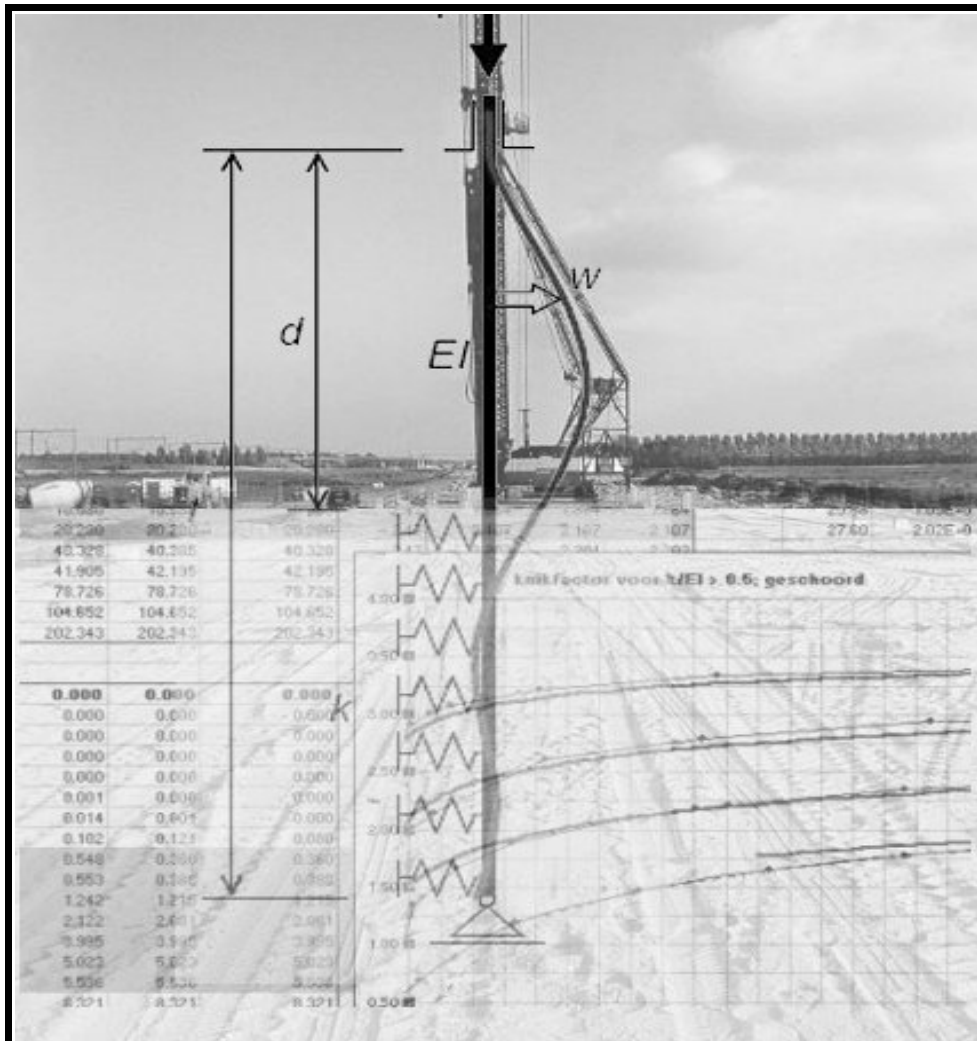


BSc-eindwerk

kniklast van gedeeltelijk ontgraven heipalen



student: Jasper Martens

begeleiders:

Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
Ir. W.J.M. Peperkamp

Voorwoord

In het kader van het vak “ct3000 - Bachelor of Science eindwerk” aan de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de TU Delft, is onderzoek gepleegd naar “de kniklast van gedeeltelijk ontgraven heipalen”. Dit rapport is het eindresultaat van het onderzoek. Bij deze wil ik graag de heren dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en ir. W.J.M. Peperkamp bedanken voor hun hulp en begeleiding bij de totstandkoming van dit rapport.

