

Bijdrage deuvewerking op ponsweerstand
Deuvewerking bij midden-kolom zonder afschuifwapening
door

M.M.H. Hahury

Bachelor of Science
in Civiele Techniek

aan de Technische Universiteit Delft,

1e begeleider:
2e begeleider:

Dr. Ir. Drs. C.R. Braam
Dr. Ir. P.C.J. Hoogeboom

TU Delft
TU Delft

Voorwoord

Dit rapport is geschreven naar aanleiding van het onderzoek naar de bijdrage van de uvelwerking op de totale ponsweerstand, uitgevoerd voor het departement Structural Engineering. Het onderzoek is uitgevoerd als bachelor eindwerk voor de opleiding Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. Mijn dank gaat uit naar Dr. Ir. Drs. C.R. Braam en Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom voor de begeleiding gedurende een periode van acht weken. Zonder hun hulp en kennis was het niet mogelijk dit onderzoek succesvol te laten verlopen.

Tot slot wordt van de lezer van dit rapport verwacht enige voorkennis te beschikken over het onderwerp betonconstructies.

Namens de auteur,

*M.M.H. Hahury
Delft, Juni 2017*

Samenvatting

Pons is over het algemeen het maatgevende bezwijkmechanisme bij vlakke vloeren. Dit bezwijkmechanisme staat bekend als kolommen in een kegelvorm door de vloer heen gedrukt worden. Daarentegen heeft iedere vloer een zogenaamde ponscapaciteit, bestaande uit een vijftal componenten; schuifspanningen in de betondrukzone, deuvelwerking, haakweerstand, boogwerking en overgebleven trekspanningen. Door de jaren heen is er ontzettend veel onderzoek gedaan naar het bezwijkmechanisme pons, maar zonder een eenduidige oplossing voor de verdeling van de bijdrage van de verschillende componenten. Een van de onderzoekers waren Theodorakopoulos en Swamy, die stelden dat de bijdrage van de deuvelwerking geschat kan worden op 25-35% voor twee richting dragende vlakke vloeren. Echter door de verscheidene onderzoeken, modellen en de aannemelijke range levert dit een hoop onzekerheid op omtrent de bijdrage van de componenten individueel.

Hiervoor is er een model opgesteld waarmee de deuvelwerking aan de hand van een ligger analogie bepaald kan worden. Hierin zijn de drie mechanismes van deuvelwerking; dwarskracht, buigend moment en axiale spanning uit buiging, verwerkt. Voor een betere representatie van de werkelijkheid is het ponsmodel aangevuld met de bijdrage van de betondrukzone en de unity check op vloeren zonder afschuifwapening, volgens de Eurocode 2. Het ponsmodel is vervolgens uitgewerkt met gekozen standaardafmetingen voor de vloerhoogte, $h = 400\text{mm}$, de kolomdimensies, $c = 300\text{mm}$, bij een overspanning van 8m. In het vervolg zijn deze drie parameters gevarieerd om individueel te bekijken welke invloed iedere parameter heeft op de bijdrage van de deuvelwerking.

Na vele berekeningen en formules volgt uit het ponsmodel, dat de bijdrage van de deuvelwerking, in het specifieke geval met de hierboven beschreven parameters, uitkomt op 43.3% met een bijbehorende deuvelkracht van 1225 kN. Echter zodra de parameters gevarieerd worden, heeft dit direct invloed op het percentage van de bijdrage. Bij een kleinere afmeting voor de kolom levert dit een percentueel grotere deuvelbijdrage op, evenals een toenemende vloerhoogte een percentueel grotere deuvelbijdrage oplevert. Tot slot levert een grotere overspanning een kleinere bijdrage van de deuvelwerking op.

Van de 180 doorgerkende situaties van het ponsmodel, is er exact één situatie gevonden die voldoet aan het criterium opgesteld door Theodorakopoulos en Swamy. De range voor het deuvelpercentage volgend uit dit model komt uit op 40-60% en valt hierdoor hoger uit dan eerder door Theodorakopoulos en Swamy is vastgesteld. Echter door het verwaarlozen van de haakweerstand en het afbrokkelen van de dekkende betonlaag bij een relatief grote verticale verplaatsing, opgeteld bij de vereenvoudigingen en aannames van het ponsmodel, levert dit onvoldoende bewijs om de stelling van Theodorakopoulos en Swamy te verwerpen. Het ponsmodel levert wel representatieve waarden in de verwachte eenheden, waardoor het model in eventueel vervolgonderzoek verfijnt kan worden door het toevoegen van onder andere de haakweerstand en de afbrokkelende betonlaag.

Begrippenlijst

In dit rapport is gebruik gemaakt van de volgende begrippen:

A_c	= betonoppervlak vloer	ρ_{ly}	= wapeningsverhouding y-richting
A_m	= manteloppervlak kegel	ρ_l	= gewogen wapeningsverhouding
A_{sx}	= wapeningsoppervlakte x-richting	$\rho_{l,eff}$	= effectieve wapeningsverhouding
A_{sy}	= wapeningsoppervlakte y-richting	σ_{s1}	= axiale spanning door buiging
b_{eff}	= effectieve breedte vloer	σ_{s2}	= spanning t.g.v. buigend moment
c	= dekking	τ	= schuifspanning t.g.v. dwarskracht
c_1	= kolomdimensie hoofdrichting 1	τ_{bm}	= schuifweerstand beton
c_2	= kolomdimensie hoofdrichting 2	$\emptyset_x$	= diameter wapening x-richting
d_x	= effectieve vloerhoogte x-richting	$\emptyset_y$	= diameter wapening y-richting
d_y	= effectieve vloerhoogte y-richting		
d_{eff}	= gemiddelde effectieve vloerhoogte		
E_{cm}	= elasticiteitsmodules beton		
E_s	= elasticiteitsmodules wapeningsstaal		
f_{cd}	= rekenwaarde druksterkte van beton		
f_{ck}	= karakteristieke cilinderdruksterkte van beton		
f_{ctm}	= gemiddelde betontreksterkte		
f_{yd}	= rekenwaarde vloeispanning wapeningsstaal		
h	= vloerhoogte		
I	= traagheidsmoment		
k	= vormfactor schuifspanning		
l_0	= scheurwijdte		
l_{bd}	= verankeringslengte wapeningsstaaf		
l_{scheur}	= effectieve scheurlengte wapeningsstaaf		
l_x	= overspanning x-richting		
l_y	= overspanning y-richting		
q_{Ed}	= rekenwaarde totale belasting		
q_G	= eigen belasting		
q_Q	= variabele belasting		
u_1	= toetsingsperimeter		
v_{Ed}	= optredende schuifspanning		
v_{min}	= minimale schuifspanning		
v_{Rd}	= rekenwaarde schuifspanning		
V_C	= ponscapaciteit t.g.v. bijdrage betondrukzone		
V_D	= ponscapaciteit t.g.v. deuvelwerking		
V_{Ed}	= optredende dwarskracht		
V_{Rd}	= rekenwaarde dwarsweerstand		
W	= weerstandsmoment		
x_u	= hoogte betondrukzone		
z	= inwendige hefboomsarm		
β	= excentriciteitsfactor midden-kolom		
γ_G	= belastingfactor eigen gewicht (1.2)		
γ_Q	= belastingfactor variabel gewicht (1.5)		
δ_0	= verticale verplaatsing wapeningsstaaf		
Δl_{staaf}	= verlenging van de wapeningsstaaf		
θ	= scheurhoek beton (26.6°)		
ρ	= dichtheid beton (25 kN/m ³)		
ρ_{lx}	= wapeningsverhouding x-richting		

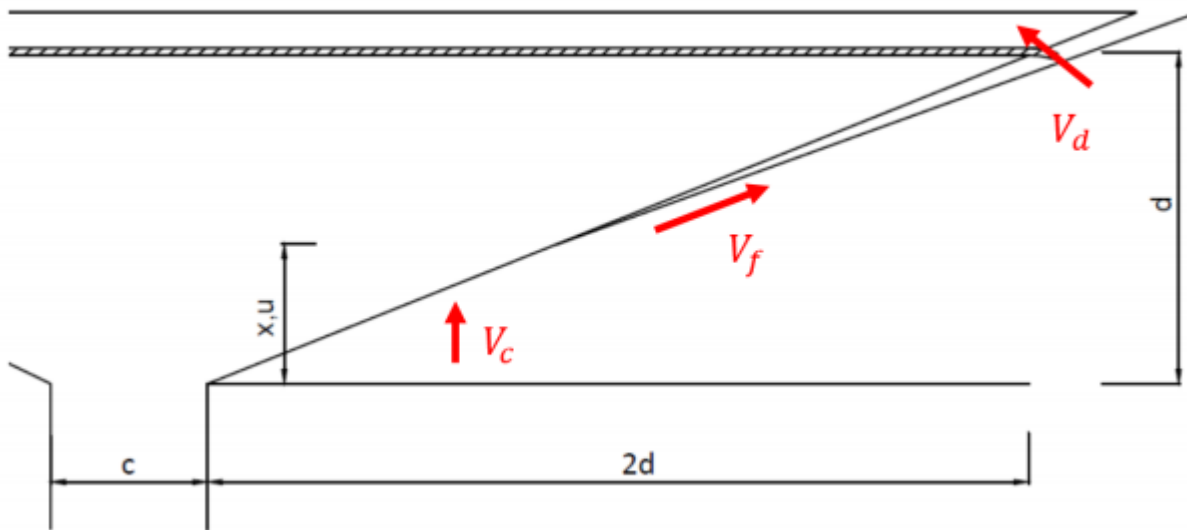
Inhoudsopgave

Voorwoord	II
Samenvatting.....	III
Begrippenlijst	IV
1. Inleiding	1
1.1. Probleemstelling	2
1.2. Doelstelling	2
1.3. Leeswijzer	2
2. Theorie	3
Berekening ponsweerstand.....	4
2.1. Aannames	5
2.2. Afleiding formule ponsweerstand	6
Deuvelwerking	6
Betondrukzone	8
3. Onderzoeksmethode	9
3.1. Hypothese	9
3.2. Parameters	9
4. Resultaten.....	10
4.1. Pons zonder afschuifwapening	10
4.2. Model ponsweerstand	10
Deuvelwerking	10
Betondrukzone	11
4.3. Parameteronderzoek	11
Kolomdimensie	12
Vloerhoogte/effectieve hoogte	12
Overspanning	13
5. Conclusie	14
6. Discussie	15
Bibliografie	16
Tabellijst.....	16
Figuurlijst	16
Bijlage	17
Bijlage 1: Controle op pons zonder afschuifwapening	17
Bijlage 2: Berekening bijdrage deuvelwerking.....	18
Bijlage 3: Berekening bijdrage betondrukzone.....	19
Bijlage 4: Parameteronderzoek: kolomdimensie	20
Bijlage 5: Parameteronderzoek: vloerhoogte/effectieve hoogte	21
Bijlage 6: Parameteronderzoek: overspanning.....	22

1. Inleiding

Dit rapport bevat een vervolgonderzoek op het werk van S.M. el Hag, *'Ponsweerstand van rand-, midden- en hoekkolommen'*. Het vervolgonderzoek verdiept zich in de bijdrage van de deuvelwerking op de totale ponsweerstand. Pons staat algemeen bekend als het maatgevende bezwijkmechanisme voor vlakke vloeren, waarbij kolommen in de vorm van een kegel door de vloer drukken. Echter beschikt iedere vloer over een bepaalde ponscapaciteit die weerstand moet bieden tegen dit bezwijkmechanisme. Deze ponscapaciteit is opgebouwd uit een vijftal componenten, namelijk:

- Schuifspanningen in de betondrukzone (V_c);
- Deuvelwerking (dowel action) (V_d);
- Haakweerstand (aggregate interlocking) (V_f);
- In mindere mate de boogwerking (arching action), deze wordt over het algemeen verwaarloosd vanwege de grote overspanningen in verhouding tot de beperkte hoogte;
- De overgebleven trekspanningen (residual tensile stresses), deze bijdrage is echter nihil en wordt daardoor over het algemeen ook verwaarloosd.



Figuur 1: Maatgevende componenten ponsweerstand (el Hag, S.M. (2017))

Aan de hand van dit vijftal componenten is de totale bijdrage van de ponsweerstand beschreven. In het vervolg van dit rapport zal dieper in worden gegaan op de bijdrage van de deuvelwerking, in het specifieke geval van een midden-kolom zonder afschuifwaaening.

