

Eindrapport BSc-Eindwerk

**Krachtenwerking in
horizontale zonneschermen**

Q4 2010/2011

Inhoudsopgave

Voorwoord	4
Inleiding	5
H1. Tentdoekvezel, randkabel en kolom	6
H1.2. Tentdoekvezel.....	6
H1.2. Randkabel.....	7
H1.3. Kolom	8
H1.4. Eigen gewicht	8
H2. Analytische afleiding van de casus	11
H2.1. Situatieschets.....	11
H2.2. Uitwerking	12
H2.3. Numerieke berekening.....	15
H2.3.3. Evaluatie	17
H2.3.4 Aanbeveling.....	19
H3. Conclusie	21
Bijlage 1. Legenda	22
Bijlage 2: De initieel rechte kabel.....	23
Bijlage 3. Analyse invloeden EA en EI	29
Bijlage 4. Maple-sheet en Matlab-script	35
Bijlage 5. Bronnenlijst	39
Appendices. Zelfevaluatie	40

Voorwoord

Dit is het eindrapport dat onderdeel is van het BSc-Eindwerk van de bachelor civiele techniek (CT3000-09). Het is vervaardigd door een derdejaars Bachelor student van voornoemde opleiding. Met dit eindwerk sluit de student de bachelorfase af. Het rapport is voornamelijk bestemd voor mijn begeleiders: dhr. P.C.J. Hoogenboom en dhr. P. A. de Vries. Deze personen wil ik bedanken voor de begeleiding die zij hebben weten te verlenen. Aan de hand van onder andere dit document kunnen zij vaststellen of de student voldoende resultaat heeft geboekt en genoeg inzet heeft geleverd. Als gevolg zal aan mij te kennen gegeven worden of ik het eindwerk mag presenteren. Ook is het bestemd voor dhr. Caran, aangezien hij het probleem voorlegde. Voorafgaand aan dit eindrapport is er ook een tussenrapportage gepubliceerd, waarin een tussentijdse opname van het geleverde werk is te vinden.

Inleiding

Ir. N.I. Kransen, ook bekend als dhr. Caran, is werkzaam in Eilat te Israël. Wegens het warme en zonnige klimaat in Israël worden er verzoeken gedaan om zonneschermen aan te brengen bij buitenterreinen, zoals kinderspeelplaatsen en buitenopslag plaatsen. Een aannemer die deze schermen aanbrengt, heeft Dhr. Kransen benaderd voor advies naar aanleiding van een schadegeval. Het blijkt dat een muur is scheef getrokken, waaraan één van de stalen kolommen, die het zonnesherm op hoogte houdt, was verbonden. Om advies uit te brengen wilt men onderzoek doen naar de momenten in de kolomvoeten bij ongunstige situaties (zoals windvlagen bij storm), aangezien deze het schadegeval zouden kunnen verklaren.

Het doel van deze studie is het afleiden van een formule voor het moment M in een kolomvoet van een horizontaal zonnesherm tengevolge van een gelijkmatig verdeelde belasting q op het doek. Op deze wijze kunnen constructeurs inzicht krijgen in de krachtafdracht bij horizontale schermen en met een handige formule de benodigde afmetingen vaststellen, zonder zelf tweede-orde berekeningen te moeten maken.

Om het gewenste resultaat te bereiken is er analytisch te werk gegaan met behulp van Maple en uiteindelijk Matlab en gepoogd tussentijds controles uit te voeren met SCIA. De student heeft kennis van al deze softwarepakketten, waarvan de laatste vaak in de praktijk wordt gebruikt en bekend staat om diens gebruiksvriendelijkheid. Wegens de complexiteit zijn er benaderingen en aannamen gemaakt. Hierdoor zal het resultaat de werkelijkheid steeds minder benaderen en deze gelden dan ook als de beperkingen voor het model samen met de beperkingen van de numerieke methode. Verder zal het rapport zich beperken tot de gegeven casus van dhr. Caran.

In het eerste hoofdstuk is er gekeken naar verschillende deelsystemen van de casus, namelijk het tentdoek, een randkabel en de kolom. Deze losse onderdelen kunnen wél gecontroleerd worden in SCIA, waardoor de gebruikte methodiek bevestigd kan worden op bruikbaarheid. Als laatste wordt het verwaarlozen van het eigen gewicht van de kabels beargumenteerd.

Vervolgens is het probleem zelf onder handen genomen in het tweede hoofdstuk. De deelsystemen worden gekoppeld en er ontstaat hierdoor een niet-lineair stelsel. Dit wordt opgelost met behulp van de Newton-Raphson methode. Het kan niet gecontroleerd worden in SCIA, wegens de hoge complexiteit. Om die reden is in dit hoofdstuk ook een parameterstudie te vinden om enige uitspraak te kunnen doen over de resultaten. De parameterstudie wordt vervolgens geëvalueerd. Afsluitend is een aanbeveling gedaan. Hierin is aangegeven, ondanks de beperkingen van het huidige oplossing, hoe men toch een uitspraak kan doen over het moment in de kolomvoet met behulp van inter- en extrapoleren.

In het derde hoofdstuk is daarna de conclusie te vinden. Hierin zijn puntsgewijs alle conclusies opgesomd.

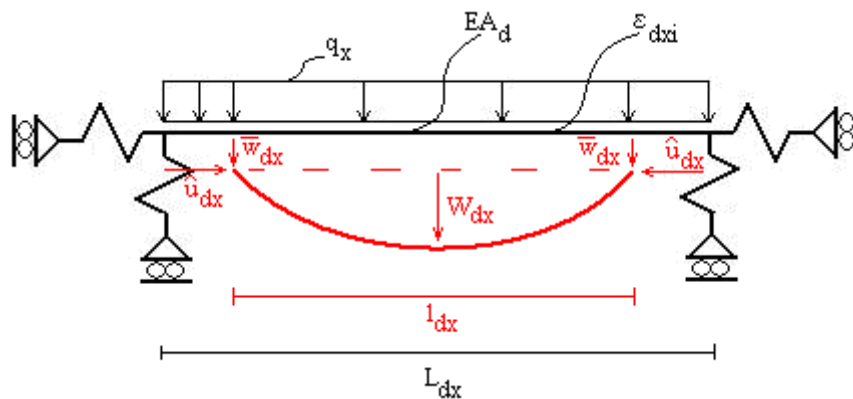
In de bijlagen vindt men als eerste bijlage een legenda van alle gebruikte termen onder elkaar opgesomd. Wegens de grote hoeveelheid gebruikte symbolen kan de lezer altijd een beroep doen op deze lijst. Ook is er achtergrondinformatie te vinden in de tweede bijlage over theorie omtrent de initieel rechte kabel. Het geldt als verkennend onderzoek en kan gezien worden als literatuurstudie om vat te krijgen op het probleem. In de derde bijlage zijn de verschillende deelsystemen met elkaar vergeleken om de invloed van bepaalde parameters te onderzoeken. In de vierde bijlage is de gebruikte Maple-sheet te vinden naast het genoemde Matlab-script. Op deze manier kan de lezer bekijken welke codes zijn gebruikt. Als laatste is in de vijfde bijlage een bronnenlijst te vinden van geraadpleegde literatuur en programmatuur.

H1. Tentdoekvezel, randkabel en kolom

In dit hoofdstuk is de casus opgedeeld in deelsystemen. Hiervoor worden de formules afgeleid voor een vezel in het tentdoek, de randkabels en de kolom. Het eigen gewicht van de onderdelen wordt niet meegenomen. De componenten dienen als puzzelstukken die in het volgende hoofdstuk in elkaar worden gezet tot de originele casus. Er wordt gewerkt met een belasting die uniform op het doek werkt. Voor de redenering van de gevolgde afleiding wordt er verwezen naar “Bijlage 2: De initieel rechte kabel”, aangezien het dezelfde aanpak betreft. Om gevoel te krijgen over de invloeden EA en EI in het verhaal, wordt er verwezen naar “Bijlage 3: Analyse invloeden EA en EI ”.

H1.2. Tentdoekvezel

Het tentdoek is gemodelleerd als een net van kabels. Hierbij wordt er alleen naar de ‘middelste kabel’ per eenheid van lengte gekeken, oftewel het midden van het doek. De belasting op dat deel van het doek wordt als een uniforme belasting aangenomen, aangezien de belasting op het doek zelf ook als uniform is aangenomen. In figuur 1 is een overzicht te vinden, in rood de vervormde toestand:



Figuur 1: Tentdoekvezel

Er wordt gekeken naar de middelste meter kabel per eenheid van lengte van het doek gespannen in de x -richting. De zakking van de kabel is een parabolische zakking. De zakking moet namelijk dezelfde vorm hebben als de momentenlijn, als het om een ligger betrof, aangezien een kabel theoretisch geen buigstijfheid bezit. Uiteindelijk volgen hiervoor de volgende formules:

$$l_{dx} = L_{dx} - 2 \cdot \hat{u}_{dx}$$

$$w_{dx} = \bar{w}_{dx} + W_{dx} \cdot 4 \cdot \frac{x}{l_{dx}} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{dx}}\right)$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dw_{dx}^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dw_{dx}}{dx}\right)^2} dx = \sqrt{1 + (w'_{dx})^2} dx \approx \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (w'_{dx})^2\right] dx$$

$$\Delta L_{dx} = \int_0^{l_{dx}} ds - L_{dx}$$

$$\varepsilon_{dx} = \frac{\Delta L_{dx}}{L_{dx}} + \varepsilon_{dxi} = \frac{\Delta L_{dx}}{L_{dx}} + \frac{F_{pd}}{EA_d}$$

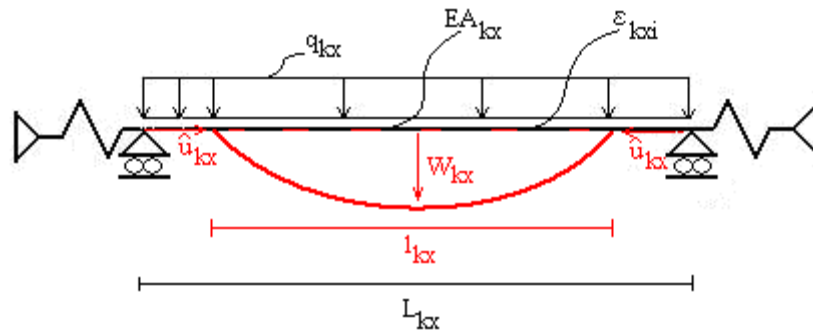
$$H_{dx} = EA_d \cdot \varepsilon_{dx}$$

$$q_x = -H_{dx} \cdot w_{dx}''$$

In de andere richting geldt dezelfde afleiding. Verschil is alleen het subscriptum x , wat dan y moet zijn.

H1.2. Randkabel

De belastingsconfiguratie op de kabel is onbekend. In de afleiding die volgt is er uitgegaan van een uniforme belasting, maar het kan net zo goed een driehoeks-, parabolische of sinusbelasting zijn. In figuur 2 is een overzicht te vinden, in rood de vervormde toestand:



Figuur 2: Randkabel

De verticale verplaatsing van de kolommen zullen erg klein zijn in vergelijking met de overige zakkingen. Om die reden verplaatsen in dit model de uiteinden van de kabels niet in verticale richting, de verplaatsing is verwaarloosd. Ook hier wordt er gekeken naar een kabel gespannen in de x -richting. De afleiding is hieronder te vinden.

$$l_{kx} = L_{kx} - 2 \cdot \hat{u}_{kx}$$

$$w_{kx} = W_{kx} \cdot 4 \cdot \frac{x}{l_{kx}} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{kx}}\right)$$

$$ds = \sqrt{dx^2 + dw_{kx}^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dw_{kx}}{dx}\right)^2} dx = \sqrt{1 + (w'_{kx})^2} dx \approx \left[1 + \frac{1}{2} \cdot (w'_{kx})^2\right] dx$$

$$\Delta L_{kx} = \int_0^{l_{kx}} ds - L_{kx}$$

$$\varepsilon_{kx} = \frac{\Delta L_{kx}}{L_{kx}} + \varepsilon_{kxi} = \frac{\Delta L_{kx}}{L_{kx}} + \frac{F_{pkx}}{EA_{kx}}$$

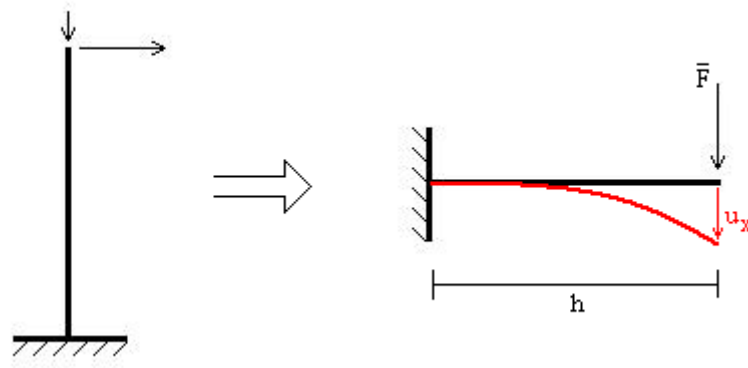
$$H_{kx} = EA_{kx} \cdot \varepsilon_{kx}$$

$$q_{kx} = -H_{kx} \cdot w_{kx}''$$

In de andere richting geldt dezelfde afleiding. Verschil is alleen het subscriptum x , wat dan y moet zijn.

H1.3. Kolom

De kolom zal door het krachterspel uitbuigen. Er is al vermeld dat de verticale verplaatsing van de kolom buiten beschouwing wordt gelaten. Dit houdt in dat de verticale componenten van de randkabels direct in de kolom als normaalkracht worden opgenomen. In figuur 3 is de situatie gegeven.



