



Dubbele buiging in betonnen kolommen

Ontwerpformule

Door:
Othman Harrass

Studentnummer: 4374967

Begeleiders: Dr.ir.drs. C.R. Braam
Dr.ir. P.C.J. Hoogenboom



Voorwoord

Voor u ligt het eindwerk 'Dubbele buiging in betonnen kolommen – ontwerpformule' ter afronding van mijn bacheloropleiding Civiele Techniek aan de TU Delft. Aan dit eindwerk is van 24 april 2017 tot 19 juni 2017 gewerkt.

Het werk in dit rapport is het vervolg van een eerder geschreven rapport door R. Harteveld^[1] in 2015 waarin is gekeken of het mogelijk was om tot een ontwerpformule te komen voor dubbele buiging in betonnen kolommen. In dit eindwerk is er verder onderzoek gedaan naar de resultaten van het model en is er getracht om tot een ontwerpformule te komen die binnen een foutmarge van 20% zit.

Verder wil ik mijn begeleider Dr.ir.drs. C.R. Braam bedanken voor de ondersteuning tijdens dit onderzoek.

Ik wens u allen veel leesplezier toe.

Othman Harrass

19 juni 2017

Samenvatting

Dit eindwerk is het vervolg van het werk dat is verricht in een voorgaande eindwerk. Hierin is er een begin gemaakt met het vinden van een ontwerpformule voor staalspanningen aan de meest getrokken zijde. Dit heeft geleid tot de volgende formule die de ondergrens beschrijft:

$$\sigma_s = 1.05 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + V \text{ [MPa]}$$

Het doel van dit onderzoek is om deze formule uit te breiden door de invloed van de betonsterkteklasse, diameter wapeningsstaven en afmeting doorsnede te onderzoeken. Als eerst is er nagegaan of de bovenstaande vergelijking de ondergrens ook beschrijft wanneer de eigenschappen worden gevarieerd. Hieruit bleek dat dit niet het geval was, waardoor de formule is aangepast:

$$\sigma_s = 1.0 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + V \text{ [MPa]}$$

Vervolgens is er een referentiedoorsnede gekozen om de factor V te onderzoeken. De resultaten van het model voor deze referentiedoorsnede zijn geanalyseerd om een verband te vinden tussen de factor V en de normaalkracht. Dit heeft geresulteerd in de volgende vergelijking:

$$V = 3.93 * |N|^x, \quad x = 0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{0.1}$$

Daarna is de invloed van de drie eigenschappen op de bovenstaande formule onderzocht. Met behulp van Python is de invloed van de diameter en betonsterkteklasse uitgezet tegen de factor V . Hiervoor is een correctiefactor A geïntroduceerd die deze relatie beschrijft:

$$A = 78 * (fck^{-0.24} * \emptyset^{-0.80})$$

Verder is de invloed van de afmeting van de doorsnede onderzocht. Hiervoor is allereerst gekeken naar doorsneden waarvan de hoogte en breedte aan elkaar gelijk zijn. Dit heeft geleid tot een uitbreiding van factor A :

$$A = (1.55 - 1.8 * b^*) * (78 * (fck^{-0.24} * \emptyset^{-0.80}))$$

De invloed van doorsneden met een verhouding groter dan één bleek complexer te zijn, aangezien een aanpassing van factor A niet voldeed. Hierom zijn er verschillende verhoudingen geanalyseerd en dit heeft geleid tot een uitbreiding van factor x :

$$V = 3.93 * |N|^x, \quad x = \frac{0.42}{(\frac{h}{b})^{1.4}} * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{(\frac{h}{b})^{1.3} * 0.1}$$

De bovenstaande resultaten zijn vervolgens gecombineerd om tot de definitieve ontwerpformule te komen:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + (1.55 - 1.8 * b^*) * \left(\frac{78}{fck^{0.24} * \emptyset^{0.80}} \right) * |N|^x \text{ [MPa]}$$
$$x = \frac{0.42}{(\frac{h}{b})^{1.4}} * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{(\frac{h}{b})^{1.3} * 0.1}, \text{ met } \frac{h}{b} \geq 1$$

Als laatst is er gekeken naar de bruikbaarheid van de ontwerpformule wat heeft geleid tot de volgende eis zodat de resultaten binnen een foutmarge van 20% blijven:

$$\sigma_z \geq 50 \text{ MPa} \wedge \sigma_y \geq 50 \text{ MPa}$$

Symbolenlijst

Symbol	Eenheid	Beschrijving
b	mm	Breedte
b^*	m	Breedte
h	mm	Hoogte
c	mm	Betondekking
A_s	mm^2	Oppervlakte betonstaal
σ_s	MPa	Resultierende staalspanning
σ_y	MPa	Staalspanning om de y-as
σ_z	MPa	Staalspanning om de z-as
σ_c	MPa	Betonspanning
ε_c	—	Betonrek
x_u	mm	Hoogte betondrukzone
k	$\frac{1}{mm}$	Kromming
E_s	MPa	Elasticiteitsmodulus staal
E_c	MPa	Elasticiteitsmodulus beton
M_y^*	Nmm	Moment om de y-as
M_z^*	Nmm	Moment om de z-as
N^*	N	Normaalkracht
$F_{s,i}$	N	Kracht in betonstaal
f_{ck}	MPa	Betonsterkteklasse
$\emptyset$	mm	Diameter betonstaal

*De normaalkracht en het moment zijn voor de ontwerpformule uitgedrukt in kN en kNm.

Inhoudsopgave

Voorwoord	I
Samenvatting	II
Symbolenlijst	III
1. Inleiding.....	1
1.1 Probleemstelling	1
1.2 Doelstelling	1
1.3 Hoofd- en deelvragen	1
1.4 Plan van aanpak	2
2. Theorie	3
2.1 Enkele buiging	3
2.2 Dubbele buiging	3
2.3 Materiaaleigenschappen	5
2.3.1 Beton.....	5
2.3.2 Betonstaal	5
3. Het model	6
3.1 Definiëren van het model	6
3.1.1 Rekken.....	6
3.1.2 Spanningen	7
3.1.3 Enkele buiging	7
4. Analyse	9
4.1 Ondergrens	9
4.2 Factor V	10
4.2.1 Doorsnede.....	10
4.2.2 Invloed moment.....	10
4.2.3 Invloed normaalkracht.....	12
4.3 Invloed eigenschappen	16
4.3.1 Diameter	16
4.3.2 Betonsterkteklasse.....	17
4.3.1 Afmeting doorsnede	19
5. Voorbeeldberekening	22
5.1 Doorsnede.....	22
5.2 Gebied A.....	23
5.3 Gebied B.....	23
5.4 Gebied C.....	24

6. Conclusies en aanbevelingen	25
6.1 Conclusie	25
6.2 Aanbevelingen	26
Literatuurlijst.....	27
Bijlage.....	28
Bijlage 1: Python code referentiedoorsnede	28
Bijlage 2: Python code invloed diameter en betonsterkteklasse	31
Bijlage 3: Python code invloed afmeting doorsnede	33
Bijlage 4: Resultaten spanningsgebied A	35
Bijlage 5: Resultaten spanningsgebied B	41
Bijlage 6: Resultaten spanningsgebied C	43

1. Inleiding

Hoek- en randkolommen worden vaak belast door een normaalkracht en dubbele buiging. Vanwege de complexe theorie van dubbele buiging wordt er meestal gekozen om de kolommen te dimensioneren op enkele buiging. Dit zorgt er echter voor dat kolommen worden overgedimensioneerd met als gevolg dat er meer wapening wordt toegepast dan nodig is. In dit hoofdstuk zal het probleem en gewenste eindresultaat worden besproken.

1.1 Probleemstelling

In een eerder gemaakte Bachelor Eindwerk door R. Harteveld^[1] is er onderzoek gedaan naar het vinden van een ontwerpformule voor spanningen ten gevolge van de normaalkracht en dubbele buiging in de serviceability limit state. Hieruit is de volgende formule tot stand gekomen:

$$\sigma_s = 1.05 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + V$$

Het eerste gedeelte van de formule geeft de ondergrens weer voor de spanningen aan de meest getrokken zijde. De nog te bepalen factor V geeft de variatie van de resulterende spanning weer ten gevolge van de spanningen σ_y en σ_z .

Het probleem is dat deze factor V afhankelijk is van verschillende eigenschappen die ieder een eigen bijdrage leveren aan deze factor. Deze eigenschappen zijn onder andere de betonsterkteklasse, diameter wapeningsstaven en afmeting doorsnede. Deze eigenschappen hebben invloed op de interne krachten, doordat de stijfheid en sterkte verandert.

1.2 Doelstelling

Het doel van dit onderzoek is om de ontwerpformule uit te breiden door deze factor V te bepalen. Hiervoor zullen de betonsterkteklasse, diameter wapeningsstaven en afmeting doorsnede worden gevarieerd. Uiteindelijk zal de ontwerpformule moeten voldoen aan de resultaten van het model met een foutmarge van 20%.

1.3 Hoofd- en deelvragen

Hoofdvraag:

- Is het mogelijk om tot een ontwerpformule te komen die voldoet aan de resultaten van het model met een foutmarge van 20%?

Deelvragen:

- Kan er een formule voor factor V worden gedefinieerd voor een referentiedoorsnede?
- Wat is de invloed van de betonsterkteklasse op de ontwerpformule?
- Wat is de invloed van de diameter van de wapeningsstaven op de ontwerpformule?
- Wat is de invloed van de afmetingen van de doorsnede op de ontwerpformule?

1.4 Plan van aanpak

Allereerst zal er een literatuurstudie worden gedaan naar het werk dat is verricht door R. Hartevelt^[1]. Daarnaast zal er een literatuurstudie uitgevoerd worden naar de theorie van het model. Hiervoor zal het boek *Constructieel Gewapend Beton* van Dr.ir.drs. C.R. Braam en Ir. P. Lagendijk (2011) en de module *niet-symmetrische en inhomogene doorsneden* van Ir. J.W. Welleman (2017) worden gebruikt.

Vervolgens zal elke deelvraag apart worden onderzocht om de invloed op factor V te bepalen. Dit zal met behulp van Python worden gedaan. Hiervoor zal een Python code worden geschreven waarna de invloed van elke eigenschap kan worden onderzocht.

Uiteindelijk is het de bedoeling om tot een formule te komen voor rechthoekige doorsneden die voldoet aan het model met een foutmarge van 20%. Hiervoor zal een voorbeeldberekening worden uitgevoerd om het te verifiëren.

2. Theorie

In dit hoofdstuk zal de theorie worden behandeld die gebruikt wordt voor het model. Voordat de mechanica wordt behandeld, moet er een assenstelsel worden bepaald. In figuur 2-1 is het assenstelsel weergegeven.



Figuur 2-1: Assenstelsel

2.1 Enkele buiging

Bij enkele buiging wordt een kolom belast op een normaalkracht en buiging in de richting van een van de hoofdassen. Deze situatie kan ook worden gezien als een normaalkracht met een excentriciteit. De normaalkracht zorgt ervoor dat het draagvermogen van de kolom toeneemt.

De spanningen ten gevolge van enkele buiging volgen uit het vezelmodel. De volgende aannamen worden verondersteld bij het bepalen van de rekken en spanningen:

- Vlakke doorsneden blijven vlak (hypothese van Bernoulli)
- De doorsnede is homogeen
- Het materiaal gedraagt zich lineair-elastisch (wet van Hooke)

De rekken en spanningen volgen dan uit de volgende vergelijkingen:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon + z * k_z$$

$$\sigma(z) = E * \varepsilon(z)$$

2.2 Dubbele buiging

De achterliggende mechanica bij dubbele buiging is ook gebaseerd op het vezelmodel. Allereerst wordt de algemene formule afgeleid voor inhomogene en niet-symmetrische doorsneden. De rekken zijn in dit geval een functie van y en z:

$$\varepsilon(y, z) = \varepsilon + y * k_y + z * k_z$$

Voor de constitutieve relatie wordt de eerdergenoemde aanname gebruikt, namelijk dat het materiaal zich lineair-elastisch gedraagt. De spanningen worden dan beschreven door:

$$\sigma(y, z) = E * (\varepsilon + y * k_y + z * k_z)$$

De relaties tussen de snedekrachten op de doorsnede en de spanningen in de vezels zijn:

$$N = \sigma(y, z) * dA = EA\varepsilon + ES_y k_y + ES_z k_z$$

$$M_y = y * \sigma(y, z) * dA = ES_y \varepsilon + EI_{yy} k_y + EI_{yz} k_z$$

$$M_z = z * \sigma(y, z) * dA = ES_z \varepsilon + EI_{zy} k_y + EI_{zz} k_z$$

De drie constitutieve vergelijkingen worden vervolgens omgezet in een matrixvorm:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & ES_y & ES_z \\ ES_y & EI_{yy} & EI_{yz} \\ ES_z & EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

De matrix kan worden vereenvoudigd door het assenstelsel in het normaalkrachtencentrum te kiezen. Verder wordt uitgegaan van een symmetrische doorsnede, dit houdt in dat het assenstelsel gelijk is aan de hoofdrichtingen van de doorsnede. De matrix vereenvoudigt zich dan tot:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & EI_{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

In het begin is uitgegaan van inhomogene doorsneden, echter voor dit project wordt aangenomen dat de doorsnede enkel bestaat uit beton, het betonstaal wordt verwaarloosd. Hierdoor veranderen de integralen in de matrix in constante waarden. De matrix kan nu worden geschreven als drie onafhankelijke vergelijkingen:

$$N = E * A * \varepsilon$$

$$M_y = E * I_{yy} * k_y$$

$$M_z = E * I_{zz} * k_z$$

De drie onafhankelijke vergelijkingen kunnen vervolgens worden gesubstitueerd in de vergelijkingen van de rekken en spanningen:

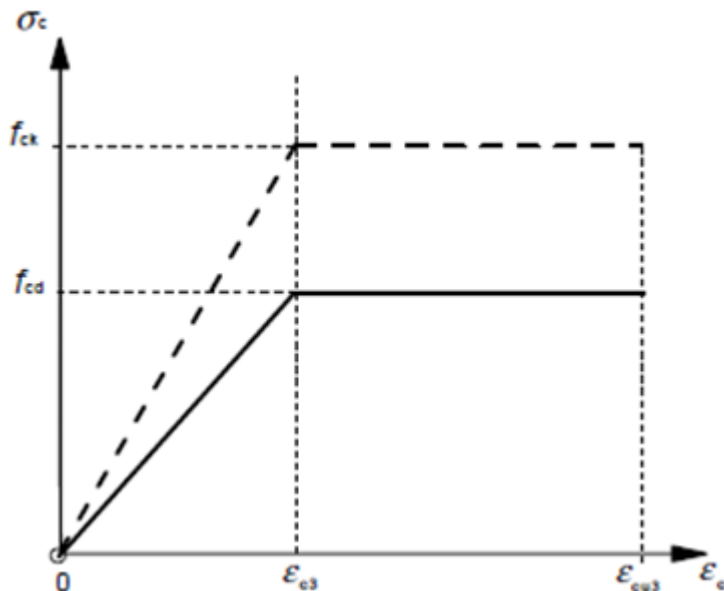
$$\varepsilon(y, z) = \frac{N}{E * A} + \frac{M_y}{E * I_{yy}} * y + \frac{M_z}{E * I_{zz}} * z$$

$$\sigma(y, z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_{yy}} * y + \frac{M_z}{I_{zz}} * z$$

2.3 Materiaaleigenschappen

2.3.1 Beton

Voor dit project zal er worden gekeken naar de serviceability limit state. In de serviceability limit state gedraagt het materiaal zich lineair-elastisch. Het vereenvoudigde bilineaire spanning-rek diagram van beton is weergegeven in figuur 2-2. Het lineair-elastische gebied eindigt bij een rek van $|\epsilon_{c3}| = 1.75\text{‰}$, in het geval dat de betonsterkteklasse niet groter is dan C50/60.

