Bezwijken van een betonnen kolom nabij een oplegging

Modelleren van de capaciteit van de kolom met betrekking tot de randafstand en de oplegdruk

Linda Dupain 4560582

17 juni 2019

Technische Universiteit Delft

TU Delft

Inhoudsopgave

1 Inleiding

Bij de bouw van een gebouw wordt het oplegmateriaal tussen bijvoorbeeld een balk en een kolom nogal eens dichtbij de rand van de kolom geplaatst. Door de benodigde betondekking en de boogstraal van de wapening kan het voorkomen dat het oplegmateriaal boven een ongewapend deel van de kolom ligt. Mocht er daar een scheur ontstaan dan is er geen wapening om de krachten op te kunnen nemen, met als gevolg dat een hoek van de kolom losscheurt, ook wel afspatten of afboeren genoemd. Dit kunnen dusdanig grote stukken zijn dat de wapening vrij komt te leggen, waardoor deze gevoeliger is voor corrosie. Het is daarom belangrijk om afboeren te voorkomen.
Er zijn enkele onderzoeken gedaan naar het afboergedrag van een kolom, waarvan twee in de context van een bachelor eindwerk. Het ene onderzoek [1] gebruikt een eindige differentie methode en vond dat de resultaten sterk varieerden met de elementgrootte, waardoor het model alleen gebruikt kan worden voor relatieve spanningsverschillen en niet voor de berekening van de capaciteit van het beton. Een ander onderzoek [7] heeft een simpel model opgesteld op basis van de evenwichtsvergelijkingen. De invloed van diverse parameters is onderzocht, maar er is geen uitvoerig onderzoek gedaan naar de invloed van deze parameters ten opzichte van de capaciteit van de kolom, waardoor er meer onderzoek nodig is om met adviezen voor de randafstanden te komen.

Dit verslag zal voortbouwen op het bachelor eindwerk met het op evenwichtsvergelijkingen gebaseerde model. Het doel is om adviezen te kunnen geven over de toelaatbare oplegdrukken en randafstanden van het oplegmateriaal opdat er geen afboeren optreedt. Om dit te bereiken is er met Python een parameterstudie uitgevoerd en wordt er antwoord gegeven op de volgende deelvragen:

1. Wat zijn de huidige normen ten aanzien van de toelaatbare oplegdrukken en randafstanden?
2. Welk simpel model kan er gebruikt worden om de spanningen te beschrijven en op welke aannames is dit model gebaseerd?
3. Wat is de capaciteit van de kolom en hoe wordt deze beïnvloed door de diverse parameters?
4. Bij welke randafstanden en oplegdrukken wordt de capaciteit van de kolom niet overschreden?

Dit rapport zal beginnen met een vergelijking van de ontwerpvoorschriften rondom de randafstanden en oplegdrukken volgens verschillende normen. Daarop volgt een beschrijving van het gebruikte model en de aannames die zijn gedaan om tot dit model te komen. In hoofdstuk 4 wordt de invloed van de diverse parameters op de spanningscombinaties onderzocht en wordt een koppeling gemaakt naar de capaciteit van de kolom. Hoofdstuk 5 bouwt voort op de parameterstudie door combinaties van parameters te onderzoeken waarbij de capaciteit van het beton niet overschreden wordt. In de conclusie wordt de hoofdvraag beantwoord en worden de gevonden resultaten in hoofdstuk 5 vergeleken met de normen in hoofdstuk 2.

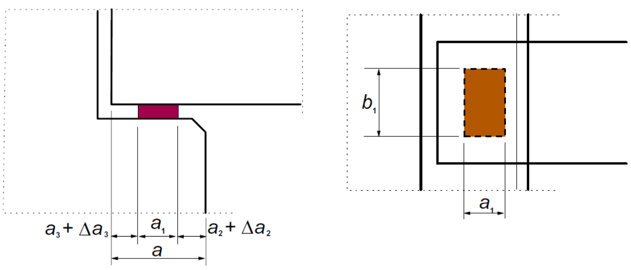
2
Normen

Door de jaren heen zijn er diverse normen opgesteld rondom het ontwerp en de berekeningen van een betonconstructie. In dit hoofdstuk zullen de ontwerpregels voor de oplegdruk en de randafstand volgens verschillende normen beschreven worden. Hierbij zal niet alleen gekeken worden naar Eurocode 2 (EN 1992), maar ook naar de norm volgens het American Concrete Institute (ACI 318) en gedateerdere normen als de British Standard (BS 8110) en de Voorschriften Beton Constructieve eisen en rekenmethoden (VBC 1990). Als laatste zullen de normen met elkaar vergeleken worden.

2.1. Eurocode 2

De huidige norm die in Nederland geldt en over het ontwerp en de berekening van betonconstructies gaat, is Eurocode 2. In het deel dat over de algemene regels gaat (NEN-EN 1992-1-1) wordt de benodigde afstanden van een oplegging beschreven. Er wordt hierbij onderscheid gemaakt in niet-geïsoleerde en geïsoleerde constructieonderdelen, wat inhoudt of een constructieonderdeel niet dan wel als een opzichzelfstaand onderdeel gezien kan worden.
Volgens NEN-EN 1992-1-1 moet de nominale lengte van de oplegging a (zie figuur 2.1) voor niet-geïsoleerde elementen berekend worden met formule 2.1.

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + \sqrt{\Delta a_2^2 + \Delta a_3^2} \tag{2.1}$$



Figuur 2.1: Definities van diverse afstanden van een oplegging [3]

In deze formule staat a_2 voor de ineffectieve afstand tussen de oplegging en de rand van de kolom. De waarde van a_2 staat aangegeven in NEN-EN 1992-1-1 tabel 10.3 (zie tabel 2.1). In deze tabel wordt onderscheid gemaakt naar het materiaal van het ondersteunende element en de grootte en aard van de oplegdruk.
Met de term Δa_2 worden onnauwkeurigheden in deze ineffectieve afstand verrekend.
Zolang er geen specificaties zijn die anders aangeven, kan volgens Eurocode 2 de volgende waarden voor de sterkte van de oplegging gebruikt worden:

- $f_{Rd} = 0,4 f_{cd}$ voor "dry connections", oftewel zonder oplegmateriaal

Tabel 2.1: Waarde van afstand a_2 volgens Eurocode 2 [3]

Support material and type	σ_{Ed}/f_{cd}	≤0,15	0,15-0,4	>0,4
Steel	line	0	0	10
	concentrated	5	10	15
Reinforced concrete ≥C30	line	5	10	15
	concentrated	10	15	25
Plain concrete and rein. concrete <C30	line	10	15	25
	concentrated	20	25	35
Brickwork	line	10	15	(-)
	concentrated	20	25	(-)

- $f_{Rd} = f_{bed} \leq 0,85 f_{cd}$ voor alle andere opleggingen

Hierin staat f_{cd} voor de kleinste ontwerpwaarde van het ondersteunde en ondersteunende element en f_{bed} voor de ontwerpwaarde van de sterkte van het oplegmateriaal.

In NEN-EN 1994 [4] wordt verder ingegegaan op de berekening van bevestigingsmiddelen, voornamelijk op het gebruik van ”fasteners”. Het gebruik van mortels of andere oplegmaterialen wordt niet beschreven. De code beschrijft diverse bezwijkmechanismen, waarbij ”concrete blow-out failure” het meest op afboeren lijkt. Volgens de code hoeft dit bezwijkmechanisme niet verder getest te worden als aan een bepaalde randafstand, die afhankelijk is van de effectieve hoogte van de ”fastener”, voldaan wordt.

2.2. Voorschriften Beton Constructieve eisen en rekenmethoden

De Voorschriften Beton Constructieve eisen en rekenmethoden (VBC 1990) is een voorloper van de Eurocode en neemt net als de Eurocode een afstand a_2 mee om het effect van afboeren te dekken. Volgens de VBC 1990 is deze afstand te berekenen met formule 2.2. Mocht de berekende afstand $a_2 > 25$ mm zijn, dan moet er een tussenlaag toegepast worden. Verder mag als de draagweg via een aangebrachte tussenlaag loopt volgens de norm $a_2 = 0$ aangenomen worden.

$$a_2 = \frac{F_{rep}}{\frac{1}{2} f'_b a_b} \tag{2.2}$$

Hierin is

- F_{rep} de representatieve waarde van de oplegreactie
- f'_b de kleinste van de ontwerpwaarde van het ondersteunde en ondersteunende element
- a_b de breedte van het oplegoppervlak

De VBC 1990 staat oplegdrukken waarvan de rekenwaarde kleiner zijn dan f'_b toe. Echter, als het ondersteunde element loodrecht belast wordt door een centrische belasting, dan mogen de oplegdrukken niet groter zijn dan de druksterkte volgens formule 2.3.

$$f'_{bo} = f'_b \sqrt{\frac{lb}{a_l a_b}} \tag{2.3}$$

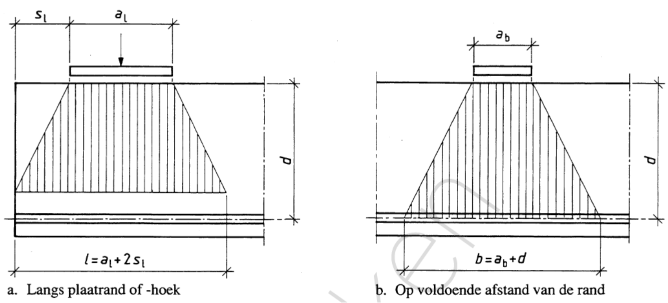
Hierin zijn

- f'_b de kleinste van de ontwerpwaarde van het ondersteunde en ondersteunende element
- a_l de lengte van het oplegoppervlak
- a_b de breedte van het oplegoppervlak
- l en b de kleinste waarde van:

- $l = a_l + 2s_l$
- $l = a_1 + d$
- $l = 5a_l$
- $l = 5b \leq a_l$

- $b = a_b + 2s_b$
- $b = a_b + d$
- $b = 5a_b$
- $b = 5l \leq a_b$

waarbij s_l en s_b de afstand van de oplegging tot de rand in respectievelijk de lengte- en breedterichting zijn (figuur 2.2).



Figuur 2.2: Definities van afstanden onder een geconcentreerde belasting [6]

2.3. British Standard

Net als Eurocode 2 en VBC 1990 neemt de British Standard (BS 8110) een factor voor afboeren in rekening. In BS 8110 tabel 5.1 (zie tabel 2.2) wordt de ineffectieve afstand aangegeven afhankelijk van het materiaal van het ondersteunende element en net als Eurocode 2 brengt deze norm een term voor de onnauwkeurigheid in rekening.
De British Standard maakt voor de toelaatbare oplegdruk onderscheid naar het type oplegging. Zo gelden de volgende maxima voor de ontwerpwaarden van de oplegdrukken:

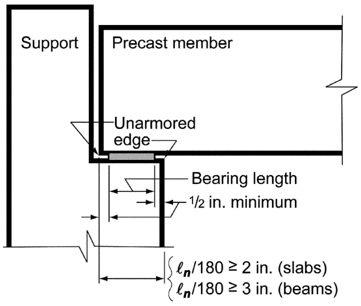
- $0,4f_{cu}$ voor opleggingen zonder oplegmateriaal
- $0,6f_{cu}$ voor opleggingen met oplegmateriaal
- $0,8f_{cu}$ voor een stalen contactplaat die in het beton is gegoten en niet groter is dan 40% van de afmetingen van het beton

Tabel 2.2: Toeslag voor het effect van afboeren volgens British Standard [2]

Material of support	Distance assumed ineffective
Steel	0 mm
Concrete grade 30 or over, plain or reinforced	15 mm
Concrete below grade 30, plan or reinforced	25 mm
Brickwork or masonry	25 mm
Reinforced concrete less than 300 mm deep at outer edge	Not less than nominal cover to reinforcement on outer face of support
Reinforced concrete less than 300 mm deep at outer edge where vertical loop reinforcement exceeds 12 mm diameter	Nominal cover plus inner radius of bend

2.4. American Concrete Institute

De American Concrete Institute (ACI 318) schrijft ook een minimale randafstand voor, maar maakt hierbij geen onderscheid naar het materiaal van het ondersteunende element. Er wordt gesteld dat het oplegmateriaal dat op een ongewapende rand rust ten minste $\frac{1}{2}$ inch ($12,7$ mm) moet zijn, zoals ook te zien is in figuur 2.3. De eis aan de oplegdruk is dat deze niet groter is dan de sterkte van het steunende en het ondersteunende element, waarbij een betonsterkte van $0,85f_c'$ aangehouden wordt.



Figuur 2.3: Eisen aan de afstanden van een oplegging volgens ACI 318 [5]

2.5. Vergelijking van de normen

De British Standard en Eurocode 2 lijken sterk op elkaar. Beide geven ze aan hoeveel afstand er vanaf de rand aangehouden moet worden tot de oplegging op basis van het materiaal van het ondersteunende element. De Eurocode is hierin specifieker, aangezien er ook onderscheid wordt gemaakt op basis van het type oplegging en hoe groot de oplegdruk is. Daarnaast nemen beide normen een term voor de onzekerheid mee.

De VBC 1990 geeft de benodigde toeslag voor afboeren niet aan in een tabel, zoals Eurocode 2 en de British Standard doen, maar berekent deze met een formule aan de hand van de oplegreactie, de sterkte van het ondersteunende element en de afmetingen van de oplegging. Echter, als de berekende afstand te groot is, wordt er voorgeschreven dat er een tussenlaag toegepast moet worden. De VBC 1990 neemt dus vergelijkbare factoren mee als Eurocode 2.

De minst specifieke norm is de ACI 318. Hierin staat dat de benodigde randafstand altijd $\frac{1}{2}$ inch moet zijn. Er wordt geen duidelijk onderscheid gemaakt naar het materiaal van het ondersteunende element en het type oplegging. Daarnaast is de marge die volgens deze code aangehouden moet worden ($\frac{1}{2}$ inch = 12,7 mm) veel kleiner dan de randafstand die de Eurocode en de British Standard voor lage betonsterkten met een geconcentreerde belasting voorschrijven (ongeveer 25 mm).

Overal gezien zijn Eurocode 2 en de VBC 1990 het meest gedetailleerd, aangezien ze rekening houden met de meeste invloedsfactoren. Van deze twee normen neemt Eurocode 2 ook nog een term voor de onnauwkeurigheid van de bepaling in rekening en dus verdient deze norm de voorkeur.

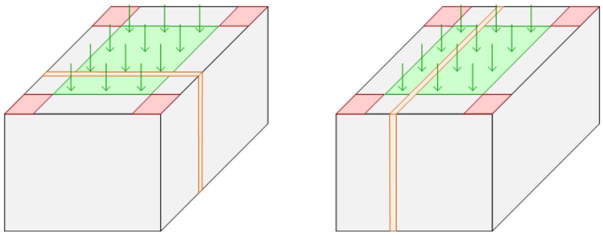
3

Beschrijving van het model en de aannames

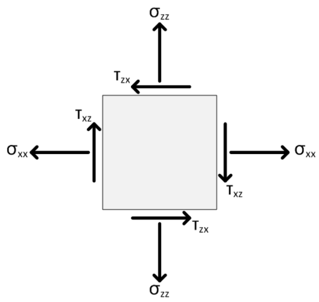
In dit hoofdstuk wordt het model en de aannames die gedaan zijn om tot een simpel model te komen beschreven, waarbij zo veel mogelijk dezelfde uitgangspunten zijn gebruikt zoals die in het voorgaande bachelor eindwerk [7] zijn beschreven. Na het beschrijven van de aannames en de beperkingen van het model, wordt de definitie van de directe en indirecte parameters gegeven. Het hoofdstuk eindigt met een beschrijving van de spanningen die in de scheur optreden.

3.1. Uitgangspunten

Het probleem van afboeren vindt vooral plaats aan de randen van een kolom of console, waar door de benodigde betondekking en boogstraal van de wapening geen wapening zit om de krachten op te nemen. Daarom wordt in het model geen wapening gemodelleerd en wordt het materiaal als puur beton aangenomen.
Een andere aanname is dat de kolom alleen belast wordt met een verdeelde verticale belasting en er geen moment overgedragen wordt. Dit is bijvoorbeeld het geval als de balk die op de kolom steunt vrij is om te roteren.
Verder wordt er aangenomen dat de scheur die ontstaat recht is. In werkelijkheid zal dit niet altijd het geval zijn. Op de plaats waar de capaciteit overschreden wordt, ontstaat een scheurtje. Hierdoor kan er een herverdeling van krachten optreden, waardoor de scheur onder een andere hoek verder gaat. In het model wordt aangenomen dat deze herverdeling niet optreedt en de scheur overal onder dezelfde hoek staat. Daarnaast is beton een inhomogeen materiaal en dus is het denkbaar dat de sterkte lokaal verschilt, wat een kartelige breuk tot gevolg kan hebben. Dit is echter niet te voorspellen en wordt dus niet meegenomen in het model.
In het model wordt de beschouwde kolom opgedeeld in schijven van 1 mm, zodat er een tweedimensionaal model ontstaat. Belangrijk om te realiseren is dat deze schijven niet allemaal op dezelfde manier belast worden. Zo worden de schijven aan de randen niet direct belast door de oplegging, maar worden ze er wel door beïnvloed. In dit geval zou het model toegepast kunnen worden in de andere richting (figuur 3.1). Deze aanpak gaat echter niet op voor de hoeken van de kolom (met rood aangegeven in figuur 3.1). Het model kan dus niet voor alle punten aan de bovenkant van de kolom toegepast worden, wat een beperking is van het gebruik van dit model.
Om tot een spanningsverdeling te komen, wordt aangenomen dat het afboerende stuk beton in evenwicht is. Er wordt dus voldaan aan de drie evenwichtsvergelijkingen: $\sum F_{verticaal} = 0$, $\sum F_{horizontaal} = 0$ en $\sum M = 0$.
In een tweedimensionaal vlak zijn diverse spanningen te definiëren, zoals in figuur 3.2 aangegeven. In het opgestelde model worden de spanningen in de scheur berekend en vergeleken met de sterkte van het beton. Er wordt hierbij gebruik gemaakt van analogie met een balk, waarbij alleen de normaalspanning in één richting en de schuifspanning beschreven worden. Dit houdt in dat aangenomen wordt dat in de scheur geldt $\sigma_{xx} = 0$ N/mm^2, $\sigma_{zz} = \sigma$ en $\tau_{xz} = \tau_{zx} = \tau$. Door deze aannames volstaat het om de optredende spanningen te toetsen aan de hand van de éénassige druk- en treksterkte van beton.