Figuur 3: Kolom

Er wordt gekeken naar uitbuiging van de kolom in de x-richting. Opvallend is dat de kolom een vergeet-mij-nietje betreft, als men de verticale kracht (wat zou leiden tot een tweede orde berekening) niet meeneemt. Hiervoor is dus gemakkelijk de benodigde verplaatsing te bepalen:

$$u_x = \frac{\bar{F}h^3}{3EI}$$

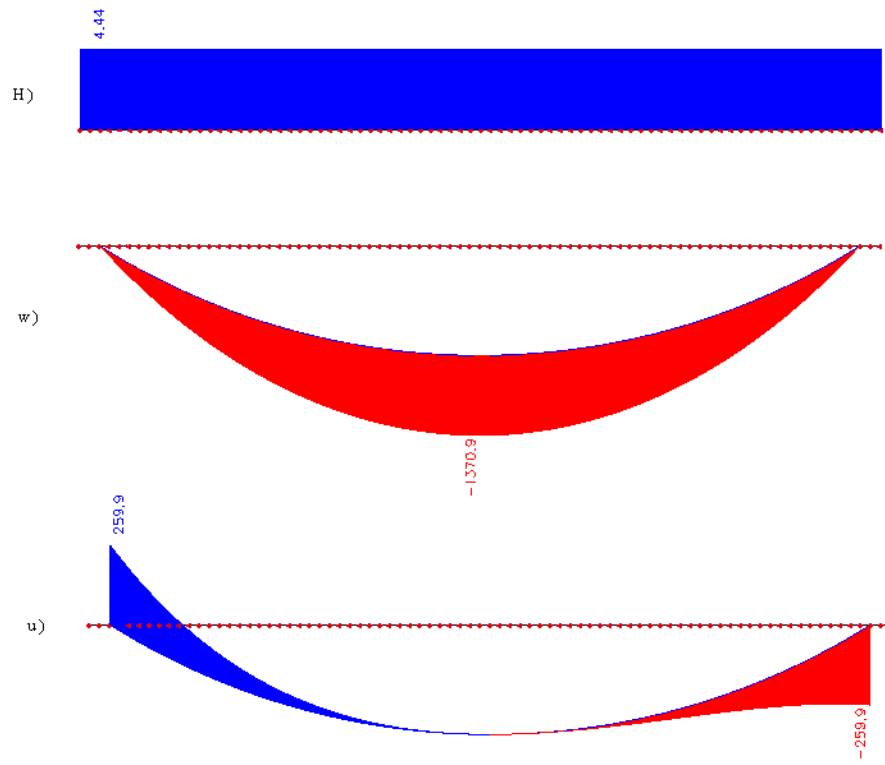
H1.4. Eigen gewicht

Het eigen gewicht is niet meegenomen in de afleidingen en verwaarloosbaar verondersteld. In deze paragraaf zal aangetoond worden dat het inderdaad verwaarloosd mag worden. Hiervoor zal gebruik gemaakt worden van alleen SCIA. Eerst wordt er een kabel gemodelleerd met enkel en alleen externe belasting, waarna vervolgens het eigen gewicht van de kabel wordt meegenomen.

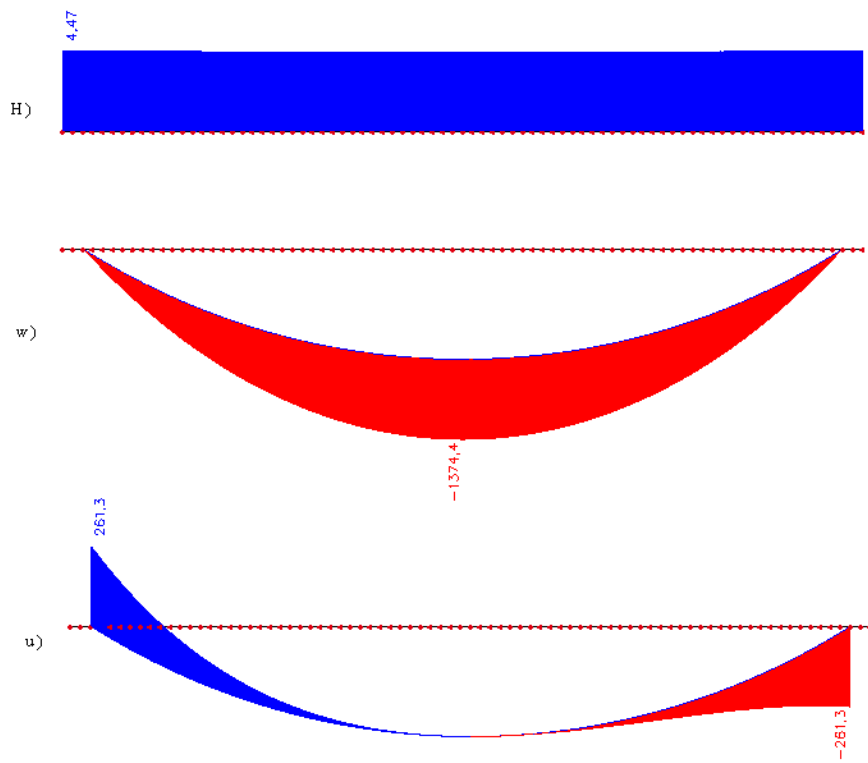
Gebruikmakend van de volgende waarden volgt in figuur 4 het resultaat voor alleen de externe belasting en in figuur 5 het resultaat met het eigen gewicht inbegrepen:

q	$= 0,5 \text{ [kN/m]}$;	L	$= 10 \text{ [m]}$;	d_{kabel}	$= 8 \text{ [mm]}$
E_{kabel}	$= 2,1 \cdot 10^5 \text{ [N/mm}^2\text{]}$	Staal	$= \text{S235}$	k_x	$= 1,444 \cdot 10^{-2} \text{ [MN/m]}$

De resultaten zijn in [kN] voor de krachten en in [mm] voor de verplaatsingen.



Figuur 4: Berekening zonder eigen gewicht



Figuur 5: Berekening met eigen gewicht

Er volgt, met behulp van
$$\frac{\text{Resultaat}_{\text{figuur5}} - \text{Resultaat}_{\text{figuur4}}}{\text{Resultaat}_{\text{figuur4}}} \times 100\%$$
, dat

$$\Delta H = 0,68\% \quad \Delta w = 0,25\% \quad \Delta u = 0,54\%$$

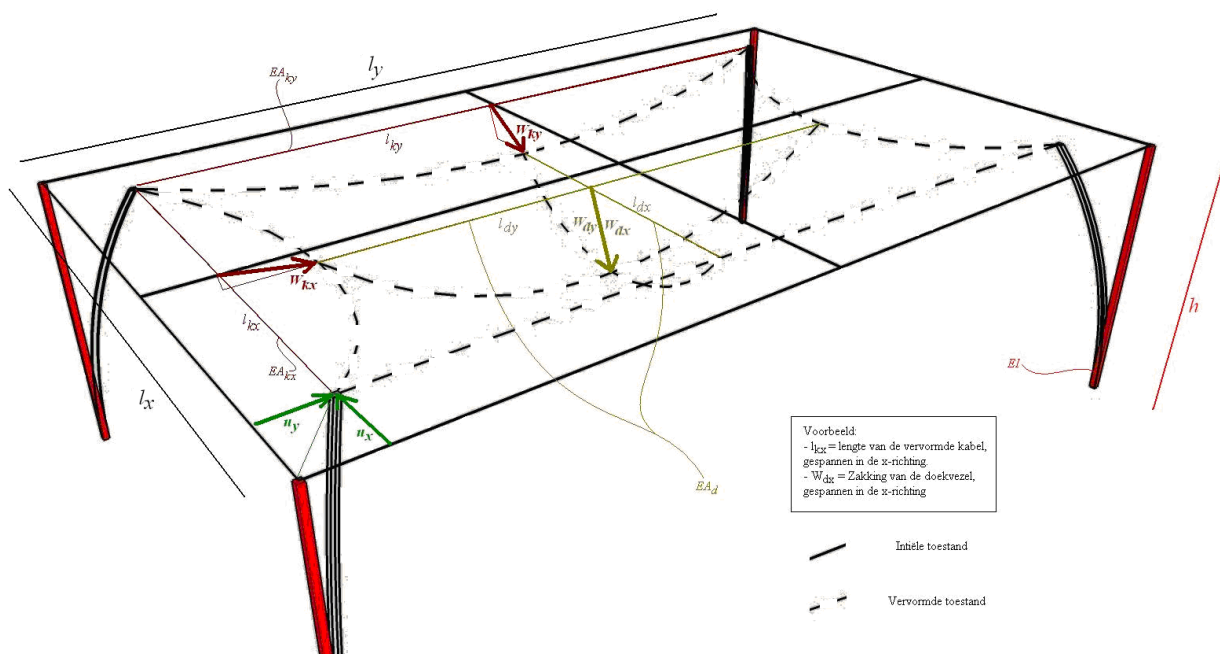
Het eigen gewicht blijkt nog niet eens 1,0% invloed te hebben op de resultaten. Als gevolg hiervan wordt het eigen gewicht verwaarloosd in de afleidingen.

H2. Analytische afleiding van de casus

In het voorgaande hoofdstuk zijn de ‘puzzelstukken’ gedefinieerd. In dit hoofdstuk worden al deze stukjes samengesmolten tot een ruimtelijk model, waarna het geheel met behulp van de Newton-Raphson methode getracht wordt op te lossen. De gehele uitwerking van de afleiding en de Newton-Raphson methode zijn te vinden in “Bijlage 3: Maple-sheet en Matlab-script” als een Maple-sheet en een Matlab-script respectievelijk. Met een parameterstudie wordt de gevoeligheid van de parameters bekeken om uitspraak te kunnen doen over het gevonden resultaat.

H2.1. Situatieschets

In figuur 6 is eerst de gehele situatie geschetst, voordat de afleiding getoond wordt waar men naar zoekt. Hierdoor krijgt men een grafische voorstelling van het probleem. De ononderbroken lijn stelt de initiële situatie voor. De gestreepte lijn is de vervormde situatie. Verder zijn er in de figuur enkele variabelen te vinden ter verduidelijking.



Figuur 6: 3-D tekening zonnesherm

H2.2. Uitwerking

In deze paragraaf wordt stapsgewijs naar het antwoord gewerkt. Elke denkstap wordt beargumenteert en langzaam aan wordt de lezer naar het resultaat geleid.

H2.2.1 Invoervariabelen

In figuur 4 zijn alle variabelen te zien. De gegevens die de ontwerper tot zijn beschikking heeft zijn de volgende uit de afbeelding:

- De initiële lengten l_x [m] en l_y [m] van de overkapping in zowel de x- als de y-richting. In de onbelaste toestand is L_{dx} (lengte van onbelast doek, gespannen in de x-richting) en L_{kx} (lengte van onbelaste kabel, gespannen in de x-richting) hetzelfde.
- De buigstijfheden EI [kNm^2] van de staalkolommen is voor de ontwerper ook bekend. Voor standaard profielen zijn deze uit handboeken te halen. Er wordt aangenomen, dat alle kolommen hetzelfde zijn.
- De rekstijfheden EA_d [kN] per eenheid van lengte, EA_{kx} [kN] en EA_{ky} [kN] van de kabels en het doek zijn ter beschikking. De oppervlakte van de kabel als de elasticiteitsmodulus zijn bekend. Ook is de rekstijfheid van het doek waarschijnlijk van te voren bepaald of op te vragen.
- De hoogte h [m] van de kolommen zijn ook van te voren bekend.
- De ontwerpbelasting q [kN/m^2] is bekend.
- De voorspankrachten F_{pd} [kN], F_{pkx} [kN] en F_{pky} [kN] zijn bekend verondersteld en moeten anders door de ontwerper zelf gekozen worden. Dit levert de initiële rekken van het doek en de kabels.

Dit zijn de variabelen die een ontwerper moet invoeren om de gewenste krachtsverdeling te verkrijgen. De overige termen in de afbeelding moeten dus in deze variabelen uitgedrukt worden.

H2.3.2. Afleiding

In het voorgaande hoofdstuk zijn al afleidingen gemaakt. De omkaderde formules gaven samen acht vergelijkingen. Er heersen nog twee voorwaarden die twee extra vergelijkingen genereren. De totale belasting moet hetzelfde blijven en de zakking in het midden van het tentdoek in beide richtingen moet gelijk zijn:

$$q = q_x + q_y$$

$$W_{dx} = W_{dy}$$

Onbekende termen moeten in andere, al bekende termen, worden herschreven. Zoals al eerder is vermeld zijn de initiële lengten van zowel het doek als de randkabels gelijk aan de lengten opgegeven in de tekening:

$$L_{dx} = L_{kx} = l_x$$

$$L_{dy} = L_{ky} = l_y$$

De lengten die langs de assen gemeten zijn van de vervormde kabels, zijn korter dan de initiële lengten. Voor het doek geldt dat de verkorting komt door het buigen van de kolommen die een horizontale verplaatsing genereren en de uitwijking van de kabel in de horizontale richting ($\hat{u}_{d...}$). De verkorting van de randkabels vindt alleen plaats dankzij de kolommen ($\hat{u}_{k...}$):

$$l_{dx} = L_{dx} - 2 \cdot u_x - 2 \cdot \bar{u}_{ky}$$

$$l_{dy} = L_{dy} - 2 \cdot u_y - 2 \cdot \bar{u}_{kx}$$

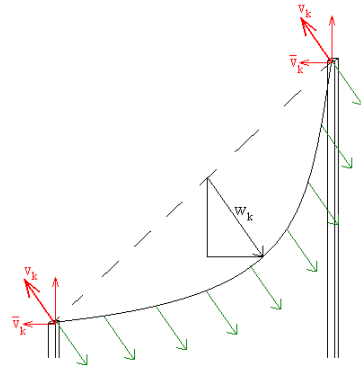
$$l_{kx} = L_{kx} - 2 \cdot u_x$$

$$l_{ky} = L_{ky} - 2 \cdot u_y$$

De horizontale verplaatsingen van de kolommen zijn te vinden in het voorgaande hoofdstuk. De kracht $\bar{F}$ bestaat echter uit de horizontale kracht van de kabel en het horizontale onderdeel van de kracht die parallel staat aan de richting van de uitwijking van de andere kabel. In de afbeelding is de kracht in de kabel te zien. De horizontale component van de reactiekracht werkt op de kolom in dezelfde richting als de horizontale kracht van de kabel in de andere richting. Samen levert dit:

$$u_x = \frac{(H_{kx} + \bar{V}_{ky}) \cdot h^3}{3 \cdot EI}$$

$$u_y = \frac{(H_{ky} + \bar{V}_{kx}) \cdot h^3}{3 \cdot EI}$$



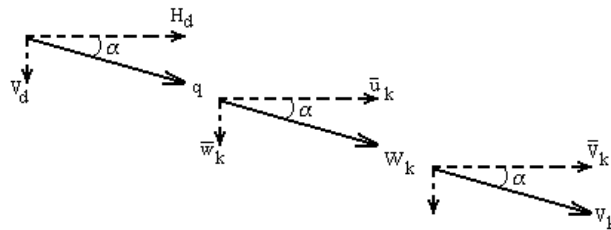
Figuur 7: Dwarskracht componenten

De belasting op de kabel wordt onder een hoek genomen. Daarnaast wordt deze uniform aangenomen. De horizontale kracht H_d en verticale kracht V_d worden gezien als een belasting per eenheid van lengte, aangezien EA_d dat ook is. Deze waarden kan men tot de randen continu aanhouden om zo de gewenste belastingsconfiguratie te vormen. Met deze configuratie op de kabel blijkt er verticaal evenwicht te heersen, de normaalkrachten in de kolommen zijn gelijk aan de externe belasting. Met behulp van de stelling van Pythagoras geldt:

$$q_{kx} = \sqrt{(H_{dy})^2 + (V_{dy})^2}$$

$$q_{ky} = \sqrt{(H_{dx})^2 + (V_{dx})^2}$$

De hoek waaronder de belasting staat is afhankelijk van de verhouding van H_d en V_d . Met behulp van de stelling van Pythagoras zijn alle componenten te bepalen. Hieronder de formules:



