

Schalen versus vakwerken

CTB3000: BSc Eindwerk

Onderzoek naar het effect van een
geodetisch vakwerk als ondersteuning
van een schaalconstructie bij een koepel



Delft
University of
Technology

16-6-2014
Liesette la Gasse
4147804

Schalen versus vakwerken

Onderzoek naar het effect van een geodetisch vakwerk
als ondersteuning van een schaalconstructie bij een koepel

CTB3000: BSc Eindwerk
Technische Universiteit Delft
Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen
Structural Engineering

Liesette la Gasse
Studentnummer: 4147804

Eerste begeleider: dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
Tweede begeleider: ir. R. Abspoel

16 juni 2014

Voorwoord

Voor u ligt het eindrapport van het vak CTB3000 Bachelor Eindwerk van Liesette la Gasse, student Civiele Techniek aan de TU Delft. In dit document worden de resultaten gepresenteerd van het onderzoek. Dit onderzoek komt voort uit het eerdere onderzoek van Okko Coppejans [7] naar het materiaalgebruik van een geodetisch vakwerk en schaal bij een koepelconstructie. In dit onderzoek wordt de samenwerking van deze twee constructietypes bekeken.

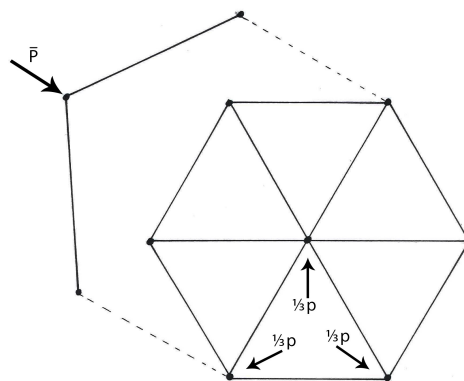
Hierbij wil ik mijn begeleiders, dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en ir. R. Abspoel, bedanken voor hun waardevolle inzichten, inbreng en begeleiding de afgelopen 8 weken.

Symbolen

p : Verdeelde belasting op de koepel in N/m^2 . Dit is de totale belasting, dus zowel de variabele belasting als het eigen gewicht.

q : Variabele belasting door sneeuw in N/m^2 .

$\bar{P}$: Kracht op een knoop van het geodetisch vakwerk beschouwd in één richting van het hexagoon. Bij dit onderzoek wordt gekeken naar de twee staven van de hexagoon die in elkaars verlengde liggen. (Zie figuur 1) De stijfheid van de hexagoon is dus uiteindelijk 3 keer zo groot dan naar voren komt in de volgende beschouwingen, omdat elk hexagoon 3 van die paren heeft. Daarom is voor $\bar{P}$ een derde van de totale knoopp kracht genomen. Dit is gelijk aan: $\frac{1}{3} * \frac{1}{3}p * A_{hexagoon} = \frac{1}{3} * \frac{1}{3}p * \frac{1}{2}l'^2 = \frac{1}{18}pl'^2$



Figuur 1: Verdeling van de belasting over een hexagon

γ_e : Veiligheidsfactor permanente belasting.

γ_q : Veiligheidsfactor variabele belasting.

E : Elasticiteitsmodulus. Er wordt uitgegaan van een constante elasticiteitsmodulus, namelijk die van staal. Voor dit materiaal geldt: $E = 210.000 N/mm^2$.

f_y : Vloeispanning van het materiaal in N/mm^2 . Voor staal geldt: $f_y = 235 N/mm^2$.

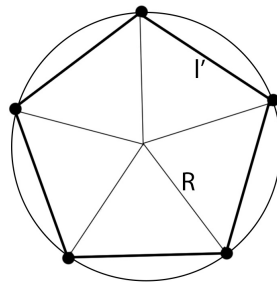
ν : Poisson-factor

R : Straal van de koepelconstructie

t : Dikte van de schaal. Deze varieert in de opgave en is afhankelijk van de straal van de koepel R . De dikte van de koepel volgt uit de bezwijkmechanismen. De constructie zal namelijk bestand moeten zijn tegen het maatgevende bezwijkmechanisme en bij een gegeven E en belasting, is alleen de t hierbij variabel.

l' : Staaflengte van een rib van het vakwerk. Deze lengte hangt af van de straal van de koepel en de complexiteit van het vakwerk. De lengte kan afgeleid worden uit de middelste horizontale ring van de koepel. (Zie figuur 2). Voor het aantal knopen i op deze ring geldt: $i = 5 * c$ met $c = \text{complexiteit}$. Eén ring wordt dus opgebouwd uit i staven en één cirkel van 360° wordt dus in i gelijke delen verdeeld. Dit geeft:

$$\frac{\frac{1}{2}l'}{R} = \sin \frac{2\pi}{2i} \quad (0.0.1)$$



Figuur 2: Doorsnede bij koepel bij oplegging

En l' wordt dan:

$$l' = 2R \sin \frac{0.2\pi}{c} \quad (0.0.2)$$

l' kan echter ook benaderd worden d.m.v.

$$l' = \frac{2\pi R}{5c} \quad (0.0.3)$$

Dit lineaire verband is een benadering van l' , maar bij een vakwerk dat de bol zo nauwkeurig mogelijk benaderd, zal de fout klein zijn.

l_k : Kniklengte schaal of vakwerkstaaf

h : Hoogteverschil tussen hoekpunten vakwerkstaaf

A : Doorsnede oppervlak van een ribbe.

r : Straal vakwerkstaaf

c : Complexiteit vakwerk

i : Aantal opleggingen geodetische koepel

d : Effectieve hoogte constructie met schaal en geodetisch vakwerk.

V : Volume

u : Zakking

n : Membraankracht schaalconstructie

σ : Normaalspanning

Lijst met afkortingen

BGT	Bruikbaarheidsgrenstoestand
UGT	Uiterste grenstoestand

Lijst van figuren

1	Verdeling van de belasting over een hexagon	v
2	Doorsnede bij koepel bij oplegging	vi
3.1	Definitie R	3
3.2	Voorbeelden schaalconstructies [3] [2]	4
3.3	Schaalconstructie koepel [7]	4
3.4	Voorbeeld van een geodetisch vakwerk (zoals in dit onderzoek beschouwd)[4] . . .	4
3.5	Voorbeeld van een ruimtevakwerk (zoals in dit onderzoek niet wordt beschouwd)[1]	4
3.6	Icosahedron met opdeling van één vlak naar hogere complexiteit [7]	5
3.7	Geodetische koepelconstructie [7]	5
3.8	Koepelconstructie met een kleine l' t.o.v. R	6
3.9	Koepelconstructie met een grote l' t.o.v. R	6
4.1	Bovengrens	8
4.2	Ondergrens	8
4.3	Krachtenevenwicht in een knoop	8
4.4	Uitwerking voor h	9
4.5	Evenwicht vervormingen zonder ringwerking	9
4.6	Evenwicht vervormingen bij volledige ringwerking	10
4.7	Kniklengte vierkant gekromd vlak [15]	12
4.8	Kniklengte in driehoekig gekromd vlak	12
4.9	Knikcurven [5]	14
4.10	Lokale doorslag	15
4.11	Moment van lokale doorslag	15
4.12	Doorsnede schaalconstructie met ondersteunend vakwerk	16
4.13	Benadering van de schaalconstructie met ondersteunend vakwerk	16
4.14	Constructie na wegvallen stabiliteit vakwerk	16
6.1	Materiaalgebruik schaalconstructie	24
6.2	Materiaalgebruik schaal- met vakwerkconstructie	24
6.3	Meest gunstige complexiteit geodetisch vakwerk	25
6.4	Schaaldikte schaalconstructie	25
6.5	Schaaldikte schaal- met vakwerkconstructie	25
6.6	Staaflengte vakwerkstaven	26
6.7	Doorsnedeoppervlak vakwerkstaven	26
6.8	Materiaalgebruik schaalconstructie beton	26
6.9	Materiaalgebruik betonnen schaal- met stalen vakwerkconstructie	27
6.10	Materiaalgebruik betonnen schaal- met vakwerkconstructie	27
6.11	Materiaalgebruik schaalconstructie staal	28
6.12	Materiaalgebruik schaal- met vakwerkconstructie met doorslag	28

6.13	Grote, middelgrote en kleine staaflengte l'	29
6.14	Meest gunstige complexiteit geodetisch vakwerk	29
6.15	Maatgevende bezwijkmechanisme	29
6.16	Schaaldikte schaalconstructie staal	30
6.17	Schaaldikte schaal- met vakwerkconstructie met doorslag	30
6.18	Staaflengte vakwerkstaven met doorslag	30
6.19	Doorsnedeoppervlak vakwerkstaven met doorslag	30
7.1	Materiaalgebruik schaalconstructie en geodetisch vakwerk zonder reductiefactor knik	33
7.2	Materiaalgebruik schaalconstructie en geodetisch vakwerk met reductiefactor knik	33
B.1	MATLABscript schaalconstructie	50
B.2	MATLABscript combinatie schaal en geodetisch vakwerk	53

Lijst van tabellen

4.1	Overzicht gevonden formules bezwijkmechanismen	17
6.1	Vermindering materiaalgebruik per materiaal	28
A.1	Resultaten schaalconstructie	37
A.2	Resultaten schaalconstructie en geodetisch vakwerk	38
A.3	Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik	39
A.4	Belastingsverdeling schaalconstructie en geodetisch vakwerk	40
A.5	Resultaten met knikfactor 0.25 voor $R = 100m$	40
A.6	Resultaten schaalconstructie	41
A.7	Resultaten betonnen schaal en stalen vakwerk	42
A.8	Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik bij stalen vakwerk	43
A.9	Resultaten betonnen schaal en betonnen vakwerk	44
A.10	Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik bij betonnen vakwerk	45
A.11	Aandeel vakwerk per materiaal	46
A.12	Materiaaleigenschappen	46
A.13	Resultaten schaalconstructie en geodetisch vakwerk	47
A.14	Controle op globale doorslag en maatgevende bezwijkmechanisme schaalconstructie en geodetisch vakwerk	48
A.15	Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik	49

Samenvatting

In dit onderzoek wordt bepaald wat bij minimaal materiaalgebruik, de meest gunstige samenstelling van een geodetisch vakwerk met een schaal is. Een vakwerk is namelijk niet geschikt als overkapping, terwijl het juist een hele efficiënte constructie is, gerelateerd aan minimaal materiaalgebruik. Een schaalconstructie daarentegen, die wel als overkapping dient, is qua materiaalgebruik veel minder efficiënt. Er is onderzocht hoe deze twee constructies samenwerken en wat voor effect dit heeft op het materiaalgebruik.

Om dit materiaalgebruik te bepalen, zijn toetsen onderzocht waarbij de constructie bezwijkt of maximaal vervormt gezien de bestaande eisen. Deze toetsen zijn apart opgesteld voor de twee verschillende constructietypen, schaalconstructie en geodetisch vakwerk. Vervolgens is onderzocht hoe deze twee constructies samenwerken in de belastingafdracht.

De vakwerkconstructie die beschouwd wordt, is een geodetisch vakwerk. Dit is een regelmatig veelvlak van driehoeken, waarvan de hoekpunten op een bol liggen. De straal van de bol is dan de afstand van het middelpunt van de bol tot een hoekpunt van een ribbe. De vorm van deze bol zal steeds beter benaderd worden, zodra het vakwerk uit meer vlakken en dus meer staven bestaat. Dit is de complexiteit van het vakwerk. De minimale vorm waaruit een geodetisch vakwerk kan bestaan is de icosahedron. Het vakwerk steunt dan alleen bij de top en de oplegging van de koepel. In dit onderzoek zijn koepels ontworpen met een straal van 0 tot 100 meter en met een complexiteit van het vakwerk van 0 tot 100. Bij een complexiteit van 0 is er geen geodetisch vakwerk aanwezig en bij een complexiteit van 100 bestaat het vakwerk uit een groot aantal korte vakwerkstaven ten opzichte van de straal van de koepel.

De schaalconstructie is een relatief dunne constructie ten opzichte van de straal van de koepel die bestaat uit een dunne massieve schaal van één soort materiaal, die de volledige koepel beschrijft.

De bezwijkmechanismen die zijn onderzocht zijn maximale vervorming, vloeï en staaf- en schaalknik. De formules voor de toetsen op deze bezwijkvormen zijn volledig handmatig afgeleid. Voor schaalconstructies zijn algemene formules bekend [11], maar voor het geodetische vakwerk zijn deze ontworpen met behulp van het krachterevenwicht in de constructie. Voor het vakwerk is ook gekeken naar andere vormen van knik als lokale en globale doorslag. Echter, deze bezwijkvormen zijn zo complex dat de formules niet handmatig zijn af te leiden en er kunnen dan ook geen kwantitatieve conclusies getrokken worden. De resultaten bieden echter wel voldoende informatie om een aantal opmerkingen te plaatsen.

De uiteindelijke resultaten waar de conclusies op zijn gebaseerd zijn verkregen met behulp van een MATLAB script. Er zijn namelijk te veel variabelen afhankelijk van elkaar om het onderzoek volledig handmatig uit te voeren. Het script ontwerpt, voor een groot aantal over-

spanningen van de koepel, verschillende constructies met steeds een andere samenstelling van een geodetisch vakwerk met een schaal, maar die wel steeds voldoen aan de verschillende toetsen. Uiteindelijk wordt hieruit de samenstelling van de koepelconstructie bepaald waarbij het materiaalgebruik minimaal is.

De conclusie is dat toepassing van een geodetisch vakwerk aan een schaalconstructie gunstig is voor elke overspanning van de koepel. De vermindering van materiaalgebruik varieert van 30% tot 57% voor verschillende soorten materialen. De materialen die onderzocht zijn, zijn: hout, staal, beton, glas en glasvezelversterkt polyester. De gevonden percentages zijn aanzienlijk. Het materiaalverbruik vermindert doordat het geodetische vakwerk de schaal steunt en zo de kniklengte van de schaal verkleint. Aangezien knik het maatgevende bezwijkmechanisme is voor zowel het vakwerk als de schaal, heeft dit een groot effect op het materiaalgebruik. Daarom geeft de constructie met de kortst mogelijke vakwerkstaven ook het beste resultaat. Aan de lengte van de staven wordt een minima gesteld vanwege praktische redenen in de praktijk. Zodra er echter doorslag wordt meegenomen in de berekening, verandert deze conclusie enigszins. De kans op doorslag wordt namelijk groter bij korte vakwerkstaven en daarom moet er een optimum gezocht worden voor de lengte van deze staven.

Inhoudsopgave

1	Inleiding	1
2	Aanpak	2
3	Uitgangspunten	3
3.1	Constructie	3
3.1.1	Schaal	3
3.1.2	Geodetisch vakwerk	4
3.2	Belastingen	5
3.2.1	Verdeling bij schaal- en vakwerkconstructie	5
3.3	Materiaal	6
3.4	Berekeningen	6
3.5	Krachtsafdracht	6
4	Formules bezwijkmechanismen	7
4.1	Vervorming	7
4.1.1	Schaal	7
4.1.2	Geodetisch vakwerk	7
4.2	Vloei	11
4.2.1	Schaal	11
4.2.2	Geodetisch vakwerk	11
4.3	Knik	12
4.3.1	Schaal	12
4.3.2	Geodetisch vakwerk	13
4.4	Doorslag	14
4.4.1	Lokaal	14
4.4.2	Globaal	15
4.5	Samenvatting	17
5	Volumebepalingen	18
5.1	Volume schaal	18
5.1.1	Bepaling schaaldikte	18
5.2	Volume vakwerk	19
5.2.1	Bepaling doorsnedeoppervlak staven	20
6	Resultaten uitwerking MATLAB	22
6.1	Werkwijze	22
6.1.1	Eerste situatie: Alleen een schaalconstructie	22
6.1.2	Tweede situatie: Schaalconstructie met geodetisch vakwerk	23

6.2	Resultaten exclusief doorslag	23
6.2.1	Staal	24
6.2.2	Beton	26
6.2.3	Vergelijking materialen	27
6.3	Resultaten inclusief doorslag	28
6.3.1	Globale doorslagknik	30
7	Verificaties berekeningen	31
8	Conclusies	34
9	Aanbevelingen	35
A	Overzicht resultaten	37
A.1	Exclusief doorslag	37
A.1.1	Staal	37
A.1.2	Beton	41
A.1.3	Materiaalvergelijking	46
A.2	Inclusief doorslag	47
A.2.1	Staal	47
B	MATLAB script	50
B.1	Schaalconstructie	50
B.2	Combinatie schaal en geodetisch vakwerk	51

Hoofdstuk 1

Inleiding

De belasting op een bolvormige constructie, in dit geval een koepel, kan via een vakwerk of een schaalconstructie worden opgenomen. Coppejans [7] heeft, in het kader van zijn Bachelor Eindwerk, onderzocht voor welke stralen een geodetisch vakwerk dan wel een schaalconstructie optimaal is, gerelateerd aan minimaal materiaalgebruik. De conclusie van Coppejans was dat bij overspanningen van meer dan 7 meter een vakwerkconstructie gunstiger was. Een nadeel van een geodetisch vakwerk is echter dat een vakwerk alléén niet bruikbaar is als overkapping. Er moet altijd een relatief zware dakopvulling worden toegevoegd. Bij een schaal daarentegen, is de constructie wel gelijk een volledige overkapping, maar is het materiaalgebruik minder efficiënt. Daarom is in dit project onderzoek gedaan naar de eventuele samenwerking van een geodetisch vakwerk en een schaalconstructie. De onderzochte koepel bestaat uit een dunne schaal, ondersteund door een geodetisch vakwerk, of alleen uit een schaal. De totale hoeveelheid materiaal van de koepel is geminimaliseerd voor een groot aantal overspanningen.

Het doel van dit onderzoek is het vinden van de samenstelling van een geodetisch vakwerk met een schaal, bij een koepelconstructie, waarbij het materiaalgebruik minimaal is, bij een gegeven overspanning. Met name wordt onderzocht wat de invloed is van de lengte en doorsnede van de vakwerkstaven en de schaaldikte. Op welke manier wordt de belasting afgedragen per constructietype en hoe werken de schaalconstructie en het vakwerk samen? Is het combineren van de twee constructies gunstiger of kan beter één van de twee constructies toegepast worden? Dit alles wordt zo veel mogelijk bepaald aan de hand van handmatig uit te werken formules, zodat er een overzichtelijke oplossing ontstaat.

Dit rapport bestaat uit een aantal hoofdstukken. In hoofdstuk 2 wordt de aanpak van het onderzoek uiteengezet en hoofdstuk 3 geeft de uitgangspunten weer. Hier is het onderzoek op gebaseerd en deze aannames zijn gedaan. In hoofdstuk 4 worden vervolgens de formules voor de verschillende bezwijkmechanismen afgeleid, waarna hiermee in hoofdstuk 5 de volumes van de constructiedelen worden bepaald. Hoofdstuk 6 geeft uiteindelijk de gevonden resultaten uit MATLAB weer en hoofdstuk 7 geeft hiervoor een aantal controleberekeningen. Tenslotte worden er een aantal conclusies getrokken en aanbevelingen gedaan naar aanleiding van het hele onderzoek.