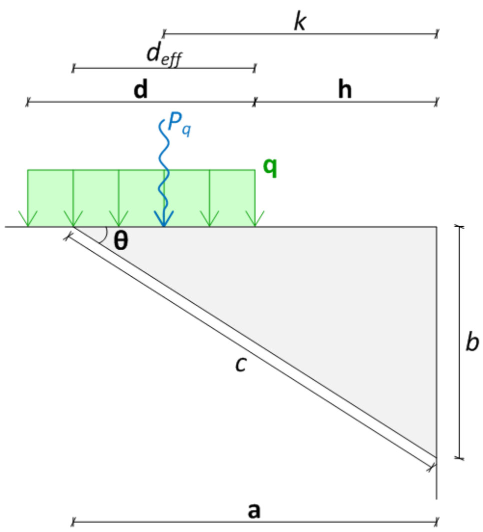
Figuur 3.1: Kolom met de beschouwde schijf (oranje) in het model. De rode hoeken kunnen niet met het opgestelde model beschreven worden.



Figuur 3.2: Spanningen in een tweedimensionaal vlak

3.2. Definitie van de parameters

Als de capaciteit van het beton overschreden wordt, kan er een hoekje afscheuren. In figuur 3.3 is zo een afgescheurd stuk beton afgebeeld en zijn de directe en indirecte parameters van het model aangegeven.



Figuur 3.3: Afgescheurd stuk beton met de definities van de directe (dikgedrukt) en indirecte (schuingedrukt) parameters, zoals die in het model gebruikt worden

De directe parameters zijn:

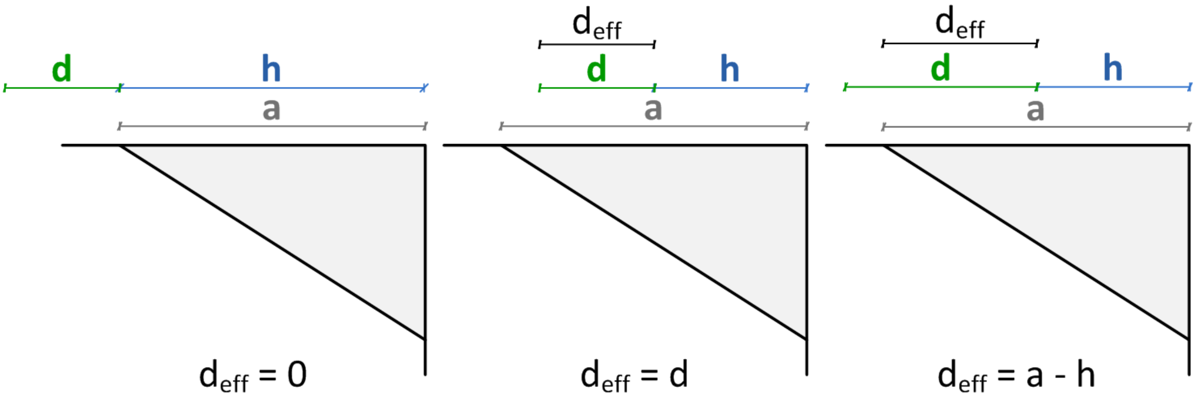
- Scheurafstand a [mm]
- Scheurhoek θ [deg]
- Randafstand h [mm]
- Oplegafstand d [mm]

- Oplegdruk q [N/mm]

De indirecte parameters, oftewel de parameters die uitgedrukt kunnen worden in de directe parameters, zijn:

- Verticale scheurafstand b [mm] $b = a \cdot \tan(\theta)$
- Scheurlengte c [mm] $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Oplegbelasting P_q [N] $P_q = q \cdot d_{eff}$
- Oplegarm k [mm] $k = h + \frac{1}{2} \cdot d_{eff}$
- Effectieve oplegafstand d_{eff} [mm]
  - Als $h > a$, dan geldt $d_{eff} = 0$
  - Als $h \leq a$ en $d + h < a$, dan geldt $d_{eff} = d$
  - Als $h \leq a$ en $d + h \geq a$, dan geldt $d_{eff} = a - h$

De verschillende situaties met betrekking tot de effectieve oplegafstand d_{eff} zijn ook weergegeven in figuur 3.4.



Figuur 3.4: De effectieve oplegafstand d_{eff} bij verschillende waarden voor randafstand h en oplegafstand d

3.3. Evenwicht van het afscheurende stuk beton

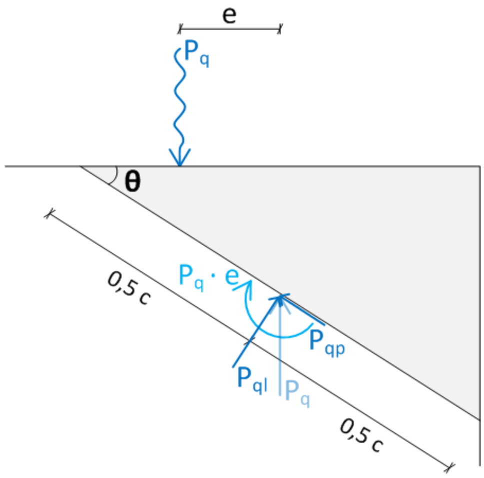
Om de capaciteit van de kolom te bepalen, zijn de spanningen in de doorsnede van belang. Verondersteld wordt dat het afboerende stuk beton in evenwicht is, dus dat er wordt voldaan aan zowel horizontaal en verticaal krachtenevenwicht als momentenevenwicht. De kracht die voor het evenwicht zorgt, grijpt aan in het midden van de scheurlengte c. Dit punt zal voortaan aangeduid worden met het middelpunt van de scheur.

De excentriciteit e is een indirecte parameter en is te berekenen met $e = k - \frac{1}{2} \cdot c \cdot \cos\theta$ [mm], waarbij een positieve waarde staat voor een kracht die links van het middelpunt aangrijpt.

Voor de spanningsverdeling zijn echter een component loodrecht op en evenwijdig aan de scheur nodig, welke te verkrijgen zijn door de kracht te ontbinden. Het resultaat is te zien in figuur 3.5, waarbij $P_{ql} = P_q \cos\theta$ en $P_{qp} = P_q \sin\theta$.

3.4. Spanningsverdeling in de scheur

Met de krachten die op de scheur werken, kan de spanningsverdeling berekend worden. Hieronder zal eerst het verloop van de normaalspanningen besproken worden en daarna het verloop van de schuifspanningen.



Figuur 3.5: Benodigde kracht en moment voor evenwicht waarbij de kracht is ontbonden in een component loodrecht op en evenwijdig aan de scheur

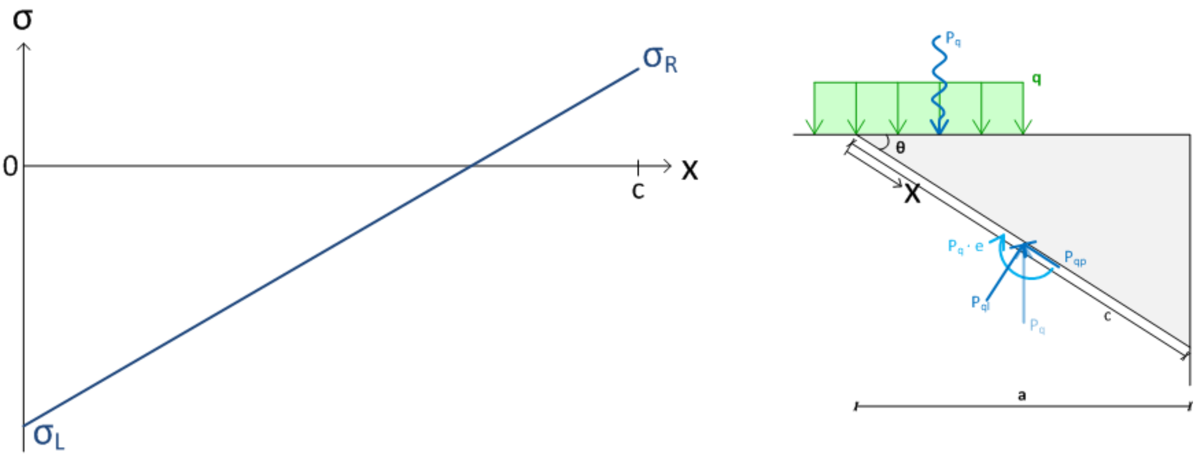
3.4.1. Normaalspanningen

Volgens de mechanica kunnen de axiale- en buigspanningen in een doorsnede berekend worden met formule 3.1.

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot z}{I_{zz}} \tag{3.1}$$

Uit deze formule volgt dat de normaalspanningen een lineair verloop kennen (figuur 3.6), met de extremen aan de randen van de scheur ($x = 0$ en $x = c$). De normaalspanning op een willekeurig punt in deze snede kan berekend worden met formule 3.2.

$$\sigma(x) = \sigma_L + \frac{\sigma_R - \sigma_L}{c} \cdot x \tag{3.2}$$



Figuur 3.6: Verloop van de normaalspanningen in de scheur

Door het verdelen van de kolom in schijven is de doorsnede van de scheur te zien als een rechthoek met een hoogte gelijk aan de scheurlengte c en een breedte van 1 mm.
Voor de gehele snede geldt:

- Normaalkracht $N = -P_{ql}$ [N]
- Oppervlakte $A = c \cdot 1 = c$ [mm^2]

- Traagheidsmoment $I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot c^3 = \frac{1}{12} \cdot c^3$ [mm^4]

Aangezien de doorsnede als een rechthoek te beschouwen is, geldt voor zowel $x = 0$ als $x = c$ dat $z = \frac{1}{2}c$ [mm]. Verder veroorzaakt het moment $P_q \cdot e$ op $x = 0$ een drukkracht en op $x = c$ een trekkracht, dus in formule 3.1 geldt voor $x = 0$ dat $M = -P_q \cdot e$ [Nmm] en voor $x = c$ dat $M = P_q \cdot e$ [Nmm].

3.4.2. Schuifspanningen

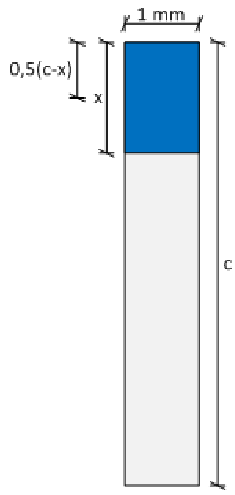
Volgens de mechanica kunnen de schuifspanningen in een doorsnede berekend worden met formule 3.3.

$$\tau = \frac{V \cdot S_a}{b \cdot I_{zz}} \tag{3.3}$$

Ook voor het berekenen van de schuifspanningen wordt er gebruik gemaakt van het feit dat de doorsnede van de scheur als een rechthoek beschouwd kan worden.
Voor de gehele snede geldt:

- Dwarskracht $V = P_{qp}$ [N]
- Breedte van de doorsnede $b = 1$ [mm]
- Traagheidsmoment $I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot c^3$ [mm^4]
- Statisch moment van het afschuivende vlak $S_a = x \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}(c - x) = \frac{1}{2}x(c - x)$

Een verduidelijking van de bepaling van het statisch moment S_a is in figuur 3.7 te vinden.
Doordat er een kwadratisch verband bestaat tussen het statisch moment S_a en de plaats x in de snede, hebben de schuifspanningen een parabolisch verloop met een maximum in het middelpunt van de scheur ($x = \frac{1}{2}c$).



Figuur 3.7: Schets ter ondersteuning van de bepaling van het statisch moment van een afschuivend vlak (blauw) in de scheur

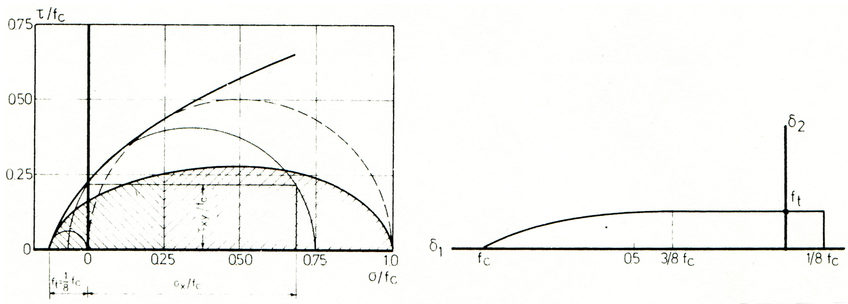
4

Parameteronderzoek

Met het model dat in het vorige hoofdstuk beschreven is, kan onderzocht worden wat het effect is van de diverse parameters op de capaciteit van de kolom. Eerst wordt beschreven hoe deze capaciteit bepaald wordt, waarna de invloed van diverse parameters volgt.

4.1. Methode capaciteitsbepaling van de kolom

Er zijn verschillende methoden ontwikkeld om de capaciteit van beton te modelleren. Een daarvan is de bezwijkomhullende van Mohr, die volgens [8] de capaciteit van een snede die zowel op druk als trek belast wordt goed voorspelt. Deze bezwijkomhullende wordt vaak benadert door een parabool, zoals te zien is in figuur 4.1. Volgens de theorie zal het beton bezwijken als de optredende spanningscombinatie buiten deze omhullende valt.



Figuur 4.1: Bezwijkomhullende van Mohr voor σ_x en τ_{xy} (links) en voor de hoofdspanningsrichtingen (rechts) [8]

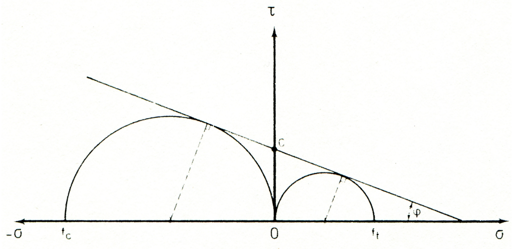
Een andere methode is de breukhypothese van Coulomb. Ook volgens deze theorie bezwijkt het beton als de optredende spanningscombinatie buiten de capaciteitslijn valt, waarbij deze lijn gedefinieerd is als de raaklijn aan de spanningscirkels voor de druksterkte (f_c) en de treksterkte (f_t), zoals te zien in figuur 4.2. Deze raaklijn heeft twee karakteristieke waarden, namelijk de wrijvingshoek φ en de cohesie c, welke de raaklijn beschrijven volgens formule 4.1. Deze karakteristieken zijn te berekenen met de formules 4.2a en 4.2b [8].

$$\tau = c - \sigma \cdot \tan\varphi \tag{4.1}$$

$$\sin\varphi = \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \tag{4.2a}$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{f_c \cdot f_t} \tag{4.2b}$$

Het nadeel van zowel de bezwijkomhullende van Mohr als de breukhypothese van Coulomb is dat ze alleen rekening houden met de grootste en kleinste optredende spanningen [8]. In een snede waar zowel trek- als drukspanningen optreden is dit geen probleem, maar in een snede die alleen op druk

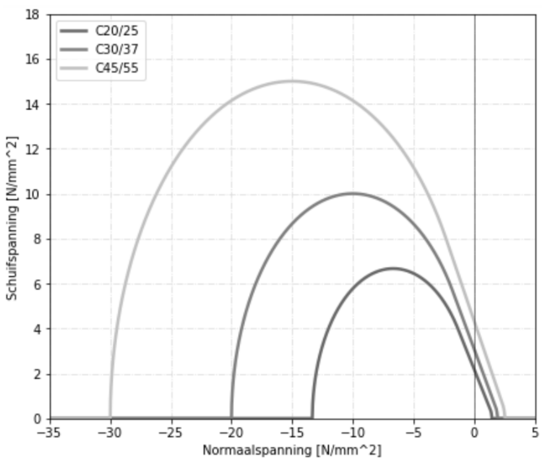


Figuur 4.2: Breukhypothese van Mohr-Coulomb [8]

belast wordt, is de grootste optredende spanning de spanning in de tweede richting, namelijk $\sigma_{xx} = 0$ N/mm^2. Volgens experimenten treedt er in een dergelijke situatie een vergroting van de sterkte op, maar dit is niet terug te vinden in de berekende capaciteit volgens deze hypothesen. Daarnaast zijn de waarden volgens de lineaire Mohr-Coulomb hypothese in een snede met zowel trek- als drukspanningen lager dan uit experimenten blijkt en is de Mohr omhullende voor zulke situaties realistischer [8]. Chen-Drucker combineert beide hypothesen door de lineaire Mohr-Coulomb hypothese te gebruiken voor het drukgebied en een cirkel in het trekgebied, waarbij de keuze voor de overgang naar de andere hypothese belangrijk is.