Delft, oktober 2004

Jasper Martens

Samenvatting

De kniklast van gedeeltelijk ontgraven heipalen is vooral afhankelijk van de ontgraven lengte. Hierdoor is het makkelijk een benaderingsformule op te stellen. De gevonden benaderingsformule gaat uit dat de grond de heipaal een stukje onder de ontgraving inklemt. Er wordt een nieuwe systeemplengte gedefinieerd.

$$\lambda = l + 1.6 \sqrt[4]{\frac{EI}{k}}$$

waarin l de ontgraven lengte is [m]
 EI de buigstijfheid van de heipaal [Nm^2]
 k de grondstijfheid is [N/m^2]
 λ de nieuwe systeemplengte is [m]

Deze nieuwe systeemplengte wordt ingevuld in de Eulerse knikformules. Voor een inklemming aan top geldt bijvoorbeeld dat de kniklengte de halve systeemplengte is.

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{\lambda^2}$$

waarin $\lambda = (0.5\lambda)$ bij de geschoorde paal (plaatvast op de top)
 $\lambda = \lambda$ bij de ongeschoorde paal (niet plaatsvast op de top)

Verder doen de randvoorwaarden op de voet van de paal en de totale lengte er pas toe bij lage waarden van k/EI . In de praktijk zal dit naar verwachting weinig problemen geven. Bij lage waarden van k/EI kunnen de grafieken worden gebruikt om de knikwaarden te bepalen. De tabel hieronder geeft de waarden van k/EI aan, die minimaal nodig zijn om de benaderingsformules te mogen gebruiken.

Tabel : minimum waarden voor b bij gebruik benaderingsformule

	$b (=k/EI)$ [m^4] voor verschillende ontgravingsdiepten.			
	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 20$
	$l=2$	$l=3$	$l=5$	$l=10$
geschoorde paal	6.0	0.5	0.15	0.05
ongeschoorde paal (rollend)	0.7	0.6	0.25	0.025
ongeschoorde paal (schanierend)	0.05	0.05	0.025	0.025

Inhoudsopgave

Voorwoord	
Samenvatting	
Inleiding	
1. Beschrijving van het probleem	1
2. Afleiding van de knikvergelijking	3
3. Verwerking van de resultaten	6
4. Kwantificering van de parameters	8
5. Resultaten	10
6. Vereenvoudiging van de resultaten	12
7. Conclusies en aanbevelingen	17
Literatuurlijst	
Bijlage A: afleiding van de differentiaalvergelijking	
Bijlage B: Maple-berekening	
Bijlage C: spreadsheetresultaten	
Bijlage D: grafieken	
Bijlage E: zelfevaluatie	

1. Beschrijving van het probleem

Probleemstelling

Het komt regelmatig voor dat een bestaande paalfundering gedeeltelijk wordt ontgraven, bijvoorbeeld bij het verwijderen van vervuilde grond of het bouwen van een kelder naast een bestaand gebouw. Bij het uitgraven van heipalen verliest een heipaal zijdelingse steun van de grond. Hierdoor zou de paal kunnen uitknikken. Het uitknikken kan voorkomen worden door de palen te schoren maar het is vaak niet duidelijk in welke mate dit nodig is.

Doelstelling

Het doel van dit project is om de kniklast van de heipalen te bepalen bij een ontgraving. De kniklast zal analytisch worden bepaald uit een model. De invloed van de randvoorwaarden zal worden bestudeerd. De resultaten worden omgezet in ontwerpgrafieken of ontwerpformules.

Aanpak

1. Een model wordt opgesteld van de heipaal. De parameters worden gedefinieerd.
2. De differentiaalvergelijking wordt opgesteld.
3. De oplossingen van de differentiaalvergelijking worden bepaald.
4. De numerieke waarden worden gekwantificeerd.
5. De uitkomsten worden inzichtelijk gemaakt en geëvalueerd.
6. Ontwerpformules en/of ontwerpgrafieken worden bepaald.