Hoofdstuk 2

Aanpak

De berekeningen in dit onderzoek zijn voornamelijk met de hand uitgewerkt. Voor een aantal afleidingen en grafieken is gebruik gemaakt van Maple en MATLAB. Voor de berekeningen is gebruik gemaakt van voornamelijk op onderwijs gerichte literatuur voor mechanica. Er is namelijk nog weinig onderzoek gedaan naar de samenwerking van een schaalconstructie en geodetisch vakwerk. Het startpunt van dit onderzoek was het eindwerk van Okko Coppejans waar hij deze twee constructietypen apart beschouwde en dit onderzoek beantwoordt de vraag, wat er gebeurt bij samenwerking van een schaal en vakwerk. Voor de aanpak van de berekeningen wordt dan ook voornamelijk gebruik gemaakt van de bronnen uit het eindwerk van Okko Coppejans, dit zodat deze twee werken uiteindelijk vergeleken kunnen worden.

Voor zowel de schaalconstructie als het geodetische vakwerk is uitgezocht wat de verschillende bezwijkmechanismen zijn en hoe deze zich relateren tot het materiaalverbruik. Het maatgevende bezwijkmechanisme hangt af van verschillende factoren. Enkele hiervan zijn: de straal van de bolvormige overkapping, het materiaal, de dikte van de schaal, de verschillende eigenschappen van de vakwerkstaven en de afmetingen van deze staven. Behalve dat de bezwijklast afhangt van de afmetingen, bepalen deze afmetingen ook de krachtverdeling. Daarom is er ook gekeken naar de mate van samenwerking tussen de twee constructies.

De formules voor de bezwijkmechanismen en het effect van de afmetingen op de belastingsverdeling zijn handmatig uitgewerkt. Echter om resultaten te verkrijgen, was een iteratief proces nodig. Hiervoor is een programma in MATLAB geschreven. Uit dit programma volgen het materiaalgebruik en het gedrag van de constructies waar uiteindelijk conclusies uit getrokken kunnen worden.

Er zijn twee situaties beschouwd, namelijk de situatie met alleen een schaalconstructie en die met de combinatie van een schaal- en vakwerkconstructie.

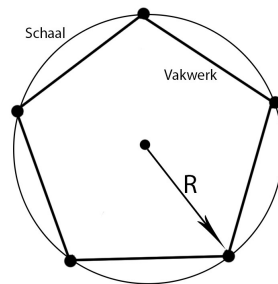
Hoofdstuk 3

Uitgangspunten

In dit hoofdstuk worden de uitgangspunten uiteengezet waarop dit onderzoek is gebaseerd. De volgende aannames zijn gedaan en benaderingen zijn gebruikt.

3.1 Constructie

Bij dit onderzoek worden koepelconstructies beschouwd met een bepaalde straal R . Deze R is de straal van de bol die de koepelconstructie maakt. Deze R geldt voor zowel de schaalconstructie, als voor het geodetisch vakwerk. Er wordt aangenomen dat R hetzelfde is voor beide constructies. (Zie figuur 3.1) Het feit dat de schaal zich buiten het geodetisch vakwerk bevindt, wordt dus achterwege gelaten, dit om de complexiteit van de berekening te verminderen en om de twee constructietypes in één grafiek met elkaar te kunnen vergelijken.



Figuur 3.1: Definitie R

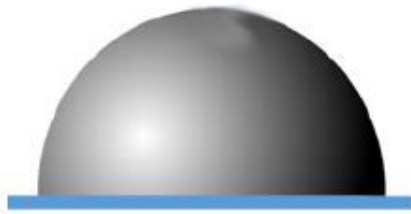
3.1.1 Schaal

Een schaalconstructie is een constructie die slechts bestaat uit een relatief dunne massieve schaal, in vergelijking tot de afmetingen van de constructie. De volledige schaal werkt dus mee bij de krachtsafdracht en dit wordt niet gedaan door een aparte verstevigende constructie. Vaak bij kleinere constructies met een vrije vorm wordt een schaal toegepast, zoals te zien in figuur 3.2.



Figuur 3.2: Voorbeelden schaalconstructies [3] [2]

In dit onderzoek worden koepelconstructies beschouwd die volledig worden gevormd door de schaal. De schaal beslaat dus de volledige koepelvorm, zoals in figuur 3.3.



Figuur 3.3: Schaalconstructie koepel [7]

3.1.2 Geodetisch vakwerk

Om het onderzoek af te bakenen is er uitgegaan van alleen een vakwerk in het vlak van de bol, naast de aanwezige schaalconstructie (Zie figuur 3.4). Dit zal erop neer komen dat de gevonden resultaten alleen gelden voor de kleinere overspanningen. Daarom worden de resultaten slechts gegeven voor koepelconstructies met een straal van maximaal 100 meter. Bij grotere overspanningen zal er naast een vakwerk in het vlak van de bol ook een vakwerk gebruikt worden loodrecht op dit vlak. Er is dan sprake van twee geodetische vakwerkschillen met een vakwerk hiertussen als verbinding, een 'driedimensionaal' vakwerk, ook wel ruimtevakwerk genoemd, en dit wordt in dit onderzoek niet beschouwd (Zie figuur 3.5).



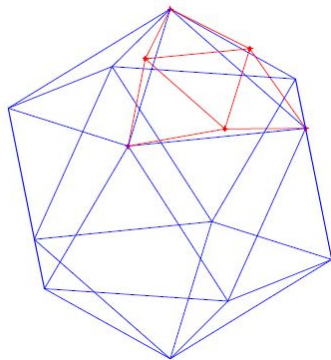
Figuur 3.4: Voorbeeld van een geodetisch vakwerk (zoals in dit onderzoek beschouwd)[4]



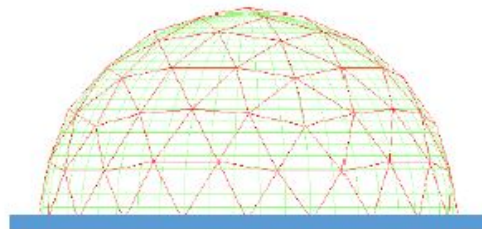
Figuur 3.5: Voorbeeld van een ruimtevakwerk (zoals in dit onderzoek niet wordt beschouwd)[1]

Een geodetisch vakwerk is een regelmatig veelvlak van veelhoeken waarvan de hoekpunten op een bol liggen. De straal R is hier dus de afstand van het middelpunt van de bol tot een hoekpunt van een ribbe. De vorm van deze bol zal steeds beter benaderd worden, zodra het vakwerk uit meer vlakken bestaat. Dit noemen we de complexiteit van het vakwerk. De eenvoudigste vorm van een geodetisch vakwerk is een icosahedron. Dit vakwerk bestaat uit 20 vlakken en daarmee 30 ribben. (Zie figuur 3.6) Aan een icosahedron wordt de complexiteit 1 gegeven. Bij een complexiteit van 2 worden alle ribben in tweeën gedeeld en het nieuwe hoekpunt op de denkbeeldige bol geprojecteerd, bij een complexiteit van 3 worden de ribben van de icosahedron in drieën gedeeld, bij een complexiteit van 4 in vieren etc.

Er wordt uitgegaan van een koepel die bijna volledig is opgebouwd uit hexagoons bestaande uit driehoeken en van staven met allen een zelfde lengte l' , zoals te zien in figuur 3.7.



Figuur 3.6: Icosahedron met opdeling van één vlak naar hogere complexiteit [7]



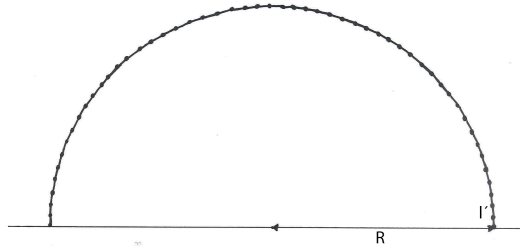
Figuur 3.7: Geodetische koepelconstructie [7]

3.2 Belastingen

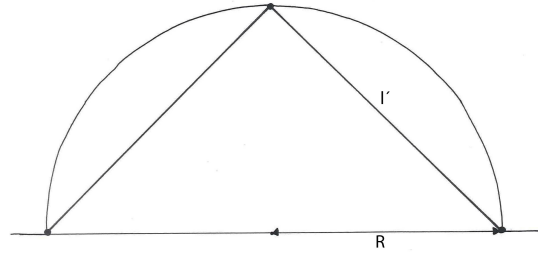
Er wordt in dit onderzoek uitgegaan van een verdeelde sneeuwbelasting van 1 kN/m^2 en het eigen gewicht. Het eigen gewicht wordt door de eigen constructie gedragen. Bij alleen een schaalconstructie is dit logisch aangezien dit de enige aanwezige constructie is. Echter ook bij de gecombineerde constructie met een geodetisch vakwerk, moet de schaal zijn eigen gewicht kunnen dragen voordat deze lasten naar het vakwerk kunnen worden afgedragen. Het vakwerk draagt vervolgens ook zijn eigen gewicht.

3.2.1 Verdeling bij schaal- en vakwerkconstructie

In theorie zou het vakwerk het meeste effect hebben als de schaal zulke kleine velden moet overspannen dat de normaalspanning in de schaal ook aan de voet van de koepel gelijk is als aan de top. Dit zou in theorie het geval zijn bij een staaflengte l' van 0 meter. Het vakwerk ondersteunt de schaalconstructie dan volledig. (Zie figuur 3.8) In het meest ongunstige geval is de complexiteit van het vakwerk 1 en is l' gelijk aan $\sqrt{2}R$. Op dat moment moet de schaal grote afstanden overspannen tussen de knopen en draagt hij alle belasting. (Zie figuur 3.9) In dit geval zou alléén een schaal een gunstigere constructie geven. Hiertussen wordt een lineair verloop aangenomen tussen l' en de belastingsverdeling.



Figuur 3.8: Koepelconstructie met een kleine l' t.o.v. R



Figuur 3.9: Koepelconstructie met een grote l' t.o.v. R

3.3 Materiaal

Hoewel het onderzoek niet alleen maar gebaseerd is op één materiaal, is het uitgangspunt voor de berekeningen wel het materiaal staal. Er wordt namelijk uitgegaan van een homogeen materiaal en zowel beton als hout voldoen hier niet aan. Voor deze twee materialen zijn de berekeningen complexer en er gelden vaak net andere formules die door middel van experimenten gevonden zijn. Dit onderzoek geeft echter wel een benadering voor het materiaalgebruik en gedrag van betonnen en houten constructies. Bij de betonnen constructies wordt gerekend met de materiaatgegevens van beton, maar dit beton moet wel gewapend zijn. Er ontstaan namelijk ook trekkrachten in de schaalconstructie en het vakwerk. Deze wapening wordt echter niet ontworpen in dit onderzoek.

3.4 Berekeningen

Er zijn voornamelijk lineaire berekeningen uitgevoerd aangezien alles met de hand moest worden uitgewerkt. Voor bezwijkmechanismen als doorslagknik, wat een hogere orde effect is, is een niet lineaire berekening nodig. Dit is niet mogelijk met de hand en zou met een eindige elementenmethode moeten worden aangepakt. Er zijn echter wel benaderingen mogelijk aan de hand van eerder gedaan onderzoek. Hierover zijn dan ook een aantal opmerkingen toegevoegd bij de resultaten.

3.5 Krachtsafdracht

Door de schaalwerking in de koepel en alleen de beschouwde verdeelde belastingen zal de krachtoverdracht overwegend op basis van normaalkrachten plaatsvinden. Door verstoringen in deze schaalwerking kan er ook plaatselijk buiging optreden. Deze verstoringen vinden onder andere plaats bij de randoplegging en bij puntlasten. In dit onderzoek wordt echter een koepel beschouwd zonder verstoringen en is er alleen uitgegaan van normaalkrachten.

Hoofdstuk 4

Formules bezwijkmechanismen

De verschillende bezwijkmechanismen voor de meeste constructies zijn: vervorming, vloeï en knik [9]. Deze bezwijkmechanismen zullen steeds eerst voor een schaal en vervolgens voor een geodetisch vakwerk uitgewerkt worden. Daarnaast doet zich bij een geodetisch vakwerk nog een mogelijk bezwijkmechanisme voor, namelijk doorslag. Dit bezwijkmechanisme wordt behandeld voor een schaalconstructie en een geodetisch vakwerk samen, aangezien deze twee in dit geval echt samenwerken. Aan het einde van dit hoofdstuk bevindt zich een overzicht van alle gevonden formules.

4.1 Vervorming

Voor de vervorming wordt uitgegaan van de belasting in de bruikbaarheids grenstoestand (BGT). Er gelden bepaalde eisen voor de vervorming die zullen resulteren in constructie eigenschappen zoals minimale schaaldikte voor de schaal en minimale staafdoorsnede voor het geodetische vakwerk. Voor de vervormingseis is uitgegaan van een maximale vervorming van $1/200R$. Dit op basis van NEN EN 1993-1-6 [6].

In 4.1.1 tot 4.1.14 zullen de afleidingen voor de verschillende vervormingsvergelijkingen uiteengezet worden.

4.1.1 Schaal

Bij een schaalconstructie geldt voor de zakking in het bovenste punt (maximale doorbuiging):

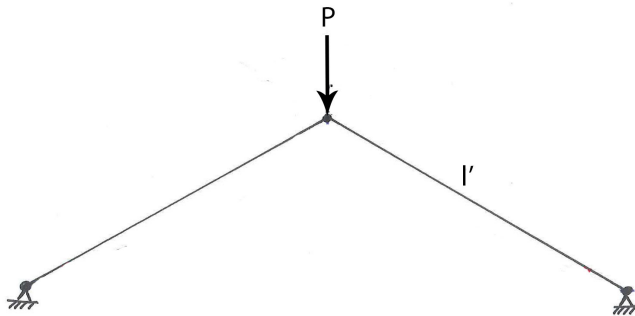
$$u_{top} = 1.73p \frac{R^2}{Et} \text{ (Hoogenboom [11])} \quad (4.1.1)$$

Voor de maximale zakking in de top van de koepel geldt dan: $u_{top} \leq 0.02R$.

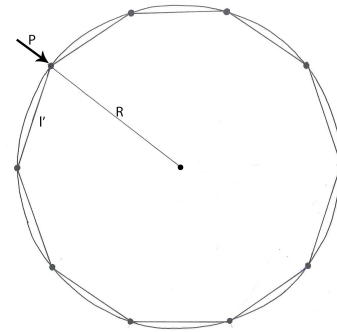
4.1.2 Geodetisch vakwerk

Voor een geodetisch vakwerk bestaan nog geen afgeleide formules voor de zakking en deze zullen dus nog afgeleid moeten worden met behulp van de evenwichtsvergelijkingen en constitutieve en kinematische betrekkingen. Het is echter niet precies te zeggen hoe de constructie zich, kinematisch gezien, in de praktijk zal gedragen. De hoekpunten van de staven van een hexagoon kunnen namelijk op verschillende manieren meebewegen. Als ieder hexagoon apart wordt beschouwd, per 2 staven die in elkaars verlengde liggen, dan zullen de twee uiterste punten niet

meebewegen en dus als een vaste scharnierende oplegging beschouwd worden (zie figuur 4.1). De vervorming wordt op deze manier overschat en dit vormt dus een bovengrens voor de zakking. Als we een volledige ring van de koepel beschouwen met straal R bewegen alle punten gelijk mee naar binnen (zie figuur 4.2). De vervorming wordt op deze manier onderschat en dit vormt dus een ondergrens voor de zakking. De juiste waarde van de vervorming zal hier tussenin liggen, omdat de ruimtelijke werking van de staven ook tussen deze twee uitgangspunten in zal liggen.



Figuur 4.1: Bovengrens

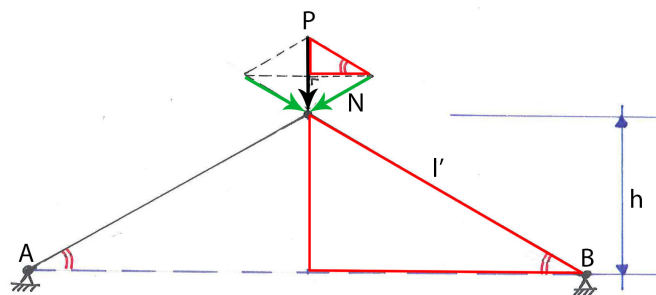


Figuur 4.2: Ondergrens

Bovengrens

De afleiding voor de bovengrens van de doorzakking, met een beschouwing per hexagoon, is als volgt. Eerst zal het krachteenevenwicht beschouwd worden en vervolgens zullen met de algemene constitutieve en kinematische vergelijkingen de vergelijkingen voor de vervormingen afgeleid worden:

$$\frac{N}{\frac{1}{2}P} = \frac{l'}{h} \quad (\text{Evenwicht in de beschouwde knoop. Zie figuur 4.3}) \quad (4.1.2)$$

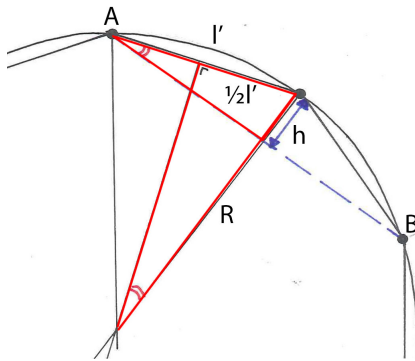


Figuur 4.3: Krachteenevenwicht in een knoop

$$\text{Met: } \frac{h}{l'} = \frac{\frac{1}{2}l'}{R} \quad (\text{Zie figuur 4.4}) \quad (4.1.3)$$

$$\text{Dit geeft voor N: } N = \frac{1}{2}P \frac{2R}{l'} \quad (4.1.4)$$

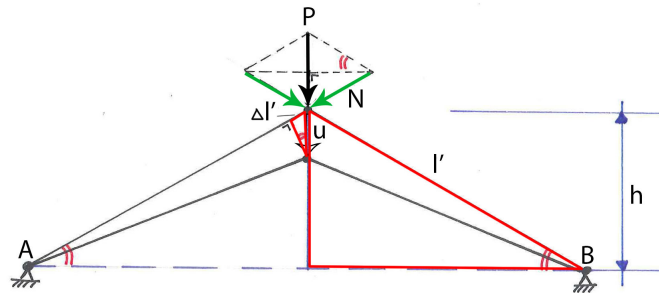
$$N = EA\epsilon \quad (\text{Constitutieve vergelijking}) \quad (4.1.5)$$



