Momenten in hypparschalen

De randvoorwaarden van de momentenlijn van Loof

Daan Hoekstra

4003691

Bachelor Eindproject

TU Delft Delft University of Technology

Dr.ir. P.C.J. Hoogenboom

Dr.ir. F.P. van der Meer

Momenten in hypparschalen

De randvoorwaarden van de momentenlijn van Loof

Bachelor Eindproject

Daan Hoekstra
4003691

9 november 2015

Begeleiders:
Dr.ir. P.C.J. Hoogenboom
Dr.ir. F.P. van der Meer

Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen · Technische Universiteit Delft

Voorwoord

Dit is het eindrapport, behorende bij het onderzoek voor het Bachelor Eindwerk (CTB 3000) van de opleiding Civiele Techniek van de TU Delft. Dit onderzoek heeft in het eerste kwartaal van het studiejaar 2015-2016 plaatsgevonden.

Dit onderzoek is een vervolg op het onderzoek van de heer Tu Martin Tran uit kwartaal 4 van het jaargang 2014-2015. In het vorige onderzoek is de geldigheid voor de ontwerpformules van ir. Loof onderzocht. Dit onderzoek is er opgericht om de randvoorwaarden te zoeken, die door ir. Loof zijn gebruikt tijdens het opstellen van dit rapport. Om dit te kunnen doen is er een model van de hypparschaal opgesteld in het eindige elementenprogramma ANSYS.

Het rapport is zo opgesteld, dat het voor een andere bachelorstudent Civiele Techniek te begrijpen valt. Hierdoor wordt er vanuit gegaan dat de lezer enige kennis van de constructiemechanica bezit. Zaken die niet tijdens de bachelor Civiele Techniek zijn behandeld, zullen wel in dit rapport worden toegelicht.

Het onderzoek is volbracht met de deskundige begeleiding van dr.ir. P.C.J. Hoogenboom en dr.ir. F.P. van der Meer. Door hun hulp en adviezen is dit onderzoek tot een goed einde gebracht en ik wil hun hiervoor hartelijk bedanken.

Delft, 9 november 2015

Daan Hoekstra

Samenvatting

De hypparvorm is een dubbelgekromde schaal met rechte of kromme randen. Doordat er alleen een kromming in de xy-richting zit, is deze schaalvorm relatief makkelijk te maken. Schaaldaken hebben het constructieve voordeel, dat zij een deel van hun krachten via membraamspanningen naar de draagbalken worden afgedragen, zolang het membraam zich vrij kan vervormen. De balken voorkomen deze vervorming waardoor er aan de randen storingsmomenten ontstaan. Voor hypparschalen zijn deze momenten door ir. H.W. Loof in een momentenlijn gevat, alleen was niet meer bekend, met welke randvoorwaarden er is gerekend.

Het doel van dit onderzoek is om met het FEM-programma ANSYS Mechanical ADPL een model voor een hypparschaal op te stellen en daarmee op zoek te gaan naar de momentenlijn van ir. H.W. Loof. Eerst is het model gevalideerd met verschillende toetsen. Er kan tijdens deze modellen worden gevarieerd in de dikte, lengte en de kromtestraal.

Uiteindelijk wordt de momentenlijn voor de ingeklemde schaal het best benaderd door de hypparschaal met de volgende parameters:
$a_{xy} = 2500$ mm $\quad$ $l_x = 5000$ mm
$t = 5$ mm

De momentenlijn voor de schanierend opgelegde schaal wordt het best benaderd door de hypparschaal met de volgende parameters:
$a_{xy} = 5000$ mm $\quad$ $l_x = 10000$ mm
$t = 10$ mm

Inhoudsopgave

Lijst van figuren

Omslagfoto: UV-hal, Waterzuivering Berenplaat [7]

Symbolenlijst

In dit rapport zijn de volgende symbolen gebruikt.

Symbool	Eenheid	Beschrijving
t	mm	Dikte schaal
a_{xy}	mm	Kromtestraal
κ_{xy}	1/mm	Kromming
l_x	mm	Lengte in de x-richting
l_y	mm	Lengte in de y-richting
l_c	mm	Karakteristieke lengte hypparschaal
ξ		Dimensieloze parameter hypparschaal
n_x		Aantal elementen in de x-richting
n_y		Aantal elementen in de y-richting
p	N/mm^2	Verdeelde belasting
E	N/mm^2	Elasticiteitsmodulus
ν		Poissonsratio
$u_{x,y,z}$	mm	Verplaatsing in x,y,z
$\varphi_{x,y,z}$		Hoekvertraaiing om x,y,z
m_{xx}	N	Moment om de y-as
m_{yy}	N	Moment om de x-as
δl_x	mm	Stapgrootte in x-richting
δl_y	mm	Stapgrootte in y-richting

Hoofdstuk 1

Inleiding

Om efficiënt een grote overspanning van beton te kunnen maken, kan er worden gebruik gemaakt van een schaalconstructie. De hypparschaal met rechte randen is een dubbelgekromd vlak, die ook nog eens relatief makkelijk te maken is. Twee voorbeelden van betonnen hypparschalen in Nederland zijn het dak van de Paaskerk in Amstelveen (zie afbeelding 1-1) en het dak van de UV-gebouwen van de waterzuivering Berenplaat in Spijkernisse, afgebeeld op de voorkant. Aan de randen van zo'n hypparschaal ontstaan door randverstoringen momenten, die worden beschreven door de momentenlijn van ir. H.W. Loof. In het komende rapport zal worden onderzocht voor welke afmetingen van een hypparschaal deze momentenlijn geldt.

Figuur 1-1: Paaskerk in Amstelveen [1]

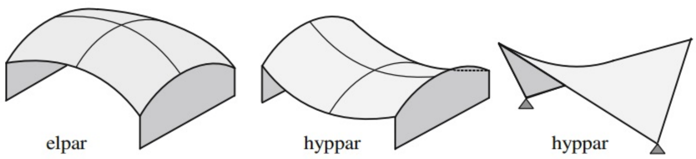
Allereerst zal in dit paragraaf 1-1 de vorm van een hypparschaal worden uitgelegd. Daarna zal er in paragraaf 1-2 kort worden uitgelegd wat onder schalen wordt verstaan en hoe de krachtsafdracht in deze schalen plaatsvinden. In paragraaf 1-3 zal de momentenlijn voor een deel worden verklaard. Tot slot zal in de paragrafen 1-4 en 1-5 de onderzoeksvraag worden opgesteld en de opbouw van de rest van het rapport worden doorgesproken.

1-1 Hypparvorm

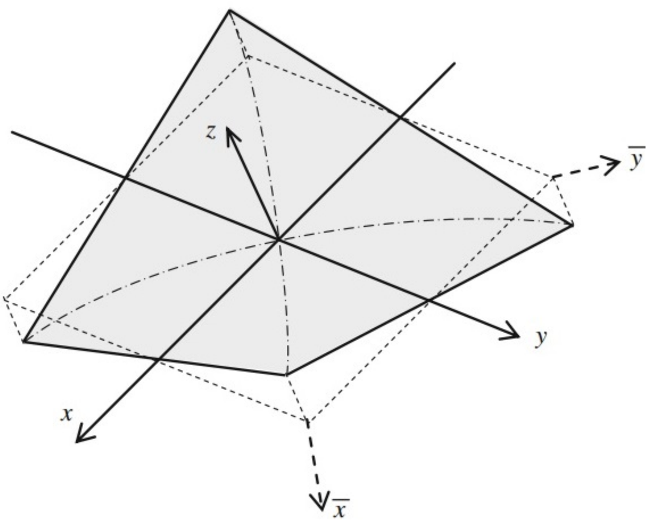
In het algemeen zijn dubbelgekromde schalen in te delen in twee categorieën.

- De elliptische-parabolische schaal, *elpar*. Deze schaal heeft een rechthoekig grondvlak, maar de randen van de schaal zijn gekromd.
- De hyperbolische-parabolische schaal, *hyppar*. Deze schaal heeft ook een rechthoekig grondvlak, maar kan gekromde of rechte randen hebben.

In afbeelding 1-2 staan deze drie vormen afgebeeld. Tijdens dit onderzoek zijn alleen hypparschalen met rechte randen gebruikt. Daarom zal alleen deze schaal verder worden behandeld.



Figuur 1-2: Elparschalen en hypparschalen [5]

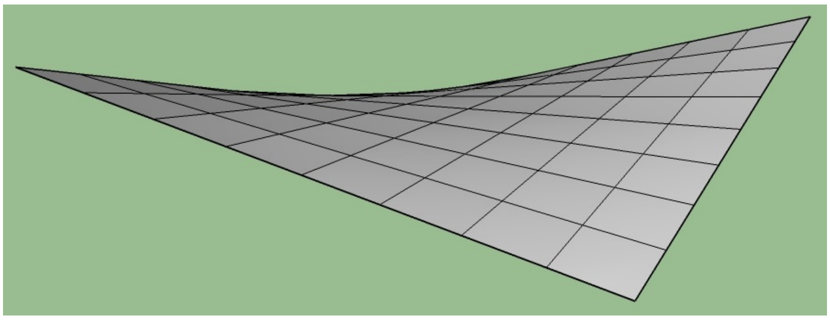


Figuur 1-3: Hypparschaal met rechte randen [5]

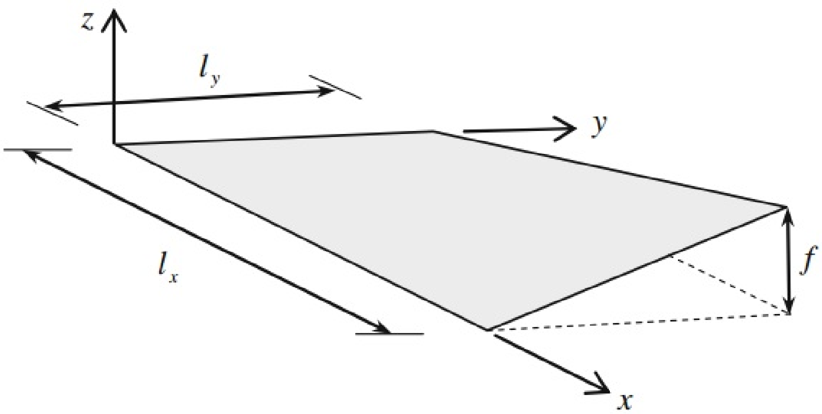
De hypparschaal staat met 2 assenstelsels afgebeeld in afbeelding 1-3. In het x, y, z-assenstelsel wordt de schaal gevormd door de volgende vergelijking[8]:

$$z = \kappa_{xy} \cdot x \cdot y \tag{1-1}$$

Uit deze vergelijking is af te leiden dat κ_x en κ_y 0 zijn. Dit houdt in dat er er rechte lijnen getrokken worden van de ene rand naar de andere rand, zoals afgebeeld in afbeelding 1-4. Hierdoor is het hypparvlak een voorbeeld van een dubbel regeloppervlak, een oppervlak waarbij door elk punt 2 lijnen gaan, die volledig tot het oppervlak behoren. Deze lijnen worden ook wel de beschrijvenden van de schaal genoemd. Dit maakt dat de bekisting van de schaal relatief simpel te maken is.



Figuur 1-4: Hypparschaal met de beschrijvenden



Figuur 1-5: Voor het berekenen van de κ_{xy} [5]

Om de κ_{xy} in het $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$-assenstelsel (45°gedraaid ten opzichte van het oude assenstelsel) wordt de schaal gegeven door de volgende formule[8]:

$$z = \frac{1}{2}\kappa(\bar{x}^2 - \bar{y}^2) \tag{1-2}$$

Hieruit volgt dat er tussen de twee twee tegenoverliggende hoekpunten een parabolische baan volgen.

Om de κ_{xy} te berekenen verplaatsen we het assenstelsen naar één van de hoekpunten en laten we de x-as en de y-as samenvallen met de hoekpunten, zie afbeelding 1-5. De hoogte van het vierde hoekpunt f wordt gegeven door de volgende formule[5]:

$$f = \kappa_{xy} \cdot l_x \cdot l_y \qquad a_{xy} = \frac{1}{\kappa_{xy}} \tag{1-3}$$

Aangezien f, l_x en l_y afmetingen zijn, kan de κ_{xy} hieruit makkelijk berekend worden.

De belangrijkste vormparameter is de karakteristieke lengte l_c. Deze parameter is het meetkundig gemiddelde van de lengte, kromtestraal en de dikte en wordt dus gegeven door de volgende formule. Daarnaast wordt de parameter ξ ingevoerd[5].

$$l_c = \sqrt[3]{l \cdot a_{xy} \cdot t} \tag{1-4}$$

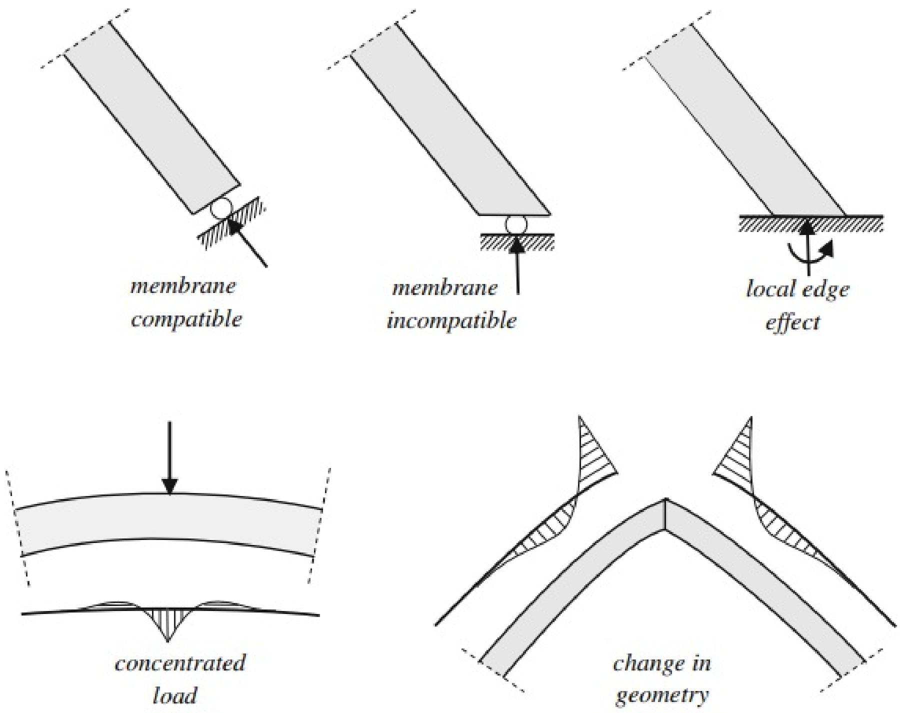
$$\xi = \frac{l_c}{l} \tag{1-5}$$

1-2 Schaalmechanica

De geometrie van een schaal wordt net als platen bepaald, door een middenvlak, de dikte van het middenvlak. Het verschil zit erin dat bij platen het middenvlak vlak is, terwijl schalen een gekromd middenvlak hebben. Bij platen worden belasting die parallel aan het vlak aangrijpen gedragen door interne schuifspanningen, terwijl belastingen die loodrecht op het vlak aangrijpen worden gedragen door inwendige momenten en schuifkrachten. Als de schaal voldoende gekromd is (ten opzichte van de dikte van de schaal) kan het zich gaan gedragen als een membraam. Hierdoor zal een deel van de belasting, die loodrecht op het vlak aangrijpen gedragen worden door interne schuifspanningen. In de volgende gevallen voldoet de membraamtheorie niet.

- Het membraam wordt verhinderd in zijn verplaatsing, waardoor er niet meer aan de voorwaarden van een puur membraan veld wordt voldaan.
- Puntlasten
- Een plotselinge verandering in de geometrie van de schaal

Rond de plekken waar niet aan de membraantheorie wordt voldaan, zullen er lokaal momenten ontstaan. Deze momenten zullen echter snel uitdempen en dus slechts lokaal invloed hebben. In afbeelding 1-6 staan de gevallen verduidelijkt.



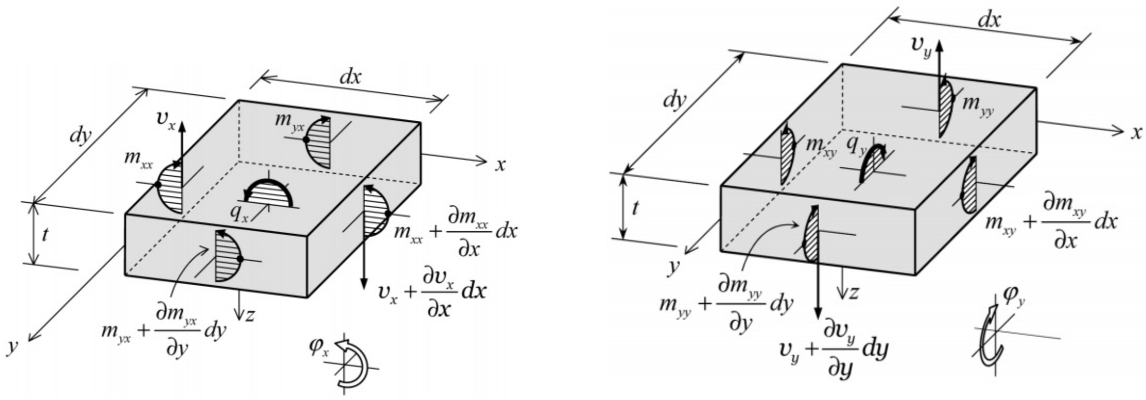
Figuur 1-6: Voorwaarden voor de geldigheid membraantheorie[5]

Schalen kunnen opgedeeld worden in 4 categorieën [3]:

- **Zeer dikke schalen** ($\frac{a}{t} < 5$) Dragen alleen met momenten en dwarskrachten. Deze schalen moeten ook 3D worden gemodelleerd.
- **Dikke schalen** ($5 < \frac{a}{t} < 30$) Krachten worden met momenten, dwarskrachten en membraanspanningen afgedragen. Alle vervormingen moeten worden meegenomen.
- **Dunne schalen** ($30 < \frac{a}{t} < 4000$) Krachten worden met momenten, schuifkrachten en membraanspanningen afgedragen. De vervormingen door de dwarskrachten kunnen worden verwaarloosd.
- **Membraan** ($\frac{a}{t} > 4000$) Alle krachten worden door membraanspanningen gedragen. Er zijn dus geen inwendige momenten, dwarskrachten. In sommige gevallen, bijvoorbeeld tenten, kan de constructie ook geen drukkrachten opnemen.

Tijdens dit onderzoek zal er voornamelijk met schalen met een $\frac{a}{t}$-verhouding tussen de 30 en 4000.

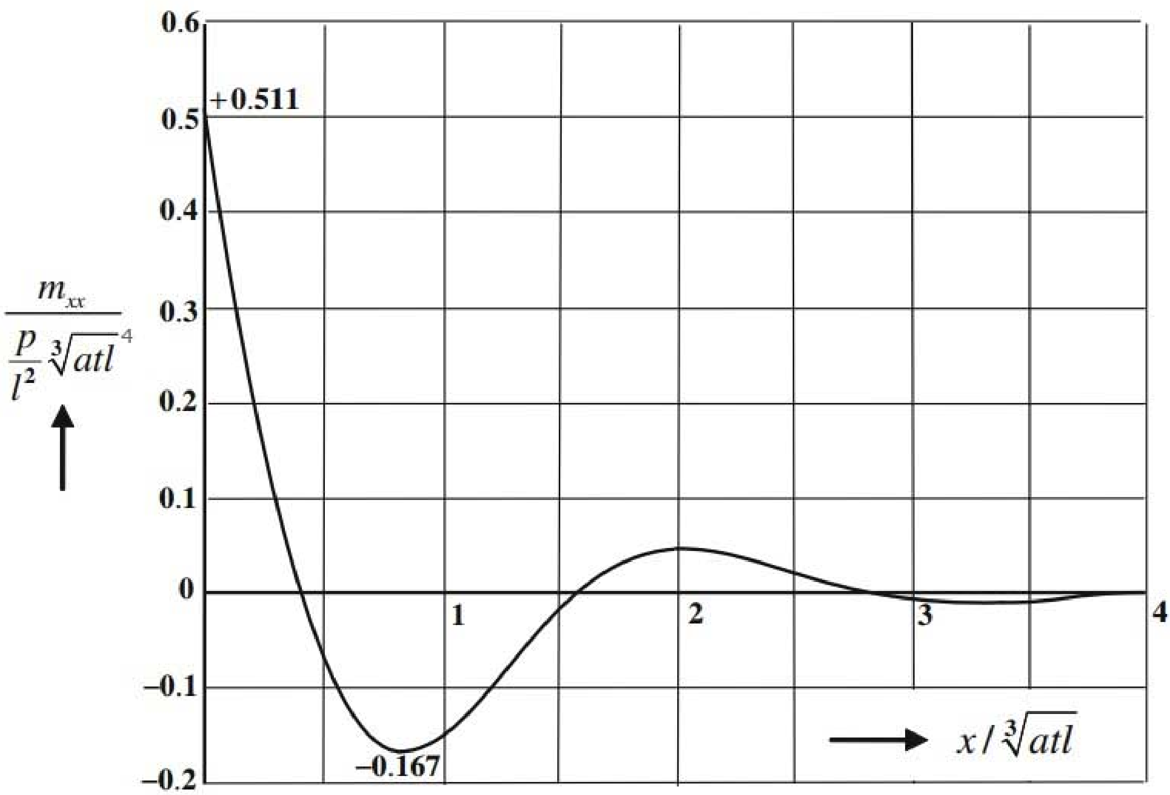
Tijdens het onderzoek zal er, tenzij anders vermeld aan de volgende tekenafspraken voor krachten en momenten van afbeelding 1-7 worden gehouden.



Figuur 1-7: Tekenafspraken voor de momenten [2]

1-3 Momentenlijn van ir. Loof

In maart 1961 verscheen er een rapport, waarin ir. H.W. Loof een analytische oplossing gaf voor het ontstaan van momenten door de buigingsstoringen aan de rand en hoe deze momenten bepaald konden worden. De momentenlijnen staan afgebeeld in afbeeldingen 1-8 en 1-9.