Modellering van het probleem

De ingegraven heipaal wordt voorgesteld als een verticale ligger. De x -as loopt door de ongebogen ligger; de ligger staat dus voor het uitknikken geheel verticaal. Op de ligger werkt enkel een verticale last F . De grond wordt gemodelleerd als lineaire veren, die alleen reageren op een uitwijking $w(x)$.

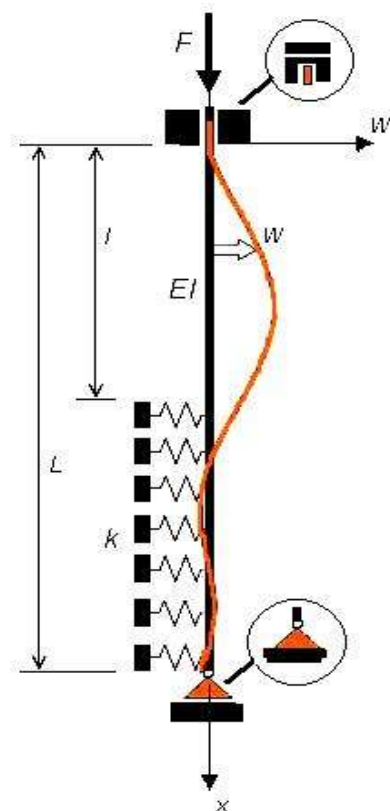
De heipaal zit vast aan de fundering van een gebouw. Dit vertaalt zich als een momentvaste inklemming bij $x=0$. Als alternatief is er een rollende inklemming. De voet van de heipaal wordt opgevat als een roloplegging. Als alternatief is er de schanierende oplegging.

Met aan elke kant 2 verschillende randvoorwaarden moet in totaal vier verschillende situaties onderzocht worden.

Als parameters zijn er:

- de buigstijfheid van de ligger, EI [Nm^2]
- de veerstijfheid van de grond, k [N/m^2]
- de uitgraaf lengte l [m]
- de totale lengte van de heipaal L [m]

Het doel is het bepalen van de kniklast F [N]. Deze is afhankelijk van de randvoorwaarden als van de vier bovengenoemde parameters.



Afbeelding 1.1: model voor de uitgegraven heipaal

Beperkingen

Voor de parameters zijn de volgende beperkingen opgelegd.

- de EI is constant over x .
- de k is constant over x .
- de uitgraaf lengte is maximaal de helft van L
- L varieert tussen de 10m en 30m.

Een constante k is enigzins vreemd, omdat de stijfheid van de grond toeneemt met de diepte. Echter, een toenemende stijfheid van k maakt het probleem behoorlijk lastiger.

De maximale draagkracht in een paal wordt bepaald door de paalpuntweerstand in $x=L$. Deze wordt volgens NEN 6743 berekend en is nooit hoger dan 15 MPa. Bij zo'n waarde verbrijzelt het zand. Kniklasten bereken hoger dan de maximale draagkracht in een paal zal worden nagelaten.

2. Afleiding van de knikvergelijking

Opstellen van de differentiaalvergelijking

De knikvergelijking wordt gevonden door een elementje van de staaf een initiële uitwijking te geven. Er ontstaan snedekrachten, die met elkaar een evenwicht moeten vormen. Dit evenwicht vertaalt zich in de volgende homogene vierde-order differentiaalvergelijking. De afleiding staat in bijlage A.

$$EI \frac{d^4}{dx^4} w(x) + F \frac{d^2}{dx^2} w(x) + k w(x) = 0 \quad (2.1)$$

waarin EI de buigstijfheid van de ligger is in Nm^2 .
 F de knikkracht is in N .
 k de veerstijfheid van de grond is in N/m^2 .

Deze differentiaalvergelijking geldt voor zowel de ontgraven deel als de ondersteunde deel van de paal. Voor de ontgraven deel geldt uiteraard dat $k=0$. Feitelijk zijn er twee vergelijkingen, die met overgangsvoorwaarden aan elkaar gekoppeld worden.