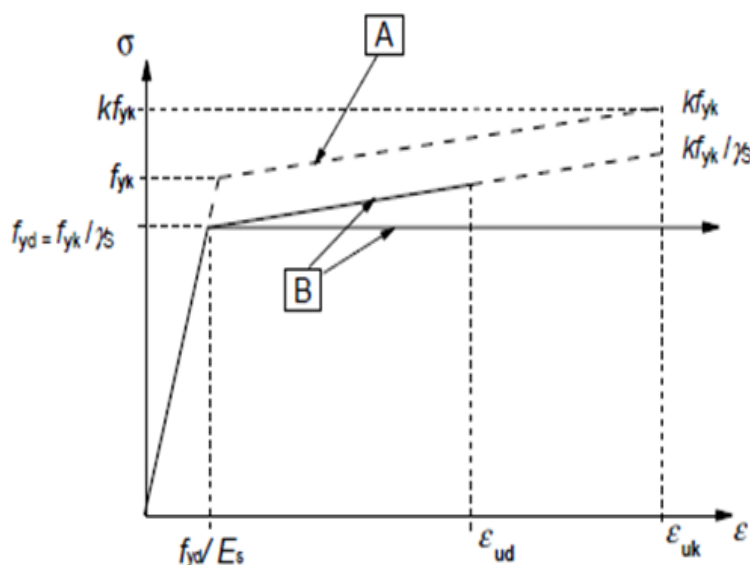


Figuur 2-2: Spanning-rek diagram van beton

2.3.2 Betonstaal

De vereenvoudigde bilineaire spanning-rek diagram van betonstaal(B500) is weergegeven in figuur 2-3. Het lineair-elastische gebied voor betonstaal eindigt bij een rek van:

$$\epsilon_s = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{435}{200000} = 2.175\text{‰}$$



Figuur 2-3: Spanning-rek diagram van betonstaal

3. Het model

In dit hoofdstuk wordt het model beschreven om de staalspanningen aan de meest getrokken zijde in de serviceability limit state te bepalen. Voor dit project zal er enkel worden gekeken naar doorsneden met vier wapeningstaven en rechthoekige doorsneden. Het model wordt uiteindelijk gemodelleerd in Python, hierbij wordt de doorsnede verdeeld over oppervlaktes van 1mm^2 .

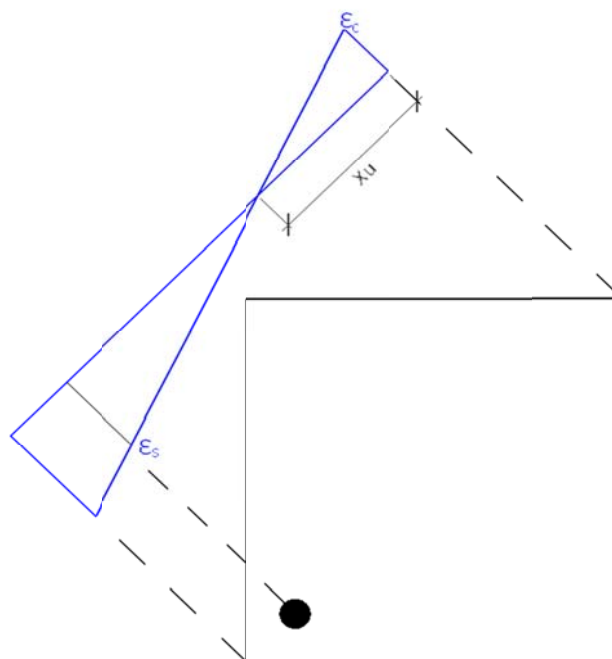
3.1 Definiëren van het model

3.1.1 Rekken

Om het model te definiëren wordt er een willekeurige doorsnede gekozen waarbij gebruikt wordt gemaakt van het eerder afgesproken assenstelsel (figuur 2-1). Uitgaande van positieve momenten zal de grootste staalspanning linksonder in de doorsnede optreden. De rekken kunnen vervolgens worden gedefinieerd vanuit deze positie. Het model gaat uit van de serviceability limit state, het betonstaal bevindt zich dan in het lineair-elastische gebied, ofwel $0‰ \leq \varepsilon_{staal} \leq 2.175‰$.

De grootste drukspanningen zullen rechtsboven in de doorsnede optreden. Ook het beton bevindt zich in het lineair-elastische gebied, de rek in het beton is dan $0‰ \leq |\varepsilon_c| \leq 1.75‰$ zolang de betonsterkteklasse niet groter is dan C50/60. Voor grotere betonsterkteklassen moet de grenswaarde worden aangepast.

In de onderstaande figuur is het rekdiagram weergegeven voor de twee maatgevende rekken:



Figuur 3-1: Rekdiagram van de maatgevende rekken

Zoals eerder vermeldt worden de rekken bepaald vanaf de positie van het betonstaal uit figuur 3-1. De rekken van alle andere punten kunnen vervolgens worden berekend met de volgende vergelijking:

$$\varepsilon_c = \varepsilon_s + y * k_y + z * k_z$$

Door ε_s , k_y , k_z te laten variëren kunnen alle mogelijke rekken worden bepaald. Hieruit volgen de volgende drie voorwaarden:

$$0‰ \leq \varepsilon_s \leq 2.175‰$$

$$0 \leq \kappa_y \leq 7 * 10^{-5} \frac{1}{mm}$$

$$0 \leq \kappa_z \leq 7 * 10^{-5} \frac{1}{mm}$$

3.1.2 Spanningen

De rekken worden vervolgens omgezet naar spanningen met behulp van de wet van Hooke. De spanningsverdeling moet vervolgens overeenkomen met de verwachtingen, namelijk dat de grootste drukspanning rechtsboven in de doorsnede zal optreden. Uiteindelijk worden de spanningen gebruikt om de uitwendige belastingen te bepalen. De positieve richtingen van de belastingen volgen uit het assenstelsel. De uitwendige belastingen worden bepaald aan de hand van de volgende drie evenwichtsvoorwaarden:

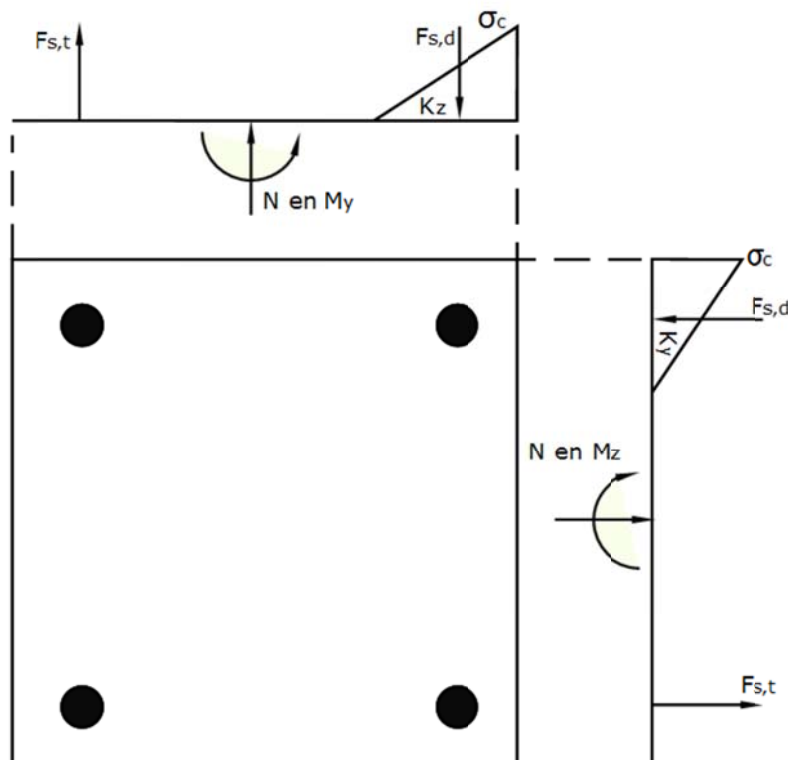
$$\sum F_v = \sum F_s + N - \sum N_{c,ij} = 0$$

$$\sum M_y = M_y - \frac{1}{2} * N * b + \sum F_s * a_{ij} + \sum N_{c,ij} * a_{ij} = 0$$

$$\sum M_z = M_z - \frac{1}{2} * N * h + \sum F_s * a_{ij} + \sum N_{c,ij} * a_{ij} = 0$$

3.1.3 Enkele buiging

De ontwerpformule zal worden beschreven aan de hand van de spanningen ten gevolge van enkele buiging. De spanningsdiagrammen voor de buiging om de y- en z-as zijn te zien in figuur 3-2.



Figuur 3-2: Spanningsdiagram t.g.v. enkele buiging

In de spanningsdiagrammen zijn de kromming en betondrukspanning in de uiterste vezel onbekend voor zowel de y-as als z-as. Deze onbekenden kunnen worden opgelost door middel van de twee evenwichtsvoorwaarden (enkele buiging dus twee voorwaarden):

$$\sum F_v = F_{s,t} - F_{s,d} + N - \frac{1}{2} * x_u * \sigma_c = 0$$

$$\sum M_z = M_z - \frac{1}{2} * N * h + F_{s,d} * c - F_{s,t} * (h - c) + \frac{1}{6} * \sigma_c * x_u^2 = 0$$

De kracht in het betonstaal en de hoogte van de betondrukzone zijn afhankelijk van de kromming:

$$x_u = \frac{|\varepsilon|_c}{k_z}$$

$$F_{s,t} = E_s * \pi * \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 * (\varepsilon_c + k_z * (h - c))$$

$$F_{s,d} = E_s * \pi * \left(\frac{\varnothing}{2}\right)^2 * (\varepsilon_c + k_z * c)$$

De vergelijkingen om de y-as zijn hetzelfde waarbij alleen de hoogte wordt vervangen met de breedte.

Door de vergelijkingen te substitueren kunnen vervolgens de kromming en betondrukspanning worden opgelost. Uiteindelijk kunnen de spanningen aan de meest getrokken zijde ten gevolge van enkele buiging worden gevonden:

$$\sigma_y = E_s (\varepsilon_{c,y} + k_y * y) \quad [MPa]$$

$$\sigma_z = E_s (\varepsilon_{c,z} + k_z * z) \quad [MPa]$$

4. Analyse

In dit hoofdstuk zal de data worden geanalyseerd om uiteindelijk tot een ontwerpformule te komen die de staalspanningen aan de meest getrokken zijde beschrijft. Hiervoor zal eerst het werk uit het voorgaande Bachelor Eindwerk worden gecontroleerd. Vervolgens zal de factor V worden onderzocht met behulp van Python. Alle codes die zijn gebruikt bij het analyseren van de data zijn te vinden in de bijlage.

4.1 Ondergrens

De ontwerpformule die uit het werk van R. Hartevelde^[1] tot stand is gekomen beschrijft de ondergrens van de staalspanningen aan de meest getrokken zijde.

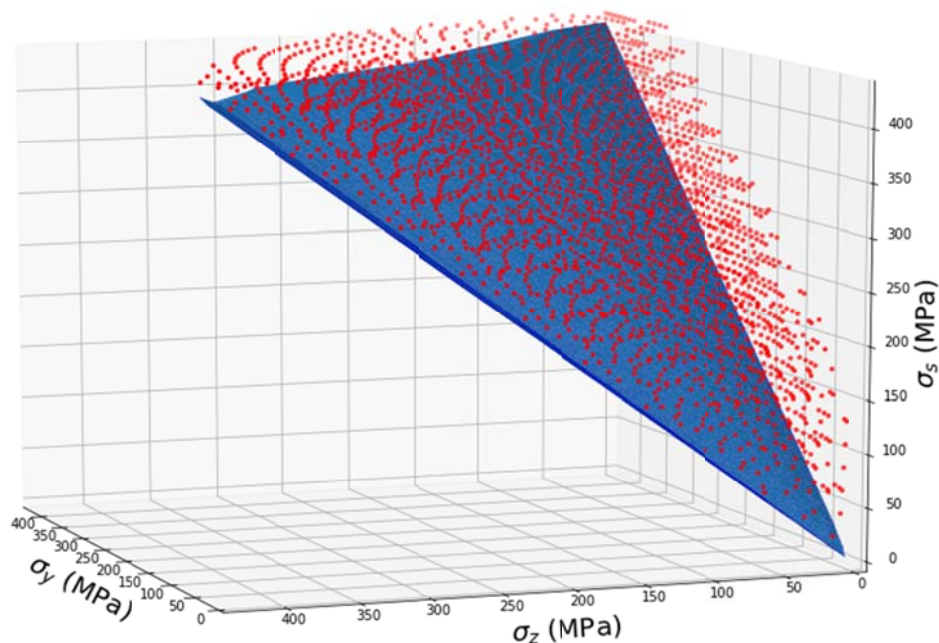
$$\sigma_s = C * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2}, \text{ met } C = 1.05$$

Deze formule blijkt echter niet voor elke situatie de ondergrens nauwkeurig te beschrijven, aangezien voor hogere betonsterkteklassen niet alle datapunten boven de grens liggen. Er moet dus worden gezocht naar een factor C die voor alle gevallen de ondergrens van alle datapunten beschrijft.

Hiervoor is een code geschreven die de factor C varieert en deze controleert op doorsneden met verschillende eigenschappen. Hieruit volgt dat de ondergrens het best wordt beschreven wanneer de factor $C = 1.0$:

$$\sigma_s = 1.0 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad [MPa]$$

In de onderstaande figuur is de ondergrens van de nieuwe formule weergegeven voor een doorsnede met betonsterkteklasse C70/85. Hieruit blijkt dat ook voor hogere betonsterkteklassen de formule voor de ondergrens voldoet.

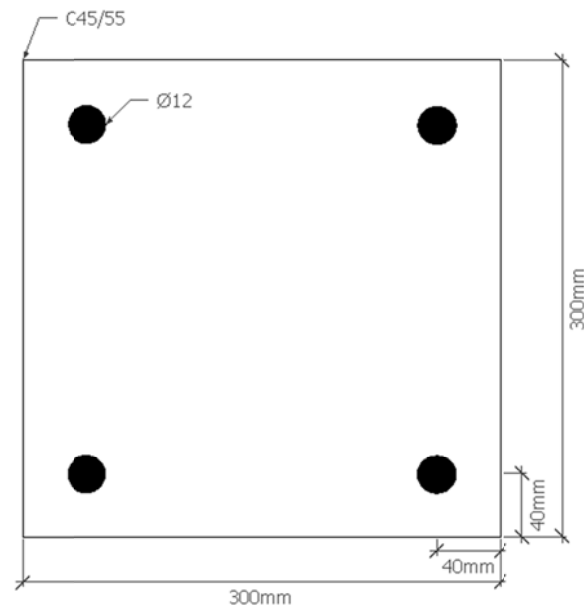


Figuur 4-1: Ondergrens beschreven door factor $C=1.0$

4.2 Factor V

4.2.1 Doorsnede

De factor V geeft de variatie van σ_s weer bij gelijkblijvende σ_y en σ_z zoals te zien is in figuur 4-1. Om deze factor te onderzoeken moet er eerst een referentiedoorsnede worden gekozen. Vervolgens kan de invloed van de betonsterkteklasse, wapeningsstaven en afmeting doorsnede worden bepaald ten opzichte van deze doorsnede. Deze referentiedoorsnede is in de onderstaande figuur weergegeven:



Figuur 4-2: Referentiedoorsnede

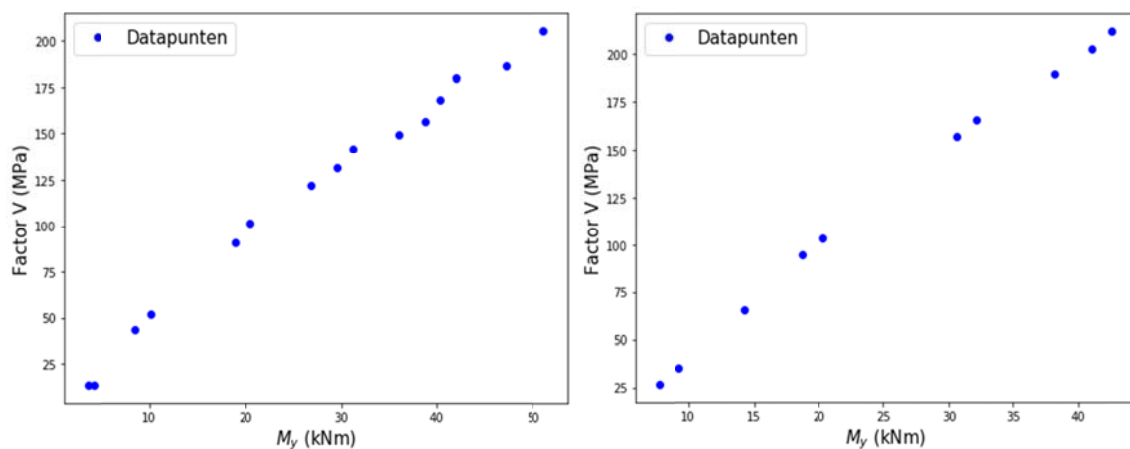
4.2.2 Invloed moment

Allereerst zal het verband tussen het moment en de factor V worden onderzocht. Hiervoor worden alle datapunten bekeken waarvoor geldt dat:

$$20 * i \leq \sigma_y \leq 20 * i + 20, i = 1, 2, \dots, 11$$

$$20 * i \leq \sigma_z \leq 20 * i + 20, i = 1, 2, \dots, 11$$

Voor de waarden $i = 2$ en $i = 5$ is in figuur 4-3 het moment tegen de factor V uitgezet.