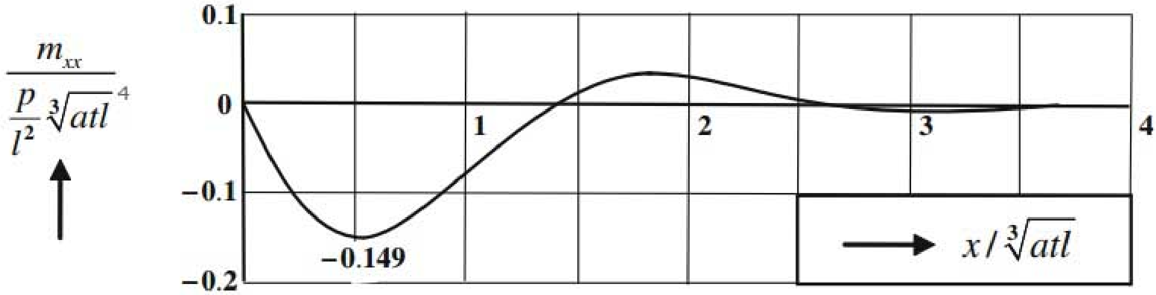


Figuur 1-8: Momentenlijn voor ingeklemde hypparschaal[5]

De 2 belangrijkste punten van deze grafiek zijn het positieve inklemmende moment en ten tweede het grootste negatieve veldmoment. Deze punten worden gegeven door[5]

$$x = 0 \qquad m_{xx} = 0,511\xi^4 \cdot p \cdot l^2 = 0,511\frac{l_c^4 \cdot p}{l^2} \tag{1-6}$$

$$x = 0,85l_c \qquad m_{xx} = -0,167\xi^4 \cdot p \cdot l^2 = -0,167\frac{l_c^4 \cdot p}{l^2} \tag{1-7}$$



Figuur 1-9: Momentenlijn voor schanierend opgelegde hypparschaal [5]

Het belangrijkste punt van deze momentenlijn is het minimale veldmoment. Dit punt wordt gegeven door[5]

$$x = 0,55l_c \qquad m_{xx} = -0,149\xi^4 \cdot p \cdot l^2 = -0,149\frac{l_c^4 \cdot p}{l^2} \tag{1-8}$$

In het rapport verklaarde ir. H.W. Loof dat formule 1-6 pas kloppen, als de l_c groter is dan 300[6]. Voor l_c kleiner dan 300, dan zal de waarde van het inklemmingsmoment naderen aan de waarde voor het inklemmingsmoment van een plaat van vergelijkbare afmetingen.

1-4 Onderzoeksvraag

De vraag voor dit onderzoek is als volgt:

Welke afmetingen gebruikte ir. Loof bij het opstellen van de momentenlijnen voor de randverstoring van een hypparschaal

1-5 Leeswijzer

In hoofdstuk 2 zal worden doorgesproken hoe het model van de hypparschaal in elkaar steekt. In dit hoofdstuk zal veel worden doorverwezen naar bijlage A. In hoofdstuk 3 zal worden beschreven hoe is gevalideerd. In hoofdstuk 4 zal worden beschreven wat de resultaten van het onderzoek zijn en in hoofdstuk 5 worden daaruit de conclusies getrokken. In bijlage B worden alle resultaten van de testen besproken.

Hoofdstuk 2

Opbouw van het model

Voor dit onderzoek is gebruik gemaakt van het FEM-programma ANSYS Mechanical APDL, versie 14.0. In dit hoofdstuk zal kort worden beschreven hoe dit model is opgebouwd. Een uitgebreidere uitleg, met APDL-macro zal staan in bijlage A. Eerst zal in paragraaf 2-1 uitgelegd worden op welke manier het model in elkaar is gezet met knopen en elementen. Daarna zal in paragraaf 2-2 worden uitgelegd welke parameters, welke randvoorwaarden er zijn gebruikt en hoe de belasting is aangebracht. Tenslotte zal in paragraaf worden beschreven welke resultaten er zijn behaald.

2-1 Knopen en Elementen

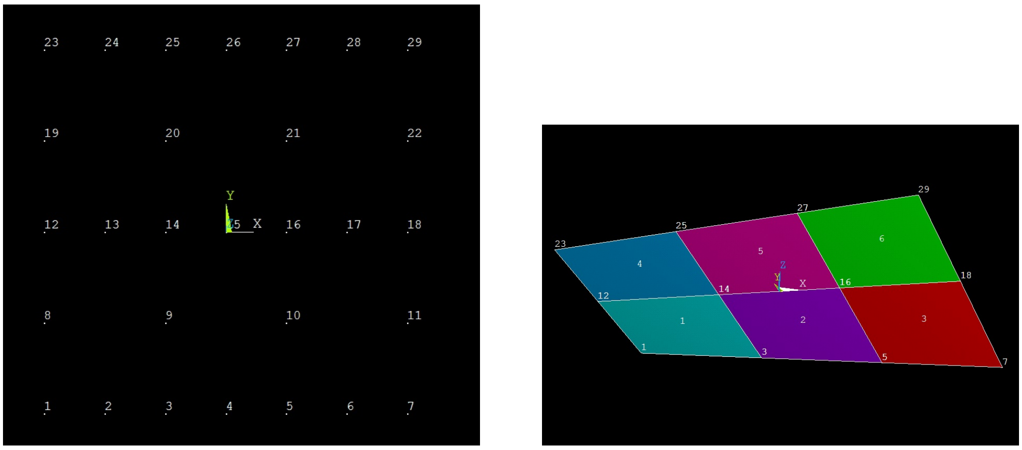
ANSYS is een eindig-elementenprogramma, dit houdt dus in dat de berekening gebeurd, door het model op te delen in een aantal elementen. Tijdens dit project is er gewerkt met SHELL281-elementen, afbeelding 2-2. Als voorbeeld is er een model gemaakt met 3 elementen in de x richting en 2 in de y-richting, zie afbeelding 2-1.

Allereerst zijn de knopen op in het programma gezet. De eerste knoop zit op het punt $(-\frac{1}{2}l_x; -\frac{1}{2}l_y)$. Op alle oneven rijen komen op elke $\frac{1}{2} * \delta l_x$ een knoop, tot en met $(-\frac{1}{2}l_x; \frac{1}{2}l_y)$, en op alle even rijen komt er op elke δl_x een knoop. Dit gaat zo door tot $(\frac{1}{2}l_x; \frac{1}{2}l_y)$ De z-coördinaat van de knoop wordt gegeven door $z = \kappa_{xy} \cdot l_x \cdot l_y$.

Tussen elke 8 knopen, bijvoorbeeld knopen 12,14,3,1,13,9,2,8, wordt een SHELL281-element gevormd. Er wordt weer vanaf het punt $(-\frac{1}{2}l_x; -\frac{1}{2}l_y)$ naar $(\frac{1}{2}l_x; \frac{1}{2}l_y)$ gewerkt.

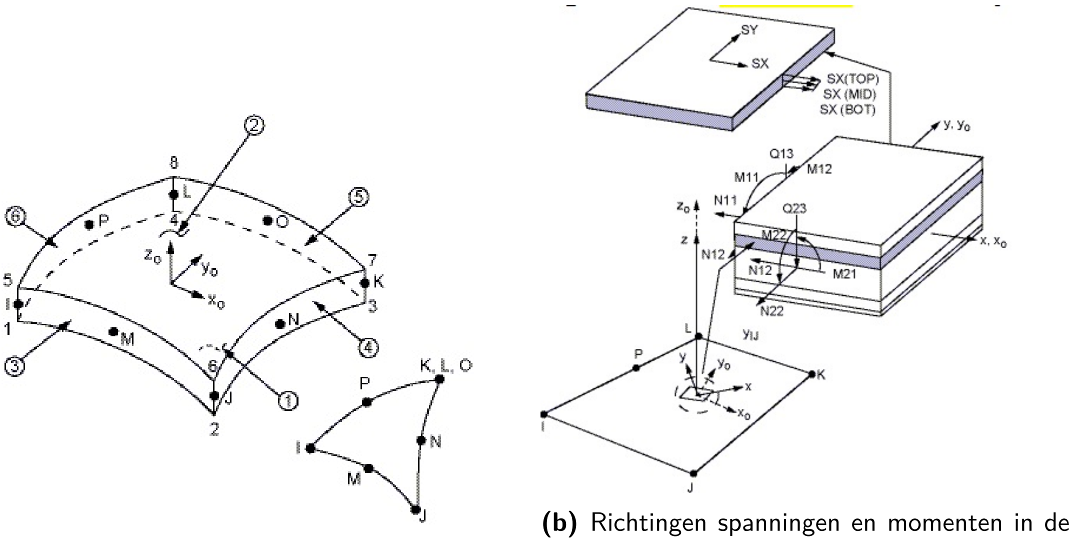
Het eindige-elementenmethode verliest zijn nauwkeurigheid, als de verhouding $\frac{\delta l_y}{\delta l_x}$ kleiner wordt dan 1/20[3]. Dit houdt dus voor een "vierkant"schaalelement dat er hooguit 20 keer zo veel elementen in de x-richting ten opzichte van de y-richting. Ook is het belangrijk dat er het aantal elementen in beide richtingen oneven is, zodat op de middellijn, midpunten van elementen zit. Daarom is het aantal elementen in de x-richting vastgelegd. Met het aantal elementen in de y-richting kan worden gevarieerd.

$$n_x = 20 \cdot n_y - 1 \tag{2-1}$$



(a) Knopen genummerd **(b)** Elementen genummerd

Figuur 2-1: Opbouw van model in knopen en elementen



(a) Assenstelsel **(b)** Richtingen spanningen en momenten in de elementen

Figuur 2-2: Weergave van het SHELL281-element

2-1-1 Assenstelsel

Het assenstelsel van de knopen valt samen met het globale assenstelsel heeft een x- en een y-as in het platte vlak en een z-as die omhoog gaat. De assenstelsel van het element hangt af van de volgorde van de knoopnummers. De letters i,j,k,l,m,n,o,p van afbeelding 2-2a vallen samen met de knopen 12,14,3,1,13,9,2,8 uit afbeelding 2-1a. Hierdoor is het locale assenstelsel van het element 180°gedraaid ten opzichte van de x-as van het globale assenstelsel, met een z-as die naar beneden wijst. Dit is voor de resultaten zeer van belang.

2-2 Parameters, Randvoorwaarden en Belasting

2-2-1 Parameters

De parameters, die het ANSYS-macro staan ingevuld staan weergegeven in de tabel.

Parameter	Eenheid	Beschrijving
t	mm	Dikte schaal
a_{xy}	mm	Kromtestraal
l_x	mm	Lengte in x-richting
l_y	mm	Lengte in y-richting
n_x		Aantal elementen in de x-richting
n_y		Aantal elementen in de y-richting
p	N/mm^2	Verdeelde Belasting
E	N/mm^2	E-modulus
ν		Poissons ratio

Tabel 2-1: Parameters voor het model

2-2-2 Randvoorwaarden

Tijdens het onderzoek zijn er twee varianten onderzocht. De hypparschaal met ingeklemde randen en de hypparschaal met schanierende randen. In de tabel staan de volgende randvoorwaarden vermeld.

	Schanierend		Inklemming	
Rand parallel aan:	x-as	y-as	x-as	y-as
u_x	vrij	0	vrij	0
u_y	0	vrij	0	vrij
u_z	0	0	0	0
φ_x	vrij	vrij	0	0
φ_y	vrij	vrij	0	0
φ_z	vrij	vrij	0	0

Tabel 2-2: Randvoorwaarden in het model

Deze randvoorwaarden worden in 6 verschillende stappen in ANSYS geprogrammeerd:

1. De onderste rij, dus knopen 1 t/m 7 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen zijn dit knopen $\{1 \ldots 2 * n_x + 1\}$.

2. De knopen op de hoeken van elementen op de linkerrand, dus knopen 1, 12 en 23 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen worden de nummers van deze knopen opgeroepen door $(j-1)(3n_x+2)+1$ met $j = \{1 \ldots n_y + 1\}$.

3. De knopen in het midden van de elementen op de linkerrand, dus knopen 8 en 19 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen worden de nummers van deze knopen opgeroepen door $(j-1)(3n_x+2)+2n_x+2$ met $j=\{1\dots n_y\}$.
4. De onderste rij, dus knopen 23 t/m 29 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen zijn dit knopen $\{(3nx+2)ny+1\dots(3nx+2)ny+2nx+1\}$.
5. De knopen op de hoeken van elementen op de rechterrand, dus knopen 7, 18 en 29 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen worden de nummers van deze knopen opgeroepen door $j(3n_x+2)+2n_x+1$ met $j=\{0\dots n_y\}$.
6. De knopen in het midden van de elementen op de linkerrand, dus knopen 11 en 122 uit afbeelding 2-1a. In het algemeen worden de nummers van deze knopen opgeroepen door $j(3nx+2)$ met $j=\{1\dots n_y\}$.

2-2-3 Belasting

Er is tijdens het onderzoek van een gelijkmatig verdeelde belasting uitgegaan. Om dit zo nauwkeurig mogelijk te modelleren, heeft elke knoop zijn eigen puntlast gekregen. De grootte van de puntlast is als volgt berekend, waarbij N_n staat voor het aantal knopen:

$$F_n=\frac{q\cdot l_x\cdot l_y}{N_n} \tag{2-2}$$

De belasting is in tegengestelde richting van de z-as aangebracht. Dit is dus loodrecht op de grondvlak van hypparschaal en dus niet loodrecht op de knoop.

2-3 Resultaten

Elke set testen is zo uitgevoerd, dat er een aantal parameters van het model worden vastgezet en maar met één parameter wordt een aantal keer gevariëerd. Bij elk verschillende variabele wordt de ANSYS-macro gerunt. Het resultaat van die test wordt geëxporteerd in twee .csv-bestanden, één met alle ingevoerde parameters en één met de x-coördinaat en de moment van de middelste rij. Per set, bestaande uit 6 testen, zijn er dus in totaal 12 .csv-bestanden. Deze kunnen allemaal in één script door Matlab worden gelezen en de x-coördinaten en de momenten worden gestandariseerd. Daarna wordt er één grafiek gemaakt met alle 6 momentenlijnen, zodat duidelijk een trend, door verandering van de gebruikte parameter, worden gevonden. Een uitgebreidere uitleg wordt beschreven in paragraaf A-3.

Hoofdstuk 3

Validatie

In dit hoofdstuk zal beschreven worden, hoe de controle van het model heeft plaatsgevonden. Het model is op de volgende aspecten gecontroleerd:

1. **Vlakke plaat:** Vergelijking van de momenten met een vlakke plaat.
2. **Elementgrootte:** Controleren in hoeverre de grootte van de elementen veranderd, indien er met kleinere elementen wordt gerekend.
3. **Randvoorwaarden van de ingeklemde schaal:** Controleren of aan de randen van de schaal de verplaatsingen in twee richtingen en de hoekverdraaiingen in de drie richtingen daadwerkelijk 0 zijn.
4. **Randvoorwaarden van de schanierend opgelegde schaal:** Controleren of aan de randen van de schaal de verplaatsingen en de momenten 0 zijn.
5. **Verplaatsing loodrecht op de rand** Controleren of het weerhouden van de verplaatsing loodrecht op de rand invloed heeft op de momenten heeft op de schaal.
6. **Dimensieloze grootheden** Doordat de momentenlijn zou de momentenlijn van ir. H.W. Loof dimensieloos is, zouden twee schalen met dezelfde verhoudingen tussen de afmetingen dezelfde momentenlijn moeten leveren.

Elk van deze controles zullen in de komende paragrafen worden behandeld.

3-1 Vlakke plaat

De momenten van de vlakke plaat, dat door het model wordt gegeven is wordt vergeleken met de momenten gegeven door de literatuur[4]. Allereerst staan de parameters, die tijdens de validatie zijn gebruikt. In de eerste kolom van elke tabel wordt de waarde uit de literatuur gegeven. In de volgende kolommen staan de berekende waarden volgens het model met verschillend aantal elementen over de middelste x-as.

t = 100 mm	p = 0,005 N/mm^2
$a_{xy} = \infty$	E = 1 * 10^5 N/mm^2
$l_x = l_y$ = 10.000 mm	$n_y = 21$
$\nu = 0$	

	Bekend	$n_x = 101$	$n_x = 1001$	$n_x = 5001$
Rand	25.773,19	23.650,25	24.724,25	24.816,46
Midden	-8.802,81	-8.471,84	-8.521,26	-8.525,83

Tabel 3-1: Ingeklemde plaat, variërend aantal elementen

	Bekend	nx = 101	nx = 1001	nx = 5001
Rand	0	-763,09	-103,14	-21,81
Midden	-18.382,35	-17.866,80	-17.972,59	-17.982,1

Tabel 3-2: Schanierende plaat, variërend aantal elementen

De waarden lijken zich met toenemend aantal elementen, zich naar de bekende waarde toe te convegeren maar het gaat niet heel erg hard. Bij een dunnere plaat met schanierende oplegging kwamen er zelfs foutmeldingen, omdat de verplaatsingen te groot waren geworden.

Daarom is ook nog gekeken of de berekende momenten dichterbij de momenten uit de literatuur komen te liggen als de dikte toe neemt.

$a_{xy} = \infty$	$n_x = 1001$
p = 0,005 N/mm^2	$n_y = 21$
$l_x = l_y$ = 10.000 mm	E = 1.0 $\cdot 10^5$N/mm^2
$\nu = 0$	

	Bekend	t = 100	t = 200	t = 300	t = 400	t = 500
Rand	25.773,19	24.718,90	24.696,82	24.659,87	24.608,53	24.543,50
Midden	-8.802,81	-8.522,16	-8.525,45	-8.530,66	-8.537,58	-8.545,94
Maximale Verplaatsing		7,33481	0,920693	0,27468	0,116982	0,060613

Tabel 3-3: Ingeklemde plaat, variërende dikte

	Bekend	t = 100	t = 200	t = 300	t = 400	t = 500
Rand	0	-103,14	-106,87	-108,38	-109,32	-109,82
Midden	-18.382,35	-17.972,59	-18.140,37	-18.310,47	-18.482,51	-18.656,09
Maximale Verplaatsing		23,8263	3,0183	0,906937	0,388254	0,201828

Tabel 3-4: Schanierende plaat, variërende dikte

Het lijkt er dus voornamelijk bij de schanierend opgelegde plaat erop, dat de nauwkeurigheid van het berekende moment toeneemt als de dikte van de plaat toeneemt. Een verklaring zou kunnen zijn, dat de fout afneemt als de maximale zakking (de zakking van de de middelste knoop) afneemt. Dit is gecontroleerd door dezelfde berekening te doen met verschillende E-moduli.

t = 100 mm	$a_{xy} = \infty$
p = 0,005 N/mm^2	$l_x = l_y$ = 10.000mm
n_x = 1001	n_y = 21
$\nu = 0$	

	Berekend	$E = 1,0 * 10^5$	$E = 1,0 * 10^6$	$E = 1,0 * 10^7$
Rand	25733,19	24718,9	24718,9	24718,9
Midden	-8802,81	-8.522,16	-8522,16	-8522,16
Maximale Verplaatsing		7,33481	0,733481	0,073348

Tabel 3-5: Ingeklemde plaat, variërende E-modulus

	Berekend	$E = 1,0 * 10^5$	$E = 1,0 * 10^6$	$E = 1,0 * 10^7$
Rand	0	-103,14	-103,14	-103,14
Midden	-18.382,35	-17972,59	-17972,59	-17972,59
Maximale Verplaatsing		23,8623	2,38623	0,238623

Tabel 3-6: Schanierend opgelegde plaat, variërende E-modulus

Toenemende dikte heeft dus een positieve werking op de nauwkeurigheid van de elementen. De meetfout wordt niet veroorzaakt door een te grote zakking en moet dus maar worden geaccepteerd.

3-2 Elementgrootte

Tijdens deze stap is gecontroleerd, wat het effect van de grootte van het elementen op de uitkomst. Daarom is één test een aantal keer uitgevoerd met een verschillend aantal elementen in de x- en y-richting. Deze randvoorwaarden zijn gebruikt bij deze test.

t = 5 mm	a_{xy} = 2500 mm
p = -0,001 N/mm^2	$l_x = l_y$ = 10.000mm

n_y	n_x	δl_x	m_{xx}
21	419	23,87	2,99
31	619	16,16	3,09
41	819	12,21	3,15
51	1019	9,81	3,18

Tabel 3-7: Variatie in het aantal elementen

Er zit nog duidelijk een verschil tussen de verschillende elementen. Maar vanwege de langer rekentijd bij 819 en 1019 elementen in de x richting is er voor gekozen om de aantal elementen in de x-richting zo veel mogelijk vast te stellen op 619.

3-3 Randvoorwaarden ingeklemde schaal

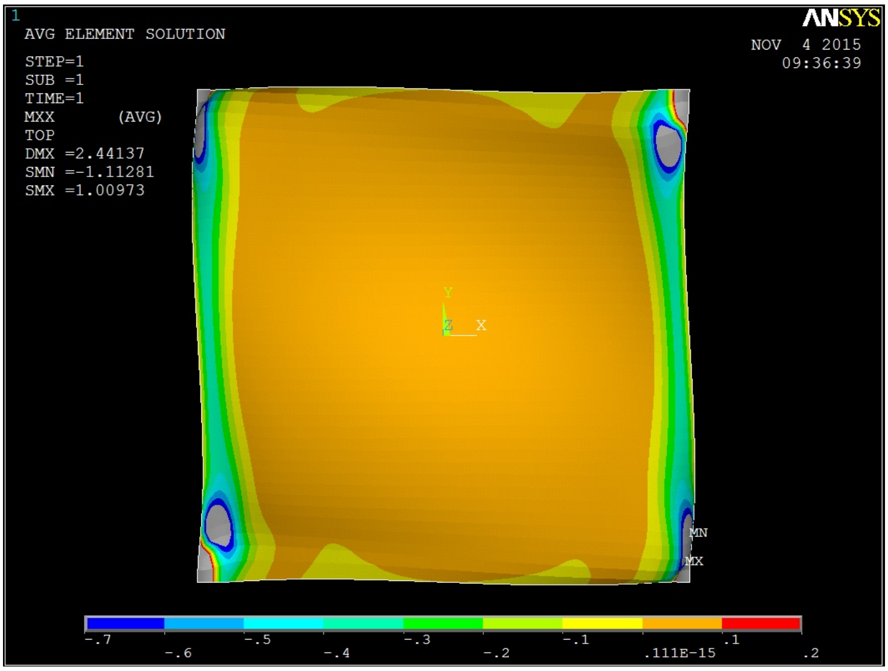
Aan de randen van de ingeklemde schaal zijn de randvoorwaarden dat de u_x of u_y(afhankelijk van welke rand er wordt gekeken), u_z, φ_x, φ_y en φ_z gelijk aan 0 zijn. Dit is gecontroleerd door op een 12 tabellen, gelijk aan de 6 stappen uit paragraaf 2-2-2 en dan 1 tabel voor de verplaatsingen en 1 tabel voor de rotaties, te maken van alle knopen aan de rand en de alle verplaatsingen en rotaties van deze knopen te geven. De code van deze extra stap staat beschreven in paragraaf A-4. Dit is getest voor ingeklemde hypparschalen met verschillende afmetingen en het resultaat was inderdaad dat de u_z en u_x of u_y(afhankelijk van welke rand er wordt gekeken) en de drie rotaties nul zijn.