Rand- en overgangsvoorwaarden

Voor het oplossen van een vierde-order differentiaalvergelijking zijn per veld vier randvoorwaarden noodzakelijk. Dit uit zich in 2 randvoorwaarden bij de top, $x=0$, en de voet, $x=L$, en vier overgangsvoorwaarden bij $x=l$. Subscript 1 hoort bij de uitgegraven deel, subscript 2 bij de ondersteunde deel van de paal.

Tabel 2.1: rand- en overgangsvoorwaarden voor de differentiaalvergelijking

	Rand- en overgangsvoorwaarden	Alternatieve opleggingen
$x=0$	$w_1=0$	$\varphi_1=0$
	$\varphi_1=0$	$S_{1z}=0$
$x=l$	$w_1-w_2=0$	
	$\varphi_1-\varphi_2=0$	
	$M_1-M_2=0$	
	$S_{z1}-S_{z2}=0$	
$x=L$	$M_2=0$	$w_2=0$
	$S_{z2}=0$	$M_2=0$

De relaties tussen w , φ , M en S_z zijn:

$$\varphi(x) = \frac{d}{dx} w(x) \quad , \quad M(x) = -EI \frac{d^2}{dx^2} w(x) \quad , \quad S_z(x) = -EI \frac{d^3}{dx^3} w(x) + F \frac{d}{dx} w(x)$$

Oplossingen van de differentiaalvergelijking

De differentiaalvergelijking wordt herschreven in de volgende vorm.

$$\frac{d^4}{dx^4} w(x) + 2a \frac{d^2}{dx^2} w(x) + b w(x) = 0 \quad (2.2)$$

waarin $2a$ is F/EI [m^{-2}]
 b is k/EI [m^{-4}]

Als oplossing wordt $w = e^{rx}$ ingevuld in de differentiaalvergelijking. Uit de karakteristieke vergelijking volgen de vier wortels:

$$r = \sqrt{-a + \sqrt{(a^2 - b)}}, -\sqrt{-a + \sqrt{(a^2 - b)}}, \sqrt{-a - \sqrt{(a^2 - b)}}, -\sqrt{-a - \sqrt{(a^2 - b)}}$$

De verhouding tussen a en b is bepalend voor de oplossing van de differentiaalvergelijking voor het ondersteunende deel. In de tabel staan de oplossingen.

Tabel 2.2: algemene oplossingen voor de differentiaalvergelijking

	waarde b	algemene oplossing
ontgraven gedeelte	$b = 0$	$w_1(x) = c_1 + c_2 x + c_3 \cos \beta x + c_4 \sin \beta x$
ondersteunde gedeelte	$b < a^2$	$w_2(x) = c_5 \cos \alpha x + c_6 \sin \alpha x + c_7 \cos \beta x + c_8 \sin \beta x$
	$b = a^2$	$w_2(x) = c_5 \cos \alpha x + c_6 \sin \alpha x + c_7 x \cos \alpha x + c_8 x \sin \alpha x$
	$b > a^2$	$w_2(x) = e^{\alpha x}(c_5 \cos \beta x + c_6 \sin \beta x) + e^{-\alpha x}(c_7 \cos \beta x + c_8 \sin \beta x)$

Bij dit specifieke knikprobleem is te verwachten dat de $b > a^2$. Immers, de paal is gedeeltelijk ontgraven. Dit uit zich in een relatief lage kniklast bij een hoge stijfheid van de grond. Ook is te verwachten dat de grond de goniometrische functies dempt, zoals te zien is in het model in afbeelding 1.1. Of deze aanname geldt voor alle realistische waarden, moet later blijken

