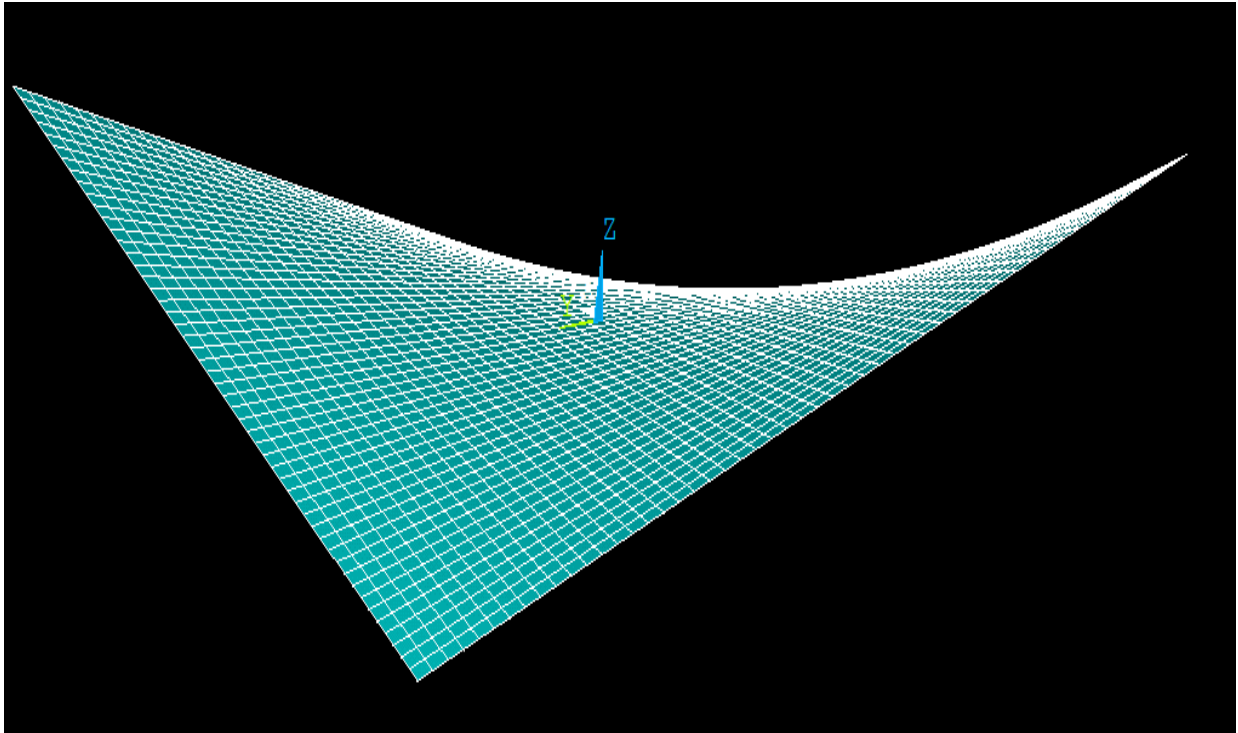


De nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode

Voor de toepassing op een hyper met een variabele Poissonratio.



BSc-eindwerk

B.W. Gerritsen

4288122

De nauwkeurigheid van de eindige- elementenmethode

Voor de toepassing op een hypar met een variabele Poissonratio.

BSc-eindwerk

CTB3000 Q4 2015-2016

B.W. Gerritsen
4288122

13 juni 2016

Begeleiders:

Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom

Ir. P. Eigenraam

Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen – Technische Universiteit Delft

Voorwoord

Voor u ligt het rapport over de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode voor de toepassing op een Hypar met een variabele Poissonratio. Dit onderzoek is geschreven als Bachelor eindproject (vak code TU Delft: CTB3000) in de vierde periode van het collegejaar 2015-2016.

Het rapport is zodanig geschreven dat er enige voorkennis van de eindige-elementenmethode, mechanica en Ansys wordt verondersteld. De uiteindelijke conclusie en onderzoeksresultaten zijn nuttig voor mogelijk vervolgonderzoek of te gebruiken tijdens een 'simpele' eerste berekeningen aan een hypar.

De begeleiding tijdens dit onderzoek is gedaan door Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en Ir. P. Eigenraam.

Delft, 13 juni 2016

Wouter Gerritsen

Inhoud

Voorwoord.....	3
Samenvatting	6
Symbolenlijst	7
1 Inleiding.....	8
1.1 Probleemstelling.....	8
1.2 Doelstelling	8
1.3 Verwachtingen	8
1.4 Leeswijzer	9
2 Theoretisch kader.....	9
2.1 Hypar	9
2.2 Theoretische invloedlengte.....	10
2.3 Poissonratio/Dwarscontractiecoëfficiënt	11
2.4 Eindige-elementenmethode.....	12
2.5 Ansys	12
3 Modelleren	13
3.1 Werkwijze.....	13
3.2 Voorbereidende fase	13
3.2.1 Randvoorwaarden	13
3.2.2 Parameters	14
3.2.3 Opleggingen.....	15
3.3 Programmeren	16
3.3.1 Preprocessorfase	16
3.3.2 Controle	17
3.3.3 Oplosfase.....	17
3.3.4 Postprocessor fase	17
4 Resultaten	18
4.1 Scharnierend opgelegde hypar	18
4.2 Ingeklemd hypar.....	21
4.2.1 Minimum waarde.....	22
4.2.2 Inklemmingsmoment	25
4.3 Regelmaat van verschil in afwijking	27
4.4 Ruis.....	28

5	Conclusie en aanbevelingen	29
5.1	Conclusie	29
5.2	Aanbevelingen	30
	Literatuurlijst.....	31
	Figuren- en tabellenlijst	32
	Bijlage A – Ansys script.....	33
	Parameters	33
	Materiaaleigenschappen en elementtype toekennen	34
	Opleggingen definiëren en belasting aanbrengen	35
	Oplossen	35
	Momenten ophalen en exporteren	35
	‘Echte’ momentverloop benaderen.....	36
	Bijlage B – Controle opleggingen	37
	Scharnierend opgelegd (4 knopen)	37
	Ingeklemd (3 knopen)	38
	Ingeklemd (5 knopen)	40
	Bijlage C – Resultaten	43
	Scharnierend opgelegd.....	43
	Inklemming	45

Samenvatting

Op dit moment worden schaalconstructies in het algemeen weinig gebruikt in de bouw. Dit komt voornamelijk door het feit dat er nog weinig over bekend is. Door middel van dit onderzoek moet er meer duidelijkheid komen over de invloed van de Poissonratio op de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode. Deze invloed is relevant aangezien de meest gebruikte bouwmaterialen (beton, staal en hout) verschillende Poissonratio's hebben. Hierdoor is het mogelijk dat de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode, bij gebruik van dezelfde hoeveelheid elementen, verschilt per materiaal.

Het doel van het onderzoek is om een verband te vinden tussen het benodigde aantal elementen in de theoretische invloedlengte en de Poissonratio zodanig dat er een voldoende accuraat momentverloop bepaald kan worden in een hypar schaalconstructie, wanneer er gebruik gemaakt wordt van een eindige-elementenmethode.

Om het doel van het onderzoek te bereiken is er een hypar gemodelleerd in het eindige elementen programma Ansys. Vervolgens wordt de Poissonratio gevarieerd en wordt de data opgevraagd en geanalyseerd. Er is een verschil gemaakt tussen scharnierend oplegde hypar en een ingeklemde hypar.

Uit het onderzoek blijkt dat er 14 of 15 elementen in de theoretische invloedlengte nodig zijn, wanneer er sprake is van een scharnierend opgelegde hypar, om een accuraat momentverloop te bepalen. 14 elementen geldt voor Poissonratio van 0,3; 0,4 en 0,49, 15 elementen geldt voor de Poissonratio van 0,0; 0,1 en 0,2. Wanneer er sprake is van een ingeklemde hypar blijkt er verschil te zitten tussen veldmomenten en inklemmingsmomenten. Inklemmingsmomenten worden met 63 elementen in de theoretische invloedlengte voldoende accuraat benaderd (dit geldt voor alle Poissonratio's). Het veldmoment wordt met 9 of 10 elementen voldoende accuraat bepaald. 9 elementen voor de Poissonratio's 0,4 en 0,5, 10 elementen voor de Poissonratio's 0,0; 0,1; 0,2 en 0,3. Het blijkt dus dat er vrijwel geen verschil tussen het aantal elementen in de theoretische invloedlengte zit om een voldoende accuraat momentverloop te bepalen, wanneer de Poissonratio verandert. Een opvallend aspect is dat het inklemmingsmoment een stuk minder snel convergeert dan de veldmomenten.

Daarnaast is er gekeken naar het verband tussen de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode en de Poissonratio, wanneer er een accuraat momentverloop bepaald wordt. Hieruit volgde dat er bij de scharnierend opgelegde hypar, voor de minimum waarde, een afnemend lineair verband is. Bij de ingeklemde hypar, voor de minimum waarde, kon geen verband worden gevonden. Als laatste bij de ingeklemde hypar, voor het inklemmingsmoment, kon een lineair verband worden gevonden. Deze conclusie moet wel worden getrokken met de kanttekening dat naar alle waarschijnlijkheid de verschillen tussen afwijking bij elk Poissonratio lijkt te convergeren. Wanneer een eerste berekening voor een ontwerp wordt gemaakt, hoeft er niet gekeken te worden naar het Poissonratio. Deze heeft namelijk zo weinig invloed dat deze kan worden verwaarloosd. Wordt er om een exacte waarde van het moment gevraagd, moet er rekening mee worden gehouden dat er verschil is tussen de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode bij een ander Poissonratio. In de aanbeveling worden enkele mogelijkheden tot vervolgonderzoek aangedragen.

Symbolenlijst

Hieronder zijn alle symbolen (inclusief betekenis en eenheid) te vinden die veelvuldig zullen voorkomen in het rapport.

a_{xy}	-	Kromtestraal (mm)
a/l	-	a/l ratio (-)
a/t	-	a/t ratio (-)
E	-	Elasticiteitsmodules (N/mm ²)
h	-	Grootte van het elementen (mm)
k_{xy}	-	Kromming (mm ⁻¹)
L_i	-	Invloed lengte (mm)
L_x	-	Lengte in de richting van de x-as (mm)
L_y	-	Lengte in de richting van de y-as (mm)
M	-	Benadering van werkelijk moment (Nmm)
m_1	-	Moment wanneer er gebruik wordt gemaakt van 60 elementen in de invloedlengte (Nmm)
m_2	-	Moment wanneer er gebruik wordt gemaakt van 120 elementen in de invloedlengte (Nmm)
m_{xx}	-	Moment om de y-as (Nmm)
m_{yy}	-	Moment om de x-as (Nmm)
n_{ij}	-	Aantal elementen in de invloedlengte (-)
n_x	-	Aantal elementen in de richting van de x-as (-)
n_y	-	Aantal elementen in de richting van de y-as (-)
t	-	Dikte (mm)
ε	-	Rek (-)
ν	-	Poissonratio/Dwarscontractiecoëfficiënt (-)
ρ	-	Dichtheid (kg/mm ³)

1 Inleiding

Op dit moment worden schaalconstructies in het algemeen weinig gebruikt in de bouw. Dit komt voornamelijk door het feit dat er nog weinig over bekend is. Het kost nog teveel rekentijd om de constructie door te rekenen. Toch zijn deze constructies erg voordelig, aangezien deze dun kunnen worden uitgevoerd en relatief grote overspanning kunnen overbruggen. Daarnaast worden schaalconstructies ook vaak gezien als een architectonisch hoogstandje. Een goed voorbeeld hiervan is de hypar, een hyperbolische paraboloidvorm. Door middel van dit onderzoek moet er meer duidelijkheid komen over de invloed van de Poissonratio op de berekeningen met de eindige-elementenmethode. De Poissonratio wordt beschreven als het negatieve verband tussen de rek in axiale richting en rek in de dwarsrichting wanneer een vervormbaar lichaam wordt belast door een trekkracht in axiale richting.

1.1 Probleemstelling

In 2014 is een bachelor eindproject gedaan, door S.P. Hildering, waar onderzoek is gedaan naar het benodigde aantal elementen over de invloedslengte. Als nevenresultaat van het onderzoek van Hildering wordt er een link gelegd tussen de Poissonratio en het aantal elementen in de invloedslengte (Hildering, 2014). Om goed te kunnen begrijpen wat voor een invloed de Poissonratio op het aantal elementen heeft is er verder onderzoek nodig. Dit kan gedaan worden door de Poissonratio te gaan variëren en te onderzoeken welk invloed dit heeft op het aantal elementen in de invloedslengte terwijl er een accuraat momentverloop bepaald kan worden.

De invloed van de Poissonratio is relevant voor ingenieurs die gebruik maken van de eindige-elementenmethode om berekeningen uit te voeren, aangezien de meest gebruikte bouwmaterialen (beton, staal en hout) verschillende Poissonratio's hebben. Hierdoor is het mogelijk dat de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode, bij gebruik van dezelfde hoeveelheid elementen, verschilt per materiaal.

Dit onderzoek wordt uitgevoerd met de eindige-elementenmethode, hiervoor is het programma Ansys (versie 15.0) gebruikt. Het is mogelijk om dit voor verschillende schaalconstructies te onderzoeken. Er zijn vijf elementaire schalen: cilinder, kegel, koepel, halve cilinder en hypar (Hoogenboom, Influence length, Maart 2016).

1.2 Doelstelling

Het doel van het onderzoek is om een verband te vinden tussen het benodigde aantal elementen in de theoretische invloedslengte en de Poissonratio zodanig dat er een voldoende accuraat momentverloop bepaald kan worden in een hypar schaalconstructie, wanneer er gebruik gemaakt wordt van een eindige-elementenmethode.

1.3 Verwachtingen

Een conclusie van dhr. Hildering in zijn bachelor eindrapport is: *“Er is te zien dat het spanningsverloop iets opschuift maar dat de vorm en verhoudingen van het verloop hetzelfde blijven en dus de invloedslengte niet veranderd.”* (Hildering, 2014, p. 27). Mijn verwachting is hierdoor dat een hogere Poissonratio zorgt voor meer benodigde elementen in de theoretische invloedslengte om een accuraat momentverloop te bepalen.

1.4 Leeswijzer

Het rapport is als volgt opgebouwd, in Hoofdstuk 2 wordt de achterliggende theorie uitgelegd. Vervolgens geeft Hoofdstuk 3 inzicht in het modelleren in Ansys, hoe het model geschreven en getest wordt. Waarna Hoofdstuk 4 de resultaten van het onderzoek weergeeft. Hoofdstuk 5 bevat de conclusie en eventuele aanbevelingen.

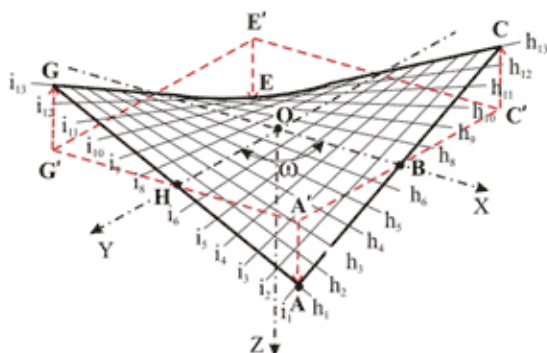
2 Theoretisch kader

Om te kunnen begrijpen waar dit rapport over gaat wordt in dit hoofdstuk dieper ingegaan op een aantal begrippen. Dit zijn begrippen die direct in verband staan met het onderzoek, te beginnen met hypar.

2.1 Hypar

Een hypar is een schaalconstructie, wat inhoudt dat het in één dimensie ten op zichte van de andere dimensies klein is. Het verschil tussen platen en schalen is dat platen niet gekromd zijn en schalen in één of meer dimensie gekromd zijn. Schaalconstructies hebben verschillende voordelen, namelijk dat deze (vaak) worden beschouwd als constructies met hoge architectonische waarde, dun zijn (dus relatief goedkoop) en dat de krachten in een schaalconstructie efficiënt verdeeld worden. Schaalconstructies worden door ingenieurs van verschillende disciplines gebruikt om onder andere producten, voertuigen en daken te bouwen (Blaauwendraad & Hoefakker, 2014).

De naam hypar, ook wel geschreven als hyppar, staat voor hyperbolisch-parabolisch (zie Figuur 2.1) en werd voor het eerst gebruikt door Heinrich Engel in zijn boek Structure Systems (blz. 215) uit 1967 (Demaine, Demaine, & Lubiw, 2016). Een hypar-schaal is een dubbel gekromde plaat welke, met een goede ondersteuning, een goede afdracht van de krachten heeft. Dit zorgt ervoor dat er lage spanningen in de constructie voorkomen, waardoor de constructie dun kan worden uitgevoerd (Princeton university art museum, 2016). Een hypar kan op twee manieren worden gebouwd, met gekromde randen (Figuur 2.1) en met rechte randen (Figuur 2.2). In dit onderzoek wordt er alleen gekeken naar hypar-constructies met rechte randen.