3-4 Randvoorwaarden schanierend opgelegde schaal

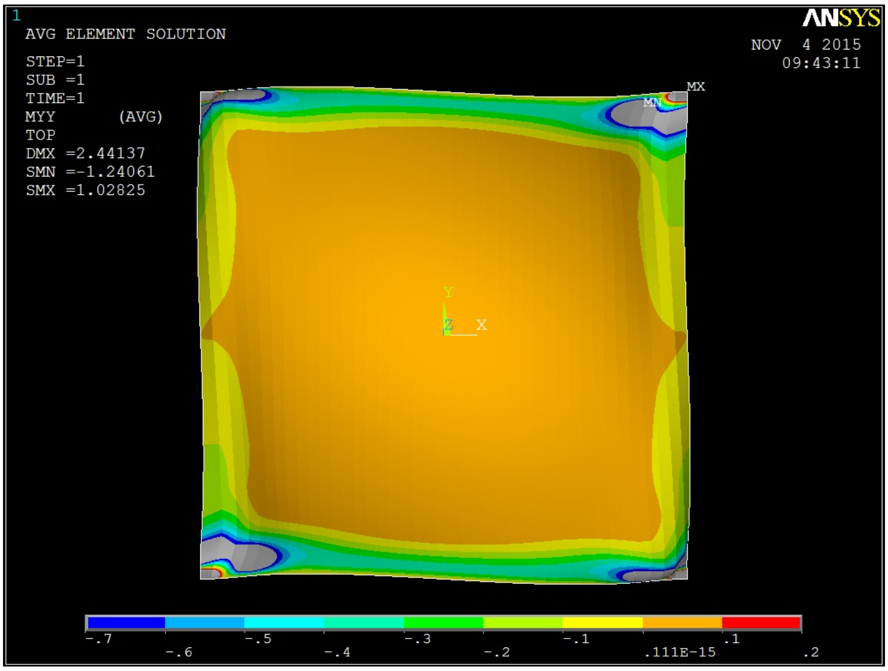
Aan de rand van de schanierend opgelegde schaal zijn de randvoorwaarden dat u_x of u_y (afhankelijk van naar welke rand er wordt gekeken) en u_z en dat de m_{xx}/m_{yy} gelijk zijn aan nul. De zakkingen zijn op dezelfde manier gecontroleerd als bij de ingeklemde schaal. Ook hierbij bleek dat de u_z en u_x of u_y(afhankelijk van welke rand er wordt gekeken) gelijk zijn aan nul.

Voor momenten aan de rand licht het iets gecompliceerder. Omdat de momenten een uitkomst van de elementen zijn en het midden van deze elementen sowieso een $\frac{1}{2}\delta l_{x/y}$ van de rand liggen, zullen deze nooit exact gelijk zijn aan nul. Daarom is dit gecontroleerd door een contourplot te maken van de momenten, weergegeven in afbeelding 3-1 en 3-2. Voor deze contourplotten zijn de volgende afmetingen gebruikt:

a_{xy} = 5000mm	$l_x = l_y$ = 10.000mm
t = 10 mm	p = 0,001 mm
E = 1 $\cdot 10^5$N/mm^2	$\nu = 0$



Figuur 3-1: Contourplot schanierend opgelegde hypparschaal met momenten om de x-as



Figuur 3-2: Contourplot schanierend opgelegde hypparschaal met momenten om de y-as

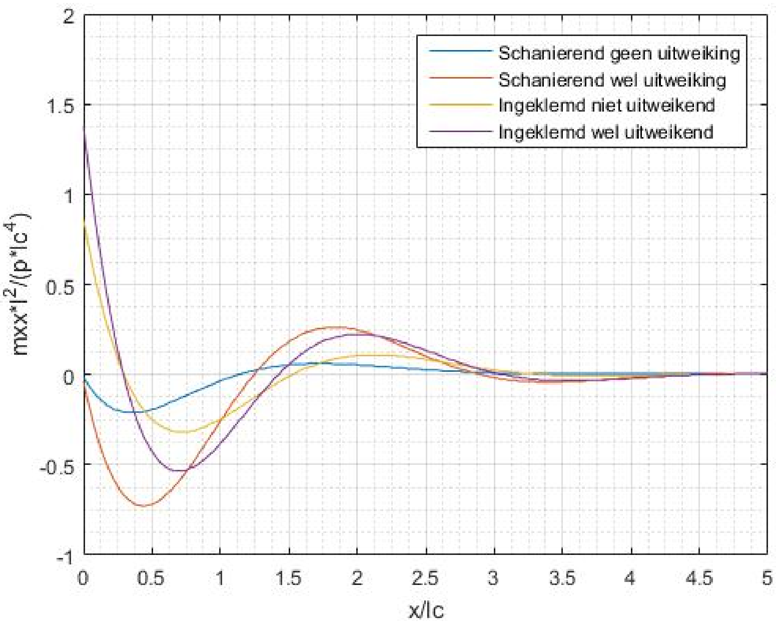
In afbeelding 3-1 moet dus gekeken worden naar de "verticale"randen en in afbeelding 3-2 moet naar de "horizontale"randen gekeken. In het middendeel van de randen is eerst een brede groene strook, die aan de rand smal geel wordt. De groene strook duidt op het negatieve veldmoment, die in de dunne gele rand naar nul nadert. Dit komt overeen met wat er in het begin van deze paragraaf wordt geschetst.

3-5 Verplaatsing loodrecht op de rand

Volgens de berekeningen van ir. H.W. Loof zou het weinig verschil uit maken of de verplaatsing loodrecht op de randen wordt tegen gehouden of niet [6]. Dit is getest door een schanierend opgelegde en een ingeklemde schaal op beide manieren te testen. De volgende parameters zijn gebruikt bij deze testen.

t = 5 mm	$a_{xy} = 5000$mm
p = -0,001 N/mm^2	$l_x = l_y = 10.000$mm
E = 1 $\cdot 10^5$N/mm^2	$\nu = 0$
$n_x = 891$	$n_y = 41$

De bijbehorende momentenlijnen staan in afbeelding 3-3. Hieruit kan geconcludeerd worden dat de momenten van een schaal, die niet mag verplaatsen loodrecht op de schaal en stuk (1,5 tot 2,5 keer) groter zijn dan de momenten van een schaal, die wel mag verplaatsen loodrecht op de schaal. Tijdens het onderzoek is steeds gewerkt met schalen die wel mogen verplaatsen loodrecht op de rand.



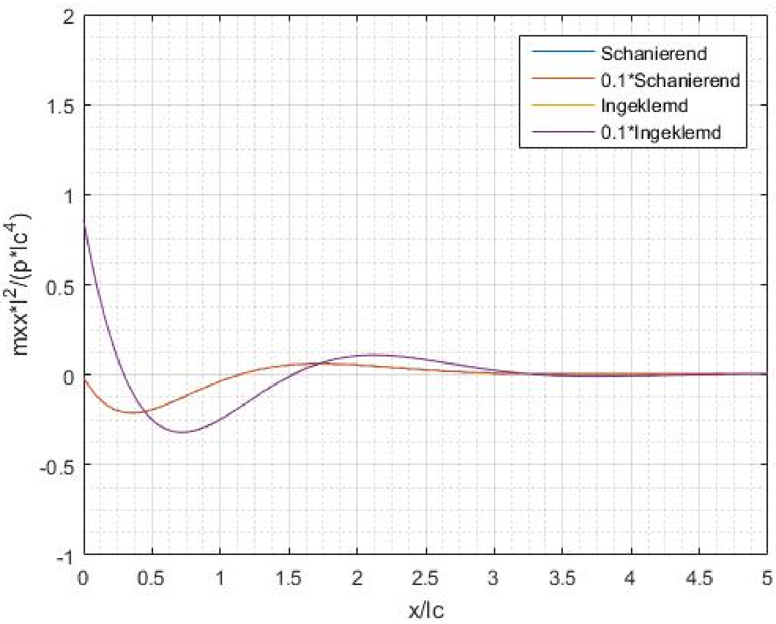
Figuur 3-3: Momentlijnen met en zonder uitweiking, schanierend en ingeklemde schaal

3-6 Dimensieloze grootheden

Op de assen van de momentenlijn van ir. H.W. Loof staan dimensieloze grootheden. Dit zou er moeten voor zorgen, dat als alle afmetingen met dezelfde verhouding zijn toegenomen, dan zouden er dezelfde momentenlijn moeten worden geproduceerd. Dit is gecontroleerd door een ingeklemde en een schanierend opgelegde schaal te testen en vervolgens een 10 keer zo kleine schaal te testen. De volgende afmetingen zijn voor deze testen gebruikt.

t = 5 mm/0.5 mm	a_{xy} = 5000mm/500mm
p = -0,001 N/mm^2	$l_x = l_y$ = 10.000mm/1.000mm
n_x = 891	n_y = 41

In afbeelding 3-4 staan de 4 momentenlijnen van de testen. De momentenlijnen van de ingeklemde schalen en de momentenlijnen van de schanierend opgelegde schalen vallen exact over elkaar heen. Hierdoor kan geconcludeerd worden, dat niet de afmetingen van de schaal, maar de onderlinge verhoudingen tussen de afmetingen effect hebben op de momentenlijn.



Figuur 3-4: Momentlijnen schanierend en ingeklemde schaal

Hoofdstuk 4

Resultaten

In dit hoofdstuk zullen de resultaten van de verschillende testen worden besproken. Deze resultaten zijn voornamelijk opvallende verbanden tussen de verschillende testen. In paragraaf 4-1 staan de resultaten van de ingeklemde schaal en in paragraaf 4-2 staan de resultaten van de schanierend opgelegde schaal. In de grafieken zullen de Momentenlijn van ir. H.W. Loof bij de ingeklemde rand in het rood en bij de schanierend opgelegde rand in het blauw afgebeeld worden. Een volledig overzicht van het aantal testen staat beschreven bijlage B.

4-1 Ingeklemde schaal

Er is zo ver mogelijk getracht om de momentenlijn van ir. H.W. Loof te reproduceren. Dit is gedaan, door de testresultaten te vergelijken met de bekende waarden.

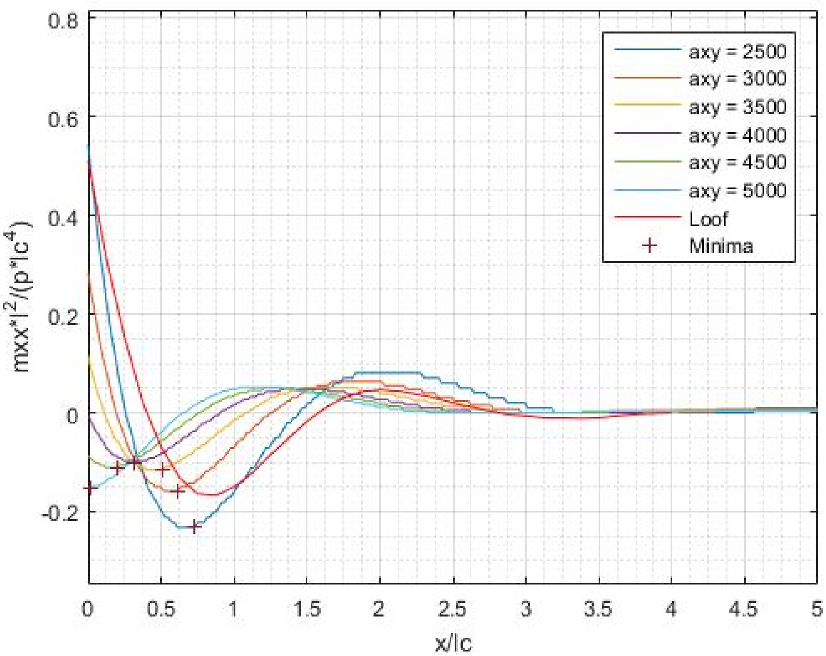
- **Het inklemmingsmoment** Volgens ir. H.W. Loof zou moeten gelden dat $m_{xx} = 0,511 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot l^2$.
- **Het grootste veldmoment** Volgens ir. H.W. Loof zou moeten gelden dat $m_{xx} = -0,167 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot l^2$.
- **De locatie van het veldmoment** Volgens ir. H.W. Loof zou dit rond $x = 0,85 * l_c$ moeten liggen.
- **De verhouding tussen het inklemmingsmoment en het veldmoment** Deze verhouding wordt gegeven door de volgende formule:

$$\frac{max}{-min} = \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}} = \frac{0,511}{0,167} = 3,06 \tag{4-1}$$

Hieronder staan een aantal bijzonderheden die in deze onderzoeken naar voren zijn gekomen. Als laatste zullen de testen, die het meest op de momentenlijn van ir. H.W. Loof worden gepresenteerd.

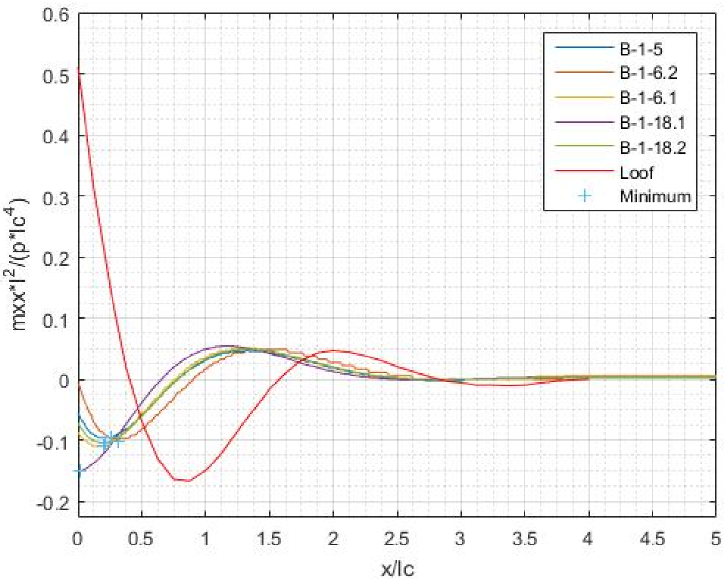
4-1-1 Omkerend inklemmingsmoment

Bij verschillende testen leek het erop dat het inklemmingsmoment negatief te worden. Bij set B-1-6, waarvan de momentenlijnen in afbeelding 4-1 is, duidelijk te zien hoe bij een toenemende a_{xy} het inklemmingsmoment afneemt en op een gegeven moment negatief wordt. Deze test zijn gedaan met de volgende afmetingen:
$l_x = 5000$mm $n_x = 619$
t = 5 mm



Figuur 4-1: Momentenlijn set B-1-6

Het meest opvallende zijn de testen met een negatief inklemmingsmoment en en nog groter negatief veldmoment. Alle testen, waar dit het geval is geweest, zijn samengevat in deze tabel 4-1 en de momentenlijnen staan in afbeelding 4-2.



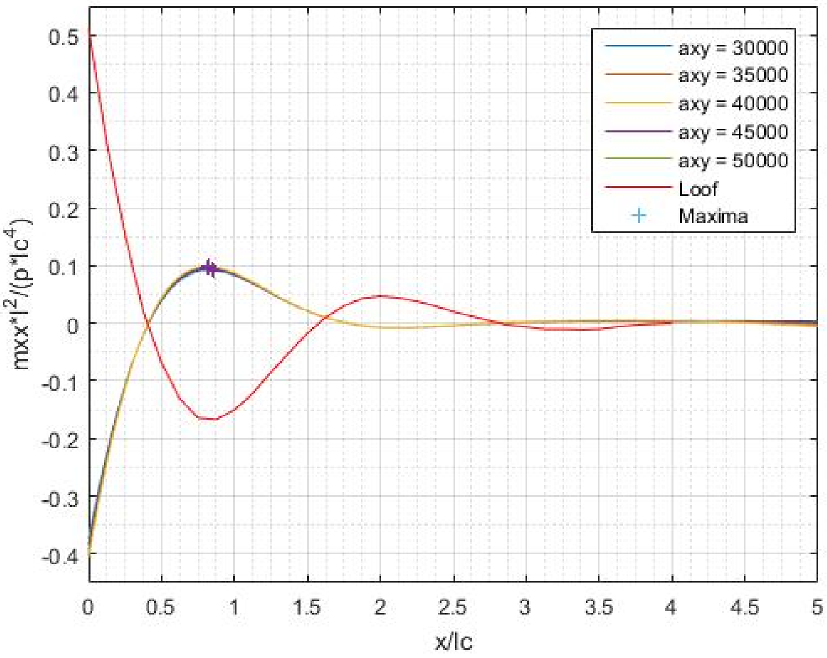
Figuur 4-2: Momentenlijn van het overgangsgebied

Set	Test	a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ
B-1-5	1	10000	10000	5	793,7005	0,07937
B-1-6	1	4000	5000	5	464,1589	0,092832
B-1-6	2	4500	5000	5	482,7447	0,096549
B-1-18	1	9000	10000	9	932,1698	0,093217
B-1-18	2	10000	10000	10	1000	0,1

Tabel 4-1: Gegevens van de momentenlijnen overgangsgebied

Wat een opvallende overeenkomst is tussen alle hypparschalen met zo'n overgangsmoment, dat, zoals te zien in de laatste kolom van tabel 4-1, dat de ξ in vrijwel alle gevallen rond de 0,1 ligt.

Zodra deze momentenlijnen zijn omgekeerd, zit er een stuk minder variatie in de momentenlijnen. Dit wordt het duidelijkst door de momentenlijnen van de set B-1-4, die staan weergegeven in afbeelding 4-3.



Figuur 4-3: Momentenlijn van het overgangsgebied

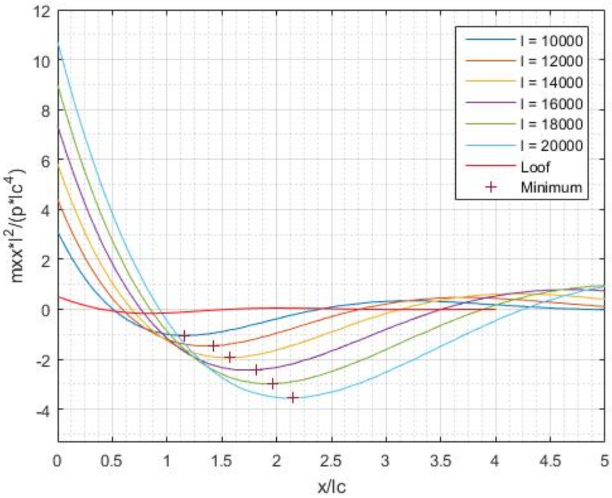
De belangrijkste gegevens van deze testen staan in tabel 4-2. Hoewel de afmetingen van de schaal serieus veranderen, de a_{xy} loopt van 30.000 tot 50.000, verschillen zit er weinig verschil tussen de inklemmingsmomenten, maximale veldmomenten en de locatie hiervan. Dit zorgt dus voor opvallend gelijke momentenlijnen.

a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{max}	max/-min
30000	10000	5	1144,714	0,114471	0,091	-0,373	0,855	4,076
35000	10000	5	1205,071	0,120507	0,094	-0,386	0,852	4,106
40000	10000	5	1259,921	0,125992	0,096	-0,394	0,815	4,103
45000	10000	5	1310,371	0,131037	0,097	-0,401	0,820	4,115
50000	10000	5	1357,209	0,135721	0,098	-0,406	0,826	4,120

Tabel 4-2: Gegevens van de omgekeerde momentenlijnen

4-1-2 Grootte van de momenten

Opvallend is dat vrijwel alle momenten een behoorlijk stuk groter zijn dan de momentenlijn van ir. H.W. Loof. Het meest extreem is dit het geval bij de set B-1-15. De momentenlijnen van deze set staan in afbeelding 4-4. In tabel 4-3 staan de belangrijkste gegevens en afmetingen van deze test.



Figuur 4-4: Momentenlijnen bij set B-1-15

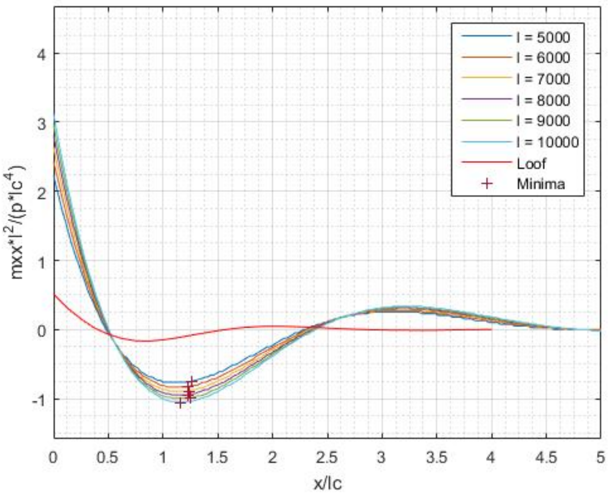
a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	max/-min
2500	10000	5	500,0	0,050	3,120	-1,056	1,163	2,955
2500	12000	5	531,3	0,044	4,409	-1,463	1,423	3,012
2500	14000	5	559,3	0,040	5,827	-1,942	1,577	3,000
2500	16000	5	584,8	0,037	7,354	-2,430	1,812	3,027
2500	18000	5	608,2	0,034	8,997	-2,983	1,960	3,016
2500	20000	5	630,0	0,031	10,718	-3,556	2,154	3,014

Tabel 4-3: Afmetingen en de resultaten van set B-1-15

Het inklemmingsmoment van de de test met $l_x = 20.000$mm, maar door de geringe kromtestraal, is dit geen reële hypparschaal. Wel wordt bij deze set testen de beste verhouding tussen het inklemmings- en veldmoment gevonden.

4-1-3 Locatie van de grootste veldmomenten

Over het algemeen liggen de momentenlijnen van ir. H.W. Loof, netjes op rechte lijn, zoals te zien in afbeelding 4-4. Bij test B-1-16 zijn er hypparschalen getest, waarbij de de kromtestraal 0,25 keer zo groot is als de lengte. De momentenlijnen staan in afbeelding 4-5 en de afmetingen en de resultaten staan in tabel 4-4.



Figuur 4-5: Momentenlijnen bij set B-1-16

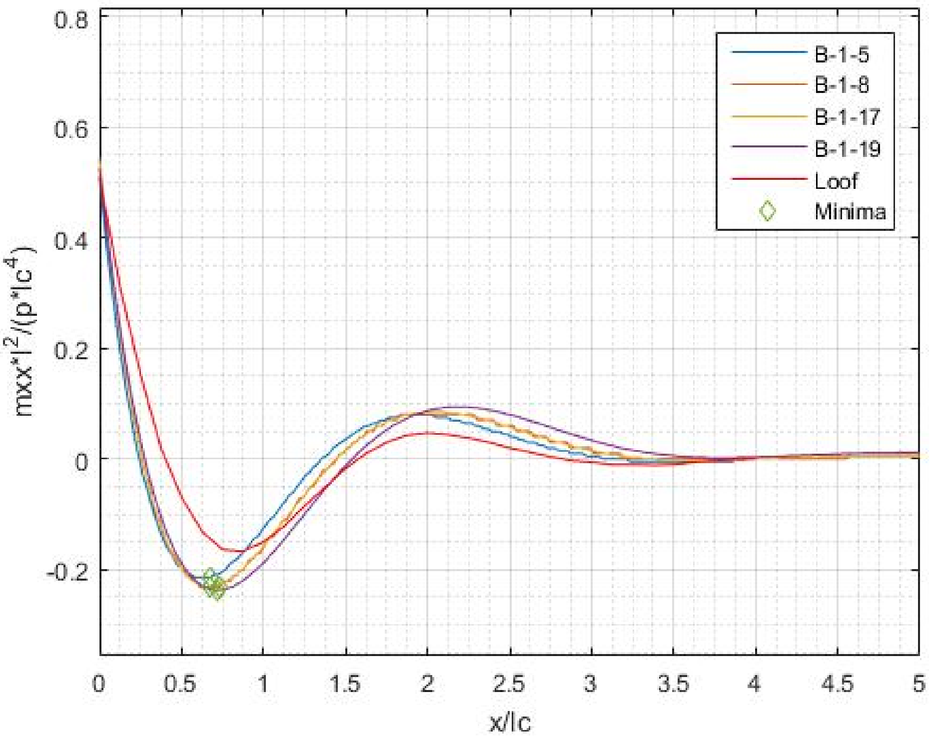
a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	max/-min
2500	10000	5	500,0	0,050	2,235	-0,762	1,257	2,933
3000	12000	5	564,6	0,047	2,429	-0,832	1,226	2,919
3500	14000	5	625,7	0,045	2,638	-0,893	1,234	2,955
4000	16000	5	684,0	0,043	2,804	-0,947	1,230	2,961
4500	18000	5	739,9	0,041	2,969	-0,996	1,248	2,983
5000	20000	5	793,7	0,040	3,120	-1,056	1,163	2,955

Tabel 4-4: Afmetingen en de resultaten van set B-1-16

Opvallend is dat de alle minimale veldmomenten op één verticale lijn lijken te liggen. Dit zou voor een vervolgonderzoek een goed aanknopingspunt kunnen zijn.