Om het rekenwerk te versimpelen, wordt van te voren een waarde van b geschat in termen van a . Bijvoorbeeld: $b = ca^2$. c wordt het verhoudingsgetal genoemd. Hierdoor staan in de vergelijkingen alleen termen van a . De vergelijkingen worden:

$$w_1(x) = c_1 + c_2 x + c_3 \cos \sqrt{2a} x + c_4 \sin \sqrt{2a} x \quad (2.3a)$$

$$w_2(x) = e^{\alpha \sqrt{a} x} c_5 (\cos \beta \sqrt{a} x + c_6 \sin \beta \sqrt{a} x) + e^{-\alpha \sqrt{a} x} (c_7 \cos \beta \sqrt{a} x + c_8 \sin \beta \sqrt{a} x) \quad (2.3b)$$

waarin α en β numerieke constanten zijn, die uit de c volgen (de verhouding b en a^2). Deze numerieke constanten zijn:

$$\alpha = c^{0.25} \cos(0.5(\arctan(-\sqrt{c-1}) + \pi))$$

$$\beta = c^{0.25} \sin(0.5(\arctan(-\sqrt{c-1}) + \pi))$$

Deze twee vergelijkingen (2.3a en 2.3b) moeten voldoen aan de rand- en overgangsvoorwaarden. De bedoeling is om een a te vinden, die aan die voorwaarden moet voldoen.

Bepalen van de kniklast, de a-waarde

De achttal rand- en overgangsvoorwaarden worden uitgeschreven in acht vergelijkingen. De ingevoerde parameters zijn:

- de uitgraaf lengte l
- de totale lengte L
- de verhouding tussen a^2 en b , namelijk c .

De c wordt gevarieerd voor dezelfde waarden van l en L . Er wordt dus in gedachte een situatie genomen, waar de lengtes gelijk blijven en alleen de waarden van c worden gevarieerd. De acht vergelijkingen worden in een matrix gezet. Dat ziet er als volgt uit:

$$A \underline{x} = \underline{0} \quad (2.4)$$

waarin A de matrix is met alle coëfficiënten. De waarde a zit hierin verwerkt

$\underline{x}$ de vector is met de integratieconstanten ($c_1, c_2, \dots, c_8$)

$\underline{0}$ de nulvector is

Volgens de lineaire algebra heeft deze vergelijking slechts een non-triviale oplossing als de determinant in A nul is. Dit is mogelijk bij bepaalde waarden van de enige variabele, a . De constanten in $\underline{x}$ blijven echter onbepaald. De laagste a waarde (a niet gelijk aan nul) wordt dus de kniklast, die bij dit probleem hoort. Maple zal dit oplossen, omdat het uitwerken van een determinant van een 8×8 matrix met de hand zeer bewerkelijk is. De maple-sheet is te zien in bijlage B.

De kniklast is gelijk aan $2aEI$. Omdat meteen de waarde van b bekend is door die a , is er ook een stijfheid van de grond bekend, die hoort bij die knikwaarde. Als er voldoende waarden zijn gevonden voor dezelfde waarden van l en L om een duidelijke grafiek te plotten, wordt het proces herhaald met andere waarden voor l en L .

3. Verwerking van de resultaten

Maple rekt de determinant, als functie van a , van de 8×8 -matrix uit. De laagste waarde van a , waarvoor geldt dat $A = 0$, is de waarde, horend bij de kniklast. Een probleem is dat het lastig is die waarden te controleren. Vandaar dat dit hoofdstuk dieper ingaat de waarden te analyseren.

Verificatie van de matrices

Allereerst wordt de uitkomsten van de determinanten gecontroleerd. Als voorbeeld wordt een 20-m lange heipaal zonder steun van de grond ($k=0$) berekend. De uitkomsten staan in onderstaande tabel.