De deuvelwerking bestaat uit de weerstand die de wapeningsstaven in een gescheurde toestand leveren. Deze weerstand bestaat weer uit een drietal mechanismes, namelijk:

- De afschuifkracht of dwarskracht in de wapeningsstaaf nadat deze is vervormd ten gevolge van een verticale verplaatsing tussen de verschillende vloerdelen;
- Het optredende buigend moment, in de hierboven omschreven situatie, tussen de twee optredende afschuifkrachten aan beide kanten van de scheur;
- De axiale spanning uit buiging ten gevolge van het eigen gewicht van de vloer en een aangenomen variabele belasting in de uiterste belasting toestand (ULS).

Met een, aan de hand van deze mechanismes, opgesteld ponsmodel kan de bijdrage van de deuvelwerking als percentage van de totale ponsweerstand worden bepaald.

1.1. Probleemstelling

Door de jaren heen is er veel onderzoek gedaan naar het bezwijkmechanisme pons. Hieruit zijn verschillende benaderingen voortgekomen waaronder het staakwerkmodel, breukanalyse, eindige-elementenmethode en het model van Kinnunen en Nylander. (Theodorakopoulos, D.D., Swamy, R.N. (2002)) Door deze vele benaderingen is er geen eenduidig antwoord voor het ponsprobleem en nog minder voor de specifieke bijdrage van de deuvelwerking. Onderzoekers Theodorakopoulos en Swamy stelden dat de bijdrage van deuvelwerking voor twee richting dragende vlakke vloeren zonder afschuifwapening geschat kan worden op 25-35% van de totale ponsweerstand. Dit is echter nog steeds een grote range van onzekerheid, terwijl het mogelijk is om voor de verschillende mechanismes van de deuvelwerking de bijdrage uit te rekenen. Dit leidt tot de volgende onderzoeksvraag:

Kan met een afgeleid model van de drie mechanismes van deuvelwerking aangetoond worden dat de bijdrage van deuvelwerking op de totale ponsweerstand 25-35% is, zoals Theodorakopoulos en Swamy eerder stelden?

1.2. Doelstelling

Door het opstellen van een model die de bijdrage van deuvelwerking op een theoretische manier omschrijft, kan de bijdrage van ieder mechanisme bepaald worden. Hierdoor kan er meer inzicht komen of de bijdrage van deuvelwerking daadwerkelijk 25-35% bedraagt van de totale ponsweerstand van twee richting dragende vlakke vloeren zonder afschuifwapening. Daarnaast kan er meer duidelijkheid verschaft worden over de invloed van verschillende parameter, onder andere de dimensies van kolom en vloer, op het percentuele bijdrage van de deuvelwerking.

1.3. Leeswijzer

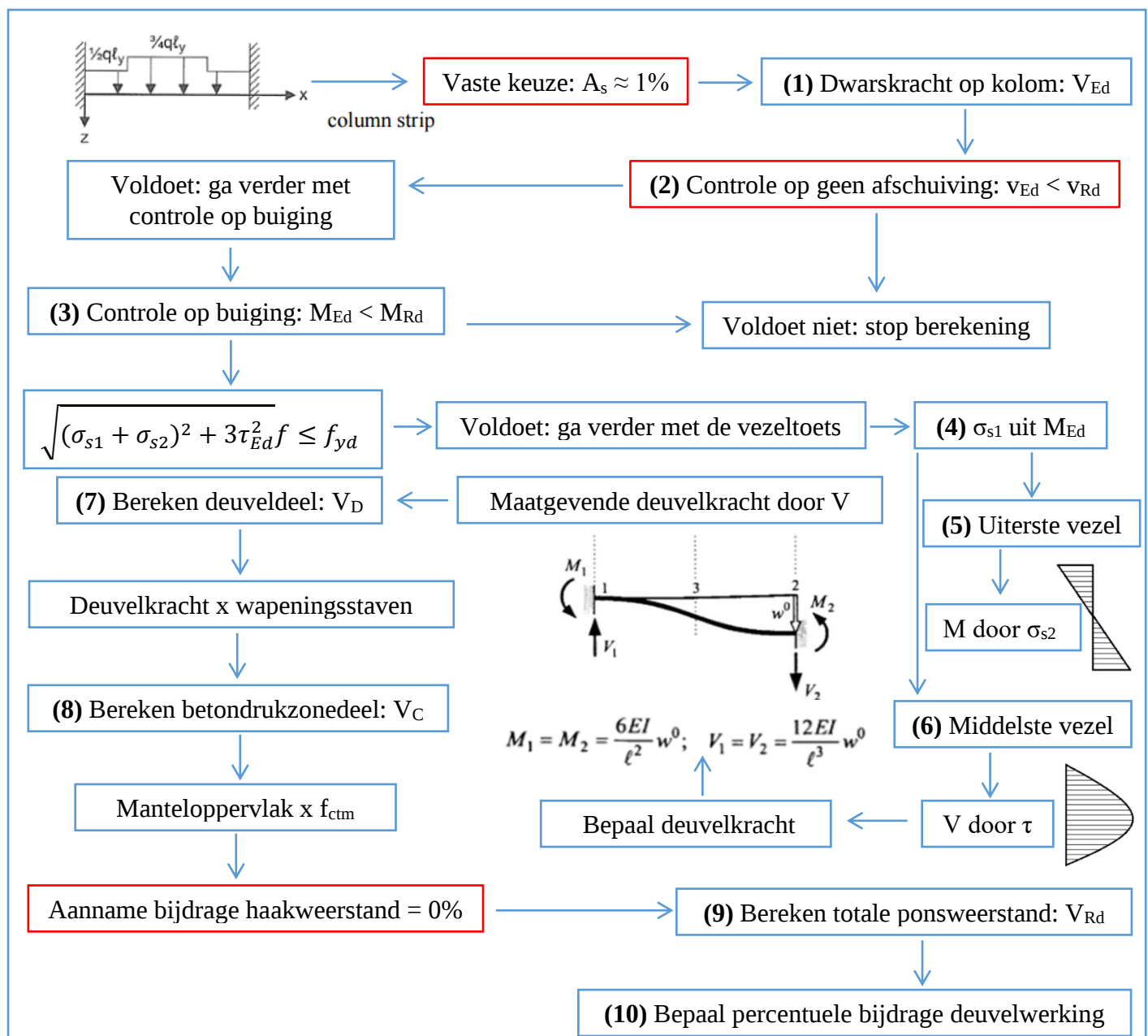
Om tot het antwoord op de hoofdvraag te komen, geeft hoofdstuk 2 de benodigde achtergrondinformatie. De theorie bestaat uit de berekening van de ponsweerstand, evenals de gemaakte aannames en de afleiding van het ponsmodel voor de berekening van de bijdrage van de deuvelwerking. Vervolgens beschrijft hoofdstuk 3 de toegepaste onderzoeksmethode, waarin de hypothese wordt opgesteld en de variatie van specifieke parameters wordt toegelicht. De verkregen resultaten worden in hoofdstuk 4 getoond en geanalyseerd, evenals het effect van de verschillende parameters. Vervolgens worden in hoofdstuk 5 conclusies getrokken omtrent de validiteit van het model en de verkregen resultaten. Daarnaast zal in dit hoofdstuk conclusies worden getrokken gebaseerd op de hoofdvraag van het onderzoek. Tot slot, in hoofdstuk 6 zal een discussie gevoerd worden over het verloop van het onderzoek en het ponsmodel met de bijbehorende resultaten, waarbij ook aanbevelingen worden gedaan voor eventueel vervolgonderzoek.

2. Theorie

Het belangrijkste bezwijkmechanisme in vlakke vloeren is pons. Wanneer de draagcapaciteit onvoldoende is rondom de ondersteunende kolommen zal de constructie bezwijken, onder toedoen van een combinatie van lokaal zeer hoge schuifspanningen en normaal drukspanningen. De vloer zal uiteindelijk bezwijken op de locatie waar de kracht wordt overdragen op de kolom, dit zal met een scheurhoek van ongeveer 26.6° graden op een afstand $2d$ van de rand van de kolom gebeuren.

In dit hoofdstuk wordt de berekening van de ponsweerstand voor een in twee richting dragende vlakke vloer zonder afschuifwapening uitgewerkt en gecontroleerd aan de hand van een unity check op afschuiving. Vanwege de complexiteit van het onderzoek en de beperkte tijd wordt er louter gekeken naar de ponsweerstand van een rechthoekige midden-kolom. Daarnaast zullen er voor de berekeningen enkele weloverwogen aannames gemaakt worden, die eveneens in dit hoofdstuk worden gesommeerd.

Het toegepaste ponsmodel is vereenvoudigd weergegeven in het stroomschema (Figuur 2 hieronder, waarbij in tien stappen het volledige model wordt doorlopen. De nummering verwijst naar de tekstuele uitleg in de volgende paragraaf, waarin dieper wordt ingegaan op de afleiding van het ponsmodel.

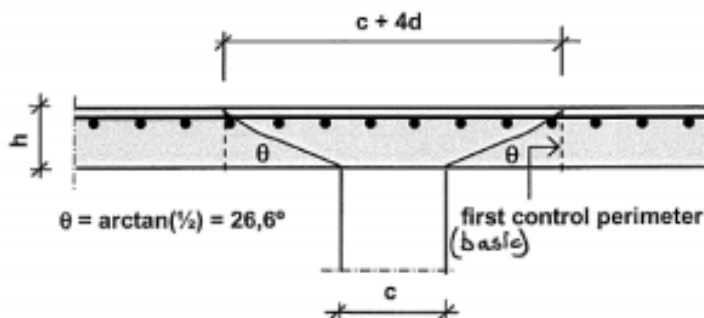


Figuur 2: Stroomschema ponsmodel

Berekening ponsweerstand

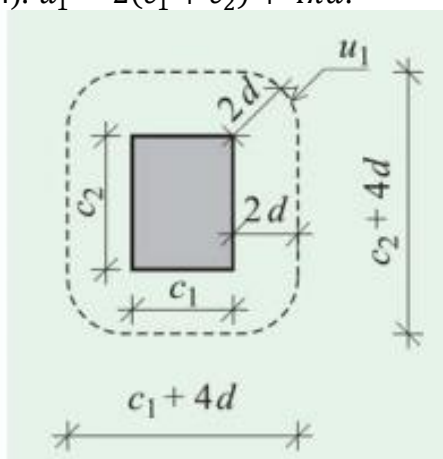
De berekening van de ponsweerstand wordt gedaan aan de hand van de eurocode 2, dit is de Europese norm voor alle berekeningen omtrent betonconstructies. Hieronder vallen ook de berekeningen voor ponsweerstand zonder afschuifwapening. Door de complexiteit van de ponsberekening wordt er in de eurocode gebruik gemaakt van een vereenvoudigd rekenmodel. Dit model zal hieronder beschreven worden.

De rekenwaarde voor de ponsschuifspanning volgt uit de dwarskracht gedeeld door het desbetreffende oppervlak, die bepaald wordt door de eerste controle perimeter u_1 (Figuur 3).



Figuur 3: Eerste controle perimeter (Dictaat CIE3150 (2013))

In dit rapport zal er echter enkel gekeken worden naar een rechthoekige midden-kolom, hiervoor geldt de volgende controle perimeter (Figuur 4): $u_1 = 2(c_1 + c_2) + 4\pi d$.



Figuur 4: Controle perimeter voor rechthoekige midden-kolom (Dictaat CIE3150 (2013))

Hieruit volgt vervolgens de formule voor de ponsschuifspanning: $v_{Ed} = \frac{V_{ed}\beta}{u_1 d}$, waarvoor de excentriciteitsfactor (β) een standaardwaarde van 1.15 voor een midden-kolom is aangenomen (2.1 Aannames).

Aangezien ponsweerstand wordt berekend in de uiterste belasting toestand (ULS) moeten de belastingen, eigen en variabel, vermenigvuldigd worden met de belastingfactoren betreffend eigen gewicht (γ_G) en variabel gewicht (γ_Q). De dwarskracht volgt vervolgens uit de gesommeerde belasting, inclusief belastingfactoren, vermenigvuldigd met de overspanningen in x- en y-richting: $V_{ed} = l_x l_y q_{ed}$ (1).