2.2 Theoretische invloedlengte

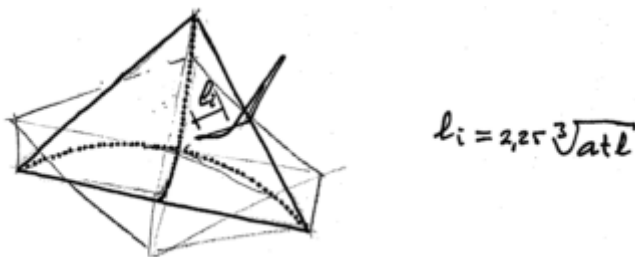
In schaalconstructies kunnen verschillende verstoringen voorkomen, elk met een eigen oorzaak. Verstoringen kunnen voorkomen in verschillende vormen, onder andere in momenten en verplaatsingen. Een van deze verstoringen wordt veroorzaakt door een rand, waar in dit onderzoek de nadruk op ligt. Elke randverstoring heeft een invloedlengte (L_i), in deze invloedlengte is de verstoring zodanig groot dat er rekening mee gehouden moet worden. Een randverstoring kan men in sommige gevallen noteren in een formule vorm:

$$f = f_{max} * \sqrt{2} * e^{\frac{1}{4} * \pi} * e^{-\beta x} * \sin(\beta x)$$

Of

$$f = f_{max} * e^{-\beta x} * \cos(\beta x)$$

De invloedlengte is de afstand tussen de nulpunten van de randverstoring. Wanneer de randverstoring in formulevorm is uitgedrukt volgt hieruit een theoretische invloedlengte, welke voor elke schaalconstructie anders is. Voor een hypar is de invloedlengte weergegeven in Figuur 2.3. (Hoogenboom, Influence length, Maart 2016)



Figuur 2.3 (Hoogenboom, Influence length, Maart 2016): Invloed lengte Hypar

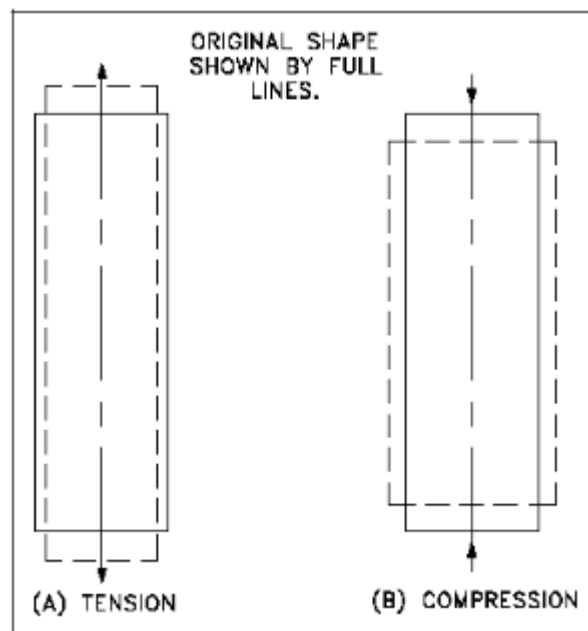
In dit onderzoek wordt er onderzoek gedaan naar het benodigde aantal elementen in de theoretische invloedlengte, aangezien bekend is hoe deze te berekenen is. Om de echte invloedlengte te bepalen is het werkelijke momentverloop nodig, zoals is beschreven in het rapport van dhr. Hildering (Hildering, 2014). Ook is dit onderzoek uit te voeren door te kijken naar het aantal elementen in de werkelijke invloedlengte, alleen is deze niet op voorhand bekend. Het is voor een ontwerper praktischer als deze op voorhand kan zeggen hoeveel elementen er nodig zijn dan eerst een serie ingewikkelde en tijdrovende berekening uit te moeten voeren.

2.3 Poissonratio/Dwarscontractiecoëfficiënt

Dwarscontractiecoëfficiënt oftewel Poissonratio wordt genoteerd met het symbool ν en is een dimensieloos getal. De Poissonratio wordt beschreven als het negatieve verband tussen de rek in axiale richting en rek in de dwarsrichting wanneer een vervormbaar lichaam wordt belast door een trekkracht in axiale richting, oftewel:

$$\nu = - \frac{\epsilon_{\text{dwars}}}{\epsilon_{\text{axiaal}}}$$

De bovenstaande formule geldt voor materialen die isotroop en homogeen zijn. Om het begrip duidelijker te maken is het Figuur 2.4 toegevoegd. Wanneer er trek in axiale richting wordt uitgeoefend, zal het proefstuk smaller worden (Figuur 2.4 a). In dit geval is er sprake van positieve rek in axiale richting en negatieve rek in de dwarsrichting, wat een positief Poissonratio oplevert (Edge, 2016).



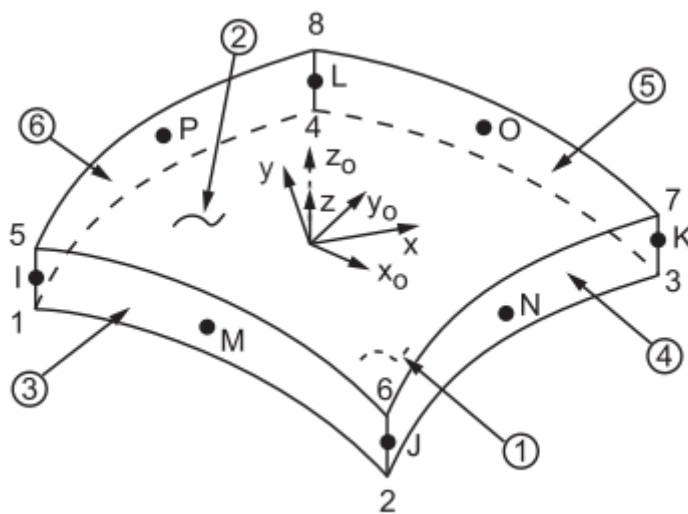
Figuur 2.4 (Edge, 2016): Voorbeeld poisson ratio

De maximale waarde van de Poissonratio, voor een isotroop materiaal, is in theorie een 0.5. Daarnaast is voor het ideale materiaal, dus geen rek in de dwarsrichting bij belasting, de Poissonratio gelijk aan nul. Hieruit volgt dat tijdens het onderzoek de Poissonratio gaat worden gevarieerd van 0 tot en met 0.5. Hierop komt één aanpassing, Ansys heeft de beperking dat de Poissonratio maar tot en met 0.49 kan. Deze beperking zorgt ervoor dat de Poissonratio gaat variëren van 0 tot en met 0.49 (Hibbeler, Mei 2006).

2.4 Eindige-elementenmethode

De eindige-elementenmethode (EEM) deelt de te onderzoeken constructie op in een x aantal elementen. Elk element heeft een x aantal knooppunten, dit verschilt per soort element. In het geval van een acht-punt element zit er op elke hoekpunt en op het midden van elke rand een knooppunt zoals wordt weergegeven in Figuur 2.5. Elke knooppunt heeft zes vrijheidsgraden, namelijk verplaatsing in de richting van de x-, y- en z-as en rotatie om de x-, y- en z-as.

De eindige-elementenmethode deelt de te berekenen constructie op in een aantal (door de gebruiker te bepalen) elementen op. Daarnaast geeft de gebruiker aan welke krachten de constructie belasten. Als laatste is het van belang om te weten hoe de constructie is opgelegd. Met deze gegevens kan een EEM-programma de berekeningen uitvoeren, waarna de resultaten kunnen worden opgevraagd (Hofman, 1994).



Figuur 2.5 (Ansys, November 2013): SHELL281

2.5 Ansys

Tijdens dit onderzoek wordt er gebruik gemaakt van het eindige elementen programma Ansys (versie 15.0). Dit programma kan op twee manieren de gegevens ontvangen. De eerste is gebruik te maken van de interface, dit door bepaalde menu's te openen en hierin alle parameters invullen. Daarnaast is er de mogelijkheid om gebruik te maken van de zogenoemde marco-files. Dit zijn bestanden die Ansys ziet als commando's. Deze macro-files zijn tekst bestanden die in Notepad geschreven kunnen worden en opgeslagen kunnen worden als .mac bestanden. Wel moet het in de programmeertaal van Ansys geschreven worden. Er is gekozen om de laatste methode te gebruiken, aangezien je hierdoor erg overzichtelijk kunt werken. In het Notepad bestand staan alle commando's die je wilt uitvoeren opgesomd, welke je zelf op fouten kunt nalopen.

In Ansys moet er een elementtype worden gekozen. Voor schaalconstructies zijn er twee mogelijkheden, een vier- en acht-punt element. Tijdens dit onderzoek wordt er gebruik gemaakt van acht-punt elementen, omdat deze het nauwkeurigst zijn. Dit elementtype wordt in Ansys aangeduid als SHELL281.

3 Modelleren

Het modelleren van de hypar constructie in Ansys wordt in meerdere stappen gedaan, deze stappen worden beknopt weergegeven in paragraaf 3.1 Werkwijze. Waarna in de opvolgende paragrafen deze stappen uitvoeriger beschreven worden.

3.1 Werkwijze

Zoals in 2.4 Eindige-elementenmethode wordt uitgelegd heeft het EEM-programma bepaalde informatie nodig voordat deze kan gaan rekenen. Eerst wordt de constructie gemodelleerd aan de hand van parameters (denk aan lengtes, diktes, etc.) en de oplegging worden gedefinieerd. Deze gegevens worden in het EEM-programma gezet d.m.v. een macro-file.

Nadat alles in het EEM-programma staat wordt er een test-run uitgevoerd waarbij wordt gecontroleerd of de opleggingen goed zijn gedefinieerd en er geen fout-codes worden gegenereerd. Het wordt getest. Er wordt getest of de oplegging goed zijn gedefinieerd in het programma. Daarnaast wordt de code doorgelopen op fouten. Na het afsluiten van de testfase kan het verkrijgen van starten. De resultaten worden verwerkt en verder geanalyseerd.

3.2 Voorbereidende fase

In de voorbereidende fase worden opleggingen gedefinieerd, randvoorwaarden en parameters vastgesteld.

3.2.1 Randvoorwaarden

In de paragraaf randvoorwaarden, worden bepaalde voorwaardes gesteld om het onderzoeksgebied af te bakenen. Er wordt gewerkt met een hypar met rechte randen en een vierkant grondoppervlak ($L_x = L_y$), het aantal element in de x- en y-richting zijn ook gelijk en er vindt geen overlap plaats van de invloedlengtes. Dit zijn aannames die gedaan zijn om onder andere het modelleren in Ansys te vereenvoudigen.

Dan zijn er ook nog bepaalde woorden die moeten worden gedefinieerd, namelijk wat een accuraat momentverloop is en wat het 'echte' momentverloop is. Een momentverdeling die accuraat is wijkt niet meer dan 8 procent van het 'echte' momentverloop af. Wanneer een moment minder dan 8 procent afwijkt van het echte moment is het goed te gebruiken voor een eerste berekening, vandaar dat deze waarde is gekozen. Om het 'echte' momentverloop te bepalen zijn een oneindig aantal elementen nodig. Dit moet benaderd worden aangezien oneindig aantal elementen ook een oneindige rekentijd met zich meebrengt. Er wordt vanuit gegaan dat een benadering van het moment d.m.v. de eindige-elementenmethode een eerste orde fout heeft. Het 'echte' moment is gelijk aan de benadering (in dit geval 60 elementen in de invloedlengte) plus een eerste orde fout (een constante maal de grootte van het element) zoals te zien is in vergelijking 1. Wanneer je de grootte van het element halveert (dus 120 elementen in de invloedlengte), verandert de vergelijking. Dan is het 'echte' moment gelijk aan het berekende moment (m_2) plus een eerste orde fout (vergelijking 2).

$$M = m_1 + C * h \quad (1)$$

$$M = m_2 + C * \left(\frac{1}{2} * h\right) \quad (2)$$

Nu zijn er twee vergelijking en twee onbekende (M en C), wat op te lossen is. Hieruit volgt dat $M = m_2 + (m_2 - m_1)$. M is dus je 'echte' moment.

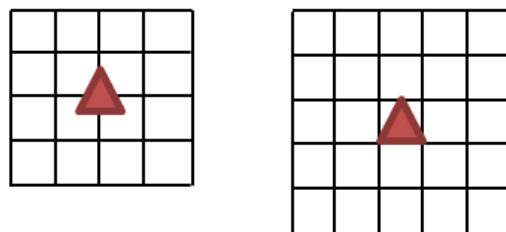
Om te bepalen of het momentverloop meer dan acht procent afwijkt van het 'echte' momentverloop wordt er gekeken naar de waarde van het moment aan de rand en de extremen. De extremen zijn interessant voor een ontwerper, hier kan namelijk het ontwerp op worden gebaseerd. Het randmoment is een van de extremen, dit wordt bij de ingeklemde hypar ook wel het inklemmingsmoment genoemd. Het randmoment is interessant bij een scharnierend opgelegde hypar, deze hoort nul te zijn, aangezien een scharnier geen moment kan opnemen (zie 3.2.3 Opleggingen). Het momentverloop kan op elke rij knopen in de constructie worden afgelezen, er is gekozen voor de middelste rij knopen die door het nulpunt van het assenstelsel loopt en evenwijdig is aan de x-as. Er wordt alleen gekeken naar de momenten om de y-as (m_{xx}), omdat het een symmetrische hypar is. Hierdoor zijn de grootste en kleinste moment om de x-as en de y-as hetzelfde.

3.2.2 Parameters

In bijlage A - Ansys script onder het kopje Parameters zijn alle parameters gedefinieerd. De afmetingen zijn gebaseerd op de een huis ontworpen door Eduardo Fernando Catalano (Eduardo Fernando Catalano, Faia (1917-2010) , 2016). Er is gebruik gemaakt van een referentieproject, zodat je het op ware grootte kunt modelleren in Ansys. Ga je dit onderzoek op schaal uitvoeren dan moet je hier rekening houden in je uiteindelijk resultaten. De materiaal eigenschappen zijn gebaseerd op beton.

De Poissonratio gaat gevarieerd worden van 0 t/m 0,49 in stapjes van 0,1 (0,0-0,1-0,2-0,3-0,4-0,49). Bij elk Poissonratio wordt er getest voor welk aantal elementen in de invloedlengte de momentverloop accuraat genoeg is. Omdat de vuistregel is dat er ongeveer 6 tot 7 elementen in de invloedlengte genoeg zijn om een accuraat momentverloop te bepalen gaat het aantal elementen er als volgt uitzien: 4-5-6-7-8-9-10-11-12. Mocht dit nog niet genoeg zijn om het momentverloop voldoende accuraat te benaderen, wordt er doorgegaan met een stapgrootte van 2 (14-16-18-etc.). In de code wordt gebruik gemaakt van de parameter n_{li} , dit is het aantal elementen in de theoretische invloedlengte.

Omdat Ansys momenten uitleest in het midden van elk element, moet het assenstelsel in het midden van elke element aangrijpen. Dit is alleen mogelijk als er een oneven aantal elementen is in de x- en y-richting, zoals te zien is in Figuur 3.1. De rode driehoek staat voor de oorsprong van het assenstelsel, bij de even aantal elementen ligt deze dus precies op een hoekpunt en bij de oneven ligt deze precies in het midden van het middelste element.



Even (4 bij 4) oneven (5 bij 5)

Figuur 3.1: Even en oneven elementen

Conclusie die hieruit kan worden getrokken is dat het uiteindelijk aantal elementen in de x- en y-richting een oneven getal moet zijn. Daarnaast is een vereiste dat het aantal elementen in de invloedlengte een geheel getal moet zijn (even of oneven, dit maakt in dit geval niks uit). Er moet dus een L_x worden gevonden waaruit een invloedlengte volgt waar precies een X aantal elementen in kunnen. Hieruit volgt een elementgrootte, namelijk $\frac{L_i}{X \text{ aantal elementen}}$. Nu moet het zo zijn dat $\frac{L_x}{\text{elementgrootte}}$ gelijk is aan een oneven en geheel getal. Dit zal niet direct het geval zijn, daarom moet er geïtereerd worden. Tijdens deze iteraties wordt de L_x elke keer aangepast totdat deze een waarde heeft bereikt zodat deze voldoet aan de bovenstaande eisen. De iteraties zijn verwerkt in het Ansys script, welke terug te vinden in bijlage A - Ansys script onder het kopje Parameters. Dit houdt in dat elke keer dat het aantal elementen in L_i veranderd ook de L_x veranderd.

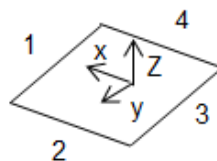
3.2.3 Opleggingen

Er zijn verschillende vrijheidsgraden, verplaatsing (U) in de x, y, z richting en rotatie (ϕ) om de x-, y- en z-as. Een volledig ingeklemde hypar en een scharnierend opgelegde hypar hebben beide andere beperkingen op het gebied van vrijheidsgraden. In Tabel 3.1 is te zien welke dit zijn.