Figuur 8: Componenten

$$\tan(\alpha) = \left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}} \right) \rightarrow \alpha = \arctan \left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}} \right)$$

$$\tan(\alpha) = \left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}} \right) \rightarrow \alpha = \arctan \left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}} \right)$$

De uitwijking van de kabel is in dezelfde richting als de belasting:

$$\begin{aligned}\bar{u}_{kx} &= \cos\left(\arctan\left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}}\right)\right) \cdot W_{kx} & \bar{u}_{ky} &= \cos\left(\arctan\left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}}\right)\right) \cdot W_{ky} \\ \bar{w}_{kx} &= \sin\left(\arctan\left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}}\right)\right) \cdot W_{kx} & \bar{w}_{ky} &= \sin\left(\arctan\left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}}\right)\right) \cdot W_{ky}\end{aligned}$$

De parallelle component is in dezelfde richting als de uitwijking van de kabel en dus ook in dezelfde richting als de belasting:

$$\begin{aligned}\bar{V}_{kx} &= \cos\left(\arctan\left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}}\right)\right) \cdot V_{kx} & \bar{V}_{ky} &= \cos\left(\arctan\left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}}\right)\right) \cdot V_{ky}\end{aligned}$$

De dwarkrachten zelf zijn bij uniforme belastingen als volgt:

$$\begin{aligned}V_{dx} &= \frac{1}{2} \cdot q_x \cdot L_{dx} & V_{dy} &= \frac{1}{2} \cdot q_y \cdot L_{dy} \\ V_{kx} &= \frac{1}{2} \cdot q_{kx} \cdot L_{kx} & V_{ky} &= \frac{1}{2} \cdot q_{ky} \cdot L_{ky}\end{aligned}$$

De volgende tien vergelijkingen zijn met behulp van bovengenoemde afleidingen gevonden en zijn allemaal nu geschreven in de tien onbekenden of bekende parameters, allemaal uitgedrukt in [m] en [kN].

Vergelijkingen

$$\begin{aligned}H_{dx} &= EA_d \cdot \varepsilon_{dx} \\ q_x &= -H_{dx} \cdot w_{dx}'' \\ H_{dy} &= EA_d \cdot \varepsilon_{dy} \\ q_y &= -H_{dy} \cdot w_{dy}'' \\ H_{kx} &= EA_{kx} \cdot \varepsilon_{kx} \\ q_{kx} &= -H_{kx} \cdot w_{kx}'' \\ H_{ky} &= EA_{ky} \cdot \varepsilon_{ky} \\ q_{ky} &= -H_{ky} \cdot w_{ky}'' \\ W_{dx} &= W_{dy} \\ q &= q_x + q_y\end{aligned}$$

Onbekenden

$$\begin{aligned}H_{dx} \\ H_{dy} \\ H_{kx} \\ H_{ky} \\ W_{dx} \\ W_{dy} \\ W_{kx} \\ W_{ky} \\ q_x \\ q_y\end{aligned}$$

Parameters

$$\begin{aligned}q \\ l_x, l_y \\ h \\ EI \\ EA_d, EA_{kx}, EA_{ky} \\ F_{pd}, F_{pkx}, F_{pky}\end{aligned}$$

H2.3. Numerieke berekening

In deze paragraaf worden de tien vergelijkingen opgelost aan de hand van de Newton-Raphson methode. Het verkregen resultaat wordt aan een parameterstudie onderhevig gemaakt om te concluderen waar gevoelige parameters zich verschuilen.

H2.3.1. Newton-Raphson

Deze methode is een numerieke methode om het gewenste resultaat te benaderen. Voor een stelsel vergelijkingen is de definitie als volgt:

$$\underline{X}_n = \underline{X}_{n-1} - J^{-1} \cdot \underline{F}$$

De vector X_n bevat de te bepalen variabelen. De vector X_{n-1} bevat de voorgaand bepaalde variabelen en zijn bekend. In de eerste stap zijn dit aangenomen waarden. De matrix J wordt de Jacobiaan genoemd en bevat partiële afgeleiden van de op te lossen niet-lineaire functies. De vector F bevat deze niet lineaire functies, de vergelijkingen waarvan één zijde van het lid gelijk behoren te zijn aan '0', waarbij de waarden van X_{n-1} zijn ingevuld. Deze methode convergeert de uitkomsten naar '0'. Op die wijze staat er links en rechts hetzelfde, namelijk '0', en kunnen de gewenste waarden van de onbekenden afgelezen worden uit de vector X . X_n is een betere benadering dan X_{n-1} en wordt steeds beter met elke stap.

De Jacobiaan is een vierkante matrix die als volgt is opgebouwd:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

Het geheel wordt in Matlab ingevoerd. Maple is ook een optie, maar Matlab blijkt nauwkeuriger te zijn. Er wordt eerst een vierkant doek gemodelleerd met de volgende invoervariabelen:

q	$= 0.5 \text{ [kN/m}^2\text{];}$	l_x	$= 10 \text{ [m];}$
l_y	$= 10 \text{ [m];}$	h	$= 5 \text{ [m];}$
EI	$= 1033.2 \text{ [kNm}^2\text{];}$	EA_d	$= 16493.36143 \text{ [kN/m];}$
EA_{kx}	$= 16493.36143 \text{ [kN];}$	EA_{ky}	$= 16493.36143 \text{ [kN];}$
F_{pd}	$= 1 \text{ [kN];}$	F_{pkx}	$= 1 \text{ [kN];}$
F_{pky}	$= 1 \text{ [kN];}$		

Als resultaat worden de volgende waarden gegenereerd:

H_{dx}	$= 0.6484 \text{ [kN/m]}$
H_{dy}	$= 0.6484 \text{ [kN/m]}$
H_{kx}	$= 8.1752 \text{ [kN/m]}$
H_{ky}	$= 8.1752 \text{ [kN/m]}$
W_{dx}	$= 2.6709 \text{ [m]}$
W_{dy}	$= 2.6709 \text{ [m]}$
W_{ky}	$= 1.7748 \text{ [m]}$
W_{kx}	$= 1.7748 \text{ [m]}$
q_x	$= 0.2500 \text{ [kN/m/m]}$
q_y	$= 0.2500 \text{ [kN/m/m]}$

De helft van de belasting gaat naar elke zijde van het doek, zoals hoort bij een vierkant vlak. Er heerst een zakking van 2.5 [m] in het midden van doek. Let echter wel op het feit dat deze uitkomst exclusief de verticale component van de uitwijking van de kabel is! Samen zal het rond de 3,5 meter zitten, wat realistisch voor een overspanning van 10 [m] is bij een dergelijke belasting.

Met deze waarden verkrijgt men een moment in de kolomvoet van:

$$M = 80,7331[kNm]$$

Hierbij is ook de horizontale component meegenomen van de component van de kabelkracht die in dezelfde lijn werkt als de zakking.

Ter volledigheid is hier een terugkoppeling getoond. De normaalkrachten in de kolommen moeten namelijk gezamenlijk de belasting op de constructie zijn, wegens de som van de verticale krachten. De normaalkracht is de verticale component van de kracht die parallel is gericht aan de zakking van de kabel. Vier van deze normaalkrachten gedeeld over het doekoppervlak moet de verdeelde belasting geven. Dat is ook het geval en dus is hiermee een cirkel rond.

$$N_{kolom} = 12,5[kN] \qquad q = \frac{N_{kolom} \cdot 4}{l_x \cdot l_y} = \frac{12,5 \cdot 4}{10 \cdot 10} = 0,5[kN / m^2]$$

De spanningen in de kolomvoet, de randkabel en de tentdoekvezel zijn dan vervolgens te bepalen. Hierbij horen de volgende extra gegevens:

$$\begin{aligned} t_{kolom} &= 10 \text{ [mm]}; \\ h_{kolom} &= 100 \text{ [mm]}; \\ b_{kolom} &= 100 \text{ [mm]}; \\ E &= 2,1 \cdot 10^5 \text{ [N/mm}^2\text{]}; \\ d_{kabel} &= 10 \text{ [mm]}; \end{aligned}$$

$$\sigma_{kolom} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = 824[N / mm^2]$$

$$\sigma_{kabel} = \frac{T}{A} = \frac{\sqrt{H_k^2 + V_k^2}}{A} = 137[N / mm^2]$$

$$\sigma_{tentdoek} = \frac{T_d}{A_d} = \frac{\sqrt{H_d^2 + V_d^2}}{A_d} = 0,014[N / mm^2 / m]$$

Als men een vloeigrens van 435 [N/mm²] aanneemt, dan is te zien dat de kolom niet voldoet, maar de kabel nog wel. Voor deze constructie zouden de kolommen groter gedimensioneerd moeten worden.

H2.3.2. Parameterstudie

Voorgaande antwoorden waren realistisch. Dit wordt echter niet verkregen bij alle invoervariabelen. Om die reden wordt er een parameterstudie gedaan om het probleem aan het daglicht te kunnen stellen. Elke invoervariabele wordt met 10% verhoogd om uit te zoeken wat de invloed hiervan is. De waarden zijn in procenten uitgedrukt.

Tabel 1: Parameterstudie

	H dx	H dy	H kx	H ky	W dx	W dy	W kx	W ky	q x	q y	M
q	7,3	7,3	5,4	5,4	0,8	0,8	2,6	2,6	10,0	10,0	5,9
l y	$101 \cdot 10^3$	$105 \cdot 10^3$	$44 \cdot 10^3$	$41 \cdot 10^3$	131	131	176	189	$17 \cdot 10^3$	$17 \cdot 10^3$	221,2
h	7,4	7,4	12,1	12,1	2,4	2,4	7,9	7,9	0,0	0,0	1,9
EI	2,5	2,5	4,3	4,3	0,8	0,8	2,5	2,5	0,0	0,0	3,8
EA d	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
EA kx	0,4	0,3	0,3	0,3	0,0	0,0	0,1	0,1	0,4	0,4	0,0
EA ky	0,3	0,4	0,3	0,3	0,0	0,0	0,1	0,1	0,4	0,4	0,0
Fp d	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Fp kx	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Fp ky	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Bijna alle parameters hebben duidelijke gevolgen. Een hogere belasting duidt op grotere krachten en grotere zakkingen in zowel het doek als de kabels. Een hogere kolomhoogte duidt in een lagere veerstijfheid voor de oplegging van de randkabels. Hierdoor zal de horizontale translatie groter worden met grotere zakkingen tot gevolg en dus lagere krachten in de kabels. Een hogere buigstijfheid van de kolom resulteert in een kleinere horizontale translatie aan de uiteinden van de randkabels. Zakkingen zullen verminderen en dus zullen de krachten toenemen in grootte. Een hogere rekstijfheid resulteert in lagere rekken bij dezelfde kracht. De invloed blijkt echter zeer beperkt te zijn van deze parameters bij deze casus. De voorspankrachten werken de zakkingen tegen. Echter is ook hiervan de invloed bij 10% verhoging bij de gebruikte gegevens weinig merkbaar.

Het blijkt echter dat alleen bij een niet vierkant tentdoek iets opmerkelijks gebeurt. Daarbij zijn bepaalde uitkomsten negatief. Deze onregelmatigheid is niet te verwachten, aangezien de voorgaande stappen correct werden verondersteld. Het samensmelten tot een ruimtelijk model zou geen problemen moeten leveren. De reden van deze afwijkende resultaten heeft te maken met de beperkingen van de gebruikte numerieke methode. Het is namelijk wel mogelijk om een antwoord te verkrijgen, maar daar speelt het kiezen van acceptabele startwaarden een grote rol. Hoe gevoeliger de parameter is, hoe moeilijker de startwaarden zijn te bepalen bij hogere waarden. Dit is uitgelegd in het volgende hoofdstuk. Wel is op te merken dat de invloed van de geometrie blijkbaar overwegend bepalend is voor de krachten in de constructie.

H2.3.3. Evaluatie

In deze paragraaf wordt er teruggeblikt op het verrichte onderzoek. Er wordt aan de hand van een conclusie aangegeven waar verder onderzoek naar verricht moet worden om het gewenste resultaat te bereiken. Hierbij wordt ook de opmerkelijkheid bij de parameterstudie besproken.

Voor de Newton-Raphson methode moet de gebruiker in de eerste stap startwaarden opgeven. Dit zijn foutieve waarden, maar zorgen ervoor dat de numerieke methode de eerste stap kan zetten in het rekenwerk. Na een aantal iteraties zal de methode geconvergeerd zijn naar het gewenste punt. Deze methode convergeert altijd! Maar het convergeert niet altijd naar het goede antwoord.

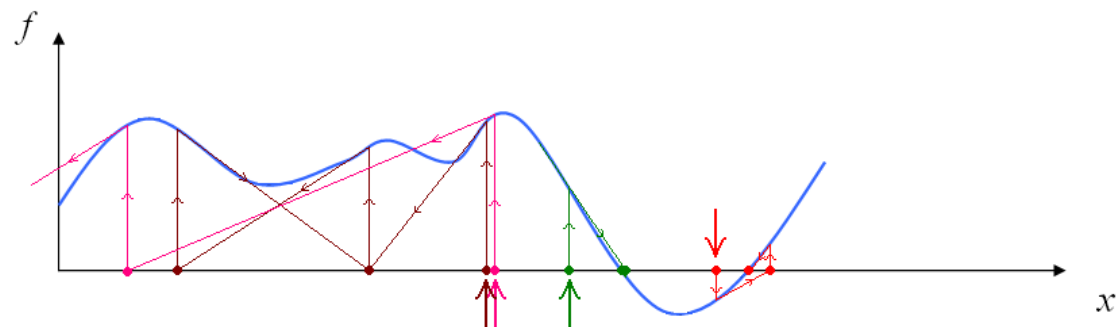
In de parameterstudie zijn er startwaarden gebruikt om de antwoorden te verkrijgen bij een vierkant doek. Hierbij werden realistische resultaten verkregen. Hieronder zijn de gebruikte startwaarden te vinden.