4-1-4 Beste benadering ingeklemde hypparschaal

Hieronder staan de testen, waarvan de momentenlijnen het meest op de momentenlijn van ir. H.W. Loof. De momentenlijnen staan in afbeelding 4-6 en de bijbehorende gegevens daarvan staan in 4-5.



Figuur 4-6: Beste benadering ingeklemde hypparschaal

	a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	max/-min
B-1-5	6000	10000	5	669,43	0,067	0,508	-0,214	0,676	2,372
B-1-8	2500	5000	5	396,85	0,079	0,544	-0,232	0,733	2,348
B-1-17	5000	10000	5	629,96	0,063	0,542	-0,232	0,672	2,337
B-1-19	300	10000	26	427,27	0,043	0,526	-0,238	0,724	2,215

Tabel 4-5: Gegevens beste benaderingen van de momentenlijn van ir. H.W. Loof

Zoals te zien in afbeelding 4-6 liggen de inklemmingsmomenten redelijk dichtbij de het gewenste inklemmingsmoment van 0,511. De minima van de veldmomenten zijn in alle gevallen wel een stuk groter. Hierdoor is de verhouding tussen het inklemmingsmoment en het veldmoment te klein. Ook de locatie van de grootste veldmomenten liggen dichterbij de rand, dan bij de momentenlijn van ir. H.W. Loof.

4-2 Schanierend opgelegde hypparschaal

Ook voor de schanierende opgelegde hypparschaal is getracht om de momentenlijn van ir. H.W. Loof te reproduceren. Voor deze momentenlijn waren er maar 2 herkenbere punten, die vergeleken konden worden.

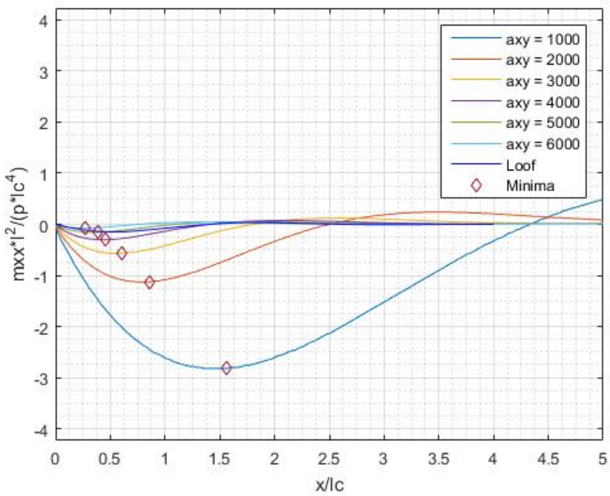
- **Grootste veldmoment** Volgens ir. H.W. Loof zou moeten gelden dat $m_{xx} = -0,149 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot l^2$.

- **Locatie grootste veldmoment** Volgens ir. H.W. Loof zou dit rond $x = 0,55 * l_c$ moeten liggen.

Net zoals bij de ingeklemde hypparschaal zullen er eerst een aantal opvallendheden worden besproken en vervolgens zullen test worden gepresenteerd, waarvan de momentenlijnen het meest op de momentenlijn van ir. H.W. Loof lijken.

4-2-1 Bredere momentenlijnen

Ook bij de schanierende momentenlijnen lijken de minimale momenten behoorlijk goed op 1 lijn liggen. Dit heeft tot gevolg, dat hoe groter het veldmoment is, hoe breder de momentenlijn zich uitspreid. Dit wordt het beste geïllustreerd door set B-2-2. In tabel 4-7 staan de gegevens en in afbeelding 4-6 staan de bijbehorende momentenlijnen.



Figuur 4-7: Momentenlijnen bij set B-2-2

a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	min	x_{min}
1000	10000	10	464,16	0,046	-2,822	1,566
2000	10000	10	584,80	0,058	-1,129	0,856
3000	10000	10	669,43	0,067	-0,568	0,603
4000	10000	10	736,81	0,074	-0,302	0,460
5000	10000	10	793,70	0,079	-0,156	0,387
6000	10000	10	843,43	0,084	-0,075	0,268

Tabel 4-6: Gegevens bij de testen van set B-2-2

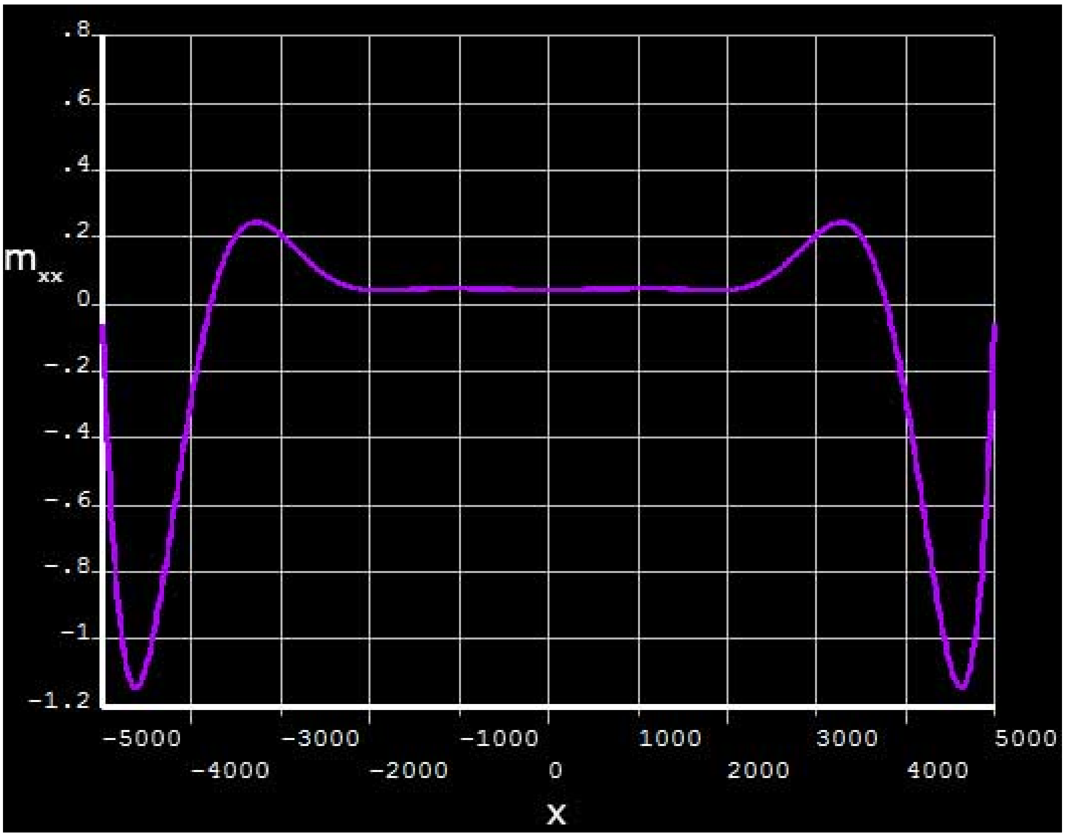
Duidelijk is hoe groter het veldmoment, des te breder is de momentenlijn. De kromtestraal van 1000 is ten opzichte van de lengte wel dermate klein, dat deze in de werkelijkheid niet geproduceerd kan worden.

4-2-2 Momenten in het midden

Volgens de momentenlijn van ir. H.W. Loof, zouden de momenten van vanaf de rand richting het midden moeten uitdempen naar nul. Bij de testen met een ingeklemde hypparschaal was dit inderdaad het geval, maar bij de testen van schanierend opgelegde hypparschalen was dit in vrijwel alle gevallen niet het geval. In afbeelding 4-8 is de momentenlijn van de volgende test afgebeeld.

	t = 10 mm	$a_{xy} = 5000mm$
test afgebeeld.	p = -0,001 N/mm^2	$l_x = l_y = 10.000mm$
	$n_x = 619$	$n_y = 31$

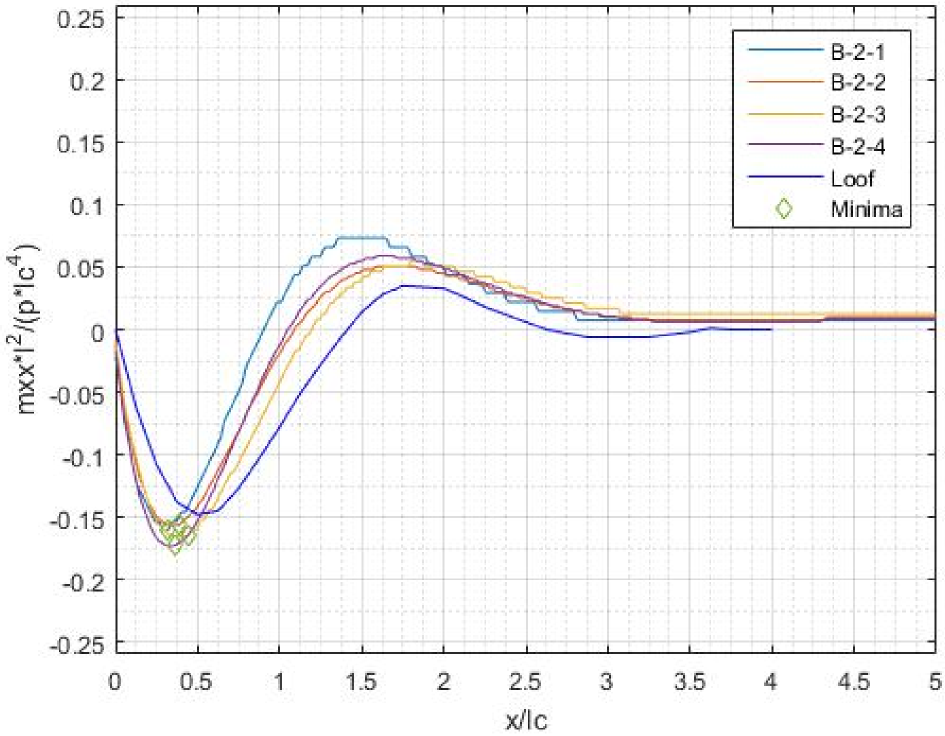
Dit is voor de werkelijke, dus niet de gestandariseerde momentenlijn van de hypparschaal. Het opvallende is dus dat in het midden van de schaal het moment niet 0 is, maar 0,04. Doordat bij dit onderzoek voornamelijk naar de momenten aan de randen is gekeken, is deze bijzonderheid niet verder onderzocht.



Figuur 4-8: Momentenlijn in een schanierend opgelegde schaal

4-2-3 Beste benadering schanierend opgelegde hypparschaal

Hieronder staan de testen, waarvan de momentenlijnen het meest op de momentenlijn van ir. H.W. Loof. De momentenlijnen staan in afbeelding 4-9 en de bijbehorende gegevens daarvan staan in 4-7.



Figuur 4-9: Beste benadering schanierend opgelegde hypparschaal

	a_{xy}	l_x	t	l_c	ξ	m_{xx}	x_{min}
B-2-1	4500	10000	5	608,22	0,0608	-0,1608	0,3187
B-2-2	5000	10000	10	793,70	0,0794	-0,1562	0,3867
B-2-3	2400	5000	10	493,24	0,0986	-0,1647	0,4422
B-2-4	7000	15000	10	1016,40	0,0678	-0,1729	0,4267

Tabel 4-7: Gegevens beste benaderingen van de momentenlijn van ir. H.W. Loof

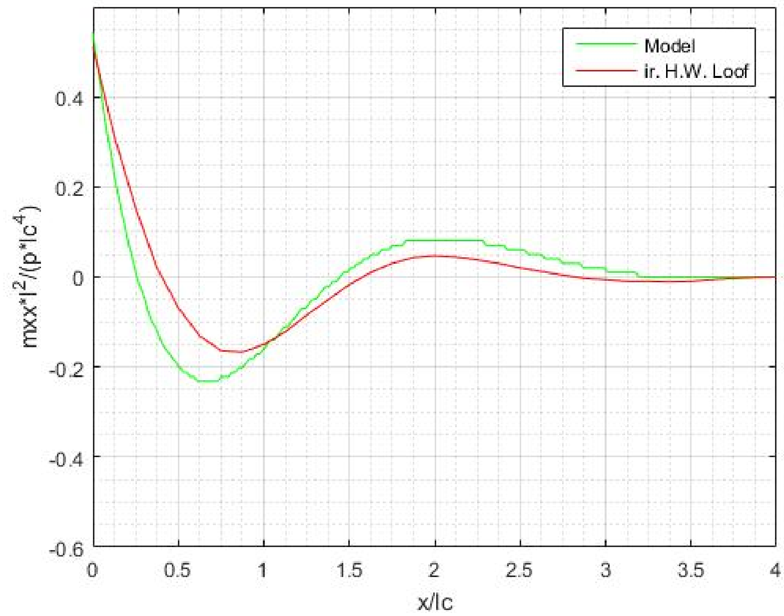
bij alle vier de momentenlijnen liggen de waarde van het grootste veldmoment wel redelijk dichtbij de gewenste waarde van $m_{xx} = -0,149$. De locatie van het grootste veldmoment liggen in alle gevallen wel te ver naar links, dus zit nog wel ruimte voor verbetering.

Hoofdstuk 5

Conclusie en Aanbevelingen

Helaas is het niet gelukt om de exacte momentenlijnen van ir. H.W. Loof te reproduceren. Daarom staan hieronder enkel de momentenlijnen, die het meest lijken op de momentenlijn van ir. H.W. Loof.

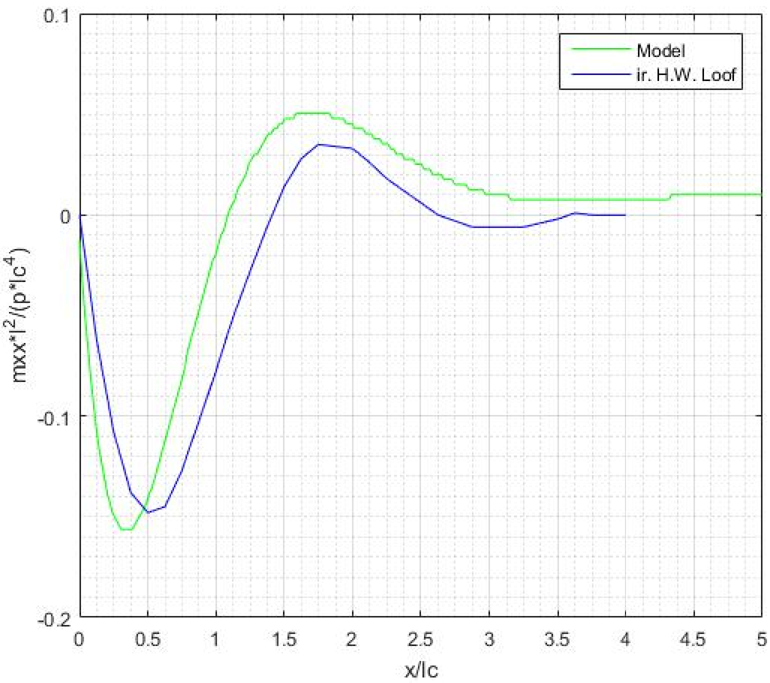
De momentenlijn van ir. H.W. Loof voor een ingeklemde schaal wordt het best benaderd door een schaal met de volgende parameters:
$a_{xy} = 2500\text{mm}$ $l_x = 5000\text{mm}$
$t = 5\text{mm}$
Deze momentenlijn staat in afbeelding 5-1.



Figuur 5-1: Beste benadering van de momentenlijn ingeklemde schaal

Vooral in de grootte en de locatie van het grootste veldmoment zit nog ruimte voor verbetering. Ook de verhouding tussen het inklemmingsmoment en het veldmoment kan nog beter.

De momentenlijn van ir. H.W. Loof voor een schanierend opgelegde schaal wordt het best benaderd door een schaal met de volgende parameters:
$a_{xy} = 5000\text{mm}$ $\quad l_x = 10000\text{mm}$
$t = 10\text{mm}$
Deze momentenlijn staat in afbeelding 5-2.



Figuur 5-2: Beste benadering van de momentenlijn schanierend opgelegde schaal

Bij de schanierend opgelegde hypparschaal zit er in de grootte en de locatie van het grootste veldmoment nog ruimte voor verbetering.

Voor het vervolgonderzoek zijn de volgende aanbevelingen:

- **Elementgrootte** Bij dit onderzoek is over het hele model een constante grootte van de elementen, waarbij lengte/breedte-verhouding 20 was, aangehouden. Er kan gekeken worden of het beperken van deze verhouding wel zo noodzakelijk is bij het rekenen aan momenten. Ook kan er gekeken worden of het mogelijk is om aan de randen, kleinere elementen te nemen ten opzichte van de elementen in het midden van de hypparschaal.
- **Negatief inklemmingsmoment** Er kan nauwkeuriger gekeken worden, onder welke voorwaarden de negatieve inklemmingsmomenten ontstaat. Ontstaan de bijbehorende positieve veldmomenten ook op een gegeven moment bij de schanierend opgelegde hypparschalen?

- **Moment in het midden van de schaal** Er kan worden onderzocht, waarom er bij de schanierende schalen het moment in het midden niet nul wordt.

- **Verhoudingen tussen de afmetingen hypparschaal** Het is gebleken uit de validatie van paragraaf 3-6 dat de gestandariseerde momentenlijnen niet veranderen, als de afmetingen verhoudingsgewijs met dezelfde factor groter worden. Hierdoor zou in het vervolgonderzoek, alleen maar in de verhoudingen tussen de verschillende afmetingen, bijvoorbeeld de $\frac{a_{xy}}{t}$- of de $\frac{a_{xy}}{l_x}$-verhouding, hoeven gevarieerd, om de momentenlijn van ir. H.W. Loof te vinden.

Bibliografie

[1] Paaskerk Amstelveen. http://boko.nl/cms/renovaties/foto_paaskerk01-2/. Geraadpleegd op 27-10-2015.

[2] Johan Blaauwendraad. *Plates and FEM*. Springer, Dordrecht, 2010.

[3] dr. ir. P.C.J. Hoogenboom. *Handouts Shell Analysis CIE4143, Theory and Application*. TU Delft, 2013.

[4] Dr.-Ing. K. Stiglat en Dr.-Ing. H. Wippel. *Platten. Plattenstreifen, punktgestützte Platten, zwei, drie und vierseitig gesttzte Platten, elastisch gestützte Platten*. Ernst & Sohn, Berlin, München, 1966.

[5] Johan Blaauwendraad en Jeroen H. Hoefakker. *Structural Shell Analysis*. Springer Dordrecht, 2014.

[6] ir. H.W. Loof. Eenvoudige formules voor de buiginsstoringen in hypparschalen, die volgens beschrijvenden zijn begrensd. Technical report, Technische Hogeschool Delft, Afdeling der Weg- en Waterbouwkunde, 1961.

[7] Huib Kooyker. Beerenplaat waterzuivering. http://www.kooyker.com/site/index.php/panorama/P16/. Geraadpleegd op 12-10-2015.

[8] Tu Martin Tran. Nauwkeurigheid ontwerpformules voor buigende momenten in hypardaken. Bachelor thesis, Technische Univerisiteit Delft, Juni 2015.

Bijlage A

ANSYS en Matlab Code

In deze bijlage wordt beschreven hoe de code van het ANSYS Mechanical APDL-code in elkaar zit. Allereerst zal kort worden beschreven, welke opbouw de code kent. Daarna zal in paragraaf A-2 beschreven worden hoe de code de schaal opbouwt. In paragraaf A-3 staat beschreven hoe de verwerking van de resultaten is geprogrammeerd. Hier zal worden overgegaan op de Matlab-code. In paragraaf A-4 staat beschreven welke extra codes zijn toegevoegd voor de validatie.

A-1 Opbouw ANSYS-code

ANSYS Mechanical APDL heeft de mogelijkheid om een macro te coderen, zodat alles kan worden geautomatiseerd. Deze code kan in elke simpele tekstverwerker (Wordpad, Notepad) worden geschreven, zolang dit bestand maar wordt opgeslagen met de extensie `.mac`. ANSYS kan deze Macro pas doorlopen, als het bestand in dezelfde map staat als de map waaruit ANSYS werkt. Door op `File - Change Directory` te klikken, kan de map waaruit ANSYS werkt, worden aangepast.

ANSYS Mechanical APDL kent 3 fasen. In de eerste fasen is de Preprocessor, waarin het model wordt opgebouwd. Deze fase wordt aangegeven met de code `/PREP7`. Daarna wordt in de Solution-fase (`/SOLU`) het model doorgerekend. Daarna wordt tijdens de Postprocessor-fase (`/POST1`) de resultaten verwerkt. Belangrijk om te weten is dat alles na het uitroepteken niet meer door de ANSYS wordt gelezen. Dit is dus de plek voor commentaar. Om zo snel mogelijk bekend te raken met de code is de ANSYS Helpmenu een goede bron. Vooral direct op het command zoeken (In ANSYS 14.0 Help, `Search` en dan in het `Options`-menu `Mechanical ADPL Command` aanvinken) is zeer effectief.

