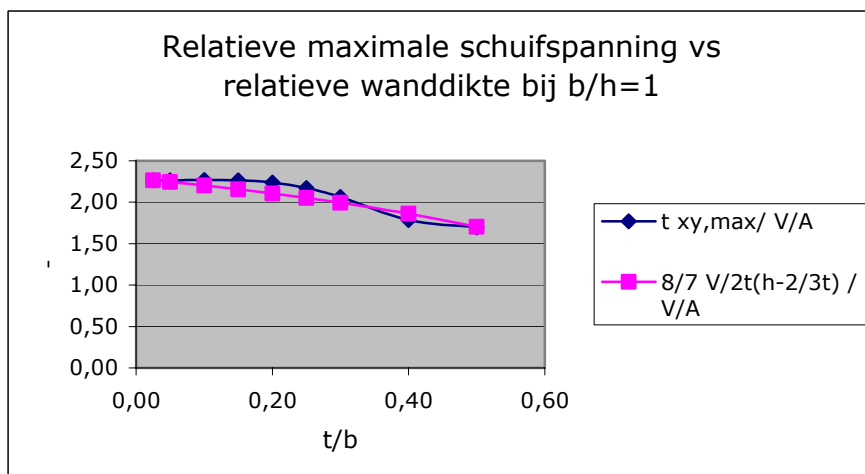
b) grafiek van uitkomsten Ansys.

Ook hier zal worden geprobeerd de huidige benaderingsformules aan te passen zodat de uitkomsten van Ansys beter worden benaderd.

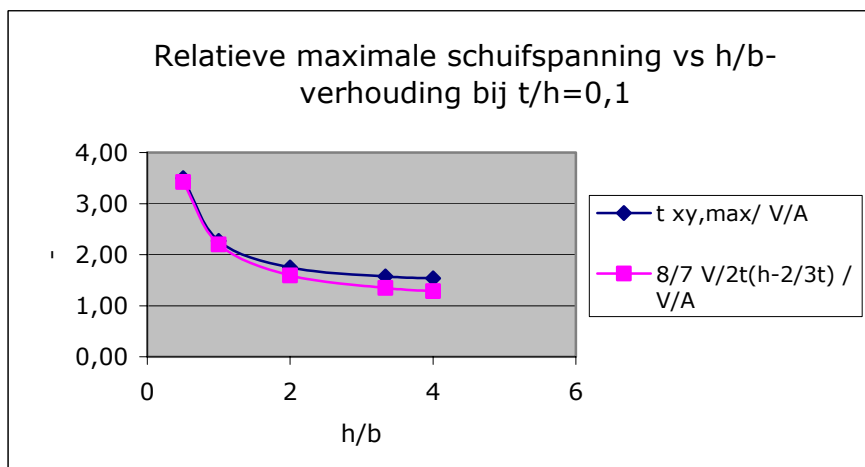
Huidige formule : $\tau_{xy, max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$

Voorstel : $\tau_{xy, max} = \frac{8}{7} \frac{V}{2t(h - \frac{2}{3}t)}$

Onderstaande grafieken laten het voorstel en de uitkomsten van Ansys zien.

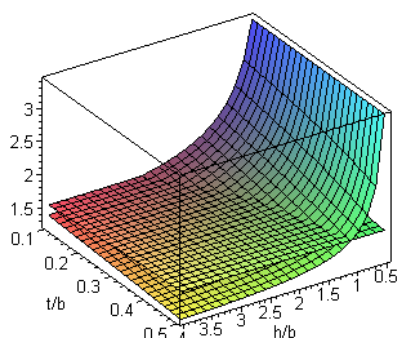


Figuur 6.9: grafiek relatieve maximale schuifspanning vs. relatieve wanddikte.



Figuur 6.10: grafiek relatieve maximale schuifspanning vs. h/b-verhouding.

Te zien is dat de aangepaste formule de resultaten van Ansys goed benadert. Onderstaande figuur laat echter zien dat de formule bij massieve doorsneden onwaarschijnlijk hoge waarden geeft.



Figuur 6.11: aanpassing huidige benaderingsformule en Ansys.