Startwaarden: Alle krachten $\rightarrow 0.30$
 Alle zakkingen $\rightarrow 1.00$
 q_x en q_y $\rightarrow 0.25$

Men kan ook andere startwaarden kiezen, bijvoorbeeld hieronder gepresenteerd:

H_{dx}	$= 0.04;$	W_{dx}	$= 2;$	H_{dy}	$= 0.03;$	W_{dy}	$= 2;$
H_{kx}	$= 0.45;$	W_{kx}	$= 0.34;$	H_{ky}	$= 1;$	W_{ky}	$= 0.6;$
q_x	$= 0.008;$	q_y	$= 0.002;$				

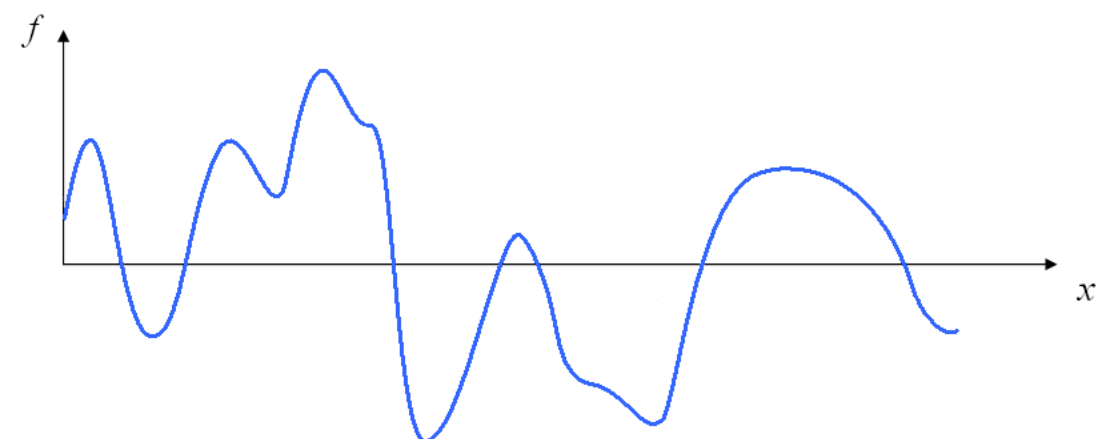
Dan verkrijgt men andere waarden, waarvan sommige zelfs negatief zijn. De Newton-Raphson methode blijkt nog steeds te convergeren, ondanks de onrealistische uitkomsten. De vector F bevat alleen maar nullen. De methode is dus naar het verkeerde antwoord toegegaan. Een visuele illustratie van de beperking is te vinden in figuur 9. In de figuur geven de pijlen de startwaarden aan.



Figuur 9: Newton-Raphson

De groene lijn convergeert naar het juiste punt. De roze lijn convergeert naar negatieve waarden. De rode lijn convergeert naar een ongewenst nulpunt. En de donkerrode lijn kan geen nulpunt vinden.

Het gaat hier om complexe functies, maar nog wel om een vierkant doek. Als men verschillende lengtes toekent aan het doek, wordt het probleem alleen maar complexer. Dit is geïllustreerd in figuur 10. Hierdoor wordt het steeds moeilijker om de juiste startwaarden te “gokken”, al helemaal door het wijzigen van een gevoelige parameter, om ervoor te zorgen dat de numerieke berekening met de gewenste antwoorden komt.



Figuur 10: Complexere functie

Het betreft hier om een stelsel sterk niet-lineaire vergelijkingen. Hierdoor brengen kleine verstoringen in de startwaarden grote gevolgen met zich mee. Om die reden moet er verder onderzoek verricht worden naar verbetering van de numerieke methode om de juiste resultaten te allen tijde te kunnen verkrijgen. Daarnaast is het ook handig om

praktijkproeven uit te voeren om te weten te komen of het analytische model in orde grootte de goede resultaten presenteert.

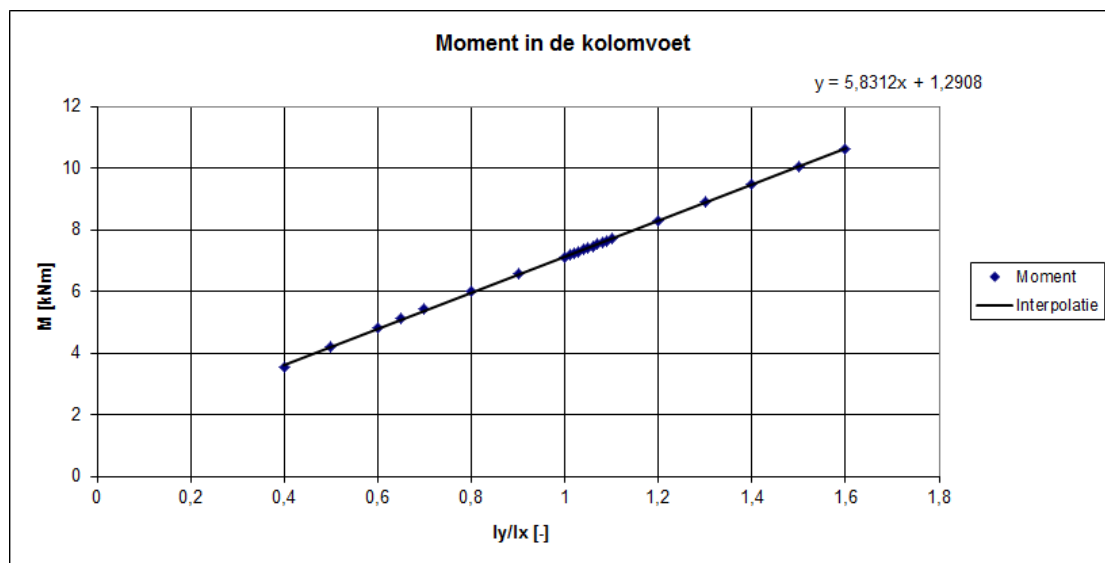
Ook is het een mogelijkheid om, in plaats van het numerieke model te verfijnen om exactere antwoorden te verkrijgen, het probleem grover te maken en te simplificeren om antwoorden gemakkelijker te verkrijgen. Door het minder complex maken van het probleem, zal het opgeven van startwaarden een grotere marge hebben. De antwoorden zullen zeker niet exact zijn en men moet de 'fout' accepteren of een veiligheidsfactor toekennen, na vergelijking met juist verkregen antwoorden uit het complexe model. Dit laatste blijkt echter niet gemakkelijk te zijn, wegens de niet lineaire verhouding van de twee modellen. Het wordt aangeraden de stappen te volgen in het volgende hoofdstuk.

Het blijkt dat achter een op het oog simpel probleem een ingewikkelde, complexe theorie schuil gaat. De numerieke methode dient verfijnd te worden, wat inhoudt dat het bijvoorbeeld gecombineerd moet worden met andere methoden. De casus is dus nu een wiskundig probleem geworden. Daarnaast is het bepalen van de onbekenden in de werkelijkheid een belangrijk aspect, aangezien het als een erg goede vorm van controle kan dienen.

H2.3.4 Aanbeveling

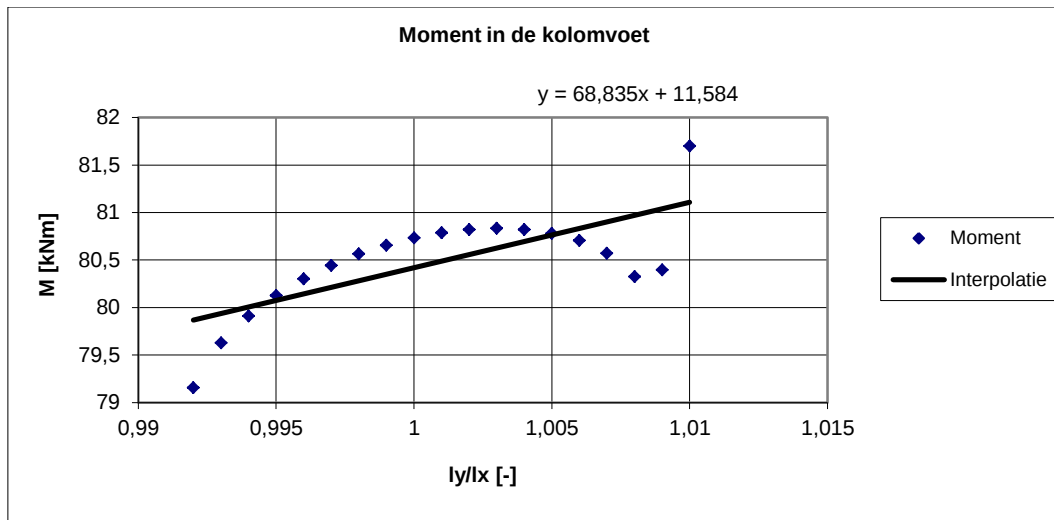
Dit onderzoek is verricht om voor dhr. Caran een wijze te geven om het moment te bepalen in de kolomvoet. Uit het gepresenteerde model is dit niet mogelijk zonder het model te verfijnen. Ook de grovere modellen bevatten de beperkingen van de Newton-Raphson methode en stuiten op dezelfde problemen, ondanks de grotere "gok-marge" van de startwaarden. Toch is er een wijze, hoewel met voorwaarden en gevoelig, om het moment in de kolomvoet te bepalen.

Onder de voorwaarde van een vierkant tentdoek, verkrijgt men altijd een correct antwoord. Men moet handmatig in stapjes de grootte van één van de lengten wijzigen tot men de gewenste lengte heeft bereikt. Verkrijgt men bij een stap incorrecte waarden (negatieve getallen of niet geconvergeerd zijn van de functies), dan moet men de stap halveren. De uitkomsten van de oude stap vult men in als de startwaarden voor de volgende berekening enz. Het is de bedoeling dat de punten in één lijn staan, zoals in figuur 11. In deze figuur is er gebruik gemaakt van $q = 0,01 \text{ [kN/m}^2\text{]}$ in plaats van $q = 0,5 \text{ [kN/m}^2\text{]}$.



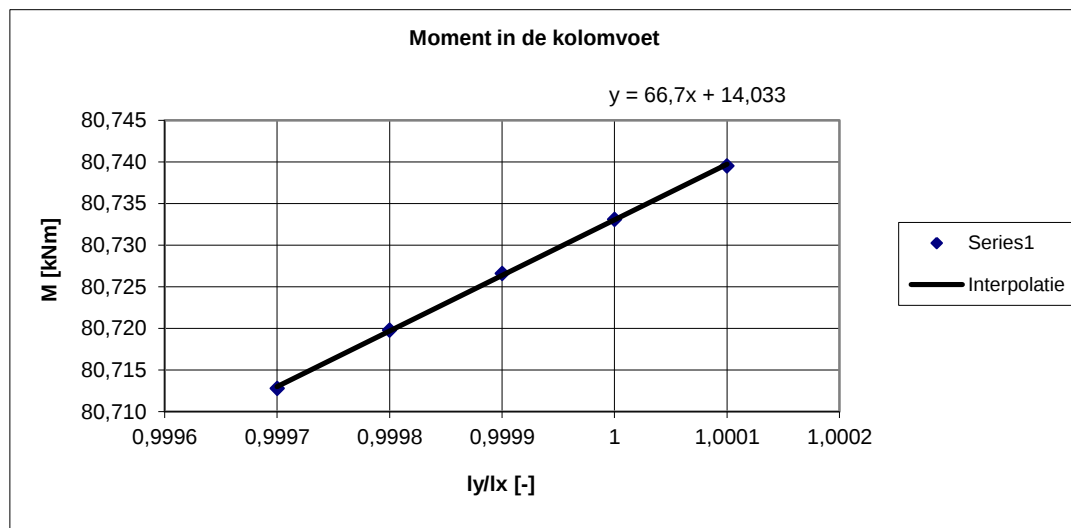
Figuur 11: Interpolatie

Bij hogere lasten zal het effect van verschil in lengten bij kleinere lengteverschillen eerder merkbaar zijn, zoals te zien in figuur 12, waar er gebruik is gemaakt van $q = 0,5 \text{ [kN/m}^2\text{]}$:



Figuur 12: Interpolatie met hogere belasting

De gekke vormen worden aangenomen wanneer één van de waarden naar ‘0’ convergeert. De grafiek wil dan afbuigen. Wegens het maar kunnen rekenen met 16 digits, zullen er bij de geringste veranderingen vreemde resultaten verkregen kunnen worden. Wat wel opvalt, is dat de top van de serie data bij $ly/lx = 1$ wil afvlakken. Als men verder inzoomt in dit gebied, zal men de horizontale lijn vinden zoals in figuur 11.



Figuur 13: Zoom in van figuur 12

Deze rechte lijnen kunnen met behulp van de op te vragen formule gebruikt worden om het gewenste moment te extrapoleren. Ondanks dat het numerieke model verfijnd moet worden om de gewenste waarden te verkrijgen, is al enige uitspraak te doen over de momenten in de kolomvoeten met deze methode. Wel moet de gebruiker voorzichtig zijn met de toepassing van deze resultaten, aangezien het een grove benadering is en extrapoleren niet meer is dan een “educated guess”, naast het feit dat het verstandig is om het eerst te controleren met situaties uit de praktijk. De overige te bepalen onbekenden moeten op soortgelijke wijze bepaald worden.

H3. Conclusie

In dit hoofdstuk zal er een opsomming volgen van de alle geconcludeerde punten.