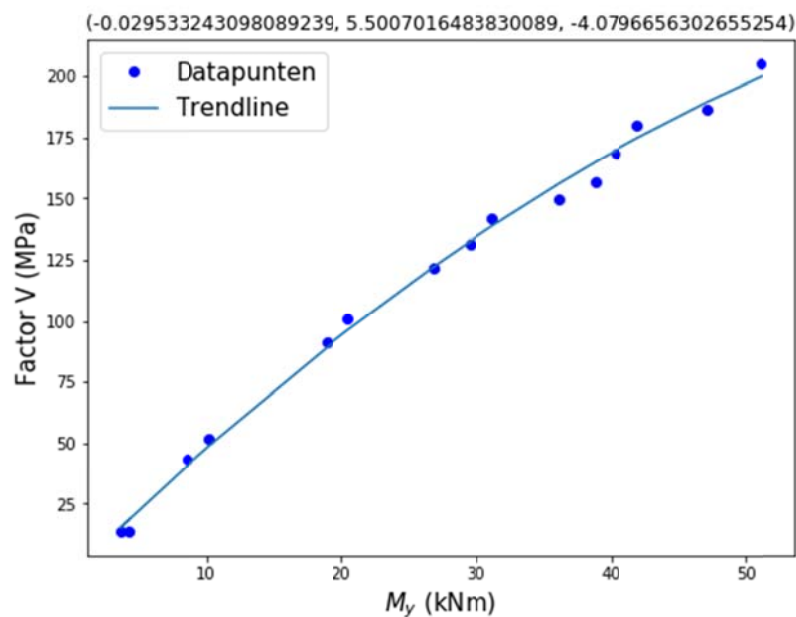
Figuur 4-3: Het moment om de y -as uitgezet tegen de factor V voor $i = 2$ (links) en $i = 5$ (rechts)

Uit de grafiek kan geconcludeerd worden dat bij een toenemende moment ook de factor V toeneemt. De helling van de datapunten is echter niet constant bij verschillende waarden van i . Om dit nader te onderzoeken zal er een regressie-analyse worden uitgevoerd.

De datapunten lijken te worden beschreven door een parabolisch verband met als vergelijking:

$$V = a * M_y^2 + b * M_y + c$$

Voor elke waarde van i worden de constanten a , b en c bepaald. Indien er een verband bestaat tussen de constanten is het mogelijk om tot een formule te komen voor V . In de onderstaande grafiek is de parabolische trendlijn weergegeven voor $i = 2$.



Figuur 4-4: Kwadratische regressie voor $i=2$

De onderstaande tabel geeft de waarden weer voor de drie constanten voor elke waarde van i .

i - waarde	a	b	c
1	-0.027	4.55	5.67
2	-0.0295	5.5	-4.08
3	-0.042	6.58	-13.55
4	-0.039	6.9	-20.85
5	-0.0386	7.22	-27.9
6	-0.033	7.2	-31.9
7	-0.033	7.38	-38.53
8	-0.0347	7.72	-49.7
9	-0.011	6.8	-45.3
10	0.0426	4.66	-29.44
11	-0.02	7.38	-61.2

Tabel 4-1: Resultaten van de kwadratische regressie voor alle waarden van i

Uit de waarden is te zien dat het lastig wordt om een verband te vinden voor de constanten. Een overweging is om het gemiddelde te nemen van alle waarden. Dit zal echter zorgen voor een grote foutmarge gezien het feit dat elke constante een eigen fout met zich meebrengt en samen dit zal leiden tot een fout die groter is dan 20%. Een ander optie is om een ontwerpformule te maken die afhankelijk is van σ_y en σ_z en de daarbij behorende constante a , b en c te gebruiken. Dit is echter geen praktische oplossing, daarom is er gekozen om de invloed van het moment niet verder te onderzoeken.

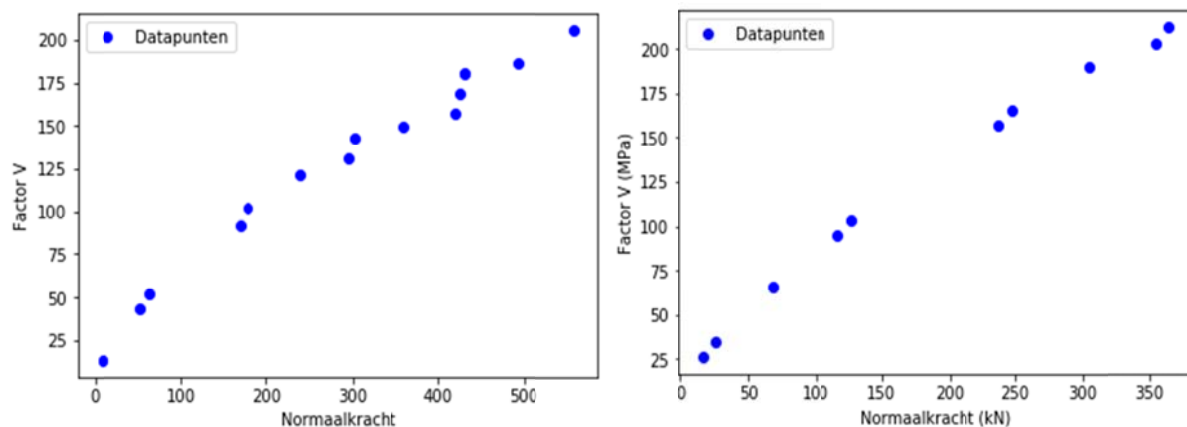
4.2.3 Invloed normaalkracht

De normaalkracht zal net zoals het moment worden onderzocht door naar de datapunten te kijken waarvoor geldt:

$$20 * i \leq \sigma_y \leq 20 * i + 20, i = 1, 2, \dots, 11$$

$$20 * i \leq \sigma_z \leq 20 * i + 20, i = 1, 2, \dots, 11$$

De onderstaande figuur geeft de grafieken weer voor $i = 2$ en $i = 5$ waarbij de normaalkracht in absolute waarden is weergegeven.



Figuur 4-5: De normaalkracht uitgezet tegen de factor V voor $i = 2$ en $i = 5$

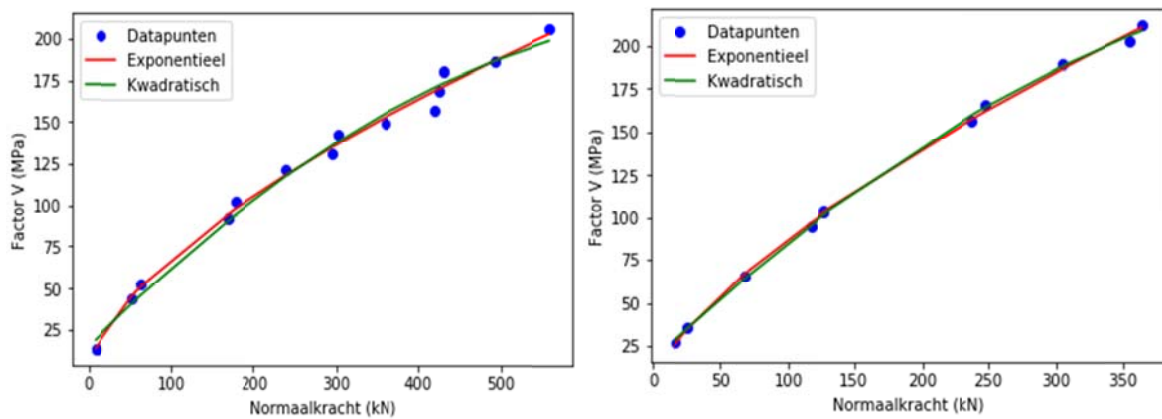
Ook in dit geval neemt de factor V toe bij een toenemende normaalkracht (absolute waarde). De datapunten lijken voor $i = 2$ te worden beschreven door een exponentieel verband. Er wordt daarom gekozen om de volgende twee verbanden te onderzoeken:

o *parabolisch* – $V = a * N^2 + b * |N| + c$

o *exponentieel* – $V = d * |N|^x$

Dit zal wederom worden gedaan door middel van een regressie-analyse waarbij de best mogelijke fit wordt gezocht. Het verband met de kleinste afwijking ten opzichte van de datapunten zal vervolgens verder worden uitgewerkt.

Voor de waarden $i = 2$ en $i = 5$ is in figuur 4.6 het resultaat van de regressie-analyse te zien.



Figuur 4-6: Resultaat van de regressie-analyse voor $i = 2$ en $i = 5$

Zowel de exponentiële als kwadratische fit lijken in de grafieken de data goed te beschrijven. Bij het analyseren van de data blijkt echter dat het kwadratische verloop voor een grotere afwijking zorgt. Hierom is er gekozen met het resultaat van de exponentiële-regressie de normaalkracht verder te onderzoeken.

De exponentiële functie bestaat uit twee constanten die elk onderzocht worden voor elke waarde van i . In de onderstaande tabel zijn de waarden van d en x weergegeven:

i - waarde	d	x
1	3.97	0.58
2	3.58	0.63
3	4.3	0.63
4	3.9	0.66
5	3.75	0.68
6	3.8	0.69
7	4.2	0.68
8	3.9	0.7
9	5.1	0.65
10	5.8	0.63
11	9.9	0.51

Tabel 4-2: Resultaat van de exponentiële-regressie voor alle waarden van i

Uit de tabel is te concluderen dat voor de waarden $i = 1, 2, \dots, 8$ er een relatie te vinden is tussen de factor V en de normaalkracht. Voor de waarden $i > 8$ nemen de waarden van x weer af en neemt d weer toe. Dit kan onder andere komen doordat er niet genoeg datapunten zijn voor $i > 8$. Om deze reden is er gekozen om alleen voor $i \leq 8$ het verband verder te onderzoeken en achteraf na te gaan of deze aanname klopte.

De waarden van d zullen worden gemiddeld, aangezien de getallen dicht bij elkaar liggen:

$$d = \frac{3.97 + 3.58 + 4.3 + 3.9 + 3.75 + 3.8 + 4.2 + 3.9}{8} = 3.93$$

Methode 1

De volgende stap is het bepalen van de waarde x . Hiervoor zijn twee mogelijkheden, namelijk de waarden middelen of de waarden analyseren als functie van σ_y en σ_z . Als eerste wordt er gekeken naar het resultaat wanneer de waarden worden gemiddeld.

Het gemiddelde van x volgens de waarden uit tabel 4-2 resulteert in:

$$x = \frac{0.58 + 0.63 + 0.63 + 0.66 + 0.68 + 0.69 + 0.68 + 0.7}{8} = 0.65$$

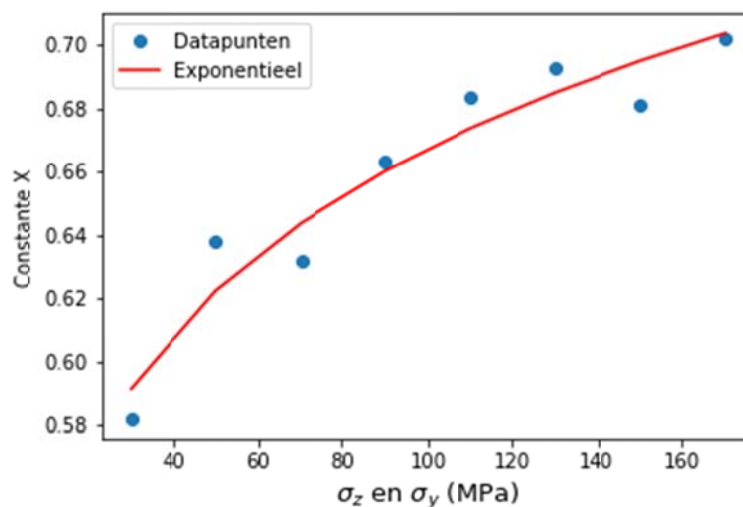
Hieruit volgt dat de formule voor factor V is:

$$V = 3.93 * |N|^{0.65} \quad [MPa]$$

Methode 2

De tweede mogelijkheid is het onderzoeken van de x -waarde als functie van de staalspanning om de y - en z -as. Hiervoor wordt het probleem vereenvoudigd door het gemiddelde te nemen van het interval van de staalspanning voor elke i -waarde (bijvoorbeeld: bij $i = 7$ wordt de spanning $\frac{(7*20)+(7*20+20)}{2} = 150 \text{ MPa}$).

Door middel van deze vereenvoudiging is het mogelijk om de staalspanning tegen x uit te zetten zoals te zien is in de onderstaande figuur. Voor de trendlijn is wederom gekozen voor een exponentieel verband.



Figuur 4-7: Exponentiële fit voor de constante x

De trendlijn in figuur 4-7 heeft als vergelijking:

$$x = 0.42 * \sigma_{y/z}^{0.1}$$

De spanningen om de y -as en z -as zijn echter niet altijd aan elkaar gelijk. Om dit probleem op te lossen worden de volgende mogelijkheden onderzocht ter vervanging van $\sigma_{y/z}$:

- o $mean(\sigma_z, \sigma_y)$
- o $max(\sigma_z, \sigma_y)$
- o $min(\sigma_z, \sigma_y)$
- o $\sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_y^2}$

Aan de hand van een python code is de fout (verschil tussen de ontwerpformule en het model) berekend voor alle staalspanningen waarvoor geldt dat $50 \text{ MPa} \leq \sigma_y \leq 100 \text{ MPa}$ en $50 \text{ MPa} \leq \sigma_z \leq 100 \text{ MPa}$. Uit deze resultaten blijkt dat de minimale waarde van σ_y en σ_z tot de kleinste fout leidt.

Hieruit volgt voor de factor V :

$$V = 3.93 * |N|^x, \text{ met } x = 0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{0.1} \quad [\text{MPa}]$$

Definitieve V

Voor beide methodes wordt de fout bepaald voor alle waarden van i . Indien de fout groter is dan 20% zal dit ook gelden voor alle andere mogelijke combinaties van de spanningen. In de onderstaande tabel zijn voor beide methodes de maximale fout en gemiddelde fout weergegeven:

	Methode 1 (%)	Methode 2 (%)
$i=1$ - Maximale fout	54	6.7
$i=1$ - Gemiddelde fout	32	2.8
$i=11$ - Maximale fout	6.8	3.9
$i=11$ - Gemiddelde fout	5.7	1.6
$i=1,..,11$ - Maximale fout	54	6.7
$i=1,..,11$ - Gemiddelde fout	8.3	1.14

Tabel 4-3: De fout voor beide methodes

Uit de tabel is te concluderen dat de tweede methode het model beter beschrijft. Verder is te zien dat de eerder gemaakte aanname correct is, aangezien voor $i > 8$ de fout klein is. Voor kleine waarden van i is de fout echter groter dan het gemiddelde. Hiernaar zal verder onderzoek worden gedaan in hoofdstuk 5 waar zal worden gekeken naar de bruikbaarheidsgrenzen van de ontwerpformule.