Tabel 3.1: uitkomsten van a bij $k = 0$

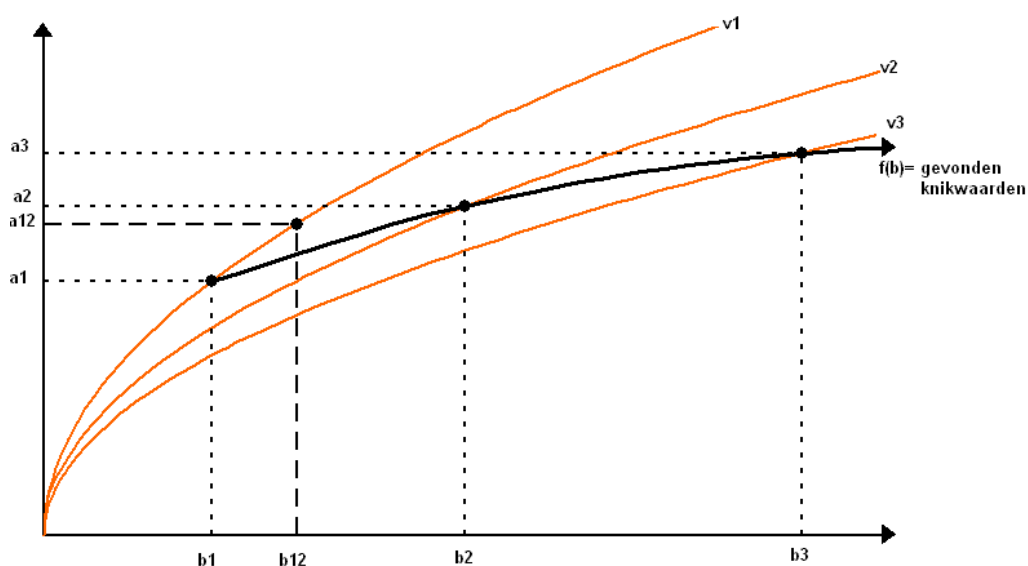
<i>b</i> -waarde	<i>RVW top</i> (<i>x</i> =0)	<i>RVW voet</i> (<i>x</i> = <i>L</i>)	<i>verwachte kniklast volgens maple (a)</i> <i>uitkomst F/EI</i>	<i>2a</i>	
0	inklemming	rol	0,0027	0,00137	0,00274
0	inklemming	schanier	0,0224	0,0112	0,0224

Dit klopt, immers $F/EI = 2a$. Nu wordt in het programma een andere waarde voor EI ingevoerd. Als het goed is, mag dit de waarden niet beïnvloeden. Ook dit gebeurt volgens verwachting, alleen de amplitude van de functie van de determinant varieert. De nulpunten blijven op dezelfde plek.

Dit was puur een controle of maple de kniklast juist uitrekent. In dit geval is dit gebeurd.

Transformatie van functie van a^2 naar b

In de afleiding van de differentiaalvergelijking is vermeld dat de b -waarde herscheven wordt als een factor van a : $b = ca^2$. De determinant bepaalt hoe groot de a uiteindelijk is. Er valt te verwachten dat er meerdere waarden van a hieraan voldoen. De laagste waarde van a hoort bij de gezochte kniklast. er is



Afbeelding 3.1: voorspelling voor waarden van a en b
geen manier om rechtstreeks een waarde van b in te voeren om daaruit de a te bepalen. Om toch een

voorspelling te doen hoe de knikfunctie $a = f(b)$ loopt, is het e.e.a. inzichtelijk gemaakt in de volgende afbeelding.

De lijnen $v_1, v_2, v_3, \dots$ geven aan waar de oplossing zich kan bevinden voor een specifieke c . Stel: $c = 2$. Dan bestaat er dus een lijn v , zeg v_2 , waar de oplossing zich moet bevinden. De lijnen worden beschreven volgens de volgende formule, die afgeleid is van $b = ca^2$.

$$v = \frac{1}{\sqrt{c}} \sqrt{b}$$

Een grotere c betekent dat v minder snel stijgt. In de afbeelding is dus v_1 voor een lage c , v_2 voor een hogere c , v_3 voor een nog hogere c , enz.

Voor elke lijn bestaat er dus een laagste waarde a . Die a staat in de figuur als a_1, a_2, a_3 . b_1, b_2 en b_3 zijn dan meteen ook bepaald. Tussen die punten kan een lijn worden getrokken, die de laagste waarde van a moet aangeven voor elke willekeurige b . Die lijn wordt dan de gezochte knikfunctie.