Een andere aanpassing van de huidige benaderingsformules wordt voorgesteld.

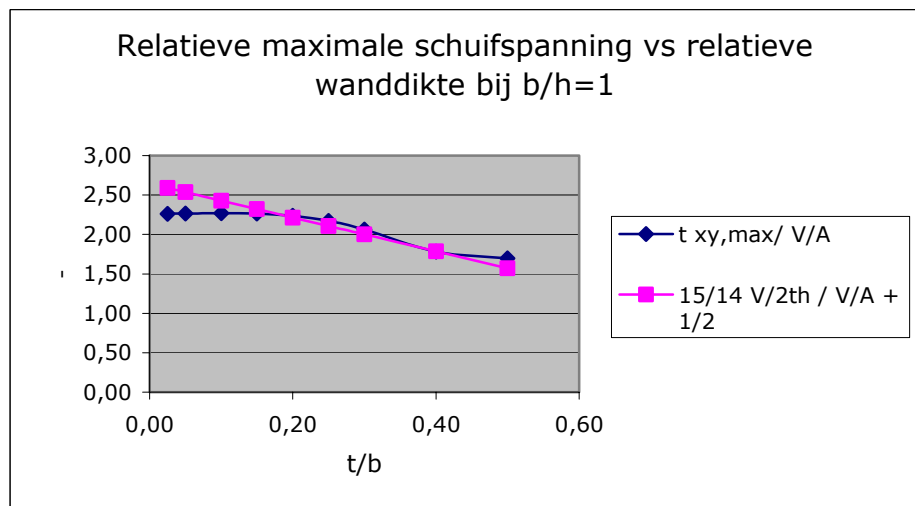
Voorstel:

$$(1) \quad \frac{\tau_{xy, \max}}{V/A} = \frac{15}{14} \frac{V(bh - (b - 2t)(h - 2t))}{V^2 th} + \frac{1}{2} \quad \text{voor } h < \frac{25b}{3} - \frac{50t}{3}$$

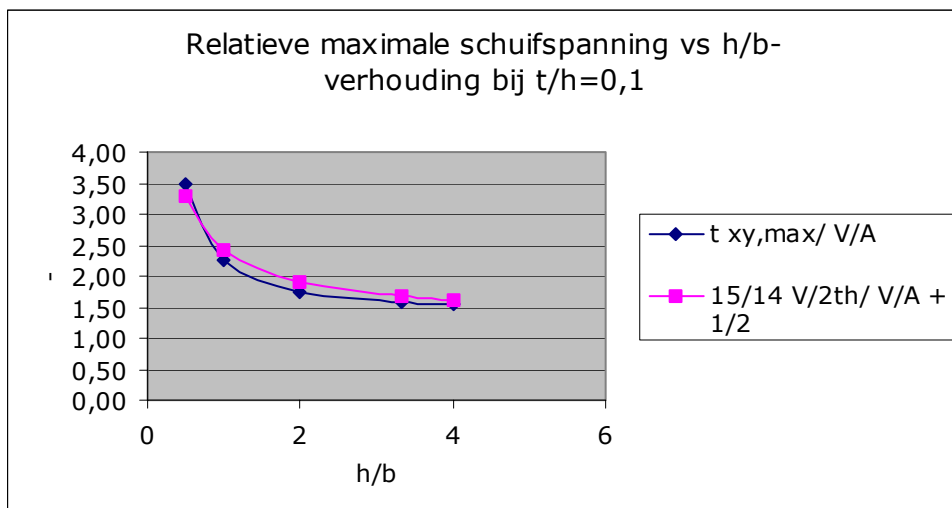
$$(2) \quad \frac{\tau_{xy, \max}}{V/A} = \frac{3}{2} \frac{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))}{V/(bh - (b - 2t)(h - 2t))} + \frac{1}{5} = 1 \frac{7}{10} \quad \text{voor } h > \frac{25b}{3} - \frac{50t}{3}$$

De functie $h = \frac{25b}{3} - \frac{50t}{3}$ is de lijn waar de 2 benaderingsformules elkaar snijden.