Het betreft hier om een dragende vloer in twee richtingen, waardoor de effectieve vloerhoogte gelijk moet zijn aan de gemiddelde effectieve hoogte van x- en y-richting:

$$d = d_{eff} = \frac{d_x + d_y}{2} \text{ met } d_x = h - c - \frac{\phi_x}{2} \text{ en } d_y = h - c - \frac{\phi_y}{2}$$

De optredende ponsschuifspanning is nu volledig beschreven. Aangezien er in dit rapport alleen gerekend wordt aan vlakke vloeren zonder afschuifwapening geldt dat de rekenwaarde voor de ponsschuifspanning, v_{Ed} , kleiner moet zijn dan de rekenwaarde afschuifspanning, v_{Rd} . Deze controle wordt uitgevoerd aan de hand van een unity check.

$$v_{Rd} = 0.12k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + k_1 \sigma_{cp}$$

$$v_{min} = 0.035k^{\frac{2}{3}}f_{ck}^{\frac{1}{2}} + k_1 \sigma_{cp}$$

Waarin:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (d \text{ in mm})$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx}\rho_{ly}} \leq 0.02$$

Het effect van spanningen in het vloervlak wordt aangenomen als nul ($k_1 \sigma_{cp} = 0$), waardoor er geen versnelling of vertraging ontstaat van de bezwijkbelasting. Tot slot, de unity check voor de ponsschuifspanning moet kleiner zijn dan 1.0 om te voldoen zonder afschuifwapening:

$$unity\ check = \frac{v_{Ed}}{v_{Rd}} \leq 1.0 \quad (2)$$

2.1. Aannames

Tijdens dit onderzoek worden verschillende aannames gedaan, betreffende de dimensies, factoren en formules, allen ten gevolge van de complexiteit van het onderzoek. Een overzicht van alle aannames wordt hieronder weergegeven:

- De vloer wordt toegepast als vlakke vloer;
- De kolommen zijn rechthoekig;
- De vloer voldoet zonder afschuifwapening;
- De excentriciteitsfactor (β) voor een midden-kolom is 1.15;
- De vloer staat niet onder druk of trek ($k_1 \sigma_{cp} = 0$);
- De hoogte van de vloer varieert niet over de lengte;
- Voor de gehele constructie is gebruikt gemaakt van betonsoort C55/67;
- Het wapeningsstaal is van staalsoort B500B;
- In de vloer is gebruikt gemaakt van langs wapening met diameter $\varnothing 20$;
- De variabele belasting bedraagt 5 kN/m^2 ;
- De dekking is toegepast volgens eurocode 2 standaard $c = 25 \text{ mm}$;
- De scheurhoek is $\theta = 26.6^\circ$;
- Het wapeningspercentage wordt aangenomen rond de 1%;
- De gesommeerde bijdrage van haakweerstand, boogwerking en overgebleven trekspanningen is 0%;
- De scheurwijdte is $l_0 = 10 \text{ mm}$;
- De kolomstrook is geschematiseerd als een ligger op 3 steunpunten.;
- Het verschuiven van de momentenlijn ten gevolge van scheurvorming is niet in het ponsmodel meegenomen;
- Afbrokkeling van de dekkende betonlaag is niet in het ponsmodel meegenomen.

2.2. Afleiding formule ponsweerstand

Zoals eerder in de inleiding al benoemd is, is de ponscapaciteit opgebouwd uit een vijftal componenten. Hiervan worden echter alleen de schuifspanningen in de betondrukzone (V_c), de deuvelwerking (dowel action') (V_d) en de haakweerstand (aggregate interlocking) (V_f) meegenomen in de berekening van de ponscapaciteit, wat leidt tot de volgende formule: $V_{Rd} = V_c + V_d + V_f$.

Dit rapport bestaat uit een onderzoek naar de bijdrage van de deuvelwerking naar aanleiding van de stelling van Theodorakopoulos en Swamy. In de analyse van Theodorakopoulos en Swamy is aangenomen om in de berekening van de ponscapaciteit enkel gebruik te maken van de componenten schuifspanningen in de betondrukzone en de deuvelwerking. Ondanks de eerdere stelling dat de bijdrage door o.a. de haakweerstand ruwweg 0-15% van de capaciteit bedraagt, wordt deze bijdrage als 0% aangenomen voor de gelijkheid van de analyse. Dit leidt tot de formule: $V_{Rd} = V_c + V_d$, waarvan in de volgende paragrafen deze twee componenten individueel in detail worden beschreven.

Deuvelwerking

De deuvelwerking is opgebouwd uit een drietal componenten, namelijk: 1. Dwarskracht, 2. Moment en 3. een axiale spanning uit buiging. Deze drie componenten verzorgen de weerstand tegen het bezwijken op pons, hiervoor geldt een belangrijke voorwaarde dat het wapeningsstaal niet alvorens is bezweken op afschuiving. De maximale bijdrage wordt begrensd door de vloeispanning, f_{yd} , van het wapeningsstaal, B500B, volgend uit M_{Rd} . Voor het opstellen van een unity check voor de wapeningsstaven is gebruik gemaakt van de ligger analogie met een doorsnede belast op buigend moment en dwarskracht. σ_{s1} kan bepaald worden uit M_{Ed} en om de overige twee bijdragende mechanismes te bepalen moet σ_{s1} kleiner zijn

dan f_{yd} . Dit leidt tot de volgende unity check op buiging: $\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq f_{yd}$ met $\sigma_{x,Ed} = \sigma_{s1} + \sigma_{s2}$ (3).

De drie componenten zijn verwerkt in de unity check met de axiale spanning uit buiging (σ_{s1}), het moment in de uiterste vezel (σ_{s2}) en de dwarskracht (τ). Achtereenvolgens worden de afleidingen gegeven van iedere component:

- Axiale spanning uit buiging (4):

De eerste component van de deuvelwerking wordt bepaald aan de hand van het moment ten gevolge van het eigen- en de variabele belasting in de uiterste belasting toestand (ULS). Dit moment wordt bepaald op een afstand $2d$ van de rand van de kolom daar waar de ponsscheur de bovenwapening bereikt heeft. Dit moment wordt bepaald over de kern van de kolom met een breedte van b_{eff} , waarbij de wapening over deze zone meegerekend mag worden als trekwapening, indien deze voldoende is verankerd. Dit geeft de volgende formule voor deze component:

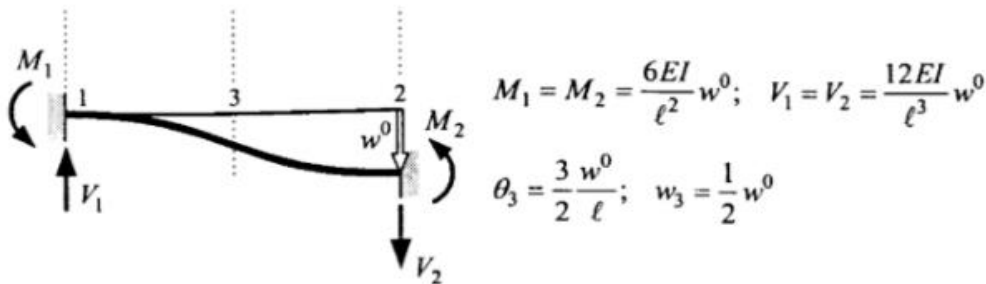
$$\sigma_{s1} = \frac{M_{2d}}{zA_{sx}} = \frac{M_{2d}}{0.81h * \rho_l h b_{eff}} \text{ met } b_{eff} = c_1 + 6d_{eff}$$

Hiermee is de eerste component van de unity check bepaald. Om de overige componenten te bepalen wordt vervolgens de verankeringslengte van de wapeningsstaaf berekend: $l_{bd} = \frac{\sigma_x \sigma_{s1}}{4\tau_{bm}}$. De axiale spanning uit buiging levert daarnaast een verlenging van de wapeningsstaaf op, die beschreven wordt met de volgende formule: $\Delta l_{staaf} = \left(2l_{bd} * \frac{1}{2} \frac{\sigma_{s1}}{E_s}\right) + l_0 \frac{\sigma_{s1}}{E_s}$. Echter bevinden zich in deze formule twee onbekenden, namelijk Δl_{staaf} en l_0 , waardoor er voor de scheurwijdte een aanname wordt gedaan. Hierdoor kan er voor een aangenomen scheurwijdte van $l_0 = 10\text{mm}$ alsnog de deuvelwerking worden bepaald.

Hiermee is de totale effectieve lengte van de wapeningsstaaf, gemeten over het gescheurde oppervlak van de vloer bepaald: $l_{scheur} = l_0 + \Delta l_{staaf}$. Deze lengte is van belang voor de bepaling van zowel de dwarskracht als het buigend moment.

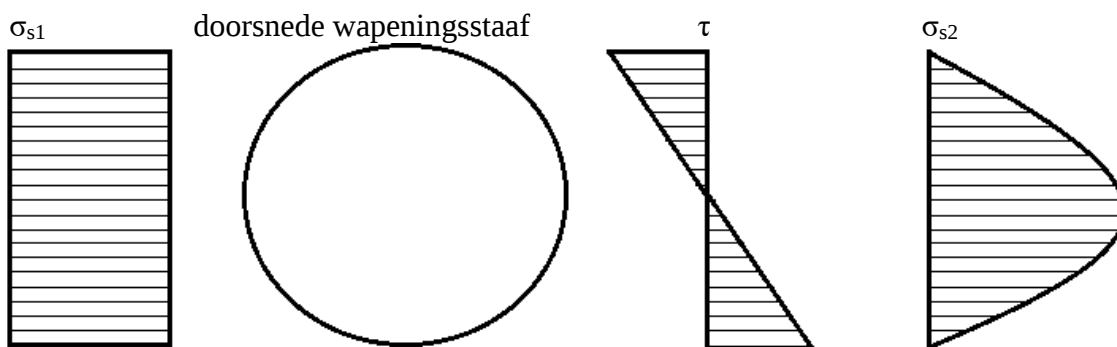
- Dwarskracht/buigend moment:

Nadat de ponsscheur is opgetreden en de wapeningsstaven zijn ingesteld op de nieuwe situatie, treedt de door Figuur 5 geïllustreerde situatie op. Het bijbehorende vergeet-me-nietje beschrijft de dwarskracht en het moment voor deze situatie.



Figuur 5: Mechanica vergeet-me-nietje (Hartsuijker, C., Welleman H. (2004))

Het is echter afhankelijk van welk punt in de doorsnede van de wapeningsstaaf uiteindelijk maatgevend is voor de maximale deukbijdrage. De karakteristieke spanningen van iedere component over de gehele doorsnede van de wapeningsstaaf zijn hieronder weergegeven:



Figuur 6: Spanningsverloop van iedere component over de doorsnede van de wapeningsstaaf

De component van de axiale spanning door buiging levert een uniform spanningsverloop op, waardoor deze onafhankelijk is voor de maatgevende vezel. Ter vereenvoudiging van het onderzoek zal enkel gekeken worden naar de uiterste vezel en de middelste vezel. In deze twee situaties is één component maximaal en de ander nul, hierdoor kan direct de maximale spanning van een component bepaald worden.

- Situatie 1: uiterste vezel (5)

In deze situatie is het moment maatgevend en is de bijdrage van de dwarskracht gelijk aan nul. Met behulp van de unity check voor een doorsnede belast op buigend moment en dwarskracht kan de spanning ten gevolge van het moment bepaald worden. Hiermee wordt vervolgens het optredende moment zelf ook bepaald en de bijbehorende verticale verplaatsing van de wapeningsstaaf; δ_0 . Met behulp van de delta kan de deukkracht per wapeningsstaaf, V , worden berekend aan de hand van de formule omschreven in situatie 2.

$$M = \sigma_{s2} W = \frac{6EI}{l_{scheur}^2} \delta_0$$

- Situatie 2: middelste vezel (6)

Voor deze situatie geldt dat de dwarskracht maximaal is en het moment gelijk is aan nul. Door opnieuw gebruik te maken van dezelfde unity check kan de deukkracht per wapeningsstaaf, V , worden berekend evenals de bijbehorende verticale verplaatsing van de wapeningsstaaf; δ_0 .

$$V = \frac{\tau \phi_x I}{S} = \frac{12EI}{l_{scheur}^3} \delta_0$$

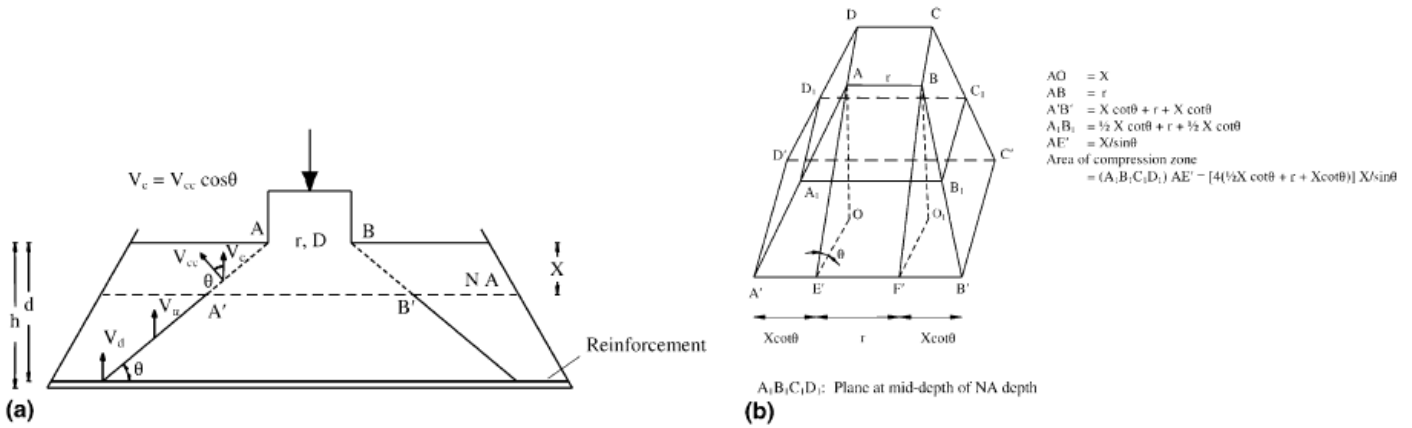
Uit deze twee situatie wordt vervolgens de grootste, maatgevende deukelkracht genomen om de bijdrage van de deukelwerking te bepalen.