Figuur 4.4: Uitwerking voor h

$$\epsilon = \frac{\Delta l'}{l'} \quad (\text{Kinematische vergelijking}) \quad (4.1.6)$$

$$\frac{\Delta l'}{u} = \frac{h}{l'} \quad (\text{Evenwicht vervormingen. Zie figuur 4.5}) \quad (4.1.7)$$



Figuur 4.5: Evenwicht vervormingen zonder ringwerking

Uit (4.1.6) en (4.1.7) volgt:

$$\epsilon = \frac{h}{l'^2} u \quad (\text{Evenwicht vervormingen in de beschouwde knoop}) \quad (4.1.8)$$

Na invullen van (4.1.8) in (4.1.5) en (4.1.2) volgt:

$$u = 2\bar{P} \frac{R^2}{l'EA} \quad (4.1.9)$$

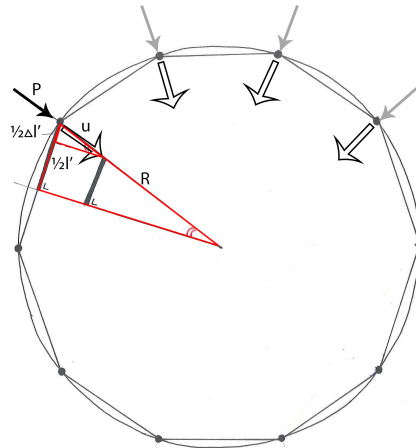
Vervolgens geeft dit, bij een beschouwing per hexagoon zonder ringwerking, voor de totale zakking in het knooppunt door middel van een verdeelde belasting p op:

$$u = \frac{1}{9} p \frac{l' R^2}{EA} \quad (4.1.10)$$

Ondergrens

De afleiding voor de ondergrens van de doorzakking, met volledige ringwerking als uitgangspunt, is als volgt. Voor het krachtenevenwicht en de constitutieve en kinematische vergelijkingen geldt hetzelfde als bij de bovengrens. Pas bij het evenwicht van de vervormingen is er een verschil:

$$\frac{\frac{1}{2}\Delta l'}{u} = \frac{\frac{1}{2}l'}{R} \quad (\text{Evenwicht vervormingen. Zie figuur 4.6}) \quad (4.1.11)$$



Figuur 4.6: Evenwicht vervormingen bij volledige ringwerking

Uit (4.1.6) en (4.1.11) volgt:

$$\epsilon = \frac{u}{R} \quad (\text{Evenwicht vervormingen in de beschouwde knoop}) \quad (4.1.12)$$

Na invullen van (4.1.12) in (4.1.5) en (4.1.2) volgt:

$$u = \bar{P} \frac{R^2}{l'EA} \quad (4.1.13)$$

Vervolgens levert dit, bij beschouwing van een samenwerkende ring, voor de totale zakking in het knooppunt door middel van een verdeelde belasting p op:

$$u = \frac{1}{18} p \frac{l'R^2}{EA} \quad (4.1.14)$$

Conclusie

De waarde voor de zakking zal dus tussen deze twee waarden in liggen:

$$\frac{1}{18} p \frac{l'R^2}{EA} \leq u \leq \frac{1}{9} p \frac{l'R^2}{EA} \quad (4.1.15)$$

4.2 Vloei

Naast de vervormingseis voor de constructie in de bruikbaarheids grenstoestand (BGT), zijn er ook twee toetsen in de uiterste grenstoestand (UGT). Namelijk de toets op vloei en knik. Eerst zal hier de toets voor vloei uiteengezet worden. Bij vloei bezwijkt het materiaal op te hoge spanningen in de doorsneden. De maximale materiaalsterkte f_y wordt dan overschreden.

4.2.1 Schaal

Voor een schaal worden twee spanningen aangeduid, namelijk die in de verticale draagrichting ($n_{//}$) en die daar loodrecht op in horizontale richting ($n_{\perp}$) [13]. In verticale richting zal de constructie altijd op druk belast zijn, terwijl dit in horizontale richting wisselt. Het bovenste deel van de constructie is op druk belast, terwijl de onderste delen op trek worden belast. Voor de membraankrachten in de top gelden:

$$n_{//} = n_{\perp} = -\frac{1}{2}pR \quad [N/mm] \quad (4.2.1)$$

Voor de membraankrachten aan de onderzijde van de schaal gelden:

$$n_{//} = -pR \quad n_{\perp} = pR \quad [N/mm] \quad (4.2.2)$$

De krachten aan de onderzijde van de schaal zullen het grootst zijn, dus hier moet de constructie zo ontworpen worden dat de vloeispanning (voor andere materialen dan staal: maximale trek- of drukspanning) niet overschreden wordt. Om de membraankrachten met de vloeispanningen te kunnen vergelijken, moeten de gevonden $n_{//}$ en $n_{\perp}$ nog door t gedeeld worden. Uiteindelijk geldt dus voor de schaal:

$$\sigma = \frac{|pR|}{t} \leq f_y \quad [N/mm^2] \quad (4.2.3)$$

4.2.2 Geodetisch vakwerk

Bij het geodetisch vakwerk is de spanning in de staafdoorsneden makkelijk te achterhalen, zodra de normaalkracht in de staaf bekend is. Deze normaalkracht is maximaal bij de opleggingen van de koepel. Voor de spanning in de staaf geldt:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq f_y \quad [N/mm^2] \quad (4.2.4)$$

De oplegreactie volgt uit de verdeelbelasting en het aantal opleggingen i :

$$F = \frac{pA_{koepel}}{i} = \frac{p2\pi R^2}{5c}$$

Deze kracht wordt verdeeld over 2 schuine vakwerkstaven met een hoek van 60° .

$$N = \frac{\frac{1}{2}F}{\sin 60}$$

Dit geeft voor de spanning in de vakwerkstaven:

$$\sigma = \frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{A} \leq f_y \quad [N/mm^2] \quad (4.2.5)$$

4.3 Knik

Knik is het laatste bezwijkmechanisme waar op gecontroleerd moet worden. Knik is een apart verschijnsel, omdat de constructie bij knik al kan bezwijken voordat de maximale spanningen in de constructie de vloeispanning al hebben bereikt. Knik doet zich namelijk voor bij relatief slanke constructies. Zowel de dunne schaal als de dunne vakwerkstaven zijn hier gevoelig voor. [10]

4.3.1 Schaal

Voor een schaal is de volgende formule afgeleid voor de kritische knikspanning bij een gegeven dunwandige schaalconstructies, met $\frac{1}{1000} \leq \max(\frac{t}{R}) \leq \frac{1}{20}$. Deze geldt alleen als $l_k > 2.4\sqrt{tR}$ en dit is het geval bij ongesteunde schalen.

$$n \leq n_{cr} = \frac{-1}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{Et^2}{R} \quad [N/mm] \text{ (Hoogenboom [11])} \quad (4.3.1)$$

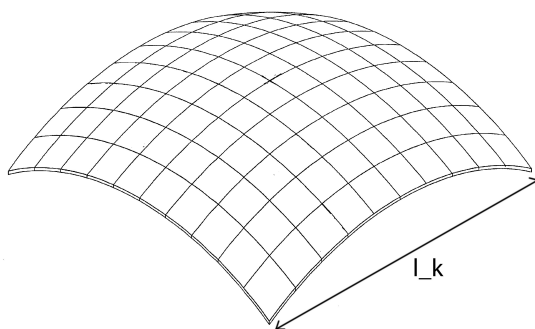
Voor de meeste schalen is dit ongeveer gelijk aan:

$$n \leq n_{cr} \approx -0,1 \frac{Et^2}{R} \quad [N/mm] [8] \quad (4.3.2)$$

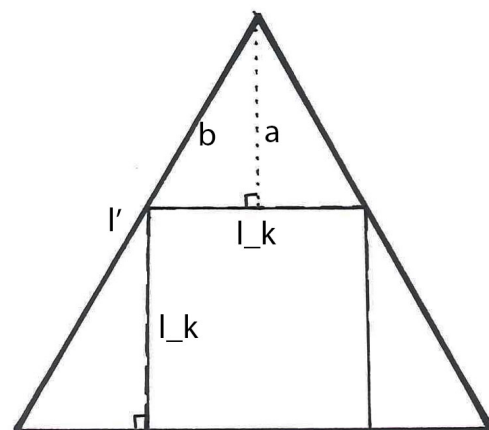
De deze formule voor knik is de afgeleide formule wanneer de koepel niet gesteund zou worden. Door de toepassing van een geodetisch vakwerk wordt de koepel echter wel gesteund en dit kan de kniklengte van de schaal beïnvloeden. Bij de gesteunde schaalconstructie moet dus de oorspronkelijke formule voor de kritische knikspanning gebruikt worden en dan geldt:

$$n \leq n_{cr} = Et \left(\frac{-\pi^2 t^2}{6l_k^2(1-\nu^2)} - \frac{l_k^2}{2\pi^2 R^2} \right) \quad \text{(Hoogenboom [12])} \quad (4.3.3)$$

Deze formule geldt als $l_k \leq 2.4\sqrt{tR}$, waar l_k de kniklengte is van een vierkant gekromd vlak (zie figuur 4.7). In dit onderzoek zijn de vlakken driehoekig, dus hier moet een relatie voor gevonden worden (zie figuur 4.8).



Figuur 4.7: Kniklengte vierkant gekromd vlak [15]



Figuur 4.8: Kniklengte in driehoekig gekromd vlak

Voor a geldt:

$$\sin \frac{1}{4}\pi = \frac{l_k + a}{l'}$$

$$a = l' \sin \frac{1}{4}\pi - l_k$$

Voor b geldt:

$$b = l' - \frac{l_k}{\sin \frac{1}{4}\pi}$$

$$\sin \frac{1}{4}\pi = \frac{a}{c}$$

Dan geldt voor driehoek (a,b, $\frac{1}{2}l_k$):

$$(l' \sin \frac{1}{4}\pi - l_k)^2 + \frac{1}{4}l_k^2 = (l' - \frac{l_k}{\sin \frac{1}{4}\pi})^2$$

l_k wordt dan, met:

$$w = (\frac{1}{\sin 0.25\pi^2} - \sin 0.25\pi^2 - 1 + 2 \sin 0.25\pi - \frac{1}{4}) \quad (4.3.4)$$

$$l_k = \frac{\frac{2l'}{\sin 0.25\pi} \pm \sqrt{\frac{4l'^2}{\sin 0.25\pi^2} - 4l'^2 w}}{2w} \quad (4.3.5)$$

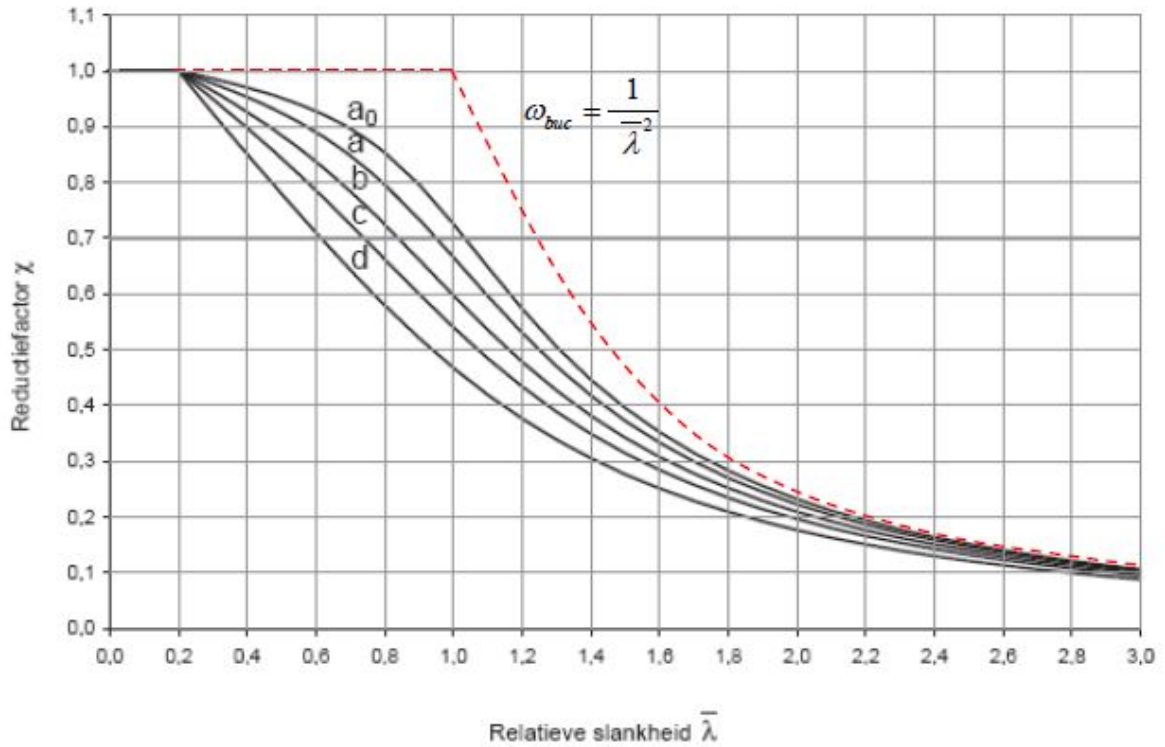
4.3.2 Geodetisch vakwerk

Voor de staven van het geodetische vakwerk wordt de bekende formule van Euler gebruikt:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{l'^2} \quad (4.3.6)$$

In werkelijkheid is deze kritische knikkracht lager. Dit komt omdat de Eulerse knikkracht gebaseerd is op het gedrag van een perfect rechte staaf met een homogene doorsnede. In werkelijkheid bevatten de staven afwijkingen wat betreft materiaaleigenschappen en geometrie en de werkelijke knikkracht is daarom ook minder. Een aantal voorbeelden van deze afwijkingen zijn restspanningen die zijn ontstaan door het vervaardigingsproces van de staven, initiële vervormingen van de staven, maatafwijkingen in de doorsnede, niet voorziene excentriciteit van de belasting en materiaalafwijkingen langs de staafas. Ook wijkt het werkelijke $\sigma - \epsilon$ -diagram af van het gebruikte, geschematiseerde lineaire diagram [5].

De werkelijke knikkracht hangt af van de relatieve slankheid $\bar{\lambda}$ en een imperfectiefactor. Deze imperfectiefactor volgt uit de dwarsdoorsnede van de vakwerkstaven en de methode van vervaardigen. Voor buizen, zoals in dit onderzoek beschouwd, geldt knikcurve a of c (zie figuur 4.9). De rode lijn met ω_{buc} geeft de curve voor de Eulerse knikfactor weer.



Figuur 4.9: Knikcurven [5]

In dit onderzoek wordt gerekend met de Eulerse kniklast vanwege de complexiteit van de berekening, maar er moet wel een opmerking geplaatst worden dat dit een overschatting is van de kritische knikkracht en deze in werkelijkheid dus lager zal uitpakken. Aan het eind van dit onderzoek is een controle gedaan ten aanzien van deze aanname. Om het vakwerk te kunnen vergelijken met de schaal, wordt voor de Eulerse knikspanning gegeven, met $I = \frac{\pi r^4}{4} = \frac{A^2}{4\pi}$:

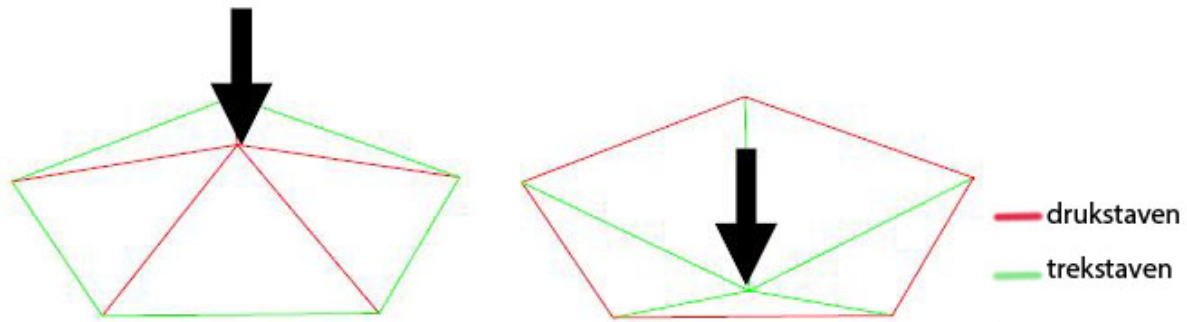
$$\sigma \leq \sigma_{cr} = \frac{\pi EA}{4l'^2} \quad (4.3.7)$$

4.4 Doorslag

Zoals al eerder vermeld is ook doorslag een bezwijkmechanisme. doorslag komt voor bij geodetische vakwerken. Dit is de situatie waarbij de vorm van het geodetische vakwerk ruimtelijk veranderd. Hier worden twee soorten doorslag beschouwd, namelijk lokale en globale doorslag.

4.4.1 Lokaal

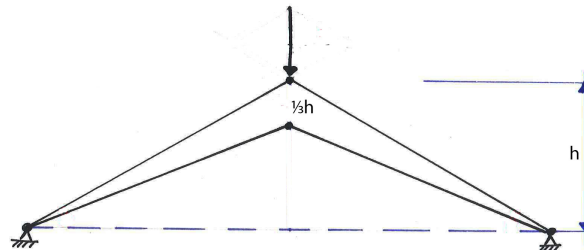
Lokale doorslag is wanneer het hexagoon ruimtelijk omklapt (zie figuur 4.10). De druk- en trekstaven wisselen hierbij van rol.



Figuur 4.10: Lokale doorslag

Uit vorig onderzoek van Coppejans [7] bleek dat het hexagoon al eerder omklapte dan wanneer hij volledig horizontaal lag. Dit gebeurt namelijk al als de zakking van een hoekpunt gelijk is aan $\frac{1}{3}h$ (zie figuur 4.11). In het geval van een combinatie met een schaal zal deze factor waarschijnlijk anders zijn, doordat de schaalconstructie voor extra stijfheid zorgt. Dit geeft echter zo'n complex probleem dat dit hier niet afgeleid wordt. Hiervoor zal de hulp van een eindige-elementenberekening nodig zijn en dit wordt in dit onderzoek niet beschouwd. Daarom wordt er hier gebruik gemaakt van de factor $\frac{1}{3}$, wat een conservatieve benadering opleverd.