De definitieve formule wordt vervolgens gecombineerd met de formule voor de ondergrens uit hoofdstuk 4.1:

$$\sigma_s = 1.0 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + 3.93 * |N|^x, \text{ met } x = 0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{0.1} \quad [\text{MPa}]$$

4.3 Invloed eigenschappen

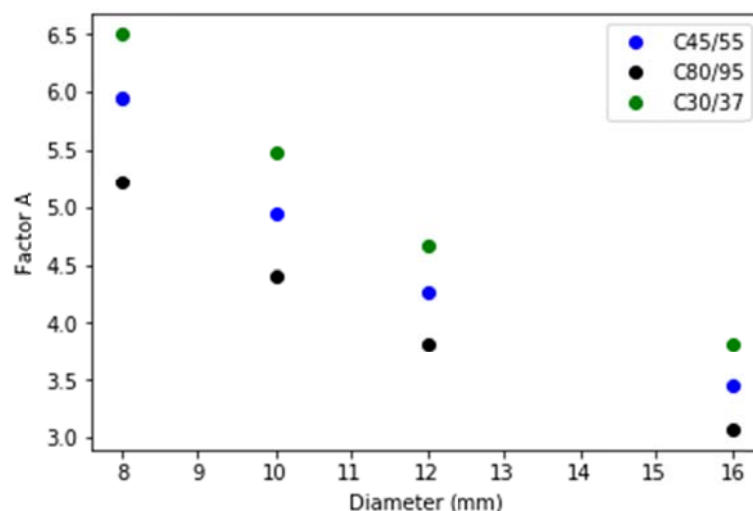
De formule uit hoofdstuk 4.2 geldt voornamelijk alleen voor de referentiedoorsnede. Om ook de invloed van de drie eigenschappen in de formule te verwerken, zal er gekeken worden of er een factor A kan worden bepaald die afhankelijk is van deze eigenschappen. De formule zal er dan als volgt uitzien:

$$\sigma_s = 1.0 * \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + A * |N|^{0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{0.1}} \text{ [MPa]}$$

Om tot een functie voor A te komen wordt de data voor elke eigenschap apart onderzocht om de invloed ervan te bepalen. Vervolgens worden deze resultaten gecombineerd om tot een algemene formule te komen die aan alle drie de eigenschappen voldoet.

4.3.1 Diameter

Allereerst zal de invloed van de diameter worden onderzocht. Hiervoor zullen drie betonsterkteklassen worden onderzocht, namelijk C30/37, C45/55 en C80/95. Van deze drie betonsterkteklassen wordt de diameter gevarieerd. Vervolgens worden de bijbehorende waarden A bepaald die tot de kleinste gemiddelde fout leiden. In de onderstaande figuur is voor elke betonsterkteklasse de factor A uitgezet tegen de diameter van het betonstaal:



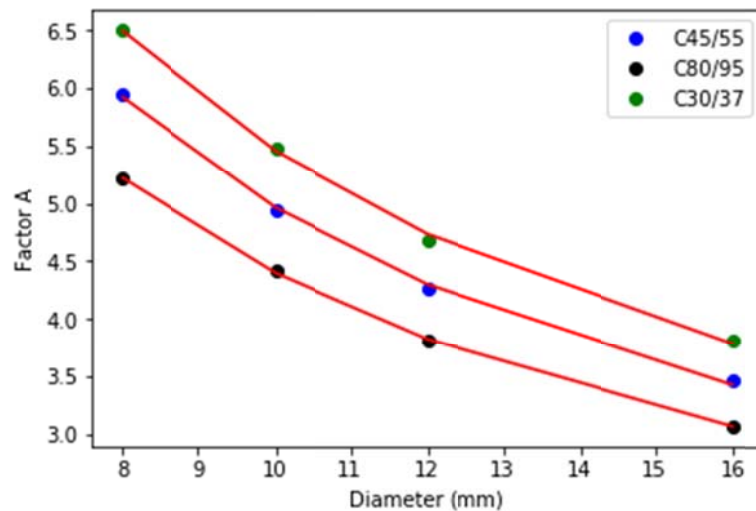
Figuur 4-8: Invloed diameter voor drie betonsterkteklassen

Wat opvalt uit de bovenstaande figuur is dat de datapunten voor elke betonsterkteklasse hetzelfde verband lijken te volgen. Daarnaast lijkt het erop dat een hogere betonsterkteklasse tot een kleinere factor A leidt. Dit komt overeen met de verwachtingen, aangezien een grotere sterkte tot een lagere spanning leidt.

Om consequent te blijven met de eerder gebruikte trendlijnen wordt er gekozen de data te beschrijven aan de hand van een exponentiële functie:

$$A = a * diameter^x$$

In figuur 4-9 zijn de exponentiële trendlijnen weergegeven voor de drie betonsterkteklassen.



Figuur 4-9: Exponentiële trendlijnen voor de invloed van de diameter

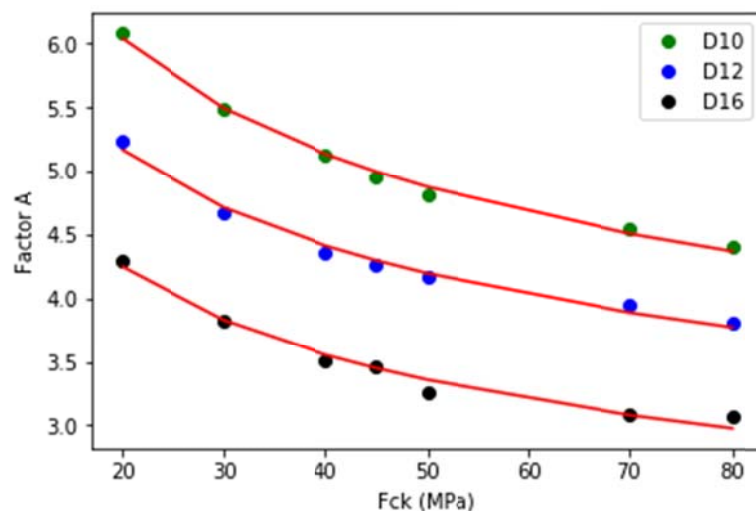
De onderstaande tabel geeft de waarden van a en x weer voor de drie betonsterkteklassen. Uit de tabel kan worden geconcludeerd dat de datapunten inderdaad hetzelfde verband volgen, aangezien de waarden van x in alle gevallen zowat hetzelfde zijn. Verder blijkt ook uit de tabel dat een lagere betonsterkteklasse voor hogere spanning zorgt, doordat de factor a toeneemt wanneer de betonsterkteklasse toeneemt.

	a	x
C45/55	30.6	-0.79
C30/37	32.8	-0.78
C80/95	25.8	-0.77

Tabel 4-4: Waarden van de exponentiële trendlijnen voor figuur 4-9

4.3.2 Betonsterkteklasse

De invloed van de betonsterkteklasse zal op dezelfde manier worden onderzocht waarbij dit keer de diameter constant wordt gehouden. In de onderstaande figuur is de factor A tegen de betonsterkteklasse uitgezet voor drie verschillende diameters. Daarnaast zijn ook de exponentiële trendlijnen weergegeven.



Figuur 4-10: Trendlijnen voor de invloed van de betonsterkteklasse

Ook in dit geval volgen de datapunten hetzelfde verband. Dit wordt bevestigd door de onderstaande tabel, aangezien de x -waarden dicht bij elkaar liggen. Verder kan uit de tabel en grafiek worden geconcludeerd dat wanneer de diameter toeneemt, de factor a afneemt.

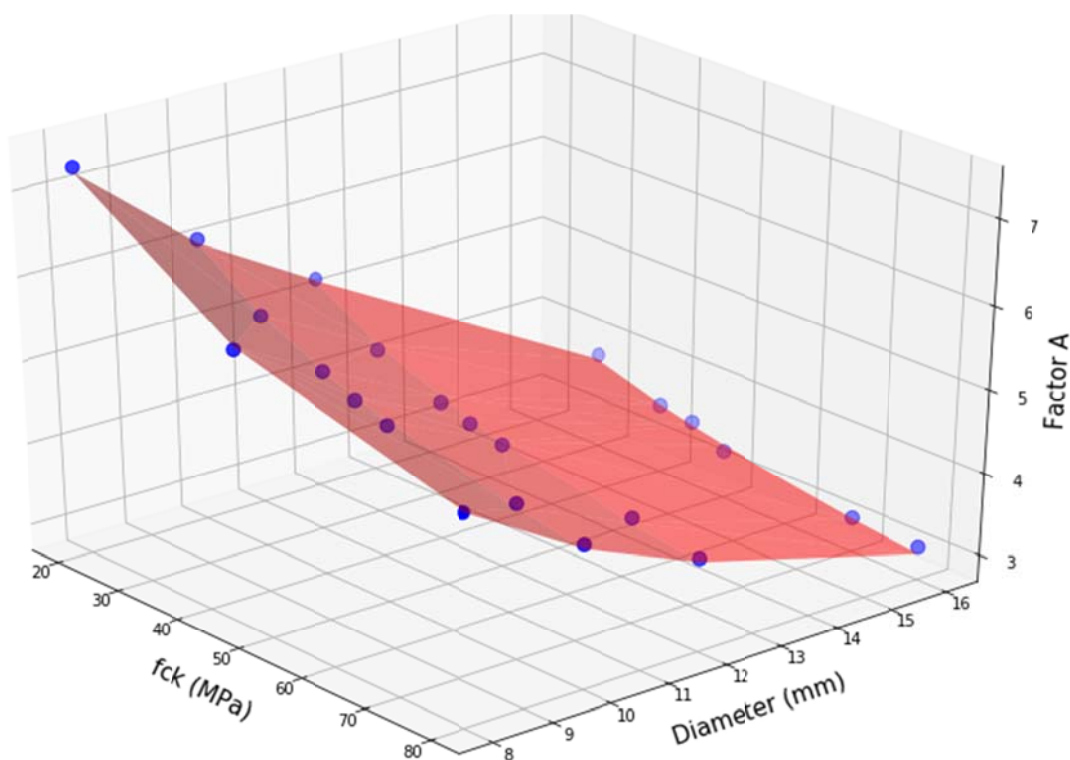
	a	x
D10	12.2	-0.23
D12	10.2	-0.226
D16	9.2	-0.25

Tabel 4-5: Waarden van de exponentiële trendlijnen voor figuur 4-10

De resultaten uit tabel 4-4 en 4-5 zijn beide zowel afhankelijk van de diameter van het betonstaal als van de betonsterkteklasse. Er wordt dus gezocht naar een functie die afhankelijk is van beide eigenschappen. Deze functie zal een vlak moeten beschrijven die het best overeenkomt met de datapunten. De vergelijking is hieronder weergegeven:

$$A = a * (\text{betonsterkteklasse}^x * \text{diameter}^{x_1})$$

Met behulp van Python is er gezocht naar de waarden van a , x en x_1 die voor de best mogelijke fit van de datapunten zorgt. In de onderstaande figuur is de 3D plot weergegeven waarbij de factor A is uitgezet tegen de diameter en betonsterkteklasse. Verder is ook het vlak weergegeven die het best overeenkomt met de reeks datapunten.



Figuur 4-11: Vlak die de datapunten het best beschrijft

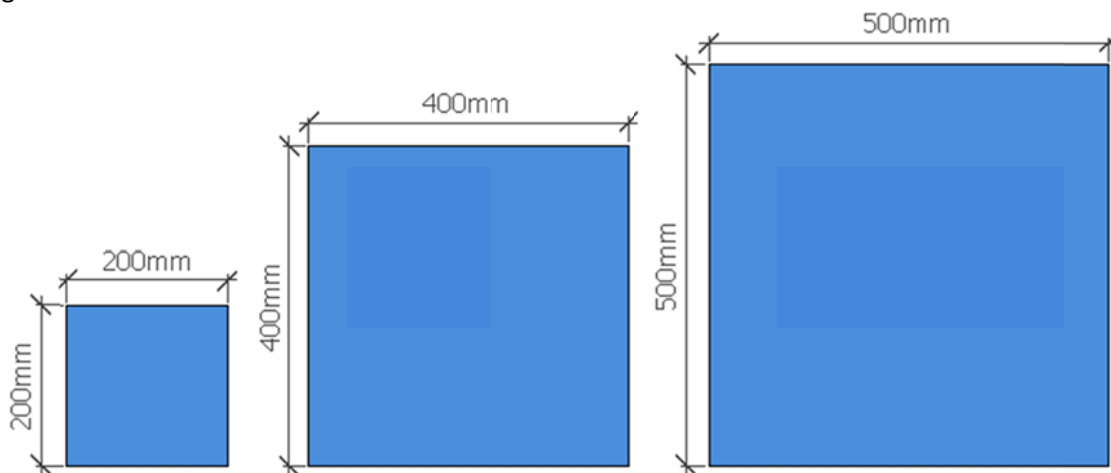
De vergelijking van het vlak uit figuur 4-11 is:

$$A = 78 * (f_{ck}^{-0.24} * \varnothing^{-0.80})$$

De coëfficiënten x en x_1 komen nagenoeg overeen met de eerder gevonden waarden uit tabel 4-4 en 4-5. Verder geldt de formule voorlopig alleen voor een doorsnede met een hoogte en breedte van 300 mm.

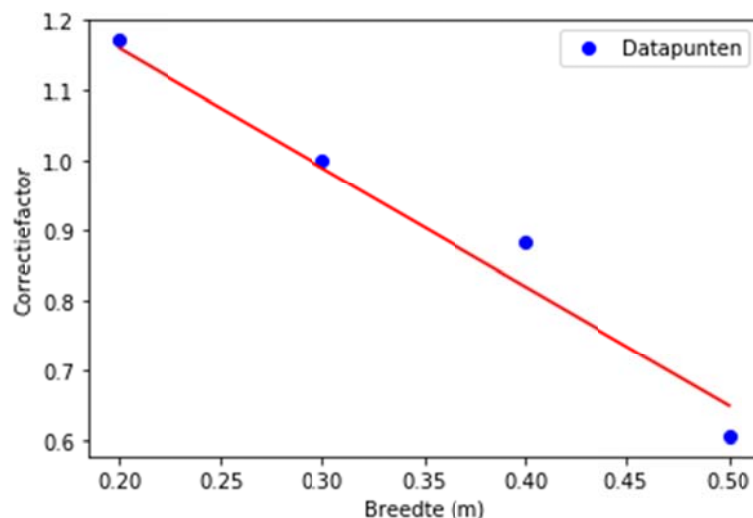
4.3.1 Afmeting doorsnede

Als laatst zal de afmeting van de doorsnede worden onderzocht. Hiervoor zal eerst worden gekeken naar doorsneden waarvan de hoogte en breedte aan elkaar gelijk zijn. Vervolgens zal er ook gekeken worden naar doorsneden waarvan de verhouding tussen de hoogte en breedte wordt gevarieerd. De volgende doorsneden worden als eerst onderzocht:



Figuur 4-12: Doorsneden waarvan de hoogte en breedte aan elkaar gelijk zijn

De invloed van de bovenstaande afmetingen op de vergelijking van de vlak uit figuur 4-11 zal worden onderzocht. Hiervoor zal de formule worden gecorrigeerd aan de hand van een correctiefactor die afhankelijk is van de breedte van de doorsnede. In figuur 4-13 is de breedte van de doorsneden uitgezet tegen deze correctiefactor.