A-2 Opbouw schaal

Voordat de Preprocessorfase kan worden gestart, moet de verschillende parameters worden vastgelegd.

```
FINISH ! welke (processor) actief was op ansys, kon crashes leveren.

!  Ingeklemde rand
/CLEAR,START

t = 20 !  mm thickness
axy = 2400 !  1/mm twist curvature, zet axy = 0 for oneindig groot (PLAAT)
E = 1.0e4 !  N/mm2 Young's modulus
nu = 0.0 !  - Poisson's ratio
p = -0.001 !  N/mm2 distributed load
ly = 10000 !  mm span in the x direction
lx = 10000 !  mm span in the y direction
lc = (t*axy*lx)**(1/3)
ny = 31 !  - number of elements in the y direction
nx = 20*ny-1 !  - number of elements in the x direction
*IF,axy,NE,0,THEN !als axy 0 is, dan wordt een plaat gemaakt
kxy=1/axy
*ELSE
kxy=0
*ENDIF
```

De eerste stap van de preprocessor-fase is het vaststellen van het elementtype en zijn materiaaleigenschappen.

```
/PREP7
MPTEMP, , , , , , , , !  materiaal:  isotroop
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1, ,E
MPDATA,PRXY,1, ,nu
ET,1,SHELL281 !  element type:  8 knopen rechthoek
R,1,t,t,t,t, , , !  element dikte
```

Vervolgens worden de knopen in het model geplaatst. De `ty` en `tx` zorgen de ene keer voor een oneven rij en de volgende keer voor een even rij.

```
ty=1 !  insert nodes, assenstelsel nulpunt in het midden de schaal!
*DO,j,-ny,ny
ty=-ty
tx=1
*DO,i,-nx,nx
tx=-tx
*IF,tx+ty,LT,1,THEN
x=i*lx/nx/2
y=j*ly/ny/2
z=x*y*kxy
N, ,x,y,z, , ,
*ENDIF
*ENDDO
*ENDDO
```

Vervolgens worden tussen de 8 knopen de verschillende elementen geplaatst. Zie paragraaf 2-1 voor uitleg over de opbouw van deze elementen.

```
SHPP,OFF ! no warning aspect ratio
*DO,j,1,ny !  insert elements
*DO,i,1,nx
k1=1+(i-1)*2+(j-1)*(3*nx+2) !Van element:  Knoop linksonder (ZuidWest)
k2=1+i+(2+(j-1)*3)*nx+(j-1)*2 !Knoop links midden (MidWest)
k3=1+(i-1)*2+j*(3*nx+2) !Knoop links boven (NoordWest)
E,k3,k3+2,k1+2,k1,k3+1,k2+1,k1+1,k2
*ENDDO
*ENDDO
```

Hierna kunnen de randvoorwaarden worden ingevuld. Dit wordt eerst voor de onderste, daarna voor de linker, bovenste en rechter rand gedaan. Voor de linker en rechter rand moet er onderscheid gemaakt worden tussen de knopen op de hoeken van het element (knoop 1, 7, 12, 18, 23 en 29 uit afbeelding 2-1a) en de knopen in het midden van het element (knoop 9, 11, 19 en 22 uit afbeelding 2-1a. Bij schanierend opgelegde schalen kunnen alle rotatiebeperkingen worden weggelaten.

```
!  Randvoorwaarden instellen
!  Onderste rij aan nodes
*DO,i,1,2*nx+1
D,i,UX,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
*ENDDO

! De linkerrand van de schaal, hoekpunten van de elementen
*DO,j,1,ny+1
i=(j-1)*(3*nx+2)+1
D,i,UY,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
*ENDDO

! De linkerrand van de schaal, midpunten van de elementen
*DO,j,1,ny
i=2*nx+2+(j-1)*(3*nx+2)
D,i,UY,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
```

```
*ENDDO

! De bovenste rand aan nodes
*DO,j,1,2*nx+1
i=(3*nx+2)*ny+j
D,i,UX,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
*ENDDO

! De rechterrand van de schaal, hoekpunten van de elementen
*DO,j,0,ny
i=2*nx+1+j*(3*nx+2)
D,i,UY,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
*ENDDO

! De rechterrand van de schaal, midpunten van de elementen
*DO,j,1,ny
i=j*(3*nx+2)
D,i,UY,0
D,i,UZ,0
D,i,ROTX,0
D,i,ROTY,0
D,i,ROTZ,0
*ENDDO
```

Als laatste stap van de preprocessor-fase wordt de belasting aangebracht. In paragraaf 2-2 wordt beschreven op welke manier dit gebeurd.

```
*GET,maxN,NODE,0,COUNT ! parameter voor maximaal aantal knopen
F,ALL,FZ,p*lx*ly/maxN ! add load, op ALLE knopen.
FINISH
```

Nu kan worden begonnen met de Solution-fase. Dit bestaat uit de volgende code: `/SOLU`

```
! compute
SOLVE
FINISH
```

A-3 Verwerking Resultaten

De verwerking van de resultaten begint met het ophalen van de momenten uit de data. Daarnaast wordt er een code Dit gebeurd met de volgende code:

```
/POST1
ETABLE,MXX,SMISC,4 !  vraagt data uit de output in een tabel, 4 = Mxx (zie element
type handleiding)
ETABLE,MYY,SMISC,5 !  5 = Myy of MX (om x-as)
PLESOL,SMISC,4 !  plot de (contour) momenten verdeling, Mxx
```

Daarna moeten de x-coördinaat van de elementen (`MOMXX(1,1)` en momenten van de elementen van middelste rij (`MOMXX(1,2)`) in een tabel worden gezet, zodat er een grafiek worden geplot. Het nummer van het eerste element hangt er van af, of het aantal rijen elementen even of oneven is, vandaar de `IF`-constructie.

```
*GET,maxE,ELEM,0,COUNT ! Aantal elementen
*IF,a1,EQ,0,THEN ! Bij even aantal elementen
minv = (maxE/2)-nx+1
maxv = (maxE/2)+nx
*ELSE ! bij oneven aantal elementen, zijn de posities anders
minv = (maxE/2)-nx/2+1
maxv = (maxE/2)+nx/2
*ENDIF

*DIM,MOMXX,TABLE,nx,2

*VGET,MOMXX(1,1),ELEM,0,CENT,X, , , ,
*VGET,MOMXX(1,2),ELEM,minv,ETAB,MXX

*VPLOT,MOMXX(1,1),MOMXX(1,2),2
```

Tenslotte moet ANSYS de parameters en de resultaten in twee verschillende .csv-bestanden. De 2500 in de bestandsnaam staat voor de waarde van de varërende parameter van de test.

```
*CFOPEN,inkl-par2400,csv, ,
*VWRITE,axy,',',t
(F12.2,a,F12.2) !  FORTRAN-format, bepaald de opbouw van de file
*VWRITE,lx,',',nx
(F12.2,A,F12.2)

*CFOPEN,inkl-res2400,csv,,
*VWRITE,MOMXX(1,1),',',MOMXX(1,2)
(F12.2,A,F12.2)
*CFCLOS
```

Om zo snel mogelijk onderzoek te doen, is elk model met één variërende parameter 6 keer uitgevoerd. Elke keer hoefde alleen boven in de parameter (in dit geval a_{xy}) en onderin de bestandsnamen worden aangepast (van par2500 naar par2600) bijvoorbeeld. Hierdoor ontstonden per set van testen 6 inkl-parXX.csv- en 6 inkl-resXX.csv-bestanden. Deze konden vrij gemakkelijk door Matlab worden uitgelezen en verwerkt met de volgende code:

```
clear all
clc
format compact

chi = linspace(500,1000,6);
minx = zeros(6,1);
xmin = zeros(6,1);
minm = zeros(6,1);
lc = zeros(6,1);
maxmin = zeros(6,1);
output_st=zeros(619,length(chi)*2);

for j = 1:length(chi)
    parm = chi(j)
    inklpar = ['inkl-par' num2str(parm) '.csv'];
    par = csvread(inklpar);
    p = 0.001;
    axy = par(1,1);
    t = par(1,2);
    lx = par(2,1);
    nx = par(2,2);

    inklres = ['inkl-res' num2str(parm) '.csv'];
    output = csvread(inklres);

    lc(j) = (lx*t*axy)^(1/3);
    ksi = (lc(j)/lx);

    output_st(:,2*j-1) = (output(:,1)-output(1,1))/lc(j);
    output_st(:,2*j) = output(:,2)/(ksi^4*p*lx^2);

    maxm(j) = output_st(1,2*j);
    minm(j) = output_st(1,2*j);
    xmin(j) = output_st(1,2*j-1);

    for i = 2:0.07*nx
        if output_st(i,2*j)<=minm(j)
            minm(j) = output_st(i,2*j);
            xmin(j) = output_st(i,2*j-1);
        else
            minm(j) = minm(j);
            xmin(j) = xmin(j);
        end
    end
    maxmin(j) = maxm(j)/-minm(j)
    plot(output_st(:,2*j-1),output_st(:,2*j))
    hold on
   end

inklloofb = ['inkl-loof.csv'];
inklloof = csvread(inklloofb);
plot(inklloof(:,1),inklloof(:,2),'r')
hold on
```

```
plot(xmin,minm,'+')

ymax = 1.5*max(maxm);
ymin = 1.5*min(minm);
axis([0 5 ymin ymax])

legend('axy = 2500','axy = 3000','axy = 3500','axy = 4000','axy = 4500','axy =
    5000','Loof','Minima')
xlabel('x/lc')
ylabel('mxx*l^2/(p*lc^4)')
grid on
grid minor
```

A-4 Validatie

Tijdens de validatie moest worden gecontroleerd of alle zakkingen en bij de ingeklemde schaal de rotaties aan de randen wel degelijk 0 zijn. Hiervoor is de volgende code toegevoegd aan de macro:

```
!  Controle verplaatsing bovenste rij nodes
*DIM,UTOP,TABLE,2*nx+1,3
*DIM,ROTOP,TABLE,2*nx+1,3
*VGET,UTOP(1,1),NODE,1,U,X
*VGET,UTOP(1,2),NODE,1,U,Y
*VGET,UTOP(1,3),NODE,1,U,Z
*VGET,ROTOP(1,1),NODE,1,ROT,X
*VGET,ROTOP(1,2),NODE,1,ROT,Y
*VGET,ROTOP(1,3),NODE,1,ROT,Z

! Controle verplaatsing onderste rij nodes
*DIM,UBOT,TABLE,2*nx+1,3
*DIM,ROBOT,TABLE,2*nx+1,3
*VGET,UBOT(1,1),NODE,(3*nx+2)*ny+1,U,X
*VGET,UBOT(1,2),NODE,(3*nx+2)*ny+1,U,Y
*VGET,UBOT(1,3),NODE,(3*nx+2)*ny+1,U,Z
*VGET,ROBOT(1,1),NODE,(3*nx+2)*ny+1,ROT,X
*VGET,ROBOT(1,2),NODE,(3*nx+2)*ny+1,ROT,Y
*VGET,ROBOT(1,3),NODE,(3*nx+2)*ny+1,ROT,Z

! Controle verplaatsing linker rand hoekpunten:
*DIM,ULEFC,TABLE,ny+1,3
*DIM,ROLEFC,TABLE,ny+1,3
*DO,j,1,ny+1
i=(j-1)*(3*nx+2)+1
*GET,ULEFC(j,1),NODE,i,U,X
*GET,ULEFC(j,2),NODE,i,U,Y
*GET,ULEFC(j,3),NODE,i,U,Z
*GET,ROLEFC(j,1),NODE,i,ROT,X
```

```
*GET,ROLEFC(j,2),NODE,i,ROT,Y
*GET,ROLEFC(j,3),NODE,i,ROT,Z
*ENDDO

! Controle verplaatsing linker rand middenpunt
*DIM,ULEFM,TABLE,ny,3
*DIM,ROLEFM,TABLE,ny,3
*DO,j,1,ny
i=2*nx+2+(j-1)*(3*nx+2)
*GET,ULEFM(j,1),NODE,i,U,X
*GET,ULEFM(j,2),NODE,i,U,Y
*GET,ULEFM(j,3),NODE,i,U,Z
*GET,ROLEFM(j,1),NODE,i,ROT,X
*GET,ROLEFM(j,2),NODE,i,ROT,Y
*GET,ROLEFM(j,3),NODE,i,ROT,Z
*ENDDO

! Controle Verplaatsing rechter rand hoekpunten
*DIM,URIGC,TABLE,ny+1,3
*DIM,RORIGC,TABLE,ny+1,3
*DO,j,0,ny
i=2*nx+1+j*(3*nx+2)
*GET,URIGC(j,1),NODE,i,U,X
*GET,URIGC(j,2),NODE,i,U,Y
*GET,URIGC(j,3),NODE,i,U,Z
*GET,RORIGC(j,1),NODE,i,ROT,X
*GET,RORIGC(j,2),NODE,i,ROT,Y
*GET,RORIGC(j,3),NODE,i,ROT,Z
*ENDDO

! Controle Verplaatsing rechterrand middenpunten
*DIM,URIGM,TABLE,ny,3
*DIM,RORIGM,TABLE,ny,3
*DO,j,1,ny
i=j*(3*nx+2)
*GET,URIGM(j,1),NODE,i,U,X
*GET,URIGM(j,2),NODE,i,U,Y
*GET,URIGM(j,3),NODE,i,U,Z
*GET,RORIGM(j,1),NODE,i,ROT,X
*GET,RORIGM(j,2),NODE,i,ROT,Y
*GET,RORIGM(j,3),NODE,i,ROT,Z
*ENDDO
```

Door in ANSYS op `Parameters - Array parameters - Create/Edit` te klikken, kunnen deze 12 tabellen worden gevonden.

Bijlage B

Resultaten van de modellen

In het volgende hoofdstuk staan de resultaten van de verschillende modellen. In paragraaf B-1 zullen allereerst de resultaten van de ingeklemde schaal worden behandeld en in paragraaf B-2 staan de resultaten van de schanierende schaal. Een overzicht van het aantal testen wordt gegeven door tabel B-1 en B-2.

	Variabele	Van	Tot	t	l_x	a_{xy}	n_x
1	a_{xy}	2500	5000	5	10000	-	419
2	a_{xy}	2500	3000	5	10000	-	419
3	a_{xy}	5000	25000	5	10000	-	419
4	a_{xy}	30000	50000	5	10000	-	419
5	a_{xy}	5000	10000	5	10000	-	619
6	a_{xy}	2500	5000	5	5000	-	619
7	a_{xy}	1000	1500	5	5000	-	619
8	a_{xy}	1500	2500	5	5000	-	619
9	a_{xy}	1000	2000	20	5000	-	619
10	a_{xy}	2000	2500	7	10000	-	619
11	a_{xy}	2000	3000	10	10000	-	619
12	a_{xy}	2000	4000	20	10000	-	619
13	a_{xy}	1200	3200	40	10000	-	619
14	l_x	5000	10000	5	-	2500	619
15	l_x	10000	20000	5	-	2500	619
16	l_x	5000	10000	5	-	$0.25*l_x$	619
17	t	5	10	-	10000	500*t	619
18	t	5	10	-	10000	1000*t	619
19	t	20	30	-	10000	150*t	619

Tabel B-1: Testen ingeklemde schaal

	Variabele	Van	Tot	t	l_x	n_x
1	a_{xy}	2500	5000	5	10000	619
2	a_{xy}	1000	6000	10	10000	619
3	a_{xy}	1000	6000	10	5000	619
4	a_{xy}	3000	8000	10	15000	619
5	a_{xy}	1500	9000	15	10000	619

Tabel B-2: Testen schanierend opgelegde plaat

Tijdens de testen zijn de volgende parameters constant gehouden:
$E = 1 \cdot 10^4 \text{N/mm}^2$
$\nu = 0$
$p = -0,001 \text{N/mm}^2$

De resultaten zijn voor elk model zijn op dezelfde wijze gepresenteerd. De waarden van de constante parameters staan links boven in de tabel. Daarnaast staat een tabel met met de belangrijkste uitkomsten van het model, gesorteerd per variërende parameter. Voor de ingeklemde testen staan de het maximale moment (max m_{xx}), het minimale moment (min m_{xx}), de locatie van het minimum (x_{min}) en de verhouding tussen het maximum en het minimum ($\frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$) in een tabel. Bij de schanierend opgelegde schalen staan het minimale moment(x_{min}) en het locatie van het minimale moment (x_{min}) in een tabel. Daaronder staat een grafiek met de 6 genormaliseerde momentenlijnen, met daarbij het maximale en minimale veldmomenten extra verduidelijkt. Ook de belangrijkste punten van de momentenlijn van Loof staan in de grafiek. Daaronder staan nog een aantal opmerkingen over het verloop van de momentenlijn.

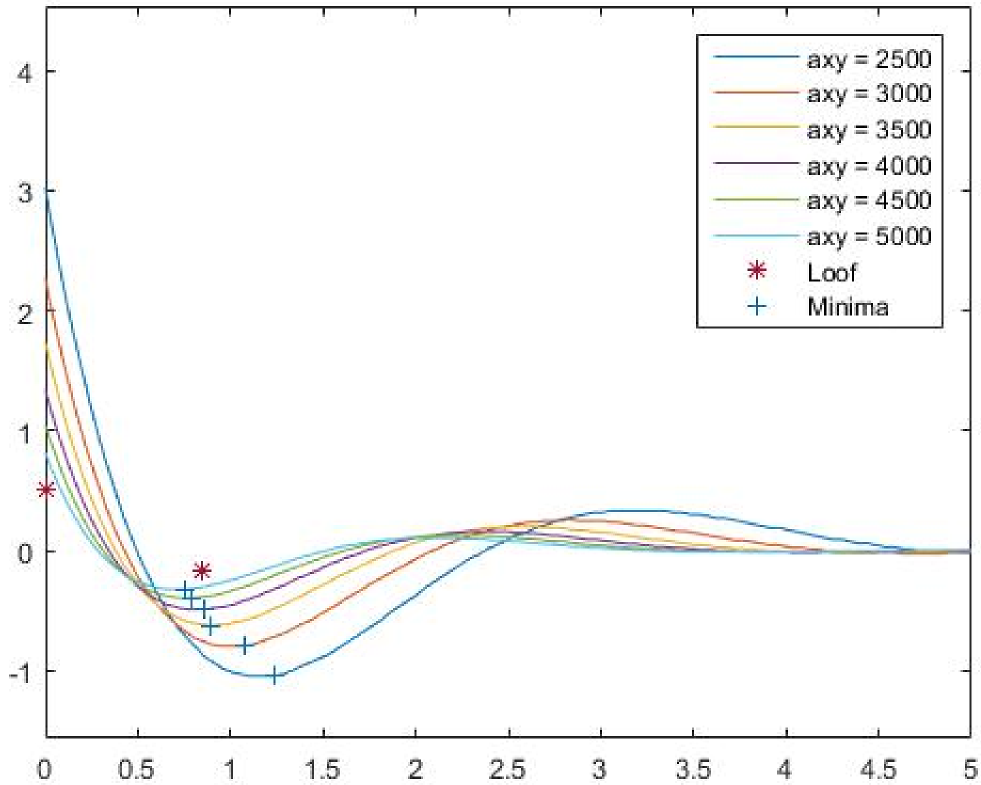
Op de y-as is $\frac{m_{xx} \cdot l_x^2}{p \cdot l_c^4}$ afgebeeld en op de x-as staan de $\frac{x}{l_c}$. Dit is gelijk aan de momentenlijnen uit afbeelding 1-8 en 1-9.

B-1 Ingeklemde schaal

B-1-1 Ingeklemd 1:

l_x	10000
t	5
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
2500	3,024	-1,04	1,2411	2,9077
3000	2,2710	-0,7905	1,0781	2,8730
3500	1,7367	-0,6232	0,8960	2,7869
4000	1,3423	-0,4873	0,8570	2,7544
4500	1,0449	-0,3946	0,7848	2,6481
5000	0,8191	-0,3175	0,7577	2,58

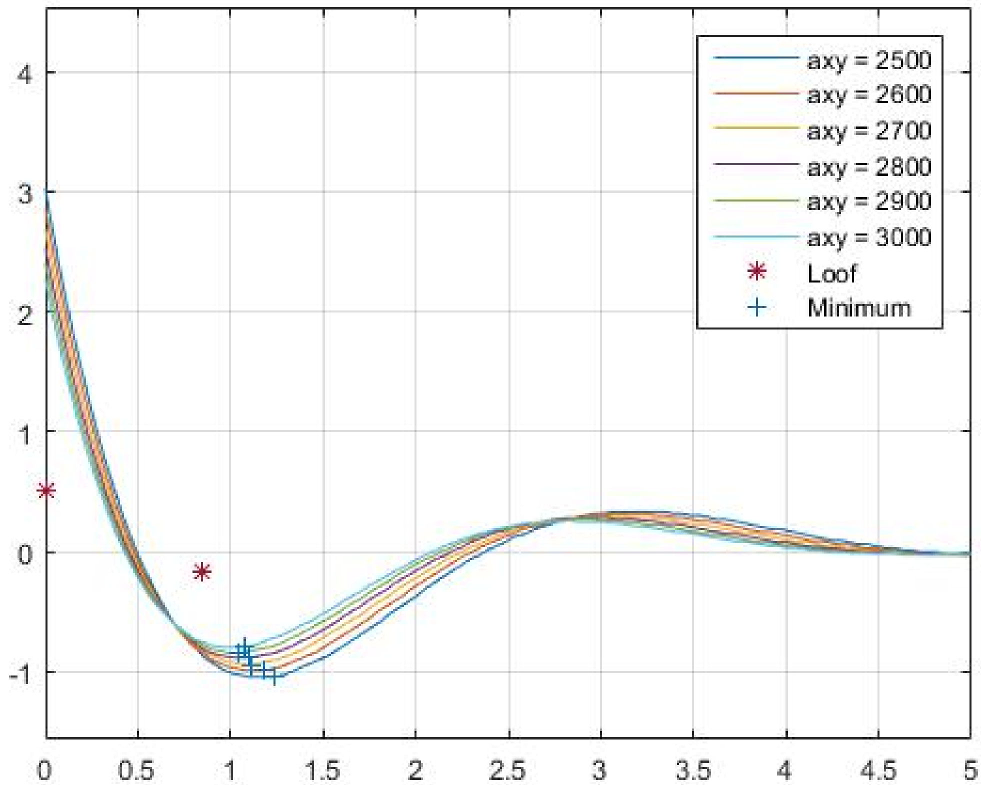


De alle eerste testset. De momenten zijn in absolute zin te groot, maar worden wel kleiner naarmate de a_{xy} toeneemt. Bij afnemende a_{xy} wordt wel de verhouding van maximale en minimale moment dichter bij de gewenste 3,06.

B-1-2 Ingeklemd 2:

l_x	10000
t	5
n_x	419

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{maxm_{xx}}{-minm_{xx}}$
2500	3,024	-1,04	1,2411	2,9077
2600	2,8547	-0,9870	1,1778	2,8923
2700	2,6858	-0,9386	1,1166	2,8615
2800	2,5311	-0,8804	1,1031	2,875
2900	2,4023	-0,8402	1,0449	2,8594
3000	2,2710	-0,7905	1,0781	2,8730

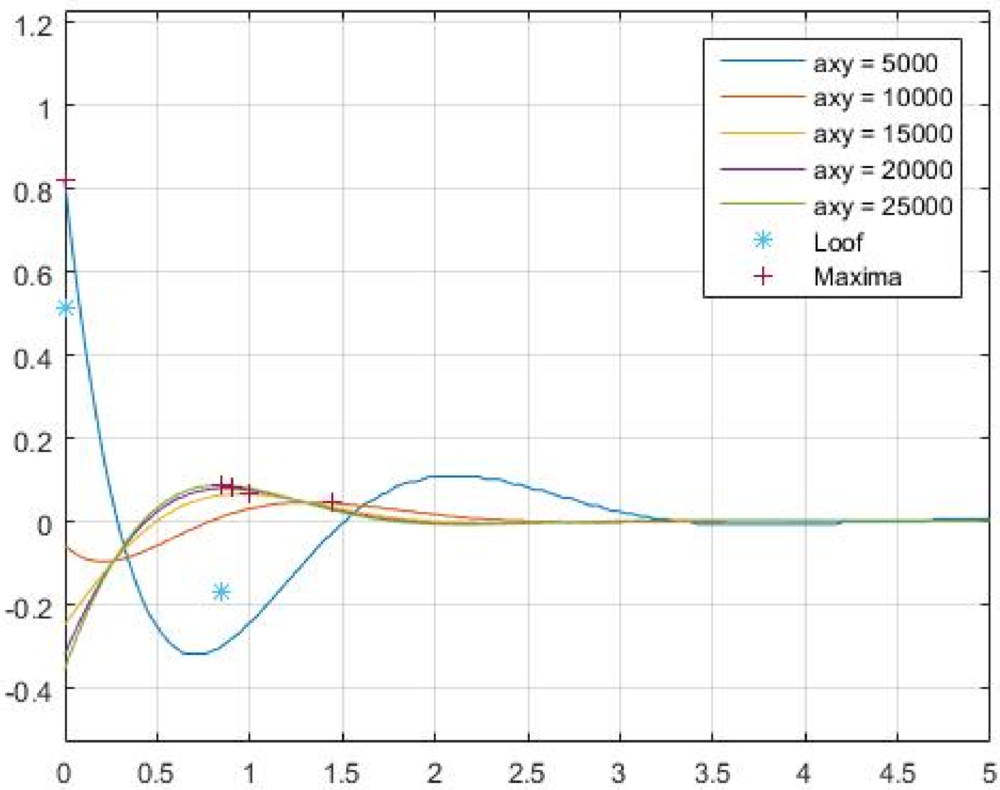


Bij deze set is de a_{xy} met kleinere stapjes laten toenemen. Ook hierbij lijken de verschillende minima op één lijn te liggen.