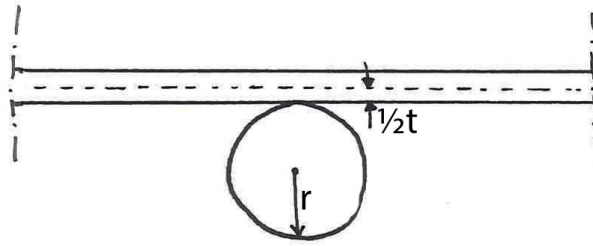
$$u \leq \frac{1}{3}h \quad (4.4.1)$$



Figuur 4.11: Moment van lokale doorslag

4.4.2 Globaal

Globale doorslag is de situatie wanneer een combinatie van meerdere vakwerkstaven in een rij ruimtelijk verplaatsen en omklappen. Zodra dit gebeurt is de schaal zijn steun aan het vakwerk kwijt wat betreft vermindering van de kniklengte. Daarom moet de eerst gevonden formule voor de kritische knikspanning n_{cr} weer gebruikt worden. De dikte van de schaal is echter wel groter dan t , omdat het vakwerk aan de schaal vast zit en dit vormt dan samen ook een profiel met een extreem lange flens (zie figuur 4.12).



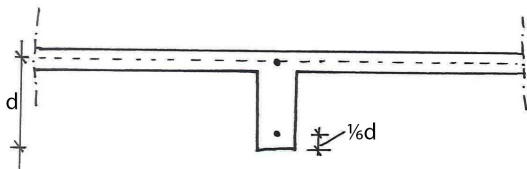
Figuur 4.12: Doorsnede schaalconstructie met ondersteunend vakwerk

Om deze situatie te simuleren wordt in de volgende berekening de schaaldikte benaderd door een schaal met een grotere dikte dan t , maar een lagere E-modulus. Dit omdat het vakwerk natuurlijk niet massief is over het hele vlak van de koepel. De constructie als in figuur 4.13 wordt dan dus benaderd door een constructie zoals te zien is in figuur 4.14. De effectieve hoogte van de schaal- en vakwerkconstructie is d en bestaat uit de diameter van een vakwerkstaaf en de helft van de schaaldikte. De nieuwe schaaldikte wordt benaderd door $\frac{5}{6}d$, omdat de resultanten van het spanningsverloop aangrijpen op $\frac{1}{6}$ van de doorsnede (zie figuur 4.13). Deze nieuwe dikte is gelijk aan een aantal keer k de oude dikte t :

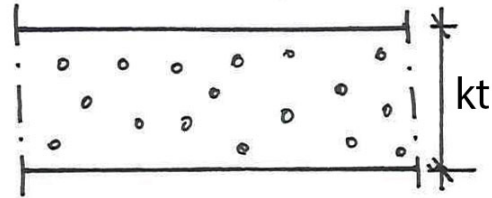
$$\frac{5}{6}(2r + \frac{1}{2}t) = kt$$

Dit geeft voor k :

$$k = \frac{10}{6} \frac{r}{t} + \frac{5}{12}$$



Figuur 4.13: Benadering van de schaalconstructie met ondersteunend vakwerk



Figuur 4.14: Constructie na wegvallen stabiliteit vakwerk

Dit geeft voor de kritische knikspanning n_{cr} :

$$n_{cr} = -0.1 \frac{\frac{1}{k} E (\frac{10}{6} r + \frac{5}{12} t)^2}{R} \quad (4.4.2)$$

Zoals te zien is bevat deze formule zowel een doorsnedegrootte van het vakwerk, namelijk r , als van de schaal, namelijk t . Daarom valt uit deze formule geen directe informatie te halen over deze grootte, omdat ze niet altijd dezelfde verhouding hebben. In de volgende uitwerkingen wordt deze formule dan ook niet direct gebruikt, maar er zal wel op getoetst worden achteraf.

4.5 Samenvatting

Tabel 4.1: Overzicht gevonden formules bezwijkmechanismen

Bezwijkmechanisme	Schaalconstructie	Geodetisch vakwerk
Vervorming (BGT) $u < 0,02R$	$u_{top} = 1.73p \frac{R^2}{Et}$	$\frac{1}{18}p \frac{l' R^2}{EA} \leq u \leq \frac{1}{9}p \frac{l' R^2}{EA}$
Vloei (UGT)	$n = pR \quad [N/mm]$ $\sigma = \frac{ pR }{t} \leq f_y \quad [N/mm^2]$	$\sigma = \frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{A} \leq f_y$ $[N/mm^2]$
Knik (UGT)	Geldig als: $\frac{1}{1000} \leq \max(\frac{t}{R}) \leq \frac{1}{20}$ $l_k > 2.4\sqrt{tR} : n \leq n_{cr} \approx -0,1 \frac{Et^2}{R}$ $l_k \leq 2.4\sqrt{tR} : n \leq n_{cr} = Et(\frac{-\pi^2 t^2}{6l_k^2(1-\nu^2)} - \frac{l_k^2}{2\pi^2 R^2})$ $[N/mm]$	$\sigma \leq \sigma_{cr} = \frac{\pi EA}{4l'^2}$ $[N/mm^2]$
doorslag (UGT)	Lokaal: $u \leq \frac{1}{3}h$ Globaal: $n \leq n_{cr} = -0.1 \frac{\frac{1}{k}E(\frac{10}{6}r + \frac{5}{12}t)^2}{R}$	

Hoofdstuk 5

Volumebepalingen

In dit hoofdstuk worden de volumes bepaald van de schaalconstructie en het geodetisch vakwerk met behulp van de eerder gevonden formules voor de verschillende bezwijkmechanismen. De hiermee gevonden waarden voor de schaaldikte en doorsnede van de vakwerkstaven zijn een minimum. In de praktijk zullen er namelijk nog veiligheidsfactoren gebruikt worden.

5.1 Volume schaal

Het volume van de schaal hangt alleen af, bij een gegeven R , van de dikte t van de schaal. Deze dikte volgt uit de toetsen voor de verschillende bezwijkmechanismen en er wordt weer uitgegaan van de minimaal benodigde dikte. Voor het volume van de schaal geldt bij benadering:

$$V_{\text{schaal}} = 2\pi R^2 t \quad (5.1.1)$$

5.1.1 Bepaling schaaldikte

Vervorming

De maximale vervorming van de schaal mag de waarde $u = 0.02R$ niet overschreiden. Dit gegeven gebruikt, geeft voor de schaaldikte:

$$u = 1.73p \frac{R^2}{Et} \leq 0.02R \quad (5.1.2)$$

$$t \geq 86.5p \frac{R}{E} \quad (5.1.3)$$

Met p bestaande uit een variable belasting q en een eigen gewicht. Als er alleen sprake is van een schaalconstructie dan geldt voor p en voor t door toedoen van de variabele belasting en het eigen gewicht:

$$p = \gamma_e \rho g t + \gamma_q q \quad (5.1.4)$$

$$t \geq \frac{86.5qR}{E - 86.5\rho g R} \quad (\gamma = 1.0 \text{ in BGT}) \quad (5.1.5)$$

Vloei

Voor de vloei geldt dat dat de maximale spanning in de schaal de maximaal toelaatbare trek-of drukspanning f_y niet mag overschrijden: $\sigma \leq f_y$.

$$\frac{|pR|}{t} \leq f_y \quad (5.1.6)$$

$$t \geq \frac{|pR|}{f_y} \quad (5.1.7)$$

Als er weer slechts sprake is van een schaalconstructie, dan geldt voor de schaaldikte:

$$t \geq \frac{\gamma_q q R}{f_y - \gamma_e \rho g R} \quad (5.1.8)$$

Knik

Voor het bezwijkmechanisme knik, mag de spanning in de schaal nergens de kritische knikspanning n_{cr} overschrijden: $n \leq n_{cr}$.

$$-pR \leq -0.1 \frac{Et^2}{R} \quad (5.1.9)$$

$$t \geq \sqrt{\frac{pR^2}{0.1E}} \quad (5.1.10)$$

Bij alleen een schaalconstructie leidt uitwerken voor de eerdere waarden die we voor p gebruikt hebben, tot een complexe maar op te lossen formule via de abc-formule:

$$t \geq \frac{-\gamma_e \rho g R^2 \pm \sqrt{(\gamma_e \rho g R^2)^2 + 0.4E\gamma_q q R^2}}{0.2E} \quad (5.1.11)$$

Deze formule geldt voor grote waarden van l' , als de kniklengte van de schaal niet beïnvloed wordt. Zodra dit wel gebeurt moet met de volgende formule gewerkt worden:

$$-pR \leq Et \left(\frac{-\pi^2 t^2}{6l_k^2(1-\nu^2)} - \frac{l_k^2}{2\pi^2 R^2} \right) \quad (5.1.12)$$

Dit is een derdegraadsvergelijking die kan worden opgelost met de methode van Tartaglia:

$$t^3 + \frac{6l_k^3(1-\nu^2)}{2\pi^4 R^2} t - \frac{6pRl_k(1-\nu^2)}{\pi^2 E} = 0 \quad (5.1.13)$$

Hieruit volgt met:

$$a = \frac{6l_k^3(1-\nu^2)}{2\pi^4 R^2} \quad (5.1.14)$$

$$b = \frac{-6pRl_k(1-\nu^2)}{\pi^2 E} \quad (5.1.15)$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{-b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27}}} \quad (5.1.16)$$

$$t \geq v - \frac{a}{3v} \quad (5.1.17)$$

5.2 Volume vakwerk

Het volume van het vakwerk hangt van een aantal factoren af, namelijk de straal van de koepel en van het aantal driehoeken die deze koepel zullen vormen. Het aantal driehoeken wordt gegeven door de complexiteit van het vakwerk. Het volume wordt bepaald door het aantal staven in de koepel met doorsnede A en lengte l' . In de volgende afleiding wordt eerst uitgegaan van een

volledige bol en daarna wordt dit omgezet naar een koepel.
Het aantal driehoeken waaruit de bol wordt opgebouwd wordt benaderd door

$$driehoeken = \frac{A_{bol}}{A_{driehoek}} = \frac{4\pi R^2}{\frac{1}{2}l'^2} \quad (5.2.1)$$

Verder is duidelijk als we naar de geometrie van het vakwerk kijken dat het aantal staven 3 keer het aantal knopen is. In elke knoop komen namelijk 6 staven samen en elke staaf is verbonden aan 2 knopen. Tussen het aantal driehoeken en de hoeveelheid knopen en staven bestaat een verband dat bekend staat als de formule van Euler voor polyhedrons.

$$driehoeken + knopen - staven = 2 \quad (5.2.2)$$

$$driehoeken + \frac{1}{3}staven - staven = 2 \quad (5.2.3)$$

Met de eerdere benadering voor het aantal driehoeken geldt voor het aantal staven in een bol dus:

$$staven_{bol} = \frac{12\pi R^2}{l'^2} - 3 \quad (5.2.4)$$

Als we dit vertalen naar het aantal staven in de koepel, dan moeten we dit gevonden aantal niet slechts door tweeën delen. Er moet namelijk ook rekening gehouden worden met de horizontale staven op de rand met de fundering. Deze staven worden in een koepel namelijk weggelaten. Daarom zullen we van het aantal staven in een bol eerst het aantal horizontale staven in de middendoorsnede afhalen. Dit aantal is gelijk aan het aantal opleggingen i oftewel 5 keer de complexiteit complexiteit.

Voor het aantal staven in een koepel geldt dus:

$$staven_{koepel} = \frac{\frac{12\pi R^2}{l'^2} - 3 - 5 \cdot c}{2} = \frac{6\pi R^2}{l'^2} - \frac{3}{2} - \frac{R}{2l'} \quad (5.2.5)$$

Het volume van het vakwerk wordt naast de lengte van de staven ook weer bepaald door een doorsnede-grootte. In dit geval is dit het doorsnedeoppervlak van de staven. Deze doorsnede volgt uit de verschillende toetsen voor de bezwijkmechanismen. Er wordt uitgegaan van een ideaal ontworpen constructie, dus er wordt uitgegaan van het minimale benodigde doorsnedeoppervlak. Voor het volume van het vakwerk geldt:

$$V_{vakwerk} = staven_{koepel} * l' * A \quad (5.2.6)$$

5.2.1 Bepaling doorsnedeoppervlak staven

Vervorming

De maximale vervorming in het vakwerk mag de waar $u = 0.02R$ niet overschreiden. Dit gegeven gebruikt, geeft voor het doorsnedeoppervlak:

$$u = \frac{1}{18}p \frac{l'R^2}{EA} \leq 0.02R \quad (5.2.7)$$

$$A_1 \geq \frac{25}{9} \frac{R}{E} p l' \quad (5.2.8)$$

$$u = \frac{1}{9}p \frac{l'R^2}{EA} \leq 0.02R \quad (5.2.9)$$

$$A_2 \geq \frac{50}{9} \frac{R}{E} p l' \quad (5.2.10)$$

Vloei

Voor de vloei geldt dat de maximale spanning in het vakwerk de vloeispanning f_y niet mag overschrijden: $\sigma \leq f_y$.

$$\frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{A} \leq f_y \quad (5.2.11)$$

$$A \geq \frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{f_y} \quad (5.2.12)$$

Knik

Voor het bezwijkmechanisme knik, mag de spanning in het vakwerk nergens de kritische knikspanning σ_{cr} overschrijden: $\sigma \leq \sigma_{cr}$. Zoals eerder aangegeven is dit een overschatting van de kritische knikspanning.

$$\frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{A} \leq \frac{\pi EA}{4l'^2} \quad (5.2.13)$$

$$A \geq \sqrt{\frac{R^2 p l'^2 \cdot 8}{5c\sqrt{3}E}} \quad (5.2.14)$$

Lokale doorslag

Voor het bezwijkmechanisme lokale doorslag geldt dat de zakking in de knoop niet meer mag zijn dan $\frac{1}{3}$ van het hoogteverschil h tussen de knopen. Zoals eerder vermeld, is dit een conservatieve benadering.

$$u \leq \frac{1}{3} h \quad (5.2.15)$$

$$\frac{1}{9} p \frac{l' R^2}{EA} \leq 0.02 R \leq \frac{1}{3} \frac{\frac{1}{2} l'^2}{R} \quad (5.2.16)$$

$$A \geq \frac{2}{3} p \frac{R^3}{El'} \quad (5.2.17)$$

Hoofdstuk 6

Resultaten uitwerking MATLAB

In de gevonden formules blijven twee onbekende variabelen die van elkaar afhangen, namelijk de belastingverdeling en de staaflengte. Bij een uitwerking in MATLAB kan een van deze variabelen variëren en kunnen de formules voor al deze waarden gebruikt worden. Uiteindelijk volgt na een iteratief proces het minimale volume. Het doel van dit onderzoek was een zo overzichtelijk mogelijke en handmatig uit te werken oplossing vinden voor het probleem. Het programma is daarom zo geschreven dat de berekeningen overzichtelijk blijven. Er worden een aantal variabelen gevraagd en met de eerder gevonden aanpak en de daarbij horende formules wordt het materiaalgebruik bepaald.

In eerste instantie zullen de resultaten getoond worden waarbij doorslagknik niet wordt beschouwd. Dit omdat de gevonden formules voor doorslagknik slechts benaderingen zijn en ze dus niet echt vergelijkbare resultaten weergeven. Daarna wordt doorslagknik wel beschouwd en worden er aan de hand van de gevonden resultaten een aantal opmerkingen en kanttekeningen geplaatst bij de eerdere resultaten.

6.1 Werkwijze

Er worden om te beginnen twee verschillende situaties beschouwd. De schaal moet namelijk sowieso sterk genoeg zijn om de belasting naar het geodetisch vakwerk te dragen. Daarom moet de schaal al een aanzienlijke dikte hebben. In de twee situaties wordt onderzocht wat het effect is van een geodetisch vakwerk als ondersteuning.

Ten eerste worden er een aantal materiaal- en belastinggegevens gevraagd, zoals de elasticiteitsmodulus E en de vloeispanning f_y van het materiaal (bij andere materialen dan staal: druk- of treksterkte) en de variabele belasting. De variërende waarde in het script is de complexiteit c . Voor deze waarde maken de stappen in MATLAB ook niet uit, omdat er alleen hele en reële waarden voor c genomen kunnen worden. Deze waarde varieert in het programma van 1 tot 100. Deze maximale waarde van 100 is gebaseerd op bruikbaarheid in de praktijk. Bij een complexiteit van 100 ontstaan er namelijk al bijna 120.000 knopen in de geodetische koepel en dit zijn er al redelijk veel.

6.1.1 Eerste situatie: Alleen een schaalconstructie

In de eerste situatie wordt alleen een schaal beschouwd die belast wordt met een variabele belasting. De maximale spanning in de schaal is gelijk aan $n = pR$. Voor dit geval worden de formules gebruikt, zoals in het vorige hoofdstuk bepaald voor een schaal belast met eigen

gewicht en een variabele belasting. Het maatgevende bezwijkmechanisme bepaalt het volume van de schaalconstructie. Het programma levert vervolgens grafieken voor het volume, het maatgevende bezwijkmechanisme en de schaaldikte tegen de straal R .

6.1.2 Tweede situatie: Schaalconstructie met geodetisch vakwerk

Zoals eerder vermeld in de uitgangspunten is het vakwerk het meest nuttig als de spanning bij de oplegging van de schaal gelijk is aan de spanning in de top. Aangezien deze spanning gelijk is aan $n = \frac{1}{2}pR$, terwijl die bij de oplegging gelijk is aan $n = pR$ (zie tabel 4.1), moet de spanning dus halveren doordat de schaal wordt gedragen. Om dit in het programma mee te nemen, wordt de belasting verdeeld over de twee constructies. De twee uiterste waarden van l' zijn wanneer de vakwerkstaven zo klein zijn dat ze de schaal overal steunen en eigenlijk geen lengte hebben (zie figuur 3.8) en wanneer er zich slechts één staaf bevindt tussen de top en de oplegging en deze dus lengte $\sqrt{2}R$ heeft (zie figuur 3.9). Tussen de twee uiterste waarden van l' wordt er uitgegaan van een lineair verloop tussen l' en de belastingsverdeling. Dit leidt tot de volgende verbanden voor de variabele belasting q . Daarnaast wordt ervan uitgegaan dat beide constructies hun eigen gewicht moeten kunnen dragen. Het vakwerk draagt namelijk wel een deel van de schaal uiteindelijk, maar de schaal moet eerst een deel zelf overspannen tot aan de vakwerkstaven.

$$q_{\text{schaal}} = \frac{1}{2}q_{\text{tot}} + \frac{1}{2}q_{\text{tot}} \frac{l'}{\sqrt{2}R} \quad (6.1.1)$$

$$q_{\text{vakwerk}} = \frac{1}{2}q_{\text{tot}} - \frac{1}{2}q_{\text{tot}} \frac{l'}{\sqrt{2}R} \quad (6.1.2)$$

In deze situatie moet de belastingsverdeling dus bepaald worden door middel van een iteratief proces. Bij de eerste en tweede stap is aangenomen dat de variabele belasting alleen door de schaal gedragen wordt, aangezien de complexiteit bij deze stappen gelijk is aan 0 en 1. Bij elke iteratieve stap wordt het dan berekende volume gebruikt om de belastingsverdeling voor de volgende stap te bepalen. Om het volume te bepalen worden de schaaldikte en het doorsnedeoppervlak van de staven bepaald door middel van de gevonden formules voor de verschillende bezwijkmechanismen. Hier wordt de maximale waarde van genomen, omdat deze waarde nodig is om aan de eisen te voldoen. Hiermee worden het totaal volume en het volume van de twee verschillende constructiedelen bepaald. Het minimale volume en de complexiteit die daarbij hoort, volgen.