Figuur 4-13: De breedte van de doorsnede uitgezet tegen de correctiefactor

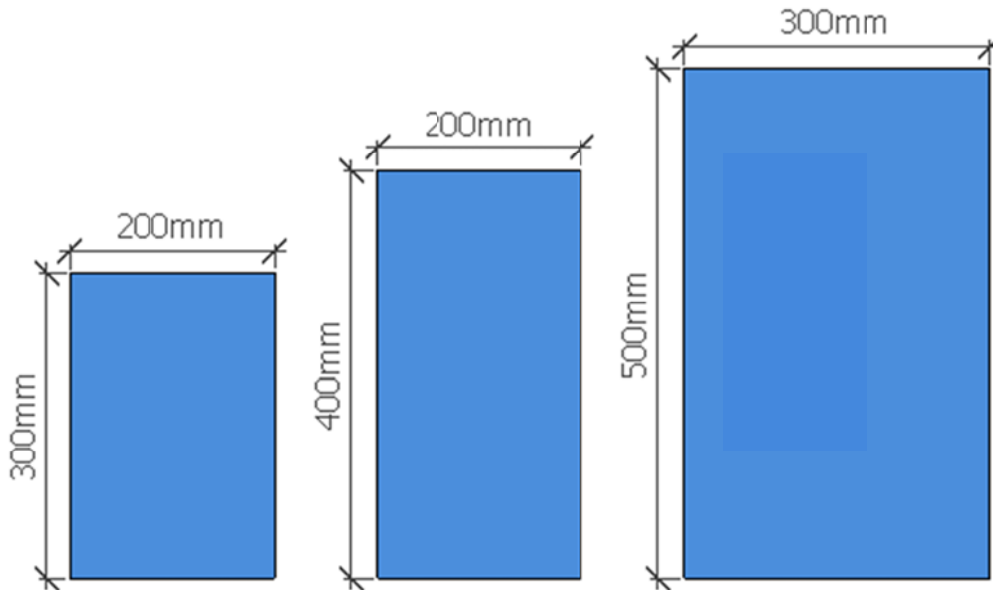
Om tot een vergelijking te komen voor de correctiefactor is er gekozen voor een lineaire trendlijn zoals te zien is in figuur 4-13. De trendlijn is als volgt gedefinieerd:

$$\text{Correctiefactor} = 1.55 - 1.8 * b^*$$

Deze formule wordt vervolgens toegevoegd aan de vergelijking van factor A :

$$A = (1.55 - 1.8 * b^*) * (78 * (f_{ck}^{-0.24} * \varnothing^{-0.80})), \text{ met } b^* \text{ in meters}$$

Als laatst zal er worden gekeken naar doorsneden waarvan de verhouding tussen de hoogte en breedte groter is dan één. Hiervoor zullen de volgende drie verhoudingen worden onderzocht:



Figuur 4-14: Doorsnede waarvan de verhouding groter is dan één

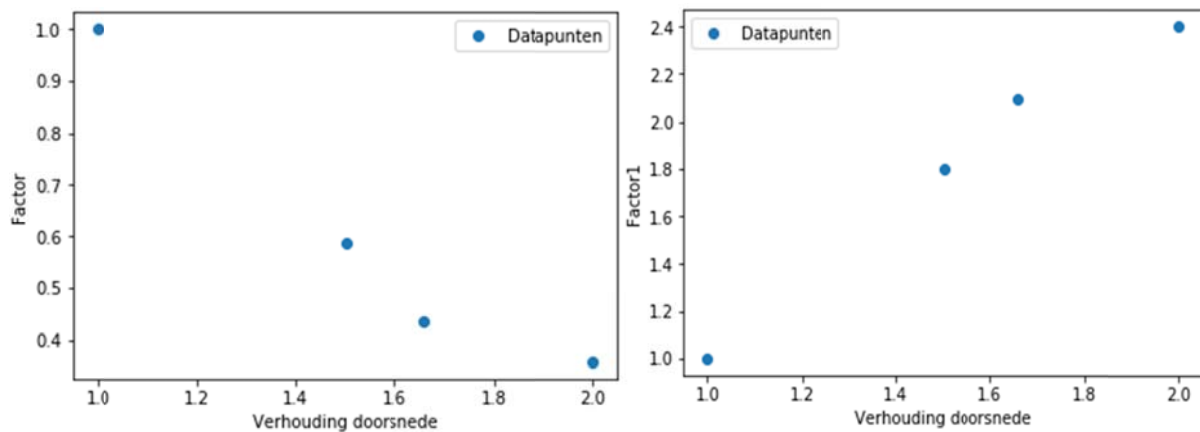
Allereerst is er geprobeerd om zoals bij de doorsneden uit figuur 4-12 de invloed van de verhoudingen op de formule van factor A te onderzoeken. Na het analyseren van het resultaat bleek echter dat er geen verband te vinden was tussen de verhouding van de doorsnede en de factor A . Daarom is er besloten de invloed van de verhoudingen op de coëfficiënten 0.42 en 0.1 te onderzoeken. De uiteindelijke ontwerpformule zal er dan als volgt uitzien met $factor$ en $factor^1$ als onbekenden:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + (1.55 - 1.8 * b^*) * \left(\frac{78}{f_{ck}^{0.24} * \varnothing^{0.80}} \right) * |N|^x$$

$$x = factor * 0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{factor^1 * 0.1}$$

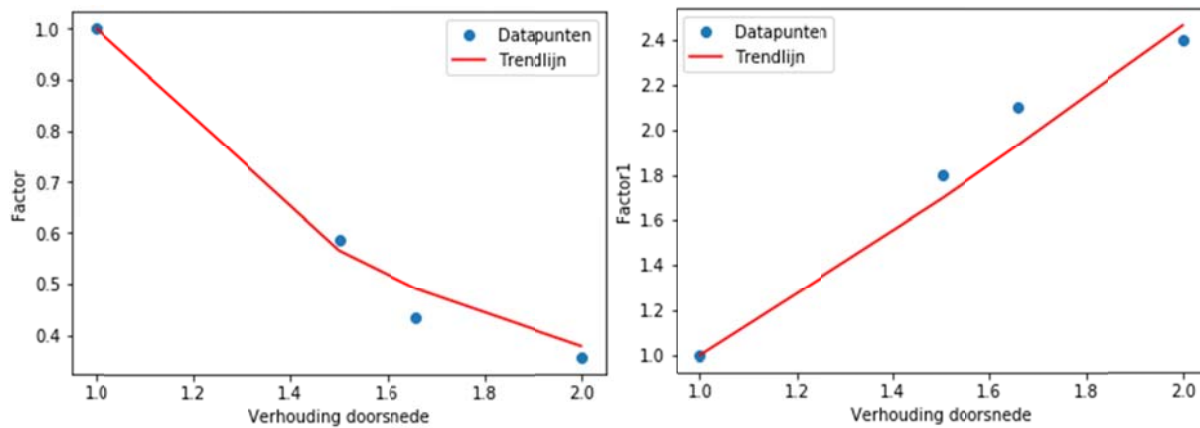
De voorwaarde waar de factoren aan moeten voldoen is dat voor een verhouding van één de factor ook één moet zijn, zodat het resultaat voor deze doorsneden wordt behouden.

In de onderstaande figuur zijn de datapunten weergegeven voor beide factoren:



Figuur 4-15: Datapunten voor beide factoren

Uit de bovenstaande figuren kan worden geconcludeerd dat voor beide factoren de datapunten op een trendlijn liggen. Deze trendlijn moet echter wel voldoen aan de eerdergenoemde voorwaarde. Hieruit volgen de volgende twee trendlijnen:



Figuur 4-16: Trendlijnen voor de datapunten

De trendlijnen in figuur 4-16 hebben de volgende vergelijkingen:

$$\text{Factor} = \frac{1}{\text{verhouding}^{1.4}}$$

$$\text{Factor}^1 = \text{verhouding}^{1.3}$$

Deze factoren worden vervolgens gesubstitueerd om tot de definitieve ontwerpformule te komen:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + (1.55 - 1.8 * b^*) * \left(\frac{78}{f_{ck}^{0.24} * \varnothing^{0.80}} \right) * |N|^x \quad [MPa]$$

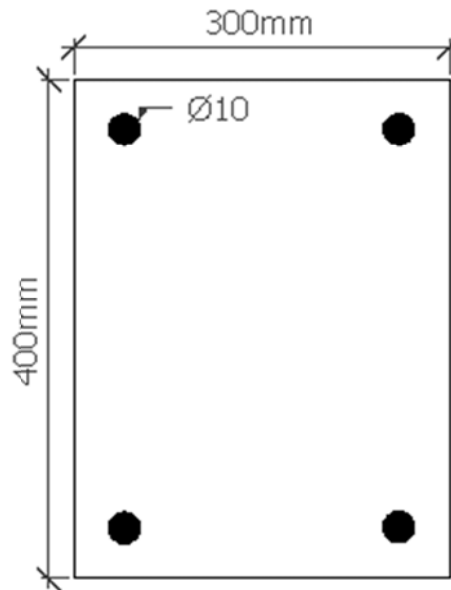
$$x = \frac{0.42}{\left(\frac{h}{b}\right)^{1.4}} * \min(\sigma_y, \sigma_z) \left(\frac{h}{b}\right)^{1.3 * 0.1}, \text{ met } \frac{h}{b} \geq 1$$

5. Voorbeeldberekening

In dit hoofdstuk zal er een voorbeeldberekening worden uitgevoerd voor een willekeurige doorsnede die niet is gebruikt bij het bepalen van de ontwerpformule. Er zal vervolgens worden gekeken naar drie spanningsgebieden waaruit vervolgens de bruikbaarheid van de ontwerpformule in deze spanningsgebieden zal worden beoordeeld.

5.1 Doorsnede

De doorsnede die zal worden onderzocht is in figuur 4-17 weergegeven:



Figuur 5-1: Doorsnede voorbeeldberekening

De volgende constanten zijn van toepassing op de bovenstaande doorsnede:

- o $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$
- o $\frac{h}{b} = 1\frac{1}{3}$
- o $b^* = 0.3 \text{ m}$
- o $\varnothing = 10 \text{ mm}$

De volgende drie spanningsgebieden zullen worden geanalyseerd:

- A. $0 \leq \sigma_y \leq 100 \quad \wedge \quad 0 \leq \sigma_z \leq 100$
- B. $100 \leq \sigma_y \leq 200 \quad \wedge \quad 100 \leq \sigma_z \leq 200$
- C. $200 \leq \sigma_y \leq 435 \quad \wedge \quad 200 \leq \sigma_z \leq 435$

De bovenstaande gebieden beschrijven niet alle mogelijke spanningscombinaties. De resultaten zullen echter wel een goed beeld geven voor de bruikbaarheid van de ontwerpformule voor alle mogelijke spanningscombinaties. Verder moet er rekening worden gehouden dat niet alle resultaten uit de drie spanningsgebieden realistisch hoeven te zijn.

5.2 Gebied A

Voor gebied A zijn er in de onderstaande tabel een aantal spanningscombinaties weergegeven.

	N (kN)	σ_y (MPa)	σ_z (MPa)	$\sigma_{s,model}$ (MPa)	$\sigma_{s,formule}$ (MPa)	$fout$ (%)
	-149.8	4.8	4.4	21.75	34.5	58
	-43.7	23.8	28.8	65.25	63.6	2.6
	-823.6	19.9	0.3	65.25	43.2	33.7
	-1124	57.4	45.1	217.5	223.9	3
	-878.9	89.3	61.2	282.75	263.8	6.7
	-26	82.66	62.6	130.5	129.6	0.7
gem. fout	-	-	-	-	-	9.1

Tabel 5-1: Resultaten voor gebied A

Uit de bovenstaande tabel is op te merken dat de fout voor gebied A sterk uiteenloopt met een maximale fout van 58% en een gemiddelde fout van 9.1%. Dit komt echter alleen voor bij combinaties waarvan ten minste één van de spanningen ten gevolge van enkele buiging kleiner is dan 10 MPa.

Voor zulke lage spanningen zal de scheurwijdte echter nooit maatgevend zijn, waardoor deze resultaten dus niet van belang zijn. Om deze reden is er gekozen de ontwerpformule te begrenzen. Dit leidt tot de volgende voorwaarde:

$$\sigma_z \geq 50 \text{ MPa} \quad \wedge \quad \sigma_y \geq 50 \text{ MPa}$$

5.3 Gebied B

In tabel 5-2 zijn voor gebied B een aantal resultaten te zien:

	N (kN)	σ_y (MPa)	σ_z (MPa)	$\sigma_{s,model}$ (MPa)	$\sigma_{s,formule}$ (MPa)	$fout$ (%)
	-13.5	101	118	174	175.4	0.8
	-79.75	115.1	153.4	261	248.5	4.8
	-649	118.5	103.1	369.75	330	10.8
	-286.9	190.5	110.5	391.5	334	14.7
	-50.5	158.9	194.3	304.5	300	1.6
	-613.6	115.5	126.9	391	349	10.8
gem. fout	-	-	-	-	-	6.2

Tabel 5-2: Resultaten voor gebied B

Uit tabel 5-2 is te concluderen dat alle resultaten binnen de foutmarge van 20% vallen. Wat opvalt is dat bij grote normaalkrachten de fout groter is dan de gemiddelde fout van 6.2%. De fout blijft echter kleiner dan 20% waardoor de ontwerpformule bruikbaar is voor dit gebied.

5.4 Gebied C

Als laatste is in de onderstaande tabel een aantal resultaten weergegeven voor gebied C:

	N (kN)	σ_y (MPa)	σ_z (MPa)	$\sigma_{s,model}$ (MPa)	$\sigma_{s,formule}$ (MPa)	f_{out} (%)
	-153.2	216.3	213.9	435	410.6	5.6
	-26.9	208.8	338.7	435	434.3	0.2
	-36.5	268.7	244.2	413.2	409.2	1.0
	-103.5	200.8	216	391.5	367.5	3.8
	-43.6	212.6	291.8	413.2	410.2	0.7
	-66.6	214.8	237.8	391.5	384.5	1.8
<i>gem. fout</i>	-	-	-	-	-	1.68

Ook in dit geval vallen alle resultaten binnen de foutmarge. De resultaten zijn voor dit gebied het nauwkeurigst. Er kan dus geconcludeerd worden dat ook voor gebied C de ontwerpformule bruikbaar is.

6. Conclusies en aanbevelingen

Er is in dit eindwerk gezocht naar een ontwerpformule die de staalspanningen aan de meest getrokken zijde het best beschrijft. In dit hoofdstuk worden de eerder opgestelde hoofd- en deelvragen beantwoord. Verder worden er aanbevelingen gedaan voor een eventueel vervolgonderzoek.

6.1 Conclusie

- De hoofdvraag luidde: **Is het mogelijk om tot een ontwerpformule te komen die voldoet aan de resultaten van het model met een foutmarge van 20%?**

Uit dit onderzoek is gebleken dat het mogelijk is om tot een ontwerpformule te komen die voldoet aan deze foutmarge. Hiervoor moet wel worden voldaan aan de eis uit hoofdstuk 5.1 die stelt dat $\sigma_z \geq 50 \text{ MPa} \wedge \sigma_y \geq 50 \text{ MPa}$. De spanningen kunnen dan worden bepaald met de volgende ontwerpformule:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2} + (1.55 - 1.8 * b^*) * \left(\frac{78}{fck^{0.24} * \emptyset^{0.80}} \right) * |N|^x \quad [\text{MPa}]$$
$$x = \frac{0.42}{\left(\frac{h}{b}\right)^{1.4}} * \min(\sigma_y, \sigma_z) \left(\frac{h}{b}\right)^{1.3 * 0.1}, \text{ met } \frac{h}{b} \geq 1$$

De bovenstaande formule geldt echter alleen voor rechthoekige doorsneden met vier wapeningsstaven.