B-1-3 Ingeklemd 3:

l_x	10000
t	5
n_x	419

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{max}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5000	0,8191	0,8191	0,0000	-1,0000
10000	0,0454	-0,0580	1,4434	1,2778
15000	0,0660	-0,2480	0,9982	3,7556
20000	0,0800	-0,3190	0,9069	3,9875
25000	0,0876	-0,3535	0,8419	4,0339

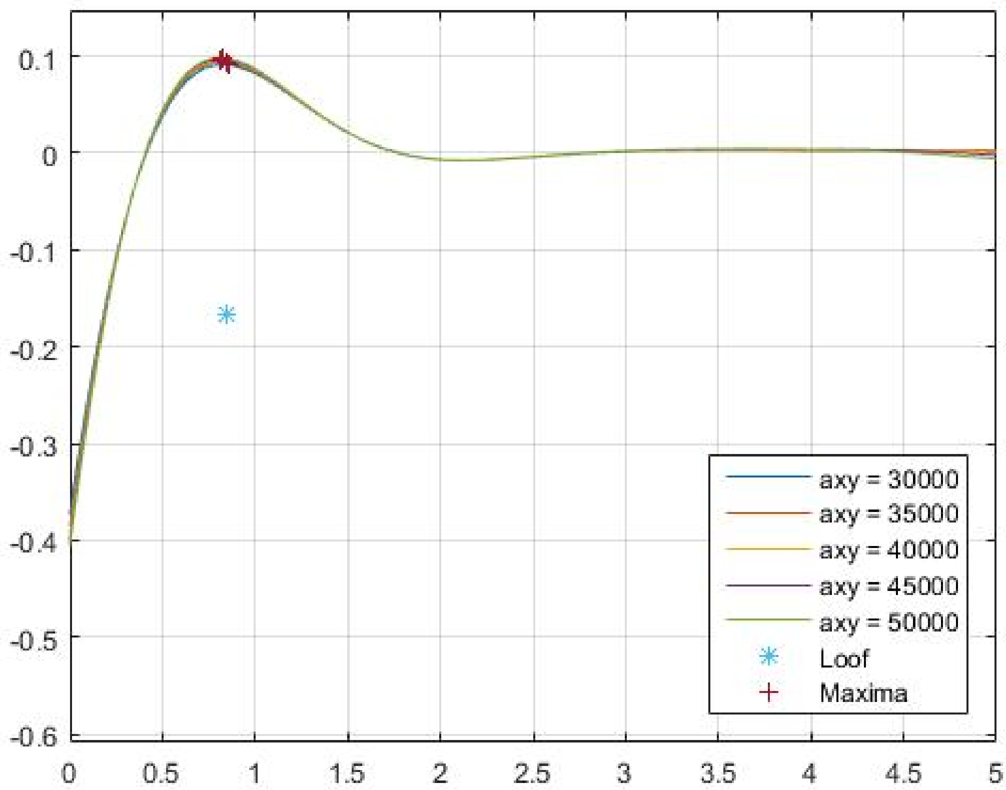


Bij deze set is onderzocht wat er gebeurd als de a_{xy} nog verder toeneemt bij dezelfde randvoorwaarden als bij Ingeklemd 1. Hieruit blijkt dat er bij een a_{xy} tussen 500 ($l_c = 630$) en 2000 ($l_c = 1000$) een omkering van de momentenlijn plaatsvind. Vooral de lijn van $a_{xy} = 1000$ is met een negatief inklemmingsmoment, maar ook nog een kleiner veldmoment is opvallend.

B-1-4 Ingeklemd 4:

l_x	10000
t	5
n_x	419

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{max}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
30000	0,0914	-0,3727	0,8548	0,8548
35000	0,0939	-0,3855	0,8516	0,8516
40000	0,0960	-0,3941	0,8145	0,8145
45000	0,0973	-0,4006	0,8196	0,8196
50000	0,0984	-0,4055	0,8265	0,8265

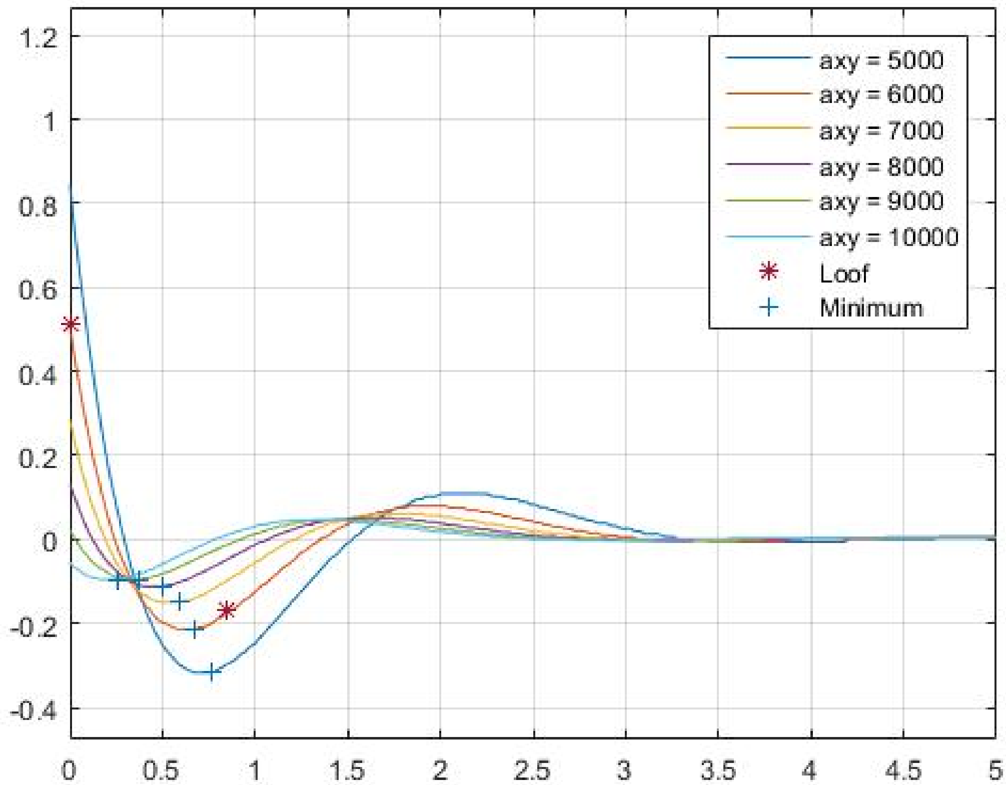


Hierbij is de a_{xy} nog verder toegenomen dan bij Ingeklemd 3. Opvallend is de totale uniformiteit in momentenlijnen.

B-1-5 Ingeklemd 5:

l_x	10000
t	5
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5000	0,8445	-0,3175	0,7693	2,6600
6000	0,5079	-0,2141	0,6757	2,3721
7000	0,2838	-0,1500	0,5960	1,8919
8000	0,1323	-0,1120	0,5043	1,1818
9000	0,0232	-0,0957	0,3795	0,2424
10000	-0,0554	-0,0958	0,2646	-0,5789

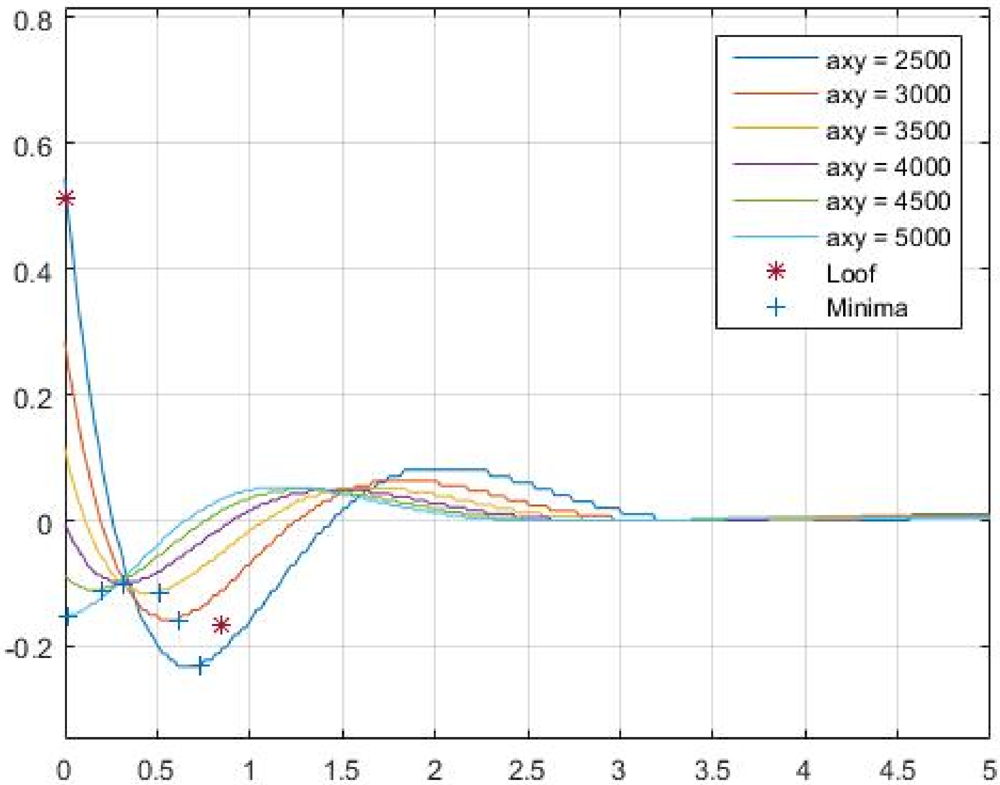


Nu is het overgangsgebied uit ingeklemd 3 beter onderzocht, door de a_{xy} te laten variëren van 5000 tot 10000. Het inklemmingsmoment gaat vrij constant omlaag, naar een negatieve waarde bij $a_{xy} = 10000$. Opvallend is dat het grootste minimum niet bij de $a_{xy} = 10000$ maar bij de $a_{xy} = 9000$, al scheelt dit niet veel.

B-1-6 Ingeklemd 6:

l_x	5000
t	5
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
2500	0,5443	-0,2318	0,7327	2,3478
3000	0,2846	-0,1581	0,6129	1,8000
3500	0,1158	-0,1158	0,5094	1,0000
4000	-0,0054	-0,1023	0,3132	-0,0526
4500	-0,0875	-0,1105	0,2008	-0,7917
5000	-0,1520	-0,1520	0,0162	-1,0000

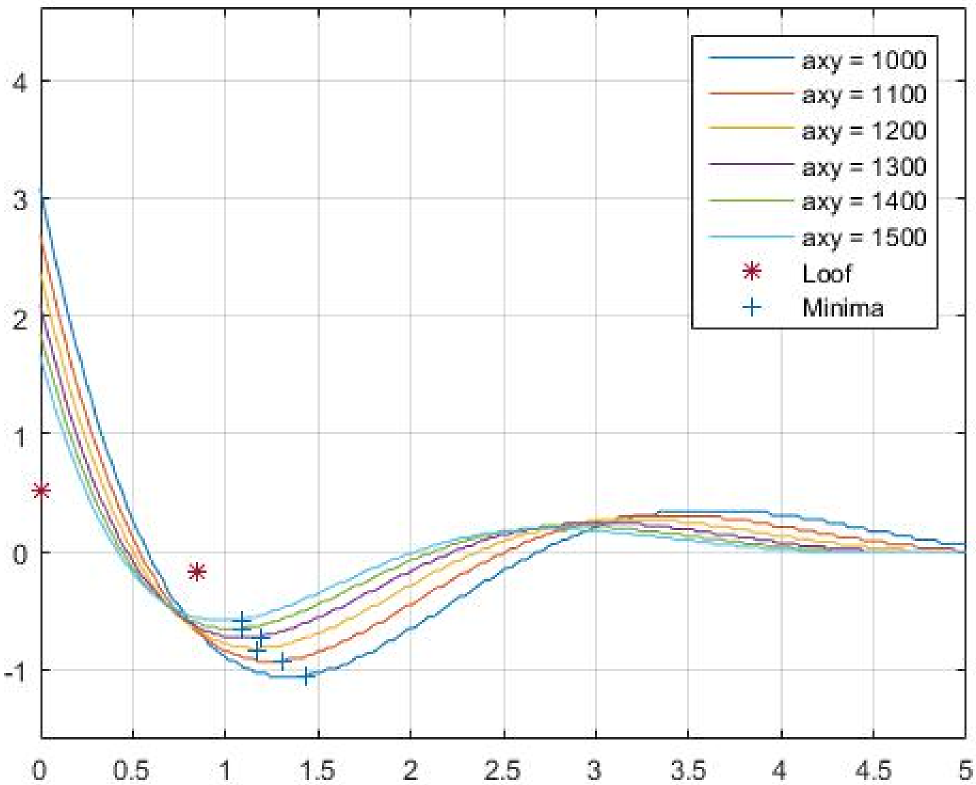


Dit is de eerste testset, waarbij de lengte is vastgezet om 5000 mm. Ook hier lijkt het omkeren van het inklemmingsmoment bij een toenemende a_{xy} plaats te vinden.

B-1-7 Ingeklemd 7:

l_x	5000
t	5
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
1000	3,0780	-1,0602	1,4365	2,9032
1100	2,6805	-0,9337	1,3113	2,8710
1200	2,3601	-0,8314	1,1698	2,8387
1300	2,0971	-0,7231	1,1896	2,9000
1400	1,8561	-0,6551	1,0865	2,8333
1500	1,6531	-0,5776	1,0860	2,8621

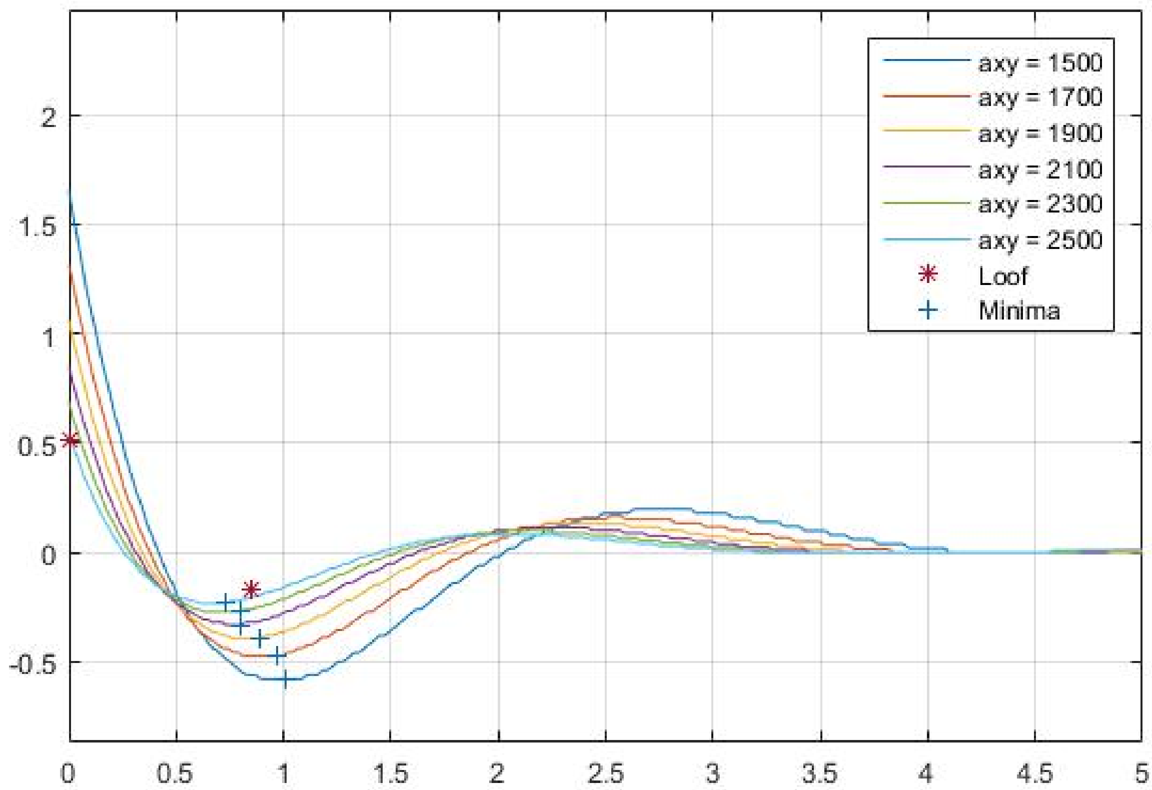


Bij deze set is de lengte ook vastgelegd op 5000 mm. De grootste veldmomenten lijken weer op 1 lijn te liggen, en deze lijn lijkt zeer dicht langs het grootste veldmoment van ir. Loof te liggen. Ook de verhouding tussen het inklemmingsmoment en het veldmoment lijkt constant te gedragen rond de 2,9.

B-1-8 Ingeklemd 8:

l_x	5000
t	5
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
1500	1,6531	-0,5776	1,0136	2,8621
1700	1,3148	-0,4720	0,9722	2,7857
1900	1,0609	-0,3924	0,8922	2,7037
2100	0,8521	-0,3306	0,7982	2,5769
2300	0,6871	-0,2704	0,7953	2,5417
2500	0,5443	-0,2318	0,7327	2,3478

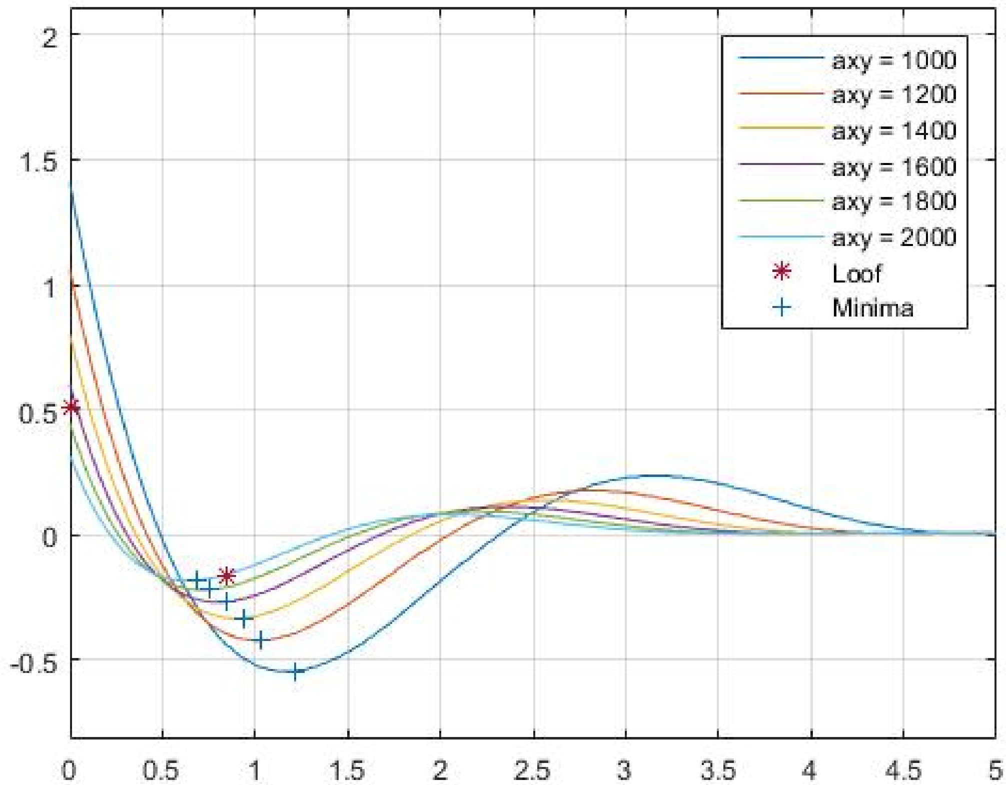


Deze set is een voortzetting van de ingeklemd 7. Opvallend is dat de verhouding tussen het maximale en minimale moment verder afneemt bij toenemende a_{xy}. De waarden van de momentenlijn behorende bij $a_{xy} = 9000$ komen behoorlijk dichtbij de waarden van ir. H.W. Loof. Alleen de locatie van het grootste veldmoment bij dit model licht te ver tegen de rand.