Nu moet uitgevonden worden of daadwerkelijk de laagste waarden van a gevonden worden voor de waarden van b .

Stel dat er een punt wordt gevonden (b_2, a_2) , zoals te zien is op de figuur. Dan is de vraag of er nog een lagere waarde van a gevonden kan worden bij b_2 . Dit kan alleen bij een lagere waarde van c . Dit houdt dus in dat een toename van de stijfheid van de grond moet resulteren in een lagere kniklast. Het is daarom zeer onwaarschijnlijk dat er voor (b_2, a_2) een lagere waarde voor b bestaat, waarvoor een oplossing bestaat.

Of deze aanname houdt, moet blijken of inderdaad een toename van c ook resulteert in een gelijke of hogere a . Als er slechts één waarde is, waarvoor dit niet geldt, dan is deze aanname verworpen.

Nu is niet bekend wat de waarden zijn tussen de gevonden punten. Verwacht wordt dat de functie regressief stijgt. Een lineaire lijn zal tussen de punten zal betekenen dat de werkelijke kniklast aan de onderkant wordt benaderd. Als voorbeeld is er een tweede waarde voor a gevonden op v_1 . Deze gevonden waarde (b_{12}, a_{12}) zal dus hoger liggen dan de getrokken lineaire lijn.

4. Kwantificering van de parameters

Waarden voor de stijfheid van de grond, k

In het model is de grond lineair elastisch voorgesteld. Er zijn veel experimenten gedaan om voor situaties als deze een constante k -waarde voor de grond te bepalen. Een groot verschil is of de grond cohesief is of niet. Volgens literatuur[1] geldt voor een paaldikte van 350 mm de volgende k -waarden:

$$k_{cohesief} = c_u 20$$

waarin c_u de ongedraineerde schuifsterkte is. Cohesieve gronden zijn klei- en veengronden. Voor de k -waarde voor klei moet de c_u bekend zijn. In Nederlandse gronden geldt volgens literatuur[2] volgt de c_u uit het sonderen.

$$c_u = \frac{1}{15} \dot{a} \frac{1}{20} q_c$$

waarin q_c de conusweerstand is
 c_u de ongedraineerde schuifsterkte

Een conusweerstand van 1 MPa is gebruikelijk bij niet al te diep liggende klei/veen-gronden. Dit betekent een k_{grond} van (ongeveer) 10^6 N/m². Voor niet-cohesieve gronden gelden andere waarden. Zo is voor zand bepaald:

$$k_{zand} = 75 \sigma' \sim 1500 \sigma'$$

waarin σ' de effectieve spanning is van het zand. Voor het gemak wordt een getal van 100 aangehouden als functie van σ' .

Vervelend is dat de k , vooral bij zandgronden, oploopt naarmate het dieper wordt. Er zit niets anders op dan de waarden te lineairseren. Omdat de grondstijfheid in de bovenste lagen waarschijnlijk veel invloed zal hebben op de kniklast, is het verstandig om maar de 'slappe' bovenlagen maatgevend te beschouwen voor het model.

Numerieke waarden voor k staan in de volgende tabel. De k -waarden zijn weliswaar bepaald voor een paaldikte van 350 mm, maar omdat k toch al geschat moet worden, zijn er geen formules om de k -waarde te transformeren naar een bepaalde paaldikte.

Tabel 4.1: numerieke waarden voor k

	materiaal	eigenschap	k (N/m²)
zeer slappe grond	klei/veen	$q_c = 1$ MPa	$1 \cdot 10^6$
slappe grond	klei	$q_c = 5$ MPa	$5 \cdot 10^6$
stijvere grond	zand	$\sigma' = 0.075$ MPa	$7.5 \cdot 10^6$
stijve grond	zand	$\sigma' = 0.180$ MPa	$18.0 \cdot 10^6$

Geconcludeerd: k wordt tenminste 10^6 N/m² verondersteld en kan vele malen hoger liggen.