- De vergelijkingen van de onderdelen van het zonnescerm kunnen nauwkeurig worden geformuleerd.
- De vergelijkingen kunnen worden opgelost met de gebruikte numerieke methode voor vierkante zonneschermen. Voor niet-vierkante tentdoeken moet de numerieke methode verbeterd worden.
- Het stelsel is sterk niet-lineair en bij kleine verstoringen in de startwaarden vinden er grote gevolgen plaats. Om die reden is verfijning van de numerieke methode gewenst.
- De geometrie van het doek is overwegend belangrijk voor de resultaten. De belasting speelt ook een grote rol op de resultaten.
- In deze casus hebben de kolomeigenschappen invloed op het resultaat. Rekstijfheden en voorspankrachten hebben nagenoeg geen invloed.
- Berekeningen met het programma SCIA Engineer waren niet geheel succesvol (geometrisch niet-lineaire eindige-elementenmethode). Niettemin blijkt de aldus berekende doorbuiging goed overeen te komen met de doorbuiging volgend uit de vergelijkingen.
- Één formule afleiden voor het moment in de kolom is niet verstandig. Met het oog op gebruiksvriendelijk moeten de vergelijkingen en de numerieke methode geïmplementeerd worden in een computerapplicatie.
- Voor niet-vierkante tentdoeken kan een uitspraak gedaan worden met behulp van inter- en extrapolatie, maar de methode is een “educated guess”.

Bijlage 1. Legenda

De volgende termen moet de lezer zien als meerdere. De eerste index geeft de component aan (**doek** of **kabel**) en de tweede term de richting waarin deze component is gespannen (**x**- of **y**-richting).

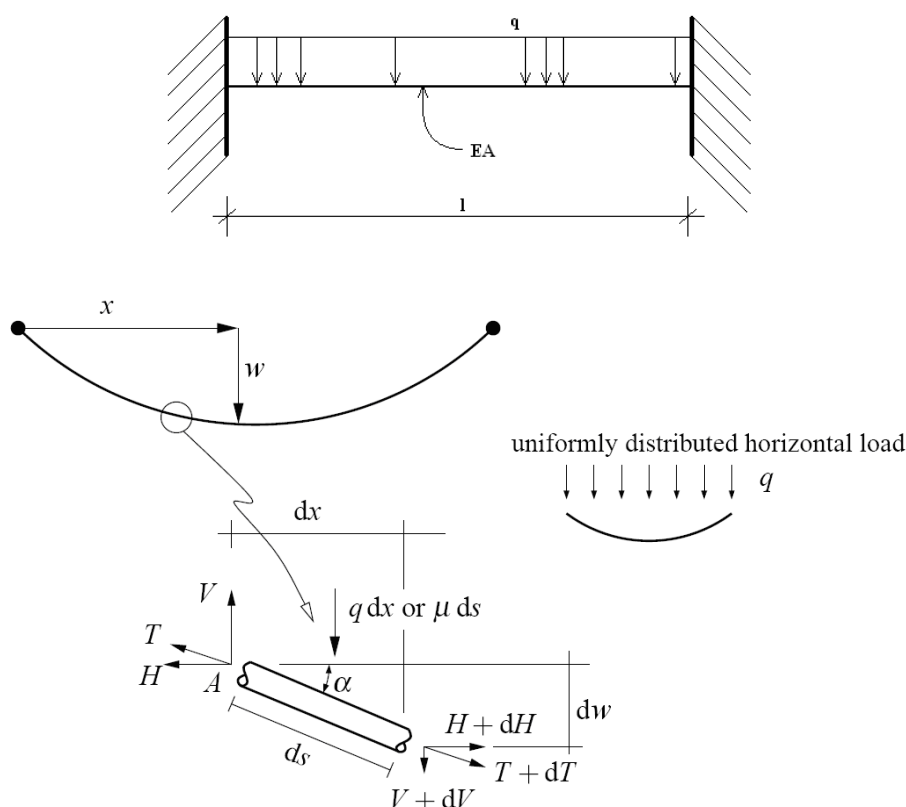
q	= Uniforme belasting op het tentdoek [kN/m ²]
l_x	= Lengte in de x-richting van het zonnescherp [m]
h	= Hoogte van de kolom [m]
EI	= Buigstijfheid van de kolom [kNm ²]
EA_d	= Rekstijfheid van het doek [kN]
F_{pd}	= Voorspankracht in het doek [kN]
H_{dx}	= Horizontale kracht in de doekvezel gespannen in de x-richting [kN]
W_{dx}	= Zakking van de doekvezel gespannen in de x-richting [m]
q_x	= Component van de totaalbelasting q werkend op de x-as op het doek [kN/m/m]
q_y	= Component van de totaalbelasting q werkend op de y-as op het doek [kN/m/m]
q_{kx}	= Belasting van op de kabel gespannen in de x-richting [kN/m]
q_{ky}	= Belasting van op de kabel gespannen in de y-richting [kN/m]
w_{dx}	= Zakking van het element [m]
l_{dx}	= Lengte van het element in vervormde toestand gemeten langs de as [m]
ΔL_{dx}	= Verlenging van het element [m]
ε_{dx}	= Rek van het element [-]
ε_{dxi}	= Initiële rek van het element
$\bar{F}$	= Totale horizontale belasting op de kolom [kN]
V_{dx}	= Verticale component [kN]
$\bar{V}_{kx}$	= Verticale component in globaal assenstelsel van de kabel [kN]
$\bar{u}_{kx}$	= Horizontale component van de zakking [m]
$\bar{w}_{kx}$	= Verticale component van de zakking [m]
u_x	= Verplaatsing van de kolomuiteinden in de richting van het subscriptum [m]
$\hat{u}_{dx}$	= Totale verkorting van het element [m]

Bijlage 2: De initieel rechte kabel

In deze bijlage wordt een formule afgeleid voor de zakking (w) en (H). Er komen hiervoor twee methoden aan te pas. Hiervoor is gekeken naar “Notities over kabels en bogen”, een dictaat onderdeel van de minor Bend & Break en het dictaat van Slender Structures, aangeboden door de studie civiele techniek op de TU Delft. Uiteindelijk wordt het gemodelleerd in het gebruikte softwarepakket SCIA om te bruikbaarheid te valideren. Dit is de standaardaanpak die gevolgd is bij de casus. Op deze wijze kan bewezen worden dat de methode van aanpak voldoet en gebruikt kan worden voor complexere problemen, zoals de casus gegeven door dhr. Caran. De lezer wordt erop gewezen dat hier in principe geen nieuwe informatie te vergaren is. Om die reden wordt hij/zij verwezen naar de gebruikte bronnen, voor de volledigheid ook te vinden in de bronnenlijst aan het einde van deze rapportage.

Bijlage 2.1. De situatie

Kabels kunnen geschematiseerd worden als lijnelementen die een aaneenschakeling van scharnieren voorstellen. Dit houdt in dat een kabel geen momenten kan opnemen. In de initiële situatie kan er dus geen verticaal evenwicht ontstaan, aangezien een kabel geen dwarskracht kan opnemen. De berekeningen zullen uitgevoerd moeten worden in vervormde toestand. Dit resulteert in geometrisch niet-lineaire berekeningen. Als gevolg van dit feit, is af te leiden dat de kabel in vervormde toestand de vorm moet aannemen van een parabolische functie, als de kabel onderhevig is aan een uniforme belasting (oftewel de momentenlijn, als het om een ligger betrof). Hieronder volgt de situatieschets.



Figuur 14: De initieel rechte kabel

Bijlage 2.2. Afleiding voor de zakking

Zoals is te zien in figuur 14 is het volgende van toepassing voor de helling van de kabel in de linkersnede.

$$\tan(\alpha) = \frac{dw}{dx}$$

Bekend is met behulp van de stelling van Pythagoras dat de resultante een grootte heeft van:

$$T = \sqrt{H^2 + V^2} = H \sqrt{1 + \frac{V^2}{H^2}} = H \sqrt{1 + \tan^2(\alpha)}$$

De resultante kracht van de horizontale en verticale kracht is in de richting van de kabel, de zogenaamde trekkracht. Een kabel kan namelijk alleen een kracht afdragen axiaal aan de doorsnede van de kabel. Om die reden moet er dus ook het volgende gelden:

$$\tan(\alpha) = \frac{V}{H} \rightarrow V = H \tan(\alpha) = H \frac{dw}{dx} \quad (a)$$

Uit het verticale evenwicht van het mootje kabel is het volgende af te leiden:

$$-V + q \cdot \Delta x + V + \Delta V = 0$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = -q \quad (b)$$

Er heerst geen horizontale belasting. Het horizontale evenwicht eist om die reden dat de horizontale kracht H in de kabel constant is. Als men (b) vervangt in vergelijking (a), volgt de kabelvergelijking:

$$\frac{dV}{dx} = -q$$

$$\frac{dV}{dx} = H \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$\boxed{H \frac{d^2 w}{dx^2} = -q}$$

De algemene oplossing van deze vergelijking vindt men door twee maal te integreren. Het is ook mogelijk om het probleem op te lossen met behulp van de homogene en particuliere oplossing. Deze vergelijking is echter dermate gemakkelijk dat dit niet hoeft. Het toepassen van de integraties levert de volgende vergelijking:

$$Hw = -\frac{1}{2}qx^2 + C_1x + C_2$$

De randvoorwaarden van het betreffende probleem zijn het volgende:

$$\begin{array}{llll} x = 0; & w(0) = 0; & 0 = C_2; & C_2 = 0; \\ x = l; & w(l) = 0; & 0 = -1/2 \cdot ql^2 + C_1l; & C_1 = 1/2 \cdot ql; \end{array}$$

Met deze oplossing voor de constanten wordt de oplossing gevonden voor de zakking van de kabel:

$$Hw = \frac{1}{2}qx(l-x) \Rightarrow w = \frac{q}{2H}x(l-x)$$

De verticale component van de trekkracht is vervolgens ook in de kabel te beschrijven door de vergelijking te vermenigvuldigen met H en vervolgens deze eenmaal te differentiëren of door het verticale evenwicht:

$$V = q\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

Dit houdt in dat de zakking in het midden van de kabel, ook wel de ‘pijl’ f genoemd, een grootte heeft van:

$$w = f = \frac{ql^2}{8H}$$

Bijlage 2.3. Afleiding voor de horizontale kracht

Er rest één onbekende om de zakking te bepalen, namelijk H . De belasting q is van te voren al bekend. Deze horizontale component H kan bepaald worden op twee manieren:

- Door middel van de bekende lengte van de kabel
- Door middel van de spankracht die op het kabelsysteem werkt.

De overspanning van de kabel is bekend verondersteld. In het voorbeeld van dhr. Caran zijn de lengtes 10 [m] bij 16 [m]. Echter overspant de kabel van 10 [m] een afstand van 10 [m] en idem voor de andere richting. Er is geen sprake van overlengte. Er is ook geen spankracht op het systeem die ervoor zorgt dat de trekkracht in de kabel constant is.

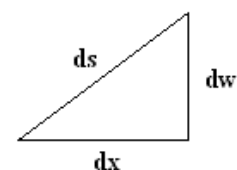
De kabel heeft echter wel een rekstijfheid EA . Hierdoor zal de kabel verlengen onder de gegeven belasting en wordt er dus een overlengte gecreëerd. Er geldt dat de trekkracht T gelijk is aan de rekstijfheid van de kabel maal diens rek. Halverwege de kabel is de trekkracht horizontaal gericht en heerst er in het midden van de kabel een kracht $T=H$ van:

$$H = EA\varepsilon$$

De onbekende die nu bepaald moet worden is ε , de verhouding tussen de lengte en de verlenging van de kabel.

In vervormde toestand is een mootje ‘ ds ’ van de kabel:

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dw)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} dx = \sqrt{1 + w'^2} dx$$



Figuur 15: Mootje van de kabel

Gebruikmakend van de vergelijking voor de zakking van de kabel volgen de volgende formules:

$$w = W \cdot 4 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$w' = W \cdot 4 \left(\frac{1}{l} - 2 \frac{x}{l^2}\right)$$

$$w'' = -8 \frac{W}{l^2}$$

Hieruit moet uiteindelijk volgen dat W gelijk is aan f .

De verlenging die de kabel ondergaat is als volgt:

$$\Delta l = \int_{x=0}^l ds - l = \int_{x=0}^l \sqrt{1 + w'^2} dx - l = \int_{x=0}^l (\sqrt{1 + w'^2} - 1) dx$$

Met behulp van een Taylorontwikkeling:

$$\sqrt{1 + w'^2} - 1 \approx \frac{1}{2} w'^2$$

Invullen levert:

$$\Delta l \approx \frac{8}{3} \frac{W^2}{l}$$

De bijbehorende verlenging is:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{8}{3} \frac{W^2}{l^2}$$

Met de constitutieve relatie en de evenwichtsvergelijking (differentiaalvergelijking van de kabel) is de trekkracht in de kabel en de zakking in het midden van de kabel te bepalen:

$$H = EA\varepsilon = \frac{8}{3} EA \frac{W^2}{l^2} \qquad q = -Hw'' = H \cdot 8 \frac{W}{l^2}$$

Hier bevinden zich twee vergelijkingen met twee onbekenden, namelijk H en W . Herschrijven van deze formules levert het gewenste antwoord met behulp van substitutie.

$$W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{ql^4}{EA}}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} EAq^2 l^2}$$

Stel dat men de volgende waarden aanneemt:

$$q = 10[kN / m];$$

$$l = 10[m];$$

$$EA = 100[kN];$$

Dan volgt uit de gevonden formule:

$$W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{ql^4}{EA}} = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{10 \cdot 10^4}{100}} = 3,61[m]$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} EAq^2l^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{24} \cdot 100 \cdot 10^2 \cdot 10^2} = 34,67[kN]$$

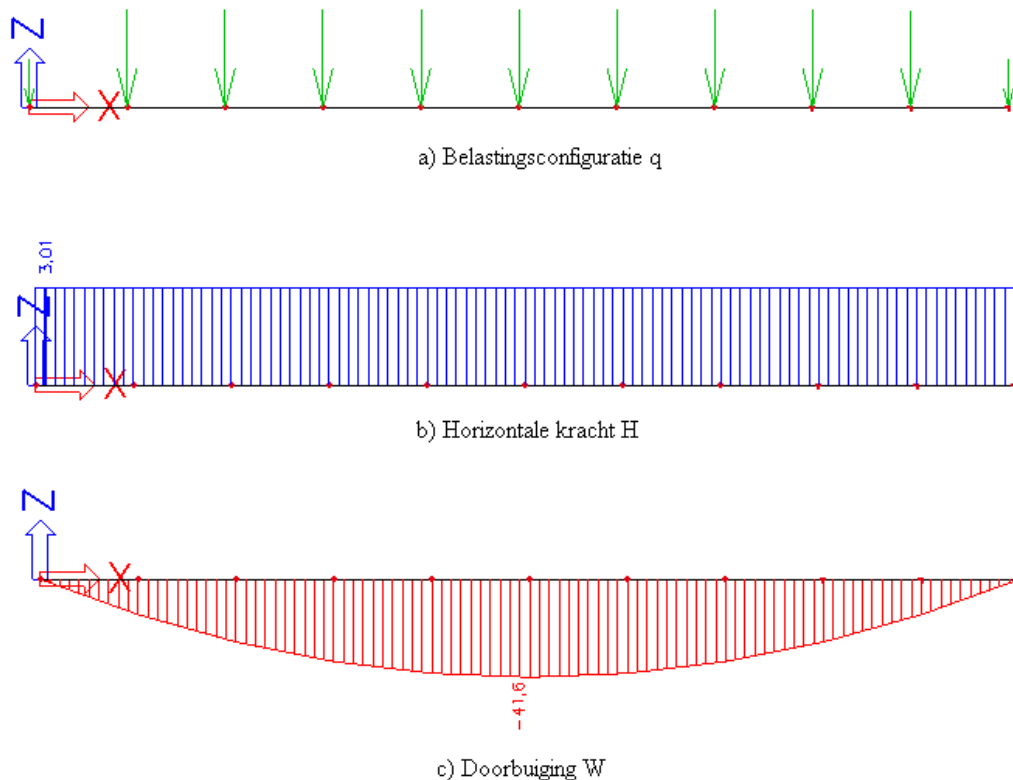
De al bepaalde formule voor de pijl van de parabool f geeft:

$$f = \frac{ql^2}{8H} = \frac{10 \cdot 10^2}{8 \cdot 34,67} = 3,61[m]$$

Hieruit blijkt dat f gelijk is aan W en dat de gevonden formule voor H in deze situatie als kloppend kan worden beschouwd.