Figuren 6.12 en 6.13 laten het voorstel en de resultaten van Ansys voor de relatieve maximale schuifspanning zien.

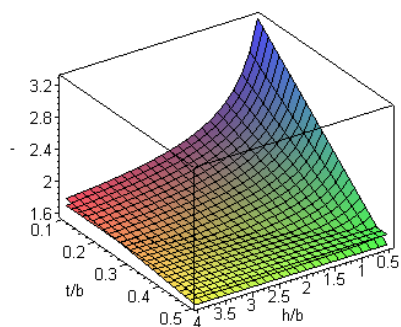


Figuur 6.12: grafiek relatieve maximale schuifspanning vs. relatieve wanddikte.

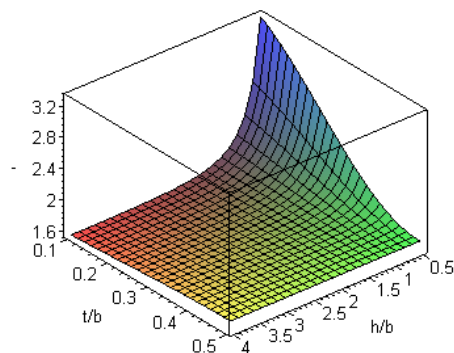


Figuur 6.13: grafiek relatieve maximale schuifspanning vs. h/b-verhouding.

Figuur 6.14 laat de grafiek van de nieuwe formule voor de relatieve maximale schuifspanning zien en de grafiek van Ansys.



Figuur 6.14 a) grafiek van het voorstel.



b) grafiek van uitkomsten Ansys.

Het eerste voorstel bleek op de getoetste kokers beter van toepassing te zijn (vergelijk figuur 6.9 en 6.10 met 6.12 en 6.13). De functie bleek echter niet op alle doorsnedevormen van toepassing. Het tweede voorstel blijkt wel over alle doorsnedevormen de grafiek van Ansys te volgen.

6.8 Controlemodel

Ook voor de maximale schuifspanning zal met behulp van een controlemodel worden vastgesteld of de nieuwe benaderingsformules correct zijn. Gekozen wordt voor een model met $t/b=0,5$ en $h/b=4$.

Kies bijvoorbeeld $t=12,5$, $b=25$ en $h=100$

Er volgt $h > \frac{25 \times 25}{3} - \frac{50 \times 12,5}{3} = 0$ zodat benaderingsformule (2) gebruikt moet worden.

Uit benaderingsformule (2) van voorstel 2 volgt:

$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = 1,7$$

Uit Ansys volgt:

$$\tau_{xy, max} = 0,18108$$

Hieruit volgt:

$$\frac{\tau_{xy, max}}{V/A} = \frac{0,18108}{300/(100 \times 25)} = 1,51$$

Het verschil tussen de benaderingsformule en de uitkomst van Ansys bedraagt 12,7%. Tabel 6.1 laat echter zien dat de huidige benaderingsformules over het algemeen nog grotere verschillen vertonen met de realiteit.

Aanbevelingen

Voor het controleren en opstellen van benaderingsformules zijn 13 kokers onderzocht. De invloed van de h/b-verhouding is in dit onderzoek enkel bij een wanddikte van $t/b=0,1$ onderzocht. De invloed van de relatieve wanddikte is enkel bij $h/b=1$ onderzocht. Om een goed beeld te krijgen van zowel de invloed van de relatieve wanddikte als de h/b-verhouding zijn meer resultaten nodig.

Bij de kokers zijn geen afrondingsstralen aangebracht. Er wordt aanbevolen de invloed van de afrondingsstralen te onderzoeken.

Literatuurlijst

1. Van der Meer, J.M., "Afschuifstijfheid van liggers en kolommen", rapport B.Sc.-eindwerk, Technische Universiteit Delft, Faculteit Civiele Techniek, Juni 2003.
2. Spaan, R., "Afschuifstijfheid en maximale schuifspanning van ronde doorsneden", rapport B.Sc.-eindwerk, Technische Universiteit Delft, Faculteit Civiele Techniek, November 2003.
3. Bouma, A.L., "Elastostatica van slanke structuren", VSSD Delft University Press, 2000.
4. Hartsuiker, C., "Toegepaste mechanica deel 2", Academic service, Schoonhoven, 2000.
5. Hoogenboom, P.C.J. en Spaan, R., "Shear Stiffness and Maximum Shear Stress of Tubular Members", 15th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Seoul, Juni 2005.