Na het verwerken van alle drie de componenten; axiale spanning uit buiging, buigend moment en dwarskracht, in het model kan de formule voor de totale bijdrage van de deukelwerking worden bepaald:

$$V_d = V * \frac{4A_s}{\pi\phi^2} \quad (7).$$

Betondrukzone

De bijdrage van de schuifspanning in de betondrukzone wordt bepaald door het kegelvormige manteloppervlak onder de neutrale lijn te vermenigvuldigen met de gemiddelde betontreksterkte, f_{ctm} . Deze kegelvorm wordt beschreven door de rechte lijn ten gevolge van de rechthoekigheid van de kolom onder de scheurhoek van 26.6° . De bijdrage van de schuifspanning in de betondrukzone wordt bepaald door de verticale component van de schuifkracht loodrecht werkende op het manteloppervlak: $V_c = V_{cc} * \cos(\theta)$.



Figuur 7: Model manteloppervlak betondrukzone (Theodorakopoulos, D.D., Swamy, R.N. (2002))

De kegel is lineair beschreven, waardoor de omtrek halverwege de betondrukzone genomen mag worden als gemiddelde. Deze omtrek wordt vervolgens vermenigvuldigd met de lengte van de schuine zijde, hiermee is het manteloppervlak beschreven: $A_m = (4x_u \cot(\theta) + 2(c_1 + c_2)) * \frac{x_u}{\sin(\theta)}$.

Hiermee kan de totale bijdrage van schuifspanningen in de betondrukzone worden beschreven als:

$$V_c = A_m * f_{ctm} * \cos(\theta) = (4x_u \cot(\theta) + 2(c_1 + c_2)) * \frac{x_u}{\sin(\theta)} * f_{ctm} * \cos(\theta)$$

Na vereenvoudig leidt dit tot de volgende formule:

$$V_c = (4x_u^2 \cot(\theta)^2 + 2(c_1 + c_2)x_u \cot(\theta)) * f_{ctm} \quad (8)$$

De hoogte van de betondrukzone wordt bepaald aan de hand van de volgende formule:

$$x_u = \left(-\alpha_e \rho_{l,eff} + \sqrt{(\alpha_e \rho_{l,eff})^2 + 2\alpha_e \rho_{l,eff}} \right) d_{eff} \text{ met } \alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} \text{ en } \rho_{l,eff} = \frac{A_{sx}}{A_c}$$

Door beide bijdrages van de deukelwerking en de betondrukzone bij elkaar op te tellen is de totale ponsweerstand bepaald: $V_{rd} = V_c + V_d$ (9). Door vervolgens de bijdrage van de deukelwerking als percentage van de gesommeerde bijdrage van zowel de betondrukzone als de deukelwerking uit te drukken, kan de deukelbijdrage bepaald worden: $\frac{V_d}{V_{rd}} * 100\%$ (10).

3. Onderzoeksmethode

Het onderzoek bestaat uit het bewijzen of verwerpen van de nulhypothese gebaseerd op de analyse van Theodorakopoulos en Swamy over de bijdrage van de deuvelwerking ten opzichte van de totale ponsweerstand. De hypothese wordt bewezen of ontkracht door middel van een alternatieve hypothese op te stellen. Dit is in het vorige hoofdstuk gedaan aan de hand van de formule voor de componenten van de ponsweerstand. Daarnaast is het voor het onderzoek interessant welke parameters van invloed zijn op het gevonden percentage en onder welke situatie de hypothese eventueel wel of niet voldoet.

3.1. Hypothese

In het artikel “*Ultimate punching shear strength analysis of slab-column connections*” stelden Theodorakopoulos en Swamy dat de bijdrage van deuvelwerking op de totale ponsweerstand 25-35% was. Dit leidt tot de nulhypothese van dit rapport, namelijk:

De bijdrage van de deuvelwerking op de totale ponsweerstand is 25% tot 35%. (Theodorakopoulos, D.D., Swamy, R.N. (2002))

Het doel van het onderzoek is het bewijzen/ontkrachten van deze nulhypothese. Dit wordt gedaan door het toepassen van een eigen opgesteld model voor de ponsweerstand beschreven in paragraaf 0, om vervolgens de specifieke bijdrage van de deuvelwerking als percentage van de totale ponsweerstand uit te drukken. Hierin zijn de drie eerder beschreven mechanismes van de deuvelwerking in verwerkt en dit geeft als alternatieve hypothese:

$$\frac{V_d}{V_{rd}} * 100\% \text{ met } V_{rd} = V_c + V_d, V_c = (4x_u^2 \cot(\theta))^2 + 2(c_1 + c_2)x_u \cot(\theta)) * f_{ctm} \text{ en } V_d = V * \frac{4A_s}{\pi\phi^2}.$$

Deze formule wordt uitgewerkt met de eerder vastgestelde aannames en verder onderzocht door te variëren in specifieke parameters, die hieronder worden toegelicht.

3.2. Parameters

Om het hierboven beschreven onderzoek een extra dimensie te geven, wordt er ook gekeken naar de invloed van enkele parameters op de bijdrage van de deuvelwerking. Hierbij zal specifiek gekeken worden naar de invloed van de dimensies van de kolom en vloer, andere parameters worden als constant beschouwd. Een belangrijke voorwaarde tijdens het variëren van de parameters is dat de vloer ten allen tijden moet voldoen zonder afschuifwapening, vervolgens worden de volgende parameters onderzocht:

- Dimensies kolom: Wat gebeurt er wanneer de afmetingen van de kolom gelijkmatig verkleinen/vergroten bij gelijke overspanningen van de vloer in x- en y-richting? Daarnaast is het interessant om de gunstigste afmetingen van een kolom te vinden bij vaste overspanningen, zodat de vloer voldoet zonder afschuifwapening.
- Vloerhoogte/effectieve hoogte: welke invloed heeft een verkleining/vergroting van de effectieve hoogte op de bijdrage van deuvelwerking? Daarnaast is het interessant om de verhouding bijdrage betondrukzone/deuvelwerking uit te zetten te de verandering van effectieve hoogte. Een belangrijke randvoorwaarde hiervoor is dat de vloer altijd moet voldoen zonder afschuifwapening. De variatie in effectieve hoogte levert dus ook limieten op.
- Overspanningen vloer: grote overspanningen leiden tot grotere krachten en momenten, maar in welke mate worden deze verdeeld over de bijdrage deuvelwerking en betondrukzone? Door te variëren in de overspanning kan ook de maximale overspanning gevonden worden bij een standaardafmeting voor de kolom, zodat de vloer ook in dit geval voldoet zonder afschuifwapening.

4. Resultaten

Het onderzoek naar de bijdrage van deuvelwerking op de totale ponsweerstand is opgebouwd uit een aantal stappen. De eerste stap van het onderzoek is de eis dat de vloer voldoet aan pons zonder afschuifwapening. De tweede, en meest belangrijke, stap is het opgestelde model voor de berekening van de bijdrage van de deuvelwerking en de betondrukzone aan de totale ponsweerstand. De verkregen resultaten worden in dit hoofdstuk in deze volgorde getoond en toegelicht. Tot slot, zal er nog gekeken worden naar het effect van het variëren van specifieke parameters, genoemd in hoofdstuk 3.2, op totale ponsweerstand. Tijdens het uitwerken van het onderzoek is gebruik gemaakt van aangenomen dimensies, deze worden echter in paragraaf 4.3 gevarieerd zodat het onderzoek uiteindelijk algemeen geldig is.

4.1. Pons zonder afschuifwapening

Voor de berekening van de pons zonder afschuifwapening is gebruik gemaakt van de methode beschreven in paragraaf 0. De vloer op pons zonder afschuifwapening, wanneer de unity check kleiner is dan 1.0, en met 0.1 als veiligheidsmarge, geeft dit als resultaat <0.9 .

$$v_{Ed} = \frac{V_{ed}\beta}{u_1 d} = 0.71 \text{ N/mm}^2$$

$$v_{Rd} = 0.12k(100\rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} = 0.82 \text{ N/mm}^2$$

Daarnaast moet gelden dat de rekenwaarde van de schuifspanning groter is dan de minimaal vereiste schuifspanning.

$$v_{min} = 0.035k^{\frac{3}{2}}f_{ck}^{\frac{1}{2}} = 0.60 \text{ N/mm}^2$$

Hieruit volgt dat de rekenwaarde van de schuifspanning voldoet aan de minimale eis en dit alles leidt tot de unity check: $unity\ check = \frac{v_{Ed}}{v_{Rd}} = 0.87 \leq 1.0$. Hiermee voldoet de vloer op pons zonder afschuifwapening en kan het opgestelde model gebruikt worden voor verdere berekeningen. De volledige berekening van de pons zonder afschuifwapening is terug te vinden in de bijlage 1.

4.2. Model ponsweerstand

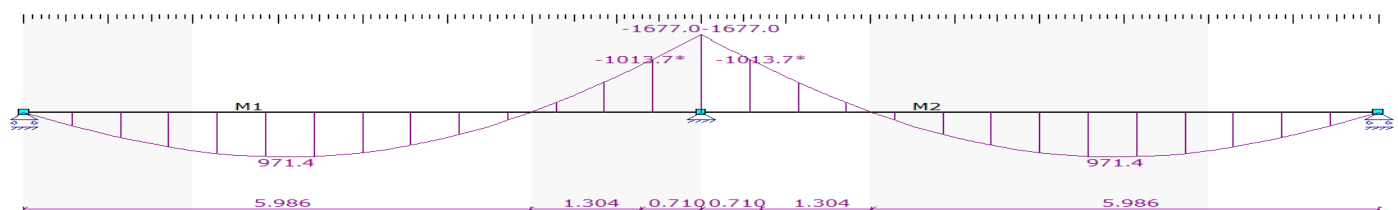
Het model is uitgewerkt met de parameters; kolomdimensie = 300mm x 300mm, vloerhoogte = 400mm en overspanning in x- en y-richting = 8m. In paragraaf 4.3 worden deze parameters verder onderzocht.

Het opgestelde model voor de berekening van de ponsweerstand uit paragraaf 0 bestaat uit een tweetal onderdelen, het aandeel van de deuvelwerking en de betondrukzone, $V_{Rd} = V_c + V_d$. Beide onderdelen zijn nodig om uiteindelijk de bijdrage van de deuvelwerking als percentage van de totale ponsweerstand te bepalen.

Deuvelwerking

Het eerste onderdeel, de deuvelwerking, wordt bepaald aan de hand van de volgende unity check:

$\sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3\tau_{Ed}^2} \leq f_{yd}$, bestaande uit drie componenten; axiale spanning door buiging, dwarskracht en buigend moment. De axiale spanning uit buiging wordt berekend voor de aangenomen variabele belasting en het eigen gewicht van de vloer, inclusief veiligheidsfactoren. Dit levert de volgende momentenlijn voor vlakke vloeren op:



Figuur 8: Matrixframe momentenlijn vlakke vloer

Door het moment op afstand $2d$ tot de rand van de kolom te nemen, levert dit de volgende spanning en de bijbehorende controle op buiging op: $\sigma_{s1} = \frac{M_{2d}}{zA_{sx}} = 314.8 \text{ N/mm}^2 \leq 435 \text{ N/mm}^2$. Hieruit volgt dat de vloer voldoet op buiging en er verder gerekend mag worden aan het model.