B-1-9 Ingeklemd 9:

l_x	5000
t	20
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
1000	1,4058	-0,5440	1,2182	2,5842
1200	1,0602	-0,4224	1,0317	2,5100
1400	0,8013	-0,3336	0,9334	2,4021
1600	0,6015	-0,2677	0,8481	2,2473
1800	0,4452	-0,2189	0,7582	2,0337
2000	0,3185	-0,1817	0,6906	1,7529

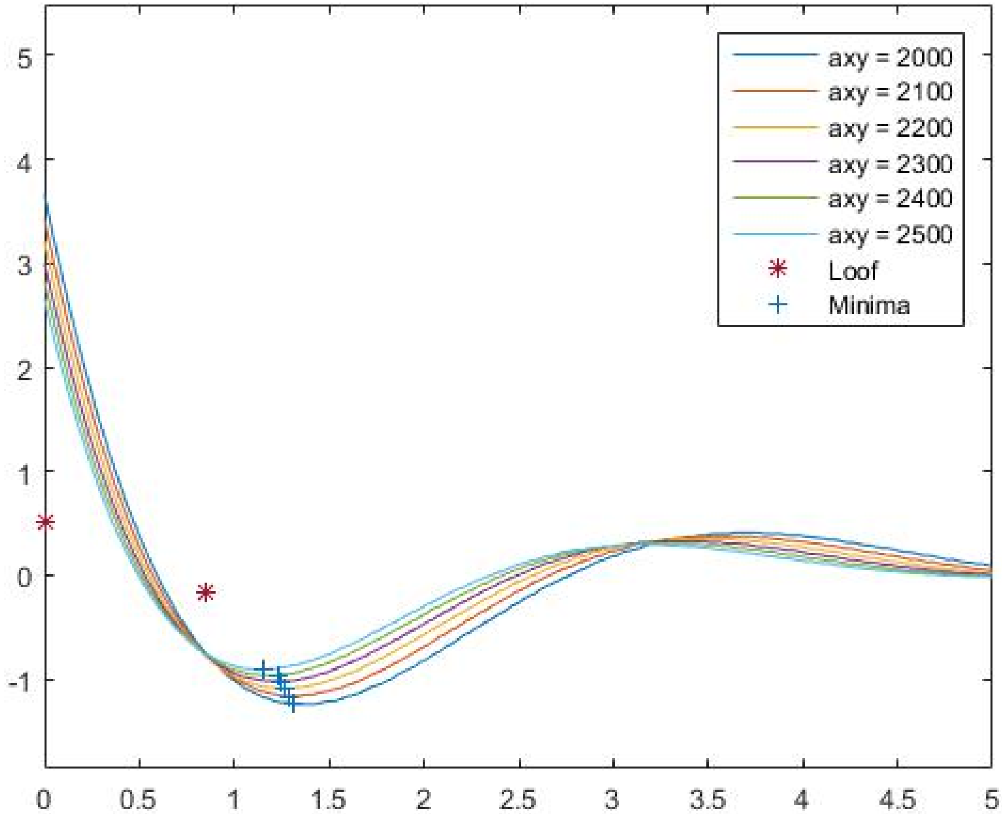


Voor de eerste keer een set met een t van 20 mm. De minimale momenten lijken weer op een rechte lijn te liggen. Ook neemt de verhouding max/min af te nemen bij een toenemende a_{xy}

B-1-10 Ingeklemd 10:

l_x	10000
t	7
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
2000	3,6591	-1,2381	1,3067	2,9556
2100	3,4287	-1,1601	1,2856	2,9556
2200	3,2103	-1,0903	1,2659	2,9444
2300	3,0028	-1,0161	1,2472	2,9551
2400	2,8263	-0,9601	1,2297	2,9438
2500	2,6562	-0,9092	1,1553	2,9213

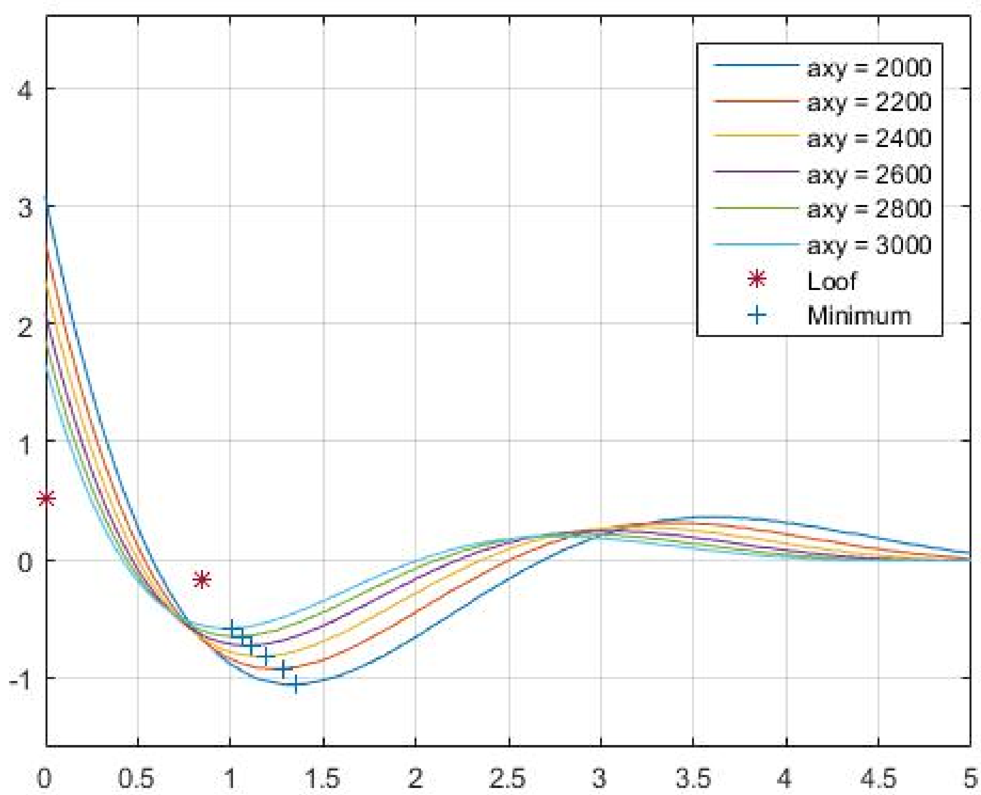


De dikte bij deze set is vastgezet op 7. De inklemmings- en veldmomenten zijn absoluut een stuk groter dan de momenten van ir. H.W. Loof, maar de verhoudingen lijken zeer goed. Ook opvallend is, dat het de rechte lijn door de grootste veldmomenten voor het eerst rechts van maximale veldmoment van H.W. Loof te liggen.

B-1-11 Ingeklemd 11:

l_x	10000
t	10
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
2000	3,0780	-1,0602	1,3536	2,9032
2200	2,6881	-0,9261	1,2845	2,9024
2400	2,3668	-0,8180	1,1958	2,8934
2600	2,0971	-0,7292	1,1137	2,8760
2800	1,8616	-0,6496	1,0618	2,8655
2900	1,6581	-0,5826	1,0136	2,8462

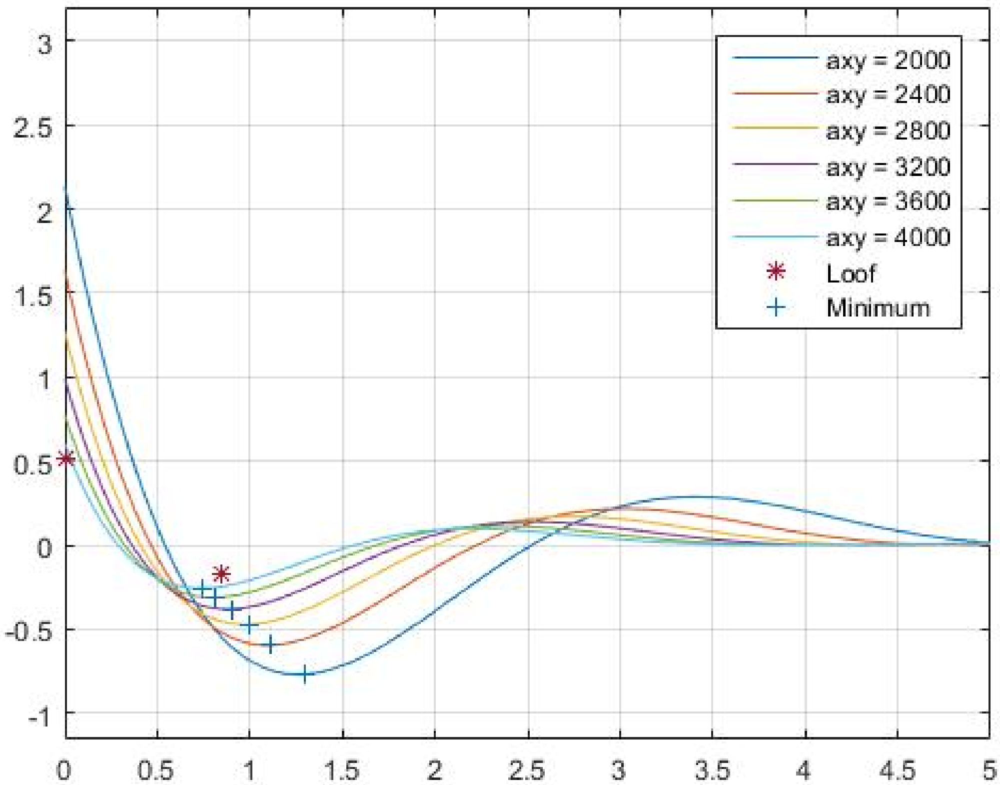


Ook in bij deze set zijn de momenten veel te groot, ten opzichte van het momenten van ir. H.W. Loof, maar de verhoudingen tussen inklemmings- en veldmoment lijken wel redelijk goed. De virtuele lijn door de grootste veldmomenten lijkt dit keer behoorlijk dicht bij het veldmoment van ir. H.W. Loof.

B-1-12 Ingeklemd 12:

l_x	10000
t	20
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
2000	2,1342	-0,7702	1,2936	2,7709
2400	1,6337	-0,5960	1,1142	2,7411
2800	1,2695	-0,4723	0,9996	2,6881
3200	0,9918	-0,3808	0,8998	2,6048
3600	0,7764	-0,3115	0,8111	2,4925
4000	0,6032	-0,2572	0,7483	2,3455

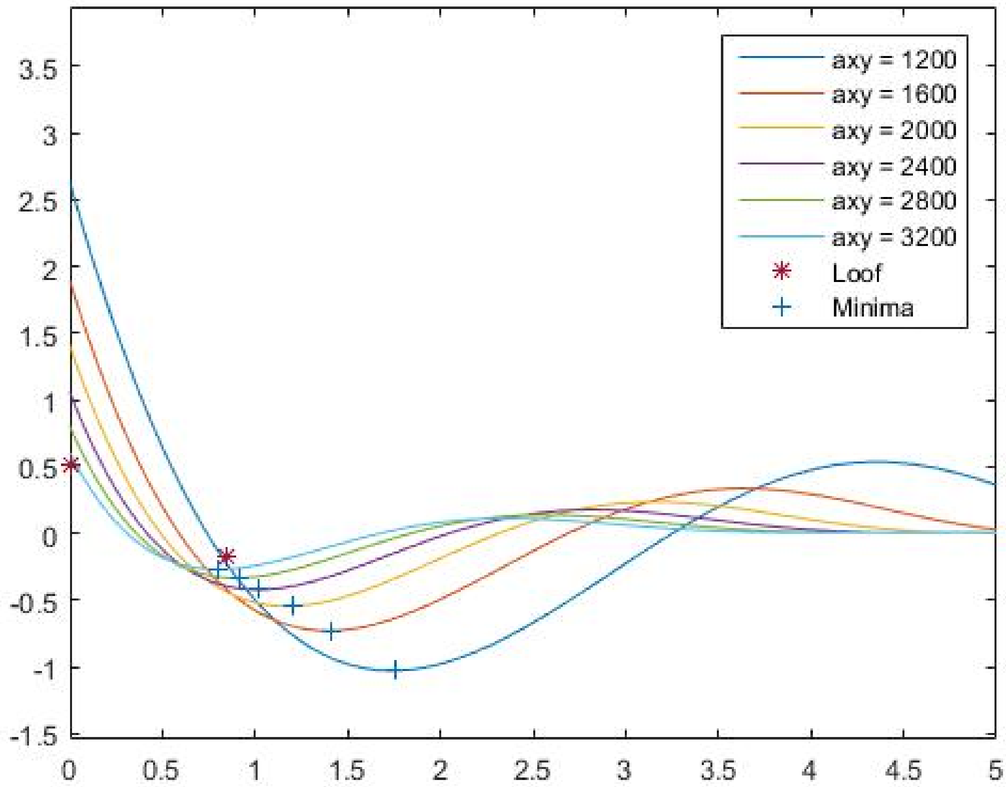


De inklemmings- en veldmomenten komen, vooral bij $a_{xy} = 4000$ dichtbij de inklemmings- en veldmoment van ir. H.W. Loof. Alleen de verhouding van het maximale en het minimale moment wordt, gelijke aan B-1-8 wel steeds slechter naarmate de a_{xy} toeneemt.

B-1-13 Ingeklemd 13:

l_x	10000
t	40
n_x	619

a_{xy}	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
1200	2,6289	-1,0271	1,7538	2,5596
1600	1,8929	-0,7289	1,4060	2,5970
2000	1,4058	-0,5440	1,2008	2,5842
2400	1,0591	-0,4213	1,0153	2,5138
2800	0,8013	-0,3327	0,9178	2,4083
3200	0,6030	-0,2684	0,8035	2,2466

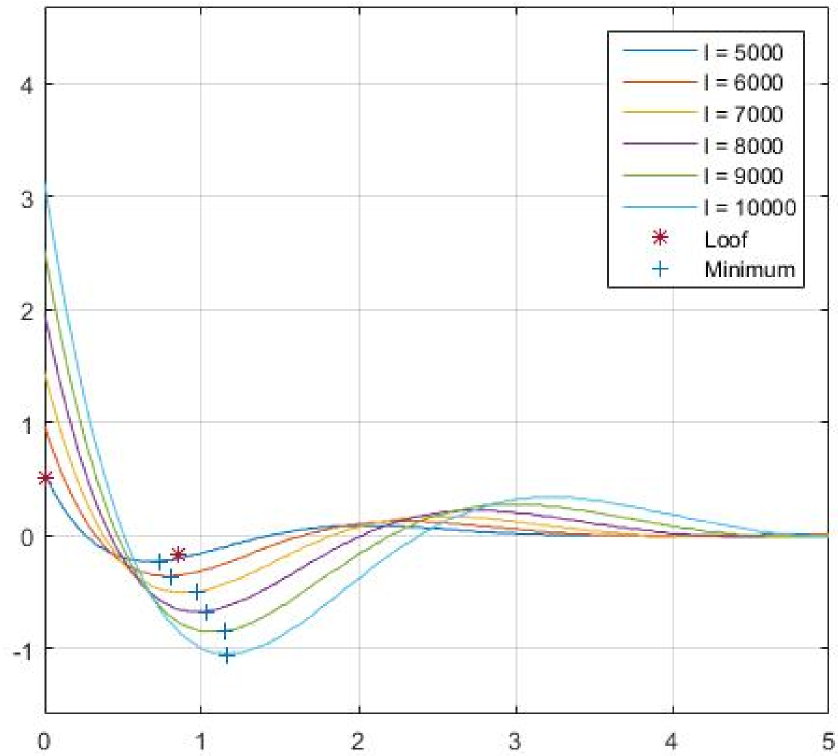


Bij deze set is getest met de grootste dikte. Ook bij deze set liggen de grootste veldmomenten redelijk op een rechte lijn. Het is wel opvallend dat bij toenemende dikte de helling van deze lijn steeds verder afneemt. Ook opvallend is dat momentenlijn bij $a_{xy} = 1200$ steeds langgerkter wordt.

B-1-14 Ingeklemd 14:

a_{xy}	2500
t	5
n_x	619

l_x	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5000	0,5443	-0,2318	0,7327	2,3478
6000	0,9675	-0,3642	0,8045	2,6563
7000	1,4380	-0,5046	0,9680	2,8500
8000	1,9580	-0,6756	1,0302	2,8980
9000	2,5206	-0,8501	1,1445	2,9649
10000	3,1200	-1,0560	1,1632	2,9545

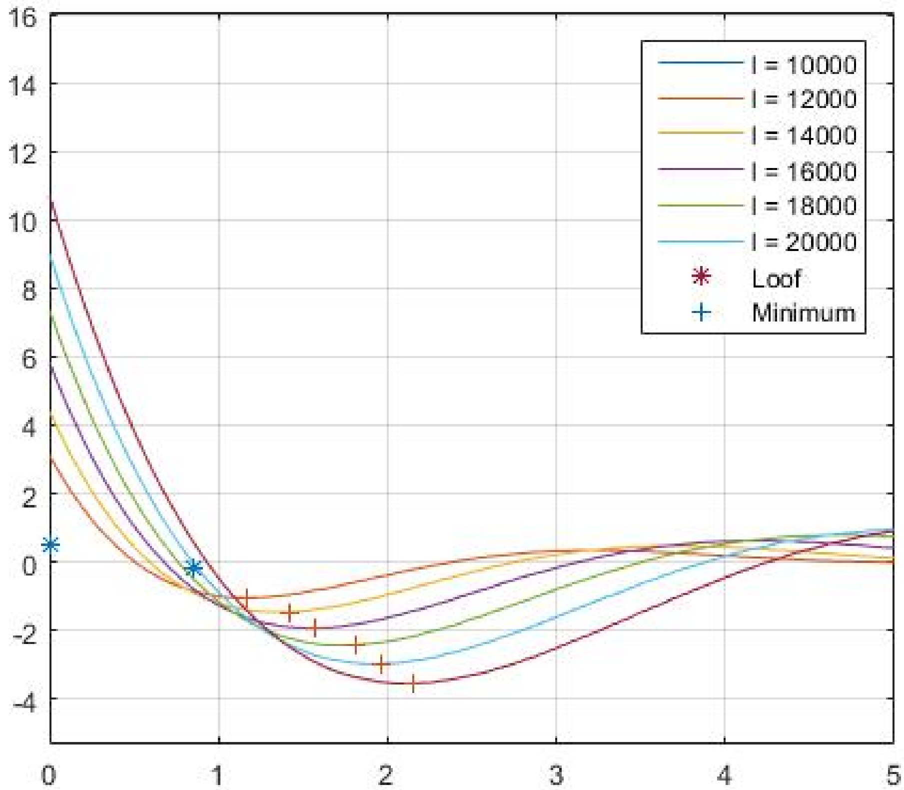


Dit is de eerste set, waarbij er in de lengte en niet in de kromtestraal wordt gevariëerd. De momenten, vooral het inklemmingsmoment, van $l_x = 5000$ liggen behoorlijk dichtbij de momenten van ir. H.W. Loof. Alleen ligt het grootste veldmoment al wel te ver naar links. Ook de verhouding tussen het inklemmingsmoment en het veldmoment is bij deze te laat, 2,34 in plaats van 3,05. Deze verhouding lijkt wel beter te worden naar mate de lengte toe neemt.

B-1-15 Ingeklemd 15:

a_{xy}	2500
t	5
n_x	619

l_x	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
10000	3,1200	-1,0560	1,1632	2,9545
12000	4,4086	-1,4635	1,4230	3,0123
14000	5,8268	-1,9423	1,5770	3,0000
16000	7,3543	-2,4295	1,8122	3,0270
18000	8,9967	-2,9831	1,9602	3,0159
20000	10,7181	-3,5558	2,1541	3,0143

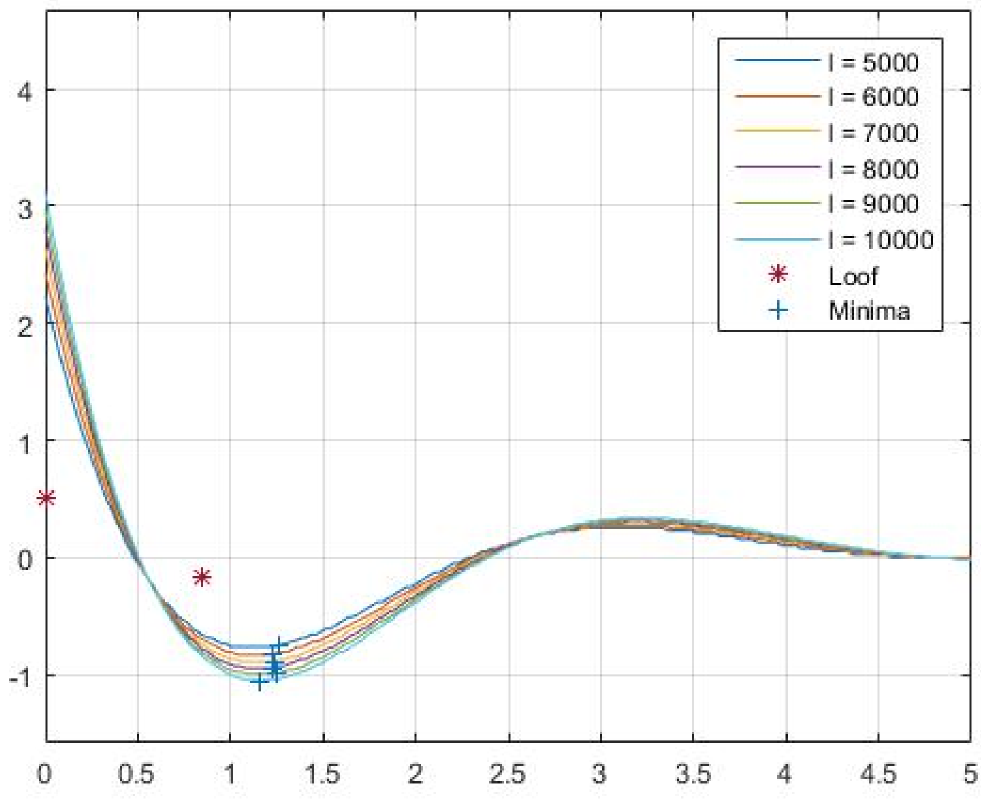


Bij deze test is de lengte nog verder laten toenemen tot $l_x = 20000$. Bij deze set is vooral de goede verhouding tussen het inklemmings- en het veldmoment opvallend. De beste verhouding wordt gevonden bij $l_x = 16000$.

B-1-16 Ingeklemd 16:

a_{xy}	0,25*l_x
t	5
n_x	619

l_x	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5000	2,2351	-0,7620	1,2566	2,9333
6000	2,4291	-0,8322	1,2263	2,9189
7000	2,6383	-0,8930	1,2336	2,9545
8000	2,8035	-0,9469	1,2298	2,9608
9000	2,9694	-0,9955	1,2478	2,9828
10000	3,1200	-1,0560	1,1632	2,9545

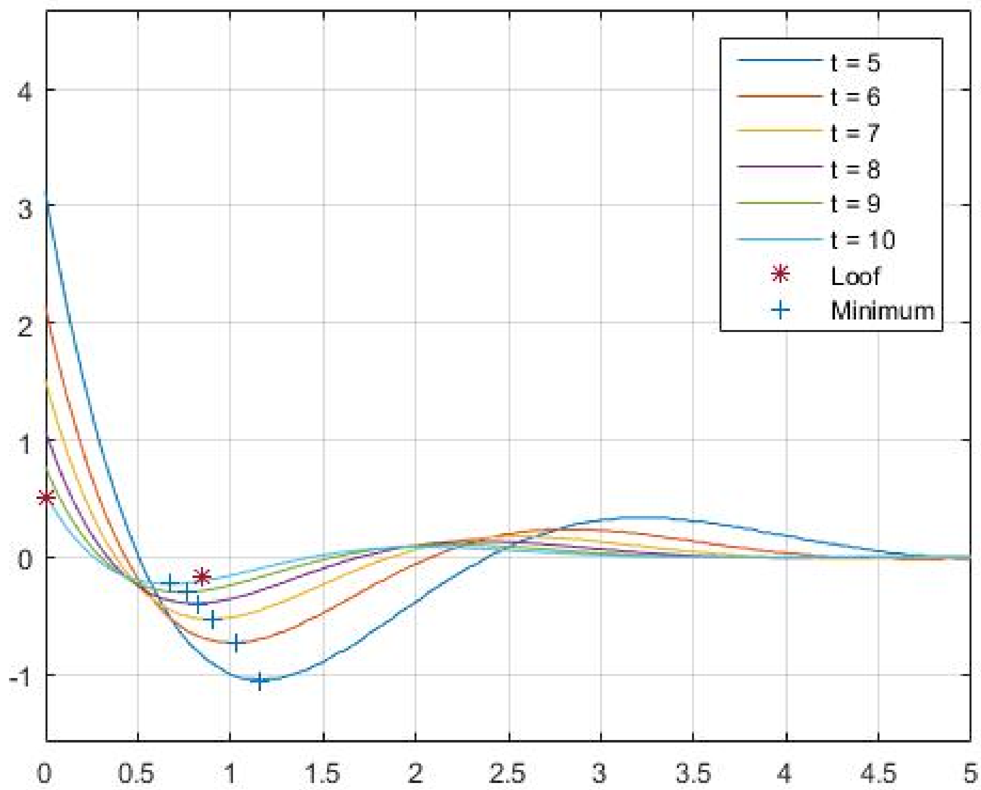


Bij deze set is de kromtestraal aan de lengte gekoppeld. Opvallend is dat alle momentenlijnen zeer dicht bij elkaar liggen en dat de locaties van de grootste veldmomenten vrijwel op dezelfde locatie liggen.