Tabel 3.1: Opleggingen

	Inklemming				Scharnierend opgelegd			
	1	2	3	4	1	2	3	4
U_x	vrij	0	vrij	0	vrij	0	vrij	0
U_y	0	vrij	0	vrij	0	vrij	0	vrij
U_z	0	0	0	0	0	0	0	0
ϕ_x	vrij	0	vrij	0	vrij	vrij	vrij	vrij
ϕ_y	0	vrij	0	vrij	vrij	vrij	vrij	vrij
ϕ_z	vrij	vrij	vrij	vrij	vrij	vrij	vrij	vrij

Hierbij is gebruik gemaakt van rand 1, 2, 3 en 4. Rand één en rand drie zijn de randen die evenwijdig aan de y-as lopen. Rand twee en rand vier zijn de randen die evenwijdig aan de x-as lopen, zoals in te zien is in Figuur 3.2.



Figuur 3.2: Assenstelsel en randen

In Tabel 3.1 wordt aangegeven welke vrijheidsgraden vrij zijn en welke vrijheidsgraden vast staan. Aan de rand van de hypar zitten randbalken, dit zijn de opleggingen. Wanneer het een ingeklemde constructie is houdt dit in dat deze in hoogte- en breedterichting (z- en y-richting voor rand 1 en 3) niet kan transleren. Daarnaast is niet mogelijk om te roteren om de y-as, aangezien het een inklemming is. Voor rand 2 en 4 is dit hetzelfde alleen hier heb je te maken met de y-as dit naar buiten steekt i.p.v. de x-as. Hierdoor veranderen de vrijheidsgraden die vast worden gezet, wel blijft het idee erachter hetzelfde. De inklemming kun je zien als een rollende inklemming, hij kan namelijk wel in richting van de uitstekende as

transleren. Zou je alle translaties vast zetten, houdt dit in dat de randbalken oneindig stijf zijn. Dit is niet realistisch, vandaar dat er van een rollend inklemming is uitgegaan.

Bij een scharnierend opgelegde hypar is er niet veel verschil met de inklemming. Het enige verschil is dat een scharnierend opgelegde hypar in alle richtingen kan roteren en hierdoor dus geen momenten kan opnemen. Wat terug te zien is in Tabel 3.1.

3.3 Programmeren

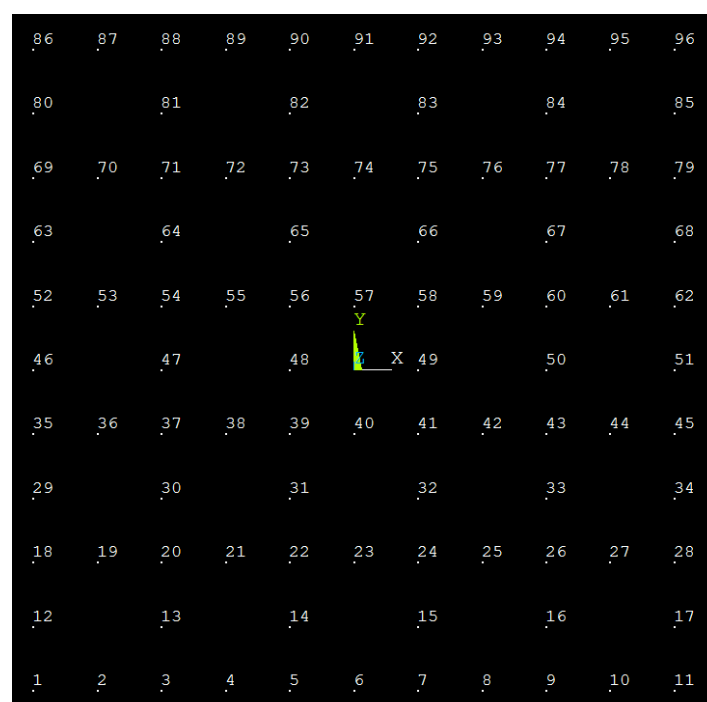
Zoals als eerder aangegeven wordt het EEM-programma Ansys (versie 15.0) gebruikt, er wordt in een tekst bestand een code geschreven in de programmeertaal van Ansys. Dit bestand wordt opgeslagen als een mac-file, waardoor Ansys dit ziet als een commando. Een belangrijk punt is dat er geen verschil is tussen kleine letters en hoofdletters. Ook gaat Ansys ervan uit dat de gebruiker consistent is met de eenheden en geeft dus alleen waardes weer, geen eenheden.

Het programmeren bestaat uit drie fases: preprocessorfase, oplosfase en de postprocessor fase. Deze drie fases worden besproken in de paragrafen hieronder. Dan is er nog een paragraaf extra toegevoegd, namelijk het controleren van het model. Voordat de preprocessorfase begint worden eerst alle parameters gedefinieerd.

3.3.1 Preprocessorfase

De preprocessorfase wordt opgestart door het commando /prep7. Tijdens deze fase worden de parameters gebruikt om de materiaaleigenschappen en elementtype toe te kennen, worden de knopen en elementen geplaatst, worden de opleggingen gedefinieerd en als laatste wordt de belasting aangebracht. Deze onderdelen van de code zijn terug te vinden in Bijlage A – Ansys script.

Een belangrijk stuk van de code is het plaatsen van de knopen. De elementen hebben elk acht knopen (zie Figuur 2.5). Er zijn dus twee verschillende rijen knopen die elkaar afwisselen, de ene rij knopen is volledig en de andere rij knopen slaat elke keer een plek over, zoals te zien is in Figuur 3.3.



Figuur 3.3: Knopen

Een element bestaat uit acht knopen, in het geval van Figuur 3.3 bestaat het eerste element (linksonder) uit de knopen 1, 2, 3, 12, 13, 18, 19, 20. In Ansys moet elke knoop toegewezen worden aan het bijbehorende element, sommige knopen maken deel uit van meerdere elementen.

De belasting wordt berekend door het eigen gewicht te vermenigvuldigen met het volume en dit te verdelen over het totaal aantal, dat er zijn.

3.3.2 Controle

Er moet na de preprocessorfase worden getest of alle oplegging goed zijn gedefinieerd. Dit is gedaan door in Ansys de macro-file te runnen wat de constructie modelleert. Waarna via de volgende menu's in Ansys : List – loads – dof constraints – on all nodes, de knopen kunt opvragen met vrijheidsgraden die vastgezet zijn. Met deze waardes is steekproefsgewijs getest of het overeenkomt met Tabel 3.1. In Bijlage B – Controle opleggingen

staan de waardes van een inklemming met 3 en 5 knopen in de L_x en L_y en de waarde van een scharnierend opgelegde hypar met 4 knopen in de L_x en L_y .

3.3.3 Oplosfase

De oplosfase is qua programmeren niet interessant, deze wordt gestart met het commando /solu. Hierna wordt Solve aangeroepen, zodat Ansys de vergelijkingen gaat opstellen en oplossen. Hoe meer elementen er gebruikt worden hoe langer de rekentijd van Ansys is.

3.3.4 Postprocessor fase

De postprocessor fase is bedoel om de resultaten te verwerken. Deze fase wordt gestart met het commando /post1. Hier worden alle momenten opgehaald en in een bestand gezet. Waarna alleen de nodige gegevens in een nieuwe tabel gezet. Wat daarna wordt geëxporteerd als csv-bestand met de benodigde parameters. De resultaten worden verwerkt met behulp van Microsoft Excel.

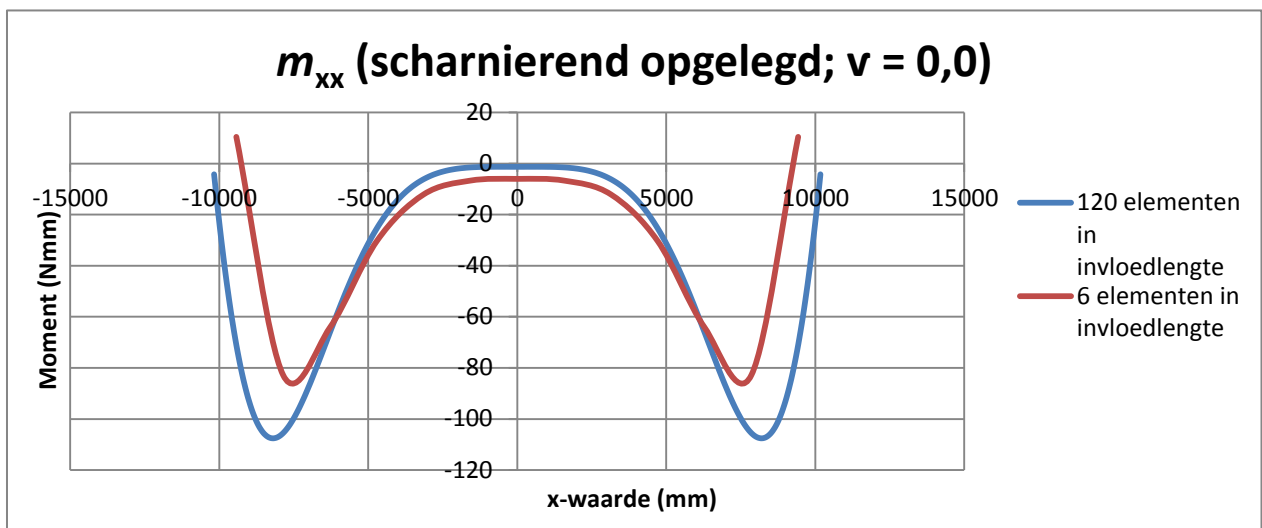
Een csv-bestand is te importeren in Microsoft Excel, waarna de verdere verwerking van de resultaten kan plaats vinden. Het importeren in Microsoft Excel 2010 gaat als volgt: Ga naar het tabblad gegevens – externe gegevens importeren – van tekst – het .csv bestand opzoeken – daarna de instructies volgen die zijn weergegeven.

4 Resultaten

Hier volgen de resultaten van het onderzoek, in dit hoofdstuk worden alleen de verwerkte resultaten getoond. In Bijlage C – Resultaten staan tabellen met daarin data waaruit de onderstaande grafieken zijn opgebouwd. Dit hoofdstuk is opgedeeld in meerdere paragrafen, te beginnen met de scharnierend opgelegde hypar.

4.1 Scharnierend opgelegde hypar

In Figuur 4.1 is het momentverloop te zien die ontstaat bij belasting van een scharnierend opgelegde hypar, in dit geval met een Poissonratio van 0,0. In Figuur 4.1 is te zien dat 6 elementen in de invloedlengte een groot verschil uitmaakt met 120 elementen in de invloedlengte, wanneer er wordt gekeken naar de waarden van de extremen. De vorm van het momentverloop is echter overeenkomstig.

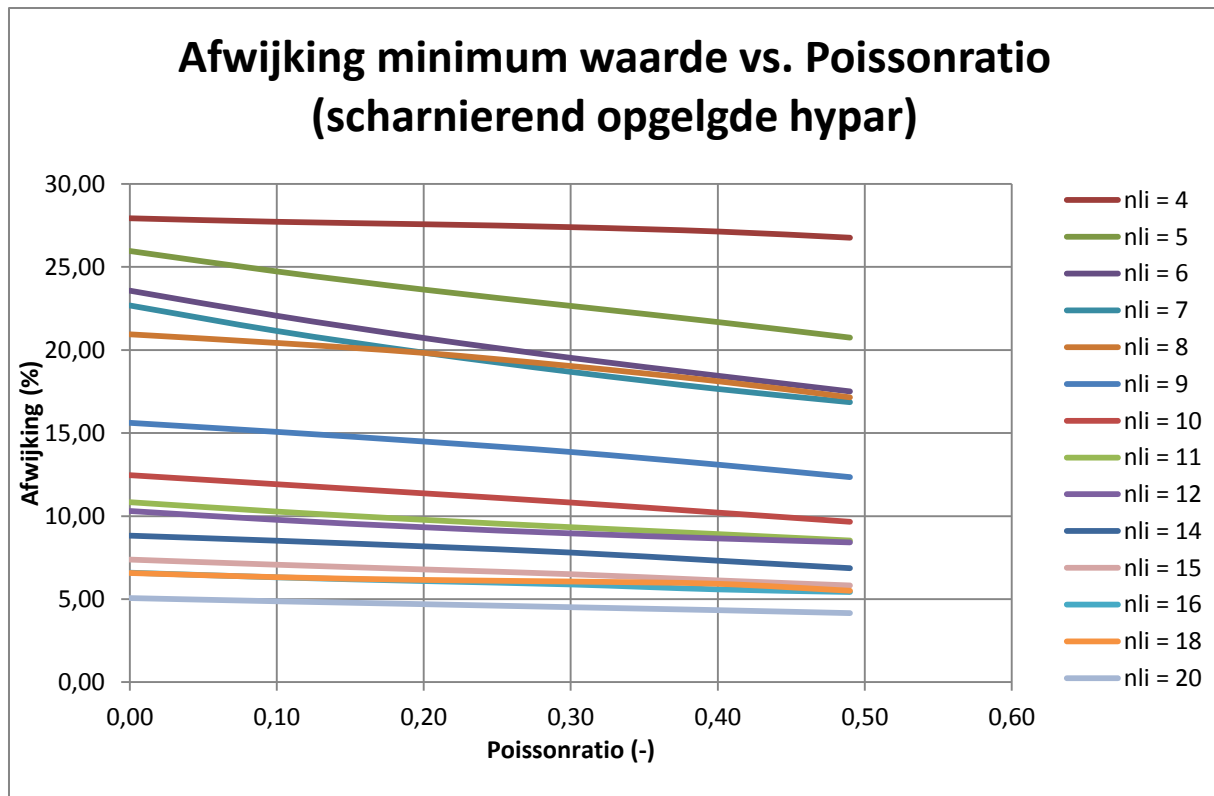


Figuur 4.1: Momentverloop in een scharnierend opgelegde hypar; $v=0,0$

Zoals in randvoorwaarden aangegeven wordt er gekeken naar de randmomenten en de extremen. Bij de scharnierend opgelegde hypar wordt er niet gekeken naar percentuele afwijking van de benadering t.o.v. het 'echte' randmoment. Deze gaat namelijk naar nul toe wat inhoudt dat er in de vergelijking drie een nul onder de deelstreep komt te staan, wat niet mogelijk is.

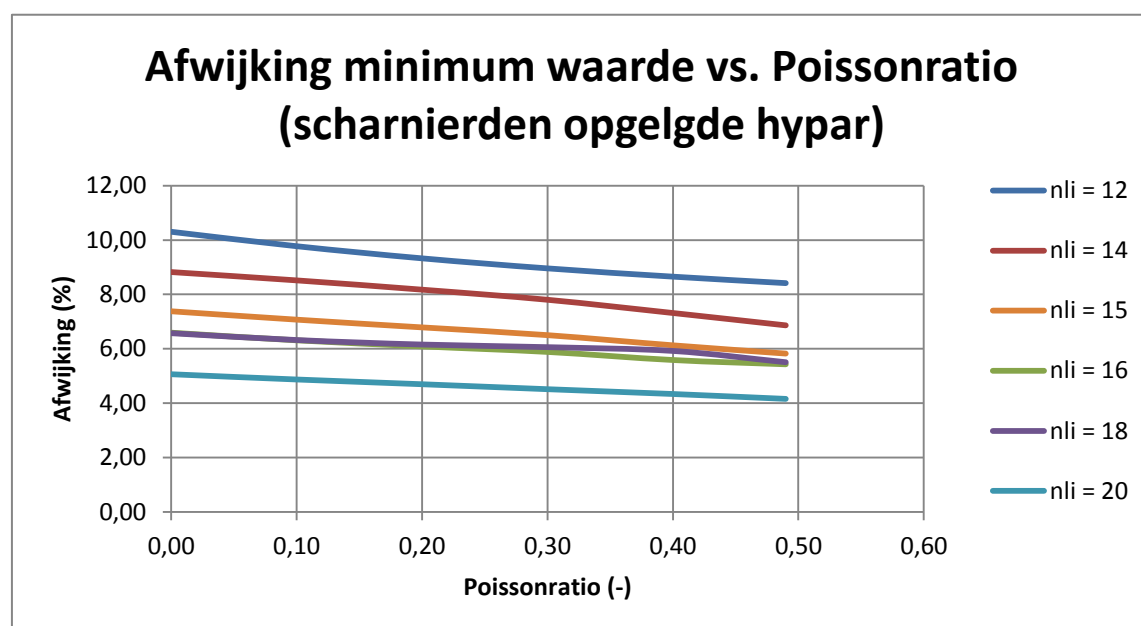
$$\frac{\text{benadering van het moment}}{\text{'echte' moment}} * 100 = \text{percentuele afwijking} \quad (3)$$

Tijdens het onderzoek is er dus gekeken naar de minimum waarde die voorkomt wanneer er gebruik gemaakt wordt van een X elementen in de theoretische invloedlengte en deze is vergeleken met het 'echte' moment. De afwijking, in percentage, is uitgezet tegen de Poissonratio. Wat in Figuur 4.2 te zien is.