Evaluatie

Een groot deel van het onderzoek is besteed aan het werken met het eindige elementen programma Ansys. Dit is ook de voornaamste reden dat ik gekozen heb voor het onderwerp "afschuifstijfheid van rechthoekige kokerprofielen". Doordat het programma zeer uitgebreid is, heb ik vooral de eerste twee weken veel tijd besteed aan het verkennen van Ansys. Uiteindelijk ging het modelleren vrij vlot en heb ik besloten het onderzoek van 7 modellen naar 13 modellen uit te breiden. Later is gebleken dat dit aantal nog niet voldoende is om een goed beeld te krijgen van zowel de invloed van de wanddikte als de invloed van de hoogte-breedte verhouding.

Twee weken voor de inleverdatum wilde Ansys geen berekeningen van de "grotere" modellen meer uitvoeren. Dit is opgelost maar hierdoor liep mijn onderzoek enige vertraging op. Aanvankelijk wilde ik de nieuwe benaderingsformules toetsen aan een aantal controlemodellen. Door tijdgebrek zijn de resultaten met slechts één controlemodel vergeleken.

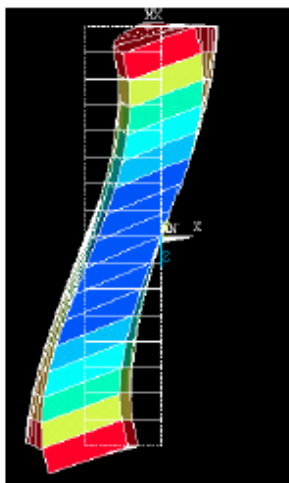
Het onderzoek in zijn totaliteit heeft mij zeer geboeid. Met name bij de bepaling van de maximale schuifspanning kwamen voor mij verrassende resultaten naar voren.

Een nadeel van het onderzoek vond ik dat het voor de volledige 100% achter een computer plaatsvond.

Bijlage A: Originele opdracht

Afschuifstijfheid van rechthoekige kokerprofielen

Toelichting



Schuifvervorming van een plak uit een rechthoekige ligger
J.M. van der Meer, B.Sc. rapport 2003

Afschuifvervorming van liggers en kolommen kan een aanzienlijke invloed hebben op de krachtsverdeling in een raamwerk. Met name wanneer korte elementen in een constructie voorkomen is dit het geval. Daarom kunnen veel raamwerkprogramma's afschuifvervorming in rekening brengen. De constructeur moet daartoe de afschuifstijfheden van de elementen invoeren.

In een recent B.Sc. project vonden we dat de afschuifstijfheid van rechthoekige doorsneden 17% groter is dan wordt berekend met de gebruikelijke benaderingsformules. Daarom willen we ook de afschuifstijfheid van andere doorsnede-vormen controleren.

Voor rechthoekige kokerprofielen wordt de volgende formule gebruikt voor de afschuifstijfheid.

$$GA_d = G2ht$$

Hierin is G de glijdingsmodulus, h de hoogte van de doorsnede en t de wanddikte.

De formule voor de grootste schuifspanning is

$$\tau_{\max} = \frac{15}{14} \frac{V}{2th}$$

Hierin is V de dwarskracht.

Opdracht

In dit project zullen de afschuifstijfheid en de extreme schuifspanning van verschillende rechthoekige kokers nauwkeurig worden berekend. Hiertoe zullen lineair-elastische berekeningen worden gemaakt met het **eindige-elementenprogramma ANSYS**. Het elementenmodel zal bestaan uit volume-elementen. De resultaten zullen worden vergeleken met de benaderingsformules. Zonodig zullen verbeteringen aan deze formules worden voorgesteld.