Zoals al eerder is aangegeven worden er twee spanningssituaties onderzocht; de uiterste vezel en de middelste vezel van de wapeningsstaaf. De belangrijkste resultaten voor beide situaties zijn weergegeven in Tabel 1, voor de complete uitwerking wordt doorverwezen naar bijlage 2. Uit deze twee situaties volgt dat de maatgevende deukelkracht wordt gegeven in situatie 2: middelste vezel ($\sigma_{s2} = 0$), dit leidt tot de totale deukelkracht: $V_d = V * \frac{4A_s}{\pi\phi^2} = 1225 \text{ kN}$.

	Eenheid	Situatie 1: uiterste vezel ($\sigma_{s2} = \text{max}$ en $\tau = 0$)	Situatie 2: middelste vezel ($\tau = \text{max}$ en $\sigma_{s2} = 0$)
(Schuif)spanning	N/mm ²	120.2	173.3
Verplaatsing	mm	0.0011	0.0025
Deukelkracht	kN	18.3	40.8

Tabel 1: Spanning, verplaatsing en deukelkracht bij specifieke vezels

Betondrukzone

Het tweede onderdeel, het aandeel van de betondrukzone, is berekend aan de hand van de afgeleide formule: $V_c = (4x_u^2 \cot(\theta)^2 + 2(c_1 + c_2)x_u \cot(\theta)) * f_{ctm} = 1604 \text{ kN}$. Voor de volledige uitwerking van de bijdrage van de betondrukzone wordt verwezen naar bijlage 3.

Hierdoor ligt ook de totale ponsweerstand vast: $V_{rd} = V_c + V_d = 2830 \text{ kN}$ en kan de percentuele bijdrage van de deukwerking als volgt bepaald worden $\frac{V_d}{V_{rd}} * 100\% = 43.3\%$.

4.3. Parameteronderzoek

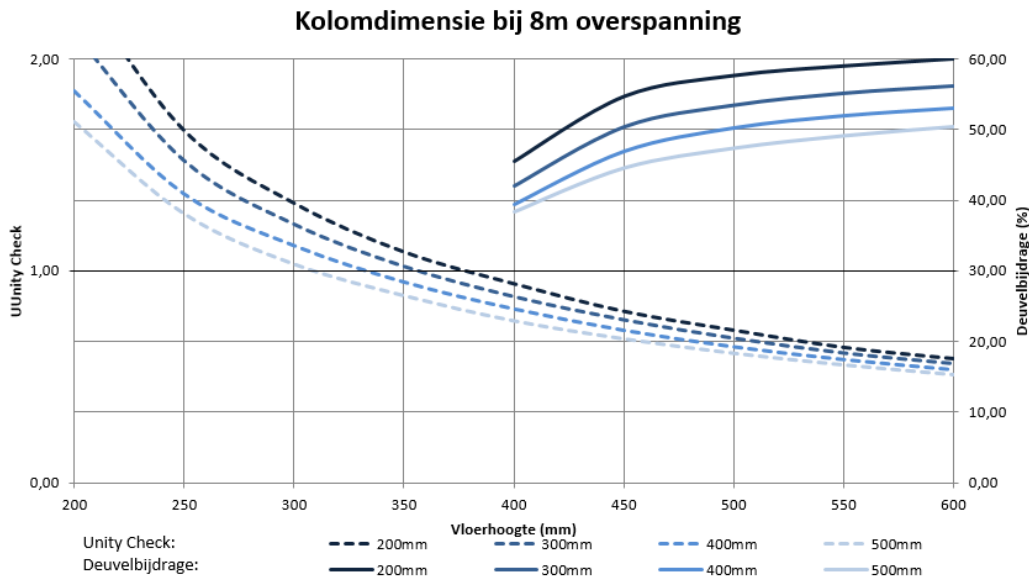
Bij het variëren van de parameters; vloerhoogte, overspanning en kolomdimensie, wordt het buigwapeningspercentage constant aangenomen op 1%. Het wapeningspercentage wordt uitgedrukt in het aantal wapeningsstaven nodig en bepaald met de volgende formule: $\rho_{lx} = \frac{A_{sx}}{(c_1 + 6d_x) d_x} \approx 0.01$ en is weergegeven in Tabel 2. Vervolgens is het ponsmodel doorgerekend voor 180 verschillende combinaties; 4 kolomdimensies, 5 overspanningen en 9 vloerhoogtes gecombineerd met elkaar.

	Kolomdimensie			
Vloerhoogte	200mm	300mm	400mm	500mm
200	7	7	8	8
250	11	11	12	13
300	16	16	17	18
350	21	22	23	24
400	28	29	30	32
450	36	37	38	40
500	45	46	48	49
550	54	56	58	59
600	65	66	68	70

Tabel 2: Benodigd aantal wapeningsstaven bij de aangenomen 1% wapeningpercentage

Kolomdimensie

De kolomdimensies zijn uitgezet aan de ene kant tegen het deuvelpercentage van de totale ponsweerstand en aan de andere kant tegen de unity check op wapening zonder afschuiving. De gevonden resultaten bij een overspanning van 8m zijn weergegeven in Figuur 9. De resultaten bij de overige overspanningen zijn te vinden in Bijlage 4: Parameteronderzoek: kolomdimensie.



Figuur 9: Resultaten parameteronderzoek; kolomdimensie vs. unity check / deuvelpijdrage

Een belangrijk gegeven die uit de het figuur gehaald kan worden is dat er geen waarde voor de deuvelpijdrage gevonden wordt wanneer de vloer niet voldoet aan de unity check voor wapening zonder afschuiving. Hierdoor zal de unity check tijdens de resterende parameteronderzoeken weggelaten worden.

C1 x C2	Betondrukzone	Deuvelwerking
200mm x 200mm	1255 kN	1046 kN
300mm x 300mm	1573 kN	1139 kN
400mm x 400mm	1889 kN	1227 kN
500mm x 500mm	2243 kN	1394 kN

Tabel 3: Verdeling betondrukzone/deuvelwerking bij l = 8m en h = 400mm

Daarnaast volgt uit het figuur dat een kleinere afmeting voor de kolom gepaard gaat met een grotere deuvelpijdrage. Door specifiek te kijken naar de verdeling van de bijdrage bij een vloerhoogte van 400mm, volgt dat de percentuele afname van de bijdrage van betondrukzone ongeveer 15% t.o.v. 10% van de deuvelwerking is. Hieruit mag geconcludeerd worden dat een verkleining van de kolomdimensies zwaarder weegt in de bijdrage van de betondrukzone. De resultaten van de overige overspanningen vertonen dezelfde trend.

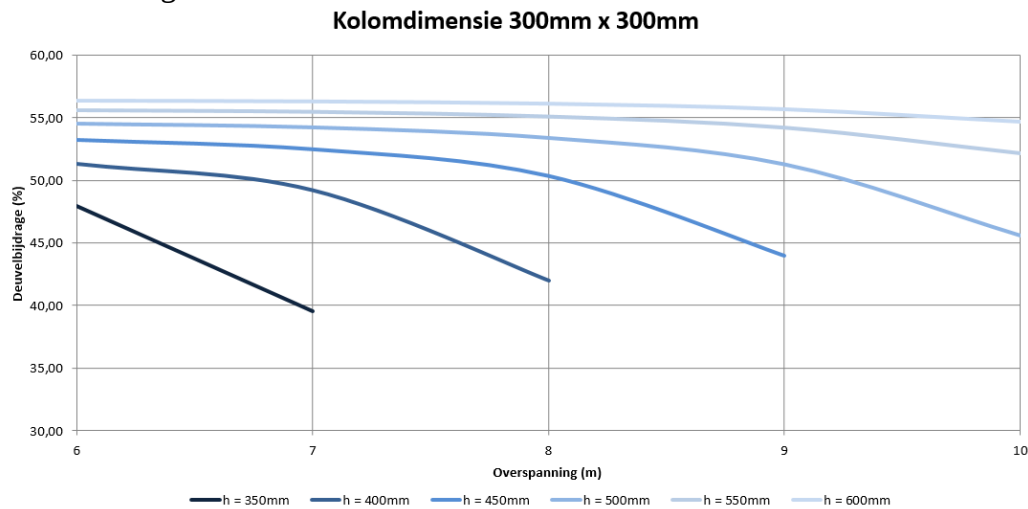
Vloerhoogte/effectieve hoogte

In de vorige paragraaf is geconcludeerd dat de deuvelpijdrage alleen een waarde aanneemt als de unity check kleiner dan 1 is, is de vloerhoogte alleen uitgezet tegen de deuvelpijdrage. Deze blijkt bij toenemende hoogte een grotere deuvelpijdrage te leveren, zoals in Figuur 10 wordt geïllustreerd. Echter de vloerhoogte ook moet toenemen, zodra de overspanning toeneemt, om nog aan de unity check op afschuiving te voldoen.

h	Betondrukzone	Deuvelwerking
400mm	1573 kN	1139 kN
450mm	1902 kN	1928 kN
500mm	2258 kN	2588 kN
550mm	2640 kN	3242 kN
600mm	3019 kN	3865 kN

Tabel 4: Verdeling betondrukzone/deuvelwerking bij l = 8m en c = 300mm

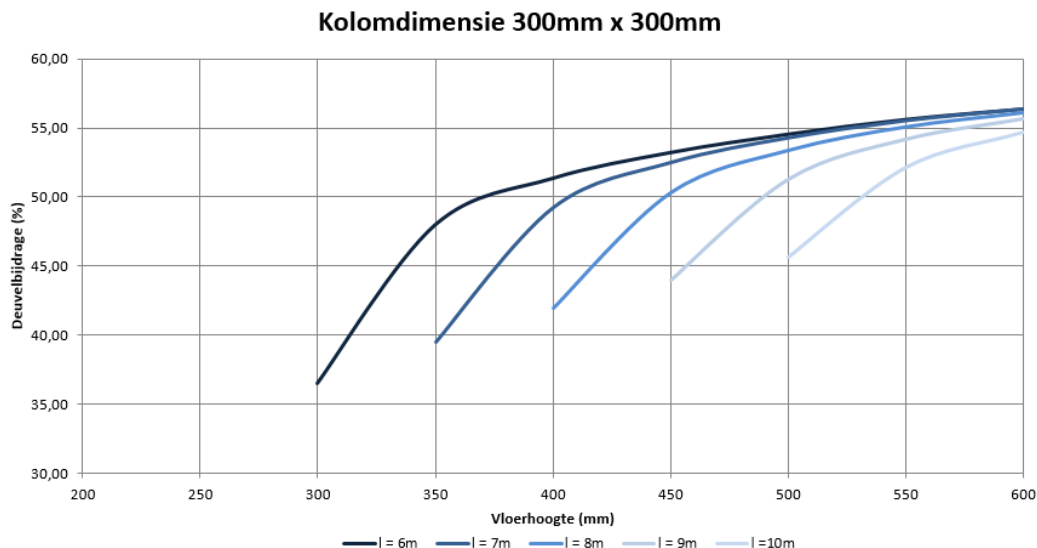
In Tabel 4 is dit weergegeven voor de variatie van de vloerhoogte bij een overspanning van 8m en een kolom van 300mm x 300mm. Hieruit volgt dat er een exponentieel verband is tussen de verdeling van de bijdrage, in tegenstelling tot het lineair benaderde verband bij een variatie in kolomdimensie. Gelijkwaardige verbanden zijn gevonden bij de overige kolomdimensies in Bijlage 5: Parameteronderzoek: vloerhoogte/effektieve hoogte.



Figuur 10: Resultaten parameteronderzoek; vloerhoogte vs. deuvelbijdrage

Overspanning

Tot slot wordt er gekeken naar het effect bij een verandering van de overspanning. Zoals in Tabel 5 te zien is, heeft de overspanning geen invloed op de bijdrage van de betondrukzone, waardoor deze constant blijft. Echter zijn er voor een vloerhoogte van 400mm maar drie waarden te vinden, waaruit volgt dat de overspanning van grote invloed is op de deuvelwerking. Een vergroting van de overspanning gaat gepaard met grotere buigende momenten in de vloer. Dit is ook te zien in Figuur 11, waar bij een grotere vloerhoogte ook grotere overspanningen zijn toegestaan. De vloerhoogte is immers van groot belang voor de unity check. Uiteindelijk levert een grotere overspanning een kleinere bijdrage van de deuvelwerking op.