In dit rapport zal er gebruik worden gemaakt van de lineaire Mohr-Coulomb hypothese, vooral vanwege de simpliciteit van het model.
Om tot een Mohr-Coulomb diagram te komen, worden voor elk punt x in de scheur de normaalspanning σ en schuifspanning τ berekend met behulp van formules 3.1, 3.2 en 3.3. Deze spanningscombinatie wordt vervolgens uitgezet met de normaalspanning σ op de horizontale as en schuifspanning τ op de verticale as. Om de capaciteit van de kolom te berekenen, worden de ontwerpwaarden van de karakteristieke druksterkte f_{ck} en de treksterkte f_{ctm}, zoals die gegeven zijn in NEN-EN 1992-1-1 tabel 3.1, gebruikt in combinatie met formule 4.1.

4.2. Invloed van betonsterkteklasse

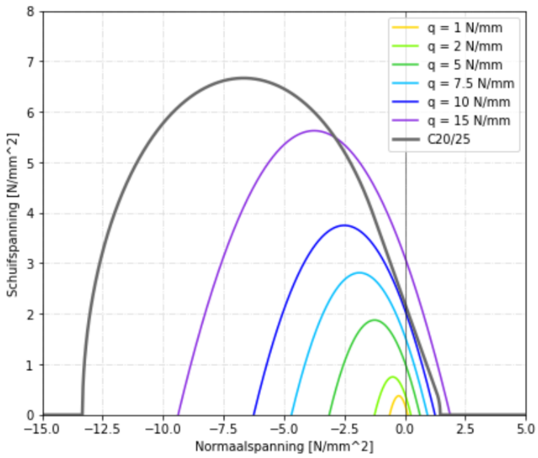


Figuur 4.3: Morh-Coulomb diagram met de capaciteitslijnen van diverse betonsterkteklassen, gebruikmakend van de ontwerpwaarden van de karakteristieke druk- en treksterkte van beton

In de normen worden diverse betonsterkteklassen beschreven. Figuur 4.3 toont de capaciteit van de kolom voor diverse betonsterkteklassen, waarbij gebruik is gemaakt van de ontwerpwaarden van de karakteristieke druk- en treksterkte van beton. Alle spanningscombinaties die binnen de omhullende vallen, zullen voor die betonsterkteklasse niet tot bezwijken leiden. In het figuur zijn de cirkel die behoort bij de druksterkte en die van de treksterkte te herkennen. Te zien is dat deze cirkels bij een grotere betonsterkteklasse groter zijn. De helling van de rechte van Coulomb is voor de diverse betonsterkteklassen gelijk, maar in tegenstelling tot de wrijvingshoek φ neemt de cohesie c wel toe. Vooral in het drukgebied is de capaciteit van een grotere betonsterkteklasse veel hoger.

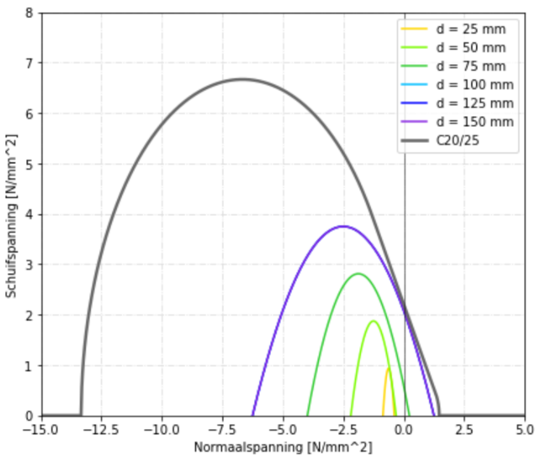
4.3. Invloed van oplegdruk q

De eerste parameter die onderzocht wordt, is de oplegdruk q. Het effect van de oplegdruk q is weergegeven in figuur 4.4. Te zien is dat bij toenemende oplegdruk q zowel de trekspanning als de drukspanning als de schuifspanning toeneemt. Deze relatie is te verklaren met dat een grotere oplegdruk q een grotere oplegbelasting P_q tot gevolg heeft. De belasting op de snede is groter en dus komen de optredende spanningen dichter in de buurt van de capaciteit van het beton. Voor de parameters zoals die voor figuur 4.4 zijn gekozen, is de maximale toelaatbare oplegdruk voor betonsterkteklasse C20/25 $q = 10,6$ N/mm. De maatgevende spanningscombinatie treedt op bij $x = 0,83 \cdot c$.



Figuur 4.4: Morh-Coulomb diagram bij verschillende oplegdrukken q
Variabelen: d = 200 mm, h = 100 mm, a = 200 mm, θ = 45°

4.4. Invloed van oplegafstand d

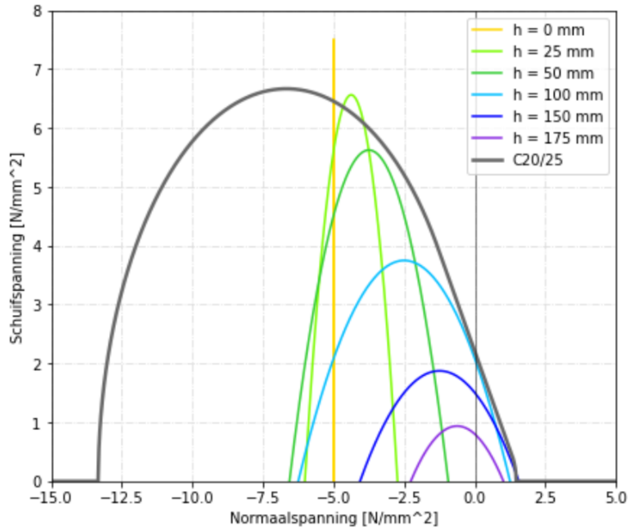


Figuur 4.5: Morh-Coulomb diagram bij verschillende oplegafstanden d
Variabelen: q = 10 N/mm^2, h = 100 mm, a = 200 mm, θ = 45°

De invloed van de oplegafstand d (figuur 4.5) is vergelijkbaar met die van de oplegdruk q. De oplegbelasting P_q wordt immers bepaald door zowel de effectieve oplegafstand d_{eff} als de oplegdruk q. Opmerkelijk in figuur 4.4 is dat de optredende spanningscombinatie niet meer verandert voor oplegafstanden $d > 100$ mm. Dit is te verklaren door te kijken naar de definitie van de effectieve oplegafstand d_{eff}, welke begrensd wordt op $d_{eff} = a - h$ en bij de gekozen parameters van figuur 4.4 op 100 mm ligt. Dus voor een oplegafstand $d > a - h$ blijven de optredende spanningen gelijk.

4.5. Invloed van randafstand h

In figuur 4.6 is het effect van de randafstand h weergegeven.

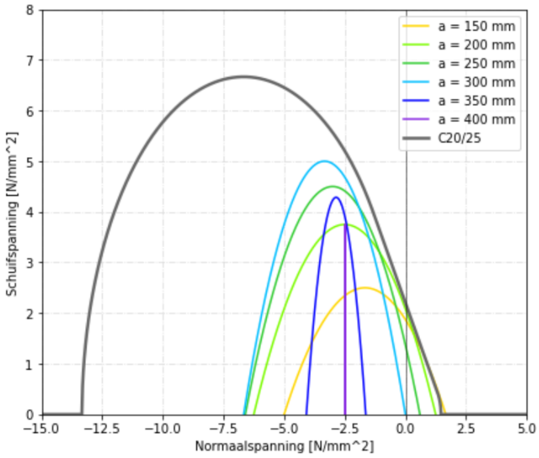


Figuur 4.6: Morh-Coulomb diagram bij verschillende randafstanden h
Variabelen: q = 10 N/mm^2, d = 200 mm, a = 200 mm, θ = 45°

Te zien is dat met toenemende randafstand h de normaalspanningen over het algemeen positiever worden en de schuifspanningen kleiner. Dit komt doordat de effectieve oplegafstand d_{eff} afneemt bij toenemende randafstand h en constante scheurafstand a. Dit resulteert, zoals eerder besproken, in kleinere spanningen. Daarnaast is bij een grotere randafstand h de excentriciteit e groter, waardoor ook het moment en dus de trekspanningen groter zijn. Dit gaat echter maar in een bepaalde mate op. Op een gegeven moment is de vergrotende bijdrage van de excentriciteit e niet genoeg om de afname van de oplegbelasting P_q te compenseren. In figuur 4.6 is dit te zien aan de spanningscombinaties van $h = 175$ mm, die binnen die van $h = 150$ mm vallen.
Opmerkelijk in figuur 4.6 is de verticale lijn voor $h = 0$ mm. De verklaring hiervoor is dat bij $h = 0$ mm en $a = d = 200$ mm de oplegdruk q symmetrisch rondom het middelpunt van de scheur verdeeld is, met als gevolg dat de excentriciteit e nul is. Op de scheur werkt dus alleen een kracht en geen moment, waardoor de normaalspanning σ constant is. De schuifspanning τ behoudt echter zijn parabolische verloop over de scheur, wat met een constante waarde voor de normaalspanning σ resulteert in een verticale lijn met een maximum behorend bij $x = \frac{1}{2}c$.
Verder treedt er voor randafstanden tussen $h = 0$ mm en $h = 39$ mm bezwijken op door een te grote schuifspanning τ. Bij grotere randafstanden is de effectieve oplegafstand d_{eff} en dus de schuifspanning τ kleiner, waardoor deze geen probleem vormt. Bij een randafstand van $h = 107$ mm treedt er echter wel bezwijken op, maar nu veroorzaakt door een grote trekspanning. Dit blijft het geval tot een randafstand van $h = 156$ mm, vanaf wanneer de effectieve oplegafstand d_{eff} dusdanig klein is geworden dat de oplegbelasting P_q niet meer voor kritieke spanningen zorgt. Er zijn dus twee intervallen waarvoor bezwijken optreedt, waarbij in het ene interval (0 mm $\leq h \leq 39$ mm) de schuifspanning τ en in het andere interval (107 mm $\leq h \leq 156$ mm) de normaalspanning σ maatgevend is.

4.6. Invloed van scheurafstand a

De scheurafstand a is de volgende parameter die is onderzocht. Door de keuze voor de waarden van de parameters is in figuur 4.7 de kleinst getoonde waarde voor de scheurafstand $a = 150$ mm. Voor een scheurafstand a gelijk aan de randafstand h geldt dat de effectieve oplegafstand d_{eff} en dus de spanningen nul zijn. Voor de parameters van figuur 4.7 is dit het geval voor scheurafstand $a = h = 100$ mm. Van $a = 100$ mm tot $a = 150$ mm nemen de spanningen toe, zoals te zien is in figuur A.1 in appendix A. Omdat al deze spanningscombinaties binnen die van $a = 150$ mm vallen, zijn deze niet in figuur 4.7 weergegeven.
In figuur 4.7 nemen de normaalspanningen σ af (worden negatiever) en neemt de schuifspanning τ toe

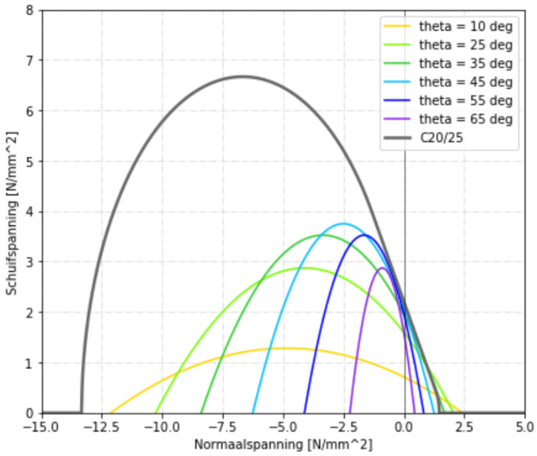


Figuur 4.7: Morh-Coulomb diagram bij verschillende scheurafstand a
Variabelen: q = 10 N/mm^2, d = 200 mm, h = 100 mm, θ = 45°

bij toenemende scheurafstand a, veroorzaakt door een toenemende effectieve oplegafstand d_{eff}. Als de oplegafstand d en de randafstand a samen even groot zijn als de scheurafstand a ($d+h = a$), wordt de grootste effectieve oplegafstand d_{eff} waargenomen. Als de scheurafstand a verder vergroot wordt, blijft de effectieve oplegafstand d_{eff} gelijk, maar verschuift het middelpunt van de scheur, waardoor de excentriciteit e afneemt, met kleinere normaalspanningen tot gevolg. De schuifspanningen nemen nemen af door een toename van de scheurlengte c. Het traagheidsmoment I_{zz} neemt hierdoor ook toe en volgens formule 3.3 neemt de schuifspanning τ dan af. Vandaar dat de spanningscombinaties voor randafstanden $a > 300$ mm in figuur 4.7 binnen die van $a = 300$ mm vallen.
Interessant zijn de spanningscombinaties bij $a = 400$ mm. In dit geval is de oplegdruk q symmetrisch rondom het middelpunt van de scheur verdeelt, waardoor de excentriciteit e nul is. Zoals eerder beschreven geeft dit een constante normaalspanning σ terwijl de schuifspanning τ parabolisch over de scheurdoorsnede verdeeld blijft, wat samen resulteert in een verticale lijn.
Het blijkt dat voor de gekozen parameters van figuur 4.7 bezwijken optreedt bij een scheurafstand tussen de $a = 128$ mm en $a = 187$ mm, veroorzaakt door een grote trekspanning rond $x = c$.
Ook uit het eerdere onderzoek [7] bleek dat voor een randafstand $h = 100$ mm de normaalspanningen σ negatiever worden bij toenemende scheurafstand a. Daarnaast was gevonden dat de waarde van de extreme normaalspanning σ niet sterk verandert bij variërende scheurafstanden a, maar dat de randafstand h waarbij deze extreme normaalspanning σ optreedt wel verandert.

4.7. Invloed van scheurhoek

Naast de scheurafstand a is het ook interessant om de scheurhoek θ te onderzoeken. In figuur 4.8 is de invloed van de scheurhoek θ weergegeven. Opvallend is dat bij een grotere scheurhoek θ de druk- en trekspanningen kleiner zijn. Deze relatie van een kleinere drukspanning bij een grotere scheurhoek was in het eerdere onderzoek [7] ook gevonden en kan verklaard worden aan de hand van de bepaling van de loodrechte component van de oplegbelasting P_{ql}. Deze wordt namelijk berekend door $P_{ql} = P_q \cos\theta$ en wordt bij een grotere scheurhoek θ kleiner, met kleinere normaalspanningen tot gevolg. Doordat de evenwijdige component van de oplegbelasting P_q berekend wordt met $P_{qp} = P_q \sin\theta$ neemt deze juist toe bij toenemende scheurhoek θ, waardoor de schuifspanning τ toeneemt. Ook dit is in figuur 4.8 te zien.
Vanaf een scheurhoek θ van ongeveer $45°$ neemt de schuifspanning τ echter af. Naast een toenemende evenwijdige component P_{qp} neemt de scheurlengte c ook toe met toenemende scheurhoek θ, waardoor de schuifspanning τ afneemt. Blijkbaar is vanaf scheurhoek $\theta \approx 45°$ het effect van een toenemende scheurlengte c groter dan het effect van de toenemende evenwijdige component van de oplegbelasting P_{qp}.
Belangrijk om op te merken in figuur 4.8 is dat het materiaal al bezwijkt bij een scheurhoek $\theta = 10°$. Sterker nog, de capaciteit wordt bij een scheurhoek van $\theta = 0°$ al overschreden, zoals te zien in figuur A.2 in appendix A. In de praktijk komen schadebeelden met een dergelijk kleine scheurhoek



Figuur 4.8: Morh-Coulomb diagram bij verschillende scheurhoeken θ
Variabelen: q = 10 N/mm^2, d = 200 mm, h = 100 mm, a = 200 mm

nauwelijks voor. De grootste scheurhoek θ waarbij volgens figuur 4.8 bezwijken optreedt, is $\theta = 40°$. Deze scheurhoek is realistischer.
Voor zowel een scheurhoek θ van $0°$ als $40°$ is de maatgevende spanning de trekspanning die rond $x = c$ optreedt. In een eerder bachelor eindwerk [1], waarin een eindige differentiemethode is gebruikt, bleek dat er trekspanningen optreden vlak naast de oplegging en aan de zijkant van de kolom. Deze laatste locatie is vergelijkbaar met de locatie van de maatgevende trekspanning die gevonden is in dit onderzoek, namelijk $x = c$.

5

Capaciteit van de kolom

In dit hoofdstuk wordt onderzocht bij welke combinatie van parameters de capaciteit van het beton net niet overschreden wordt. Er zal onderzocht worden wat de scheurafstand a en scheurhoek θ zijn bij variërende randafstand h en oplegdruk q. Aan de hand hiervan zal een veilige combinatie van de parameters bepaald worden. Voordat de resultaten van deze berekeningen weergegeven worden, worden eerste de additionele aannames beschreven.