Figuur 4.2: Afwijking minimum waarde vs. Poissonratio (scharnierend opgelegde hypar)

Het eerste wat opvalt is dat alle lijnen dalend zijn. Bij elk aantal elementen in de theoretische invloedlengte dat getest is, neemt de afwijking af naarmate de Poissonratio hoger wordt. Ook is te zien, zoals verwacht, dat de afwijking afneemt naarmate er meer elementen in de theoretische invloedlengte wordt gebruikt. In eerste instantie is er gekeken naar een n_{li} van 4-5-6-7-8-9-10-11 en 12. Dit bleek echter niet genoeg om voldoende accuraat te zijn. Vandaar dat er ook gekeken is naar 14-16-18 en 20 elementen in de theoretische invloedlengte. Om dit beter te bekijken is er ingezoomd (zie Figuur 4.3).



Figuur 4.3: Afwijking minimum waarde vs. Poissonratio (scharnierend opgelegde hypar), ingezoomd

Hieruit blijkt dat er vanaf 14 elementen in de theoretische invloedlengte een voldoende accuraat moment wordt bepaald (minder dan 8% afwijking van het 'echte' moment). Daarnaast lijken de lijnen in de grafiek lineair te lopen, een afnemende lineaire functie. Om te kijken of het vermoeden klopt is aan Microsoft Excel gevraagd om een trendlijn door deze punten te trekken, waaruit de volgende formules en R^2 -waardes (determinatiecoëfficiënt) ontstaan. Om te kijken of een trendlijn goed over de data valt wordt er een R^2 -waarde getoond, hoe dichter deze waarde bij 1 zit hoe beter de trendlijn de data benaderd. Deze waardes zijn weergegeven in Tabel 4.1.

Tabel 4.1: Nauwkeurigheid lineair verband (scharnierend opgelegde hypar)

n_{li}	formule (afwijking =)	R^2
12	$-3,8240 * v + 10,189$	0,9838
14	$-3,9878 * v + 8,9064$	0,9895
15	$-3,1583 * v + 7,4$	0,9975
16	$-2,3771 * v + 6,5731$	0,9965
18	$-1,9165 * v + 6,5661$	0,9431
20	$-1,8299 * v + 5,0615$	0,9997

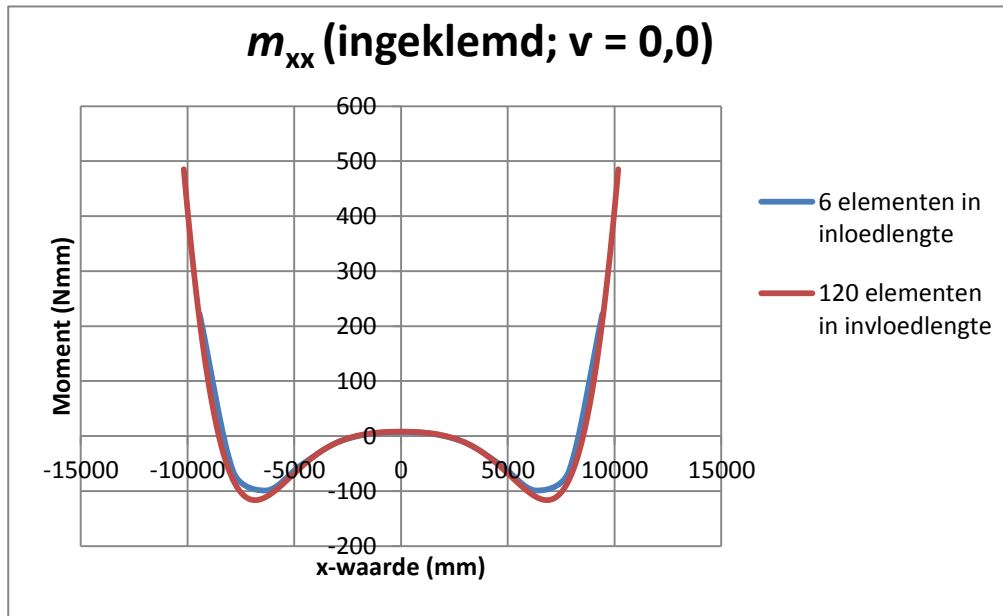
Aan de hand van Tabel 4.1 kan ik concluderen dat er een verband is tussen de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode (de hoeveelheid elementen in de theoretische invloedlengte) en de Poissonratio wanneer er gekeken wordt naar het veldmoment bij een scharnierend opgelegde hypar. Wel moet er rekening worden gehouden met enige ruis die voor kan komen tijdens de berekening, hierover meer in paragraaf 4.4. Het aantal elementen wat nodig is om een accuraat momentverloop te bepalen is niet heel verschillend per Poissonratio, zoals te zien in Tabel 4.2

Tabel 4.2: Benodigd aantal elementen (scharnierend)

v	n_{li}
0,00	15
0,10	15
0,20	15
0,30	14
0,40	14
0,49	14

4.2 Ingekleemde hypar

In Figuur 4.4 is het momentverloop te zien wat ontstaat bij belasting van een ingeklemde hypar, in dit geval met een Poissonratio van 0,0. In het figuur is te zien dat 6 elementen in de invloedlengte al aardig overeenkomt met de 120 elementen in de invloedlengte, wanneer er wordt gekeken naar de vorm van het momentverloop. Bij de ingeklemde hypar is er gekeken naar het randmoment (oftewel inklemmingsmoment) en de minimum waarde in het dal om te bepalen hoe accuraat de eindige-elementenmethode is.



Figuur 4.4: Momentverloop in een ingeklemde hypar; $v=0,0$

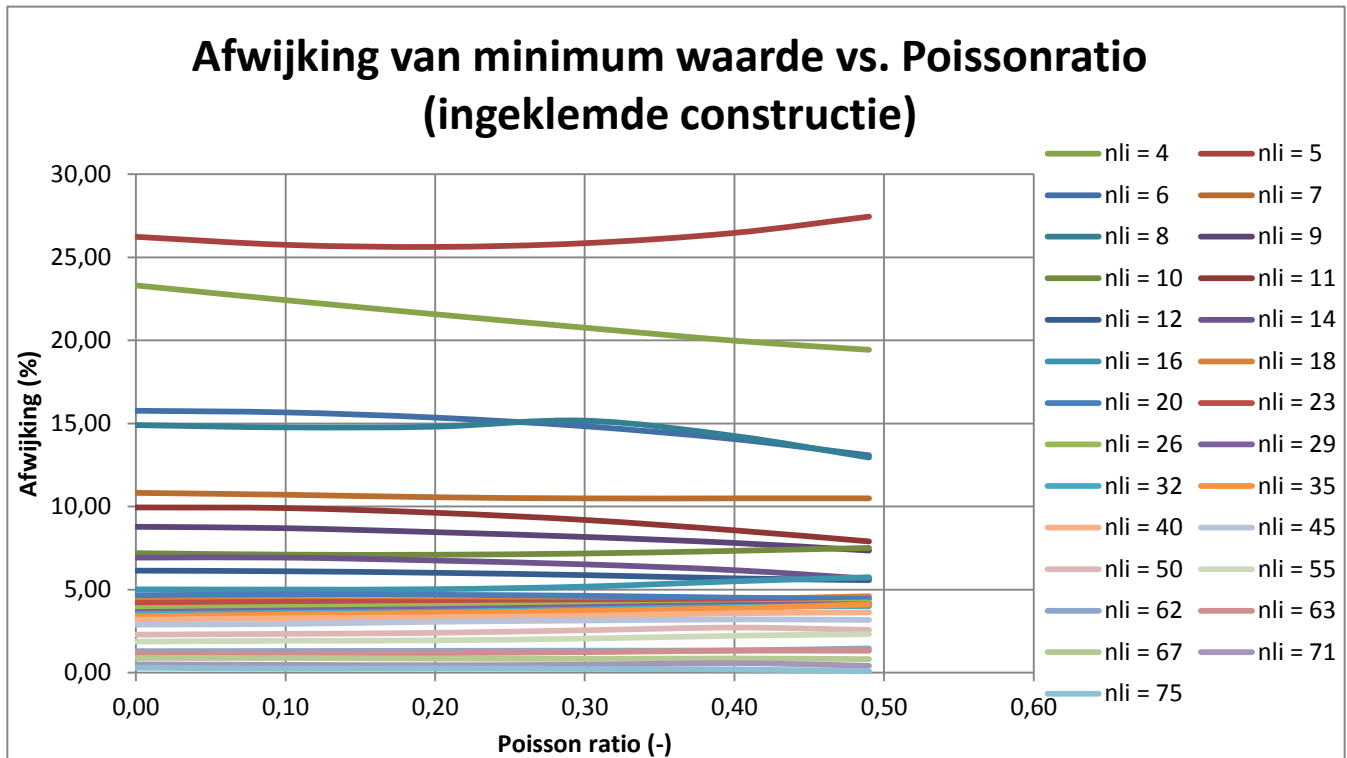
Het aantal elementen in de theoretische invloedlengte die nodig zijn om een accuraat momentverloop te bepalen is weergegeven in Tabel 4.3. Hierin is duidelijk te zien dat het inklemmingsmoment veel langzamer naar zijn uiteindelijke waarde convergeert dan de minimum waarde.

Tabel 4.3: Benodigd aantal elementen (inklemming)

v	n_{li} (minimum waarde)	n_{li} (inklemmingsmoment)
0,00	10	63
0,10	10	63
0,20	10	63
0,30	10	63
0,40	9	63
0,49	9	63

4.2.1 Minimum waarde

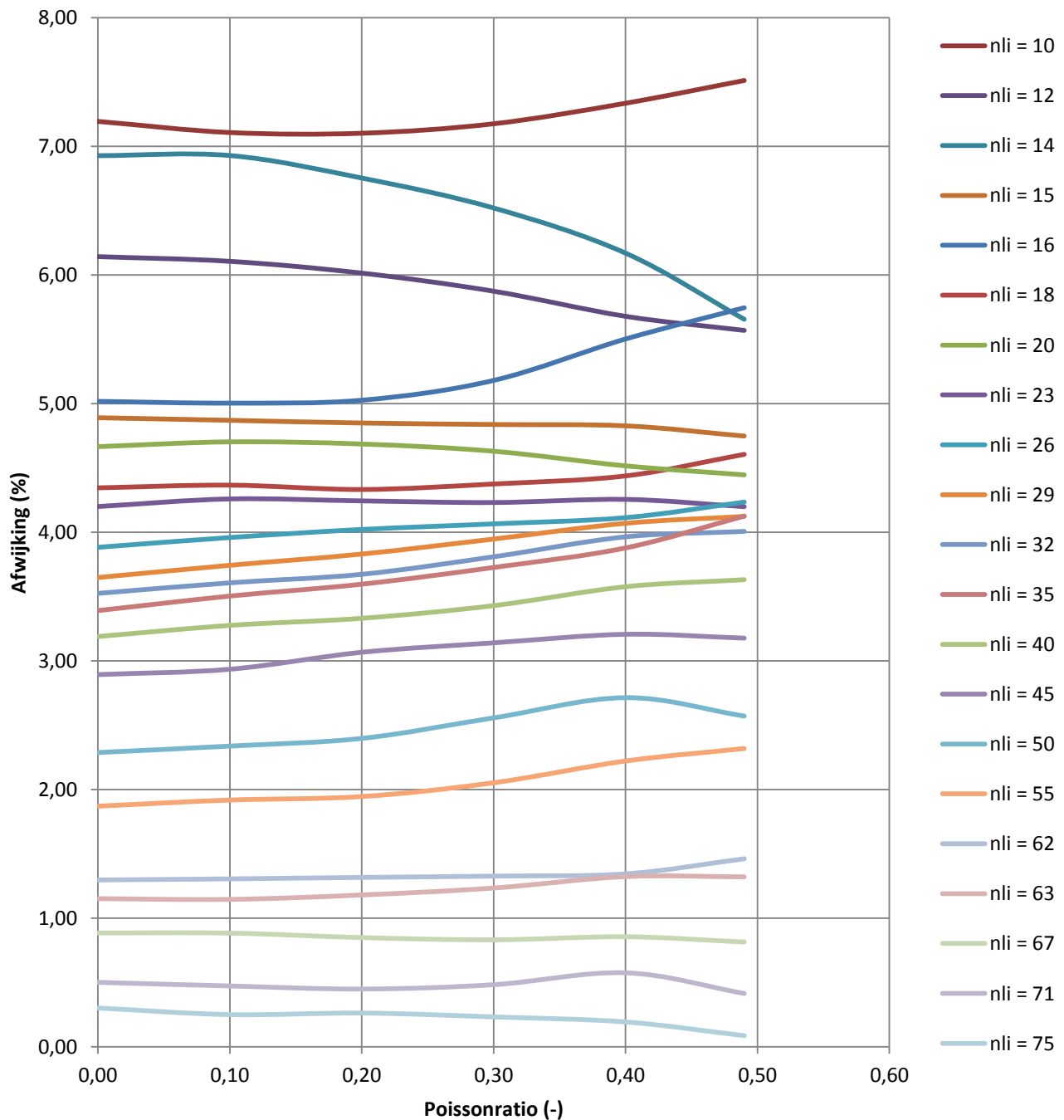
Net zoals bij de scharnierend opgelegde hypar is bij de ingeklemde hypar de afwijking (van de 'echte' waarde) uitgezet tegenover de Poissonratio, zoals te zien is in Figuur 4.5.



Figuur 4.5: Afwijking minimum waard vs. Poissonratio (ingeklemde hypar)

Het eerste wat opvalt is het feit dat er veel meer data is dan bij de scharnierend opgelegde hypar. Dit heeft een aantal praktische redenen, namelijk het inklemmingsmoment is pas voldoende accuraat benaderbaar vanaf 63 elementen in de invloedlengte. Vandaar de 62-63-67-71 en 75 elementen in de invloedlengte. De waardes die tussen de 20 en 62 elementen in de invloedlengte liggen komen door een ander fenomeen, wat besproken wordt in de paragraaf Regelmaat van verschil in afwijking. Op het eerste gezicht is weinig uit de grafiek te halen, vanwege het grote aantal lijnen wat er loopt. Voor het onderzoek is het interessant wat er gebeurt onder de 8% afwijking, vandaar dat er ingezoomd is op dit gebied (zie Figuur 4.6).

Afwijking van minimum waarde vs. Poissonratio (ingeklemde constructie) ingezoomd



Figuur 4.6: Afwijking van minimum waarde vs. Poissonratio (ingeklemde constructie) ingezoomd

Opvallend aan Figuur 4.6 is dat de lijnen niet allemaal in een richting lopen. Er zit geen consistentie in de lijnen, ze zijn dalend, stijgend, gekromd of lineair. Er zit dus geen duidelijk verband in, toch zijn ook voor deze lijnen de formules en de R^2 - waarden (determinatiecoëfficiënt) berekend wanneer er een lineaire trendlijn wordt gebruikt. Deze zijn weergegeven in Tabel 4.4. Het vermoeden van een lineair verband komt voort uit het resultaat van de scharnierend opgelegde hypar.