Figuur 11: Resultaten parameteronderzoek: overspanning vs. deuvelbijdrage

L	Betondrukzone	Deuvelwerking
6m	1573 kN	1660 kN
7m	1573 kN	1526 kN
8m	1573 kN	1139 kN

Tabel 5: Verdeling betondrukzone/deuvelwerking bij h = 400mm en c = 300mm

5. Conclusie

Voor het onderzoek is de ligger analogie gebruikt tijdens het opstellen van een ponsmodel om de deuvelbijdrage aan de totale ponsweerstand te bepalen. Gebaseerd op de verkregen waarden voor de deuvelbijdrage uit het model, mag worden geconcludeerd dat de ligger analogie als representatief bevonden mag worden. Echter zal dit model nooit de echte werkelijk beschrijven, omdat verschillende aspecten zoals de haakweerstand (aggregate interlocking) en het afbrokkelen van de dekkende betonlaag bij aanzienlijk grote verticale verplaatsingen van de wapeningstaaf, niet in zijn verwerkt. Daarnaast zijn er vele vereenvoudigingen en aannames toegepast, waardoor er een aanzienlijke onnauwkeurigheid van de verkregen resultaten ontstaat.

Daarentegen is het model wel opgebouwd uit de drie werkende krachtcomponenten; axiale spanning uit buiging, dwarskracht en buigend moment en illustreert het model duidelijk het effect van drie specifieke parameters omtrent de dimensies van vloer en kolom.

Gegeven dit allen, kan er een antwoord gegeven worden op de volgende onderzoeksvraag:

Kan met een afgeleid model van de drie mechanismes van deuvelwerking aangetoond worden dat de bijdrage van deuvelwerking op de totale ponsweerstand 25-35% is, zoals Theodorakopoulos en Swamy eerder stelden?

Van de 180 doorgerkende situaties van het ponsmodel, is er exact één situatie gevonden die een waarde voor deuvelbijdrage geeft binnen de gegeven range van Theodorakopoulos en Swamy. Dit specifieke geval is met de parametercombinatie van een vloerhoogte; $h = 300\text{mm}$, kolomdimensie; $c = 500\text{mm} \times 500\text{mm}$ bij een overspanning; $l = 6\text{m}$. De bijbehorende unity check van deze parametercombinatie is echter 0.58, waarmee de vloer flink over gedimensioneerd is. Zoals ook al eerder vermeld is, wordt er in dit model niet gerekend met de haakweerstand. Echter waren het Theodorakopoulos en Swamy zelf die stelden dat de bijdrage van de haakweerstand op 0-15% mag worden aangenomen. Hierdoor kan theoretisch de bijdrage van de haakweerstand veel hoger uitvallen, terwijl in dit onderzoek deze bijdrage als verwaarloosbaar aangenomen is. Indien de bijdrage wel wordt meegenomen in de berekeningen van het ponsmodel, zullen hierdoor de gevonden waarden voor de deuvelbijdrage allemaal lager uitvallen. Dit levert daardoor direct meer parametercombinaties op, die in of dichterbij de range van Theodorakopoulos en Swamy terechtkomen.

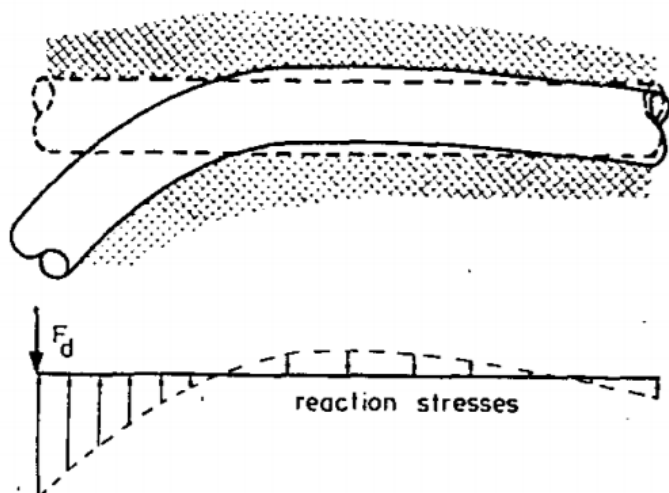
Kortom, gekeken naar het model en de daarbij gekozen parameter; vloerhoogte, kolomdimensie en overspanning, als variabel, kan niet worden aangetoond dat de deuvelbijdrage bij ponsweerstand binnen de range van 25-35% bedraagt. Daarentegen is het ponsmodel ook onvoldoende nauwkeurig door het ontbrekend van belangrijke componenten, zoals de haakweerstand en het afbrokkelen van de dekkende betonlaag, dat de stelling van Theodorakopoulos en Swamy mag worden verworpen.

6. Discussie

Voor dit onderzoek naar de bijdrage van de deuvelwerking op de ponsweerstand is gerekend met een eigen opgesteld ponsmodel. Voor de deuvelbijdrage van de ponsweerstand is gebruikt gemaakt van de ligger analogie en de hierbij gevonden resultaten vertonen de juiste ordegrrootte van eenheid. Daartegenover staat dat het gevonden percentage voor de deuvelwerking hoger uitvalt, 40-60%, dan de verwachting van 25-35%.

Er zijn hier twee mogelijke verklaringen voor, dit zijn 1. Het ontbreken van de haakweerstand (aggregate interlocking) in het ponsmodel en 2. Het verwaarlozen van het afbrokkelen van de dekkende betonlaag bij relatief grote verticale verplaatsingen van de wapeningsstaaf.

Het onderzoek is gebaseerd op de stellingen van Theodorakopoulos en Swamy voor de onderverdeling van de bijdrages aan de ponsweerstand. Hierbij werd specifiek gekeken naar de bijdrage van de deuvelwerking, 25-35%, maar ook de bijdrage van de betondrukzone, 50-70%, volgend uit de aangenomen bijdrage van de haakweerstand, boogwerking en de overgebleven trekspanningen van 0-15%. Voor zowel de bijdrage van de deuvelwerking als het aandeel van de betondrukzone zijn er formules afgeleid, terwijl de bijdrage van de overige componenten is verwaarloosd. Voor vervolgonderzoek naar het ponsmodel, kan er specifiek gekeken worden naar een formule die de bijdrage van o.a. de haakweerstand beschrijft. Hiermee kan het ponsmodel aangevuld worden, om uiteindelijk tot nauwkeurigere resultaten en conclusies te komen.



Figuur 12: Verbuiging wapeningsstaaf in het dekkende beton (Pruijssers, A.F. (1988))

Door de verbuiging van de wapeningsstaaf ontstaat er een verticale verplaatsing tussen de twee randen van de scheur. Indien deze verticale verplaatsing relatief groot wordt, ontstaat er als gevolg van een afbrokkeling van de dekkende betonlaag direct naast de scheur. De afbrokkeling duurt voort totdat er een hoogte ontstaat die voldoende is om weerstand te bieden. Deze hoogte wordt aangegeven met $\Delta H_b = \tan(\theta) \Delta w_x - \frac{\phi}{2}$ en de kracht, F_d , per wapeningsstaaf wordt bepaald door het afgebrokkelde oppervlak, omschreven door een halve kegel, vermenigvuldigd met de gemiddelde betontreksterkte. Dit leidt tot de volgende formule: $F_d = \frac{\pi \Delta H_b^2}{2} * f_{ctm} * \frac{4A_s}{\pi \phi^2}$. Dit effect is echter alleen afgeleid, maar verder niet verwerkt in het ponsmodel. Voor eventueel vervolgonderzoek kan dit effect verder worden uitgezocht.

Tot slot, kan tijdens vervolgonderzoek gekeken worden naar het beperken van de onnauwkeurigheid, door middel van het uitwerken van de vereenvoudigingen en aannames.

Bibliografie

Dictaat CIE3150 (2013). “chapter 14 – slabs”. Delft: TU Delft

Hag el, S.M. (2017). “De ponsweerstand van rand-, midden- en hoekkolommen”. Delft: TU Delft.

Hartsuijker, C., Welleman H. (2004). “Mechanica: statisch onbepaalde constructies en bezwijkanalyse.” Den Haag: BIM media.

NEN: NEN-EN 1992-1-1+C2. (01-11-2011). “Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen”.

Pruijssers, A.F. (1988). “Aggregate interlock and dowel action under monotonic and cyclic loading”. Delft: Delft University Press.

Theodorakopoulos, D.D., Swamy, R.N. (2002). “Ultimate punching shear strength analysis of slab-column connections”. Cement & Concrete Composites, 24, 509-521.

Tabellijst

Tabel 1: Spanning, verplaatsing en deukkracht bij specifieke vezels	11
Tabel 2: Benodigd aantal wapeningsstaven bij de aangenomen 1% wapeningpercentage.....	11
Tabel 3: Verdeling betondrukzone/deukwerking bij $l = 8\text{m}$ en $h = 400\text{mm}$	12
Tabel 4: Verdeling betondrukzone/deukwerking bij $l = 8\text{m}$ en $c = 300\text{mm}$	12
Tabel 5: Verdeling betondrukzone/deukwerking bij $h = 400\text{mm}$ en $c = 300\text{mm}$	13

Figuurlijst

Figuur 1: Maatgevende componenten ponsweerstand (el Hag, S.M. (2017))	1
Figuur 2: Stroomschema ponsmodel.....	3
Figuur 3: Eerste controle perimeter (Dictaat CIE3150 (2013))	4
Figuur 4: Controle perimeter voor rechthoekige midden-kolom (Dictaat CIE3150 (2013)).....	4
Figuur 5: Mechanica vergeet-me-nietje (Hartsuijker, C., Welleman H. (2004)).....	7
Figuur 6: Spanningsverloop van iedere component over de doorsnede van de wapeningsstaaf	7
Figuur 7: Model manteloppervlak betondrukzone (Theodorakopoulos, D.D., Swamy, R.N. (2002))	8
Figuur 8: Matrixframe momentenlijn vlakke vloer.....	11
Figuur 9: Resultaten parameteronderzoek; kolomdimensie vs. unity check / deukbijdrage.....	12
Figuur 10: Resultaten parameteronderzoek; vloerhoogte vs. deukbijdrage	13
Figuur 11: Resultaten parameteronderzoek: overspanning vs. deukbijdrage	13
Figuur 12: Verbuiging wapeningsstaaf in het dekkende beton (Pruijssers, A.F. (1988)).....	15
Figuur 13: Geschematiseerde weergave belasting verdeling kolomstrip (Dictaat CIE3150 (2013))	18

Bijlage

Bijlage 1: Controle op pons zonder afschuifwapening

Parameters:

Diameter wapening x-richting: $\varnothing x := 20 : \text{mm}$

Diameter wapening y-richting: $\varnothing y := 20 : \text{mm}$

Dekking: $c := 25 : \text{mm}$

Hoogte vloer: $h := 400 : \text{mm}$

Middenkolom parameter: $\beta := 1.15 :$

Kolomdimensies: $c1 := 300 : c2 := 300 : \text{mm}$

Variabele belasting: $qQ := 5 : \text{kN/m}^2$

Dichtheid beton: $\rho := 25 : \text{kN/m}^3$

Overspanning x-richting: $l_x := 8 : \text{m}$

Overspanning y-richting: $l_y := 8 : \text{m}$

$\pi := 3.14159265359 :$

Betonsterkte klasse C55/67: $f_{ck} := 55 : f_{cd} := \frac{55}{1.5} : \text{N/mm}^2$

Aantal wapeningsstaven per richting: $n := 30 :$

$$\bar{d}x := h - c - \frac{\varnothing x}{2} :$$

$$\bar{d}y := h - c - \varnothing x - \frac{\varnothing y}{2} :$$

$$d_{eff} := \frac{(\bar{d}x + \bar{d}y)}{2} :$$

$$u1 := 2(c1 + c2) + 4 \cdot \pi \cdot d_{eff} :$$

$$qG := \frac{\rho \cdot h}{10^3} :$$

$$q_{ed} := 1.5 \cdot qQ + 1.2 \cdot qG :$$

$$V_{ed} := l_x \cdot l_y \cdot q_{ed} :$$

$$v_{ed} := \frac{V_{ed} \cdot 10^3 \cdot \beta}{u1 \cdot d_{eff}} ; \text{ in N/mm}^2$$