5.1. Additionele aannames

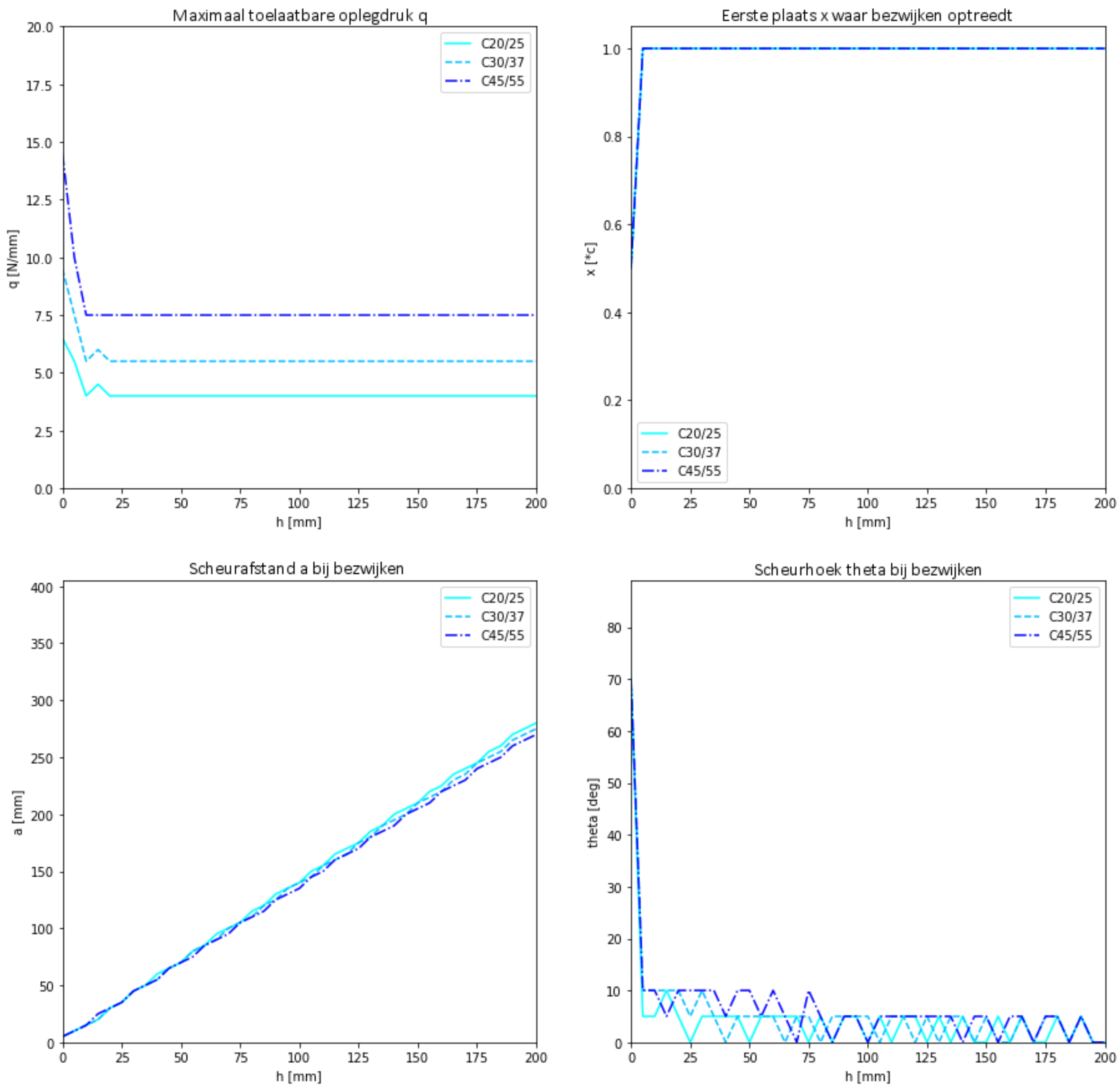
Naast de aannames die nodig waren om tot het model te komen (zie paragraaf 3.1), zijn er een paar additionele aannames gedaan. Als eerste wordt gesteld dat de dimensies van het afboerende stuk beton zo klein mogelijk zijn. Dit houdt in dat de scheurafstand a geleidelijk verhoogt wordt en zodra de spanningscombinatie op een punt x in de scheurdoorsnede de capaciteit van het beton overschrijdt, deze scheurafstand a aangenomen wordt als de optredende scheurafstand. Hoe groter de scheurafstand a, hoe groter immers de kans dat de scheur door een wapeningsstaaf gaat en de kracht daardoor opgenomen wordt, waardoor er geen afboeren optreedt.
Schadebeelden uit de praktijk laten zien dat kleine scheurhoeken nauwelijks optreden. Daarom wordt voor de bepaling van de scheurhoek θ aangenomen dat de grootste scheurhoek θ waarbij de capaciteit van het beton op een punt x overschreden wordt, de optredend scheurhoek is.
Verder wordt aangenomen dat de effectieve scheurafstand d_{eff} altijd maximaal is. Dit is het geval wanneer $d + h \geq a$, oftewel voor de berekeningen wordt aangenomen dat $d \geq a$, en houdt in dat vanaf het begin van de oplegging tot minimaal aan het begin van de scheur een oplegdruk q opgelegd wordt. Er is hiervoor gekozen, omdat het in de praktijk nauwelijks voorkomt dat er een hele smalle oplegging dichtbij de rand geplaatst wordt. Bij dit soort opleggingen ontstaan er namelijk heel andere problemen, zoals een grote excentriciteit in de kolom en een hoge oplegdruk q, misschien zelfs zo hoog dat de druksterkte van het beton overschreden wordt.
Een aanname voor het ontwerpen van een kolom kan zijn dat de oplegdruk q onder een hoek van 45° uitwaaiert. Vervolgens is het ontwerpcriterium dat deze uitwaaiering van de kracht binnen de wapening moet vallen. Op deze wapening zit nog een betondekking, die volgens NEN-EN 1992-1-1 tabel 4.5N in het ongunstigste geval 65 mm is. De scheurafstand a van het afboerende stuk beton kan als gevolg hiervan een waarde aannemen van wel twee keer deze betondekking. Randafstanden h groter dan deze scheurafstand a zullen niet tot bezwijken leiden, aangezien het afboerende stuk beton bij een dusdanige randafstand $h > a$ niet belast wordt ($d_{eff} = 0$ mm).

5.2. Resultaten

In deze paragraaf worden de resultaten van de berekende toelaatbare oplegdrukken en randafstanden weergegeven. Het bleek dat het oorspronkelijke model niet altijd realistische resultaten geeft, dus zijn enkele aanpassingen aan het model gedaan. De bevindingen zijn hieronder per aanpassing aan het model gegroepeerd.

5.2.1. Oorspronkelijke model

Met de aannames die in de vorige paragraaf beschreven zijn, is berekend bij welke combinatie van randafstand h en oplegdruk q er bezwijken optreedt en wat de dimensies van het afboerende stuk beton zijn. Het resultaat hiervan is te zien in figuur 5.1.
In de berekeningen wordt de plaats x die onderzocht wordt geleidelijk vergroot met als startpunt $x = 0$ mm. Mocht de capaciteit op een punt x overschreden worden, dan wordt dit punt weergegeven in figuur 5.1. Dit houdt in dat een waarde $x = 0,6c$ betekent dat er voor de punten tussen $x = 0$ mm en $x = 0,6c$ geen bezwijken optreedt, maar dit voor punten tussen $x = 0,6$ en $x = c$ wel het geval kan zijn.



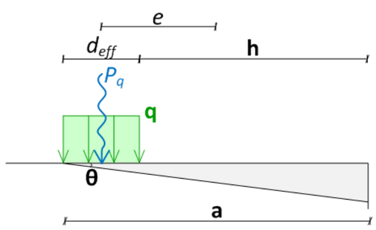
Figuur 5.1: Oplegafstand en bijbehorende maximale oplegdruk en dimensies van het afboerende stuk beton voor diverse betonsterkteklassen
Variabelen: $\Delta q = 0,5$ N/mm, $d = 400$ mm, $\Delta h = 5$ mm, $\Delta a = 5$ mm, $\Delta\theta = 5°$

Aan figuur 5.1 vallen een paar dingen op, waaronder de vrijwel constante toelaatbare oplegdruk q, ongeacht de randafstand h. In de praktijk zou dit betekenen dat er geen toeslag voor het effect van afboeren meegenomen hoeft te worden in de bepaling van de afstand van de rand tot de oplegging, zolang de oplegdruk klein genoeg is. Sterker nog, uit figuur 5.1 blijkt dat de toelaatbare oplegdruk q groter is als de randafstand h erg klein is. Bij een kleine randafstand h is een groot deel van de afboerende hoek belast door de oplegdruk q, waardoor de excentriciteit e en daarmee ook het moment

kleiner is. Het gevolg is dat de optredende trekspanning klein is of er zelfs geen trekspanning optreedt, waardoor de capaciteit groter is (zie figuur 4.3) en de kolom met een grotere oplegdruk q belast kan worden zonder dat er afboeren optreedt. Schadebeelden uit de praktijk laten echter zien dat het niet realistisch is dat de toelaatbare oplegdruk groter is bij kleinere randafstanden.
Het effect van een grotere betonsterkteklasse is wel in de lijn der verwachting. Een grotere betonsterkteklasse heeft een grotere druk- en treksterkte en dus worden er grotere toelaatbare oplegdrukken verwacht. Figuur 5.1 geeft dit ook weer.
De berekeningen laten zien dat de plaats x in de scheur waar als eerste bezwijken optreedt aan de zijkant van de kolom ($x = c$) is. In een eerder bachelor eindwerk [1] was gevonden dat de scheur aan de bovenkant van de kolom en rond het begin van de oplegging start en deze zich naar de zijkant van de kolom ontwikkelt, aangezien de trekspanning aan de bovenkant groter is dan die aan de zijkant. Figuur 5.1 laat echter zien dat de scheur aan de zijkant ontstaat.
Daarnaast is in figuur 5.1 te zien dat de scheurhoek a vrijwel lineair toeneemt met toenemende randafstand h, welke relatie ook in een ander onderzoek [7] was gevonden. Volgens de berekeningen treedt de scheur vrijwel altijd net achter het begin van de oplegging op. Hierdoor is de excentriciteit e erg groot en bezwijkt de kolom op trek rond $x = c$.
De scheurhoek θ die volgens de berekeningen optreedt, is voor bijna alle randafstanden erg klein ($\theta < 15°$), wat gezien de schadebeelden uit de praktijk niet realistisch is.

5.2.2. Scheurhoek vastzetten

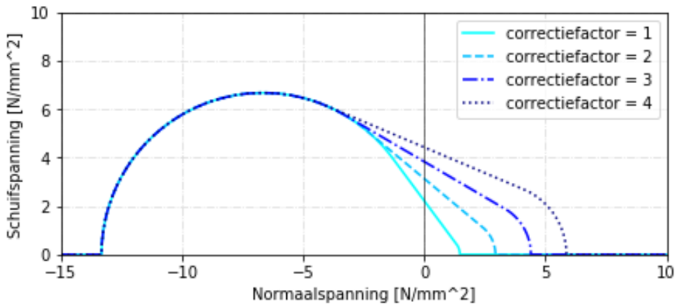
Het blijkt dat het gebruikte model streeft naar een onrealistisch kleine scheurhoek θ en een scheurafstand a waarbij de excentriciteit e dusdanig groot is zodat de kolom op trek bezwijkt (figuur 5.2). Aangezien dit streven leidt tot onrealistische adviezen voor de randafstand en de toelaatbare oplegdruk, is geprobeerd het model tot ander gedrag te dwingen door de scheurhoek θ vast te zetten. Het resultaat van deze berekeningen is te zien in figuur A.3 in appendix A.
Hoewel het verloop van de toelaatbare oplegdrukken q realistischer is, dat wil zeggen niet meer constant, geeft het model nog steeds aan dat de scheur aan de rand van de kolom ($x = c$) begint. Door de scheurhoek θ vast te zetten, wordt de randafstand h waarbij het model deze bezwijkplaats $x = c$ aangeeft alleen uitgesteld. Daarnaast geeft het model zolang deze bezwijkplaats $x = c$ nog niet gevonden wordt een grillig verloop voor de scheurafstand a.



Figuur 5.2: Streven van het model, namelijk een grote excentriciteit e en een kleine scheurhoek θ

5.2.3. Introductie van een correctiefactor voor de treksterkte

In het gebruikte model is de trekspanning bepalend. Naast het vastzetten van de scheurhoek θ kan er ook een correctiefactor cf geïntroduceerd worden om het model tot ander gedrag te dwingen. De capaciteit van de kolom wordt dan bepaald door de ontwerpwaarden van de druksterkte f_{ck} en treksterkte $cf \cdot f_{ctm}$. De invloed van de correctiefactor op de capaciteit van de kolom is te zien in figuur 5.3. Het is hierbij belangrijk dat de correctiefactor niet te groot gekozen wordt, aangezien het model anders dusdanig veel van de werkelijke betonsterkte afwijkt dat de resultaten niet meer bruikbaar zijn. Het blijkt dat een correctiefactor tussen de 2 en 4 meer realistische randafstanden en oplegdrukken geeft en daarom zijn adviezen voor diverse correctiefactoren in dit interval weergegeven in figuur 5.4.
In figuur 5.4 is te zien dat met de geïntroduceerde correctiefactor de toelaatbare oplegdrukken q niet meer constant zijn, maar langzaam toenemen met toenemende randafstand h. Dit verloop van de oplegdrukken over de randafstand is in de lijn der verwachting. Hoe verder de oplegging van de rand is geplaatst, hoe groter de dimensies van de afboerende hoek, wat een grotere weerstand heeft dan een stuk beton met kleinere dimensies.



Figuur 5.3: Capaciteitslijnen van een kolom voor betonsterkteklasse C20/25 voor verschillende correctiefactoren voor de treksterkte

Voor correctiefactoren $cf < 2.5$ is in figuur 5.4 te zien dat het model nog altijd streeft naar een grote excentriciteit e en een kleine scheurhoek θ. Correctiefactoren $cf \geq 2.5$ hebben deze neiging minder en geven aan dat de scheur begint aan de bovenkant van de kolom onder de oplegging ($x = 0$ mm), waar deze op druk bezwijkt.
Daarnaast zorgt de introductie van de correctiefactor ervoor dat de gevonden scheurhoek θ veelal ongeveer $55°$ is. Deze scheurhoek komt meer overeen met de schadebeelden uit de praktijk.
De scheurafstand a heeft door de introductie van de correctiefactor daarentegen wel een grillig verloop met regelmatig scheurafstanden $a > 150$ mm. In paragraaf 5.1 werd gesteld dat scheurafstanden van twee keer de betondekking, die volgens NEN-EN 1992-1-1 in het ongunstigste geval 65 mm is, realistisch zijn. Voor scheurafstanden groter dan deze waarde, neemt veelal de wapening de krachten op en boert er geen hoek af. De gevonden scheurafstanden in figuur 5.4 leiden dus veelal niet tot bezwijken en dus is de gegeven maximaal toelaatbare oplegdruk bij die randafstand h niet noodzakelijkerwijs de maximale oplegdruk die de kolom aankan.
Geadviseerd wordt om voor betonsterkteklasse C20/25 een correctiefactor cf van $2,5$ aan te houden, aangezien dit de eerste correctiefactor is die de verwachte bezwijkplaats x correct aangeeft. Op deze manier wordt het verwachte gedrag verkregen zonder dat er te sterk van de werkelijke treksterkte van het beton afgeweken wordt.

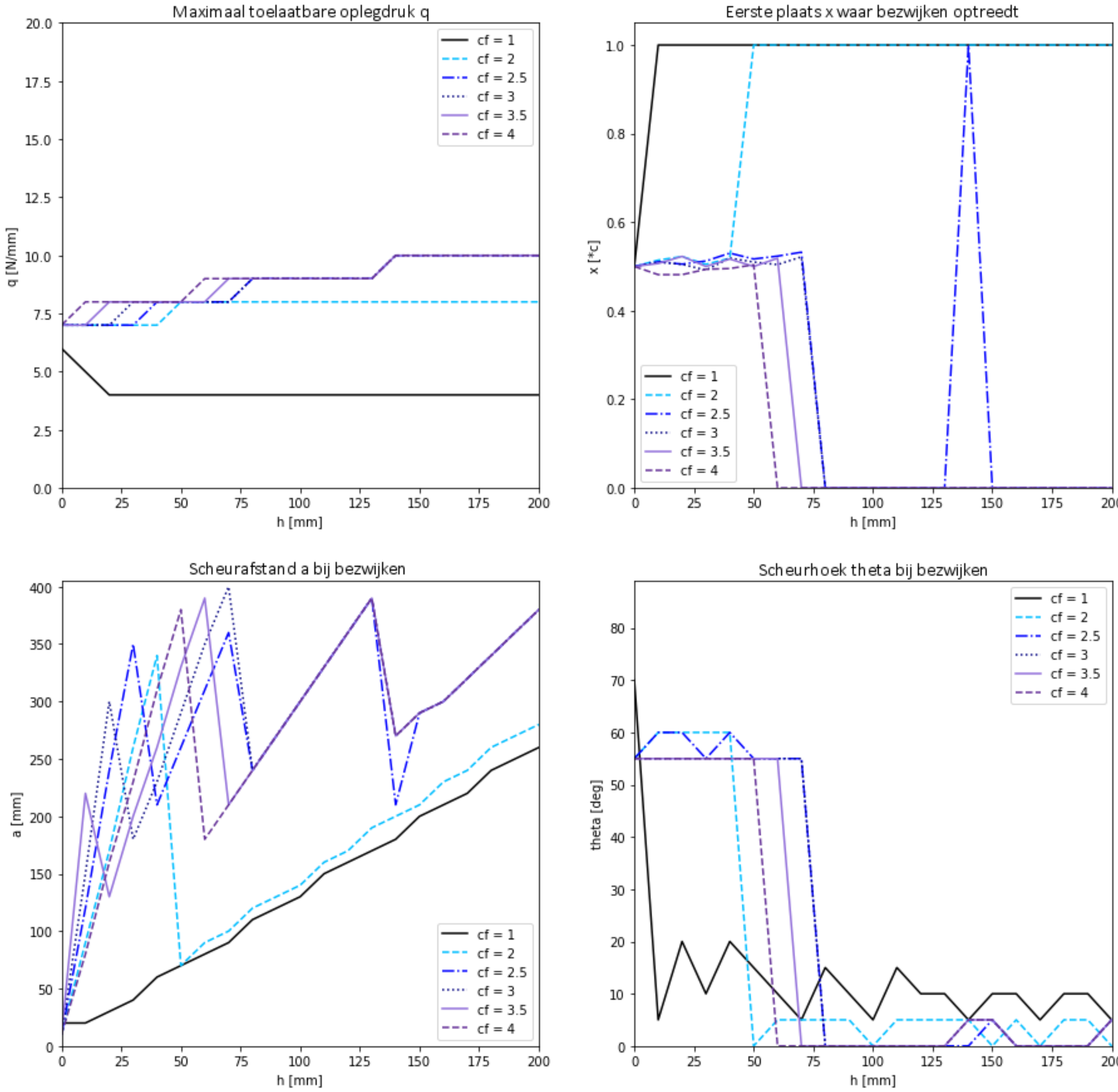
Om tot de benodigde randafstand h te komen, kan figuur 5.4 als volgt worden gebruikt. Eerst wordt de maximale scheurafstand a_{max} die tot afboeren kan leiden berekend met formule 5.1, waarin $c_{dekking}$ staat voor de benodigde betondekking op de wapening. Als eerste schatting voor de scheurhoek θ kan $55°$ gebruikt worden.

$$a_{max} = \frac{c_{dekking}}{\tan\theta} + c_{dekking} \tag{5.1}$$

De benodigde randafstand h is de grootste randafstand in figuur 5.4 waarvoor geldt dat de optredende scheurafstand $a = a_{max}$. Vervolgens moet de aanname voor de scheurhoek θ gecontroleerd worden, waardoor mogelijk een andere maximale scheurafstand a_{max} gevonden wordt en dus een andere benodigde randafstand h. Mocht de aangenomen scheurhoek θ kloppen, dan kan de maximaal toelaatbare oplegdruk q bij de benodigde randafstand h uit figuur 5.4 afgelezen worden.