Dit alles wordt voor een aantal waarden van R uitgewerkt en de minimale waarde van het gevonden volume wordt geplot tegen R . Het programma levert vervolgens grafieken voor het volume, de bijbehorende complexiteit, het maatgevende bezwijkmechanisme en alle constructieafmetingen tegen de straal R .

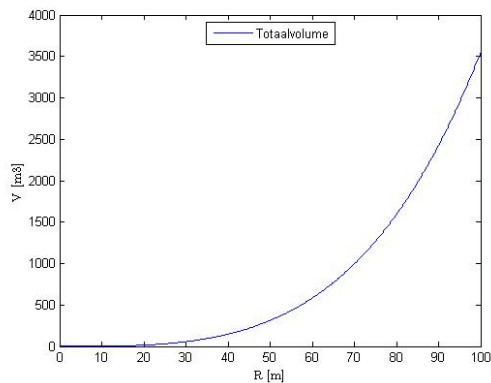
6.2 Resultaten exclusief doorslag

Hier worden de resultaten weergegeven van het onderzoek met behulp van het MATLAB script. Eerst worden ze voor staal uitgewerkt, dan voor beton en vervolgens worden nog een aantal andere materialen met deze eerste twee vergeleken.

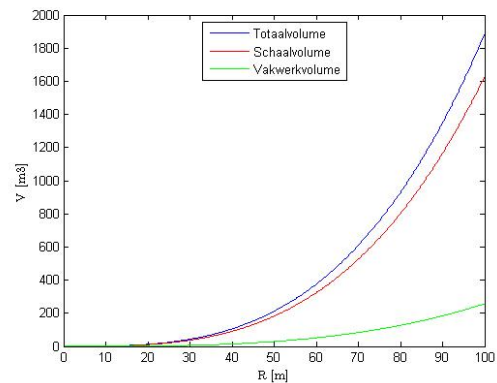
6.2.1 Staal

Voor alle exacte waarden waar de volgende conclusies op gebaseerd zijn zie tabellen in bijlage A.1, A.2, A.3 en A.4 in bijlage A.

Het eerste figuur geeft het volume van een schaalconstructie weer en het tweede figuur dat van een schaal in combinatie met een geodetisch vakwerk.



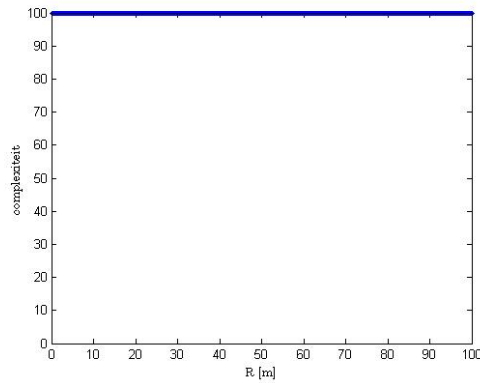
Figuur 6.1: Materiaalgebruik schaalconstructie



Figuur 6.2: Materiaalgebruik schaal- met vakwerkconstructie

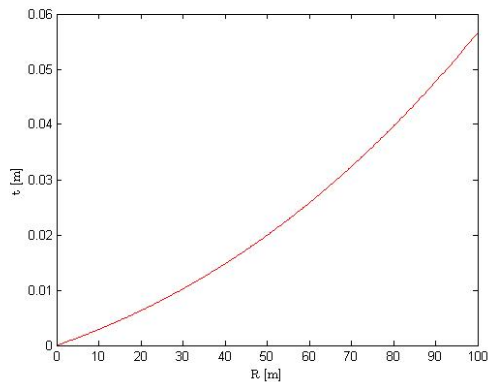
Wat opvalt is dat het materiaalgebruik van de gecombineerde constructie minder is dan dat van alleen de schaalconstructie. Het is zelfs een vermindering van meer dan 50% bij een straal van 100m. Bij een straal van 0,2m is dit ook al 21%. Voor de andere waarden van R bevindt het percentage zich hiertussen. Hoe groter de straal, hoe efficiënter dus het gebruik van een ondersteunend vakwerk. Het positieve effect van het toevoegen van een vakwerk wordt vergroot als er een hogere complexiteit wordt toegestaan, maar zoals al eerder vermeld, is dit uit praktische overwegingen niet gedaan. De vakwerkstaven zijn voor een constructie met een straal van 50 meter 62cm lang, wat nog een acceptabele lengte is om mee te werken. Het gevonden volume bestaat steeds voor minder dan 10% uit het vakwerk. De schaal zorgt dus voor het overgrote deel van het materiaalgebruik. Het vakwerk is qua constructie, aangezien ze ongeveer even veel belasting dragen, veel efficiënter. Echter is het nadeel van een vakwerk dat hij geen afsluiting biedt. Daarom zal een vakwerk altijd nog een vrij grote dakconstructie nodig hebben. In dit geval wordt dit door de schaal verzorgd.

Het maatgevende bezwijkmechanisme voor zowel het vakwerk, als de schaalconstructie is altijd knik. Het toevoegen van een vakwerk heeft juist doordat de schaal op knik bezwijkt een positief effect op het materiaal effect. Doordat de schaal ondersteund wordt, vermindert de kniklengte van de schaal en dus de benodigde schaaldikte. Hierdoor wordt het totaalgebruik van materiaal verminderd. Het volume dat bij een bepaalde waarde voor R hoort, hangt af van de complexiteit van het vakwerk. Uit de relatie tussen de complexiteit en het volume, op basis van de verschillende toetsen die gedaan zijn, volgt de meest gunstige complexiteit. Dit is te zien in figuur 6.3.

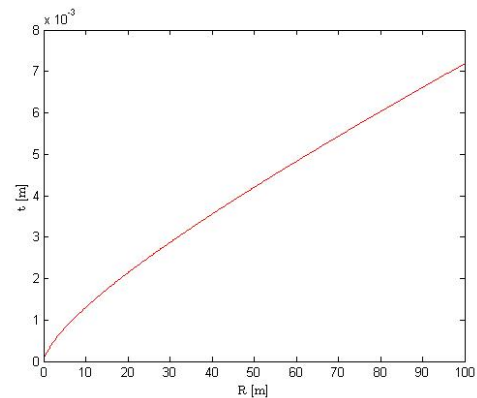


Figuur 6.3: Meest gunstige complexiteit geodetisch vakwerk

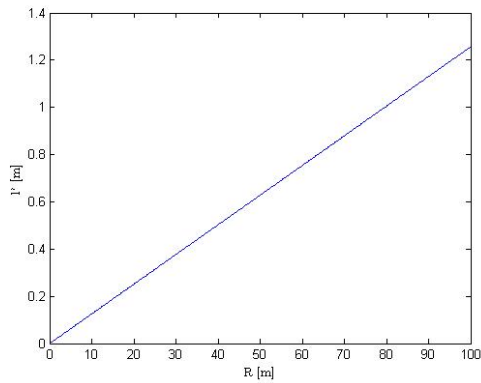
De complexiteit van het geodetische vakwerk die het meest gunstig is bij de verschillende waarden voor R is vrijwel altijd de hoogst toegestane complexiteit. De schaal wil dus het liefst volledig ondersteund worden. In de praktijk is dit echter niet haalbaar, omdat uiteindelijk bij een staaflengte van 0 meter, het geen vakwerk meer is en dus de formules voor een vakwerk niet meer gelden. Het is dan eigenlijk een tweede schaal geworden en dit is gezien het onderzoek juist niet gunstig, aangezien een volledige schaalconstructie meer materiaal gebruikt dan de gecombineerde constructie met een schaal en vakwerk. Te zien aan de belastingverdeling in tabel A.4 in bijlage A is dat deze belasting zich bijna gelijk verdeelt over de twee constructietypen. Het vakwerk neemt net iets minder belasting op, omdat de keuze voor een complexiteit van 100 nog niet optimaal is. Bij de gevonden volumes voor de koepelconstructie horen de volgende constructieafmetingen zoals de schaaldikte d , de staaflengte l' en het doorsnedeoppervlak van de staaf A (figuren 6.4, 6.5, 6.6 en 6.7). Het is opvallend dat naarmate de straal groter wordt, de schaaldikte steeds minder toeneemt en het doorsnedeoppervlak van de vakwerkstaven juist meer. Het vakwerk gaat dus meer doen bij een grotere straal van de koepel.



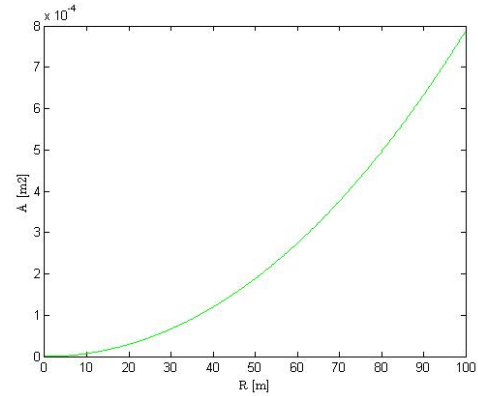
Figuur 6.4: Schaaldikte schaalconstructie



Figuur 6.5: Schaaldikte schaal- met vakwerkconstructie



Figuur 6.6: Staaflengte vakwerkstaven

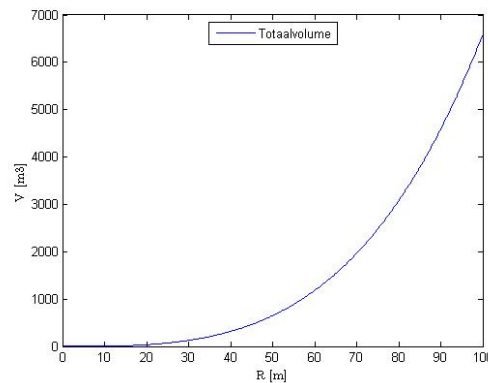


Figuur 6.7: Doorsnedeoppervlak vakwerkstaven

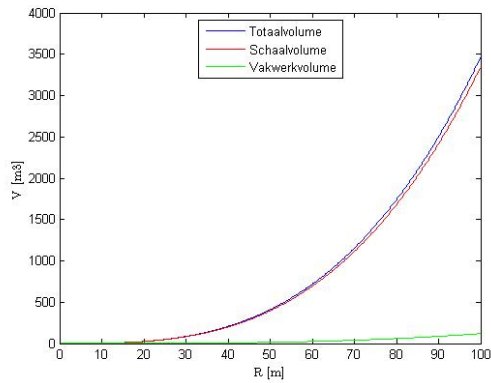
6.2.2 Beton

Voor alle exacte waarden waar de volgende conclusies op gebaseerd zijn zie tabellen A.6, A.7, A.8, A.9 en A.10 in bijlage A.

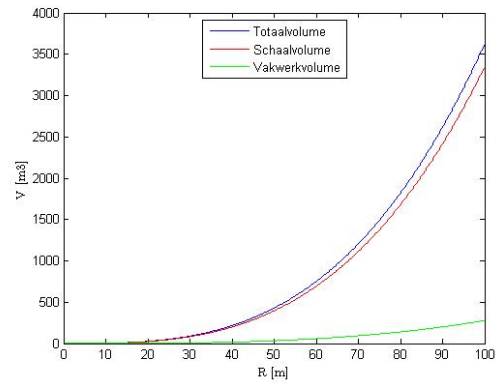
Staal is het meest efficiënte materiaal gezien het materiaalverbruik voor een constructie, maar in de praktijk worden veel constructies in beton uitgevoerd, zo ook schalen. Voor betonnen schalen geldt bij benadering dezelfde uitwerking, maar zoals eerder vermeld, geven de resultaten niet geheel het juiste materiaalgebruik weer. Uit het gedrag van de constructies in beton kunnen wel conclusies getrokken worden. De volgende figuren geven het materiaalgebruik van respectievelijk een schaalconstructie (figuur 6.8), een schaalconstructie met een stalen vakwerk (figuur 6.9) en een schaalconstructie met een betonnen vakwerk (figuur 6.10) weer.



Figuur 6.8: Materiaalgebruik schaalconstructie beton



Figuur 6.9: Materiaalgebruik betonnen schaal- met stalen vakwerkconstructie



Figuur 6.10: Materiaalgebruik betonnen schaal- met vakwerkconstructie

Weer valt op dat het materiaalgebruik van een ondersteunde schaalconstructie minder is dan dat van alléén een schaalconstructie. Hier is het bij een straal van 100m alleen maximaal een vermindering van het materiaalgebruik van 45%. De constructie met het stalen vakwerk is nog iets efficiënter. Ook hier is voor beide constructies het maatgevende bezwijkmechanisme knik en is de grootste complexiteit het gunstigst.

6.2.3 Vergelijking materialen

Er is ook onderzocht hoe een koepelconstructie zich gedraagt bij vervaardiging uit andere materialen dan staal of beton. Deze materialen zijn hout, glas en glasvezelversterkt polyester. In de vergelijking is er bij beton en glas uitgegaan van een stalen vakwerk. Dit omdat beide materialen erg slecht bestand zijn tegen trekkrachten.

Zoals te zien is in tabel 6.1, geldt voor al deze materialen dat het toevoegen van een vakwerk een gunstig effect heeft. Echter is de grootte van dit effect niet altijd hetzelfde. Waar dit bij staal ongeveer een materiaalvermindering gaf van 50%, is dit bij hout maar 28% en bij polyester zelfs 57%. Het materiaalgebruik bij polyester echter is veel meer dan dat van de rest doordat zijn elasticiteitsmodulus veel lager is. Volgens dit onderzoek zou een constructie van hout het meest gunstig zijn wat betreft materiaalgebruik. Echter hout is een niet homogeen en unidirectioneel materiaal door zijn vezels en daarom is het materiaalgebruik in dit onderzoek een onderschatting. Bij hout is het toevoegen van een vakwerk minder gunstig, omdat hij een relatief laag eigen gewicht heeft. De vermindering van het eigen gewicht door het ondersteunen van de schaal heeft dan ook veel minder effect. Echter is een materiaalvermindering van 30% nog steeds de moeite waard.

Tabel 6.1: Vermindering materiaalgebruik per materiaal

R(m)	Staal	Beton	Hout	Glas	Glasvezelversterkt polyester
1	22%	26%	22%	25%	23%
5	23%	27%	23%	26%	24%
10	24%	28%	23%	26%	26%
25	29%	31%	24%	29%	33%
50	37%	37%	25%	34%	42%
100	51%	47%	28%	44%	57%

Het aandeel van het vakwerk in het totale volume is steeds 8%, behalve wanneer een stalen vakwerk wordt toegevoegd. Het percentage ligt dan lager, omdat een stalen vakwerk efficiënter is dan een betonnen of glazen vakwerk.

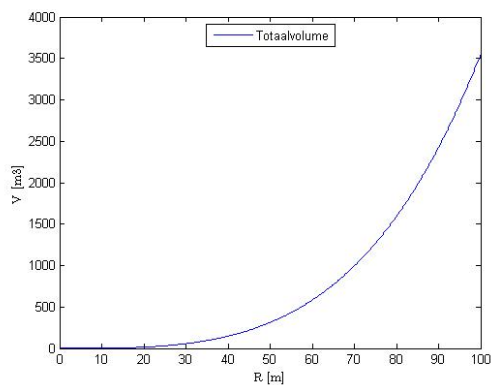
Voor de materiaaleigenschappen van de verschillende materialen zie bijlage A.12.

6.3 Resultaten inclusief doorslag

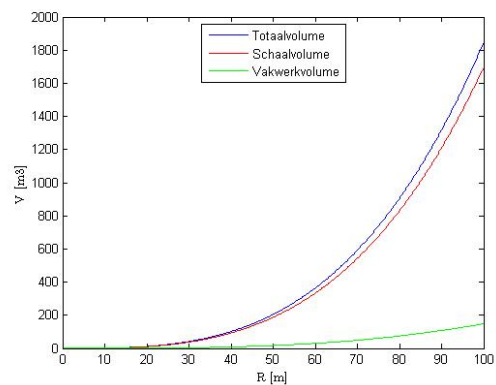
Voor alle exacte waarden waar de volgende conclusies op gebaseerd zijn zie tabellen A.1, A.2, A.3, A.4 en A.14 in bijlage A.

Wanneer doorslag van het geodetische vakwerk wel beschouwd wordt, veranderen de resultaten enigszins. Zoals al eerder is opgemerkt zijn de resultaten uit dit onderzoek niet exact aangezien de methode een sterk vereenvoudigde is. Een juiste methode zou moeten worden afgeleid door middel van een eindige-elementenberekening. De resultaten bieden echter wel genoeg informatie om een aantal opmerkingen te plaatsen bij de eerder gevonden resultaten.

Zoals te zien in figuur 6.11 en 6.12, wordt het materiaalgebruik van de constructie iets meer, maar blijft het toevoegen van een vakwerk gunstig.

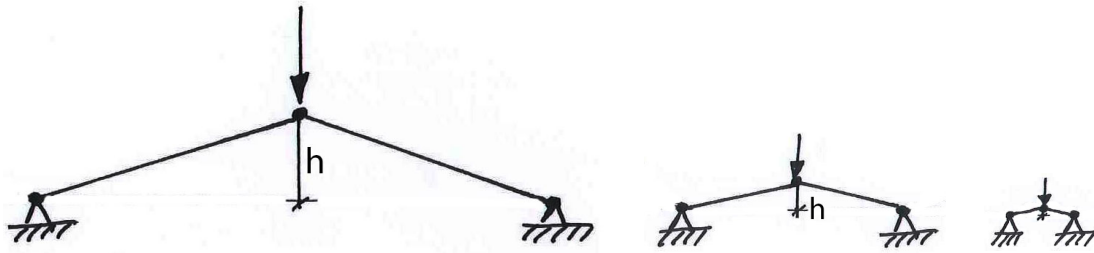


Figuur 6.11: Materiaalgebruik schaalconstructie staal



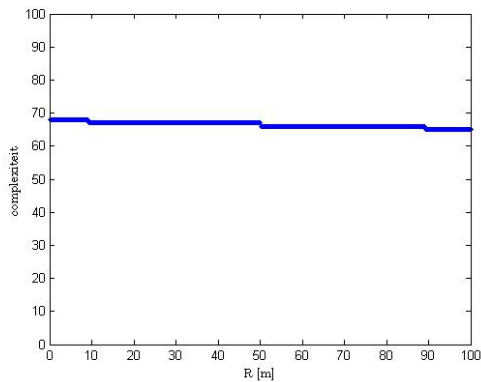
Figuur 6.12: Materiaalgebruik schaal- met vakwerkconstructie met doorslag

De reden voor het grotere materiaalgebruik is niet alleen het grotere doorsnedeoppervlak van de vakwerkstaven (zie figuur 6.19), maar vooral de keuze voor een lagere complexiteit. Bij een hogere complexiteit wordt namelijk de kans op doorslag veel groter aangezien de knopen steeds meer op dezelfde lijn liggen (zie figuur 6.13).