0.7141446620

$$k := \text{evalf} \left(\min \left(1 + \left(\frac{200}{d_{eff}} \right)^{\frac{1}{2}}, 2.0 \right) \right) :$$

$$A_{sx} := n \cdot 0.25 \cdot \pi \cdot \varnothing x^2 :$$

$$A_{sy} := n \cdot 0.25 \cdot \pi \cdot \varnothing y^2 :$$

$$\rho_{holx} := \frac{A_{sx}}{(c1 + 6 \cdot \bar{d}x) \bar{d}x} ;$$

0.01037000381

$$\rho_{holy} := \frac{A_{sy}}{(c2 + 6 \cdot \bar{d}y) \bar{d}y} :$$

$$\rho_{hol} := \min((\rho_{holx} \cdot \rho_{holy})^{0.5}, 0.02) :$$

$$v_{min} := \text{evalf} \left(0.035 \cdot k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}} \right) ; \text{ in N/mm}^2$$

0.6012080649

$$v_{rd} := \text{evalf} \left(0.12 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_{hol} \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right) ; \text{ in N/mm}^2$$

0.8229993949

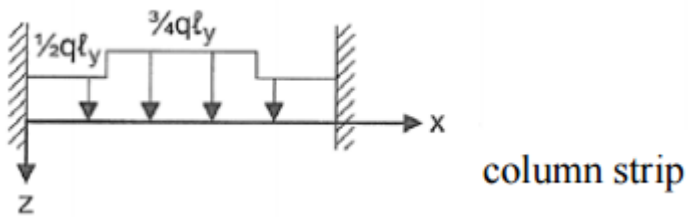
$$V_{rd} := \frac{(v_{rd} \cdot u1 \cdot d_{eff})}{10^3} :$$

$$UC := \frac{v_{ed}}{v_{rd}} ;$$

0.8677341277

Bijlage 2: Berekening bijdrage deuvelwerking

Het maatgevende moment bevindt zich op afstand $2d$ van de rand van de kolom en wordt berekend met behulp van de kolomstrook schematisering voor vlakke vloeren van Figuur 13. Dit onderzoek betreft een midden-kolom waardoor van beide overspanningen de kolomstrip moet worden meegenomen in de berekening. Hierdoor zal de kolomstrip schematisering tweemaal zo groot zijn bij gelijke overspanningen.

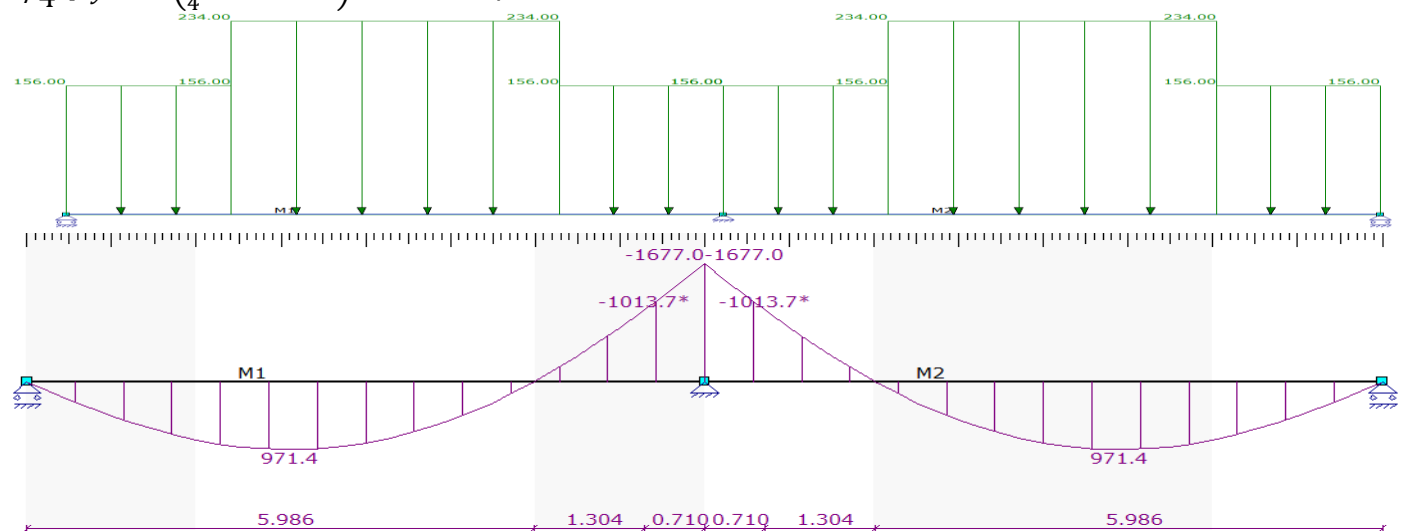


Figuur 13: Geschematiseerde weergave belasting verdeling kolomstrip (Dictaat CIE3150 (2013))

$$q_{Ed} = 1.2q_G + 1.5q_Q = 1.2 \cdot 25 \cdot 0.4 + 1.5 \cdot 5 = 19.5 \text{ kN/m}^2$$

$$\frac{1}{2} q l_y = 2 \left(\frac{1}{2} \cdot 19.5 \cdot 8 \right) = 156 \text{ kN/m}$$

$$\frac{3}{4} q l_y = 2 \left(\frac{3}{4} \cdot 19.5 \cdot 8 \right) = 234 \text{ kN/m}$$



Door het moment op afstand $2d = 0.71\text{m}$, 1013.7 kNm , te nemen kan de axiale spanning door buiging berekend worden.

Parameters:

Moment op afstand $2d$: $M_{2d} := 1013.69 : \text{kNm}$

Aanname scheurwijdte: $l_0 := 10 : \text{mm}$

Rekenwaarde vloeispanning wapeningsstaal: $f_{yd} := 435 : \text{N/mm}^2$

Elasticiteitsmodulus staal: $E_s := 190000 : \text{N/mm}^2$

$A_s := \rho_{olx} \cdot h \cdot b_{eff}$:

$z := 0.9 \cdot d_{eff}$:

$b_{eff} := c_l + 6 \cdot d_{eff}$:

$f_{ctm} := \text{evalf}\left(0.30 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}\right) :$

$\sigma_{s1} := \frac{M_{2d} \cdot 10^6}{z \cdot A_s} ; \text{ in N/mm}^2$

314.7669450

$\tau_{ubm} := 2 \cdot f_{ctm} :$

$l_{bd} := \text{evalf}\left(\frac{\sigma_x \cdot \sigma_{s1}}{4 \cdot \tau_{ubm}}\right) :$

$$\begin{aligned} \text{deltal} &:= \left(2 \cdot lbd \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\text{sigmas1}}{Es} \right) + l0 \cdot \frac{\text{sigmas1}}{Es} ; \\ \text{lscheur} &:= l0 + \text{deltal}; \end{aligned}$$

10.31703701

$$\begin{aligned} I_y &:= 0.25 \cdot \pi \cdot \left(\frac{\varnothing x}{2} \right)^4 ; \\ W_y &:= \frac{\pi \cdot \varnothing x^3}{32} ; \\ S_y &:= \frac{\pi \cdot \left(\frac{\varnothing x}{2} \right)^2}{2} \cdot \frac{4 \cdot \frac{\varnothing x}{2}}{3 \cdot \pi} ; \end{aligned}$$

Situatie 1: uiterste vezel (tau = 0)
 $\text{sigmas2} := f_{yd} - \text{sigmas1}$; in N/mm²

120.2330550

$$M := \text{sigmas2} \cdot W_y ;$$

$$\text{delta0m} := \frac{\text{lscheur}^2}{6 \cdot Es \cdot I_y} \cdot M; \text{ in mm}$$

0.001122610263

$$V := \frac{12 \cdot Es \cdot I_y}{\text{lscheur}^3} \cdot \text{delta0m} \cdot 10^{-3}; \text{ per staaf in kN}$$

18.30580244

Situatie 2: middelste vezel (sigmas2 = 0)
 $\text{tau} := \left(\frac{(f_{yd}^2 - \text{sigmas1}^2)}{3} \right)^{0.5}$; N/mm²

173.3462531

$$\begin{aligned} V &:= \frac{\text{tau} \cdot \varnothing x \cdot I_y}{S_y} ; \\ \text{delta0v} &:= \frac{\text{lscheur}^3}{12 \cdot Es \cdot I_y} \cdot V; \text{ in mm} \end{aligned}$$

0.002504758343

$$V := \frac{12 \cdot Es \cdot I_y}{\text{lscheur}^3} \cdot \text{delta0v} \cdot 10^{-3}; \text{ per staaf in kN}$$

40.84374863

$$Vd := V \cdot \frac{Asx}{0.25 \cdot \pi \cdot \varnothing x^2}; \text{ in kN}$$

1225.312459

Bijlage 3: Berekening bijdrage betondrukzone

Parameters:

Elasticiteitsmodules beton: $E_{cm} := 38000$; N/mm²

Scheurhoek: $\text{theta} := \frac{26.6}{360} \cdot 2 \cdot \pi$; radialen

$$\alpha_{phae} := \frac{Es}{E_{cm}} ;$$

$$A_{ceff} := b_{eff} \cdot h;$$

$$\rho_{holeff} := \frac{Asx}{A_{ceff}} ;$$

$$\begin{aligned} x_u &:= \left(-\alpha_{phae} \cdot \rho_{holeff} + \left((\alpha_{phae} \cdot \rho_{holeff})^2 + 2 \cdot \alpha_{phae} \cdot \rho_{holeff} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \cdot d_{eff} ; \\ V_c &:= \text{evalf} \left((4 \cdot x_u^2 \cdot \cot(\text{theta})^2 + 2 \cdot (c1 + c2) \cdot x_u \cdot \cot(\text{theta})) \cdot f_{ctm} \cdot 10^{-3} \right); \text{ in kN} \end{aligned}$$