Bijlage 2.4. Modelling in softwarepakket

De kabel kan gemodelleerd worden met behulp van SCIA. Er is gebruik gemaakt van een overspanning van $l = 10$ [m], een belasting van $q = 0,01$ [kN/m], een kabeldiameter van $d = 20$ [mm] en een elasticiteitsmodulus van $E = 2,1 \cdot 10^5$ [N/mm²]. Hieronder is het resultaat van SCIA te bezichtigen.



Figuur 16: Initieel rechte kabel in SCIA

SCIA levert dus de volgende waarden:

$$H = 3,01[kN]$$

$$W = 41,6[mm]$$

Met dezelfde waarden die gebruikt zijn voor SCIA kan ook het antwoord verkregen worden aan de hand van het analytische antwoord.

$$W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{ql^4}{EA}} = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \cdot \frac{0,01 \cdot 10^4}{65973,45}} = 41,4[mm]$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} EA q^2 l^2} = \sqrt[3]{\frac{1}{24} \cdot 65973,45 \cdot 0,01^2 \cdot 10^2} = 3,02[kN]$$

De antwoorden komen overeen. Het lichte verschil valt te wijten aan het gebruik van een Taylorontwikkeling in de analytische afleiding. Dit is een benadering, waardoor de exacte waarden niet gegenereerd zullen worden. In SCIA is gebruik gemaakt van de Newton-Raphson methode. Deze methode wordt verderop ook gebruikt.

Bijlage 2.5. Evaluatie

De analytische bepaling van de zakking die volgt bij het bepalen van de kracht H komt overeen met de pijl f van een soortgelijke situatie. De methode van afleiden is dus correct. Om H te controleren is gebruik gemaakt van SCIA. Aangezien SCIA ook dezelfde zakking W bepaald als de analytische formules, moet de bepaalde horizontale kracht H ook correct bepaald moeten zijn. Zowel SCIA als het analytische model komen ook overeen voor de bepaling van de horizontale kracht H in de kabel.

Op deze wijze is bewezen dat de gekozen methode correcte uitkomsten levert. Voor complexere modellen moeten meerdere variabelen toegevoegd worden, maar de basis blijft hetzelfde. Voortkomende incorrectheden zullen te wijten zijn aan aannamen en beperkingen.

Bijlage 3. Analyse invloeden EA en EI

In deze bijlage is er een analyse gedaan op de invloeden EA (rekstijfheid) en EI (buigstijfheid). Hiervoor is er eerst gekeken naar een kabel met eindige rekstijfheid, gecombineerd met vaste opleggingen. Vervolgens is er een kabel bekeken met oneindige rekstijfheid, gecombineerd met oplegging die een horizontale stijfheid hebben (voortkomend uit de buigstijfheid van de kolommen van de casus). En als laatste een kabel met zowel eindige rekstijfheid als de horizontale stijfheid in de opleggingen.

Bijlage 3.1. Eerste model: EA en $EI \rightarrow \infty$

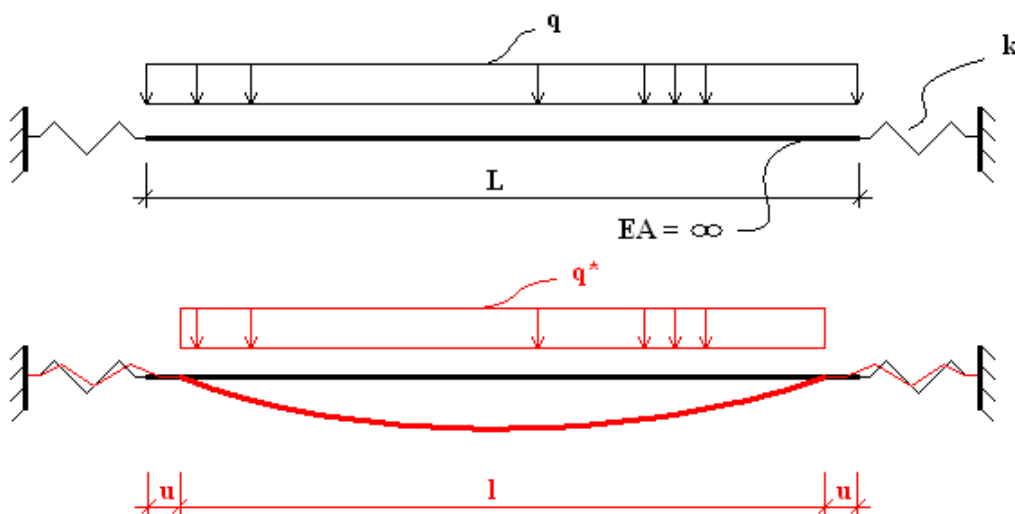
Het eerste model is afgeleid in voorgaande bijlage, namelijk “Bijlage 2: De initieel rechte kabel”. Hiervoor zijn al formules gevonden en heeft er controle plaatsgevonden met het softwarepakket SCIA. Hieronder zijn de formules voor de zakking en de horizontale kracht in de kabel nogmaals te vinden:

$$W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{ql^4}{EA}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot H}$$

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} EA q^2 l^2}$$

Bijlage 3.2. Tweede model: $EA \rightarrow \infty$ en EI

In de afbeelding hieronder wordt de situatie geschetst voor het tweede model. Er wordt gebruik gemaakt van q en q^* . Deze belastingen zijn niet hetzelfde. q^* is groter dan q , maar voor nu worden deze twee hetzelfde gehouden. Er wordt dus vanuit gegaan dat het verschil verwaarloosbaar klein is. In figuur 17 is de situatie weergegeven met in rood de vervormde toestand.



Figuur 17: Tweede model kabel

De zakking in vervormde toestand wordt gegeven door dezelfde parabolische formule als voor het eerste model.

$$w = W \cdot 4 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$w' = W \cdot 4 \left(\frac{1}{l} - 2 \frac{x}{l^2}\right)$$

$$w'' = -8 \frac{W}{l^2}$$

Het verloop van de kabel kan ook nog steeds worden beschreven met:

$$ds = \sqrt{(dx)^2 + (dw)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2} dx = \sqrt{1 + w'^2} dx$$

De kabel ondergaat nu geen verlenging door de oneindige rekstijfheid. De booglengte van de kabel moet dus even groot zijn als de oorspronkelijke rechte lengte van de kabel vóór vervorming.

$$L = \int_{x=0}^l ds = \int_{x=0}^l \sqrt{1 + w'^2} dx$$

Met behulp van een Taylorontwikkeling:

$$\sqrt{1 + w'^2} \approx 1 + \frac{1}{2} w'^2$$

Invullen levert:

$$L \approx l + \frac{8 W^2}{3 l} = L - 2u + \frac{8 W^2}{3 L - 2u}$$

Met behulp van de volgende formules:

$$\boxed{W = \frac{q^* \cdot l^2}{8H}}; \quad u = \frac{F}{k} = \frac{Fl^3}{3EI} = \frac{H \cdot h_{kolom}^3}{3EI_{kolom}};$$

Kan het resultaat gevonden worden na substitutie:

$$L \approx L - \frac{2 H h^3}{3 EI} + \frac{1}{24} \frac{q^2 \left(L - \frac{2 H h^3}{3 EI} \right)^3}{H^2}$$

Alleen H is de onbekende in deze vergelijking en is hieruit op te lossen. Na herschrijven van de formule volgt er een uitdrukking voor deze onbekende variabele:

$$\boxed{H = \frac{3 \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{EI \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{q^2 \cdot EI}}{q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{q^2 \cdot EI \cdot h^2 \cdot \sqrt[3]{4^2}}{(q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2) \cdot \sqrt[3]{q^2 \cdot EI}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2 \cdot h^4}{q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2} \right) \cdot EI \cdot L}{h}}$$

Bijlage 3.3. Derde model: EA en EI

Deze afleiding is reeds gemaakt in het eerste hoofdstuk. Het resulteert in een erg lange formule, die hieronder te vinden is.

$$\left\{ H = 3 \left(\frac{3}{4} \left(4^{1/3} \left(EA EI^2 q^2 \left(-3 EA q^2 h^9 EI L - 2 EA^2 q^2 h^{12} \right. \right. \right. \right. \right. \right. \\ + 243 EI^4 L^2 + 324 EI^3 L h^3 EA + 108 EI^2 h^6 EA^2 \\ + 81 \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EI^3 L \\ + 54 \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EI^2 h^3 EA \\ + \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EA q^2 h^9 \Big)^{1/3} \Big) / \left(81 EI^3 L \right. \\ + 54 EI^2 h^3 EA + EA q^2 h^9 \Big) - \frac{9}{4} \left(EA q^2 h^3 EI^2 (3 L EI \right. \\ + 2 h^3 EA) 4^{2/3} \Big) / \left((81 EI^3 L + 54 EI^2 h^3 EA \right. \\ + EA q^2 h^9) \left(EA EI^2 q^2 \left(-3 EA q^2 h^9 EI L - 2 EA^2 q^2 h^{12} \right. \right. \\ + 243 EI^4 L^2 + 324 EI^3 L h^3 EA + 108 EI^2 h^6 EA^2 \\ + 81 \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EI^3 L \\ + 54 \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EI^2 h^3 EA \\ + \sqrt{(3 L EI + 2 h^3 EA)^2} EA q^2 h^9 \Big)^{1/3} \Big) \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{EA q^2 h^6}{81 EI^3 L + 54 EI^2 h^3 EA + EA q^2 h^9} \right) EI L \Big\},$$

Voor de zakking geldt nog altijd:

$$W = \frac{q \cdot l^2}{8H}$$

Bijlage 3.4. Verschil in invloed

Als realistische waarden worden de volgende situaties aangehouden:

- De staalkolommen betreffen vierkante kokerprofielen van $100 \times 100 \times 5$ [mm]
- De diameter van een staalkabel bedraagt 10 [mm]
- De elasticiteitsmodulus van de staalkolommen bedraagt $2,1 \cdot 10^5$ [N/mm²]
- De elasticiteitsmodulus van de staalkabel bedraagt $2,0 \cdot 10^5$ [N/mm²]
- De overspanning van de staalkabel bedraagt 10 [m]
- Het doek wordt op 5 [m] hoogte gehouden
- Er werkt een belasting van 0,5 [N/mm] op de staalkabel

Uit deze gegevens kunnen de momenten bepaald worden. Aangezien voor beide situaties de hoogte van de kolommen hetzelfde zijn, is het voldoende om de horizontale krachten met elkaar te vergelijken.