- De 1^{ste} deelvraag luidde: **Kan er een formule voor factor V worden gedefinieerd voor een referentiedoorsnede?**

Dit bleek inderdaad mogelijk te zijn door de invloed van de normaalkracht en moment te onderzoeken. Hieruit volgde dat er een verband was tussen de normaalkracht en de staalspanning met als resultaat de volgende vergelijking:

$$V = |N|^{0.42 * \min(\sigma_y, \sigma_z)^{0.1}} \quad [\text{MPa}]$$

- De 2^{de} en 3^{de} deelvraag luidde: **Wat is de invloed van de betonsterkteklasse en diameter op de ontwerpformule?**

Bij het veranderen van de diameter en betonsterkteklasse bleek dat de ontwerpformule niet meer voldeed aan de eis van 20% en dat er een correctiefactor nodig was om dit op te lossen. Deze correctiefactor A is hieronder weergegeven:

$$A = \left(\frac{78}{fck^{0.24} * \emptyset^{0.80}} \right)$$

- De 4^{de} deelvraag luidde: **Wat is de invloed van de afmetingen van de doorsnede op de ontwerpformule?**

Ook in dit geval bleek dat de ontwerpformule niet voldeed bij het veranderen van de afmetingen. Hiervoor moest de ontwerpformule worden gecorrigeerd. De eerste correctiefactor hield rekening met de breedte van de doorsnede:

$$A = (1.55 - 1.8 * b^*)$$

Vervolgens is er gekeken naar de doorsneden waarvan de verhouding groter is dan één. Hieruit bleek dat er twee correctiefactoren moesten worden geïntroduceerd in de functie van de referentiedoorsnede. Deze twee factoren zijn hieronder weergegeven:

$$factor = \frac{1}{(\frac{h}{b})^{1.4}} \text{ en } factor^1 = (\frac{h}{b})^{1.3}$$

6.2 Aanbevelingen

Op basis van het resultaat van dit onderzoek worden de volgende aanbevelingen gedaan:

1. De invloed van diameters groter dan 32 mm zal moeten worden onderzocht om te kijken of de ontwerpformule ook in dat geval voldoet.
2. In dit eindproject is er enkel gekeken naar rechthoekige doorsneden er moet dus nog worden gekeken naar andere doorsneden zoals bijvoorbeeld ronde doorsneden.
3. De definitieve ontwerpformule is enkel onderzocht voor doorsneden met vier wapeningsstaven. De invloed van het aantal wapeningsstaven is dus niet onderzocht en hiernaar zal onderzoek moet worden gedaan.
4. De invloed van de verhoudingen die groter zijn dan één zal beter moeten worden geanalyseerd. Hiervoor moet meer data worden vergaard, zodat de invloed beter kan worden onderzocht.

Literatuurlijst

- [1]. R.Harteveld (2015). *Dubbele buiging in betonnen kolommen in de serviceability limit state*. Delft: TU Delft
- [2]. Braam, C.R., Lagendijk, P. (2011). *Constructie leer Gewapend Beton*. Boxtel: Aneas
- [3]. Welleman, J.W. (2017). *Module: Niet-Symmetrische En Inhomogene Doorsneden*. Delft: TU Delft

Bijlage

Alle ruwe data kan op aanvraag worden verkregen, aangezien het te veel is om in het verslag te verwerken.

Bijlage 1: Python code referentiedoorsnede

```
1. import numpy as np
2. import numpy.random as rnd
3. import pandas as pd
4. import matplotlib.pyplot as plt
5. import scipy.optimize as sc
6. from pandas import read_csv
7. from scipy.stats import norm
8. import ipywidgets as widgets
9. from ipywidgets import interact
10. from scipy import stats
11. from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
12. from scipy.optimize import curve_fit
13. %matplotlib inline
14. from pylab import *
15. import pylab as py
16. py.close("all")
17.
18. #Opgeslagen data loaden
19. data = np.loadtxt("C8095")
20.
21. #Alle data opslaan per array
22. Mya=data[0]
23. Mza=data[1]
24. Na=data[2]
25. sigya=data[3]
26. sigza=data[4]
27. sigmastaal=data[5]
28.
29. #data in #3d plot
30.
31. fy=435
32. c = cm.colors.ColorConverter().to_rgba('mediumblue', alpha=0.1)
33. func=1*np.sqrt(((data[3])**2)+((data[4])**2)) #Formule ondergrens
34. Staalspanning=data[5]
35. fig = py.figure(1,figsize=(16,12))
36. ax = fig.add_subplot(111,projection='3d')
37. ax.plot_trisurf(data[3],data[4],func,edgecolor=c)
38. ax.scatter(data[3],data[4],data[5],c='r',marker='.',s=30)
39. ax.set_xlabel('$\sigma_y$ (MPa)',fontsize=20)
40. ax.xaxis.set_ticks_position('top')
41. ax.set_ylabel('$\sigma_z$ (MPa)',fontsize=20)
42. ax.yaxis.set_ticks_position('top')
43.
44. ax.set_zlabel('$\sigma_s$ (MPa)',fontsize=20)
45. ax.zaxis.set_ticks_position('top')
46. ax.set_xlim(0,fy)
47. ax.set_title('Beschrijving van de ondergrens voor C70/85',fontsize=20)
48. ax.set_ylim(0,fy)
49. ax.set_zlim(0,fy)
50. ax.elev = 10
51. ax.azim = 160
52. py.show()
53.
```

```

54. spanningy= []
55. spanningz=[]
56. normaal=[]
57. momenty=[]
58. momentz=[]
59. spanningstaal=[]
60.
61. #Alleen staalspanningen kleiner dan 435
62. for i in range(len(sigmastaal)):
63.     if sigmastaal[i]<=435:
64.         momenty.append( Mya[i])
65.         momentz.append(Mza[i])
66.         normaal.append(Na[i])
67.         spanningy.append(sigya[i])
68.         spanningz.append(sigza[i])
69.         spanningstaal.append(sigmastaal[i])

1. #Exponentieel formule voor regressie-analyse
2.
3. from scipy.optimize import curve_fit
4. def funl(x,a,b):
5.     return a*x**b
6.
7. #Lege arrays om waarden in op te slaan
8. forceN=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
9. factorV=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
10. sigmaZ=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
11. sigmaY=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
12. momentY=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
13. momentZ=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
14. sigmaS=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
15. fout=[],[],[],[],[],[],[],[],[],[],[]
16. interval=[20,40,60,80,100,120,140,160,180,200,220,240] #Intervallen voor i-
    waarden
17.
18. #Voor elke interval worden de data in de lege array opgeslagen
19. for i in range(len(spanningstaal)):
20.     for j in range(len(interval)-1):
21.         if spanningy[i]>=interval[j] and spanningy[i]<=interval[j+1]:
22.             if spanningz[i]>=interval[j] and spanningz[i]<=interval[j+1]:
23.                 forceN[j].append(normaal[i])
24.                 factorV[j].append(spanningstaal[i]-
1* np.sqrt((spanningy[i]**2)+(spanningz[i]**2)))
25.                 sigmaY[j].append(spanningy[i])
26.                 sigmaZ[j].append(spanningz[i])
27.                 sigmaS[j].append(spanningstaal[i])
28.                 momentY[j].append(momenty[i])
29.                 momentZ[j].append(momentz[i])
30.
31. def func(y,y1,y2,y3,y4,y5,y6): #y=Normaalkracht,y1=Factor V, y2=My,y3=Mz,y4=sigmay,
    y5=sigmaz,y6=spanning in staal
32.     plt.figure()
33.     x = map(abs,y) #positieve waarde van de normaalkracht
34.     normaalkracht=np.zeros(len(x))
35.     for i in range(len(x)):
36.         normaalkracht[i]=x[i]
37.
38.     popt, pcov = curve_fit(funl, normaalkracht, y1) #exponentieel trendlijn
39.     slope,slope1, intercept = np.polyfit(normaalkracht,y1,2) #kwadratische trendlij
n
40.     formule = popt[0]*normaalkracht**popt[1]
41.     formule1=slope*normaalkracht**2+slope1*normaalkracht+intercept
42.
43.     plt.xlabel('Normaalkracht (kN)')
44.     plt.ylabel('Factor V (MPa)')

```

```

45. plt.plot(normaalkracht,y1,'bo')
46. plt.plot(normaalkracht,formule,'r')
47. plt.plot(normaalkracht,formule1,'g')
48. plt.title((popt[0],popt[1]))
49. plt.legend(('Datapunten','Exponentieel','Kwadratisch'))
50.
51. table = " combinatie My(kNm) Mz(kNm) N(kN) sigmay(MPa) sigmaz(MPa) si
gmastaal(MPa) V \n"
52. for c in range(len(y1)):
53.     table = table + " {:1d}: {:14.3f} {:8.3f} {:10.2f} {:8.1f} {:12.1f} {:12.1f
} {:14.1f} \n".format(c+1,y2[c],y3[c],y[c],y4[c],y5[c],y6[c],y1[c])
54. print table
55. return (popt[0],popt[1]),(abs((y1-formule)/y1)*100),(abs((y1-
formule1)/y1)*100) #output waardes,tabel en grafiek
56.
57. n=4
58. func(forceN[n],factorV[n],momentY[n],momentZ[n],sigmaY[n],sigmaZ[n],sigmaS[n])
59. def fun1(y,y1,y2,y3,y4,y5,y6): #y=Normaalkracht,y1=Factor V, y2=My,y3=Mz,y4=sigmay,
y5=sigmaz,y6=spanning in staal
60.     x = map(abs,y) #positieve waarden
61.     normaalkracht=np.zeros(len(x))
62.     for i in range(len(x)):
63.         normaalkracht[i]=x[i]
64.
65.     popt, pcov = curve_fit(fun1, normaalkracht, y1)
66.     return popt[0],popt[1] #output d en x waarde
67.
68. popt=np.zeros(len(interval)-1)
69. popt1=np.zeros(len(interval)-1)
70. for i in range(len(interval)-1): # voor elke i-
waarde worden de constanten d en x in een array gestopt
71.     popt[i]=fun1(forceN[i],factorV[i],momentY[i],momentZ[i],sigmaY[i],sigmaZ[i],si
maS[i])[0]
72.     popt1[i]=fun1(forceN[i],factorV[i],momentY[i],momentZ[i],sigmaY[i],sigmaZ[i],si
gmaS[i])[1]
73.
74. def fun11(x,a,b):
75.     return a*(x**b)
76.
77. def fun2(x):
78.     reeks=[30,50,70,90,110,130,150,170]
79.     h=np.zeros(len(reeks))
80.     for i in range(len(reeks)):
81.         h[i]=reeks[i]
82.     popt, pcov = curve_fit(fun1, reeks, x)
83.     formule = popt[0]*reeks**popt[1]
84.     plt.plot(reeks,x,'o')
85.     plt.plot(reeks,formule,'r')
86.     plt.xlabel('$\sigma_z$ en $\sigma_y$ (MPa)',fontsize=13)
87.     plt.ylabel('Constante X')
88.     plt.legend(('Datapunten','Exponentieel','Kwadratisch'))
89.     return popt
90.
91.
92. g = np.delete(popt1,10)
93. g1= np.delete(g,9)
94. g2=np.delete(g1,8)
95.
96. d1=np.delete(popt,10)
97.
98. z,z1=fun2(g2)

```

Bijlage 2: Python code invloed diameter en betonsterkteklasse

```
1. minimum=np.zeros(len(sigmaY))
2. for i in range(len(sigmaY)):
3.     minimum[i]= min((sigmaY[i]),(sigmaZ[i]))
4.
5. sigy=np.zeros(len(sigmaY))
6. for i in range(len(sigmaY)):
7.     sigy[i]=sigmaY[i]
8.
9. sigz=np.zeros(len(sigmaZ))
10. for i in range(len(sigmaZ)):
11.     sigz[i]=sigmaZ[i]
12.
13. def funl(x,a):
14.     return np.sqrt((sigy**2)+(sigz**2))+((a*x**(0.42*minimum**0.1)))
15.
16.
17. def func(y,y1):
18.
19.     nor = map(abs,forceN) #positieve waarde van de normaalkracht
20.     normaalkracht=np.zeros(len(nor))
21.     for i in range(len(nor)):
22.         normaalkracht[i]=nor[i]
23.
24.     staal=np.zeros(len(y1))
25.     for i in range(len(y1)):
26.         staal[i]=y1[i]
27.
28.     popt, pcov = curve_fit(funl,normaalkracht, staal)
29.
30.     formule = np.sqrt((sigy**2)+(sigz**2))+(popt*normaalkracht**(0.42*minimum**0.1)
31. )
32.     return popt
33.
34. a = func(forceN,sigmaS)
35. print a
36.
37. #invloed betonsterkteklasse
38. sterkte = [20,30,40,45,50,70,80]
39. factorA16=[4.3,3.81936078,3.50325589,3.45948594,3.25852384,3.0921071,3.07147944]
40. factorA12 = [5.23399106,4.6722186,4.35555697,4.2634331,4.16907243,3.95052412,3.8087
41. 6362]
42. factorA10=[6.08159754,5.48119153,5.12906671,4.94957516,4.81694562,4.55262211,4.4123
43. 4304]
44.
45. plt.figure()
46. plt.plot(sterkte,factorA10,'go')
47. plt.plot(sterkte,factorA12,'bo')
48. plt.plot(sterkte,factorA16,'ko')
49. def ll(x,a,b):
50.     return a*(x**b)
51. param_bounds=[(-np.inf,-2],[np.inf,0])
52. popt, pcov = curve_fit(ll,sterkte, factorA10,bounds=param_bounds)
53. popt1, pcov1 = curve_fit(ll,sterkte, factorA12,bounds=param_bounds)
54. popt2, pcov1 = curve_fit(ll,sterkte, factorA16,bounds=param_bounds)
55. print popt,popt1,popt2
56. formule = popt[0]*sterkte**popt[1]
57. formule1 = popt1[0]*sterkte**popt1[1]
58. formule2=popt2[0]*sterkte**popt2[1]
59. plt.plot(sterkte,formule,'r')
60. plt.plot(sterkte,formule1,'r')
61. plt.plot(sterkte,formule2,'r')
62. plt.legend(('D10','D12','D16'))
```

```

61. plt.xlabel('Fck (MPa)')
62. plt.ylabel('Factor A')
63.
64. #invloed diameter
65. diameter = [8,10,12,16]
66. factor30=[6.5,5.48119153,4.6722186,3.81936078]
67. factor45 = [5.94247742,4.94957516,4.2634331,3.45948594]
68. factor80=[5.21750721,4.41234304,3.80876362,3.07147944]
69.
70. plt.plot(diameter,factor45,'bo')
71. plt.plot(diameter,factor80,'ko')
72. plt.plot(diameter,factor30,'go')
73.
74. pop, pcov1 = curve_fit(l1,diameter, factor45)
75. pop2, pcov1 = curve_fit(l1,diameter, factor80)
76. pop3, pcov1 = curve_fit(l1,diameter, factor30)
77.
78. formul1 = pop[0]*diameter**pop[1]
79. formul2=pop2[0]*diameter**pop2[1]
80. formul3=pop3[0]*diameter**pop3[1]
81.
82. plt.plot(diameter,formul1,'r')
83. plt.plot(diameter,formul2,'r')
84. plt.plot(diameter,formul3,'r')
85. plt.legend(('C45/55','C80/95','C30/37'))
86. plt.xlabel('Diameter (mm)')
87. plt.ylabel('Factor A')
88.
89. print pop,pop2,pop3
90.
91. #combineren van resultaten
92.
93. def comb(x,a,b,c):
94.     return a*((x[0]**b)*(x[1]**c))
95.
96. lijst=np.array([[20,20,20,30,30,30,40,40,40,45,45,45,45,50,50,50,70,70,70,80,80,80,
80],[8,10,12,10,12,16,10,12,16,8,10,12,16,10,12,16,10,12,16,8,10,12,16]])
97. factorAa=[7.29315956,6.08159754,5.23399106,5.48119153,4.6722186,3.81936078,5.129066
71,4.35555697,3.50325589,5.94247742,4.94957516,4.2634331,3.45948594,4.81694562,4.16
907243,3.25852384,4.55262211,3.95052412,3.0921071,5.21750721,4.41234304,3.80876362,
3.07147944]
98. popt2, pcov2 = curve_fit(comb,lijst,factorAa)
99. print popt2
100.     fit=popt2[0]*((lijst[0]**popt2[1])*(lijst[1]**popt2[2]))
101.
102.     fig = py.figure(1,figsize=(14,10))
103.     ax = fig.add_subplot(111,projection='3d')
104.
105.     ax.plot_trisurf(lijst[0],lijst[1],fit,color='r',alpha=0.5)
106.     ax.scatter(lijst[0],lijst[1],factorAa,c='b',marker='.',s=300)
107.     ax.elev = 30
108.     ax.azim = -40
109.     ax.set_ylabel('Diameter (mm)',fontsize=15)
110.     ax.xaxis.set_ticks_position('top')
111.     ax.set_xlabel('fck (MPa)',fontsize=15)
112.     ax.yaxis.set_ticks_position('top')
113.     ax.set_zlabel('Factor A',fontsize=15)
114.