1604.422181

$$V := V_c + Vd;$$

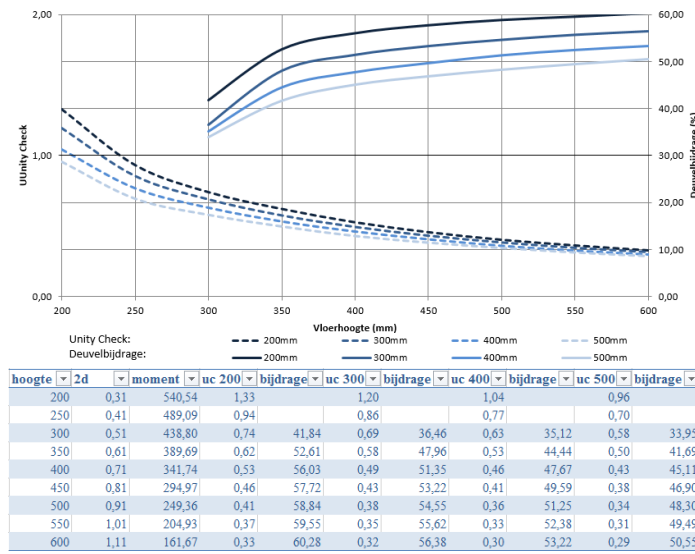
2829.734640

$$\text{bijdrage} := \frac{Vd}{V} \cdot 100; \text{ in procenten}$$

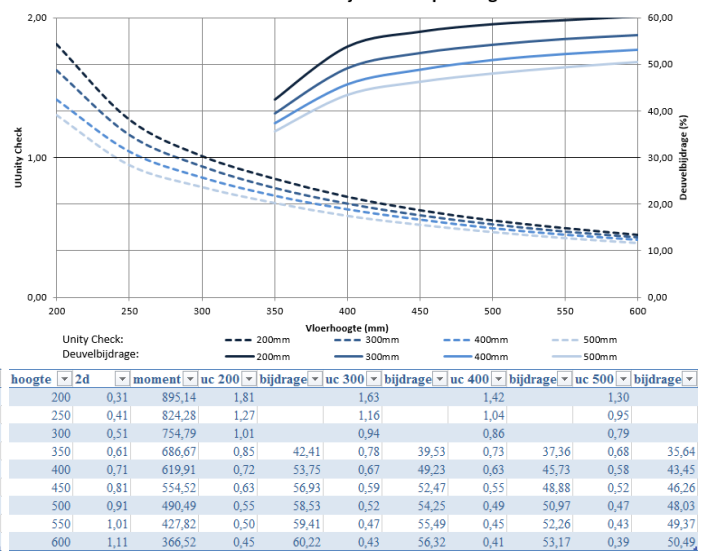
43.30132026

Bijlage 4: Parameteronderzoek: kolomdimensie

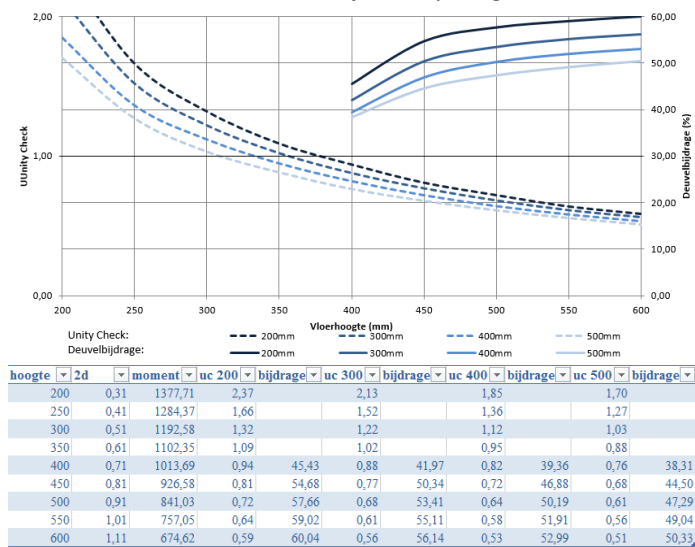
Kolomdimensie bij 6m overspanning



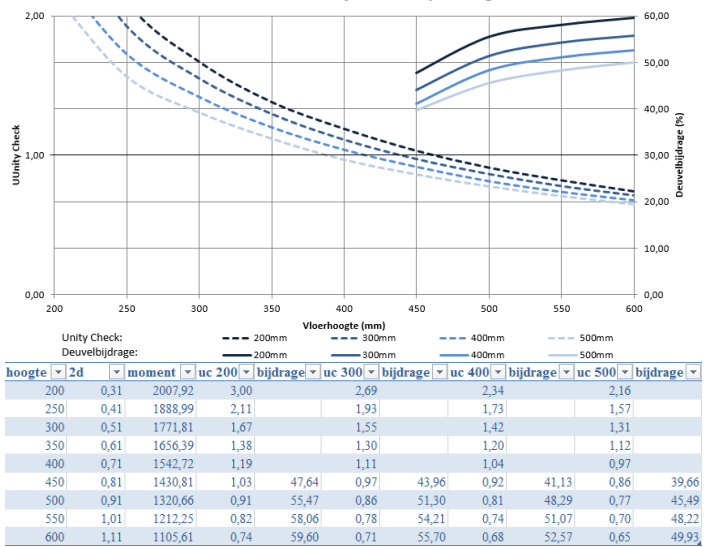
Kolomdimensie bij 7m overspanning



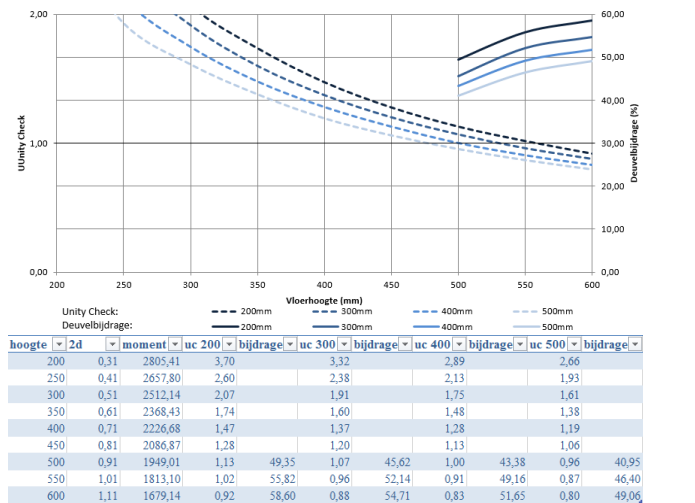
Kolomdimensie bij 8m overspanning



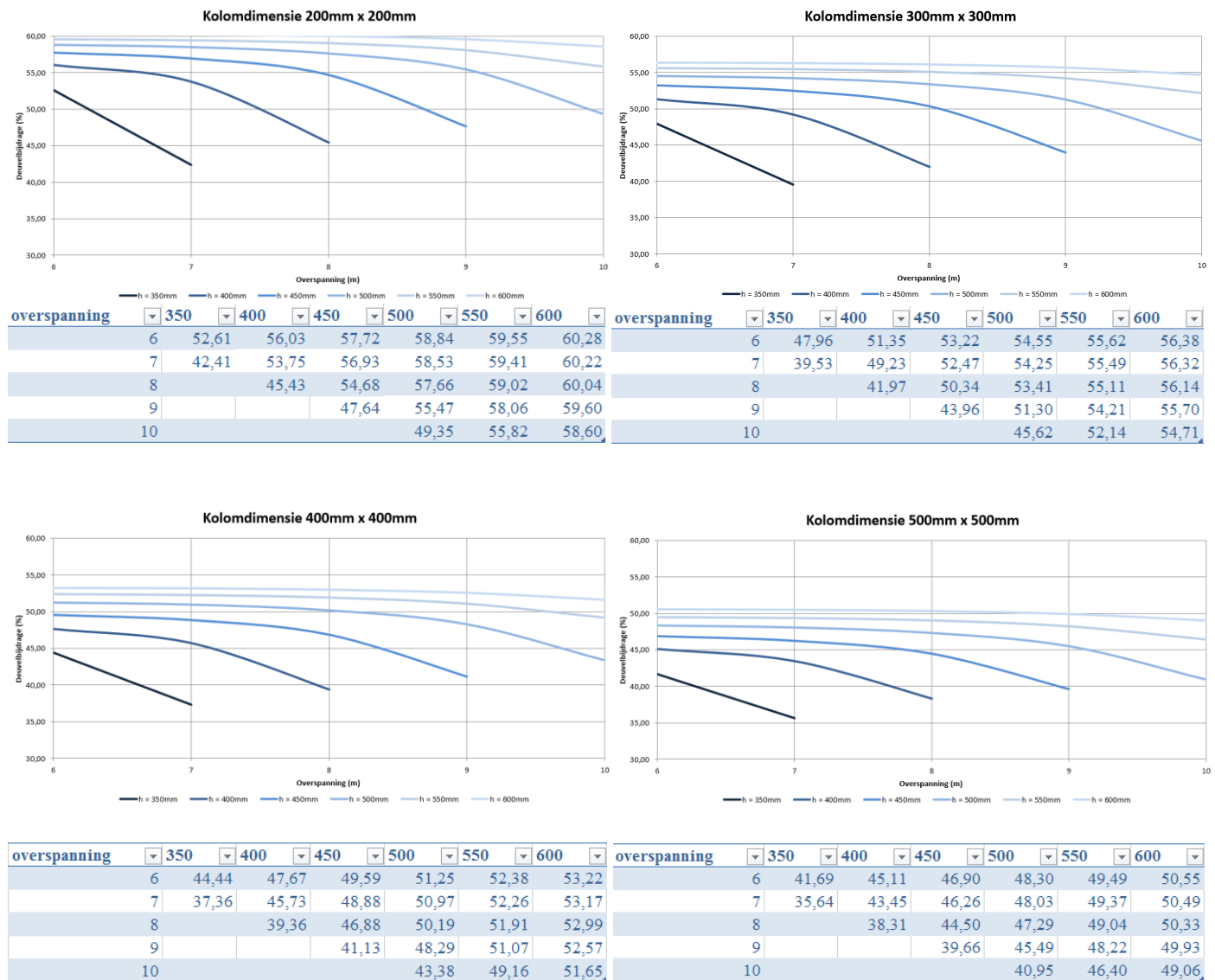
Kolomdimensie bij 9m overspanning



Kolomdimensie bij 10m overspanning

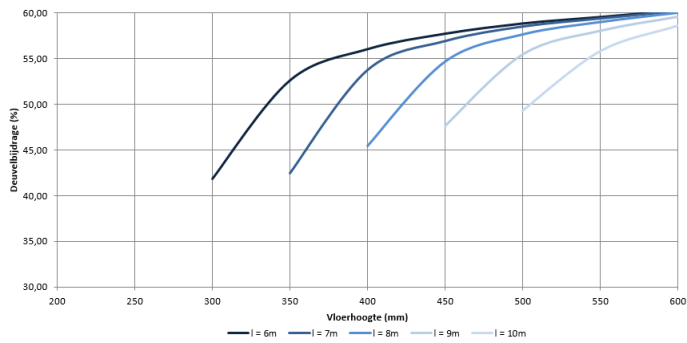


Bijlage 5: Parameteronderzoek: vloerhoogte/effectieve hoogte



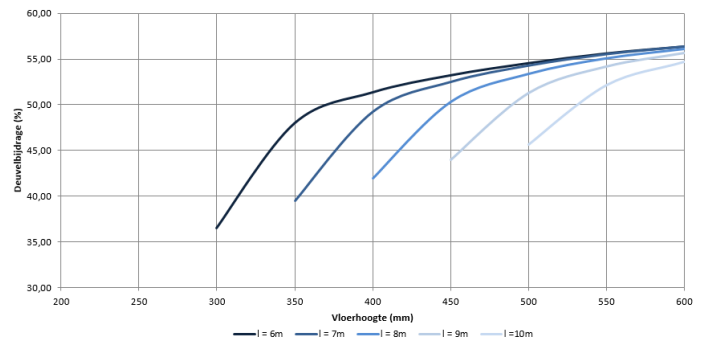
Bijlage 6: Parameteronderzoek: overspanning

Kolomdimensie 200mm x 200mm



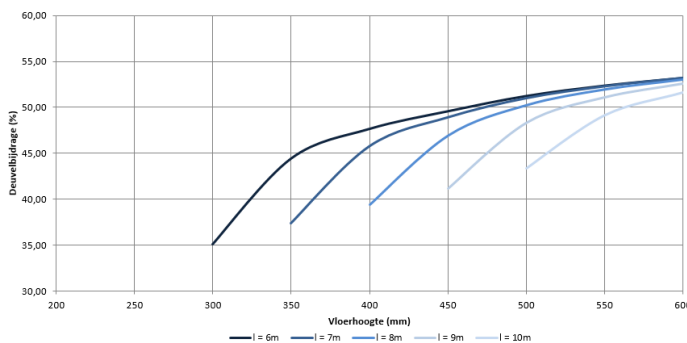
hoogte	l = 6	l = 7	l = 8	l = 9	l = 10
200					
250					
300	41,84				
350	52,61	42,41			
400	56,03	53,75	45,43		
450	57,72	56,93	54,68	47,64	
500	58,84	58,53	57,66	55,47	49,35
550	59,55	59,41	59,02	58,06	55,82
600	60,28	60,22	60,04	59,60	58,60

Kolomdimensie 300mm x 300mm



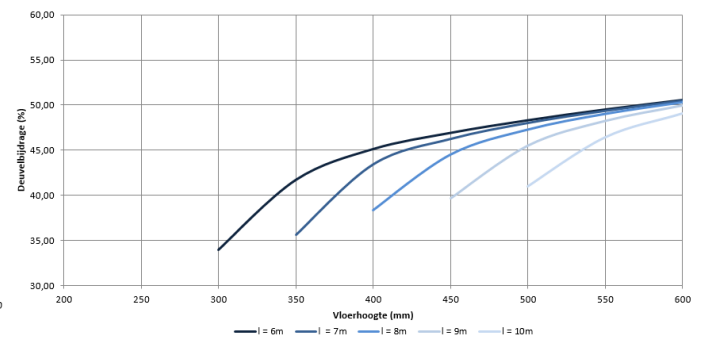
hoogte	l = 6	l = 7	l = 8	l = 9	l = 10
200					
250					
300	36,46				
350	47,96	39,53			
400	51,35	49,23	41,97		
450	53,22	52,47	50,34	43,96	
500	54,55	54,25	53,41	51,30	45,62
550	55,62	55,49	55,11	54,21	52,14
600	56,38	56,32	56,14	55,70	54,71

Kolomdimensie 400mm x 400mm



hoogte	l = 6	l = 7	l = 8	l = 9	l = 10
200					
250					
300	35,12				
350	44,44	37,36			
400	47,67	45,73	39,36		
450	49,59	48,88	46,88	41,13	
500	51,25	50,97	50,19	48,29	43,38
550	52,38	52,26	51,91	51,07	49,16
600	53,22	53,17	52,99	52,57	51,65

Kolomdimensie 500mm x 500mm



hoogte	l = 6	l = 7	l = 8	l = 9	l = 10
200					
250					
300	33,95				
350	41,69	35,64			
400	45,11	43,45	38,31		
450	46,90	46,26	44,50	39,66	
500	48,30	48,03	47,29	45,49	40,95
550	49,49	49,37	49,04	48,22	46,40
600	50,55	50,49	50,33	49,93	49,06