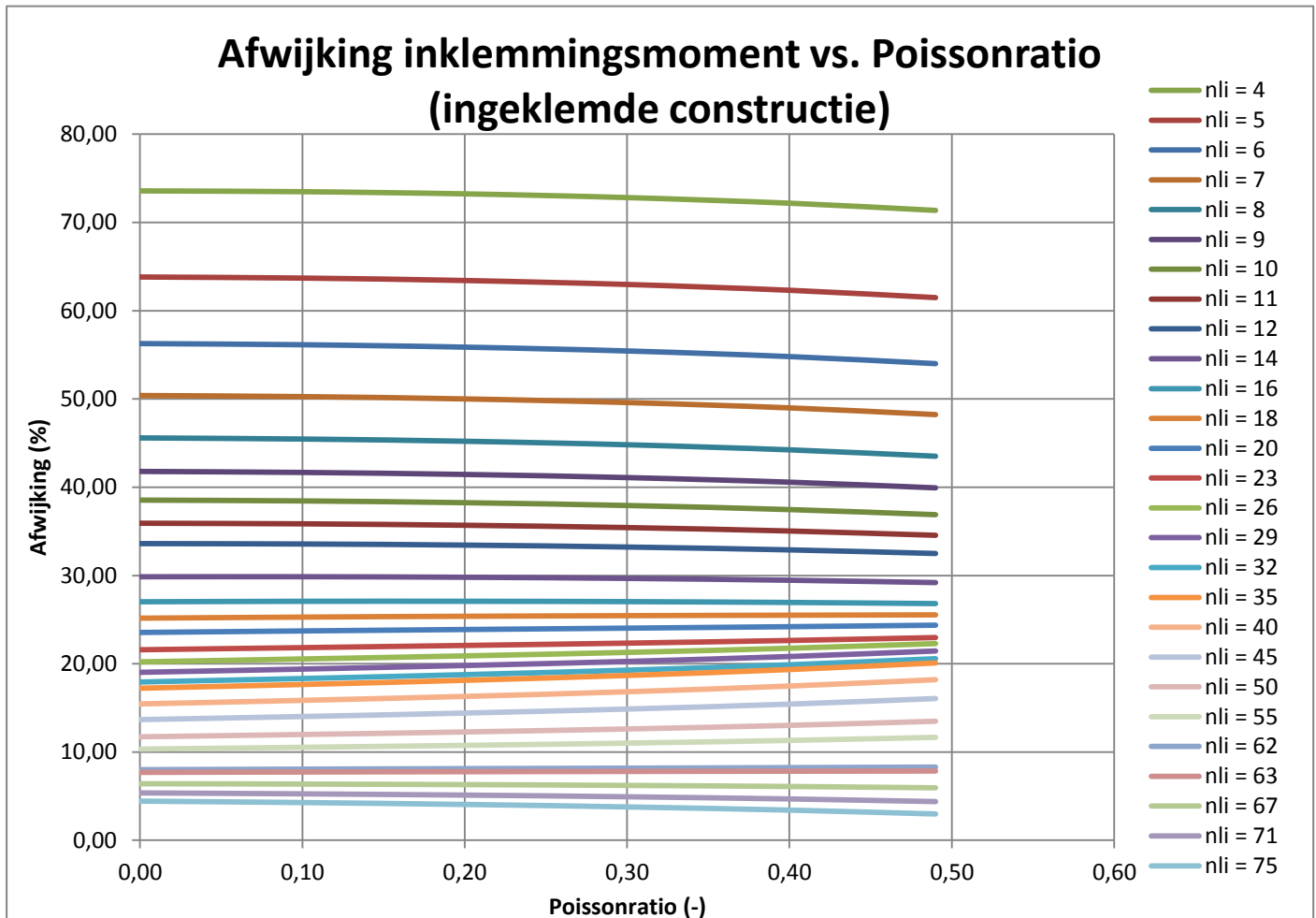
Tabel 4.4: Nauwkeurigheid lineair verband (minimum waarde; scharnierend opgelegde hyper)

n_{li}	formule (afwijking =)	R^2	n_{li}	formule (afwijking =)	R^2
10	$0,6739 * v + 7,0697$	0,6131	12	$-1,242 * v + 6,2054$	0,9591
14	$-2,5576 * v + 7,1273$	0,8883	15	$-0,2459 * v + 4,8976$	0,8446
16	$1,5251 * v + 4,8666$	0,8271	18	$0,4471 * v + 4,2989$	0,6489
20	$-0,4941 * v + 4,7298$	0,7766	23	$-0,0067 * v + 4,2325$	0,0021
26	$0,6551 * v + 3,8829$	0,9696	29	$1,0072 * v + 3,643$	0,9944
32	$1,0497 * v + 3,5029$	0,9793	35	$1,4237 * v + 3,3494$	0,9619
40	$0,9304 * v + 3,174$	0,9824	45	$0,6716 * v + 2,9025$	0,908
50	$0,7906 * v + 2,2807$	0,798	55	$0,9424 * v + 1,8201$	0,9318
62	$0,2724 * v + 1,2739$	0,6813	63	$0,4157 * v + 1,1223$	0,9018
67	$-0,1311 * v + 0,8855$	0,7467	71	$-0,0227 * v + 0,4878$	0,0059
75	$-0,3675 * v + 0,3119$	0,8187			

Uit de waardes in Tabel 4.4 kan de conclusie worden getrokken dat er geen lineair verband is aangezien er grote uitschieters naar beneden tussen zitten. Het vreemde gedrag van de lijnen in de grafiek kan komen doordat er ruis in de berekening zit, wat verschillende oorzaken kan hebben. Hierover wordt meer besproken in de paragraaf Ruis.

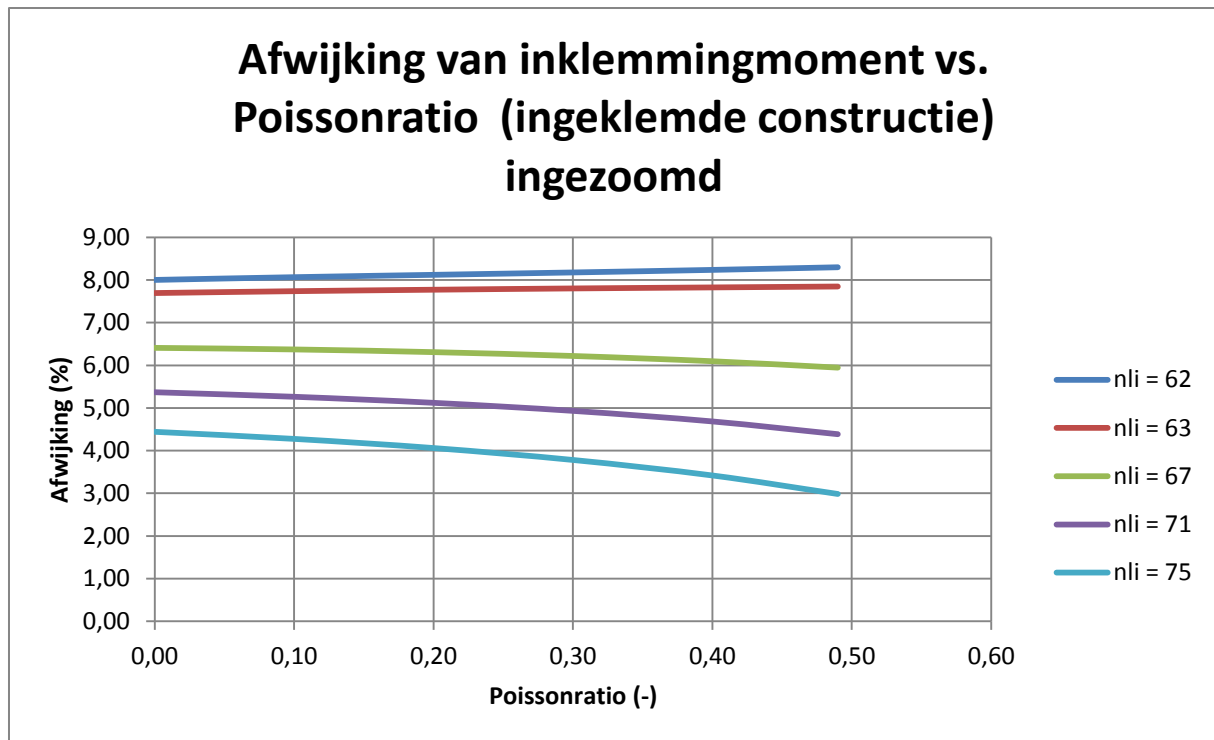
4.2.2 Inklemmingsmoment

Om de afwijking van het 'echte' moment onder de acht procent te krijgen, waren er fors meer elementen in de theoretische invloedlengte nodig dan verwacht. In Figuur 4.7 zijn de resultaten weergegeven.



Figuur 4.7: Afwijking inklemmingsmoment vs. Poissonratio (ingeklemde constructie)

Wel is deze grafiek een stuk mooier dan die van de minimum waarde, ook hier wordt ingezoomd op de afwijkingen onder de acht procent (zie Figuur 4.8). Over het algemeen lijkt er hier op het eerste gezicht een verband in te zitten. Wel is het opvallend dat de lijnen steeds minder hard dalen, waarna ze overgaan in een stijgend en vervolgens weer overgaan op dalend. Dit brengt de suggestie op dat het verschil in afwijking, tussen Poissonratio van 0 en 0,49, varieert tussen bepaalde waarden. Hierna is nog onderzoek gedaan, waarvan de resultaten worden gepresenteerd in de paragraaf Regelmaat van verschil in afwijking.



Figuur 4.8: Afwijking van inklemmingsmoment vs. Poissonratio (ingeklemde constructie) ingezoomd

In deze vijf lijnen lijkt een duidelijk verband te zitten, net zoals in Figuur 4.8. Hier is het vermoeden dat er een lineair verband aanwezig is, daarom is ook in dit geval de formule en de R^2 -waardes (determinatiecoëfficiënt) door Microsoft Excel berekend. In Tabel 4.5 zijn de resultaten weergegeven.

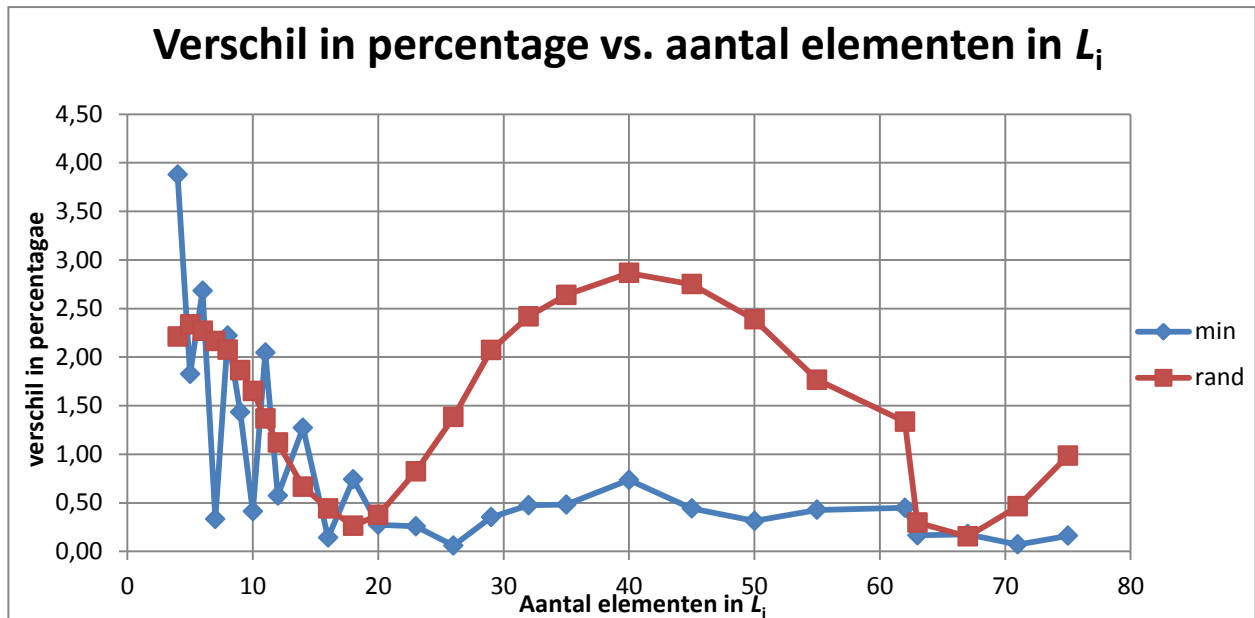
Tabel 4.5: Nauwkeurigheid lineair verband (inklemmingsmoment; scharnierend opgelegde hypar)

n_{li}	formule (afwijking =)	R^2
62	$0,5937 * v + 8,0035$	0,9988
63	$0,308 * v + 7,7042$	0,9857
67	$-0,9352 * v + 6,4579$	0,9451
71	$-1,9772 * v + 5,4505$	0,9617
75	$-2,9307 * v + 4,555$	0,9655

Met deze waardes kun je met een zekerheid zeggen dat er een lineair verband is, deze kan dalen of stijgend zijn.

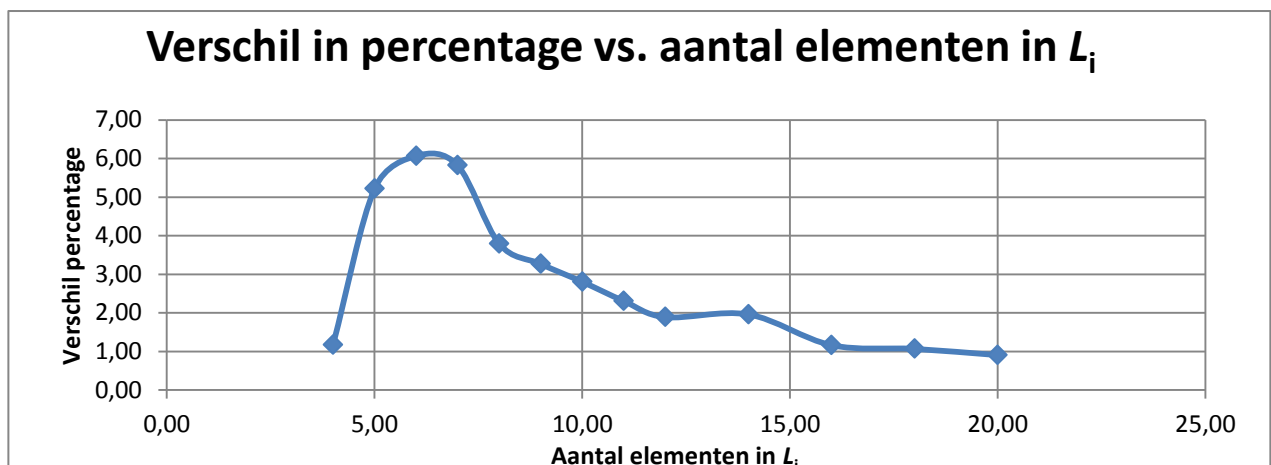
4.3 Regelmaat van verschil in afwijking

Voor elk aantal elementen in de theoretische invloedlengte is, voor verschillende Poissonratio's, de afwijking t.o.v. het 'echte' moment berekent. Wanneer naar het verschil wordt gekeken tussen de maximale afwijking en minimale afwijking bij hetzelfde aantal elementen, met verschillend Poissonratio, lijkt het alsof daar een regelmaat in zit. Deze regelmaat is de reden dat er bij de ingeklemde hypar veel meer elementen in de theoretische invloedlengte zijn getest. Dit is te zien in Figuur 4.9



Figuur 4.9: Verschil in percentage vs. aantal elementen in L_i (inklemming)

Er zijn in deze grafiek twee dingen die erg opvallen. Het eerste is de rode lijn, randmomenten oftewel inklemmingsmoment, welke netjes begint aan een sinus/cosinus kromme en vanaf ongeveer 30 elementen de periode verandert. Als tweede schommelt de blauwe lijn, minimum waarde, vanaf 20 elementen tussen de 0,00% en 0,50%. Alsof deze is geconvergeerd naar een waarde en daaromheen schommelt. Ook hier is dus het geval dat de minimum waarde een stuk sneller convergeert dan het inklemmingsmoment. Dit is een interessant onderwerp om een vervolgonderzoek op te doen, verdwijnt het verschil in afwijking tussen de verschillende Poissonratio's wanneer het aantal elementen wordt verhoogd. Hetzelfde is gedaan voor de minimum waarde van de scharnierend opgelegde hypar (zie Figuur 4.10), deze lijkt na een piek te convergeren naar een asymptoot.



Figuur 4.10: Verschil in percentage vs. aantal elementen in L_i (scharnierend opgelegd)

4.4 Ruis

Tijdens berekeningen met de eindige-elementenmethode kan er ruis optreden die invloed heeft op de resultaten. Dit kan verschillende oorzaken hebben, bijvoorbeeld het feit dat er het moment elke keer op een andere locatie wordt uitgelezen. Dit komt doordat de momenten in het midden van elk element wordt uitgelezen. De elementgroottes veranderen wanneer er meer of minder elementen in de totale lengte zitten. Om het te verduidelijken kunt u kijken naar Figuur 4.11. Wanneer u het randmoment in dit geval zal uitlezen, wordt dat uitgelezen in het randelement. Het randelement zit bij de drie elementen (linker afbeelding) op $1/6$ van de rand af, bij vier elementen zit dit op $1/8$ van de kant af.



Figuur 4.11: 3 en 4 elementen

Hierdoor kan ruis ontstaan, aan de andere kant is dit ook de nauwkeurigheid van de methode. Door zoveel mogelijk elementen te gebruiken kom je zo dicht mogelijk bij de rand en krijg je een zo precies mogelijke benadering van het moment dat daar geldt.

Een andere optie waardoor ruis ontstaat is de manier van belasten. Het model wordt belast door zijn eigen gewicht, deze is aangebracht door op elk knooppunt een puntlast te plaatsen. Een puntlast zorgt net als een rand voor verstoringen, dit zou dus ook nog invloed kunnen hebben op de resultaten (Hoogenboom, Infleunce length, Maart 2016).

Wanneer de invloed van de ruis en de oorzaken hiervan goed in kaart gebracht kunnen worden verbeterd dit de kennis over het interpreteren van de resultaten. Dit geeft dus een goede mogelijkheid tot vervolgonderzoek.

5 Conclusie en aanbevelingen

Op basis van de gevonden resultaten in hoofdstuk 4 zijn de volgende conclusies getrokken. Wel zijn er nog een aantal punten die enig vervolgonderzoek nodig hebben, deze worden besproken in de tweede paragraaf.