Bijlage 3.4.1. Horizontale kracht van het eerste model

De afgeleide formule voor het eerste model is hieronder te vinden:

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} EA q^2 l^2} \quad W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{q l^4}{EA}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot H}$$

Het oppervlak van de staalkabel bedraagt 78,6 [mm²]. De elasticiteitsmodulus is gegeven, wat resulteert in een rekstijfheid van $15,7 \cdot 10^6$ [N]. Na invulling van de overige gegevens verkrijgt men een horizontale belasting van:

$$H = \sqrt[3]{\frac{1}{24} \cdot 15,7 \cdot 10^6 \cdot 0,5^2 \cdot 10000^2} = 25,4 \cdot 10^3 [N] = 25,4 [kN]$$

en een zakking van:

$$W = \sqrt[3]{\frac{3}{64} \frac{0,5 \cdot 10000^4}{15,7 \cdot 10^6}} = \frac{0,5 \cdot 10000^2}{8 \cdot 25400} = 246 [mm]$$

Bijlage 3.4.2. Horizontale kracht van het tweede model

De afgeleide formule voor het tweede model is hieronder te vinden:

$$H = \frac{3 \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{EI \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{q^2 \cdot EI}}{q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{q^2 \cdot EI \cdot h^2 \cdot \sqrt[3]{4^2}}{(q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2) \cdot \sqrt[3]{q^2 \cdot EI}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2 \cdot h^4}{q^2 \cdot h^6 + 54 \cdot EI^2} \right) \cdot EI \cdot L}{h}$$

Het traagheidsmoment van de stalen kolom bedraagt $28,7 \cdot 10^5$ [mm⁴]. De elasticiteitsmodulus is gegeven, wat resulteert in een buigstijfheid van $60,2 \cdot 10^{10}$ [Nmm²]. Na invulling van de overige gegevens verkrijgt men een horizontale belasting van:

$$H = \frac{3 \cdot \left(\frac{9}{2} \cdot \frac{60,2 \cdot 10^{10} \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{0,5^2 \cdot 60,2 \cdot 10^{10}}}{0,5^2 \cdot 5000^6 + 54 \cdot (60,2 \cdot 10^{10})^2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{0,5^2 \cdot 60,2 \cdot 10^{10} \cdot 5000^2 \cdot \sqrt[3]{4^2}}{(0,5^2 \cdot 5000^6 + 54 \cdot (60,2 \cdot 10^{10})^2) \cdot \sqrt[3]{0,5^2 \cdot 60,2 \cdot 10^{10}}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,5^2 \cdot 5000^4}{0,5^2 \cdot 5000^6 + 54 \cdot (60,2 \cdot 10^{10})^2} \right) \cdot 60,2 \cdot 10^{10} \cdot 10000}{5000}$$

$$H = 3988,7[N] = 4,0[kN]$$

en een zakking van:

$$W = \frac{q \cdot \left(L - 2 \cdot \frac{H \cdot h^3}{3 \cdot EI} \right)}{8 \cdot H} = 1399[mm]$$

Bijlage 3.4.3. Horizontale kracht van het derde model

Invullen van de grote eerder genoemde formule voor de horizontale kracht levert de volgende waarde:

$$H = 3,98[kN]$$

en een zakking gelijk aan:

$$W = \frac{q \cdot \left(L - 2 \cdot \frac{H \cdot h^3}{3 \cdot EI} \right)}{8 \cdot H} = 1401[mm]$$

Bijlage 3.5. Conclusie

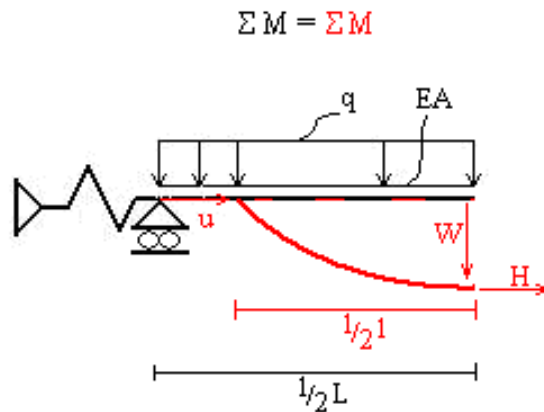
Alvorens een conclusie te trekken wordt de juistheid van de afgeleide formules gecontroleerd. De vergelijkingen worden onderling met elkaar vergeleken. Het eerste model komt overeen met de literatuur en is ook gecontroleerd met SCIA. Dit is terug te vinden in “Bijlage 2: De initieel rechte kabel”.

Als men in het derde model een erg grote buigstijfheid aanneemt ($EI \rightarrow \infty$), verkrijgt men dezelfde situatie als in het eerste model. Er zijn dan vaste opleggingen gerealiseerd. Dit genereert de volgende waarden voor de zakking en de horizontale kracht:

$$H = 25,4[kN] \quad W = 246[mm]$$

Deze komen overeen met het eerste model. Het eerste model is juist, aangezien het overeenkomt met de literatuur en gecontroleerd is met SCIA. Het resultaat van het derde model levert dus ook goede waarden op.

Als men echter het derde model invoert in SCIA, verkrijgt men afwijkende waarden, namelijk $H = 3,75 [kN]$ in plaats van $H = 4,0 [kN]$. Als men het evenwicht bekijkt van de halve kabel (figuur 12) blijken de waarden uit SCIA op een momentwaarde uit te komen. Het analytische model niet. Dit valt te wijten aan de belastingsconfiguratie die SCIA aanhoudt tijdens het berekenen. SCIA rekent in stapjes en bij elke stap verkort de lengte van de kabel langs de x-as. Hierdoor laat SCIA steeds een beetje belasting achterwege, resulterend in een lagere totale belasting op het vervormde model (te zien aan de verticale oplegreacties). Hierdoor zijn de uitkomsten lager. Qua orde grootte komen beide berekening dus wel overeen.



Figuur 18: Momentenevenwicht

Als men in de formule van het derde model een erg grote rekstijfheid aanneemt ($EA \rightarrow \infty$) voor de kabel, verkrijgt men dezelfde situatie als in het tweede model. De kabel heeft dan een oneindige rekstijfheid. Dit genereert de volgende waarden voor de zakking en de horizontale kracht:

$$H = 4,0[kN] \quad W = 1399[mm]$$

Deze waarden komen overeen met het tweede model. Het derde model is juist, aangezien het, na vergelijking met het eerste model, correct blijkt te zijn. Om die reden is ook het tweede model juist. Dit model is niet te controleren met SCIA, aangezien het invoeren van een naar oneindig gaande waarde voor de rekstijfheid problemen levert tijdens de berekeningen.

Het blijkt dat het tweede en derde model bijna dezelfde waarden genereren. Dit houdt in dat de rekstijfheid van de kabel weinig invloed heeft op de resultaten en dat het voornamelijk wordt bepaald door het uitwijken van de kolommen. De buigstijfheid van de kolommen zullen bepalend zijn voor de spanningen die heersen in de kabel in deze casus, aangezien het hier om slappe kolommen betreft. Bij stijvere kolommen zou het kunnen dat de kabels steeds meer invloed uitoefenen op het resultaat. Dit moet echter bekeken worden.

Bijlage 4. Maple-sheet en Matlab-script

In deze bijlage wordt de Maple-sheet getoond waarin tien vergelijkingen worden gegenereerd, die benodigd zijn ter invoer van de Newton-Raphson methode. De Newton-Raphson methode zelf wordt vervolgens gerund in het Matlab-script.

Bijlage 4.1. Maple-sheet

```
> restart;
> q := q : lx := lx : ly := ly : h := h : EI := EI :
  EAd := EAd : EAKx := EAKx : EAKy := EAKy :
  Fpd := Fpd : Fpkx := Fpkx : Fpky := Fpky :

>
  Ldx := lx : ldx := Ldx - 2·ux - 2·cos(arctan(Vdx/Hdx))·Wky :
  Ldy := ly : ldy := Ldy - 2·uy - 2·cos(arctan(Vdy/Hdy))·Wkx :
  Lkx := lx : lkx := Lkx - 2·ux :
  Lky := ly : lky := Lky - 2·uy :
  ux := (Hkx + cos(arctan(Vdx/Hdx))·Vky)·h³ / (3·EI) :
  uy := (Hky + cos(arctan(Vdy/Hdy))·Vkx)·h³ / (3·EI) :
  qkx := sqrt((Hdy)² + (Vdy)²) :
  qky := sqrt((Hdx)² + (Vdx)²) :
  Vdx := qx·Ldx / 2 :
  Vdy := qy·Ldy / 2 :
  Vkx := qkx·Lkx / 2 :
  Vky := qky·Lky / 2 :

> eq9 := q = qx + qy : eq10 := Wdx = Wdy :
```

Tentdoek in de x-richting

$$\begin{aligned} > w_{dx} &:= \sin\left(\arctan\left(\frac{V_{dx}}{H_{dx}}\right)\right) \cdot W_{ky} + W_{dx} \cdot 4 \cdot \frac{x}{l_{dx}} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{dx}}\right) : \\ \varpi_{dx} &:= \text{diff}(w_{dx}, x) : \\ \Omega_{dx} &:= \text{diff}(w_{dx}, x\$2) : \end{aligned}$$

$$> ds_{dx} := 1 + \frac{1}{2} \cdot \varpi_{dx}^2 :$$

$$> \Delta L_{dx} := \int_0^{l_{dx}} ds_{dx} \, dx - L_{dx} :$$

$$> \varepsilon_{dx} := \frac{\Delta L_{dx}}{L_{dx}} + \frac{F_{pd}}{E A_{d}} :$$

$$> \boxed{eq1 := H_{dx} = E A_{d} \cdot \varepsilon_{dx} : eq2 := q_x = -H_{dx} \cdot \Omega_{dx} :}$$

Tentdoek in de y-richting

$$\begin{aligned} > w_{dy} &:= \sin\left(\arctan\left(\frac{V_{dy}}{H_{dy}}\right)\right) \cdot W_{kx} + W_{dy} \cdot 4 \cdot \frac{y}{l_{dy}} \cdot \left(1 - \frac{y}{l_{dy}}\right) : \\ \varpi_{dy} &:= \text{diff}(w_{dy}, y) : \\ \Omega_{dy} &:= \text{diff}(w_{dy}, y\$2) : \end{aligned}$$

$$> ds_{dy} := 1 + \frac{1}{2} \cdot \varpi_{dy}^2 :$$

$$> \Delta L_{dy} := \int_0^{l_{dy}} ds_{dy} \, dy - L_{dy} :$$

$$> \varepsilon_{dy} := \frac{\Delta L_{dy}}{L_{dy}} + \frac{F_{pd}}{E A_{d}} :$$

$$> \boxed{eq5 := H_{dy} = E A_{d} \cdot \varepsilon_{dy} : eq6 := q_y = -H_{dy} \cdot \Omega_{dy} :}$$

Kabel in de x-richting (diagonale doorbuiging)

$$\begin{aligned} > w_{kx} &:= W_{kx} \cdot 4 \cdot \frac{x}{l_{kx}} \cdot \left(1 - \frac{x}{l_{kx}}\right) : \\ \varpi_{kx} &:= \text{diff}(w_{kx}, x) : \\ \Omega_{kx} &:= \text{diff}(w_{kx}, x\$2) : \end{aligned}$$

$$> ds_{kx} := 1 + \frac{1}{2} \cdot \varpi_{kx}^2 :$$

$$> \Delta L_{kx} := \int_0^{l_{kx}} ds_{kx} \, dx - L_{kx} :$$

$$> \varepsilon_{kx} := \frac{\Delta L_{kx}}{L_{kx}} + \frac{F_{pkx}}{E A_{kx}} :$$

$$> \boxed{eq7 := H_{kx} = E A_{kx} \cdot \varepsilon_{kx} : eq8 := q_{kx} = -H_{kx} \cdot \Omega_{kx} :}$$

Kabel in de y-richting (diagonale doorbuiging)

$$\begin{aligned} > w_{ky} &:= W_{ky} \cdot 4 \cdot \frac{y}{l_{ky}} \cdot \left(1 - \frac{y}{l_{ky}}\right) : \\ \varpi_{ky} &:= \text{diff}(w_{ky}, y) : \\ \Omega_{ky} &:= \text{diff}(w_{ky}, y\$2) : \end{aligned}$$

$$> ds_{ky} := 1 + \frac{1}{2} \cdot \varpi_{ky}^2 :$$

$$> \Delta L_{ky} := \int_0^{l_{ky}} ds_{ky} \, dy - L_{ky} :$$

$$> \varepsilon_{ky} := \frac{\Delta L_{ky}}{L_{ky}} + \frac{F_{pky}}{E A_{ky}} :$$

> $eq3 := Hky = Eky \cdot \epsilon ky : eq4 := qky = -Hky \cdot \Omega ky :$

Bijlage 4.2. Matlab-script

Het script hieronder is een verkorte weergave. In de 'loop' gaat de vorming van de Jacobian verder tot J10. Verder moest achter elke invoer voor de Jacobiaan diens variabelen bijgegeven worden, aangezien het om 'functionfiles' betrof. Dus in plaats van f2Hdx hoort er f2Hdx(q, lx, ly, h, EAd, EAkx, Eaky, EI, Fpd, Fpkx, Fpky, Hdx, Wdx, Hky, Wky, Hdy, Wdy, Hkx, Wkx, qx, qy) te staan. Alle input en output zijn in [kN] en [m].

```
clear all;close all;clc;                                %Schone lei genereren.
N=1000;                                                  %Aantal iteraties.

%Invoervariabelen
q = 0.5; lx = 10; ly= 10; h = 5;
EI = 1033.2; EAd = 16493.36143;
EAkx = 16493.36143; Eaky = 16493.36143;
Fpd = 1; Fpkx =1; Fpky = 1;

%Startwaarden
Hdx = 0.7;
Wdx = 2.5;
Hky = 8.0;
Wky = 1.5;
Hdy = 0.7;
Wdy = 2.5;
Hkx = 8.0;
Wkx = 1.5;
qx = 0.25;
qy = 0.25;

%Vorming Xn-1 van de Newton-Raphson methode
H=[Hdx Wdx Hky Wky Hdy Wdy Hkx Wkx qx qy]';

%Berekening
for i=1:N
    F=[f1 f2 f3 f4 f5 f6 f7 f8 f9 f10]';
    J1=[f1Hdx f1Wdx f1Hky f1Wky f1Hdy f1Wdy f1Hkx f1Wkx f1qx
        f1qy];
    J2=[f2Hdx f2Wdx f2Hky f2Wky f2Hdy f2Wdy f2Hkx f2Wkx f2qx
        f2qy];
    J3=[f3Hdx f3Wdx f3Hky f3Wky f3Hdy f3Wdy f3Hkx f3Wkx f3qx
        f3qy];
    J4=[f4Hdx f4Wdx f4Hky f4Wky f4Hdy f4Wdy f4Hkx f4Wkx f4qx
        f4qy];
    etc...

    J=[J1;J2;J3;J4;J5;J6;J7;J8;J9;J10];

    H(:,i+1)=H(:,i)-(J^-1)*(F);
    Hdx=H(1,i+1);Wdx=H(2,i+1);Hky=H(3,i+1);Wky=H(4,i+1);
    Hdy=H(5,i+1);Wdy=H(6,i+1);Hkx=H(7,i+1);Wkx=H(8,i+1);
    qx=H(9,i+1);qy=H(10,i+1);
end
```

```

%Resultaten
Functiewaarden=F                                     %Controle op convergentie.
Antwoord=H(:,N+1);

Hdx=H(1,N+1)
Hdy=H(5,N+1)
Hkx=H(7,N+1)
Hky=H(3,N+1)
Wdx=H(2,N+1)
Wdy=H(6,N+1)
Wkx=H(8,N+1)
Wky=H(4,N+1)
qx=H(9,N+1)
qy=H(10,N+1)

Vdx=1/2*qx*lx;
Vdy=1/2*qy*ly;
qkx=sqrt(Hdy^2+Vdy^2);
qky=sqrt(Hdx^2+Vdx^2);
Vkx=1/2*qkx*lx;
Vky=1/2*qky*ly;

Wd=H(2,N+1)+sin(atan(Vdx/Hdx))*Wky   %Wdx en Wdy moeten gelijk zijn,
Wd=H(6,N+1)+sin(atan(Vdy/Hdy))*Wkx   %namelijk Wd!

M=sqrt((Hkx+cos(atan(Vdx/Hdx))*Vky)^2
      +(Hky+cos(atan(Vdy/Hdy))*Vkx)^2)*h

%Controle
N=sin(atan(Vdx/Hdx))*Vky
  +sin(atan(Vdy/Hdy))*Vkx
q=N*4/(lx*ly)

%Resultaat correct indien F
%convergeert en er verticaal
%evenwicht heerst met N en q.