5.2.4. Introductie van een horizontale belasting

Een andere manier om realistischere adviezen te verkrijgen is door het introduceren van een horizontale belasting. Voor de integratie van deze belasting in het model wordt verwezen naar appendix B. Met deze horizontale belasting worden drastisch lagere toelaatbare oplegdrukken gevonden en daarnaast nemen de toelaatbare oplegdrukken q geleidelijk toe met toenemende randafstand h, welke relatie in de lijn der verwachting is. De ongunstigste situatie die gevonden is, is die van een grote horizontale belasting in de richting van de rand. Dit is bijvoorbeeld het geval als er gebruik wordt gemaakt van een mortelvoegverbinding.
De scheurafstand a die gevonden wordt, heeft een vergelijkbaar verloop als die van het model met de correctiefactor en overschrijdt regelmatig een afstand van twee keer de betondekking. Deze scheurafstanden a zullen niet tot bezwijken leiden, aangezien de kracht dan opgenomen kan worden door de wapening. De grootste randafstand h waarbij de scheur een afstand tot de rand heeft die niet tot



Figuur 5.4: Oplegafstand en bijbehorende maximale oplegdruk en dimensies van het afboerende stuk beton voor betonsterkteklasse C20/25 voor diverse correctiefactoren voor de treksterkte
Variabelen: $\Delta q = 1$ N/mm, $d = 400$ mm, $\Delta h = 10$ mm, $\Delta a = 10$ mm, $\Delta\theta = 5°$

bezwijken leidt, is voor betonsterkteklasse C20/25 35 mm. In de 35 mm bij de rand is de toelaatbare oplegdruk constant en heeft volgens figuur B.3 een waarde van 1 N/mm.

6 Conclusie

Het doel van dit rapport was om adviezen te geven over de toelaatbare oplegdrukken en randafstanden van het oplegmateriaal opdat er geen afboeren optreedt. Hiervoor zijn eerst diverse ontwerpregels ten aanzien van deze oplegdrukken en randafstanden uit verschillende normen beschreven. De norm die de meeste invloedsfactoren meeneemt, is Eurocode 2, welke rekening houdt met het materiaal van het ondersteunende element, de grootte van de oplegdruk en de aard van de oplegging. De aan te houden randafstand wordt in een tabel weergegeven en daarnaast moet er een factor voor de onnauwkeurigheid in rekening worden gebracht.

Uit het parameteronderzoek dat in dit rapport uitgevoerd is, bleek dat de effectieve oplegafstand d_{eff}, oftewel het deel van de oplegging dat boven de scheur aangrijpt, van grote invloed is, aangezien veel parameters aan de effectieve oplegafstand gekoppeld zijn. De invloed van de diverse parameters in relatie met de capaciteit van de kolom is weergegeven, maar om de invloed van een enkele parameter te verkrijgen, moesten de overige parameters vastgezet worden. De weergegeven invloed van de onderzochte parameter geldt dus alleen bij die combinatie van de andere parameters en is dus alleen geschikt om de relatieve invloed te beschrijven.
Om tot adviezen te kunnen komen, is het vereist om meerdere combinaties van parameters te onderzoeken, waarvoor het benodigd is om aannames te doen over de dimensies van het afboerende stuk beton. Het resultaat van de berekeningen was dat de toelaatbare oplegdrukken voor grote betonsterkteklassen groter zijn. Opmerkelijk was wel dat de toelaatbare oplegdruk niet veranderde met de randafstand, oftewel afstand tussen de rand van de kolom en de oplegging. Het bleek dat het model streeft naar een afboerende hoek met een kleine scheurhoek en net achter het begin van de oplegging ontstaat, waardoor de kolom aan de zijkant op trek bezwijkt. Vooral deze kleine scheurhoeken zijn niet realistisch als gekeken wordt naar schadebeelden uit de praktijk.
Om dit gedrag te corrigeren, wordt een correctiefactor voor de treksterkte geïntroduceerd. Hierdoor nemen de toelaatbare oplegdrukken geleidelijk toe met toenemende randafstand, maar het kan niet geheel voorkomen dat het model naar kleine scheurhoeken streeft. Mogelijk zijn er te veel aannames gedaan voor de versimpeling van het model, waardoor er geen realistische resultaten gevonden worden.
Verder beschouwd het opgestelde model in hoofdstuk 3 een deel van de kolom dat voor het grootste deel spanningsloos is, vooral als aangenomen wordt dat de opgelegde belasting onder een bepaalde hoek uitwaaiert. Voor dit soort situaties is een model gebaseerd op evenwichtsvergelijkingen minder geschikt. Een model dat gebruik maakt van een eindige elementen methode zou een realistischere beschrijving van de spanningen kunnen geven.
Een andere aanpassing aan het model wat tot realistischere resultaten kan leiden, is de introductie van een horizontale belasting. Tussen het oplegmateriaal en de kolom kan wrijving ontstaan, welke in het ongunstigste geval naar de rand van de kolom gericht is. De invloed van deze horizontale belasting in combinatie met de verticale belasting is kort in appenix B onderzocht, met als belangrijkste resultaat dat de toelaatbare oplegdrukken drastisch lager zijn dan uit het oorspronkelijke model en het model met de correctiefactor volgt. De gevonden hoek van de ontstane scheur is ongeveer $55°$, wat realistischer is dan volgens de twee andere modellen. De berekende afstand van de scheur tot de rand heeft

daarentegen een grillig verloop en overschrijdt regelmatig de maximale scheurafstand die nog tot afboeren leidt. De laatste randafstand die enigszins in de buurt komt van deze maximale scheurafstand is $h \approx 35$ mm. Daarom wordt geadviseerd om bij randafstanden kleiner dan 35 mm geen oplegdrukken groter dan 1 N/mm^2 toe te passen.

Dit advies van geen oplegdrukken groter dan 1 N/mm^2 voor opleggingen die binnen 35 mm van de rand geplaatst zijn op een kolom met betonsterkteklasse C20/25, wijkt enigszins af van het advies van de onderzochte normen. Eurocode 2 geeft voor eenzelfde verhouding tussen de oplegdruk en de druksterkte van het beton ($\sigma_{Ed}/f_{cd} \leq 0,15$) een toeslag van 20 mm. Het model met de horizontale belasting geeft dus een grotere aan te houden randafstand dan Eurocode 2.

Overal gezien geeft het oorspronkelijke model gebaseerd op de evenwichtsvergelijking en alleen een verticale belasting geen realistische resultaten en dient het model waarin ook een horizontale belasting in rekening wordt gebracht de voorkeur. Dit laatste model is slechts kort in appendix B besproken en zou verder onderzocht kunnen worden, zodat meer verfijnde adviezen gegeven kunnen worden.
Verder beschrijft het model een grotendeels spanningsloze hoek van de kolom, dus zou een model gebaseerd op een eindige elementen methode nauwkeurige resultaten op kunnen leveren.

Bibliografie

[1] L.W. Bleker. Concrete column support failure analysis using FDM. *TU Delft*.

[2] BSI. Structural use of concrete — part 1: Code of practice for design and construction. *BS 8110-1:1997*, 1999.

[3] CEN. Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen. *NEN-EN 1992-1-1:2004*, .

[4] CEN. Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - deel 4: Ontwerp en berekening van bevestigingsmiddelen voor gebruik in beton. *NEN-EN 1994:2018*, .

[5] American Concrete Institute. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-08) and commentary. *ACI 318-08*.

[6] Nederlands Normalisatie Instituut. Technische grondslagen voor bouwconstructies TGB 1990 - voorschriften beton constructieve eisen en rekenmethoden (VBC 1990). *NEN 6720*, 1991.

[7] M.D. Klomp. Concrete column support failure. *TU Delft*.

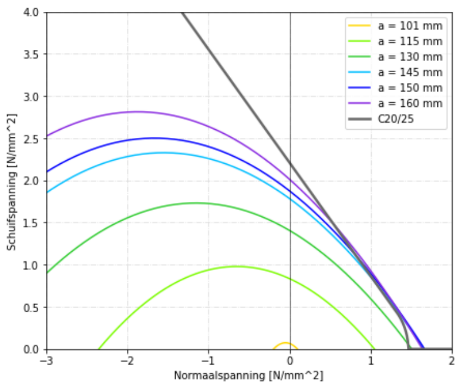
[8] H. Reinhardt. *Betonkunde*.

A

Ondersteunende figuren

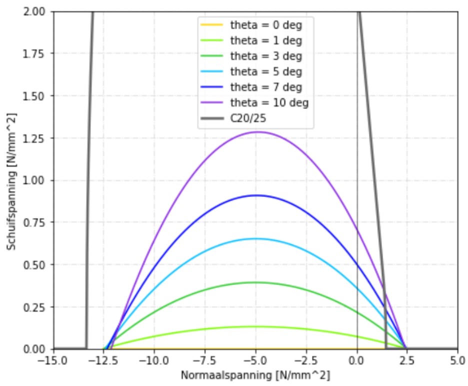
In deze appendix worden ondersteunende figuren weergegeven. Van elk figuur wordt aangegeven bij welke paragraaf deze hoort.

Figuur A.1 is in aanvulling van paragraaf 4.6. In deze paragraaf wordt de invloed van de scheurafstand a onderzocht en wordt gesteld dat de spanningen van $a = 100$ mm tot $a = 150$ mm toenemen, maar het bewijs hiervoor is niet in de paragraaf gegeven. Het is wel te zien in figuur A.1.



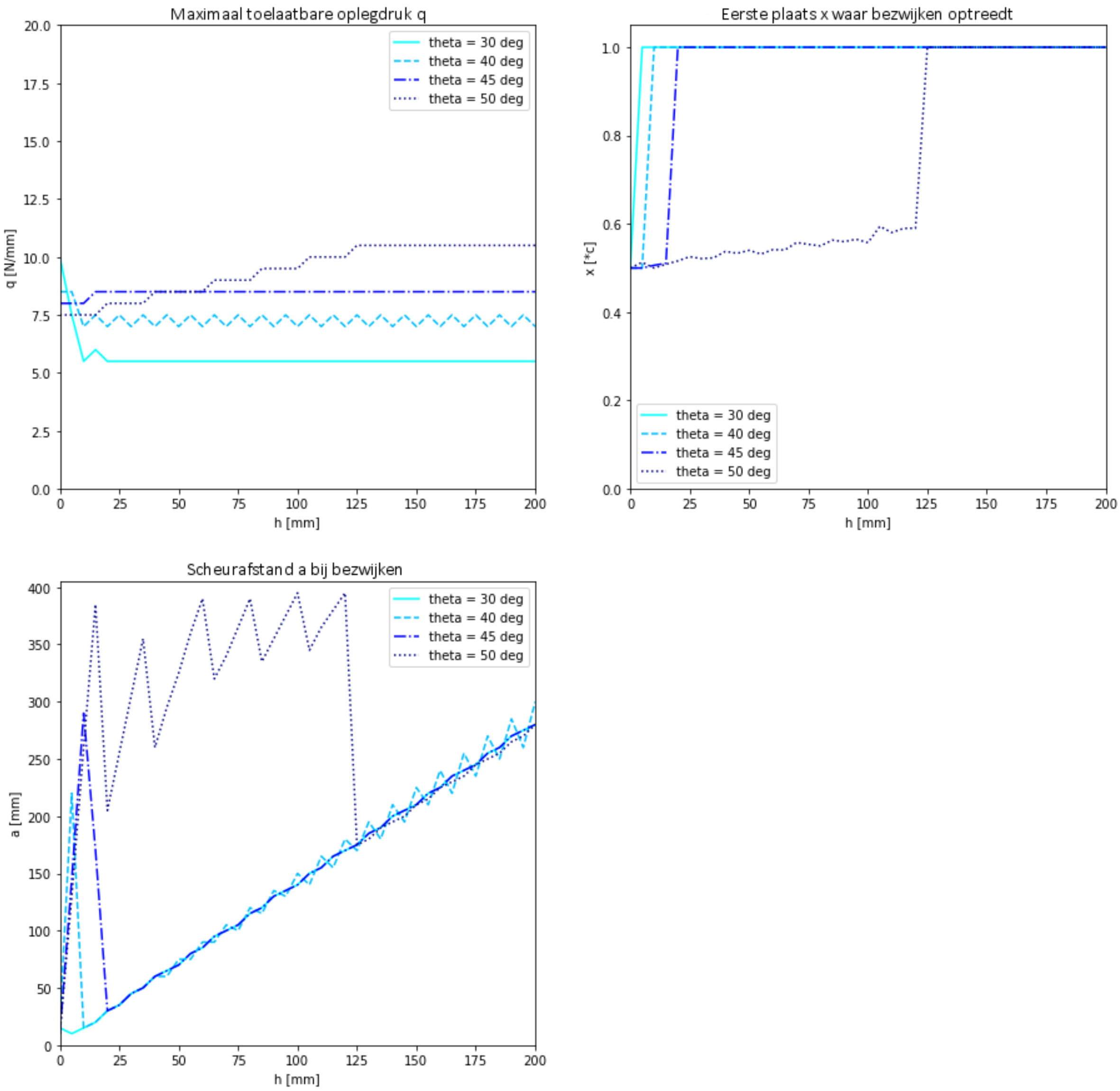
Figuur A.1: Mohr-Coulomb diagram bij kleine waarden van de scheurafstand a
Variabelen: q = 10 N/mm^2, d = 200 mm, h = 100 mm, θ = 45°

Net als voor het vorige figuur, laat figuur A.2 kleinere waarden voor de parameter zien dan die in de paragraaf die het figuur ondersteund (in dit geval paragraaf 4.7) is weergegeven.



Figuur A.2: Mohr-Coulomb diagram bij kleine waarden van de scheurhoek θ
Variabelen: q = 10 N/mm^2, d = 200 mm, h = 100 mm, a = 200 mm

Paragraaf 5.2 spreekt over berekeningen waarbij de scheurhoek θ vastgezet is, zodat adviezen gegeven kunnen worden over de toelaatbare oplegdrukken bij verschillende randafstanden. Deze adviezen en de gevonden scheurafstand a is weergegeven in figuur A.3.



Figuur A.3: Oplegafstand en bijbehorende maximale oplegdruk en scheurafstand a voor betonsterkteklasse C20/25 voor diverse vaste scheurhoeken θ
Variabelen: $\Delta q = 0,5$ N/mm, $d = 400$ mm, $\Delta h = 5$ mm, $\Delta a = 5$ mm

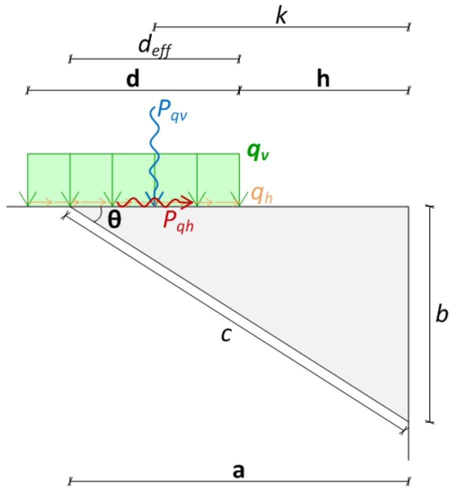
B

Model met horizontale en verticale belasting

Bij het opstellen van het model in hoofdstuk 3 is aangenomen dat er alleen een verticale belasting op de kolom aangrijpt. In werkelijkheid zal de kolom ook belast worden door een horizontale belasting. In deze appendix wordt vergelijkbaar met hoofdstuk 3 een model opgesteld, met als verschil dat in dit model ook een horizontale belasting op de kolom gemodelleerd wordt.

B.1. Definitie van de parameters

In figuur B.1 zijn de directe en indirecte parameters van het aangepaste model te zien.