5.1 Conclusie

De doelstelling van het onderzoek is om een verband te vinden tussen het benodigde aantal elementen in de theoretische invloedlengte en de Poissonratio zodanig dat er een voldoende accuraat momentverloop bepaald kan worden in een hypar schaalconstructie, wanneer er gebruik gemaakt wordt van een eindige-elementenmethode.

Uit Tabel 4.2 en Tabel 4.3 blijkt dat amper verschil zit in het aantal elementen in de theoretische invloedlengte dat nodig is om een accuraat momentverloop te bepalen wanneer de Poissonratio wordt gevarieerd. Dit verschil is maximaal één, wat erop duidt dat er geen verband is.

Daarnaast is er onderzocht wat het verband tussen de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode en de Poissonratio, wanneer er een accuraat momentverloop bepaald wordt. Hieruit volgde dat er bij de scharnierend opgelegde hypar, voor de minimum waarde, een afnemend lineair verband is. Bij de ingeklemde hypar, voor de minimum waarde, kon geen verband worden gevonden. Als laatste bij de ingeklemde hypar, voor het inklemmingsmoment, kon een lineair verband worden gevonden. Het is niet duidelijk of deze positief of negatief is. Deze conclusie moet wel worden getrokken met de kanttekening dat naar alle waarschijnlijkheid de verschillen tussen afwijking bij elk Poissonratio lijkt te convergeren. Hierdoor zou het kunnen zijn dat er bij het verband en toevoeging moet worden gedaan, waardoor het aantal elementen in de theoretische invloedlengte mee wordt genomen. Hoe meer elementen hoe minder de invloed van de Poissonratio.

Ook wordt de conclusie getrokken dat de randmomenten een stuk minder snel convergeren dan de veldmomenten. Dit is goed te zien in Tabel 4.2 en Tabel 4.3, het benodigd aantal elementen in de theoretische invloedlengte, om een accuraat momentverloop te bepalen, ligt een stuk hoger dan bij het randmoment.

Wanneer een eerste berekening voor een ontwerp wordt gemaakt, hoeft er niet gekeken te worden naar het Poissonratio. De Poissonratio heeft namelijk zo weinig invloed dat deze kan worden verwaarloosd. Wordt er een exacte waarde van het moment gevraagd moet er rekening mee worden gehouden dat er verschil zit tussen de nauwkeurigheid van de eindige-elementenmethode bij een ander Poissonratio.

5.2 Aanbevelingen

Tijdens het onderzoek zijn er een aantal aspecten naar voren gekomen die een vervolgonderzoek waard zijn, deze zijn hieronder weergegeven:

- Een beperking in dit onderzoek is dat de theoretische invloedlengtes elkaar niet overlappen, wat voor een invloed heeft dit op het onderzoek? Daarnaast is het mogelijk om het onderzoek uit te voeren op één van de andere vijf elementaire schalen (cilinder, kegel, koepel en halve cilinder). Dit met niet overlappende invloedlengten en met overlappend invloedlengten.
- Nu is er uit gegaan van een eigen belasting, wat een verdeelde belasting is. Ook is het mogelijk om te gaan kijken wat verschillende soorten belastingen (dynamisch en statisch) voor invloed hebben op de krachtenafdracht in een hypar.
- Er zit een verschil in convergentie snelheid tussen de verschillende locaties in de hypar. Een nuttig onderzoek zou kunnen zijn om uit te zoeken welke verschillende convergentiesnelheden er voorkomen in een hypar en waar dit afhankelijk van is.
- Resultaten van een onderzoek zijn nooit perfect, er kunnen altijd uitschieters tussen zitten. De oorzaak (of oorzaken) hiervan is niet altijd even duidelijk. Wanneer er meer kennis is over de invloed van dit soort ruis en de oorzaken hiervan kunnen resultaten beter worden geanalyseerd.
- Het onderzoek heeft zich voornamelijk gericht op de invloed op de momenten. Het is mogelijk dat de Poissonratio invloed heeft op interne krachten, zoals dwarskrachten.
- Tijdens dit onderzoek werd er uitgegaan van een vierkant grondoppervlak, waardoor er een symmetrische hypar ontstaat. Dit heeft invloed op de verdeling van de momenten. Nu is het namelijk zo dat de grootste momenten om de y-as en x-as hetzelfde zijn. De invloed van de Poissonratio zou van groter belang kunnen zijn wanneer er sprake is van een asymmetrische hypar. En moet er dus naar de momenten om de x-as en y-as worden gekeken.

Literatuurlijst

- Ansys, I. (November 2013). SHELL281. In *ANSYS Mechanical APDL Element Reference* (p. 1346).
- Blaauwendraad, J., & Hoefakker, J. H. (2014). Preface. In *Structural Shell Analysis Understanding and Application Volume 200* (p. V). Dordrecht: Springer.
- Demaine, E., Demaine, E., & Lubiw, A. (2016, juni 10). *Erik Demaine's Foldern and Unfolding*. Opgehaald van Hyperbolic Paraboloids: <http://erikdemaine.org/hypar/>
- Edge, E. (2016, Mei 6). *Poisson's Ratio Definition Equation*. Opgehaald van engineersedge: http://www.engineersedge.com/material_science/poissons_ratio_definition_equation_13159.htm
- Eduardo Fernando Catalano, Faia (1917-2010)* . (2016, Juni 3). Opgehaald van North Carolina modernist houses: <http://www.ncmodernist.org/catalano.htm>
- Hibbeler, R. c. (Mei 2006). De dwarscontractiecoëfficiënt. In *Sterkteleer tweede editie* (p. 107). Amsterdam: Pearson Belenlux B.V.
- Hildering, S. (2014). *Eindige-elementenmethode voor schaalconstructies*. Delft: Delft University of Technology.
- Hofman, G. (1994). *Eindige Elementen Methode deel 1*. Rijswijk: Nijgh & Van Ditmar.
- Hoogenboom, P. (Maart 2016). Influence length. In *Notes on shell structures* (pp. 63-65). Delft: Delft University of Technology.
- Hoogenboom, P. (Maart 2016). Paraboloid. In *Notes on shell structures* (p. 21). Delft: Delft University of Technology.
- Molenaar, R. (2016). *Momenten in Hypardaken toepassing van de momentenlijnen van ir. Loof*. Delft: TU Delft.
- Princeton university art museum*. (2016, Mei 2). Opgehaald van The hyperbolic paraboloid: <http://artmuseum.princeton.edu/legacy-projects/Candela/paraboloid.html>

Figuren- en tabellenlijst

Figuur 2.1 (Hoogenboom, Paraboloid, Maart 2016, p. 21): Hypar met gekromde randen	9
Figuur 2.2 (Princeton university art museum, 2016): Hypar met rechte randen	9
Figuur 2.3 (Hoogenboom, Influence length, Maart 2016): Invloed lengte Hypar.....	10
Figuur 2.4 (Edge, 2016): Voorbeeld poisson ratio.....	11
Figuur 2.5 (Ansys, November 2013): SHELL281	12
Figuur 3.1: Even en oneven elementen	14
Figuur 3.2: Assenstelsel en randen	15
Figuur 3.3: Knopen.....	16
Figuur 4.1: Momentverloop in een scharnierend opgelegde hypar; $\nu=0,0$	18
Figuur 4.2: Afwijking minimum waarde vs. Poissonratio (scharnierend opgelegde hypar)	19
Figuur 4.3: Afwijking minimum waarde vs. Poissonratio (scharnierend opgelegde hypar), ingezoomd.....	19
Figuur 4.4: Momentverloop in een ingeklemde hypar; $\nu=0,0$	21
Figuur 4.5: Afwijking minimum waard vs. Poissonratio (ingeklemde hypar)	22
Figuur 4.6: Afwijking van minimum waarde vs. Poissonratio (ingeklemde constructie) ingezoomd.....	23
Figuur 4.7: Afwijking inklemmingsmoment vs. Poissonratio (ingeklemde constructie).....	25
Figuur 4.8: Afwijking van inklemmingsmoment vs. Poissonratio (ingeklemde constructie) ingezoomd.....	26
Figuur 4.9: Verschil in percentage vs. aantal elementen in Li (inklemming)	27
Figuur 4.10: Verschil in percentage vs. aantal elementen in Li (scharnierend opgelegd)	27
Figuur 4.11: 3 en 4 elementen.....	28
 Tabel 3.1: Opleggingen	 15
Tabel 4.1: Nauwkeurigheid lineair verband (scharnierend opgelegde hypar)	20
Tabel 4.2: Benodigd aantal elementen (scharnierend).....	20
Tabel 4.3: Benodigd aantal elementen (inklemming)	21
Tabel 4.4: Nauwkeurigheid lineair verband (minimum waarde; scharnierend opgelegde hypar)	24
Tabel 4.5: Nauwkeurigheid lineair verband (inklemmingsmoment; scharnierend opgelegde hypar)	26

Bijlage A – Ansys script

In Bijlage A wordt het volledige script die geschreven is in Notepad weergegeven. Het uitroepteken is een commando dat wordt herkend door Ansys als een kanttekening. Deze regels worden dus genegeerd, maar is erg nuttig om het script te verduidelijken. Als voorbeeld tijdens het programmeren is het script van Dhr. Molenaar gebruikt. Het script staat in zijn bachelor eindrapport (Molenaar, 2016). In het rapport is alleen het script van de inklemming opgenomen, aangezien het enige verschil tussen de inklemming en scharnierend het definiëren van de opleggingen is.

Parameters

```
/fillname,Inklemming,1
Finish
/clear,start

!      PARAMETERS
lx = 19000
t = 60
axy = 60000
nli = 12
v = 0.0

*do,w,1,10
    *set,li, 2.25*(axy*t*lx)**(1/3)
    ge = li/nli
    n = lx/ge
    na = nint(n)
    na_eo = mod(na,2)

    *if,na_eo,eq,0,then
        na = na + 1
    *endif
    lx = na*ge
    verschil = na-n

*enddo

ny = na
nx = na
lx = lx
ly = lx
kxy = 1/axy
E = 30e3
rho = 24e-7
atratio = axy/t
alratio = axy/lx

ky = ny*2+1

kx = nx*2+1

ntotaal = nx*ny
```

!stopt alle processoren die bezig zijn in ANSYS
!leegt alle database en start

!lengte in de richting van de x-as (mm)
!dikte van hypar(mm)
!kromtestraal (mm)
!aantal elementen in invloedlengte
!Poissonratio (-)

!invloedlengte (mm)
!grootte element
!aantal element in de volledige lengte
!aantal element afgerond
!deelt door 2 en geeft al het kommagedeelte weer, als er een kommagedeelte is dan is dit getal dus oneven

!nieuwe lx uitrekenen
!verschil tussen afgerond cijfer en komma getal

!aantal elementen in de richting van y-as (-)
!aantal elementen in de richting van x-as (-)
!lengte in de richting van de x-as (mm)
!lengte in de richting van de y-as (mm)
!kromming (mm⁻¹)
!E-modulus (N/mm²)
!dichtheid, in dit geval beton (kg/mm³)
!a/t ratio (-)
!a/l ratio (-)

!aantal knopen langs de rand in de richting van de y-as (-)
!aantal knopen langs de rand in de richting van de x-as (-)
!totaal aantal elementen (-)

Materiaaleigenschappen en elementtype toekennen

```
/prep7
mptemp,1,0
mpdata,ex,1,,E
mpdata,prxy,1,,v
mpdata,dens,1,,p
et,1,shell281
r,1,t,t,t,t,
```

*!start de preprocessor
!reset de vorige waarde in sloc naar 0
!E-modulus vaststellen
!prxy = Poissonratio
!dens = dichtheid
!element type toewijzen, 8-punts rechthoekig
!element dikte, 1 staat voor element 1 (zie regel hierboven) Dit is voor de knop I,J,K,L*

```
!      PLAATSEN VAN KNOPEN
county = 1
```

```
*do,j,0,ky-1
  county = -county
  countx = 1

  *do,i,0,kx-1
    countx = -countx
    *if,countx+county,lt,1,then
      x=(-lx/2)+(i/nx)*(lx/2)
      y=(-ly/2)+(j/ny)*(ly/2)
      z=x*y*kxy
      n,,x,y,z,

    *endif
  *enddo
*enddo
```

*!deze is aangemaakt om te zorgen dat alle even rijen in de richting
!van de y-as anders te maken dan alle oneven rijen
!loop met j als parameter die van 0 t/m knoopy
!hier geef je de county een negatieve waarde
!look een count in de x richting voor dezelfde reden als in de y-richting
!loop met j als parameter die van 0 t/m knoopx
!geef je countx een negatieve waarde.
!als tx+ty<1 dan:
!x-coördinaat bepalen
!y-coördinaat bepalen
!z-coördinaat bepalen mbv kromming
!bepaal knoopnummer en de geef de x,y,z waarde hieraan.*

```
!      ELEMENTEN PLAATSEN
```

```
*do,b,1,ny
  *do,c,1,nx
    I = 2*c-1+(2*kx-nx)*(b-1)
    M = I+1
    J = I+2
    L = I+2*kx-nx
    K = L+2
    O = L+1
    P = 1+c+(2+(b-1)*3)*nx+(b-1)*2
    N = P+1
    E,I,J,K,L,M,N,O,P

  *enddo
*enddo
```

*!knoop I
!knoop M
!knoop J
!knoop L
!knoop K
!knoop O
!knoop P
!knoop N
!knopen toewijzen aan elementen*

Opleggingen definiëren en belasting aanbrengen

!Eerste rij knopen evenwijdig met de x-as

```
*do,j,1,kx
    D,j,ux,0,,,,uz,rotx          !rand 2
    br = ny*(kx+nx+1)+j          !rand 4
    D,br,ux,0,,,,uz,rotx
*enddo
```

!evenwijdig aan de y-as

```
*do,j,1,ny
    hl = 1+(2*kx-nx)*j           !hoekpunt rand 1
    D,hl,uy,0,,,,uz,roty
    ml = kx+1+(2*kx-nx)*(j-1)   !middenpunt rand 1
    D,ml,uy,0,,,,uz,roty
    mr = ml+nx                  !middenpunt rand 3
    D,mr,uy,0,,,,uz,roty
    hr = hl+kx-1                !hoekpunt rand 3
    D,hr,uy,0,,,,uz,roty
*enddo
```

! BELASTING

```
*get,maxk,node,0,count          !hoeveelheid knopen
qtot = rho*lx*ly*t*9.81         !totale belasting (volume maal dichtheid) (N)
q = -qtot/maxk                  !kracht per knoop (N), minnetje voor de
                                !negatieve richting
f,all,fz,q                       !belasting op alle knopen
finish
```

Oplossen

```
/solu                             !start de oplosfase
solve
finish
```

Momenten ophalen en exporteren

```
/post1                             !start de postprocessorfase
etable,momentxx,smisc,4            !tabel, naam = momentxx, 4 staat voor mxx
!plesol,smisc,4,1                 !plotten van mxx met onderliggend de constructie
*set,midex,(nint(ny/2)-1)*nx+1    !eerste middelste element in de x-richting
*dim,moment,table,nx,2            !tabel met nx rijen en 2 kolommen met de naam
moment
*vget,moment(1,1),elem,midex,cent,x !x-waarden in het midden van de elementen
*vget,moment(1,2),elem,midex,etab,momentxx !waarde van mxx in de middelste rij
                                         !elementen
!*vplot,momentxx(1,1),momentxx(1,2) !plotten van de momenten t.o.v. lengte
```

! EXPORTEREN

```
*dim,intotaal_schatting,string,100 !bestand aanmaken met de naam
                                         m_inklemmingx
*cfoopen,intotaal_schatting,csv        !bestand m_inklemmingx open met de extentie
                                         csv
```

!De a zegt dat het in tekst geschreven moet worden. de 2 geeft aan 2 decimalen en de 20 geeft de ruimte ertussen aan

```
*vwrite,'v',',',',v
(a,a,f20.2)
*vwrite,'nli',',',',nli
(a,a,f20.2)
*vwrite,'ny=nx',',',',ny
(a,a,f20.2)
*vwrite,'lx=ly','(mm)',',',',ly
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'li','(mm)',',',',li
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'qtot','(N)',',',',qtot
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'knopen',',',',maxk
(a,a,f20.2)
*vwrite,'q','(N)',',',',q
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'t','(mm)',',',',t
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'axy','(mm)',',',',axy
(a,a,a,f20.2)
*vwrite,'E','(N/mm2)',',',',E
(a,a,a,f10.2)
*vwrite,'a/t',',',',atratio
(a,a,f20.2)
*vwrite,'a/l',',',',alratio
(a,a,f20.2)
*vwrite,'verschil',',',',verschil
bestand schrijven
(a,a,f20.10)
*vwrite,' '
(a)
*vwrite,'x-waarde','(mm)',',',',momentxx','(Nmm)',
(a,a,a,a,a,)
*vwrite,moment(1,1),',',',moment(1,2) !moment en x-waarde toevoegen
(f20.2,a,f20.2)
```

```
*cfclos
!sluit bestand
```

‘Echte’ momentverloop benaderen

Dit is qua basis hetzelfde als hiervoor gebeurt, er wordt gebruikt gemaakt van dezelfde L_x , alleen worden er eerst 60 elementen in geplaatst en daarna 120 elementen. Zodat met deze waardes het ‘echte’ momentverloop bepaald kan worden. Mocht u geïnteresseerd zijn hoe dit eruit ziet kunt u contact opnemen met de auteur of kunt u kijken op

<https://drive.google.com/open?id=0B1qrGRFQs2fNZDNtdjFyaHJ0SFk>.