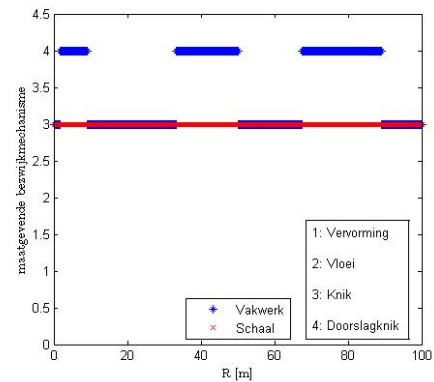


Figuur 6.13: Grote, middelgrote en kleine staafnagte l'

De meest gunstige complexiteit is dus niet meer de hoogst mogelijke. Het maatgevende bezwijkmechanisme is dan ook niet langer overall knik. Het is opvallend dat wanneer de complexiteit verandert, het bezwijkmechanisme in eerste instantie staafknik is en zodra de staven een bepaalde lengte hebben bereikt, dit doorslag wordt (zie figuren 6.14 en 6.15).

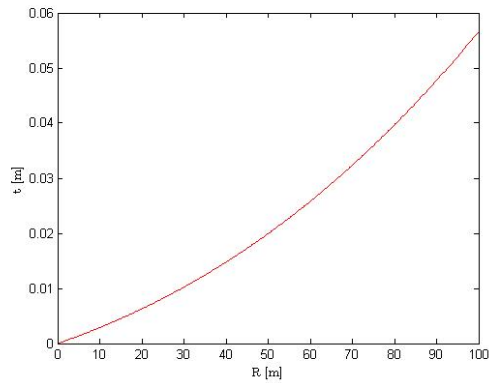


Figuur 6.14: Meest gunstige complexiteit geodetisch vakwerk

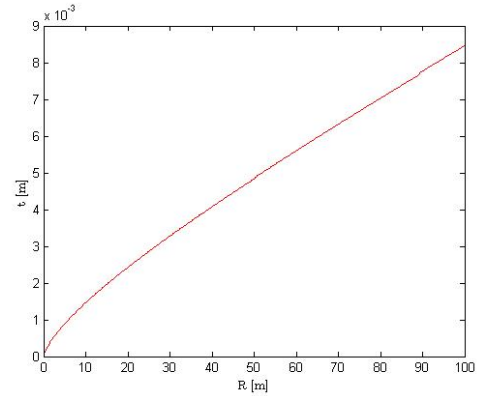


Figuur 6.15: Maatgevende bezwijkmechanisme

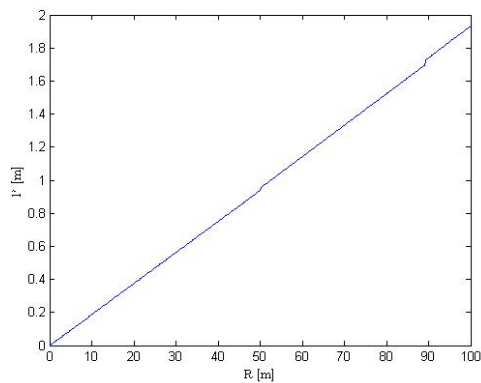
De schaaldikte is daarnaast iets dikker dan bij het geval zonder doorslag (zie figuur 6.17). Zie ook figuur 6.18 voor de staafnagte l' en figuur 6.19 voor het doorsnedeoppervlak van de vakwerkstaven.



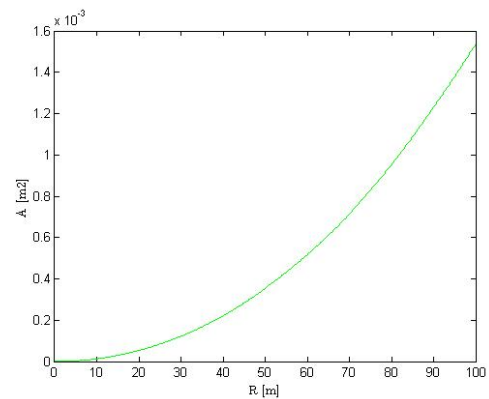
Figuur 6.16: Schaaldikte schaalconstructie staal



Figuur 6.17: Schaaldikte schaal- met vakwerkconstructie met doorslag



Figuur 6.18: Staaf lengte vakwerkstaven met doorslag



Figuur 6.19: Doorsnedeoppervlak vakwerkstaven met doorslag

6.3.1 Globale doorslagknik

Zoals al eerder is uitgelegd, is globale doorslag niet mee te nemen in deze berekening, omdat dit zowel van de staafdoorsnede als de schaaldikte afhangt en deze niet altijd dezelfde verhouding hebben. Er zijn echter wel controleberekeningen uitgevoerd aan de hand van de uitgerekende A en t . Hieruit is gebleken dat vanaf een straal van 4 meter dit bezwijkmechanisme maatgevend kan zijn (zie tabel A.12 in bijlage A). Hier moet dus verder onderzoek naar gedaan worden.

Hoofdstuk 7

Verificaties berekeningen

Als controle op de werkwijze van het script zijn hier een aantal berekeningen handmatig uitgevoerd. Ook is er gecontroleerd of de aanname van Eulerse knik een goede schatting was. De berekeningen zijn uitgevoerd bij een straal R van 25 meter en er is uitgegaan van een complexiteit van het vakwerk van 100. Alle iteraties om tot de uiteindelijke belastingverdeling te komen, worden hier achterwege gelaten aangezien dit erg veel werk is. Daarom wordt hier alleen de eerste stap weergegeven.

Bij een straal van 25 meter en een complexiteit van 100 hoort een staaf lengte l' van:

$$l' = 2R \sin \frac{0.2\pi}{c} = 2 \cdot 25 \sin \frac{0.2\pi}{100} = 0.31m \quad (7.0.1)$$

De eerste stap in de belastingverdeling is kijken wat er gebeurt met de variabele belasting van 1 kN/m^2 op de koepel:

$$q_{\text{schaal}} = \frac{1}{2}q_{\text{tot}} + \frac{1}{2}q_{\text{tot}} \frac{l'}{\sqrt{2}R} = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{0.31}{\sqrt{2} \cdot 25} = 0.504 \text{ kN/m}^2 \quad (7.0.2)$$

$$q_{\text{vakwerk}} = \frac{1}{2}q_{\text{tot}} - \frac{1}{2}q_{\text{tot}} \frac{l'}{\sqrt{2}R} = \frac{1}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{0.31}{\sqrt{2} \cdot 25} = 0.496 \text{ kN/m}^2 \quad (7.0.3)$$

Deze belastingverdeling leidt bij de schaal tot de volgende schaaldiktes:

$$t_{\text{vervorming}} = 86.5p \frac{R}{E} = 86.5 \cdot 0.504 \frac{25}{210000 \cdot 10^3} = 5.19 \cdot 10^{-6}m \quad (7.0.4)$$

$$t_{\text{vloei}} = \frac{|pR|}{f_y} = \frac{0.504 \cdot 25}{235 \cdot 10^3} = 5.37 \cdot 10^{-5}m \quad (7.0.5)$$

$$t_{\text{knik}} = \sqrt{\frac{pR^2}{0.1E}} = \sqrt{\frac{0.504 \cdot 25^2}{0.1 \cdot 210000 \cdot 10^3}} = 3.87 \cdot 10^{-3}m \quad (7.0.6)$$

Het maatgevende bezwijkmechanisme is dus inderdaad knik. Het eigen gewicht van de schaal is nu nog niet meegenomen, dus de berekening moet nog een aantal keer uitgevoerd worden. De nieuwe belasting p is dus de oude belasting q_{schaal} plus het eigen gewicht van de schaal:

$$p_{\text{eg}} = \frac{\rho g t}{1000} = \frac{7850 \cdot 9.81 \cdot 3.87 \cdot 10^{-3}}{1000} = 0.298 \text{ kN/m}^2 \quad (7.0.7)$$

Dit geeft dus een totale belasting van $0.802kN/m^2$. Uit het programma kwam uiteindelijk een belasting van $0.983kN/m^2$ (zie bijlage A tabel A.4), dus er zijn nog een aantal iteraties nodig. De belastingverdeling leidt bij het geodetische vakwerk tot de volgende doorsnedeoppervlaktes voor de staven:

$$A_{vervorming} = \frac{50}{9} \frac{R}{E} p l' = \frac{50}{9} \frac{25}{210000 \cdot 10^3} 0.496 \cdot 0.31 = 1.03 \cdot 10^{-8} m^2 \quad (7.0.8)$$

$$A_{vloei} = \frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{R^2}{c} \frac{p}{f_y} = \frac{2\pi}{5\sqrt{3}} \frac{25^2}{100} \frac{0.496}{235 \cdot 10^3} = 9.56 \cdot 10^{-6} m^2 \quad (7.0.9)$$

$$A_{knik} = \sqrt{\frac{R^2 p l'^2 \cdot 8}{5c\sqrt{3}E}} = \sqrt{\frac{25^2 \cdot 0.496 \cdot 0.31^2 \cdot 8}{5 \cdot 100\sqrt{3} \cdot 210000 \cdot 10^3}} = 3.67 \cdot 10^{-5} m^2 \quad (7.0.10)$$

Het maatgevende bezwijkmechanisme is dus ook hier inderdaad knik. Het eigen gewicht van het vakwerk is nu nog niet meegenomen, dus de berekening moet nog een aantal keer uitgevoerd worden. De nieuwe belasting p is dus de oude belasting $q_{vakwerk}$ plus het eigen gewicht van de schaal en het vakwerk (dit is een conservatieve aanname, omdat een deel van het eigen gewicht van de schaal door het vakwerk afgedragen zal worden):

$$p_{eg} = \frac{staven_{koepel} l' A}{1000 \cdot 2\pi R^2} + \frac{\rho g t}{1000} \quad (7.0.11)$$

$$= \frac{119326 \cdot 3.67 \cdot 10^{-5} \cdot 0.31}{1000 \cdot 2\pi \cdot 25^2} + \frac{7850 \cdot 9.81 \cdot 3.87 \cdot 10^{-3}}{1000} = 0.0270 + 0.298 = 0.325kN/m^2 \quad (7.0.12)$$

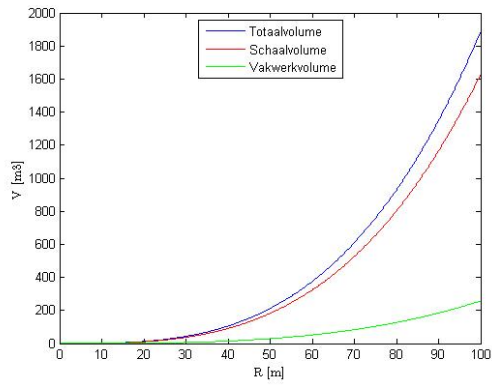
Dit geeft dus een totale belasting van $0.821kN/m^2$. Uit het programma kwam uiteindelijk een belasting van $0.819kN/m^2$ (zie bijlage A tabel A.4), dus hier ligt hij al erg dichtbij.

Bij de berekeningen aan het vakwerk is gebruikt gemaakt van de Eulerse knikkraft. Dit is in de praktijk echter altijd een overschatting. Daarom wordt hier de bruikbaarheid van Euler getoetst. Zoals in sectie 4.3.2 wordt vermeld, hangt de juistheid van Eulerse knik af van de relatieve slankheid $\bar{\lambda}$. Deze geeft voor de uiteindelijk gevonden vakwerkstaven met een lengte van 0.31 meter en een doorsnedeoppervlak van:

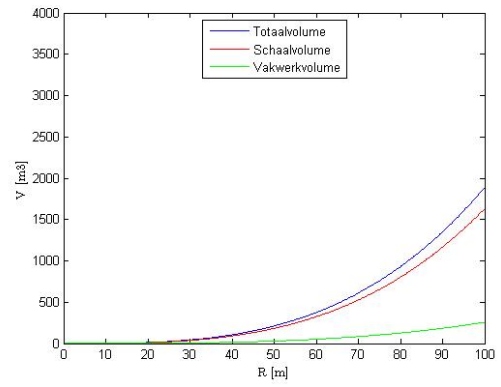
$$A_{knik} = \sqrt{\frac{25^2 \cdot 0.819 \cdot 0.31^2 \cdot 8}{5 \cdot 100\sqrt{3} \cdot 210000 \cdot 10^3}} = 4.61 \cdot 10^{-5} m^2 \quad (7.0.13)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{l_{knik}}{\pi} \sqrt{\frac{4\pi}{A}} \sqrt{\frac{f_y}{E}} = \frac{0.31}{\pi} \sqrt{\frac{4\pi}{4.61 \cdot 10^{-5}}} \sqrt{\frac{235}{210000}} = 1.72 \quad (7.0.14)$$

Dit geeft een reductiefactor χ bij knikcurve a of c van $0.25 - 0.30$ (zie figuur 4.9). Dit is dus een vrij forse reductie. De werkelijke kniklast is dus ongeveer een vierde van de hier gebruikte kniklast. Om te controleren wat voor effect dit heeft op de resultaten is deze factor $\frac{1}{4}$ in het script verwerkt en de resultaten bleken hetzelfde, behalve een groter materiaalgebruik van het vakwerk. (Zie figuren 7.2 en 7.1) Het totale materiaal verbruik neemt met 8% toe en het volume bestaat nu voor bijna 14% uit vakwerk (zie tabel A.5). De vermindering van het materiaalverbruik is nu nog steeds 47%, dus de conclusies van het onderzoek veranderen niet.



Figuur 7.1: Materiaalgebruik schaalconstructie en geodetisch vakwerk zonder reductiefactor knik



Figuur 7.2: Materiaalgebruik schaalconstructie en geodetisch vakwerk met reductiefactor knik

Hoofdstuk 8

Conclusies

Het doel van dit onderzoek is het vinden van de samenstelling van een geodetisch vakwerk met een schaal, bij een koepelconstructie, waarbij het materiaalgebruik minimaal is, bij een gegeven overspanning. De gevonden resultaten bieden goede informatie om antwoord te geven op deze vraag.

Het blijkt dat bij een koepel het toevoegen van een geodetisch vakwerk aan een schaalconstructie gunstig is voor elke overspanning, gebaseerd op de toetsen die tijdens dit onderzoek bekeken zijn. Het plaatsen van een ondersteuning onder de schaal zorgt namelijk voor een vermindering van het totale materiaalgebruik, bij een stalen koepelconstructie, van bijna 50%.

Deze conclusie is voor alle onderzochte materialen getrokken. De percentages zijn wel anders door de verschillende materiaaleigenschappen, maar het effect van het vakwerk blijft erg gunstig. De minimale materiaalvermindering is 30% bij hout en dit is nog steeds een aanzienlijke waarde. Voor kunststoffen als polyester is het toevoegen van een vakwerk het meest gunstig door de lage elasticiteitsmodulus van deze materialen. Voor dit materiaal geldt zelfs een vermindering van materiaalgebruik van 57%. Echter, het totale materiaalgebruik is bij dit type kunststof wel extreem hoog, dus het is geen efficiënt materiaal om een koepelconstructie mee te bouwen.

De schaal wil eigenlijk overal ondersteund worden en het blijkt dan ook dat korte staven leiden tot het minste totale materiaalgebruik van de koepel. Hier moet echter een minimale waarde aan gegeven worden, omdat extreem korte staven in de praktijk niet mogelijk zijn. Zodra doorslag wordt meegenomen in de berekeningen, verandert deze conclusie enigszins; want hoewel de schaal het minste materiaal gebruikt als hij slechts kleine stukken moet overspannen tussen de vakwerkknopen, zijn deze kleine afstanden voor het geodetische vakwerk juist helemaal niet gunstig. Hoe kleiner namelijk de staaflengte, des te groter de kans op het optreden van lokale doorslag van een hexagon. Hiertussen moet dus een optimum gevonden worden.

Coppejans [7] heeft aan de hand van zijn onderzoek geconcludeerd dat een schaalconstructie voor een koepel tot een straal van 7 meter het meest efficiënt is en een geodetisch vakwerk voor koepels met een straal van meer dan 7 meter. Echter, in dit onderzoek is dit omslagpunt niet naar voren gekomen. Bij een combinatie van een schaalconstructie en een geodetisch vakwerk is het gebruik van alléén een schaal nooit gunstiger.

Hoofdstuk 9

Aanbevelingen

In het onderzoek zijn nog een aantal punten naar voren gekomen die nader onderzoek verlangen. Deze punten worden hier uiteengezet.

- Het belangrijkste punt zijn de benodigde eindige-elementenberekeningen om ook hogere orde-effecten als lokale en globale doorslag, mee te nemen in het onderzoek. Deze bezwijkmechanismen zijn te complex om met de hand uit te werken en het is dan ook aan te raden om met behulp van niet-lineaire berekeningen te onderzoeken wat voor effect deze bezwijkmechanismen hebben op de gestelde conclusies.
- Er zijn in dit onderzoek alleen typen schaalconstructies beschouwd, namelijk die zonder ondersteuning van een vakwerk en die met ondersteuning. De mogelijkheid van alleen een vakwerk echter is nog niet onderzocht. Hiervoor is namelijk een gedetailleerder onderzoek nodig. Er is in dit onderzoek uitgegaan van een vakwerk dat bij de knopen vast zit aan een schaal en dus niet alleen staat. Ook hangt het ontwerp van een geodetisch vakwerk alléén erg af van het type dakconstructie wat er op geplaatst wordt. Deze constructie moet zo efficiënt mogelijk ontworpen worden. Om een vakwerk dus te vergelijken met de schaalconstructies die hier beschouwd zijn, moet dit dak dus volledig gedimensioneerd worden.
- Bij combinatie van verschillende materialen kan eigenlijk niet worden geoptimaliseerd op volume, maar moeten ook de kosten, milieubelasting en dergelijke in de vergelijking worden meegenomen. Het is aan te bevelen om te onderzoeken wat voor het effect deze parameters? hebben op het ontwerp van een optimale koepel, gerelateerd aan minimaal materiaalgebruik.
- In dit onderzoek zijn massieve vakwerkstaven beschouwd. Het verdient de aanbeveling te onderzoeken hoe de constructie zich gedraagt als er gebruik wordt gemaakt van holle buizen.