B-1-17 Ingeklemd 17:

l_x	10000
a_{xy}	500
n_x	619

t	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5	3,1200	-1,0560	1,1632	2,9545
6	2,1450	-0,7380	1,0300	2,9067
7	1,5133	-0,5349	0,9036	2,8293
8	1,0782	-0,3975	0,8267	2,7126
9	0,7709	-0,3004	0,7642	2,5667
10	0,5418	-0,2318	0,6717	2,3370

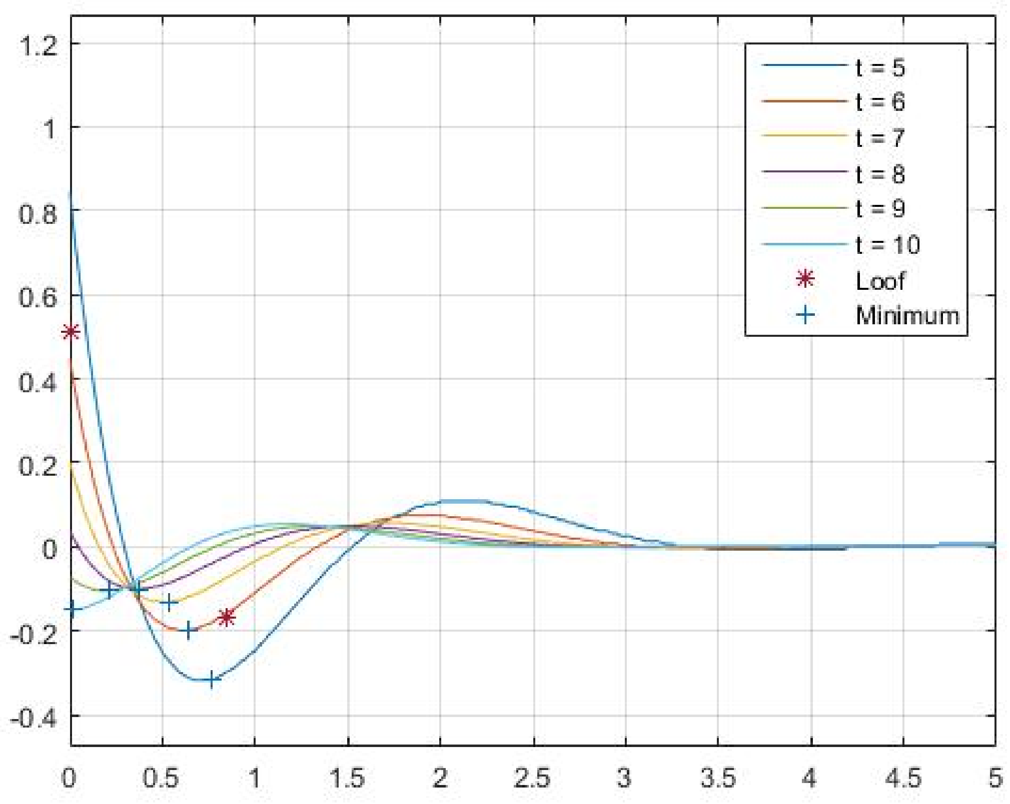


Dit is de eerste set testen waarbij er met de dikte is gevariëerd. Bij toenemende dikte, gaan de inklemmings- en veldmomenten wel dichter bij de waarden van ir. H.W. Loof liggen, alleen verslechterd de verhouding tussen het inklemmings- en veldmoment wel.

B-1-18 Ingeklemd 18:

l_x	10000
a_{xy}	1000*t
n_x	619

t	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
5	0,8445	-0,3175	0,7693	2,6600
6	0,4451	-0,1991	0,6359	2,2353
7	0,1993	-0,1320	0,5328	1,5098
8	0,0381	-0,1015	0,3749	0,3750
9	-0,0728	-0,1046	0,2080	-0,6962
10	-0,1510	-0,1510	0,0161	-1,0000

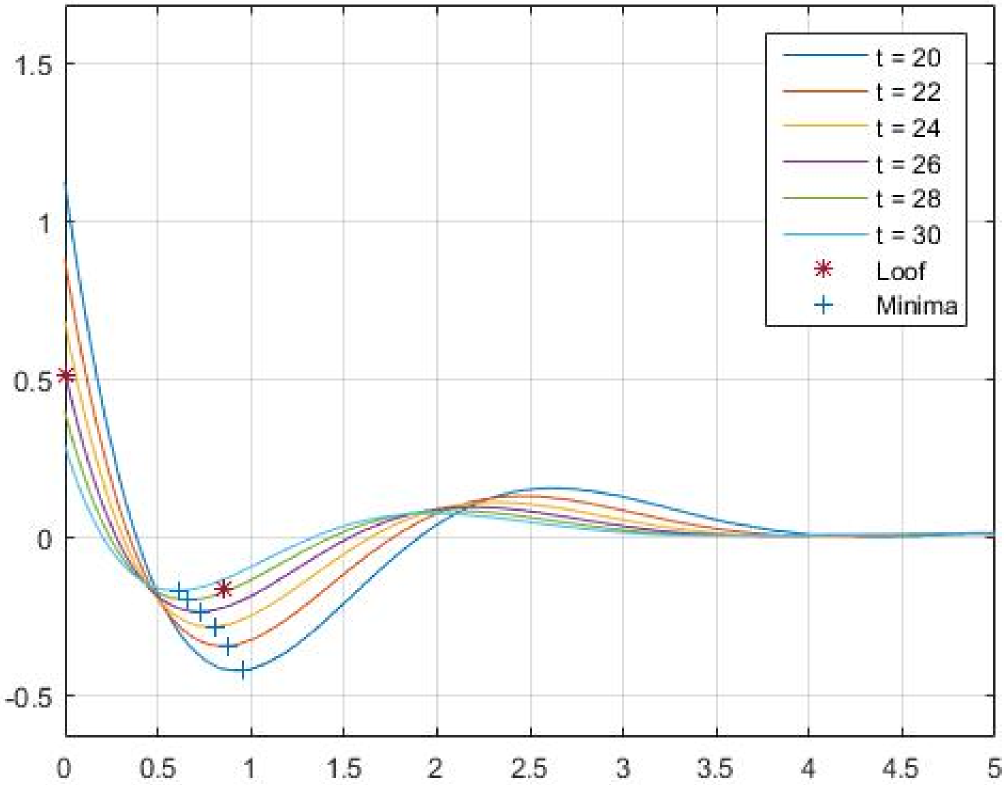


Bij deze set is de kromtestraal gekoppeld aan de dikte. Ook bij deze set lijkt er een overgang van een positief naar een negatief inklemmingsmoment plaats te vinden. Ook is opvallend dat de momentenlijn redelijk snel uitdempt.

B-1-19 Ingeklemd 19:

l_x	10000
a_{xy}	150*t
n_x	619

t	max m_{xx}	min m_{xx}	x_{min}	$= \frac{max m_{xx}}{-min m_{xx}}$
20	1,1224	-0,4229	0,9577	2,6542
22	0,8782	-0,3448	0,8808	2,5467
24	0,6842	-0,2844	0,8142	2,4060
26	0,5262	-0,2376	0,7236	2,2149
28	0,3972	-0,1998	0,6581	1,9879
30	0,2889	-0,1702	0,6139	1,6969



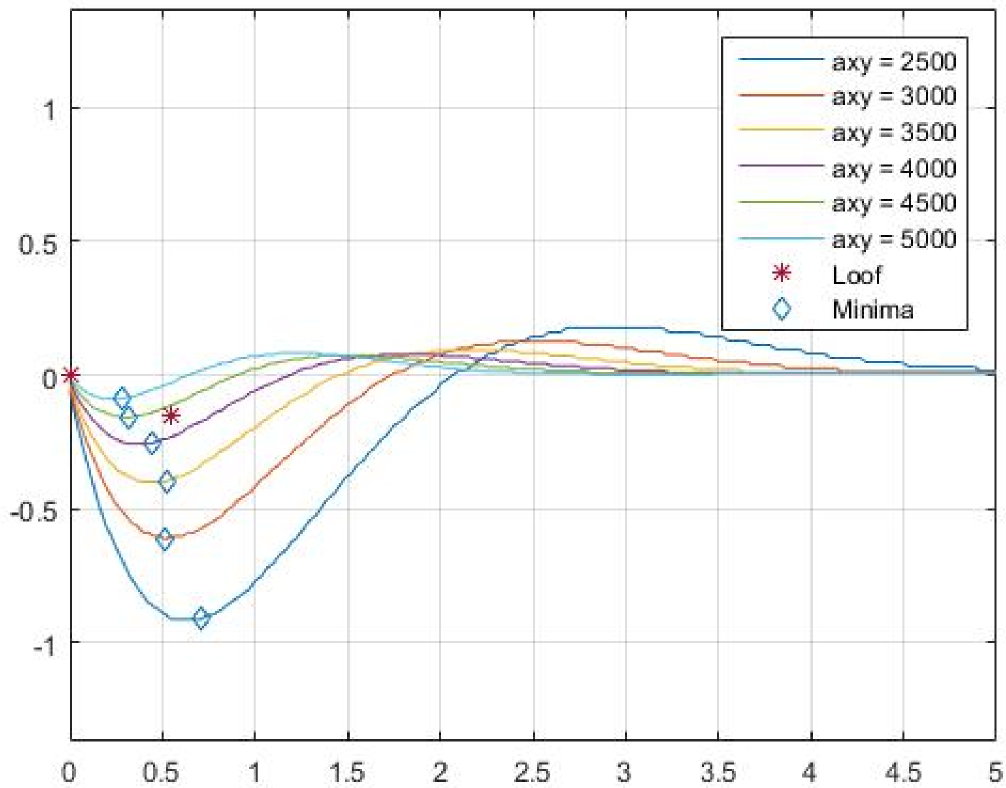
Ook bij deze set is de kromtestraal weer gekoppeld, alleen loopt nu de dikte van 20 naar 30 en is de kromtestraal maar 150 keer de dikte. Het is bij deze test voor het eerst dat de momentenlijn vrijwel geheel onder de momentenlijn van ir. H.W. Loof ligt.

B-2 Schanierend opgelegde schaal

B-2-1 Schanierend 1:

l_x	10000
t	5
n_x	619

a_{xy}	min m_{xx}	x_{min}
2500	-0,912	0,71082
3000	-0,61481	0,516873
3500	-0,39843	0,519876
4000	-0,2565	0,441995
4500	-0,16076	0,318733
5000	-0,08889	0,282081

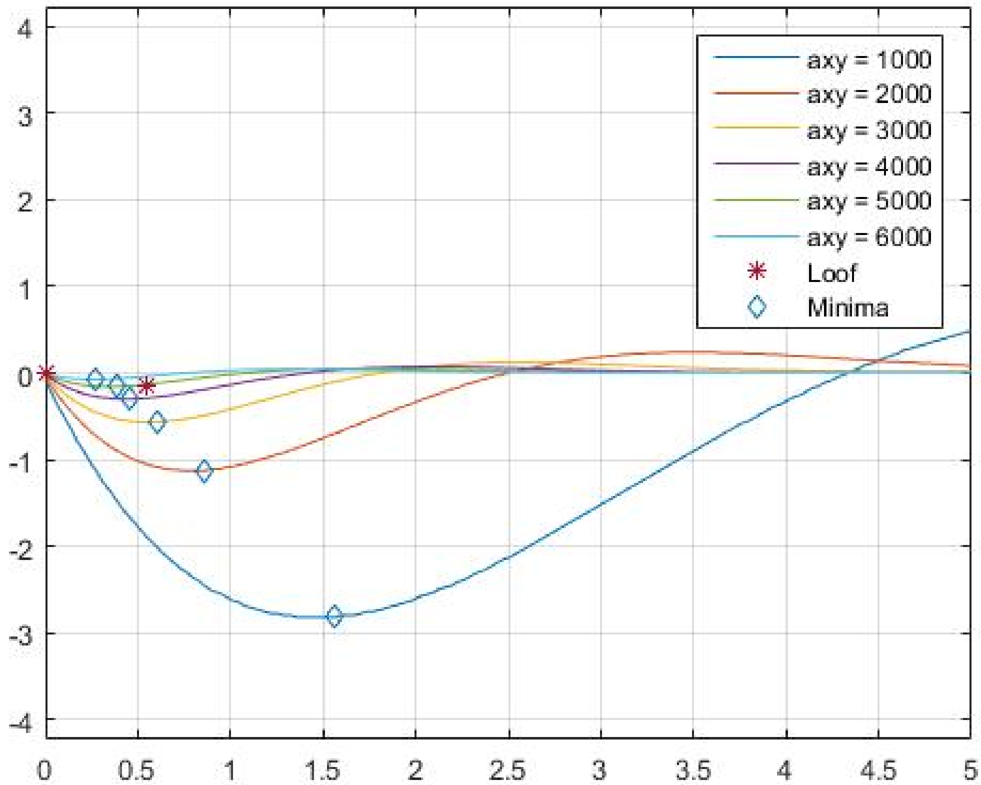


Bij deze set is er voor het eerst met een schanierend opgelegde hypparschaal getest. Ook bij deze tests liggen de minima behoorlijk op 1 lijn. De locatie van de minima ligt vaak wel te dicht bij de oorsprong.

B-2-2 Schanierend 2:

l_x	10000
t	10
n_x	619

a_{xy}	min m_{xx}	x_{min}
1000	-2,82231	1,566231
2000	-1,12858	0,856373
3000	-0,56764	0,603302
4000	-0,30198	0,460433
5000	-0,15623	0,38672
6000	-0,07509	0,268154

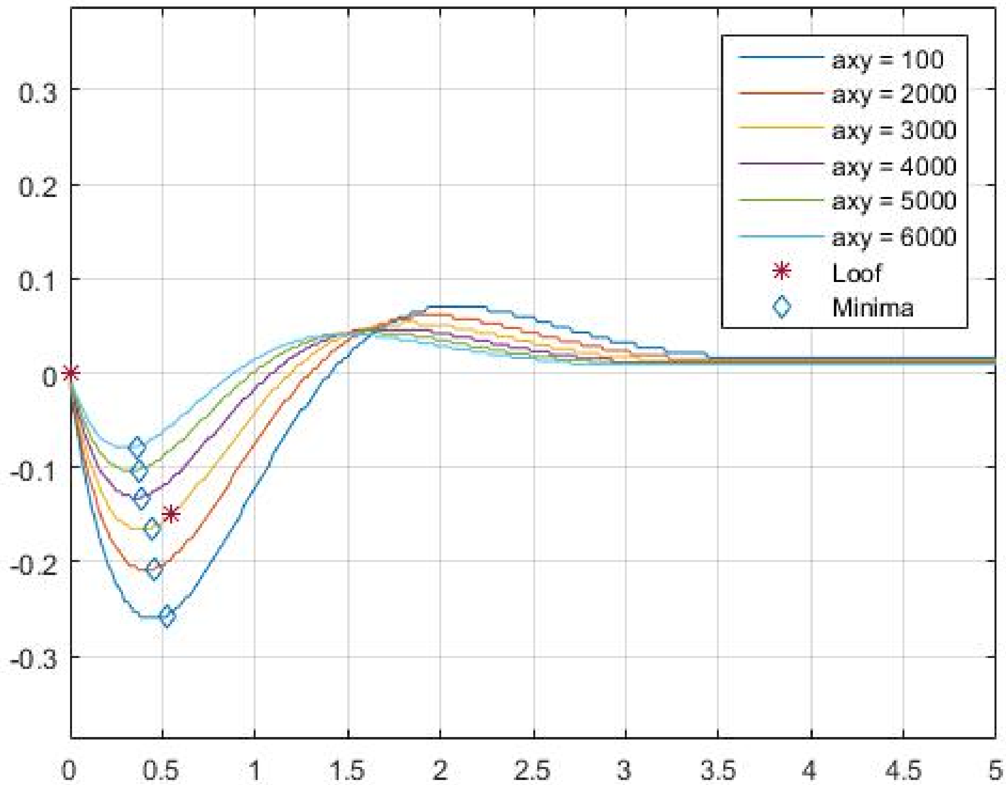


Vooral de momentenlijn van $a_{xy} = 1000$ levert een zeer groot veldmoment. Dit zorgt er ook voor dat het momentenlijn heel erg breed wordt. Het beste resultaat wordt behaald met de $a_{xy} = 3000$.

B-2-3 Schanierend 3:

l_x	5000
t	10
n_x	619

a_{xy}	min m_{xx}	x_{min}
1000	-0,25853	0,522084
2000	-0,20871	0,455168
3000	-0,16473	0,442156
4000	-0,13287	0,382684
5000	-0,10317	0,373347
6000	-0,07842	0,364858

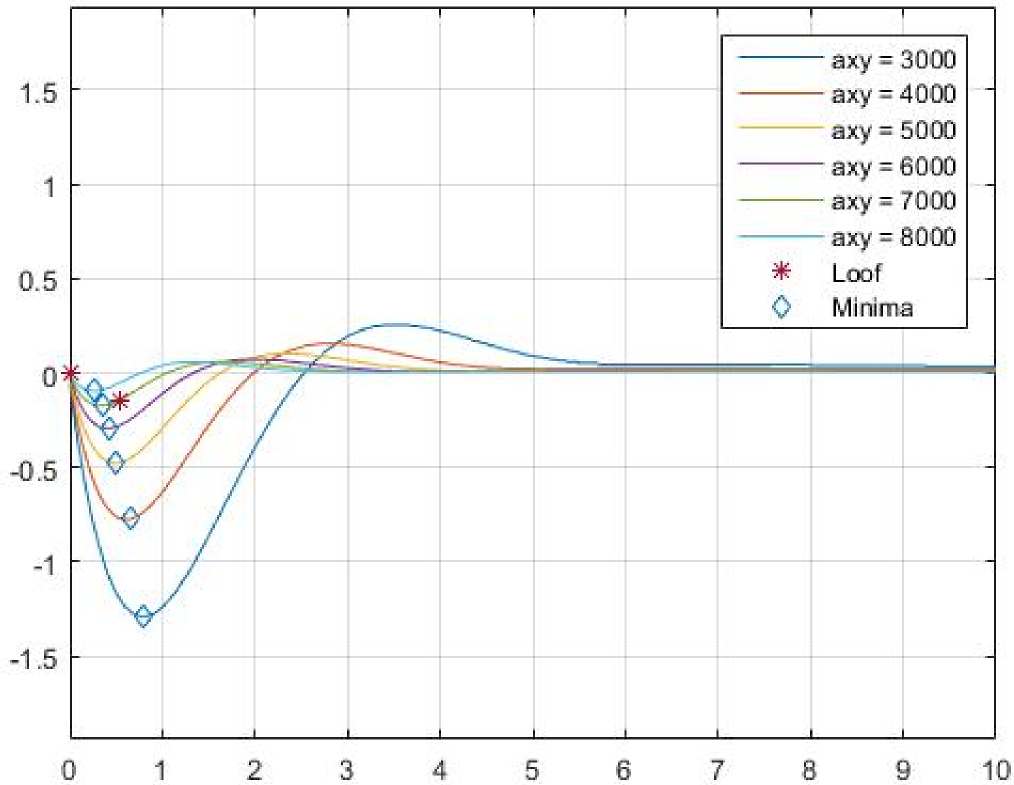


Bij deze set liggen alle momentenlijnen wel redelijk in de buurt van het grootste veldmoment van ir. H.W. Loof. Het beste resultaat wordt behaald met de $a_{xy} = 3000$.

B-2-4 Schanierend 4:

l_x	15000
t	10
n_x	619

a_{xy}	min m_{xx}	x_{min}
3000	-1,29191	0,790555
4000	-0,77362	0,660811
5000	-0,47878	0,506758
6000	-0,2926	0,426675
7000	-0,17288	0,357626
8000	-0,09528	0,273644

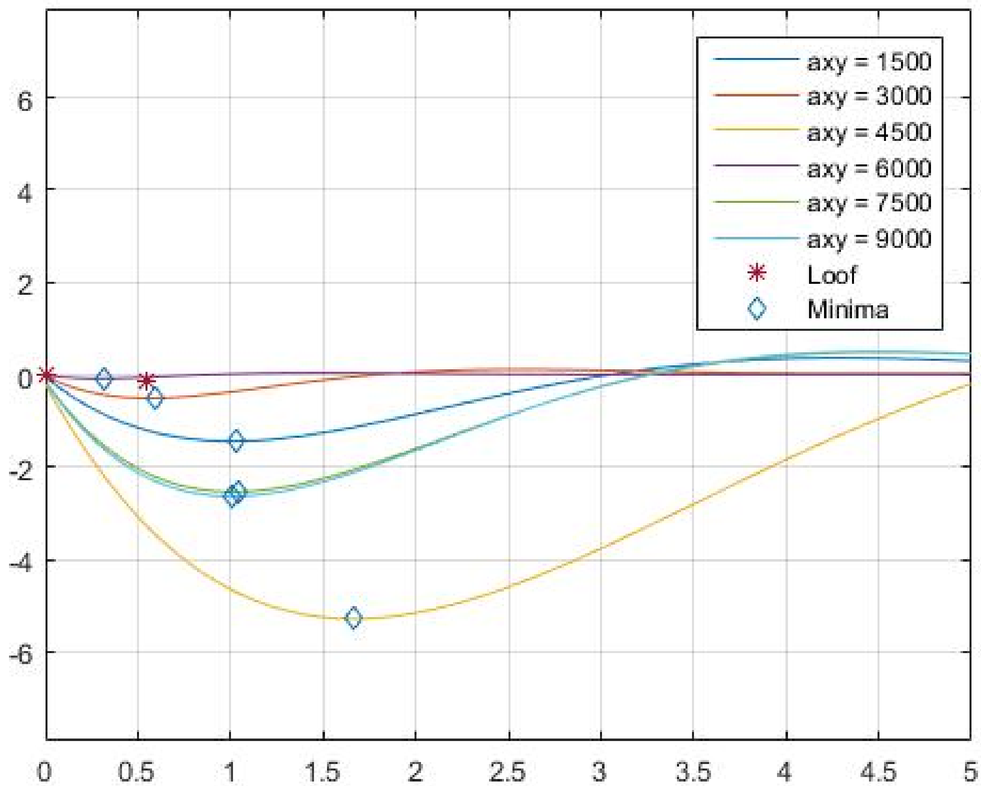


Bij deze set liggen alleen de 3 momentenlijnen met de grootste kromtestralen dicht bij de waarden van de ir. H.W. Loof. Het beste resultaat wordt behaald met de $a_{xy} = 7000$.

B-2-5 Schanierend 5:

l_x	10000
t	15
n_x	619

a_{xy}	min m_{xx}	x_{min}
1500	-1,43954	1,035891
3000	-0,50748	0,590284
4500	-5,28395	1,66936
6000	-0,08286	0,317911
7500	-2,53655	1,044636
9000	-2,6313	1,013564



Er zit totaal geen logica in de volgorde van de momentenlijnen. Hiervoor is helaas geen verklaring.