Bijlage B – Controle opleggingen

Er is gekozen om 3, 4 en 5 knopen in de x- en y-richting weer te geven in deze bijlage. Deze controle is ook mogelijk op grotere aantallen knopen, maar dan zal deze bijlage onnodig groot worden. Wanneer voor deze drie verschillende gevallen het klopt, zal het voor andere aantallen ook kloppen. Omdat het aantal knopen een parameter in de code is, welke wordt veranderd.

Scharnierend opgelegd (4 knopen)

LIST CONSTRAINTS FOR SELECTED NODES 1 TO 65 BY 1
CURRENTLY SELECTED DOF SET= UX UY UZ ROTX ROTY ROTZ

NODE	LABEL	REAL	IMAG
1	UX	0.00000000	0.00000000
1	UZ	0.00000000	0.00000000
2	UX	0.00000000	0.00000000
2	UZ	0.00000000	0.00000000
3	UX	0.00000000	0.00000000
3	UZ	0.00000000	0.00000000
4	UX	0.00000000	0.00000000
4	UZ	0.00000000	0.00000000
5	UX	0.00000000	0.00000000
5	UZ	0.00000000	0.00000000
6	UX	0.00000000	0.00000000
6	UZ	0.00000000	0.00000000
7	UX	0.00000000	0.00000000
7	UZ	0.00000000	0.00000000
8	UX	0.00000000	0.00000000
8	UZ	0.00000000	0.00000000
9	UX	0.00000000	0.00000000
9	UZ	0.00000000	0.00000000
10	UY	0.00000000	0.00000000
10	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
14	UY	0.00000000	0.00000000
14	UZ	0.00000000	0.00000000
15	UY	0.00000000	0.00000000
15	UZ	0.00000000	0.00000000
23	UY	0.00000000	0.00000000
23	UZ	0.00000000	0.00000000
24	UY	0.00000000	0.00000000
24	UZ	0.00000000	0.00000000
28	UY	0.00000000	0.00000000
28	UZ	0.00000000	0.00000000
29	UY	0.00000000	0.00000000
29	UZ	0.00000000	0.00000000
37	UY	0.00000000	0.00000000
37	UZ	0.00000000	0.00000000
38	UY	0.00000000	0.00000000
38	UZ	0.00000000	0.00000000
42	UY	0.00000000	0.00000000

42	UZ	0.00000000	0.00000000
43	UY	0.00000000	0.00000000
43	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
51	UY	0.00000000	0.00000000
51	UZ	0.00000000	0.00000000
52	UY	0.00000000	0.00000000
52	UZ	0.00000000	0.00000000
56	UY	0.00000000	0.00000000
56	UZ	0.00000000	0.00000000
57	UX	0.00000000	0.00000000
57	UY	0.00000000	0.00000000
57	UZ	0.00000000	0.00000000
58	UX	0.00000000	0.00000000
58	UZ	0.00000000	0.00000000
59	UX	0.00000000	0.00000000
59	UZ	0.00000000	0.00000000
60	UX	0.00000000	0.00000000
60	UZ	0.00000000	0.00000000
61	UX	0.00000000	0.00000000
61	UZ	0.00000000	0.00000000
62	UX	0.00000000	0.00000000
62	UZ	0.00000000	0.00000000
63	UX	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
63	UZ	0.00000000	0.00000000
64	UX	0.00000000	0.00000000
64	UZ	0.00000000	0.00000000
65	UX	0.00000000	0.00000000
65	UY	0.00000000	0.00000000
65	UZ	0.00000000	0.00000000

Ingeklemd (3 knopen)

LIST CONSTRAINTS FOR SELECTED NODES 1 TO 40 BY 1
 CURRENTLY SELECTED DOF SET= UX UY UZ ROTX ROTY ROTZ

NODE	LABEL	REAL	IMAG
1	UX	0.00000000	0.00000000
1	UZ	0.00000000	0.00000000
1	ROTX	0.00000000	0.00000000
2	UX	0.00000000	0.00000000
2	UZ	0.00000000	0.00000000
2	ROTX	0.00000000	0.00000000
3	UX	0.00000000	0.00000000
3	UZ	0.00000000	0.00000000
3	ROTX	0.00000000	0.00000000
4	UX	0.00000000	0.00000000
4	UZ	0.00000000	0.00000000
4	ROTX	0.00000000	0.00000000
5	UX	0.00000000	0.00000000
5	UZ	0.00000000	0.00000000
5	ROTX	0.00000000	0.00000000

6	UX	0.00000000	0.00000000
6	UZ	0.00000000	0.00000000
6	ROTX	0.00000000	0.00000000
7	UX	0.00000000	0.00000000
7	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
7	ROTX	0.00000000	0.00000000
8	UY	0.00000000	0.00000000
8	UZ	0.00000000	0.00000000
8	ROTY	0.00000000	0.00000000
11	UY	0.00000000	0.00000000
11	UZ	0.00000000	0.00000000
11	ROTY	0.00000000	0.00000000
12	UY	0.00000000	0.00000000
12	UZ	0.00000000	0.00000000
12	ROTY	0.00000000	0.00000000
18	UY	0.00000000	0.00000000
18	UZ	0.00000000	0.00000000
18	ROTY	0.00000000	0.00000000
19	UY	0.00000000	0.00000000
19	UZ	0.00000000	0.00000000
19	ROTY	0.00000000	0.00000000
22	UY	0.00000000	0.00000000
22	UZ	0.00000000	0.00000000
22	ROTY	0.00000000	0.00000000
23	UY	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
23	UZ	0.00000000	0.00000000
23	ROTY	0.00000000	0.00000000
29	UY	0.00000000	0.00000000
29	UZ	0.00000000	0.00000000
29	ROTY	0.00000000	0.00000000
30	UY	0.00000000	0.00000000
30	UZ	0.00000000	0.00000000
30	ROTY	0.00000000	0.00000000
33	UY	0.00000000	0.00000000
33	UZ	0.00000000	0.00000000
33	ROTY	0.00000000	0.00000000
34	UX	0.00000000	0.00000000
34	UY	0.00000000	0.00000000
34	UZ	0.00000000	0.00000000
34	ROTX	0.00000000	0.00000000
34	ROTY	0.00000000	0.00000000
35	UX	0.00000000	0.00000000
35	UZ	0.00000000	0.00000000
35	ROTX	0.00000000	0.00000000
36	UX	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
36	UZ	0.00000000	0.00000000
36	ROTX	0.00000000	0.00000000
37	UX	0.00000000	0.00000000
37	UZ	0.00000000	0.00000000

37	ROTX	0.00000000	0.00000000
38	UX	0.00000000	0.00000000
38	UZ	0.00000000	0.00000000
38	ROTX	0.00000000	0.00000000
39	UX	0.00000000	0.00000000
39	UZ	0.00000000	0.00000000
39	ROTX	0.00000000	0.00000000
40	UX	0.00000000	0.00000000
40	UY	0.00000000	0.00000000
40	UZ	0.00000000	0.00000000
40	ROTX	0.00000000	0.00000000
40	ROTY	0.00000000	0.00000000

Ingeklemd (5 knopen)

LIST CONSTRAINTS FOR SELECTED NODES 1 TO 96 BY 1
 CURRENTLY SELECTED DOF SET= UX UY UZ ROTX ROTY ROTZ

NODE	LABEL	REAL	IMAG
1	UX	0.00000000	0.00000000
1	UZ	0.00000000	0.00000000
1	ROTX	0.00000000	0.00000000
2	UX	0.00000000	0.00000000
2	UZ	0.00000000	0.00000000
2	ROTX	0.00000000	0.00000000
3	UX	0.00000000	0.00000000
3	UZ	0.00000000	0.00000000
3	ROTX	0.00000000	0.00000000
4	UX	0.00000000	0.00000000
4	UZ	0.00000000	0.00000000
4	ROTX	0.00000000	0.00000000
5	UX	0.00000000	0.00000000
5	UZ	0.00000000	0.00000000
5	ROTX	0.00000000	0.00000000
6	UX	0.00000000	0.00000000
6	UZ	0.00000000	0.00000000
6	ROTX	0.00000000	0.00000000
7	UX	0.00000000	0.00000000
7	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
7	ROTX	0.00000000	0.00000000
8	UX	0.00000000	0.00000000
8	UZ	0.00000000	0.00000000
8	ROTX	0.00000000	0.00000000
9	UX	0.00000000	0.00000000
9	UZ	0.00000000	0.00000000
9	ROTX	0.00000000	0.00000000
10	UX	0.00000000	0.00000000
10	UZ	0.00000000	0.00000000
10	ROTX	0.00000000	0.00000000
11	UX	0.00000000	0.00000000
11	UZ	0.00000000	0.00000000
11	ROTX	0.00000000	0.00000000
12	UY	0.00000000	0.00000000

12	UZ	0.00000000	0.00000000
12	ROTY	0.00000000	0.00000000
17	UY	0.00000000	0.00000000
17	UZ	0.00000000	0.00000000
17	ROTY	0.00000000	0.00000000
18	UY	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
18	UZ	0.00000000	0.00000000
18	ROTY	0.00000000	0.00000000
28	UY	0.00000000	0.00000000
28	UZ	0.00000000	0.00000000
28	ROTY	0.00000000	0.00000000
29	UY	0.00000000	0.00000000
29	UZ	0.00000000	0.00000000
29	ROTY	0.00000000	0.00000000
34	UY	0.00000000	0.00000000
34	UZ	0.00000000	0.00000000
34	ROTY	0.00000000	0.00000000
35	UY	0.00000000	0.00000000
35	UZ	0.00000000	0.00000000
35	ROTY	0.00000000	0.00000000
45	UY	0.00000000	0.00000000
45	UZ	0.00000000	0.00000000
45	ROTY	0.00000000	0.00000000
46	UY	0.00000000	0.00000000
46	UZ	0.00000000	0.00000000
46	ROTY	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
51	UY	0.00000000	0.00000000
51	UZ	0.00000000	0.00000000
51	ROTY	0.00000000	0.00000000
52	UY	0.00000000	0.00000000
52	UZ	0.00000000	0.00000000
52	ROTY	0.00000000	0.00000000
62	UY	0.00000000	0.00000000
62	UZ	0.00000000	0.00000000
62	ROTY	0.00000000	0.00000000
63	UY	0.00000000	0.00000000
63	UZ	0.00000000	0.00000000
63	ROTY	0.00000000	0.00000000
68	UY	0.00000000	0.00000000
68	UZ	0.00000000	0.00000000
68	ROTY	0.00000000	0.00000000
69	UY	0.00000000	0.00000000
69	UZ	0.00000000	0.00000000
69	ROTY	0.00000000	0.00000000
79	UY	0.00000000	0.00000000
79	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
79	ROTY	0.00000000	0.00000000
80	UY	0.00000000	0.00000000
80	UZ	0.00000000	0.00000000

80	ROTY	0.00000000	0.00000000
85	UY	0.00000000	0.00000000
85	UZ	0.00000000	0.00000000
85	ROTY	0.00000000	0.00000000
86	UX	0.00000000	0.00000000
86	UY	0.00000000	0.00000000
86	UZ	0.00000000	0.00000000
86	ROTX	0.00000000	0.00000000
86	ROTY	0.00000000	0.00000000
87	UX	0.00000000	0.00000000
87	UZ	0.00000000	0.00000000
87	ROTX	0.00000000	0.00000000
88	UX	0.00000000	0.00000000
88	UZ	0.00000000	0.00000000
88	ROTX	0.00000000	0.00000000
89	UX	0.00000000	0.00000000
89	UZ	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
89	ROTX	0.00000000	0.00000000
90	UX	0.00000000	0.00000000
90	UZ	0.00000000	0.00000000
90	ROTX	0.00000000	0.00000000
91	UX	0.00000000	0.00000000
91	UZ	0.00000000	0.00000000
91	ROTX	0.00000000	0.00000000
92	UX	0.00000000	0.00000000
92	UZ	0.00000000	0.00000000
92	ROTX	0.00000000	0.00000000
93	UX	0.00000000	0.00000000
93	UZ	0.00000000	0.00000000
93	ROTX	0.00000000	0.00000000
94	UX	0.00000000	0.00000000
94	UZ	0.00000000	0.00000000
94	ROTX	0.00000000	0.00000000
95	UX	0.00000000	0.00000000
95	UZ	0.00000000	0.00000000
95	ROTX	0.00000000	0.00000000
96	UX	0.00000000	0.00000000

NODE	LABEL	REAL	IMAG
96	UY	0.00000000	0.00000000
96	UZ	0.00000000	0.00000000
96	ROTX	0.00000000	0.00000000
96	ROTY	0.00000000	0.00000000

Bijlage C – Resultaten

In deze bijlage staan de resultaten waaruit de grafiek zijn opgebouwd weergegeven. Alle gegevens die nodig zijn geweest om deze tabellen te maken zijn te vinden op <https://drive.google.com/open?id=0B1qrGRFQs2fNZDNtdjFyaHJ0SFk>, anders kunt u altijd contact opnemen met de auteur.

Scharnierend opgelegd

		nli = 4	echt
v = 0,0	min	-73,06	-101,37
	1e element	53,59	-0,80
v = 0,1	min	-81,82	-113,19
	1e element	44,40	-0,83
v = 0,2	min	-92,17	-127,25
	1e element	34,22	-0,84
v = 0,3	min	-104,89	-144,46
	1e element	22,52	-0,87
v = 0,4	min	-121,24	-166,38
	1e element	8,51	-0,90
v = 0,49	min	-140,84	-192,29
	1e element	-7,20	-0,94

		nli = 5	echt
v = 0,0	min	-78,10	-105,48
	1e element	24,43	-0,86
v = 0,1	min	-88,65	-117,77
	1e element	16,56	-0,89
v = 0,2	min	-101,08	-132,36
	1e element	7,73	-0,91
v = 0,3	min	-116,27	-150,32
	1e element	-2,55	-0,95
v = 0,4	min	-135,65	-173,20
	1e element	-15,05	-1,01
v = 0,49	min	-158,68	-200,21
	1e element	-29,28	-1,06

		nli = 6	echt
v = 0,0	min	-82,82	-108,36
	1e element	10,46	-0,88
v = 0,1	min	-94,31	-121,00
	1e element	3,47	-0,90
v = 0,2	min	-107,82	-136,00
	1e element	-4,50	-0,93
v = 0,3	min	-124,27	-154,42
	1e element	-13,95	-0,98
v = 0,4	min	-145,13	-177,96
	1e element	-25,61	-1,02
v = 0,49	min	-169,75	-205,77
	1e element	-39,03	-1,07

		nli = 7	echt
v = 0,0	min	-85,38	-110,42
	1e element	1,36	-0,89
v = 0,1	min	-97,24	-123,31
	1e element	-5,12	-0,92
v = 0,2	min	-111,16	-138,67
	1e element	-12,60	-0,95
v = 0,3	min	-128,06	-157,48
	1e element	-21,51	-0,98
v = 0,4	min	-149,42	-181,45
	1e element	-32,56	-1,03
v = 0,49	min	-174,51	-209,89
	1e element	-45,30	-1,09

		nli = 8	echt
v = 0,0	min	-88,57	-112,03
	1e element	-5,19	-0,95
v = 0,1	min	-99,56	-125,11
	1e element	-11,27	-0,99
v = 0,2	min	-112,81	-140,70
	1e element	-18,29	-1,03
v = 0,3	min	-129,33	-159,73

		nli = 9	echt
v = 0,0	min	-95,56	-113,24
	1e element	-9,77	-0,90
v = 0,1	min	-107,43	-126,49
	1e element	-15,45	-0,94
v = 0,2	min	-121,64	-142,25
	1e element	-22,02	-0,97
v = 0,3	min	-139,24	-161,64

	1e element	-26,67	-1,07
v = 0,4	min	-150,72	-184,07
	1e element	-37,06	-1,14
v = 0,49	min	-176,45	-212,97
	1e element	-49,04	-1,22