Figuur B.1: Afscheurend stuk beton met de definities van de directe (dikgedrukt) en indirecte (schuingedrukt) parameters, zoals die in het aangepaste model gebruikt worden

De directe parameters zijn:

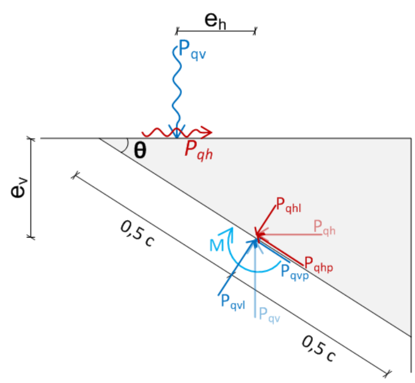
- Scheurafstand a [mm]
- Scheurhoek θ [rad]
- Randafstand h [mm]
- Oplegafstand d [mm]
- Verticale oplegdruk q_v [N/mm]
- Wrijvingscoëfficiënt μ [-]

De indirecte parameters zijn:

- Effectieve oplegafstand d_{eff} [mm]
- Verticale scheurafstand $b = a \cdot \tan(\theta)[mm]$
- Scheurlengte $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ [mm]
- Oplegarm $k = h + \frac{1}{2} \cdot d_{eff}$ [mm]
- Verticale oplegbelasting $P_{qv} = q_v \cdot d_{eff}$ [N]
- Horizontale oplegdruk $q_h = \mu \cdot q_v$ [N/mm]
- Horizontale oplegbelasting $P_{qh} = q_h \cdot d_{eff}$ [N]

B.2. Evenwicht van het afscheurende stuk beton

Net als in hoofdstuk 3 wordt aangenomen dat het afscheurende stuk beton in evenwicht is door krachten en momenten die in het middelpunt van de scheur aangrijpen. Om tot de spanningen te komen zijn de component loodrecht en evenwijdig aan de scheur nodig, welke in figuur B.2 zijn weergegeven, inclusief de excentriciteiten van de oplegbelastingen.



Figuur B.2: Benodigde krachten en moment voor evenwicht waarbij de krachten zijn ontbonden in een component loodrecht op en evenwijdig aan de scheur

Voor de spanningsverdeling zijn de waarden van deze variabelen nodig, welke te berekenen zijn met:

- Horizontale excentriciteit $e_h = k - \frac{1}{2} \cdot c \cdot \cos\theta$
- Verticale excentriciteit $e_h = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \sin\theta$
- Componenten van de verticale oplegbelasting P_{qv}:
  - Evenwijdige component $P_{qvp} = P_{qv} \sin\theta$
  - Loodrechte component $P_{qvl} = P_{qv} \cos\theta$
- Componenten van de horizontale oplegbelasting P_{qh}:
  - Evenwijdige component $P_{qhp} = P_{qh} \cos\theta$
  - Loodrechte component $P_{qhl} = P_{qh} \sin\theta$

B.3. Spanningsverdeling in de scheur

De normaalspanningen hebben nog altijd een lineair verloop en zijn te berekenen met de formules 3.1 en 3.2:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot z}{I_{zz}} \qquad \sigma(x) = \sigma_L + \frac{\sigma_R - \sigma_L}{c} \cdot x$$

Door het schijvenmodel en dus de aanname dat de doorsnede als een rechthoek te beschouwen is, geldt voor de gehele snede:

- Normaalkracht $N = -P_{qvl} + P_{qhl}$ [N]
- Oppervlakte $A = c \cdot 1 = c$ [mm^2]
- Traagheidsmoment $I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot 1 \cdot c^3 = \frac{1}{12} \cdot c^3$ [mm^4]
- $z = \frac{1}{2}c$ [mm]

Op $x = 0$, dus voor de berekening van σ_L, geldt dat moment $M = P_{qv} \cdot e_h - P_{qh} \cdot e_v$
Op $x = c$, dus voor de berekening van σ_R,geldt dat moment $M = -P_{qv} \cdot e_h + P_{qh} \cdot e_v$

De schuifspanningen hebben een parabolisch verloop en zijn te bepalen met formule 3.3:

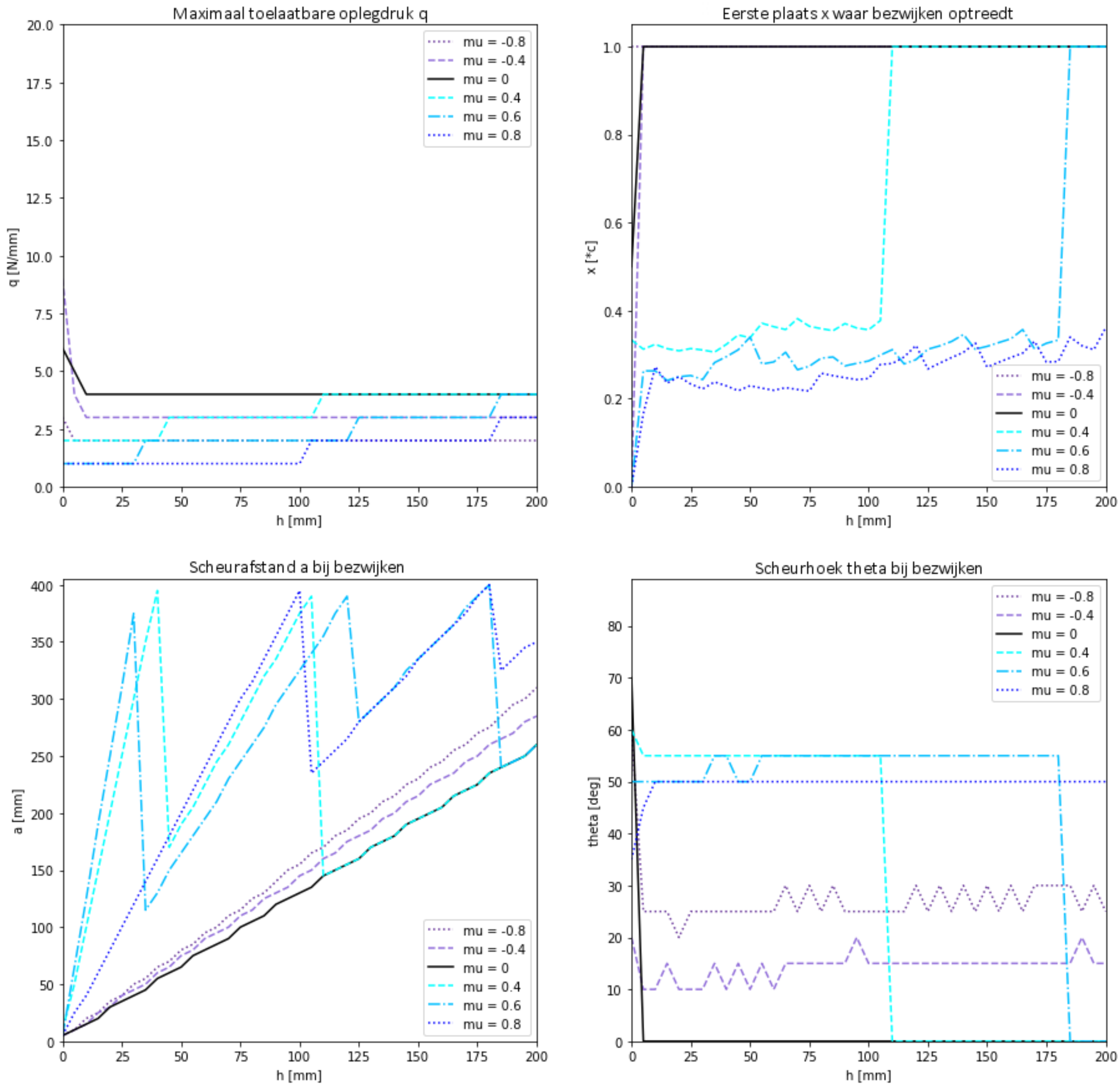
$$\tau = \frac{V \cdot S_a}{b \cdot I_{zz}}$$

Voor de gehele snede geldt:

- Dwarskracht $V = P_{qvp} + P_{qhp}$ [N]
- Breedte van de doorsnede $b = 1$ [mm]
- Traagheidsmoment $I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot c^3$ [mm^4]
- Statisch moment van het afschuivende vlak $S_a = x \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}(c - x) = x \cdot \frac{1}{2}(c - x)$

B.4. Capaciteit van de kolom

Aan de hand van dit aangepaste model kan bepaald worden bij welke combinatie van randafstand h en oplegdruk q er geen afboeren optreedt. Dit is gedaan voor diverse waarden van de wrijvingscoëfficiënt μ, waarbij een positieve μ staat voor een horizontale belasting richting de rand van de kolom.
Een wrijvingscoëfficiënt $\mu = 0,8$ behoort bij een mortelvoeg. In figuur B.3 is te zien dat de toelaatbare oplegdruk q kleiner is bij een grotere wrijvingscoëfficiënt μ dan bij een kleinere wrijvingscoëfficiënt, zoals die van een tussenlaag ($\mu = 0,4$). De introductie van horizontale belastingen zorgt dus voor realistischere adviezen met betrekking tot de randafstand h en oplegdruk q.
In figuur B.3 zijn ook adviezen voor een paar negatieve wrijvingscoëfficiënten μ weergegeven en te zien is dat het gedrag vergelijkbaar is met het model zonder de horizontale belasting ($\mu = 0$). Zo ontstaat de scheur bij een negatieve wrijvingscoëfficiënt aan de rand van de kolom, heeft de scheurafstand a een lineair verloop met de randafstand h en geeft het model kleine scheurhoeken θ.



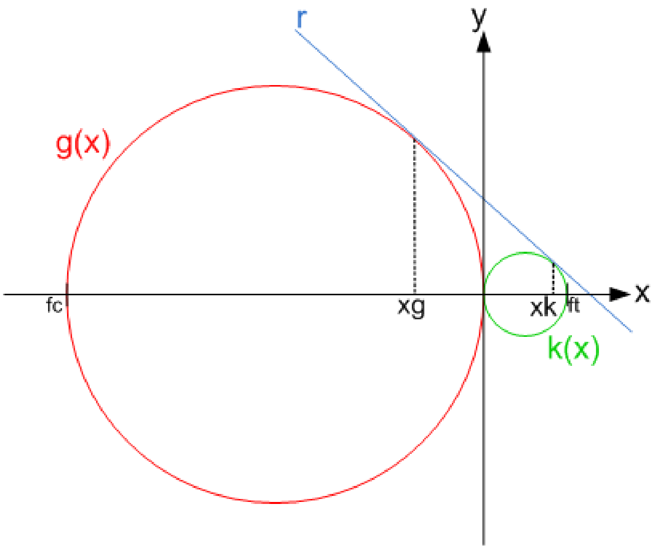
Figuur B.3: Oplegafstand en bijbehorende maximale oplegdruk en dimensies van het afboerende stuk beton voor betonsterkteklasse C20/25 voor diverse wrijvingsweerstanden μ
Variabelen: $\Delta q = 1$ N/mm, $d = 400$ mm, $\Delta h = 5$ mm, $\Delta a = 5$ mm, $\Delta\theta = 5^{\circ}$

C

Maple code

Voor de berekening van de capaciteit van het beton, moet er van de druk- of trekcirkel naar de rechte van Coulomb of andersom overgegaan worden. Om dit goed in de Python code te verwerken, is met Maple het raakpunt van de rechte van Coulomb aan de druk- en trekcirkel berekend. De berekening van deze raakpunten is in deze appendix weergegeven.

De vergelijkingen die door Maple opgelost worden, zijn als volgt afgeleid:



Figuur C.1: Druk- en trekcirkel met de rechte van Coulomb

$g(x) = \sqrt{\frac{1}{4}f_c^2 - (x + \frac{1}{2}f_c)^2}$

$k(x) = \sqrt{\frac{1}{4}f_t^2 - (x - \frac{1}{2}f_t)^2}$

$r(x) = a \cdot x + c$

Differentiëren geeft:

$g'(x) = -\frac{x+\frac{1}{2}f_c}{\sqrt{\frac{1}{4}f_c^2-(x+\frac{1}{2}f_c)^2}}$

$k'(x) = -\frac{x-\frac{1}{2}f_t}{\sqrt{\frac{1}{4}f_t^2-(x-\frac{1}{2}f_t)^2}}$

$r'(x) = a$

Stel dat raaklijn aan $g(x)$ is $y = h \cdot x + b$ met $a = g'(x_g) = -\frac{x_g + \frac{1}{2} f_c}{\sqrt{\frac{1}{4} f_c^2 - (x_g + \frac{1}{2} f_c)^2}}$

De raaklijn gaat door punt G$(x_g, g(x_g))$. Dit geeft

$b = g(x_g) - g'(x_g) \cdot x_g = \sqrt{\frac{1}{4} f_c^2 - (x_g + \frac{1}{2} f_c)^2} - \frac{x_g + \frac{1}{2} f_c}{\sqrt{\frac{1}{4} f_c^2 - (x_g + \frac{1}{2} f_c)^2}} \cdot x_g$

Op een vergelijkbare manier kan de raaklijn aan $k(x)$ bepaald worden.
De raaklijnen aan $g(x)$ en $k(x)$ zijn gelijk aan de lijn $r(x)$, dus geldt:
$a = g'(x_g) = k'(x_k)$
$c = g(x_g) - g'(x_g) \cdot x_g = k(x_k) - k'(x_k) \cdot x_k$

Deze vergelijkingen zijn in Maple opgelost en wel met de volgende code:

Hellingen zijn gelijk

$> eq1 := -\frac{xg + \frac{1}{2} \cdot fc}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot fc^2 - (xg + \frac{1}{2} \cdot fc)^2}} = -\frac{xk - \frac{1}{2} \cdot ft}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot ft^2 - (xk - \frac{1}{2} \cdot ft)^2}}:$

Snijpunt met y-as is hetzelfde

$> eq2 := \sqrt{\frac{1}{4} \cdot fc^2 - (xg + \frac{1}{2} \cdot fc)^2} + \frac{xg + \frac{1}{2} \cdot fc}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot fc^2 - (xg + \frac{1}{2} \cdot fc)^2}} \cdot xg = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot ft^2 - (xk - \frac{1}{2} \cdot ft)^2} + \frac{xk - \frac{1}{2} \cdot ft}{\sqrt{\frac{1}{4} \cdot ft^2 - (xk - \frac{1}{2} \cdot ft)^2}} \cdot xk:$

Oplossen van de vergelijkingen

$> sol := solve((eq1, eq2), (xg, xk));$

$$sol := (xg = -\frac{fcft}{fc + ft}, xk = \frac{fcft}{fc + ft})$$

De x-coördinaten van de raakpunten zijn dus
$x_g = -\frac{fcft}{fc+ft}$ en $x_k = \frac{fcft}{fc+ft}$

Deze punten zijn in de python code (appendix D) verwerkt.

D

Python code

In deze appendix wordt de gebruikte Python code weergegeven. In deze code worden eerste de variabelen en spanningen gedefinieerd zoals deze in hoofdstuk 3 beschreven zijn. Vervolgens worden de figuren van hoofdstuk 4 gegenereerd en wordt berekend bij welke waarde van de onderzochte parameter er bezwijken optreedt. Later wordt de code voor het genereren van de figuren van hoofdstuk 5 weergegeven, welke bestaat uit een nested loop waarin de diverse parameters gevarieerd worden. Als laatste bevat deze appendix de korte code die gebruikt is om de resultaten van de nested loop te controleren door een Mohr-Coulomb diagram te plotten.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
from math import radians
from math import degrees
```

Definiëren variabelen

```
def var_b(a, theta):
    '''Verticale scheurafstand b [mm]'''
    return a * np.tan(theta)

def var_c(a, theta):
    '''Scheurlengte c [mm]'''
    b = var_b(a, theta)
    return np.sqrt(a**2 + b**2)

def var_deff(a, h, d):
    '''Effectieve oplegafstand d_eff [mm]
    a, h OF d is van type array'''

    tarray = type(np.array([0]))

    if type(a) == tarray:
        deff = np.zeros(len(a))
        for i in range(len(a)):
            if h > a[i]:
                deff[i] = 0
            if (h <= a[i]) & (d + h < a[i]):
                deff[i] = d
```

```
            if (h <= a[i]) & (d + h >= a[i]):
                deff[i] = a[i] - h

    elif type(d) == tarray:
        deff = np.zeros(len(d))
        for i in range(len(d)):
            if h > a:
                deff[i] = 0
            if (h <= a) & (d[i] + h < a):
                deff[i] = d[i]
            if (h <= a) & (d[i] + h >= a):
                deff[i] = a - h

    elif type(h) == tarray:
        deff = np.zeros(len(h))
        for i in range(len(h)):
            if h[i] > a:
                deff[i] = 0
            if (h[i] <= a) & (d + h[i] < a):
                deff[i] = d
            if (h[i] <= a) & (d + h[i] >= a):
                deff[i] = a - h[i]

    else: #a, h en d zijn GEEN array
        if h > a:
            deff = 0
        if (h <= a) & (d+h < a):
            deff = d
        if (h <= a) & (d+h >= a):
            deff = a - h
    return deff

def var_Pq(a, h, d, q):
    '''Oplegbelasting P_q [N]'''
    deff = var_deff(a, h, d)
    return q * deff

def var_k(a, h, d, q):
    '''Oplegarm k [mm]'''
    deff = var_deff(a, h, d)
    return h + 1/2 * deff