```

Bijlage 5. Bronnenlijst

Literatuur:

Ir Welleman, J. W. (2010). *Notities over kabels en bogen*. TU Delft.

Dr ir Simone, A. (2010). *An Introduction to the Analysis of Slender Structures*. TU Delft.

Software:

Maple 13	www.maplesoft.com
MatlabR2008b	www.mathworks.nl
SCIA Engineer 2010.0	www.scia-online.com
Microsoft Excel 2007	office.microsoft.com

Persoonlijke bronnen:

Dr. ir. Hoogenboom, P. C. J. (2011)

Ir. Vries, P. A. de. (2011)

Appendices. Zelfevaluatie

Als onderdeel van de opdracht moet de student een zelfevaluatie presenteren. Om die reden is er in deze Appendix de besprekingsverslagen te vinden als ook een reflectie op het verlopen proces en het bereikte leereffect.

Appendix A. Besprekingsverslagen

Volgens de BSc-Eindwerk handleiding moest er iedere week een kort moment van begeleiding plaatsvinden. Besprekingsverslagen van geplande besprekingen, zoals de tussenpeiling, zijn hieronder te vinden. Niet van elke week is er een besprekingsverslag, aangezien het niet nodig werd geacht om een bijeenkomst te plannen. Dit betekent niet dat de begeleider en student elkaar niet hebben gezien. Missende weken betreffen sporadische gesprekken van korte duur die voornamelijk casus gericht waren.

Bespreking startnotitie

(week 1)	21 april 2011 10:30 – 10:45
Aanwezig:	dhr. De Vries
	dhr. Hoogenboom
	stud. J. Kraus

De startnotitie is door de begeleiders doorgenomen. Daarbij is nogmaals vastgelegd waar men het over heeft, opdat dhr. de Vries (tweede begeleider) volledig is ingelicht over de gang van zaken.

Dhr. de Vries: “Waarom staat het politechnisch zakboekje vermeld in de startnotitie?”
Reactie: In het politechnisch zakboekje staan “vergeet-me-nietjes” voor bepaalde situaties. Het kan een hulpmiddel zijn voor deze probleemstelling, aangezien de achterliggende gedachte van de afleiding van dat betreffende “vergeet-me-nietje” gevonden kan worden. Deze kan vervolgens toegepast worden om de eigen specifieke situatie op te lossen.

Het voorgestelde te gebruiken softwareprogramma is ter discussie gesteld (EASY). Het is een zwaar programma, waar de student nog niet mee bekend is. Dhr. de Vries stelde voor om gebruik te maken van het programma SCIA-Engineer. Met dit programma heeft de student kennis kunnen maken in zijn minor. Als SCIA niet de gewenste modellering kan bewerkstelligen, dan zal men weer overleggen over mogelijke alternatieven. Het doek kan hierin gemodelleerd worden als staafjes in een rooster. Op elk knooppunt werkt een puntlast geplaatst. Al met al zou dit een gelijkmatig verdeelde belasting kunnen benaderen.

Het idee om te inventariseren naar de membraananalogie voor dit probleem is nu, naast dhr. Hoogenboom, ook bekend bij dhr. de Vries. Hiermee neemt men aan dat er een Laplace-vergelijking schuilt achter het geheel. Er is nauwelijks hierop ingegaan.

Er is vastgesteld dat de student niet hoeft te kijken naar de dynamische verschijnselen die zouden kunnen plaatsvinden. Bij een overschot aan tijd zou de student hier nog eventueel naar kunnen kijken.

De bespreking is beëindigd onder de vermelding dat de student daadwerkelijk mag starten. Het resultaat is dus positief.

Deze bespreking bestaat uit twee delen:

Het eerste deel beschrijft de gedane activiteiten die de student laatst heeft uitgevoerd. Hieruit volgen de problemen en de moeilijkheden waar de student op is gestuit. Deze zijn kenbaar gemaakt aan de begeleider.

In het tweede deel van de bespreking zijn de koppen bij elkaar gestoken en is gepraat over de opdracht. In dit deel worden de bruikbare uitkomsten geplaatst.

Eerste deel:

De student heeft te kennen gegeven zich te hebben verdiept in het probleem. De probleemstelling is moeilijk op te delen, aangezien elk deel invloed heeft op het gedrag van het andere deel. Hierdoor is het geheel moeilijk te overzien, wat de student heeft gemerkt in de afgelopen week. Er is tijd uitgetrokken om aannames te nemen ter simplificatie van het probleem. Het is de bedoeling dat deze aannames later herzien worden. Hierdoor was er weinig presenteerbaar materiaal, ondanks dat de student begonnen is.

Daarnaast heeft de student een afleiding doorgenomen voor een initieel rechte kabel belast met een uniform verdeelde belasting. Dit werd gedaan om begrip op te bouwen en gevoel te creëren voor de wijze van denken. In de afleiding meende de student een incorrectheid te treffen die nog besproken moet worden met dhr. Hoogenboom, de verstrekker van de afleiding.

Tweede deel:

Het doek kan benaderd worden als een kabelnet. Wegens de grote mazen in het doek is dit een goed model. Als men de randen van het doek vast legt, kan men in SCIA controleren in hoeverre de afleiding voor een initieel rechte kabel correct is.

Het doek staat onder opgespannen, dus er heerst een zekere mate van voorspanning in het membraan.

Als aanname kan genomen worden dat er kracht wordt overgedragen op de omliggende kabels van ≈ 1 [kN/m].

Het doek is vastgemaakt aan de kabels. Dit kan gemodelleerd worden als een kabel opgespannen tussen twee opleggingen, waarbij de opleggingen veren zijn die afhankelijk zijn van de rekstijfheid van de kabel.

De kabels zijn vast gemaakt aan de staalkolommen. Dit kan gemodelleerd worden als een kabel opgespannen tussen twee opleggingen, waarbij de opleggingen veren zijn die afhankelijk zijn van de buigstijfheid van de staalkolommen.

Gekeken moet worden twee situaties, namelijk de situatie waarin de kabel een eindige rekstijfheid heeft en de staalkolommen een oneindige buigstijfheid en vice versa. Hiermee kan uitgemaakt worden wat de grootste invloed heeft. Dit kan resulteren in een q-EI-grafiek, waarin EA wordt uitgezet. Hiermee kan de ontwerpen niet alleen ervoor kiezen om kolommen te dimensioneren, maar ook de kabels.

Uiteindelijk moet er ook gekeken worden naar de sterkte-eis van de kabel en de kolommen naast de stijfheids-eis. Er wordt aangenomen dat het tentdoek voldoet aan de sterkte-eis. Dit is echter niet van toepassing tijdens het oplossen van het gevraagde probleemstuk, maar wel handig voor de ontwerper.

In de vorige bespreking is de membraananalogie in de conversatie gebracht. Deze is nu opzij geschoven. De student dient voor nu zich er niet mee bezig te houden.

De bespreking wordt beëindigd onder de vermelding dat de student nogmaals beide begeleiders zal uitnodigen voor een volgende voortgangsbespreking.

Voortgangsbespreking

(week 3)

4 mei 2011 10:30 – 11:15

Aanwezig:

dhr. De Vries

stud. J. Kraus

De student heeft laten zien wat er tot nu toe is verricht. Daarbij heeft de student documentatie meegenomen om het aan te tonen. Er is voortgedacht en er zijn ideeën uitgewisseld. Ter sprake kwam het toevoegen van voorspanning in de berekening en modelleren in SCIA.

Nogmaals werd er vermeld door dhr. De Vries dat er gekeken moest worden naar twee situaties. Deze situaties zijn in het vorige voortgangsbesprekingsverslag ook genoemd. De student wordt erop gewezen om er naar te kijken. Een derde keer gevraagd worden is niet gunstig.

Voortgangsbespreking

(week 4)

13 mei 2011 11:00 – 12:30

Aanwezig:

dhr. Hoogenboom

stud. J. Kraus

Dhr. Hoogenboom is alles nagegaan wat de student tot nu toe had. Dhr. Hoogenboom kwam tot de conclusie dat er geen onjuistheden zaten in de vergelijkingen. De Newton-Raphson methode geeft echter geen gewenst antwoord, waarop dhr. Hoogenboom geen reactie op wist. Dhr. Hoogenboom is op de hoogte gesteld van de voortgang, echter weinig toevoeging voor de student.

Tussenpeiling

(week 5)

17 mei 2011 12:45 – 13:45

Aanwezig:

dhr. Hoogenboom

dhr. De Vries

stud. J. Kraus

De gang van zaken zijn besproken en ideeën zijn uitgewisseld, waarbij op en aanmerkingen zijn gevallen:

- De gepresenteerde formules moeten het liefst zo kort mogelijk geleverd worden. Dat maakt het 'hapbaarder' voor de lezer.
- Gaarne meer en betere illustraties te gebruiken ter verheldering van de situaties. Zo is het verstandig om de tekening van het tussenrapport onder H2.1. op bladzijde 13 in 3-D uit te voeren.
- Duidelijk gemaakt moet worden met welk doel B1 is gemaakt. Het is daarnaast een stap in het proces en zou om die reden beter ook een regulier hoofdstuk kunnen zijn.
- De belastingverdeling voldoet waarschijnlijk al met de volgende formule van de kabelvergelijking:

$$q = -h_{dx} w_{dx}'' - h_{dy} w_{dy}''$$

- De overige modellen dienen ook in SCIA gecontroleerd te worden. Het model met eindige rekstijfheid en oneindig stijve buigstijfheid is al gecontroleerd. Verder dient de student het geval met oneindige rekstijfheid en eindige buigstijfheid te controleren en het geval met eindige rekstijfheid en eindige buigstijfheid.

De student heeft een *positief* advies gekregen en mag door met zijn eindwerk.

Voortgangsbespreking

(week 6)

27 mei 2011 12:30 – 13:30

Aanwezig:

dhr. Hoogenboom

dhr. De Vries

stud. J. Kraus

In deze bespreking heeft men zich gebogen over het programma SCIA. Het bleek vreemde antwoorden te genereren. Tijdens het verhelpen van de oorzaak is ook besproken hoe de student te werk is gegaan om tot dit model te komen. De student bleek correct te hebben gehandeld, maar de invoer in het programma was incorrect. Na het verholpen hebben van het probleem is de student verder gegaan met zijn werk.

Voortgangsbespreking

(week 8)

6 juni 2011 13:00 – 13:45

Aanwezig:

dhr. Hoogenboom

stud. J. Kraus

Er worden vreemde antwoorden gegenereerd met de Newton-Raphson methode. Na het afgaan van de vergelijkingen zijn er geen oneigenaardigheden gevonden in het werk. Op advies van dhr. Hoogenboom zal de student een parameterstudie doen om conclusies te kunnen trekken over de verkregen resultaten. Er is al gebleken dat een niet-vierkant doek de grote boosdoener is voor de vreemde antwoorden. De student denkt dat dit voornamelijk te wijten valt aan de aangenomen belastingsconfiguratie op de kabel.

Appendix B. Reflectie

Door het gehele proces ben ik altijd actief bij het werk gebleven. Wanneer er stremmende momenten waren heb ik altijd meteen om advies gevraagd om niet bij de pakken hoeven neer te zitten en het BSc-Eindwerk te kunnen voortzetten. Daarnaast zijn de begeleiders, en zeker mijn eerste begeleider, altijd op de hoogte gesteld van de huidige gang van zaken, al dan niet met behulp van een wekelijkse voortgangsbespreking. Op die wijze gaf ik mijn begeleiders altijd de mogelijkheid om mij te waarschuwen voor het tonen van te weinig inzet, het leveren van te weinig werk, het leveren van incorrect werk of het leveren van ongewenst werk. Ze hebben nooit aan de bel getrokken en al het advies heb ik in overweging genomen. Aan de andere kant had ik de eerste twee weken moeite vat te krijgen op het probleem en een richting te bepalen om verder te werken.

De doelstelling, gegeven aan het begin bij de opdracht, is niet gehaald. Dit was het bepalen van een formule voor het moment M in de kolomvoet. De doelstelling bleek echter niet makkelijk haalbaar te zijn, wegens het sterk niet-lineair zijn van de casus. Geen van beide begeleiders heeft op verzoek onjuistheden kunnen traceren in de achterliggende theorie, waardoor ik er zeker van ben dat het niet geheel kunnen bepalen van het moment ligt aan de numerieke methode. Deze genereert niet altijd de juiste antwoorden bij alle in te voeren startwaarden. Door de hoge complexiteit is het vinden van de startwaarden te moeilijk en is het een wiskundig probleem geworden. Ik heb geleerd dat een op het oog simpel probleem dus erg moeilijk te ontrafelen kan zijn. Daarbij blijkt ook, dat hoe dichter je bij het antwoord komt, hoe meer je op moeilijkheden stuit.

Het BSc-Eindwerk had geen antwoord achterin een boek of iets dergelijks net als bij andere vakken. Dit zorgt ervoor dat je nooit weet of je de goede weg op gaat of dat je de goede richting op denkt. Ik heb graag die bevestiging. Door dit eindwerk heb ik geleerd dat ik moet dat die bevestiging er niet altijd is en dat ik er minder afhankelijk van moet worden. Mijn vaardigheden in informatica, en dus omgaan met softwarepakketten, was erg laag. Het heeft mij tijd gekost om de verscheidene programma's te laten werken, maar hierdoor heb ik wel veel geleerd over deze programma's.

Al met al ben heb ik naar mijn idee goed werk verricht. De doelstelling is door beperkingen van de numerieke methode niet gehaald. Ik heb echter wel geleerd wat de gang van zaken zijn bij het voeren van een onderzoek en wat men verwacht. Ik vond het, ondanks dat het aanzienlijk werken is, leuk om het doen. Het is fijn het gevoel te hebben in onbekend terrein te duiken en hopelijk met antwoorden te komen. Daarnaast is het ook erg leuk om het voor iemand te doen, in dit geval dhr. Caran. Dat geeft mij altijd extra motivatie.