	1e element	-29,88	-1,01
v = 0,4	min	-161,87	-186,26
	1e element	-39,62	-1,07
v = 0,49	min	-188,88	-215,48
	1e element	-50,84	-1,12

		nli = 10	echt
v = 0,0	min	-100,02	-114,26
	1e element	-12,87	-0,91
v = 0,1	min	-112,43	-127,64
	1e element	-18,19	-0,92
v = 0,2	min	-127,24	-143,56
	1e element	-24,35	-0,97
v = 0,3	min	-145,46	-163,10
	1e element	-31,72	-1,00
v = 0,4	min	-168,78	-187,97
	1e element	-40,86	-1,07
v = 0,49	min	-196,45	-217,45
	1e element	-51,38	-1,13

		nli = 11	echt
v = 0,0	min	-102,61	-115,08
	1e element	-14,95	-0,86
v = 0,1	min	-115,33	-128,53
	1e element	-19,94	-0,88
v = 0,2	min	-130,44	-144,57
	1e element	-25,73	-0,91
v = 0,3	min	-148,97	-164,30
	1e element	-32,65	-0,93
v = 0,4	min	-172,58	-189,47
	1e element	-41,25	-0,97
v = 0,49	min	-200,49	-219,18
	1e element	-51,14	-1,03

		nli = 12	echt
v = 0,0	min	-103,84	-115,77
	1e element	-16,32	-0,85
v = 0,1	min	-116,69	-129,33
	1e element	-21,02	-0,88
v = 0,2	min	-131,91	-145,48
	1e element	-26,48	-0,89
v = 0,3	min	-150,52	-165,33
	1e element	-33,00	-0,93
v = 0,4	min	-174,15	-190,65
	1e element	-41,11	-0,97
v = 0,49	min	-201,98	-220,54
	1e element	-50,42	-1,02

		nli = 14	echt
v = 0,0	min	-106,55	-116,86
	1e element	-17,75	-0,92
v = 0,1	min	-119,45	-130,57
	1e element	-21,96	-0,95
v = 0,2	min	-134,89	-146,90
	1e element	-26,84	-0,98
v = 0,3	min	-153,94	-166,97
	1e element	-32,68	-1,03
v = 0,4	min	-178,37	-192,45
	1e element	-39,93	-1,08
v = 0,49	min	-207,40	-222,68
	1e element	-48,27	-1,16

		nli = 15	echt
v = 0,0	min	-108,67	-117,33
	1e element	-18,05	-0,92
v = 0,1	min	-121,81	-131,08
	1e element	-22,04	-0,95
v = 0,2	min	-137,47	-147,48
	1e element	-26,68	-0,98
v = 0,3	min	-156,74	-167,64
	1e element	-32,23	-1,02
v = 0,4	min	-181,37	-193,21
	1e element	-39,12	-1,09

		nli = 16	echt
v = 0,0	min	-109,93	-117,69
	1e element	-18,18	-0,99
v = 0,1	min	-123,19	-131,49
	1e element	-21,97	-1,02
v = 0,2	min	-138,97	-147,98
	1e element	-26,39	-1,08
v = 0,3	min	-158,33	-168,23
	1e element	-31,67	-1,12
v = 0,4	min	-183,00	-193,83
	1e element	-38,23	-1,20

v = 0,49	min	-210,54	-223,56
	1e element	-47,03	-1,16

v = 0,49	min	-212,13	-224,31
	1e element	-45,76	-1,29

		nli = 18	echt
v = 0,0	min	-110,57	-118,35
	1e element	-18,08	-0,88
v = 0,1	min	-123,87	-132,23
	1e element	-21,54	-0,89
v = 0,2	min	-139,62	-148,78
	1e element	-25,56	-0,92
v = 0,3	min	-158,87	-169,12
	1e element	-30,38	-0,96
v = 0,4	min	-183,51	-195,06
	1e element	-36,36	-1,00
v = 0,49	min	-213,31	-225,74
	1e element	-43,22	-1,05

		nli = 20	echt
v = 0,0	min	-112,85	-118,87
	1e element	-17,72	-0,87
v = 0,1	min	-126,35	-132,82
	1e element	-20,90	-0,90
v = 0,2	min	-142,44	-149,46
	1e element	-24,59	-0,91
v = 0,3	min	-162,23	-169,90
	1e element	-29,01	-0,96
v = 0,4	min	-187,48	-195,98
	1e element	-34,50	-1,00
v = 0,49	min	-217,34	-226,77
	1e element	-40,81	-1,04

Inklemming

		nli = 4	echt
v = 0,0	min	-84,73	-110,49
	1e element	124,58	471,47
v = 0,1	min	-94,96	-122,41
	1e element	137,46	518,43
v = 0,2	min	-107,08	-136,54
	1e element	153,48	573,51
v = 0,3	min	-121,83	-153,76
	1e element	173,90	639,73
v = 0,4	min	-140,41	-175,48
	1e element	200,76	721,63
v = 0,49	min	-162,02	-201,11
	1e element	233,30	814,75

		nli = 5	echt
v = 0,0	min	-84,48	-114,53
	element	178,02	492,06
v = 0,1	min	-94,23	-126,92
	element	196,38	540,95
v = 0,2	min	-105,33	-141,63
	element	218,87	598,34
v = 0,3	min	-118,33	-159,59
	element	247,10	667,39
v = 0,4	min	-134,03	-182,29
	element	283,69	752,80
v = 0,49	min	-151,54	-208,89
	element	327,37	849,97

		nli = 6	echt
v = 0,0	min	-98,84	-117,34
	element	221,67	506,96
v = 0,1	min	-109,69	-130,07
	element	244,40	557,29
v =	min	-122,88	-145,17

		nli = 7	echt
v = 0,0	min	-106,43	-119,35
	element	256,95	517,98
v = 0,1	min	-118,19	-132,37
	element	283,15	569,35
v = 0,2	min	-132,12	-147,72

0,2	element	271,99	616,39
v = 0,3	min	-139,39	-163,67
	element	306,35	687,50
v = 0,4	min	-160,78	-187,08
	element	350,50	775,52
v = 0,49	min	-186,40	-214,46
	element	402,76	875,65

	element	314,81	629,71
v = 0,3	min	-149,13	-166,61
	element	354,02	702,36
v = 0,4	min	-170,60	-190,60
	element	404,13	792,28
v = 0,49	min	-195,65	-218,59
	element	463,11	894,56

		nli = 8	echt
v = 0,0	min	-102,89	-120,91
	element	285,98	525,59
v = 0,1	min	-114,30	-134,10
	element	315,03	577,63
v = 0,2	min	-127,53	-149,70
	element	349,99	638,79
v = 0,3	min	-143,30	-168,93
	element	393,13	712,36
v = 0,4	min	-165,66	-193,19
	element	448,01	803,40
v = 0,49	min	-192,84	-221,53
	element	512,29	906,90

		nli = 9	echt
v = 0,0	min	-111,46	-122,19
	element	310,30	533,08
v = 0,1	min	-123,76	-135,55
	element	341,70	585,88
v = 0,2	min	-138,52	-151,32
	element	379,37	647,95
v = 0,3	min	-156,77	-170,72
	element	425,68	722,64
v = 0,4	min	-180,12	-195,38
	element	484,38	815,11
v = 0,49	min	-207,75	-224,23
	element	552,84	920,30

		nli = 10	echt
v = 0,0	min	-114,31	-123,17
	element	330,90	538,43
v = 0,1	min	-126,92	-136,63
	element	364,23	591,76
v = 0,2	min	-141,81	-152,65
	element	404,10	654,41
v = 0,3	min	-159,91	-172,27
	element	452,99	729,83
v = 0,4	min	-182,69	-197,15
	element	514,74	823,18
v = 0,49	min	-209,20	-226,19
	element	586,48	929,34

		nli = 11	echt
v = 0,0	min	-111,71	-124,05
	element	348,43	543,76
v = 0,1	min	-124,02	-137,66
	element	383,37	597,65
v = 0,2	min	-138,93	-153,73
	element	425,06	660,99
v = 0,3	min	-157,52	-173,47
	element	476,04	737,24
v = 0,4	min	-181,52	-198,53
	element	540,23	831,65
v = 0,49	min	-210,15	-228,18
	element	614,57	939,07

		nli = 12	echt
v = 0,0	min	-117,05	-124,71
	element	363,46	547,50
v = 0,1	min	-129,95	-138,40
	element	399,72	601,73
v = 0,2	min	-145,34	-154,64
	element	442,91	665,48
v = 0,3	min	-164,27	-174,52
	element	495,60	742,21

		nli = 14	echt
v = 0,0	min	-117,03	-125,74
	element	387,63	552,64
v = 0,1	min	-129,91	-139,58
	element	425,94	607,30
v = 0,2	min	-145,40	-155,93
	element	471,41	671,54
v = 0,3	min	-164,59	-176,07
	element	526,64	748,85

v = 0,4	min	-188,37	-199,71
	element	561,76	837,25
v = 0,49	min	-216,72	-229,50
	element	638,15	945,34

v = 0,4	min	-189,20	-201,64
	element	595,68	844,53
v = 0,49	min	-218,38	-231,47
	element	674,97	953,32

		nli = 15	echt
v = 0,0	min	-120,01	-126,18
	element	397,41	555,01
v = 0,1	min	-133,23	-140,05
	element	436,52	609,91
v = 0,2	min	-148,95	-156,54
	element	482,84	674,41
v = 0,3	min	-168,21	-176,76
	element	539,03	752,03
v = 0,4	min	-192,65	-202,42
	element	609,10	848,10
v = 0,49	min	-221,32	-232,35
	element	689,38	957,32

		nli = 16	echt
v = 0,0	min	-120,22	-126,57
	element	405,98	556,32
v = 0,1	min	-133,48	-140,51
	element	445,76	611,27
v = 0,2	min	-149,10	-156,99
	element	492,81	675,84
v = 0,3	min	-168,05	-177,23
	element	549,77	753,53
v = 0,4	min	-191,86	-203,03
	element	620,68	849,65
v = 0,49	min	-219,53	-232,91
	element	701,72	958,88

		nli = 18	echt
v = 0,0	min	-121,75	-127,28
	element	420,22	561,55
v = 0,1	min	-135,16	-141,33
	element	461,05	617,10
v = 0,2	min	-151,06	-157,90
	element	509,21	682,42
v = 0,3	min	-170,50	-178,30
	element	567,35	761,03
v = 0,4	min	-195,11	-204,17
	element	639,45	858,35
v = 0,49	min	-223,93	-234,74
	element	721,51	969,02

		nli = 20	echt
v = 0,0	min	-121,80	-127,76
	element	431,48	564,38
v = 0,1	min	-135,18	-141,85
	element	473,08	620,19
v = 0,2	min	-151,15	-158,58
	element	522,04	685,82
v = 0,3	min	-170,79	-179,08
	element	580,97	764,80
v = 0,4	min	-195,81	-205,07
	element	653,83	862,58
v = 0,49	min	-225,26	-235,74
	element	736,43	973,74

		nli = 23	echt
v = 0,0	min	-122,96	-128,35
	element	444,52	566,91
v = 0,1	min	-136,47	-142,54
	element	486,94	622,92
v = 0,2	min	-152,55	-159,31
	element	536,71	688,75
v = 0,3	min	-172,27	-179,88
	element	596,40	767,95
v = 0,4	min	-197,35	-206,12
	element	669,90	865,94
v =	min	-226,82	-236,76
	element		

		nli = 26	echt
v = 0,0	min	-117,11	-121,84
	element	424,27	531,77
v = 0,1	min	-129,80	-135,15
	element	464,45	584,53
v = 0,2	min	-144,88	-150,95
	element	511,44	646,51
v = 0,3	min	-163,33	-170,25
	element	567,62	721,14
v = 0,4	min	-186,73	-194,74
	element	636,53	813,56
v =	min	-214,20	-223,67
	element		

0,49	element	752,82	977,33
------	---------	--------	--------

		nli = 29	echt
v = 0,0	min	-118,34	-122,82
	element	434,62	536,77
v = 0,1	min	-131,17	-136,27
	element	475,49	589,92
v = 0,2	min	-146,39	-152,22
	element	523,21	652,40
v = 0,3	min	-165,01	-171,79
	element	580,14	727,59
v = 0,4	min	-188,60	-196,60
	element	649,78	820,66
v = 0,49	min	-216,28	-225,58
	element	727,78	926,51

		nli = 35	echt
v = 0,0	min	-120,25	-124,47
	element	452,17	546,31
v = 0,1	min	-133,32	-138,16
	element	494,44	600,44
v = 0,2	min	-148,80	-154,35
	element	543,70	664,06
v = 0,3	min	-167,70	-174,19
	element	602,33	740,65
v = 0,4	min	-191,62	-199,35
	element	673,87	835,49
v = 0,49	min	-219,63	-229,08
	element	753,77	943,36

		nli = 45	echt
v = 0,0	min	-122,53	-126,18
	element	479,12	555,01
v = 0,1	min	-135,94	-140,05
	element	524,38	609,91
v = 0,2	min	-151,74	-156,54
	element	577,20	674,41
v = 0,3	min	-171,21	-176,76
	element	640,19	752,03
v = 0,4	min	-195,93	-202,42
	element	717,25	848,10
v = 0,49	min	-224,97	-232,35
	element	803,57	957,32

		nli = 55	echt
--	--	----------	------

0,49	element	713,95	918,70
------	---------	--------	--------

		nli = 32	echt
v = 0,0	min	-119,36	-123,72
	element	443,72	540,70
v = 0,1	min	-132,31	-137,26
	element	485,27	594,19
v = 0,2	min	-147,67	-153,30
	element	533,72	657,03
v = 0,3	min	-166,43	-173,02
	element	591,43	732,65
v = 0,4	min	-190,19	-198,04
	element	661,91	826,21
v = 0,49	min	-218,05	-227,15
	element	740,70	932,58

		nli = 40	echt
v = 0,0	min	-121,44	-125,44
	element	465,74	550,85
v = 0,1	min	-134,66	-139,22
	element	509,38	605,35
v = 0,2	min	-150,35	-155,53
	element	560,26	669,39
v = 0,3	min	-169,54	-175,56
	element	620,83	746,46
v = 0,4	min	-193,87	-201,06
	element	694,76	841,88
v = 0,49	min	-222,43	-230,81
	element	777,37	950,34

		nli = 50	echt
v = 0,0	min	-123,90	-126,80
	element	492,21	557,59
v = 0,1	min	-137,48	-140,77
	element	539,23	612,66
v = 0,2	min	-153,52	-157,29
	element	594,21	677,36
v = 0,3	min	-173,05	-177,59
	element	659,95	755,21
v = 0,4	min	-197,89	-203,41
	element	740,63	851,53
v = 0,49	min	-227,39	-233,39
	element	831,35	961,00

		nli = 62	echt
--	--	----------	------

v = 0,0	min	-121,73	-124,05
	element	487,58	543,76
v = 0,1	min	-135,02	-137,66
	element	534,69	597,65
v = 0,2	min	-150,74	-153,73
	element	589,90	660,99
v = 0,3	min	-169,91	-173,47
	element	656,07	737,24
v = 0,4	min	-194,12	-198,53
	element	737,53	831,65
v = 0,49	min	-222,89	-228,18
	element	829,51	939,07

v = 0,0	min	-123,35	-124,97
	element	504,90	548,82
v = 0,1	min	-136,88	-138,69
	element	554,53	603,19
v = 0,2	min	-152,93	-154,97
	element	612,90	667,08
v = 0,3	min	-172,58	-174,90
	element	683,15	743,99
v = 0,4	min	-197,46	-200,15
	element	770,10	839,23
v = 0,49	min	-226,61	-229,97
	element	868,92	947,56

		nli = 63	echt
v = 0,0	min	-123,65	-125,09
	element	507,17	549,45
v = 0,1	min	-137,22	-138,81
	element	557,14	603,87
v = 0,2	min	-153,29	-155,12
	element	615,93	667,84
v = 0,3	min	-172,91	-175,07
	element	686,73	744,85
v = 0,4	min	-197,70	-200,35
	element	774,43	840,19
v = 0,49	min	-227,15	-230,19
	element	874,18	948,63

		nli = 67	echt
v = 0,0	min	-124,35	-125,46
	element	515,71	551,03
v = 0,1	min	-138,03	-139,26
	element	566,96	605,55
v = 0,2	min	-154,24	-155,56
	element	627,36	669,61
v = 0,3	min	-174,15	-175,61
	element	700,27	746,71
v = 0,4	min	-199,40	-201,12
	element	790,81	842,15
v = 0,49	min	-229,00	-230,88
	element	894,14	950,67

		nli = 71	echt
v = 0,0	min	-125,20	-125,83
	element	523,43	553,13
v = 0,1	min	-139,01	-139,67
	element	575,84	607,83
v = 0,2	min	-155,37	-156,07
	element	637,71	672,13
v = 0,3	min	-175,36	-176,21
	element	712,54	749,51
v = 0,4	min	-200,65	-201,81
	element	805,69	845,29
v = 0,49	min	-230,69	-231,65
	element	912,33	954,18

		nli = 75	echt
v = 0,0	min	-125,80	-126,18
	element	530,36	555,01
v = 0,1	min	-139,70	-140,05
	element	583,83	609,91
v = 0,2	min	-156,13	-156,54
	element	647,02	674,41
v = 0,3	min	-176,35	-176,76
	element	723,59	752,03
v = 0,4	min	-202,03	-202,42
	element	819,11	848,10
v = 0,49	min	-232,15	-232,35
	element	928,75	957,32