Bibliografie

- [1] Best renovation. URL: <http://www.meithailand.com/wallpaper/index.php/architecture-2/item/233-best-renovation>, Geraadpleegd: 23 mei, 2014 2012.
- [2] Schaalconstructie in metselwerk. URL: <http://www.vandersandengroup.nl/bricks/nl-nl/nieuws/schaalconstructie-metselwerk>, Geraadpleegd: 20 mei, 2014 (2014).
- [3] Atom. URL: <http://www.designseptember.be/event-content.php?lng=nl&id=7&cat=>, Geraadpleegd: 20 mei 2014 (n.d.).
- [4] Constructie: geodetisch vakwerk. URL: <http://tinyurl.com/lsvwzvh>, Geraadpleegd: 23 mei, 2014 (n.d.).
- [5] R. Abspoel, F. Bijlaard, and P. de Vries. *Dictaat Constructieve Veiligheid - Deel Staalconstructies CT2052*. (2010).
- [6] CEN. *Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-6: Strength and Stability of Shell Structures*. (2007).
- [7] O. Coppejans. Vakwerken versus schalen. Bachelor thesis, Delft: TU Delft, (2014).
- [8] J. Gere and S. Timoshenko. *Theory of elastic stability*. Singapore: McGraw-Hill International Book Company, (1963).
- [9] C. Hartsuijker and H. Welleman. *Toegepaste Mechanica Deel 3*. Delft: Academic Service, (2004).
- [10] C. Hartsuijker and H. Welleman. *Constructiemechanica 3: Stabiliteit van het evenwicht*. Delft: TU Delft, (2007).
- [11] P. Hoogenboom. *Notes on shell structures, Reader*. Delft: TU Delft, (2012).
- [12] P. Hoogenboom. Exam ct4143: 1 july 2013 (pg. 7), (2013).
- [13] T. Krauthammer and E. Ventsel. *14.1 Membrane analysis of roof shell structures*, volume In E. Ventsel and T. Krauthammer, *Thin Plates and Shells: Theory, Analysis and Application*. Pennsylvania: Marcel Dekker Inc, (2001).
- [14] K. W. Lee. Ontwerpen van een 30 meter lange glasvezelversterkte polyester voet-/loopbrug. Master thesis, Delft: TU Delft, (2010).
- [15] N. Saebi. United states patent 6912488, (2005).

Bijlage A

Overzicht resultaten

A.1 Exclusief doorslag

A.1.1 Staal

Tabel A.1: Resultaten schaalconstructie

R (m)	V (m^3)	t (m)	bezwijkmechanisme
0,2	1,35E-05	5,35E-05	knik
0,4	1,08E-04	1,07E-04	knik
0,6	3,65E-04	1,61E-04	knik
0,8	8,65E-04	2,15E-04	knik
1	1,69E-03	2,69E-04	knik
1,2	2,93E-03	3,24E-04	knik
1,4	4,66E-03	3,79E-04	knik
1,6	6,97E-03	4,33E-04	knik
1,8	9,94E-03	4,88E-04	knik
2	1,37E-02	5,43E-04	knik
3	4,65E-02	8,22E-04	knik
4	1,11E-01	1,10E-03	knik
5	2,19E-01	1,39E-03	knik
10	1,82E+00	2,90E-03	knik
15	6,41E+00	4,53E-03	knik
20	1,58E+01	6,30E-03	knik
25	3,22E+01	8,20E-03	knik
30	5,79E+01	1,02E-02	knik
35	9,57E+01	1,24E-02	knik
40	1,49E+02	1,48E-02	knik
45	2,20E+02	1,73E-02	knik
50	3,13E+02	2,00E-02	knik
60	5,84E+02	2,58E-02	knik
70	9,97E+02	3,24E-02	knik
80	1,60E+03	3,97E-02	knik
90	2,43E+03	4,78E-02	knik
100	3,56E+03	5,66E-02	knik

Tabel A.2: Resultaten schaalconstructie en geodetisch vakwerk

R (m)	V (m^3)	V_{schaal} (m^3)	V_{vakwerk} (m^3)	l' (m)	A (m^2)	t (m)	bezwijk- mechanisme
0,2	1,06E-05	9,70E-06	8,51E-07	2,51E-03	2,84E-09	8,90E-05	knik
0,4	8,41E-05	7,73E-05	6,86E-06	5,03E-03	1,15E-08	1,42E-04	knik
0,6	2,84E-04	2,61E-04	2,32E-05	7,54E-03	2,59E-08	1,88E-04	knik
0,8	6,74E-04	6,19E-04	5,51E-05	1,01E-02	4,60E-08	2,28E-04	knik
1	1,32E-03	1,21E-03	1,08E-04	1,26E-02	7,20E-08	2,66E-04	knik
1,2	2,28E-03	2,09E-03	1,86E-04	1,51E-02	1,04E-07	3,01E-04	knik
1,4	3,63E-03	3,33E-03	2,96E-04	1,76E-02	1,41E-07	3,35E-04	knik
1,6	5,42E-03	4,98E-03	4,42E-04	2,01E-02	1,85E-07	3,67E-04	knik
1,8	7,73E-03	7,10E-03	6,30E-04	2,26E-02	2,34E-07	3,98E-04	knik
2	1,06E-02	9,76E-03	8,64E-04	2,51E-02	2,89E-07	4,27E-04	knik
3	3,61E-02	3,32E-02	2,92E-03	3,77E-02	6,51E-07	5,65E-04	knik
4	8,62E-02	7,92E-02	6,93E-03	5,03E-02	1,16E-06	6,89E-04	knik
5	1,69E-01	1,56E-01	1,36E-02	6,28E-02	1,81E-06	8,04E-04	knik
10	1,39E+00	1,28E+00	1,09E-01	1,26E-01	7,28E-06	1,30E-03	knik
15	4,79E+00	4,42E+00	3,69E-01	1,88E-01	1,65E-05	1,74E-03	knik
20	1,16E+01	1,07E+01	8,80E-01	2,51E-01	2,94E-05	2,14E-03	knik
25	2,30E+01	2,12E+01	1,73E+00	3,14E-01	4,61E-05	2,51E-03	knik
30	4,03E+01	3,73E+01	3,00E+00	3,77E-01	6,67E-05	2,87E-03	knik
35	6,50E+01	6,02E+01	4,78E+00	4,40E-01	9,12E-05	3,22E-03	knik
40	9,83E+01	9,12E+01	7,16E+00	5,03E-01	1,20E-04	3,55E-03	knik
45	1,42E+02	1,32E+02	1,02E+01	5,65E-01	1,52E-04	3,88E-03	knik
50	1,97E+02	1,83E+02	1,41E+01	6,28E-01	1,89E-04	4,20E-03	knik
60	3,49E+02	3,24E+02	2,46E+01	7,54E-01	2,74E-04	4,83E-03	knik
70	5,66E+02	5,27E+02	3,94E+01	8,80E-01	3,76E-04	5,44E-03	knik
80	8,63E+02	8,03E+02	5,94E+01	1,01E+00	4,96E-04	6,03E-03	knik
90	1,25E+03	1,17E+03	8,53E+01	1,13E+00	6,33E-04	6,61E-03	knik
100	1,75E+03	1,63E+03	1,18E+02	1,26E+00	7,89E-04	7,19E-03	knik

Tabel A.3: Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik

R (m)	Aandeel vakwerk	Vermindering materiaalgebruik
0,2	8%	22%
0,4	8%	22%
0,6	8%	22%
0,8	8%	22%
1	8%	22%
1,2	8%	22%
1,4	8%	22%
1,6	8%	22%
1,8	8%	22%
2	8%	22%
3	8%	22%
4	8%	22%
5	8%	23%
10	8%	24%
15	8%	25%
20	8%	27%
25	8%	29%
30	7%	30%
35	7%	32%
40	7%	34%
45	7%	35%
50	7%	37%
60	7%	40%
70	7%	43%
80	7%	46%
90	7%	48%
100	7%	51%

Tabel A.4: Belastingsverdeling schaalconstructie en geodetisch vakwerk

R (m)	p_{schaal}	$p_{vakwerk}$	peg_{schaal}	$peg_{vakwerk}$
0,2	7,82E-01	7,27E-01	8,22E-03	6,26E-04
0,4	7,75E-01	7,39E-01	1,32E-02	1,26E-03
0,6	7,75E-01	7,44E-01	1,73E-02	1,90E-03
0,8	7,77E-01	7,46E-01	2,11E-02	2,54E-03
1	7,79E-01	7,48E-01	2,46E-02	3,17E-03
1,2	7,82E-01	7,49E-01	2,78E-02	3,81E-03
1,4	7,84E-01	7,50E-01	3,09E-02	4,45E-03
1,6	7,87E-01	7,51E-01	3,39E-02	5,09E-03
1,8	7,89E-01	7,52E-01	3,67E-02	5,73E-03
2	7,92E-01	7,53E-01	3,95E-02	6,37E-03
3	8,04E-01	7,56E-01	5,22E-02	9,57E-03
4	8,15E-01	7,60E-01	6,37E-02	1,28E-02
5	8,25E-01	7,62E-01	7,43E-02	1,60E-02
10	8,71E-01	7,77E-01	1,21E-01	3,23E-02
15	9,12E-01	7,91E-01	1,61E-01	4,89E-02
20	9,48E-01	8,05E-01	1,98E-01	6,58E-02
25	9,83E-01	8,19E-01	2,32E-01	8,30E-02
30	1,02E+00	8,34E-01	2,65E-01	1,01E-01
35	1,05E+00	8,49E-01	2,97E-01	1,18E-01
40	1,08E+00	8,64E-01	3,28E-01	1,36E-01
45	1,11E+00	8,80E-01	3,59E-01	1,55E-01
50	1,14E+00	8,95E-01	3,88E-01	1,74E-01
60	1,20E+00	9,28E-01	4,46E-01	2,12E-01
70	1,25E+00	9,61E-01	5,02E-01	2,52E-01
80	1,31E+00	9,95E-01	5,57E-01	2,93E-01
90	1,36E+00	1,03E+00	6,11E-01	3,35E-01
100	1,42E+00	1,07E+00	6,64E-01	3,79E-01

Tabel A.5: Resultaten met knikfactor 0.25 voor $R = 100m$

A	leen schaal		S	chaal en vakwerk	
R (m)	V (m^3)	t (m)	V (m^3)	V_{schaal} (m^3)	$V_{vakwerk}$ (m^3)
100	3,56E+03	5,66E-02	1,75E+03	1,63E+03	1,18E+02
100 χ	3,56E+03	5,66E-02	1,89E+03		2,58E+02
		e xtra V door χ	7,99%	% vakwerk:	13,64%
		v ermindering materiaalgebruik	46,88%		

A.1.2 Beton

Tabel A.6: Resultaten schaalconstructie

R (m)	V (m^3)	t (m)	bezwijkmechanisme
0,2	3,25E-05	0,00013	knik
0,4	0,00026	0,00026	knik
0,6	0,00088	0,00039	knik
0,8	0,00208	0,00052	knik
1	0,00408	0,00065	knik
1,2	0,00705	0,00078	knik
1,4	0,01121	0,00091	knik
1,6	0,01675	0,00104	knik
1,8	0,02387	0,00117	knik
2	0,03278	0,0013	knik
3	0,11118	0,00197	knik
4	0,26488	0,00263	knik
5	0,51998	0,00331	knik
10	4,26644	0,00679	knik
15	14,7679	0,01045	knik
20	35,8997	0,01428	knik
25	71,9035	0,01831	knik
30	127,406	0,02253	knik
35	207,436	0,02695	knik
40	317,443	0,03158	knik
45	463,316	0,03641	knik
50	651,395	0,04147	knik
60	1181,9	0,05225	knik
70	1969,32	0,06396	knik
80	3082,17	0,07665	knik
90	4597,49	0,09033	knik
100	6601,11	0,10506	knik

Tabel A.7: Resultaten betonnen schaal en stalen vakwerk

R (m)	V (m^3)	V_{schaal} (m^3)	$V_{vakwerk}$ (m^3)	l' (m)	A (m^2)	t (m)	bezwijk- mechanisme
0,2	2,42E-05	2,34E-05	8,51E-07	0,002513	2,84E-09	0,000166	knik
0,4	0,000193	0,000186	6,86E-06	0,005027	1,15E-08	0,000264	knik
0,6	0,000649	0,000626	2,32E-05	0,00754	2,59E-08	0,000346	knik
0,8	0,001539	0,001484	5,51E-05	0,010053	4,60E-08	0,000419	knik
1	0,003007	0,002899	0,000108	0,012566	7,20E-08	0,000487	knik
1,2	0,005198	0,005011	0,000186	0,01508	1,04E-07	0,00055	knik
1,4	0,008259	0,007962	0,000296	0,017593	1,41E-07	0,00061	knik
1,6	0,012335	0,011893	0,000442	0,020106	1,85E-07	0,000668	knik
1,8	0,017574	0,016944	0,00063	0,022619	2,34E-07	0,000723	knik
2	0,024122	0,023257	0,000865	0,025133	2,89E-07	0,000776	knik
3	0,08167	0,078747	0,002923	0,037699	6,51E-07	0,00102	knik
4	0,194171	0,187232	0,006939	0,050265	1,16E-06	0,001239	knik
5	0,380317	0,366749	0,013569	0,062831	1,81E-06	0,001441	knik
10	3,080371	2,971208	0,109162	0,125663	7,29E-06	0,002309	knik
15	10,5056	10,13518	0,370429	0,188494	1,65E-05	0,003049	knik
20	25,13573	24,25295	0,882787	0,251326	2,95E-05	0,003719	knik
25	49,51518	47,78172	1,733451	0,314157	4,63E-05	0,004342	knik
30	86,24739	83,23594	3,011453	0,376989	6,71E-05	0,00493	knik
35	137,9909	133,1833	4,807667	0,43982	9,18E-05	0,005493	knik
40	207,4566	200,2417	7,214829	0,502652	0,000121	0,006034	knik
45	297,4047	287,0771	10,32757	0,565483	0,000153	0,006557	knik
50	410,6437	396,4013	14,24241	0,628314	0,00019	0,007066	knik
60	718,4574	693,5832	24,87428	0,753977	0,000277	0,008048	knik
70	1154,265	1114,343	39,92179	0,87964	0,000381	0,00899	knik
80	1742,113	1681,884	60,22836	1,005303	0,000503	0,009901	knik
90	2506,701	2420,031	86,67017	1,130966	0,000643	0,010786	knik
100	3473,355	3353,198	120,1568	1,256629	0,000803	0,01165	knik

Tabel A.8: Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik bij stalen vakwerk

R (m)	Aandeel vakwerk	Vermindering materiaalgebruik
0,2	4%	25%
0,4	4%	26%
0,6	4%	26%
0,8	4%	26%
1	4%	26%
1,2	4%	26%
1,4	4%	26%
1,6	4%	26%
1,8	4%	26%
2	4%	26%
3	4%	27%
4	4%	27%
5	4%	27%
10	4%	28%
15	4%	29%
20	4%	30%
25	4%	31%
30	3%	32%
35	3%	33%
40	3%	35%
45	3%	36%
50	3%	37%
60	3%	39%
70	3%	41%
80	3%	43%
90	3%	45%
100	3%	47%

Tabel A.9: Resultaten betonnen schaal en betonnen vakwerk

R (m)	V (m^3)	V_{schaal} (m^3)	V_{vakwerk} (m^3)	l' (m)	A (m^2)	t (m)	bezwijk- mechanisme
0,2	2,54E-05	2,34E-05	2,05E-06	2,51E-03	6,86E-09	1,66E-04	knik
0,4	2,02E-04	1,86E-04	1,66E-05	5,03E-03	2,77E-08	2,64E-04	knik
0,6	6,82E-04	6,26E-04	5,61E-05	7,54E-03	6,24E-08	3,46E-04	knik
0,8	1,62E-03	1,48E-03	1,33E-04	1,01E-02	1,11E-07	4,19E-04	knik
1	3,16E-03	2,90E-03	2,60E-04	1,26E-02	1,74E-07	4,87E-04	knik
1,2	5,46E-03	5,01E-03	4,50E-04	1,51E-02	2,51E-07	5,50E-04	knik
1,4	8,68E-03	7,96E-03	7,15E-04	1,76E-02	3,41E-07	6,10E-04	knik
1,6	1,30E-02	1,19E-02	1,07E-03	2,01E-02	4,46E-07	6,68E-04	knik
1,8	1,85E-02	1,69E-02	1,52E-03	2,26E-02	5,64E-07	7,23E-04	knik
2	2,53E-02	2,33E-02	2,09E-03	2,51E-02	6,97E-07	7,76E-04	knik
3	8,58E-02	7,87E-02	7,05E-03	3,77E-02	1,57E-06	1,02E-03	knik
4	2,04E-01	1,87E-01	1,67E-02	5,03E-02	2,79E-06	1,24E-03	knik
5	3,99E-01	3,67E-01	3,27E-02	6,28E-02	4,37E-06	1,44E-03	knik
10	3,23E+00	2,97E+00	2,63E-01	1,26E-01	1,75E-05	2,31E-03	knik
15	1,10E+01	1,01E+01	8,89E-01	1,88E-01	3,96E-05	3,05E-03	knik
20	2,64E+01	2,43E+01	2,11E+00	2,51E-01	7,06E-05	3,72E-03	knik
25	5,19E+01	4,78E+01	4,14E+00	3,14E-01	1,11E-04	4,34E-03	knik
30	9,04E+01	8,32E+01	7,18E+00	3,77E-01	1,60E-04	4,93E-03	knik
35	1,45E+02	1,33E+02	1,14E+01	4,40E-01	2,18E-04	5,49E-03	knik
40	2,17E+02	2,00E+02	1,71E+01	5,03E-01	2,86E-04	6,03E-03	knik
45	3,12E+02	2,87E+02	2,45E+01	5,65E-01	3,64E-04	6,56E-03	knik
50	4,30E+02	3,96E+02	3,37E+01	6,28E-01	4,50E-04	7,07E-03	knik
60	7,52E+02	6,94E+02	5,86E+01	7,54E-01	6,53E-04	8,05E-03	knik
70	1,21E+03	1,11E+03	9,37E+01	8,80E-01	8,94E-04	8,99E-03	knik
80	1,82E+03	1,68E+03	1,41E+02	1,01E+00	1,18E-03	9,90E-03	knik
90	2,62E+03	2,42E+03	2,02E+02	1,13E+00	1,50E-03	1,08E-02	knik
100	3,63E+03	3,35E+03	2,79E+02	1,26E+00	1,86E-03	1,16E-02	knik

Tabel A.10: Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik bij betonnen vakwerk

R (m)	Aandeel vakwerk	Vermindering materiaalgebruik
0,2	8%	28%
0,4	8%	29%
0,6	8%	29%
0,8	8%	29%
1	8%	29%
1,2	8%	29%
1,4	8%	29%
1,6	8%	29%
1,8	8%	29%
2	8%	29%
3	8%	29%
4	8%	29%
5	8%	29%
10	8%	30%
15	8%	31%
20	8%	32%
25	8%	34%
30	8%	35%
35	8%	36%
40	8%	37%
45	8%	38%
50	8%	39%
60	8%	41%
70	8%	43%
80	8%	45%
90	8%	47%
100	8%	49%