Secities

Constructiemechanica en Staalconstructies

Nadere info

dr.ir. P.C.J. Hoogenboom	kamer 5.24	tel. 015 278 8081
	p.hoogenboom@citg.tudelft.nl	
ir. R. Abspoel	kamer 4.28	tel. 015 278 5358
	r.abspoel@citg.tudelft.nl	

Bijlage B: Curvefit voor afschuifstijfheid

> **restart:**

> **P:=C1+C2*h+C3*h^2;**

> **Pa:=diff(P,h);**

$$P := C1 + C2 h + C3 h^2$$

$$Pa := C2 + 2 C3 h$$

> **h:=1: eq1:=1/2=simplify(P);**

$$eq1 := \frac{1}{2} = C1 + C2 + C3$$

> **h:=4: eq2:=11/10=simplify(P);**

$$eq2 := \frac{11}{10} = C1 + 4 C2 + 16 C3$$

> **h:=4: eq3:=0=simplify(Pa); h:='h':**

$$eq3 := 0 = C2 + 8 C3$$

> **solve({eq1,eq2,eq3},{C1,C2,C3});**

$$\{ C3 = \frac{-1}{15}, C1 = \frac{1}{30}, C2 = \frac{8}{15} \}$$

> **C3:= -1/15: C1:= 1/30: C2:= 8/15:**

> **P:=C1+C2*h+C3*h^2;**

$$P := \frac{1}{30} + \frac{8}{15} h - \frac{1}{15} h^2$$

Bijlage C: Functie afschuifstijfheid

> **restart:**

> **c:=(1/30)+(8/15)*(h)-(1/15)*(h)^2;**

$$c := \frac{1}{30} + \frac{8}{15}h - \frac{1}{15}h^2$$

> **a:=((11/10)-c)/2;**

$$a := \frac{8}{15} - \frac{4}{15}h + \frac{1}{30}h^2$$

> **p:=(c+a)-a*(cos(t*2*Pi));**

$$p := \frac{17}{30} + \frac{4}{15}h - \frac{h^2}{30} - \left(\frac{8}{15} - \frac{4}{15}h + \frac{1}{30}h^2 \right) \cos(2t\pi)$$

Bijlage D: Curvefit voor schuifspanning

> **restart:**

> **P:=C1+C2/h+C3/(h^2);**

> **Pa:=diff(P,h);**

$$P := C1 + \frac{C2}{h} + \frac{C3}{h^2}$$

$$Pa := -\frac{C2}{h^2} - \frac{2 C3}{h^3}$$

> **h:=1/2: eq1:=350/100=simplify(P);**

$$eq1 := \frac{7}{2} = C1 + 2 C2 + 4 C3$$

> **h:=4: eq2:=154/100=simplify(P);**

$$eq2 := \frac{77}{50} = C1 + \frac{C2}{4} + \frac{C3}{16}$$

> **h:=4: eq3:=0=simplify(Pa); h:='h':**

$$eq3 := 0 = -\frac{C2}{16} - \frac{C3}{32}$$

> **solve({eq1,eq2,eq3},{C1,C2,C3});**

$$\{ C2 = \frac{-8}{25}, C1 = \frac{79}{50}, C3 = \frac{16}{25} \}$$

> **C3:= 16/25: C1:=79/50: C2:=-8/25:**

> **P:=C1+C2/h+C3/(h^2);**

$$P := \frac{79}{50} - \frac{8}{25 h} + \frac{16}{25 h^2}$$

Bijlage E: Functie maximale schuifspanning

> **restart:**

> **c:= 79/50-8/25/h+16/25/h^2;**

$$c := \frac{79}{50} - \frac{8}{25 h} + \frac{16}{25 h^2}$$

> **a:=(c-167/100)/2;**

$$a := -\frac{9}{200} - \frac{4}{25 h} + \frac{8}{25 h^2}$$

> **p:=(c-a)+a*cos(2*t*Pi);**

$$p := \frac{13}{8} - \frac{4}{25 h} + \frac{8}{25 h^2} + \left(-\frac{9}{200} - \frac{4}{25 h} + \frac{8}{25 h^2} \right) \cos(2 t \pi)$$