#n.a.v. evenwichtsvergelijkingen
def var_e(a, theta, h, d, q):
    '''Berekent de excentriciteit e [mm]'''
    c = var_c(a, theta)
    k = var_k(a, h, d, q)
    return k - 1/2 * c * np.cos(theta)

def var_Pql(a, theta, h, d, q):
    '''Berekent de component loodrecht op de scheur van oplegbelasting
    P_q [N]'''
    Pq = var_Pq(a, h, d, q)
    return Pq * np.cos(theta)

def var_Pqp(a, theta, h, d, q):
```

```
    '''Berekent de component evenwijdig aan de scheur van oplegbelasting
    P_q [N]'''
    Pq = var_Pq(a, h, d, q)
    return Pq * np.sin(theta)
```

Definiëren spanningen

Definiëren axiale- en buigspanningen

```
def func_sig_L(a, theta, h, d, q):
    '''Berekent de axiale- en buigspanning (alias de normaalspanningen) op
    x=0'''
    Pq = var_Pq(a, h, d, q)
    Pql = var_Pql(a, theta, h, d, q)
    c = var_c(a, theta)
    e = var_e(a, theta, h, d, q)

    N = -Pql
    A = c
    Izz = 1/12 * c**3
    z = 1/2 * c
    M = -Pq * e
    return N/A + M*z/Izz

def func_sig_R(a, theta, h, d, q):
    '''Berekent de axiale- en buigspanning (alias de normaalspanningen) op
    x=c'''
    Pq = var_Pq(a, h, d, q)
    Pql = var_Pql(a, theta, h, d, q)
    c = var_c(a, theta)
    e = var_e(a, theta, h, d, q)

    N = -Pql
    A = c
    Izz = 1/12 * c**3
    z = 1/2 * c
    M = Pq * e
    return N/A + M*z/Izz

def func_sig_x(a, theta, h, d, q, x):
    '''Berekent de normaalspanning sigma op een willekeurig punt x in de
    scheur'''
    c = var_c(a, theta)
    sig_L = func_sig_L(a, theta, h, d, q)
    sig_R = func_sig_R(a, theta, h, d, q)
    return sig_L + (sig_R - sig_L)/c * x
```

Definiëren schuifspanningen

```
def func_tau_x(a, theta, h, d, q, x):
    '''Berekent de schuifspanning tau op een willekeurig punt x in de
    scheur'''
    Pqp = var_Pqp(a, theta, h, d, q)
    c = var_c(a, theta)
```

```
    V = Pqp
    b = 1
    Izz = 1/12 * c**3
    Sa = x * 1/2 * (c - x)
    return (V * Sa) / (b * Izz)
```

Capaciteit van beton

```
#volgens EN 1992-1-1:2004 tabel 3.1
#C20/25
fck20  = 20  #MPa = N/mm^2
fctm20 = 2.2 #N/mm^2
fctk20 = 1.5 #N/mm^2
#C25/30
fck25  = 25  #N/mm^2
fctm25 = 2.6 #N/mm^2
fctk25 = 1.8 #N/mm^2

#C30/37
fck30  = 30  #N/mm^2
fctm30 = 2.9 #N/mm^2
fctk30 = 2.0 #N/mm^2

#C35/45
fck35  = 35  #N/mm^2
fctm35 = 3.2 #N/mm^2
fctk35 = 2.2 #N/mm^2

#C40/50
fck40  = 40  #N/mm^2
fctm40 = 3.5 #N/mm^2
fctk40 = 2.5 #N/mm^2

#C45/55
fck45  = 45  #N/mm^2
fctm45 = 3.8 #N/mm^2
fctk45 = 2.7 #N/mm^2

#C50/60
fck50  = 50  #N/mm^2
fctm50 = 4.1 #N/mm^2
fctk50 = 2.9 #N/mm^2

#C55/67
fck55  = 55  #N/mm^2
fctm55 = 4.2 #N/mm^2
fctk55 = 3.0 #N/mm^2

def fd(fc):
    '''Berekent de design value van de sterkte'''
    return fc/1.5

def func_tau_cap(fc, ft, sigma):
    '''Berekent de capaciteit schuifspanning tau van een betonklasse om te
    gebruiken in de Mohr-Coulomb grafiek.
```

```
    Input sigma moet een array zijn.'''
    tau_cap = -10 * np.ones(len(sigma))

    #snijpunt drukcirkel met rechte van Coulomb
    xg = -(fc*ft)/(fc+ft)

    #snijpunt trekcirkel met rechte van Coulomb
    xk = (fc*ft)/(fc+ft)

    for i in range(len(sigma)):
        if sigma[i] < -fc: #buiten drukcirkel
            tau_cap[i] = 0

        elif sigma[i] <= xg: #drukcirkel
            rdruk = fc/2
            tau_cap[i] = np.sqrt(rdruk**2 - (sigma[i] + rdruk)**2)

        elif sigma[i] < xk: #rechte van Coulomb
            phi = np.arcsin((fc-ft) / (fc+ft))
            cc = 1/2 * np.sqrt(fc * ft)
            tau_cap[i] = cc - np.tan(phi) * sigma[i]

        elif sigma[i] < ft: #trekcirkel
            rtrek = ft/2
            tau_cap[i] = np.sqrt(rtrek**2 - (sigma[i] - rtrek)**2)

        else: #buiten trekcirkel
            tau_cap[i] = 0
    return tau_cap
```

Parameteronderzoek

```
#volgorde van kleuren
colvolg = ['gold', 'lawngreen', 'limegreen', 'deepskyblue', 'blue',
'blueviolet']

def plot_cap(sig_onder = -50, sig_boven = 40, sig_stap = 0.01, C20=True,
C30=True, C45=True, grid=True):
    '''Plot de rechte van Mohr-Coulomb voor de betonklassen C20/25, C30/37
    en C45/55
    Gebruikt de ontwerpwaarden voor de sterkte'''
    sigma = np.arange(sig_onder, sig_boven, sig_stap)

    tau20 = func_tau_cap(fd(fck20), fd(fctm20), sigma)
    tau30 = func_tau_cap(fd(fck30), fd(fctm30), sigma)
    tau45 = func_tau_cap(fd(fck45), fd(fctm45), sigma)

    if C20:
        plt.plot(sigma, tau20, label='C20/25', linewidth = 2.5, color='dimgray')
        plt.ylim(0, 8)
        plt.xlim(-15, 5)
    if C30:
        plt.plot(sigma, tau30, label='C30/37', linewidth = 2.5,color='gray')
        plt.ylim(0, 14)
        plt.xlim(-25, 5)
    if C45:
```

```
        plt.plot(sigma, tau45, label='C45/55', linewidth = 2.5,color='silver')
        plt.ylim(0, 18)
        plt.xlim(-35, 5)

    plt.legend(loc='best')
    plt.xlabel('Normaalspanning [N/mm^2]')
    plt.ylabel('Schuifspanning [N/mm^2]')
    if grid:
        plt.grid(color = 'gainsboro', linestyle = '-.')

    plt.axhline(color='black', linewidth=.5)
    plt.axvline(color='black', linewidth=.5);

def func_qfail(onder, boven, stap, fc, ft, a, theta, h, d):
    '''Berekent de oplegdruk q waarvoor de capaciteit van het beton wordt
    overschreden.
    return: qfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail'''
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    failure = False
    for iq in np.arange(onder, boven, stap): #waarde voor q
        for ix in x:
            sx = func_sig_x(a, theta, h, d, iq, ix)
            tx = func_tau_x(a, theta, h, d, iq, ix)
            tcap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sx])))

            if tx >= tcap:
                failure = True
                qfail = iq
                xfail = ix
                sxfail = sx
                txfail = tx
                tcapfail = tcap
                break #uit x loop

        if failure:
            break #uit q loop

    if not failure:
        qfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail = -999, -999, -999, -999, -999
        print('GEEN FAIL')
    return qfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail

def func_dfail(onder, boven, stap, fc, ft, a, theta, h, q, oplopen=True):
    '''Berekent de oplegafstand d waarvoor de capaciteit van het beton
    wordt overschreden.
    return: dfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail'''
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    if oplopen:
        dar = np.arange(onder, boven, stap)

    else:
        dar = -np.sort(-np.arange(onder, boven, stap))
```

```
    failure = False
    for di in dar: #waarde voor d
        for ix in x:
            sx = func_sig_x(a, theta, h, di, q, ix)
            tx = func_tau_x(a, theta, h, di, q, ix)
            tcap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sx])))

            if tx >= tcap:
                failure = True
                dfail = di
                xfail = ix
                sxfail = sx
                txfail = tx
                tcapfail = tcap
                break #uit x loop

        if failure:
            break #uit d loop

    if not failure:
        dfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail = -999, -999, -999, -999, -999
        print('GEEN FAIL')
    return dfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail

def func_hfail(onder, boven, stap, fc, ft, a, theta, d, q, oplopen=True):
    '''Berekent de randafstand h waarvoor de capaciteit van het beton wordt
    overschreden.
    return: hfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail'''
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    if oplopen:
        har = np.arange(onder, boven, stap)

    else:
        har = -np.sort(-np.arange(onder, boven, stap))

    failure = False
    for ih in har: #waarde voor h
        for ix in x:
            sx = func_sig_x(a, theta, ih, d, q, ix)
            tx = func_tau_x(a, theta, ih, d, q, ix)
            tcap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sx])))

            if tx >= tcap:
                failure = True
                hfail = ih
                xfail = ix
                sxfail = sx
                txfail = tx
                tcapfail = tcap
                break #uit x loop

        if failure:
            break #uit h loop
```

```
    if not failure:
        hfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail = -999, -999, -999, -999, -999
        print('GEEN FAIL')
    return hfail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail

def func_afail(onder, boven, stap, fc, ft, theta, h, d, q, oplopen=True):
    '''Berekent de scheurafstand a waarvoor de capaciteit van het beton
    wordt overschreden.
    return: afail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail'''
    if oplopen:
        aar = np.arange(onder, boven, stap)

    else:
        aar = -np.sort(-np.arange(onder, boven, stap))

    failure = False
    for ia in aar: #waarde voor a
        c = var_c(ia, theta)
        x = np.linspace(0, c, c+1)
        for ix in x:
            sx = func_sig_x(ia, theta, h, d, q, ix)
            tx = func_tau_x(ia, theta, h, d, q, ix)
            tcap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sx])))

            if tx >= tcap:
                failure = True
                afail = ia
                xfail = ix
                sxfail = sx
                txfail = tx
                tcapfail = tcap
                break #uit x loop

        if failure:
            break #uit a loop

    if not failure:
        afail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail = -999, -999, -999, -999, -999
        print('GEEN FAIL')
    return afail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail

def func_thetafail(onder, boven, stap, fc, ft, a, h, d, q, oplopen=True):
    '''Berekent de scheurhoek theta waarvoor de capaciteit van het beton
    wordt overschreden.
    return: thetafail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail'''
    if oplopen:
        thetaar = np.arange(onder, boven, stap)

    else:
        thetaar = -np.sort(-np.arange(onder, boven, stap))

    failure = False
    for itheta in thetaar: #waarde voor theta
        c = var_c(a, itheta)
        x = np.linspace(0, c, c+1)
```

```
        for ix in x:
            sx = func_sig_x(a, itheta, h, d, q, ix)
            tx = func_tau_x(a, itheta, h, d, q, ix)
            tcap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sx])))

            if tx >= tcap:
                failure = True
                thetafail = itheta
                xfail = ix
                sxfail = sx
                txfail = tx
                tcapfail = tcap
                break #uit x loop

        if failure:
            break #uit theta loop

    if not failure:
        thetafail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail = -999, -999, -999, -999, -999
        print('GEEN FAIL')
    return thetafail, xfail, sxfail, txfail, tcapfail
```

Betonsterkteklassen

```
plt.figure(figsize=(7,6))
plot_cap()
```

Oplegdruk q

```
a = 200 #mm
theta = radians(45)
h = 100 #mm
d = 200 #mm

c = var_c(a, theta)
x = np.linspace(0, c, c+1)

plt.figure(figsize=(7,6))
q = [1, 2, 5, 7.5, 10, 15]
for i in range(len(q)):
    s1 = func_sig_x(a, theta, h, d, q[i], x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h, d, q[i], x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('q = '+str(q[i])+' N/mm'), color=colvolg[i])

#capaciteitslijnen van betonklassen
plot_cap(C30=False, C45=False);

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_qfail(7.5, 15, 0.01, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, h, d)
print('qfail:   ', test[0])
print('xfail:   ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:  ', test[2])
print('txfail:  ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])
```

Oplegafstand d

```
a = 200 #mm
theta = radians(45)
h = 100 #mm
q = 10 #N/mm

c = var_c(a, theta)
x = np.linspace(0, c, c+1)

plt.figure(figsize=(7,6))
d = [25, 50, 75, 100, 125, 150]
for i in range(len(d)):
    s1 = func_sig_x(a, theta, h, d[i], q, x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h, d[i], q, x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('d = '+str(d[i])+' mm'), color=colvolg[i])

#capaciteitslijnen van betonklassen
plot_cap(C30=False, C45=False);

# snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_dfail(0, 300, 1, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, h, q)
print('dfail:    ', test[0])
print('xfail:    ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:   ', test[2])
print('txfail:   ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])
```

Randafstand h

```
a = 200 #mm
theta = radians(45)
d = 200 #mm
q = 10 #N/mm

c = var_c(a, theta)
x = np.linspace(0, c, c+1)

plt.figure(figsize=(7,6))
h = [0, 25, 50, 100, 150, 175]
for i in range(len(h)):
    s1 = func_sig_x(a, theta, h[i], d, q, x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h[i], d, q, x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('h = '+str(h[i])+' mm'), color=colvolg[i])

#capaciteitslijnen van betonklassen
plot_cap(C30=False, C45=False);


#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_hfail(0, 100, 1, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, d, q,
                  oplopen=True)
print('Oplopend getest:')
```

```
print('hfail:   ', test[0])
print('xfail:   ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:  ', test[2])
print('txfail:  ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_hfail(0, 100, 1, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, d, q,
                  oplopen=False)
print('\nAflopend getest')
print('hfail:   ', test[0])
print('xfail:   ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:  ', test[2])
print('txfail:  ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])


#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_hfail(100, 200, 1, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, d, q,
                  oplopen=True)
print('\nOplopend getest:')
print('hfail:   ', test[0])
print('xfail:   ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:  ', test[2])
print('txfail:  ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_hfail(0, 200, 1, fd(fck20), fd(fctm20), a, theta, d, q,
                  oplopen=False)
print('\nAflopend getest')
print('hfail:   ', test[0])
print('xfail:   ', test[1],' = ', test[1]/c, '*c')
print('sxfail:  ', test[2])
print('txfail:  ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])
```

Scheurafstand a

```
theta = radians(45)
h = 100 #mm
d = 200 #mm
q = 10 #N/mm

plt.figure(figsize=(7,6))
a = [150, 200, 250, 300, 350, 400]
for i in range(len(a)):
    c = var_c(a[i], theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    s1 = func_sig_x(a[i], theta, h, d, q, x)
    t1 = func_tau_x(a[i], theta, h, d, q, x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('a = '+str(a[i])+' mm'), color=colvolg[i])

#capaciteitslijnen van betonklassen
```

```
plot_cap(C30=False, C45=False);

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_afail(0, 300, 1, fd(fck20), fd(fctm20), theta, h, d, q)
print('Oplopend getest:')
print('afail:    ', test[0])
print('xfail:    ', test[1],' = ', test[1]/var_c(test[0], theta), '*c')
print('sxfail:   ', test[2])
print('txfail:   ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_afail(0, 300, 1, fd(fck20), fd(fctm20), theta, h, d, q,
                  oplopen=False)
print('\nAflopend getest:')
print('afail:    ', test[0])
print('xfail:    ', test[1],' = ', test[1]/var_c(test[0], theta), '*c')
print('sxfail:   ', test[2])
print('txfail:   ', test[3])
print('tcapfail:', test[4])

#Figuur met kleinere waarden voor a in de appendix
theta = radians(45)
h = 100 #mm
d = 200 #mm
q = 10 #N/mm

plt.figure(figsize=(14,6))
a = [101, 115, 130, 145, 150, 160]

for subp in [1,2]:
    plt.subplot(1, 2, subp)

    for i in range(len(a)):
        c = var_c(a[i], theta)
        x = np.linspace(0, c, c+1)

        s1 = func_sig_x(a[i], theta, h, d, q, x)
        t1 = func_tau_x(a[i], theta, h, d, q, x)

        plt.plot(s1, t1, label = ('a = '+str(a[i])+' mm'), color=colvolg[i])

    #capaciteitslijnen van betonklassen
    plot_cap(C30=False, C45=False);

    if subp == 2:
        #zoom
        plt.ylim(0, 4)
        plt.xlim(-3, 2)
```

Scheurhoek theta

```
a = 200 #mm
h = 100 #mm
d = 200 #mm
q = 10 #N/mm
```

```
plt.figure(figsize=(7,6))
theta_deg = [10, 25, 35, 45, 55, 65]

for i in range(len(theta_deg)):
    theta = radians(theta_deg[i])
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    s1 = func_sig_x(a, theta, h, d, q, x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h, d, q, x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('theta = '+str(theta_deg[i])+' deg'),
    color=colvolg[i])

#capaciteitslijnen van betonklassen
plot_cap(C30=False, C45=False);

#snpijpunt met capaciteitslijnen
test = func_thetafail(radians(0), radians(90), radians(1), fd(fck20),
                      fd(fctm20), a, h, d, q, oplopen=True)
print('Oplopend getest:')
print('thetafail:', degrees(test[0]), 'deg')
print('xfail:    ', test[1],' = ',  test[1]/var_c(a, test[0]), '*c')
print('sxfail:   ', test[2])
print('txfail:   ', test[3])
print('tcapfail: ', test[4])

test = func_thetafail(radians(0), radians(90), radians(1), fd(fck20),
                      fd(fctm20), a, h, d, q, oplopen=False)
print('\nAflopend getest:')
print('thetafail:', degrees(test[0]), 'deg')
print('xfail:    ', test[1],' = ',  test[1]/var_c(a, test[0]), '*c')
print('sxfail:   ', test[2])
print('txfail:   ', test[3])
print('tcapfail: ', test[4])