```

Bijlage 3: Python code invloed afmeting doorsnede

```
1. minimum=np.zeros(len(sigmaY))
2. for i in range(len(sigmaY)):
3.     minimum[i]= min((sigmaY[i]),(sigmaZ[i]))
4.
5. sigy=np.zeros(len(sigmaY))
6. for i in range(len(sigmaY)):
7.     sigy[i]=sigmaY[i]
8.
9. sigz=np.zeros(len(sigmaZ))
10. for i in range(len(sigmaZ)):
11.     sigz[i]=sigmaZ[i]
12.
13. def funl(x,a,b):
14.     return np.sqrt((sigy**2)+(sigz**2))+(((1.55-0.18*breedte)*(78*(fck**-
15.         0.24)*(dia**-0.80))*x**(a*minimum**b)))
16.
17. def func(y,y1):
18.
19.     nor = map(abs,y) #positieve waarde van de normaalkracht
20.     normaalkracht=np.zeros(len(nor))
21.     for i in range(len(nor)):
22.         normaalkracht[i]=nor[i]
23.
24.     staal=np.zeros(len(y1))
25.     for i in range(len(y1)):
26.         staal[i]=y1[i]
27.
28.     popt, pcov = curve_fit(funl,normaalkracht, staal,p0=[0.4,0.1])
29.
30.     return popt
31.
32.
33. a,b= func(forceN,sigmaS)
34.
35.
36. print a,b
37.
38. faca=0.42/(ver**1.4)
39. facb=0.1*(ver**1.3)
40. print faca,facb
41.
42. verhouding=[1,1.5,1.66,2]
43. factor=[1,1.7,2.3,2.8]
44. plt.plot(verhouding,factor,'o')
45. slope1,intercept1,rvalue,pvalue,stderr = stats.linregress(verhouding,factor)
46. print slope1,intercept1
47.
48. gh1=np.zeros(4)
49. for i in range(len(gh1)):
50.     gh1[i]=verhouding[i]
51.
52. formule1 = gh1**1.4
53.
54.
55. plt.plot(verhouding,formule1,'r')
56. plt.ylabel('Factor')
57. plt.xlabel('Verhouding doorsnede')
58. plt.legend(('Datapunten','Trendlijn','Kwadratisch'))
59.
60. verhouding=[1,1.5,1.66,2]
61. factor=[1,1.8,2.1,2.4]
62. plt.plot(verhouding,factor,'o')
```

```

63. slope1,intercept1,rvalue,pvalue,stderr = stats.linregress(verhouding,factor)
64. print slope1,intercept1
65.
66. gh1=np.zeros(4)
67. for i in range(len(gh1)):
68.     gh1[i]=verhouding[i]
69.
70. formule1 = gh1**1.3
71.
72. plt.plot(verhouding,formule1,'r')
73. plt.ylabel('Factor1')
74. plt.xlabel('Verhouding doorsnede')
75. plt.legend(('Datapunten','Trendlijn','Kwadratisch'))

```

Bijlage 4: Resultaten spanningsgebied A

$N(kN)$	$\sigma_y(MPa)$	$\sigma_z(MPa)$	$\sigma_s(MPa)$	$\sigma_{formula}(MPa)$	$M_y(kNm)$	$M_z(kNm)$	$f_{out}(\%)$
-149.828	4.798	4.44	21.75	34.5	11.9	10.3	58.8
-8.679	27.552	20.87	43.5	47.1	2.2	2.5	8.3
-299.656	9.596	8.88	43.5	57.1	23.8	20.7	31.3
-43.687	23.798	28.78	65.25	63.6	5.9	7.6	2.6
-334.381	11.221	20.23	65.25	72.8	26.7	28.6	11.5
-449.484	14.394	13.32	65.25	79	35.7	31	21.1
-570.768	16.806	8.22	65.25	73.6	44.8	32.8	12.9
-695.914	18.6	4.01	65.25	65.3	53.9	34.1	0.1
-823.636	19.939	0.28	65.25	43.2	63	35.1	33.7
-609.104	0.293	25.99	65.25	48	39.3	46.8	26.4
-732.253	2.13	18.61	65.25	57.3	48.4	48.4	12.2
-858.684	3.732	12.73	65.25	61.8	57.5	49.6	5.3
-1117.52	6.221	3.37	65.25	58.3	75.6	51.2	10.6
-11.457	72.742	20.04	87	89.5	4.3	2.8	2.9
-17.357	55.104	41.74	87	88.5	4.3	4.9	1.7
-33.146	27.652	56.08	87	86.5	5	8	0.5
-699.484	39.419	1.13	87	71.2	60.6	30.9	18.2
-26.786	0.406	83.33	87	94.3	1.9	8.7	8.4
-67.105	1.568	76.53	87	93.8	5.1	14	7.8
-483.18	16.115	24.34	87	94.9	38.6	39.1	9.1
-599.314	19.192	17.76	87	100.9	47.6	41.4	15.9
-720.025	21.691	12.51	87	95.3	56.7	43.2	9.6
-843.942	23.692	8.05	87	88.3	65.8	44.6	1.5
-970.189	25.295	4.06	87	77.7	75	45.8	10.7
-1098.19	26.586	0.37	87	53.3	84.1	46.7	38.7
-756.443	4.662	30.12	87	80.6	51.4	57	7.4
-878.75	6.779	23.08	87	84.3	60.5	58.7	3
-1003.88	8.641	17.21	87	88.7	69.6	60	2
-39.088	74.767	26.16	108.75	104.7	7.8	6.8	3.7
-100.721	71.527	9.64	108.75	101.7	14.5	9.9	6.5
-10.57	64.204	70.06	108.75	111.4	3.9	5.5	2.5
-274.802	51.3	12.65	108.75	100.6	29.6	21.6	7.5
-376.124	54.546	8.38	108.75	102.3	38.6	24	5.9
-71.02	22.688	67.12	108.75	103	8.5	13.9	5.3
-388.024	33.054	23.21	108.75	109	36.1	33.1	0.3
-970.826	46.048	1.24	108.75	81.9	81.8	42.5	24.7
-321.946	10.236	58.19	108.75	106.5	25.6	38.4	2.1
-520.739	17.498	36.61	108.75	110.5	41.7	46.7	1.7
-749.144	23.99	22.2	108.75	122.9	59.5	51.7	13
-869.492	26.543	16.86	108.75	117.1	68.6	53.6	7.7
-992.572	28.681	12.21	108.75	110.4	77.7	55.1	1.5

-1372.74	33.232	0.46	108.75	63.1	105.1	58.4	42
-564.592	1.516	64.58	108.75	96.9	37.2	58.8	10.9
-672.179	4.081	52.54	108.75	98.7	45.7	62.3	9.3
-786.158	6.721	42.52	108.75	100.7	54.5	65	7.4
-1404.27	16.877	11.81	108.75	110.5	99.9	72.6	1.6
-1446.05	1.191	26.49	108.75	66.2	93.6	87.8	39.1
-1574.03	2.545	20.93	108.75	73.2	102.7	88.8	32.7
-1703.12	3.784	15.86	108.75	77.9	111.7	89.6	28.4
-68.056	96.312	12.43	130.5	124.1	12.1	8.1	4.9
-136.903	94.934	5.67	130.5	124	19.6	10.4	5
-26.036	82.655	62.61	130.5	129.6	6.5	7.4	0.7
-308.294	74.817	8.63	130.5	119.4	35	21	8.5
-513.749	79.169	2.51	130.5	115.4	53.3	24.6	11.6
-39.873	57.567	76.7	130.5	127.4	7.1	10.2	2.4
-87.375	47.596	57.56	130.5	118.8	11.8	15.2	9
-314.231	51.419	22.75	130.5	118.3	33	28.4	9.3
-412.856	55.391	16.89	130.5	120.5	41.8	31.3	7.7
-629.162	61.566	8.59	130.5	120.1	60	35.7	8
-861.802	65.635	2.02	130.5	105.6	78.6	38.8	19.1
-247.844	25.496	55.24	130.5	119	23.9	31.4	8.8
-533.013	37.972	27.52	130.5	131.6	48.1	43.5	0.9
-643.068	41.615	21.57	130.5	130.2	57.1	46	0.2
-757.57	44.69	16.63	130.5	128.1	66.2	48.2	1.9
-875.493	47.257	12.32	130.5	124.5	75.4	50	4.6
-996.104	49.398	8.42	130.5	118.7	84.6	51.6	9.1
-1243.38	52.686	1.35	130.5	92.1	103	54.1	29.4
-460.189	15.025	60.64	130.5	125.2	36.7	50	4.1
-560.873	18.759	49.7	130.5	127.3	44.8	54	2.4
-668.767	22.441	40.47	130.5	132.5	53.5	57.3	1.5
-781.904	25.811	32.93	130.5	139.9	62.4	59.9	7.2
-898.976	28.788	26.64	130.5	145.2	71.4	62.1	11.2
-1019.07	31.377	21.23	130.5	139.2	80.5	63.9	6.6
-1141.55	33.612	16.44	130.5	132.5	89.6	65.5	1.5
-1265.92	35.538	12.07	130.5	124.6	98.8	66.9	4.5
-510.367	0.734	91.56	130.5	117.6	33.2	60.8	9.9
-819.748	8.5	55.57	130.5	120.1	57.6	72.7	8
-1174.61	16.265	31.95	130.5	131.7	84.6	79.2	0.9
-1218.22	0.587	51.98	130.5	82.9	78.5	93.7	36.5
-1340.36	2.475	44.12	130.5	93.2	87.6	95.4	28.6
-1464.52	4.26	37.21	130.5	98.5	96.7	96.9	24.5
-1590.29	5.925	31.05	130.5	102.9	105.8	98.1	21.2
-170.78	95.254	13.77	152.25	136.6	23.1	16	10.3
-18.615	91.685	91.93	152.25	153.6	6	7.9	0.9
-57.395	79.217	67.83	152.25	144.1	10.1	12.1	5.3

-443.051	78.351	12.51	152.25	137.1	47.2	30.2	10
-546.781	81.15	8.9	152.25	137.2	56.4	32.3	9.9
-74.921	50.949	85.58	152.25	141.3	10.7	15.6	7.2
-663.019	63.223	16.53	152.25	141.1	63	43.6	7.3
-775.281	66.094	12.47	152.25	139.6	72.2	45.6	8.3
-890.807	68.503	8.81	152.25	135.9	81.4	47.4	10.7
-471.409	34.566	47.72	152.25	147	42.7	47.3	3.4
-572.547	38.889	38.99	152.25	156.7	51.2	50.9	2.9
-679.619	42.864	31.89	152.25	154.3	60	53.8	1.4
-906.475	49.417	20.93	152.25	149.3	78.1	58.4	2
-1024.57	52.036	16.43	152.25	145.4	87.3	60.3	4.5
-1144.99	54.285	12.34	152.25	140	96.5	61.9	8
-1516.56	59.327	1.45	152.25	102.1	124.1	65.7	32.9
-335.091	10.13	97.74	152.25	146.3	26.4	45.9	3.9
-416.022	13.058	86.1	152.25	144.2	33	51.7	5.3
-505.284	16.35	74.55	152.25	143.6	40.2	56.8	5.7
-602.81	19.996	63.27	152.25	144.9	48.1	61.2	4.8
-707.427	23.759	53.1	152.25	148.7	56.6	64.8	2.3
-817.397	27.349	44.52	152.25	154.9	65.3	67.7	1.7
-931.485	30.638	37.29	152.25	163	74.3	70.3	7
-1048.81	33.587	31.08	152.25	167.7	83.3	72.4	10.2
-1168.72	36.202	25.62	152.25	161.5	92.4	74.3	6.1
-1290.74	38.509	20.72	152.25	154.8	101.5	75.9	1.7
-1414.49	40.539	16.21	152.25	147.1	110.7	77.4	3.4
-749.257	7.164	80.69	152.25	139	52.3	76.6	8.7
-1083.63	15.931	50.38	152.25	144.6	78.5	85.5	5
-1323.26	21.042	36.38	152.25	155.1	96.6	89.5	1.9
-1446.23	23.268	30.55	152.25	161.6	105.7	91.1	6.1
-1128.98	0.543	74.63	152.25	104.3	72.8	99.4	31.5
-1245.74	2.738	64.72	152.25	114.3	81.7	101.8	24.9
-1365.28	4.886	56.08	152.25	119	90.7	103.8	21.8
-1487.06	6.942	48.48	152.25	122.9	99.8	105.6	19.2
-289.206	96.404	17.26	174	152.1	35	24.7	12.6
-379.436	98.908	12.76	174	154.3	43.6	27.2	11.3
-47.685	86.259	97.57	174	169.1	9.3	12.6	2.8
-92.856	74.991	76.16	174	159.8	13.8	17.3	8.2
-384.369	75.117	26.76	174	152	41.8	34.4	12.7
-480.33	78.904	21.08	174	154.3	50.5	37.3	11.3
-582.116	82.341	16.54	174	155.8	59.5	39.7	10.5
-699.061	64.406	25.56	174	162.2	66	51.3	6.8
-809.022	67.771	20.74	174	161.5	75.1	53.6	7.2
-922.331	70.684	16.49	174	159.6	84.3	55.7	8.3
-1038.4	73.194	12.61	174	156.1	93.5	57.5	10.3
-1156.76	75.357	8.99	174	150.4	102.7	59.1	13.6

-1399	78.839	2.27	174	127.1	121.3	61.8	27
-424.101	31.347	71.53	174	158.6	38.5	49.6	8.8
-613.683	39.768	51.29	174	171	54.5	58.1	1.7
-718.106	43.925	43.13	174	180.3	63.1	61.3	3.6
-827.145	47.735	36.28	174	177.2	72	64.1	1.9
-939.879	51.145	30.41	174	174.3	81	66.6	0.2
-1055.61	54.161	25.26	174	170.9	90.1	68.7	1.8
-1173.82	56.814	20.63	174	166.8	99.3	70.6	4.1
-1294.08	59.143	16.37	174	161.4	108.4	72.2	7.2
-1416.08	61.188	12.39	174	154.5	117.6	73.7	11.2
-747.835	25.012	66.27	174	165.7	59.8	72.1	4.8
-854.99	28.726	56.8	174	170.7	68.4	75.4	1.9
-966.372	32.231	48.68	174	177.8	77.2	78.2	2.2
-1081.13	35.457	41.67	174	186.4	86.2	80.6	7.1
-1198.65	38.385	35.52	174	190.7	95.2	82.8	9.6
-1318.42	41.02	30.02	174	184.2	104.3	84.7	5.9
-790.677	8.631	94.89	174	158.6	55.8	83.6	8.8
-1232.75	20.634	54.49	174	166.9	90.5	95.8	4.1
-1351.41	23.334	47.26	174	172.4	99.5	97.9	0.9
-1162.18	2.302	88.47	174	134.2	76.1	106.9	22.9
-1276.32	4.682	77.88	174	138.3	84.9	109.6	20.5
-1393.41	7.04	68.52	174	141.5	93.8	111.9	18.7
-114.714	97.995	64.69	195.75	173.5	17.3	19	11.4
-416.607	99.09	21.19	195.75	169.7	47	33.8	13.3
-131.064	71.393	86.34	195.75	174.3	17.7	22.8	11
-424.971	75.042	37.79	195.75	171.1	45.3	41	12.6
-519.304	79.188	30.88	195.75	172.9	53.8	44.2	11.7
-619.292	83.086	25.33	195.75	174.5	62.6	47	10.9
-943.758	92.349	12.89	195.75	172.6	90.1	53.5	11.8
-1057.93	94.677	9.44	195.75	168.5	99.4	55.3	13.9
-281.645	45.421	81.49	195.75	170.3	29.5	38.5	13
-357.795	48.379	70.11	195.75	174	36.2	43.7	11.1
-633.142	61.183	42.2	195.75	184.9	60.3	55.9	5.5
-736.851	65.324	35.57	195.75	184.4	69.1	58.8	5.8
-844.69	69.062	29.94	195.75	183.8	78.1	61.4	6.1
-955.928	72.386	25.02	195.75	182.5	87.2	63.7	6.8
-1070	75.317	20.6	195.75	180.2	96.3	65.8	8
-1186.46	77.896	16.54	195.75	176.6	105.5	67.6	9.8
-1304.95	80.162	12.75	195.75	171.3	114.8	69.3	12.5
-470.48	32.493	85.2	195.75	176.9	42.2	56.2	9.6
-758.118	44.906	55.12	195.75	195.3	66.3	68.7	0.2
-864.807	48.909	47.37	195.75	204	75	71.8	4.2
-975.253	52.59	40.69	195.75	200.4	83.9	74.5	2.4
-1088.79	55.924	34.84	195.75	196.9	93	76.9	0.6