A.1.3 Materiaalvergelijking

Tabel A.11: Aandeel vakwerk per materiaal

R (m)	Staal	Beton	Hout	Glas	Glasvezelversterkt polyester
1	8%	4%	8%	5%	8%
5	8%	4%	8%	5%	8%
10	8%	4%	8%	5%	8%
25	8%	4%	8%	5%	8%
50	7%	3%	8%	5%	8%
100	7%	3%	8%	5%	8%

Tabel A.12: Materiaaleigenschappen

Materiaaleigenschappen	E-modulus [N/mm^2]	druk-/treksterkte [N/mm^2]	Dichtheid [kg/m^3]
Staal	210000	235	7850
Beton C45/55	36000	45	2000
Hout	11100	22,5	430
Glas	70000	40	2500
Glasvezelversterkt polyester [14]	8000	120	1600

A.2 Inclusief doorslag

A.2.1 Staal

Tabel A.13: Resultaten schaalconstructie en geodetisch vakwerk

R (m)	V (m^3)	V_{schaal} (m^3)	V_{vakwerk} (m^3)	l' (m)	A (m^2)	t (m)
0,2	1,08E-05	9,77E-06	1,02E-06	3,70E-03	5,03E-09	9,34E-05
0,4	8,59E-05	7,76E-05	8,28E-06	7,39E-03	2,04E-08	1,52E-04
0,6	2,90E-04	2,62E-04	2,81E-05	1,11E-02	4,60E-08	2,02E-04
0,8	6,87E-04	6,21E-04	6,67E-05	1,48E-02	8,20E+00	2,47E-04
1	1,34E-03	1,21E-03	1,30E-04	1,85E-02	1,28E-07	2,89E-04
1,2	2,33E-03	2,10E-03	2,26E-04	2,22E-02	1,85E-07	3,28E-04
1,4	3,70E-03	3,34E-03	3,58E-04	2,59E-02	2,52E-07	3,65E-04
1,6	5,53E-03	5,00E-03	5,35E-04	2,96E-02	3,29E-07	4,01E-04
1,8	7,89E-03	7,13E-03	7,63E-04	3,33E-02	4,17E-07	4,36E-04
2	1,08E-02	9,79E-03	1,05E-03	3,70E-02	5,15E-07	4,69E-04
3	3,69E-02	3,33E-02	3,55E-03	5,54E-02	1,16E-06	6,23E-04
4	8,80E-02	7,96E-02	8,44E-03	7,39E-02	2,07E-06	7,63E-04
5	1,73E-01	1,57E-01	1,65E-02	9,24E-02	3,25E-06	8,94E-04
10	1,42E+00	1,29E+00	1,33E-01	1,88E-01	1,33E-05	1,47E-03
15	4,92E+00	4,47E+00	4,52E-01	2,81E-01	3,01E-05	1,97E-03
20	1,19E+01	1,08E+01	1,08E+00	3,75E-01	5,38E-05	2,43E-03
25	2,37E+01	2,16E+01	2,12E+00	4,69E-01	8,45E-05	2,86E-03
30	4,17E+01	3,80E+01	3,68E+00	5,63E-01	1,22E-04	3,28E-03
35	6,73E+01	6,14E+01	5,88E+00	6,56E-01	1,68E-04	3,68E-03
40	1,02E+02	9,32E+01	8,88E+00	7,50E-01	2,21E-04	4,08E-03
45	1,48E+02	1,35E+02	1,28E+01	8,44E-01	2,83E-04	4,46E-03
50	2,05E+02	1,88E+02	1,77E+01	9,38E-01	3,54E-04	4,84E-03
60	3,64E+02	3,34E+02	3,06E+01	1,14E+00	5,17E-04	5,60E-03
70	5,93E+02	5,44E+02	4,93E+01	1,33E+00	7,14E-04	6,32E-03
80	9,07E+02	8,32E+02	7,53E+01	1,52E+00	9,53E-04	7,03E-03
90	1,32E+03	1,21E+03	1,08E+02	1,74E+00	1,23E-03	7,77E-03
100	1,85E+03	1,70E+03	1,49E+02	1,93E+00	1,54E-03	8,46E-03

Tabel A.14: Controle op globale doorslag en maatgevende bezwijkmechanisme schaalconstructie en geodetisch vakwerk

R	controle globale doorslag	bezwijk- mechanisme
0,2	7,35E+02	knik
0,4	9,70E+02	knik
0,6	1,11E+03	knik
0,8	1,20E+03	knik
1	1,25E+03	knik
1,2	1,27E+03	knik
1,4	1,28E+03	knik
1,6	1,27E+03	knik
1,8	1,24E+03	knik
2	1,20E+03	doorslag
3	5,26E+02	doorslag
4	-3,39E+01	doorslag
5	-6,83E+02	doorslag
10	-4,72E+03	knik
15	-9,94E+03	knik
20	-1,60E+04	knik
25	-2,27E+04	knik
30	-3,02E+04	knik
35	-3,83E+04	doorslag
40	-4,69E+04	doorslag
45	-5,63E+04	doorslag
50	-6,60E+04	doorslag
60	-8,83E+04	knik
70	-1,14E+05	doorslag
80	-1,42E+05	doorslag
90	-1,75E+05	knik
100	-2,09E+05	knik

Tabel A.15: Aandeel vakwerk en vermindering materiaalgebruik

R (m)	Aandeel vakwerk	Vermindering materiaalgebruik
0,2	10%	20%
0,4	10%	20%
0,6	10%	21%
0,8	10%	21%
1	10%	21%
1,2	10%	21%
1,4	10%	21%
1,6	10%	21%
1,8	10%	21%
2	10%	21%
3	10%	21%
4	10%	21%
5	10%	21%
10	9%	22%
15	9%	23%
20	9%	25%
25	9%	26%
30	9%	28%
35	9%	30%
40	9%	31%
45	9%	33%
50	9%	34%
60	8%	38%
70	8%	40%
80	8%	43%
90	8%	46%
100	8%	48%

Bijlage B

MATLAB script

B.1 Schaalconstructie

```
clear all; close all; clc;
E2=210000;           %[N/mm^2] Elasticiteitsmodulus materiaal schaal%
fy2=235;             %[N/mm^2] Vloeispanning materiaal schaal%
q=1;                 %[kN/m^2] Verdeelde belasting%
rho2=7850;           %[kg/m^3] Soortelijk gewicht materiaal schaal%
rho=rho2/1000;
g=9.81;              %[m/s^2] %

for m=1:1:500;
    R(m)=0.2*m;

    tv(m)=86.5*(q*10^3)*R(m)/(E2*10^6-86.5*rho2*g*R(m));
                                                %dikte schaal door vervorming%
    tvl(m)=(1.5*q*10^3*R(m))/(fy2*10^6-1.2*rho2*g*R(m));
                                                %dikte schaal door vloeï%
    tk1(m)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))+
    sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
    tk2(m)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))-
    sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
    tk_2=[tk1(m),tk2(m)];
                                                %dikte schaal door knik%
    tk(m)=max(tk_2);
    d_2=[tv(m),tv1(m),tk(m)];
    d(m)=max(d_2);
                                                %benodigde schaaldikte%

    if (d(m) == tv(m))      %bepaling maatgevende bezwijkmechanisme schaal%
        maatgevende2(m) = 1;
    elseif (d(m) == tv1(m))
        maatgevende2(m) = 2;
    elseif (d(m) == tk(m))
        maatgevende2(m) = 3;
    end

    V(m)=2*pi*(R(m))^2*d(m);
                                                %Volume constructie%
    G(m)=V(m)*rho*g;
                                                %Gewicht constructie in [kN]%
end
```

Figuur B.1: MATLABscript schaalconstructie

B.2 Combinatie schaal en geodetisch vakwerk

```

clear all; close all; clc;
E1=210000;      % [N/mm^2] Elasticiteitsmodulus materiaal vakwerk%
E2=210000;      % [N/mm^2] Elasticiteitsmodulus materiaal schaal%
fy1=235;        % [N/mm^2] Vloeispanning materiaal vakwerk%
fy2=235;        % [N/mm^2] Vloeispanning materiaal schaal%
q=1;           % [kN/m^2] Verdeelde belasting%
rho1=7850;      % [kg/m^3] Soortelijk gewicht materiaal vakwerk%
rho2=7850;      % [kg/m^3] Soortelijk gewicht materiaal schaal%
g=9.81;        % [m/s^2] %

p1(1)=0;       % [kN/m^2] %
p2(1)=q;       % [kN/m^2] %
p1_UGT(1)=0;   % [kN/m^2] %
p2_UGT(1)=1.5*q; % [kN/m^2] %

for m=1:1:500;
    R(m)=0.2*m; %straal koepel%
    for n=1:1:101;
        c(n)=n-1; %complexiteit vakwerk%
        if n == 1 %complexiteit is 0, dus geen vakwerk%
            l(n)=0; %staaf lengte =0%
            tv(n)=86.5*(q*10^3)*R(m)/(E2*10^6-86.5*rho2*g*R(m)); %dikte schaal door vervorming%
            tvl(n)=(1.5*q*10^3*R(m))/(fy2*10^6-1.2*rho2*g*R(m)); %dikte schaal door vloeï%
            tk1(n)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))+
sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
            tk2(n)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))-
sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
            tk_2=[tk1(n),tk2(n)];
            tk(n)=max(tk_2); %dikte schaal door knik%
            Av(n)=0;
            Avl(n)=0;
            Ak(n)=0;
            a=[Av(n),Avl(n),Ak(n)];
            d_2=[tv(n),tvl(n),tk(n)];

            A(n)=max(a); %doorsnede oppervlak staven =0%
            d(n)=max(d_2); %benodigde schaaldikte%
            V2(n)=2*pi*(R(m))^2*d(n); %Volume koepel%
            Vs(n)=V2(n); %Volume schaal%
            Vv(n)=0; %Volume vakwerk =0%
        elseif %complexiteit is 1, vakwerk ondersteunt de schaal niet%
            l(n)=2*R(m)*sin(0.2*pi/c(n)); %lengte vakwerkstaven%
            tv(n)=86.5*(q*10^3)*R(m)/(E2*10^6-86.5*rho2*g*R(m)); %dikte schaal door vervorming%
            tvl(n)=(1.5*q*10^3*R(m))/(fy2*10^6-1.2*rho2*g*R(m)); %dikte schaal door vloeï%
            tk1(n)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))+
sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
            tk2(n)=(1/2)*((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))-
sqrt((1.2*rho2*g*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))^2+4*(1.5*q*10^3*R(m)^2/(0.1*E2*10^6))))
            tk_2=[tk1(n),tk2(n)];
            tk(n)=max(tk_2); %dikte schaal door knik%
            Av(n)=(50/9)*(R(m)/(E1*10^6))*(p1(n)*10^3)*l(n); %staafdoorsnede door vervorming%
        end
    end
end

```

```

Avl(n)=(4*pi/((fy1*10^6)*sqrt(3)))*R(m)*(p1_UGT(n)*10^3)*l(n);
%staafdoorsnede door vloei%
Ak(n)=4*sqrt(R(m)*(p1_UGT(n)*10^3)*(l(n)^3)/(sqrt(3)*(E1*10^6)));
%staafdoorsnede door knik%
%Ad(n)=2/3*p1_UGT(n)*10^3*R(m)^3/(E1*10^6*l(n));%
%staafdoorsnede door doorslag%

%a = [Av(n),Avl(n),Ak(n),Ad(n)];
a = [Av(n),Avl(n),Ak(n)];
d_2 = [tv(n),tv1(n),tk(n)];

A(n)=max(a); %benodigde staafdoorsnede bij gekozen l'%
d(n)=max(d_2); %benodigde schaaldikte%
V2(n)=(6*pi*R(m)^2/((l(n))^2)-(3/2)-
(5/2)*c(n))*l(n)*A(n)+2*pi*(R(m))^2*d(n); %Volume constructie%
Vs(n)=2*pi*(R(m))^2*d(n); %Volume schaal%
Vv(n)=(6*pi*R(m)^2/((l(n))^2)-(3/2)-5/2*c(n))*l(n)*A(n);
%Volume vakwerk%

elseif n > 2 %complexiteit is groter dan 1, dus ondersteund schaal%
l(n)=2*R(m)*sin(0.2*pi/c(n)); %lengte vakwerkstaven%
tv(n)=86.5*(p2(n)*10^3)*R(m)/(E2*10^6); %dikte schaal door vervorming%
tv1(n)=(p2_UGT(n)*10^3)*R(m)/(fy2*10^6); %dikte schaal door vloei%
tk(n)=sqrt((p2_UGT(n)*10^3)*(R(m)^2)/(0.1*(E2*10^6))); %dikte schaal
door knik%
Av(n)=(50/9)*(R(m)/(E1*10^6))*(p1(n)*10^3)*l(n); %staafdoorsnede
vakwerk door vervorming%
Avl(n)=(2*pi/(5*c(n)*(fy1*10^6)*sqrt(3)))*R(m)^2*(p1_UGT(n)*10^3);
%staafdoorsnede vakwerk door vloei%
Ak(n)=sqrt(R(m)^2*(p1_UGT(n)*10^3)*8*(l(n)^2)/(sqrt(3)*(E1*10^6)*5*c(n)));
%staafdoorsnede vakwerk door knik%
%Ad(n)=2/3*p1_UGT(n)*10^3*R(m)^3/(E1*10^6*l(n));%
%staafdoorsnede vakwerk doorslag%

%a = [Av(n),Avl(n),Ak(n),Ad(n)];
a = [Av(n),Avl(n),Ak(n)];
d_2 = [tv(n),tv1(n),tk(n)];

A(n)=max(a); %benodigde staafdoorsnede bij gekozen l'%
d(n)=max(d_2); %benodigde schaaldikte%
V2(n)=(6*pi*R(m)^2/((l(n))^2)-(3/2)-
(5/2)*c(n))*l(n)*A(n)+2*pi*(R(m))^2*d(n); %Volume constructie%
Vs(n)=2*pi*(R(m))^2*d(n); %Volume schaal%
Vv(n)=(6*pi*R(m)^2/((l(n))^2)-(3/2)-5/2*c(n))*l(n)*A(n);
%Volume vakwerk%

end
w=1.664213562;
L(n)=((2*l(n)/sin(0.25*pi))-sqrt((4*l(n)^2/(sin(0.25*pi)^2))-
4*w*l(n)^2))/(2*w); %kniklengte schaal%

if l(n) > 2.4*sqrt(d(n)*R(m)); %kniklengte niet aangepast%
d(n) = d(n);
else %kniklengte schaal verminderd%
tv(n)=86.5*(p2(n)*10^3)*R(m)/(E2*10^6); %dikte schaal door vervorming%
tv1(n)=(p2_UGT(n)*10^3)*R(m)/(fy2*10^6); %dikte schaal door vloei%
a(n)=(L(n)^3*6*(1-0.27^2))/(2*pi^4*R(m)^2);
b(n)=-(p2_UGT(n)*10^3*R(m)*6*L(n)*(1-0.27^2))/(pi*2*E2*10^6);
v(n)=(-b(n)/2+sqrt(b(n)^2/4+a(n)^3/27))^(1/3);
tk(n)=v(n)-a(n)/(3*v(n)); %dikte schaal door knik%
d_2 = [tv(n),tv1(n),tk(n)];
d(n)=max(d_2); %benodigde schaaldikte%
end

```

```

if (A(n) == Av(n))      %bepaling maatgevende bezwijkmechanisme vakwerk%
    maatgevende(n) = 1;
elseif (A(n) == Avl(n))
    maatgevende(n) = 2;
elseif(A(n) == Ak(n))
    maatgevende(n) = 3;
end

if (d(n) == tv(n))      %bepaling maatgevende bezwijkmechanisme schaal%
    maatgevende2(n) = 1;
elseif (d(n) == tvl(n))
    maatgevende2(n) = 2;
elseif(d(n) == tk(n))
    maatgevende2(n) = 3;
end

G(n)=Vv(n)*rho1*g+Vs(n)*rho2*g;          %gewicht constructie in [N]%
p(n)=q;
p_u(n)=1.5*q;
p1(n+1)=0.5*p(n)-0.5*p(n)*l(n)/(sqrt(2)*R(m))^2+
(Vv(n)*rho1*g/1000)/(2*pi*R(m)^2)+d(n)*rho2*g/1000; %belasting vakwerk BGT%
p2(n+1)=0.5*p(n)+0.5*p(n)*l(n)/(sqrt(2)*R(m))^2+d(n)*rho2*g/1000;
                                                %belasting schaal BGT%
p1_UGT(n+1)=0.5*p_u(n)-0.5*p_u(n)*l(n)/(sqrt(2)*R(m))^2+
(Vv(n)*rho1*g/1000)/(2*pi*R(m)^2);          %belasting vakwerk UGT%
p2_UGT(n+1)=0.5*p_u(n)+0.5*p_u(n)*l(n)/(sqrt(2)*R(m))^2+
1.2*d(n)*rho2*g/1000;          %belasting schaal UGT%
end
V(m)=min(V2);          %minimale totaalvolume%
index = find(V2 == V(m));
V_s(m) = Vs(index);    %bijbehorende volume schaal%
V_v(m) = Vv(index);    %bijbehorende volume vakwerk%
l_m(m) = l(index);     %bijbehorende staaflengte%
A_m(m) = A(index);     %bijbehorende staaftdoorsnede oppervlak%
d_m(m) = d(index);     %bijbehorende schaaldikte%
c_m(m) = c(index);     %bijbehorende complexiteit%
maat_gevende(m)= maatgevende(index);
                                                %bijbehorende bezwijkmechanisme vakwerk%
maat_gevende2(m)= maatgevende2(index);
                                                %bijbehorende bezwijkmechanisme schaal%
r(m)=sqrt(A_m(m)/pi);  %straal doorsnede vakwerkstaaaf%

%Berekeningen voor globale doorslag:%

%factor(m)=10/6*r(m)/d_m(m)+5/12;% %factor k%
%n_cr(m)=0.1*(1/factor(m))*E2*10^6*((1/144)*(20*r(m)+5*d_m(m))^2)/R(m);%
                                                %nieuwe kritische normaalspanning schaal%
%n_cr2(m)=(1.5*q+1.2*(Vv(n)*rho1*g/1000)/(2*pi*R(m)^2)+
d(n)*rho2*g/1000)*10^3*R(m); %spanning in oplegging koepel%
%check(m)=n_cr(m)-n_cr2(m); %controle op globale doorslagknik:
als check<0 dan kan dit mechanisme maatgevend zijn%
end

```

Figuur B.2: MATLABscript combinatie schaal en geodetisch vakwerk