#Figuur met kleinere waarden voor theta in de appendix
a = 200 #mm
h = 100 #mm
d = 200 #mm
q = 10 #N/mm

plt.figure(figsize=(7,6))
theta_deg = [0, 1, 3, 5, 7, 10]

for i in range(len(theta_deg)):
    theta = radians(theta_deg[i])
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    s1 = func_sig_x(a, theta, h, d, q, x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h, d, q, x)

    plt.plot(s1, t1, label = ('theta = '+str(theta_deg[i])+' deg'),
             color=colvolg[i])
```

```
#capaciteitslijnen van betonklassen
plot_cap(C30=False, C45=False);
plt.ylim(0,2);
```

Aviezen n.a.v. capaciteitsonderzoek

```
print('---------------THETA VAN HOOG NAAR LAAG TESTEN---------------')

#volgorde van kleuren
colvolg = ['aqua', 'deepskyblue', 'blue', 'navy']

#testwaarden
h_onder, h_boven, h_stap = 0, 200, 5
q_onder, q_boven, q_stap = 0, 40, 0.5

htest = np.arange(h_onder, h_boven+h_stap, h_stap)
qtest = np.arange(q_onder, q_boven+q_stap, q_stap)

#testwaarden scheureigenschappen
a_onder, a_boven, a_stap = 0, 400, 5
theta_deg_onder, theta_deg_boven, theta_deg_stap = 0, 89, 5

atest = np.arange(a_onder, a_boven+a_stap, a_stap)
th_deg_test = np.arange(theta_deg_onder, theta_deg_boven, theta_deg_stap)
th_deg_test = -np.sort(-th_deg_test) #van boven naar beneden theta testen
thtest = th_deg_test * np.pi/180

#overige afmetingen
d = 400 #mm

#betoneigenschappen
C20 = [fck20, fctm20]
C30 = [fck30, fctm30]
C45 = [fck45, fctm45]

bklasnaam = ['C20/25', 'C30/37', 'C45/55']
bklas = [C20, C30, C45]

pltype = ['-', '--', '-.', ':']
qmaxlim = 20

plt.figure(figsize=(15,15))
for iklas in range(len(bklas)):
    klas = bklas[iklas]
    fc = klas[0]
    ft = klas[1]

    #lijsten om waarden van failure in op te slaan
    h_lijst = []
    q_lijst = []
    a_lijst = []
    theta_lijst = []
    xc_lijst = []

    for ih in htest:
```

```
    #voortgang wordt getoont
    teller = ih/h_stap
    if teller.is_integer():
        print('h', ih)

    h_lijst.append(ih)
    failure = False

    for iq in qtest:

        for ia in atest:

            for itheta in thtest:
                c = var_c(ia, itheta)
                x = np.linspace(0, c, 1/5*(c+1))

                for ix in x:
                    sigx = func_sig_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                    taux = func_tau_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                    taucap = float(func_tau_cap(fd(fc), fd(ft),
                                            np.array([sigx])))

                    if taux >= taucap:
                        q_lijst.append(iq)
                        a_lijst.append(ia)
                        theta_lijst.append(itheta)
                        xc_lijst.append(ix/c)
                        failure = True
                        break #uit x loop

                if failure:
                    break #uit theta loop

            if failure:
                break #uit a loop

        if failure:
            break #uit q loop

    if not failure: #Bij deze h treedt er voor geen enkele q falen op
        q_lijst.append(9999)
        a_lijst.append(9999)
        theta_lijst.append(9999)
        xc_lijst.append(9999)

print(' ')
print(bklasnaam[iklas])
print('h     ', h_lijst)
print('q     ', q_lijst)
print('a     ', a_lijst)
print('theta', np.array(theta_lijst)*180/np.pi)
print('x[*c]', xc_lijst)
print(' ')

plt.subplot(221)
q_lijst = np.array(q_lijst)
```

```
    qmax = max(q_lijst[q_lijst!=9999])
    if qmax > qmaxlim:
        qmaxlim = qmax
    plt.plot(h_lijst, q_lijst-q_stap, pltype[iklas], color=colvolg[iklas],
             label=bklasnaam[iklas])
    plt.title('Maximale q zodat net GEEN falen bij verschillende h')
    plt.ylabel('q [N/mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, qmaxlim)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(222)
    plt.plot(h_lijst, xc_lijst, pltype[iklas], color=colvolg[iklas],
             label=bklasnaam[iklas])
    plt.title('Eerste plaats x waar bezwijking optreedt')
    plt.ylabel('x [*c]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, 1.05)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(223)
    plt.plot(h_lijst, a_lijst, pltype[iklas], color=colvolg[iklas],
             label=bklasnaam[iklas])
    plt.title('Scheurafstand a bij falen')
    plt.ylabel('a [mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, a_boven+a_stap)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(224)
    plt.plot(h_lijst, np.array(theta_lijst)*180/np.pi, pltype[iklas],
             color=colvolg[iklas], label=bklasnaam[iklas])
    plt.title('Scheurhoek theta bij falen')
    plt.ylabel('theta [deg]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, theta_deg_boven)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');


print('--------------THETA STAAT VAST & MEERDERE THETA TESTEN--------------')

#volgorde van kleuren
colvolg = ['aqua', 'deepskyblue', 'blue', 'navy']

#testwaarden
h_onder, h_boven, h_stap = 0, 200, 5
q_onder, q_boven, q_stap = 0, 40, 0.5

htest = np.arange(h_onder, h_boven+h_stap, h_stap)
qtest = np.arange(q_onder, q_boven+q_stap, q_stap)

#testwaarden scheureigenschappen
```

```
a_onder, a_boven, a_stap = 0, 400, 5

atest = np.arange(a_onder, a_boven+a_stap, a_stap)
th_deg_test = [30, 40, 45, 50]
thtest = np.array(th_deg_test) * np.pi/180

atest = np.arange(a_onder, a_boven+a_stap, a_stap)

#overige afmetingen
d = 400 #mm

#betoneigenschappen
fc, ft = fck20, fctm20

pltype = ['-', '--', '-.', ':']
qmaxlim = 20

plt.figure(figsize=(15,15))
for ith in range(len(thtest)):
    itheta = thtest[ith]

    #lijsten om waarden van failure in op te slaan
    h_lijst = []
    q_lijst = []
    a_lijst = []
    xc_lijst = []

    for ih in htest:
        #Voortgang wordt getoont
        teller = ih/h_stap
        if teller.is_integer():
            print('h', ih)

        h_lijst.append(ih)
        failure = False

        for iq in qtest:

            for ia in atest:
                c = var_c(ia, itheta)
                x = np.linspace(0, c, 1/5*(c+1))

                for ix in x:
                    sigx = func_sig_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                    taux = func_tau_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                    taucap = float(func_tau_cap(fd(fc), fd(ft),
                                                    np.array([sigx])))

                    if taux >= taucap:
                        q_lijst.append(iq)
                        a_lijst.append(ia)
                        xc_lijst.append(ix/c)
                        failure = True
                        break #uit x loop

                if failure:
```

```
                    break #uit a loop

            if failure:
                break #uit q loop

        if not failure: #Bij deze h treedt er voor geen enkele q falen op
            q_lijst.append(9999)
            a_lijst.append(9999)
            xc_lijst.append(9999)

    print(' ')
    print('theta', th_deg_test[ith], 'deg')
    print('h    ', h_lijst)
    print('q    ', q_lijst)
    print('a    ', a_lijst)
    print('x[*c]', xc_lijst)
    print(' ')

    plt.subplot(221)
    q_lijst = np.array(q_lijst)
    qmax = max(q_lijst[q_lijst!=9999])
    if qmax > qmaxlim:
        qmaxlim = qmax
    plt.plot(h_lijst, q_lijst-q_stap, pltype[ith], color=colvolg[ith],
             label=('theta = '+str(th_deg_test[ith])+' deg'))
    plt.title('Maximale q zodat net GEEN falen bij verschillende h')
    plt.ylabel('q [N/mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, qmaxlim)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(222)
    plt.plot(h_lijst, xc_lijst, pltype[ith], color=colvolg[ith],
             label=('theta = '+str(th_deg_test[ith])+' deg'))
    plt.title('Eerste plaats x waar bezwijking optreedt')
    plt.ylabel('x [*c]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, 1.05)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(223)
    plt.plot(h_lijst, a_lijst, pltype[ith], color=colvolg[ith],
             label=('theta = '+str(th_deg_test[ith])+' deg'))
    plt.title('Scheurafstand a bij falen')
    plt.ylabel('a [mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, a_boven+a_stap)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');


print('-------THETA VAN HOOG NAAR LAAG TESTEN - CORRECTIEFACTOR-------')

#correctiefactor treksterkte
```

```
cortest = [1, 2, 2.5, 3, 3.5, 4]

#volgorde van kleuren
colvolg = ['black', 'deepskyblue', 'blue', 'navy', 'mediumpurple',
            'rebeccapurple']

#testwaarden
h_onder, h_boven, h_stap = 0, 200, 10
q_onder, q_boven, q_stap = 0, 30, 1

htest = np.arange(h_onder, h_boven+h_stap, h_stap)
qtest = np.arange(q_onder, q_boven+q_stap, q_stap)

#testwaarden scheureigenschappen
a_onder, a_boven, a_stap = 0, 400, 10
theta_deg_onder, theta_deg_boven, theta_deg_stap = 0, 89, 5

atest = np.arange(a_onder, a_boven+a_stap, a_stap)
th_deg_test = np.arange(theta_deg_onder, theta_deg_boven, theta_deg_stap)
th_deg_test = -np.sort(-th_deg_test) #van boven naar beneden theta testen
thtest = th_deg_test * np.pi/180

#overige afmetingen
d = 400 #mm

pltype = ['-', '--', '-.', ':', '-', '--']
qmaxlim = 20

plt.figure(figsize=(15,15))
for icor in range(len(cortest)):
    fc = fck20
    ft = cortest[icor] * fctm20

    #lijsten om waarden van failure in op te slaan
    h_lijst = []
    q_lijst = []
    a_lijst = []
    theta_lijst = []
    xc_lijst = []

    for ih in htest:
        #voortgang wordt getoont
        teller = ih/h_stap
        if teller.is_integer():
            print('h', ih)

        h_lijst.append(ih)
        failure = False

        for iq in qtest:

            for ia in atest:

                for itheta in thtest:
                    c = var_c(ia, itheta)
                    x = np.linspace(0, c, 1/5*(c+1))
```

```
                    for ix in x:
                        sigx = func_sig_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                        taux = func_tau_x(ia, itheta, ih, d, iq, ix)
                        taucap = float(func_tau_cap(fd(fc), fd(ft),
                                                    np.array([sigx])))

                        if taux >= taucap:
                            q_lijst.append(iq)
                            a_lijst.append(ia)
                            theta_lijst.append(itheta)
                            xc_lijst.append(ix/c)
                            failure = True
                            break #uit x loop

                    if failure:
                        break #uit theta loop

                if failure:
                    break #uit a loop

            if failure:
                break #uit q loop

        if not failure: #Bij deze h treedt er voor geen enkele q falen op
            q_lijst.append(9999)
            a_lijst.append(9999)
            theta_lijst.append(9999)
            xc_lijst.append(9999)

    print(' ')
    print('correctiefactor', cortest[icor])
    print('h     ', h_lijst)
    print('q     ', q_lijst)
    print('a     ', a_lijst)
    print('theta', np.array(theta_lijst)*180/np.pi)
    print('x[*c]', xc_lijst)
    print(' ')

    plt.subplot(221)
    q_lijst = np.array(q_lijst)
    qmax = max(q_lijst[q_lijst!=9999])
    if qmax > qmaxlim:
        qmaxlim = qmax
    plt.plot(h_lijst, q_lijst-q_stap, pltype[icor], color=colvolg[icor],
             label=('correctie = '+str(cortest[icor])))
    plt.title('Maximale q zodat net GEEN falen bij verschillende h')
    plt.ylabel('q [N/mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, qmaxlim)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(222)
    plt.plot(h_lijst, xc_lijst, pltype[icor], color=colvolg[icor],
             label=('correctie = '+str(cortest[icor])))
```

```
    plt.title('Eerste plaats x waar bezwijking optreedt')
    plt.ylabel('x [*c]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, 1.05)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(223)
    plt.plot(h_lijst, a_lijst, pltype[icor], color=colvolg[icor],
             label=('correctie = '+str(cortest[icor])))
    plt.plot(h_lijst, h_lijst)
    plt.title('Scheurafstand a bij falen')
    plt.ylabel('a [mm]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, a_boven+a_stap)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

    plt.subplot(224)
    plt.plot(h_lijst, np.array(theta_lijst)*180/np.pi, pltype[icor],
        color=colvolg[icor], label=('correctie = '+str(cortest[icor])))
    plt.title('Scheurhoek theta bij falen')
    plt.ylabel('theta [deg]')
    plt.xlabel('h [mm]')
    plt.ylim(0, theta_deg_boven)
    plt.xlim(0, h_boven)
    plt.legend(loc='best');

#--------------MOHR-COULOMB DIAGRAM MET CORRECTIEFACTOR--------------
#correctiefactor treksterkte
cortest = [1, 2, 3, 4]

#volgorde van kleuren
colvolg = ['aqua', 'deepskyblue', 'blue', 'navy', 'mediumpurple',
           'rebeccapurple']
pltype = ['-', '--', '-.', ':', '-', '--']

sigma = np.arange(-50, 40, 0.01)

plt.figure(figsize=(7,7))
for i in range(len(cortest)):
    ft = cortest[i] * fctm20
    taucap = func_tau_cap(fd(fck20), fd(ft), sigma)

    plt.plot(sigma, taucap, pltype[i],
    label=('correctiefactor = '+str(cortest[i])), color=colvolg[i])

plt.ylim(0, 8)
plt.axis('scaled')
plt.ylim(-0, 10)
plt.xlim(-15, 10)
plt.legend(loc='best')
plt.xlabel('Normaalspanning [N/mm^2]')
plt.ylabel('Schuifspanning [N/mm^2]')
plt.grid(color = 'gainsboro', linestyle = '-.')
```

```
plt.axhline(color='black', linewidth=.5)
plt.axvline(color='black', linewidth=.5);
```

Handmatige test

```
def hand_test(q, h, a, theta, d=400, fc=fd(fck20), ft=fd(fctm20),
              zoom=False):
    '''Test die uitrekend of er bij deze parameters bezwijken optreedt.
    De sterkten fc en ft zijn de ontwerpwaarden van respectievelijk de
    druk- en treksterkte van het beton'''
    c = var_c(a, theta)
    x = np.linspace(0, c, c+1)

    s1 = func_sig_x(a, theta, h, d, q, x)
    t1 = func_tau_x(a, theta, h, d, q, x)
    taucap = func_tau_cap(fc, ft, s1)

    plt.plot(s1, t1)

    for i in range(len(t1)):
        if t1[i] >= taucap[i]:
            print('BEZWIJKT')
            print(' ')
            break

    print('Treksterkte [N/mm^2]:', ft)
    print('Druksterkte [N/mm^2]:', -fc)

    print('\nMaximale normaalspanning [N/mm^2]:', max(s1))
    print('Minimale normaalspanning [N/mm^2]:', min(s1))
    print('Maximale schuifspanning  [N/mm^2]:', max(t1))

    #capaciteitslijnen van betonklassen
    plot_cap(C30=False, C45=False);

    if zoom:
        plt.xlim(-3, 2)
        plt.ylim(0, 1)

def semihand_test(q, h, d=400, a_stap=10, theta_deg_stap=5, fc=fd(fck20),
                  ft=fd(fctm20)):
    '''Test die uitrekend of er bij deze parameters bezwijken optreedt.
    a_stap en th_deg_stap zijn de stapgrootten waarmee respectievelijk
    scheurafstand a [mm] en scheurhoek theta [deg] onderzocht worden.
    De sterkten fc en ft zijn de ontwerpwaarden van respectievelijk de
    druk- en treksterkte van het beton
    Aangenomen wordt dat de effectieve oplegafstand altijd maximaal is
    (d>=a)'''
    atest = np.arange(0, d+a_stap, a_stap)
    th_deg_test = np.arange(0, 89, theta_deg_stap)
    thtest = np.array(th_deg_test) * np.pi/180

    failure = False
    for ia in atest:
        for itheta in thtest:
            c = var_c(ia, itheta)
```

```
            x = np.linspace(0, c, 1/5*(c+1))

            for ix in x:
                sigx = func_sig_x(ia, itheta, h, d, q, ix)
                taux = func_tau_x(ia, itheta, h, d, q, ix)
                taucap = float(func_tau_cap(fc, ft, np.array([sigx])))

                if taux >= taucap:
                    print('BEZWIJKT\n')
                    print('Scheurafstand  a  [mm]:', ia)
                    print('Scheurhoek theta [deg]:', degrees(itheta))
                    print('Bezwijkplaats  x  [*c]:', ix/c)
                    failure = True
                    break #uit x loop

            if failure:
                break #uit theta loop

        if failure:
            break #uit a loop

    if not failure:
        print('GEEN BEZWIJKEN')

#--------------------TEST SEMI-HANDMATIG--------------------
h = 0
q = 7

semihand_test(q, h)

#-----------------------TEST HANDMATIG----------------------
h, q, a, theta_deg = 0, 7, 20, 65
theta = radians(theta_deg)

hand_test(q, h, a, theta)
```