-1204.91	58.918	29.62	195.75	193.1	102	79	1.4
-789.589	26.248	79.79	195.75	183.2	63.1	79.2	6.4
-894.235	30.016	69.62	195.75	187.3	71.5	82.8	4.3
-1003.16	33.662	60.7	195.75	193.4	80.2	85.9	1.2
-1115.56	37.095	52.92	195.75	201.2	89.1	88.6	2.8
-1230.83	40.272	46.07	195.75	210.2	98.1	91	7.4
-1151.83	19.406	75.52	195.75	180.6	84.6	101.1	7.7
-1265.58	22.463	66.59	195.75	184.5	93.4	103.8	5.7
-367.205	95.473	38.05	217.5	184.2	42.2	37.1	15.3
-455.376	98.986	30.89	217.5	186.4	50.5	40.4	14.3
-302.633	68.22	70.25	217.5	192.4	33.8	38.8	11.5
-559.636	79.396	41.69	217.5	193.3	57.2	51.1	11.1
-657.966	83.602	35.14	217.5	194.4	65.9	54.2	10.6
-867.429	90.988	24.88	217.5	195.5	83.8	59.3	10.1
-977.215	94.105	20.63	217.5	194.5	93	61.5	10.6
-1089.7	96.865	16.74	217.5	192.3	102.2	63.5	11.6
-1204.49	99.302	13.11	217.5	188.5	111.5	65.2	13.3
-327.181	46.077	94.86	217.5	188.8	33.4	44.7	13.2
-403.409	49.136	83.48	217.5	191.8	40.1	50.1	11.8
-776.062	66.109	46.42	217.5	208.4	72.2	66.2	4.2
-881.944	70.116	39.96	217.5	207.2	81.1	69.1	4.7
-991.255	73.762	34.33	217.5	205.8	90.1	71.6	5.4
-1103.45	77.044	29.32	217.5	203.9	99.2	73.9	6.2
-1218.11	79.983	24.77	217.5	201.2	108.3	75.9	7.5
-517.166	33.7	98.92	217.5	195.5	45.9	62.8	10.1
-799.349	45.868	67.68	217.5	210.5	69.5	76	3.2
-903.905	49.982	59.12	217.5	220	78.1	79.3	1.2
-1012.25	53.855	51.66	217.5	228	86.9	82.2	4.8
-1123.75	57.435	45.11	217.5	223.9	95.9	84.8	3
-832.399	27.493	93.53	217.5	201.2	66.4	86.3	7.5
-934.801	31.265	82.84	217.5	204.5	74.7	90.1	6
-1041.5	34.995	73.23	217.5	209.7	83.3	93.4	3.6
-1151.73	38.575	64.73	217.5	216.7	92.1	96.4	0.4
-1188.76	20.959	88.7	217.5	198.9	87.7	108.6	8.6
-276.119	66.729	95.61	239.25	205.9	31.3	39.7	13.9
-346.726	68.317	83.28	239.25	209.2	37.7	44.9	12.6
-424.564	71.279	72.23	239.25	216.4	44.8	49.8	9.5
-601.071	79.632	53.28	239.25	215.8	60.7	57.9	9.8
-904.089	92.01	33.98	239.25	216.7	86.9	66.9	9.4
-1012.24	95.487	29.13	239.25	216.3	96	69.3	9.6
-1123.12	98.618	24.74	239.25	214.9	105.1	71.5	10.2
-621.35	57.956	75.82	239.25	222.4	58.8	66	7.1
-716.446	62.43	66.3	239.25	232.5	67	70	2.8
-816.442	66.843	57.95	239.25	234.2	75.5	73.5	2.1

-920.52	71.032	50.7	239.25	232.2	84.2	76.6	2.9
-1028.04	74.922	44.36	239.25	230.4	93.1	79.3	3.7
-1138.48	78.487	38.73	239.25	228.4	102.1	81.8	4.5
-841.57	46.844	80.65	239.25	226.7	72.8	83.1	5.3
-944.185	51.009	71.41	239.25	235	81.3	86.6	1.8
-1050.59	55.009	63.23	239.25	245.1	90	89.8	2.4
-976.441	32.501	96.33	239.25	222.2	78	97.3	7.1
-1081.1	36.271	86.16	239.25	226.6	86.5	100.8	5.3
-450.28	94.794	62.17	261	224.7	49.6	49.6	13.9
-536.577	98.678	53.07	261	225.2	57.6	53.5	13.7
-391.382	68.632	96.44	261	226.7	41.6	51.1	13.2
-643.413	79.946	65.46	261	240.3	64.2	64.7	7.9
-941.999	92.844	43.82	261	239.2	90	74.4	8.4
-1048.62	96.609	38.34	261	238.7	99	77	8.5
-577.866	54.648	99.58	261	232.6	54.8	68	10.9
-857.797	67.575	70.04	261	258.8	78.8	80.6	0.8
-960.21	71.877	62.07	261	258.8	87.4	83.9	0.8
-884.606	47.853	93.93	261	243.6	76.2	90.1	6.7
-985.452	52.023	84.12	261	250.8	84.5	93.9	3.9
-341.131	89.998	97.44	282.75	246.5	39.3	46.4	12.8
-413.942	91.717	85.53	282.75	248.8	46.1	51.4	12
-578.602	98.651	65.13	282.75	247.6	61.2	60	12.4
-597.436	76.042	88	282.75	258.1	59.8	67.1	8.7
-878.963	89.319	61.23	282.75	263.8	84.5	78.6	6.7
-980.979	93.569	54.32	282.75	263	93.2	81.7	7
-803.085	63.909	92.15	282.75	263.9	73.9	83.8	6.7
-899.973	68.333	82.57	282.75	273.7	82.1	87.7	3.2
-457.825	91.787	98.51	304.5	269.4	50	57.5	11.5
-536.733	94.861	87.67	304.5	272.8	57.2	62.2	10.4
-823.141	85.369	81.48	304.5	292	79.4	82.1	4.1
-664.795	98.99	90.37	326.25	297.6	68.6	73	8.8

Bijlage 5: Resultaten spanningsgebied B

$N(kN)$	$\sigma_y(MPa)$	$\sigma_z(MPa)$	$\sigma_s(MPa)$	$\sigma_{formula}(MPa)$	$M_y(kNm)$	$M_z(kNm)$	$f_{out}(\%)$
-13.484	100.938	117.7	174	175.4	5.7	8.5	0.8
-16.863	138.765	102.28	195.75	195.5	7.6	8.2	0.1
-26.915	119.185	113.4	195.75	195.2	8.1	10.4	0.3
-10.422	148.744	131.15	217.5	216.9	7.2	8.7	0.3
-43.395	137.758	104.35	217.5	211.9	10.9	12.3	2.6
-21.141	128.407	140.13	217.5	217.7	7.7	10.9	0.1
-55.872	114.456	118.48	217.5	211	11.4	15	3
-35.411	101.701	150.01	217.5	215.9	8.4	13.7	0.7
-17.66	183.448	109.67	239.25	237.8	9.5	8.7	0.6
-25.161	166.548	122.98	239.25	237.2	9.7	10.6	0.8
-35.342	146.7	134.67	239.25	236.7	10.2	12.8	1
-16.547	137.667	165.13	239.25	239.5	7.5	11.5	0.1
-48.592	122.398	146.24	239.25	234.5	10.9	15.5	2
-31.104	109.545	174.33	239.25	238.9	8.2	14.3	0.2
-42.87	184.9	109.49	261	254.3	12.7	12.6	2.6
-18.286	176.352	152.51	261	259.7	9.3	11.1	0.5
-52.075	165.31	125.22	261	253.2	13	14.8	3
-29.095	155.882	162.13	261	260	9.8	13.4	0.4
-64.233	142.42	139.39	261	252.9	13.6	17.4	3.1
-42.777	130.542	172.3	261	257.7	10.5	16	1.3
-79.748	115.132	153.39	261	248.4	14.2	20.5	4.8
-27.498	117.312	198	261	261.5	8.1	15	0.2
-33.577	194.258	143.72	282.75	278.9	11.9	13	1.4
-43.842	174.224	155.83	282.75	278.3	12.4	15.3	1.6
-23.99	165.141	187.85	282.75	281.9	9.5	13.9	0.3
-56.7	150.547	167.68	282.75	276.5	13	17.9	2.2
-37.952	138.749	197.25	282.75	280.7	10.2	16.6	0.7
-72.702	121.984	180.07	282.75	272.4	13.7	21	3.7
-60.755	192.861	146.09	304.5	294.7	15.2	17.3	3.2
-102.351	182.469	116.89	304.5	282.2	19.7	21.3	7.3
-37.232	183.368	183.85	304.5	302.3	11.9	15.8	0.7
-72.689	170.256	160.31	304.5	294.4	15.7	19.8	3.3
-114.796	158.432	135.66	304.5	282.6	20.2	24.2	7.2
-50.51	158.871	194.33	304.5	299.7	12.6	18.4	1.6
-87.423	144.004	174.24	304.5	290.8	16.4	22.8	4.5
-179.779	122.397	133.43	304.5	272.7	25.6	32.4	10.5
-149.847	101.897	171.17	304.5	275.9	21.3	31.2	9.4
-90.662	189.99	150.21	326.25	309.4	18.7	21.8	5.2
-135.49	179.676	123.7	326.25	296.5	23.5	26.1	9.1
-64.959	178.503	189.02	326.25	318.9	15.1	20.3	2.3
-200.839	145.993	122.44	326.25	288.1	29.1	34.1	11.7
-218.446	118.988	143.89	326.25	287.7	29.4	37.9	11.8

-140.519	106.072	198.12	326.25	300	20.5	31.7	8.1
-81.205	198.016	181.21	348	336.1	17.9	22.3	3.4
-122.795	186.212	156	348	324.3	22.3	26.6	6.8
-95.376	172.515	195.13	348	333.5	18.5	25.1	4.2
-185.721	149.98	152.31	348	315.7	27.7	34.6	9.3
-239.265	143.077	133.07	348	307.2	33	39.5	11.7
-155.794	130.932	190.62	348	318.1	23.5	33.3	8.6
-204.434	121.931	172.27	348	309.4	28.2	38.4	11.1
-451.01	113.182	112.41	348	307.1	51.5	59.1	11.8
-525.719	115.287	100.91	348	305.4	58.4	63.9	12.2
-112.334	193.314	186.78	369.75	352	21.4	27.1	4.8
-206.681	173.103	141.2	369.75	328.9	31.1	36.3	11
-223.364	146.144	162.14	369.75	330.4	31.5	40	10.6
-404.99	136.456	114.35	369.75	318.2	49.1	55	14
-475.896	137.183	101.99	369.75	315.8	55.8	59.7	14.6
-494.616	113.047	125.34	369.75	324.6	55.4	65.1	12.2
-649.053	118.485	103.13	369.75	329.9	69.6	74.6	10.8
-286.878	190.531	110.46	391.5	334	40.6	42.5	14.7
-244.215	169.876	151.25	391.5	347.4	35	41.6	11.3
-209.922	149.877	191.04	391.5	352.2	30.3	40.4	10
-262.141	142.784	172.67	391.5	345.8	35.3	45.5	11.7
-594.621	139.012	103.56	391.5	338.4	66.9	70.2	13.6
-538.643	113.079	138.36	391.5	342.1	59.3	71.2	12.6
-613.557	115.514	126.86	391.5	349.3	66.2	76.2	10.8
-229.079	173.647	180.88	413.25	374	33.5	42.1	9.5
-282.784	166.903	161.89	413.25	367.5	38.9	47.1	11.1
-490.134	135.192	139.74	413.25	364.2	57	66.7	11.9
-583.03	113.259	151.46	413.25	360.1	63.3	77.3	12.9
-249.89	196.991	169.89	435	388.6	37	43.8	10.7
-266.985	169.903	190.88	435	389.1	37.4	47.6	10.5
-465.634	134.327	165.66	435	377.6	54.7	67.5	13.2

Bijlage 6: Resultaten spanningsgebied C

$N(kN)$	$\sigma_y(MPa)$	$\sigma_z(MPa)$	$\sigma_s(MPa)$	$\sigma_{formula}(MPa)$	$M_y(kNm)$	$M_z(kNm)$	$f_{out}(\%)$
-20.503	213.735	201.15	326.25	324	11	14.1	0.7
-45.49	210.864	205.39	348	344.3	14	18.3	1.1
-26.97	201.873	235.39	348	346.2	11.4	17	0.5
-18.896	259.701	213.44	369.75	365.7	12.6	14.5	1.1
-28.407	241.199	222.79	369.75	366.7	13.1	16.5	0.8
-39.631	220.083	232.25	369.75	366.9	13.7	18.8	0.8
-73.317	206.344	210.27	369.75	361.4	17.3	22.8	2.2
-22.799	211.115	259.82	369.75	367.8	11.2	17.6	0.5
-33.732	277.527	204.56	391.5	386.3	15.2	16.4	1.3
-42.955	259.048	215.85	391.5	386.2	15.6	18.4	1.4
-23.066	250.964	249.2	391.5	388.5	12.8	17.1	0.8
-53.835	238.368	226.8	391.5	386.3	16.2	20.7	1.3
-89.759	225.726	202.11	391.5	378	20.1	24.7	3.5
-34.535	229.343	257.96	391.5	388.8	13.4	19.4	0.7
-66.578	214.852	237.82	391.5	384.5	16.8	23.3	1.8
-103.505	200.791	216.04	391.5	376.5	20.7	27.5	3.8
-47.994	204.025	267.28	391.5	387.7	14.1	22	1
-18.525	304.458	224.37	413.25	407.7	14.3	15	1.3
-26.798	287.459	234.47	413.25	408.5	14.7	16.9	1.1
-59.161	277.183	206.07	413.25	404	18.4	20.4	2.2
-36.466	268.671	244.26	413.25	409.2	15.2	19	1
-69.562	256.824	218.95	413.25	403.7	18.9	22.7	2.3
-47.69	247.562	254.09	413.25	409.5	15.8	21.3	0.9
-81.742	234.114	231.45	413.25	403.9	19.4	25.2	2.3
-120.616	221.268	207.43	413.25	394	23.5	29.5	4.7
-30.017	238.603	282.85	413.25	410.6	13.2	20	0.6
-60.708	223.459	264.23	413.25	407.4	16.4	23.8	1.4
-95.907	208.515	244	413.25	400	20.1	28	3.2
-43.64	212.576	291.79	413.25	410.2	13.9	22.7	0.7
-29.9	200.634	315.64	413.25	412.4	11.7	21.7	0.2
-34.057	322.501	212.8	435	428.7	17	16.9	1.5
-41.995	305.333	225.24	435	428.4	17.3	18.8	1.5
-20.851	297.484	262.3	435	429.8	14.3	17.4	1.2
-51.361	286.599	236.85	435	428.3	17.8	20.9	1.5
-86.8	275.513	208.69	435	420	21.7	24.7	3.4
-30.821	278.365	271.16	435	431.5	14.9	19.5	0.8
-62.241	265.879	248.1	435	428.4	18.3	23.2	1.5
-98.339	253.402	223.01	435	420.1	22.2	27.2	3.4
-42.288	256.811	280.25	435	431.6	15.5	21.8	0.8
-74.796	242.672	259.36	435	427.2	18.9	25.7	1.8
-111.754	228.907	236.95	435	419.7	22.8	30	3.5
-153.224	216.318	213.87	435	410.6	27.1	34.4	5.6

-25.951	247.836	307.14	435	432.1	13	20.6	0.7
-55.511	232.111	289.79	435	430.1	16.1	24.4	1.1
-89.26	216.399	270.91	435	423.5	19.6	28.6	2.6
-127.247	201.64	250.93	435	414.5	23.5	33	4.7
-12.564	238.47	330.35	435	431	11	19.7	0.9
-39.713	221.093	315.83	435	432.6	13.7	23.3	0.6
-70.83	203.397	300.01	435	427.5	16.9	27.4	1.7
-26.931	208.769	338.75	435	434.3	11.6	22.5	0.2