Waarden voor EI

De waarden van EI worden uitgedrukt in Nm^2 . Als er wordt gesteld dat beton niet scheurt, is $E_{\text{beton}} = 30000 \text{ N/mm}^2$. Hieruit volgen numerieke waarden voor EI.

Tabel 4.2: numerieke waarden voor EI

Doorsnede paal	EI (Nm^2)
150 mm x 150 mm	$1.27 \cdot 10^6$
500 mm x 500 mm	$156.3 \cdot 10^6$

De waarden voor EI verschillen behoorlijk. Als absolute bovengrens wordt er $156.3 \cdot 10^6 \text{ Nm}^2$ gesteld.

Waarden voor de verhouding k/EI

De waarde k/EI bepaalt de oplossing van het knikprobleem. In onderstaande tabel staan extreme waarden vermeld van deze verhouding.

Tabel 4.3: de waarden van k/EI voor verschillende heipalen en k-waarden

heipaal	k [N/m^2]	EI [Nm^2]	k/EI [m^{-4}]
150x 150	$1 \cdot 10^6$	$1.27 \cdot 10^6$	0.79
150 x 150	$7.5 \cdot 10^6$	$1.27 \cdot 10^6$	5.91
500 x 500	$1 \cdot 10^6$	$156.3 \cdot 10^6$	0.006
500 x 500	$18 \cdot 10^6$	$156.3 \cdot 10^6$	0.11

De waarden variëren van bijna 0.006 tot ongeveer 5 m^{-4} . Bij een stijve paal is de waarde van k/EI behoorlijk laag.

5.Resultaten

Resultaten in tabelvorm

De uitkomsten van maple, die met de hand zijn afgelezen, staan in een spreadsheet. Deze staat in bijlage C. De tabellen zien er als volgt uit:

Tabel 5.1: opzet van de resultaten

<i>I</i>	<i>c</i>	<i>a: L=10</i>	<i>a: L=20</i>	<i>a: L=30</i>	<i>b L=10</i>	<i>b L=20</i>	<i>b L=30</i>	<i>f L=10</i>	<i>f L=20</i>	<i>f L=30</i>
5.00	10.00	0.52	0.47	0.46	2.65	2.70	2.70	0.39	2.14	2.63
5.00	17.00	0.55	0.52	0.52	5.14	5.14	5.14	0.39	2.61	2.79
5.00	26.00	0.58	0.55	0.55	8.75	8.75	8.75	0.39	2.79	2.94
5.00	37.00	0.59	0.58	0.58	12.88	2.88	2.88	0.39	2.94	2.99

Bij elke waarde van *c* (de verhouding tussen a^2 en *b*; $c>1$) komt dus een *a* uitrollen en automatisch een *b*. De waarden van *a* worden omgezet in een zogenaamde knikfactor *f*. De knikfactor komt terug in de volgende formule:

$$F_k = f \pi^2 \frac{EI}{l^2} \quad (5.1)$$

waarin F_k de kniklast is van de heipaal [N]
 EI de buigstijfheid is van de heipaal [Nm²]
 l de ontgraven lengte is [m]
 f de net genoemde knikfactor [-]

De tabellen laten dus waarden van *f* zien als functie van $b=k/EI$. In hoofdstuk 3 was als belangrijke voorwaarde genoemd dat voor een hogere *c* een hogere *a* gevonden moest worden. Dit is ook overal in de tabellen terug gevonden. Daarom is het zeer zeker dat de gevonden punten ook daadwerkelijk de laagste kniklast geven.

Het is echter moeilijk om voor kleine waarden van k/EI bij kleine ontgravingen waarden te vinden voor k/EI tegenover F_k/EI (en indirect *f*). De determinant verspringt bij een bepaalde verhouding, en slaat dus waarden over. Deze waarden kunnen gevonden worden door de tweede determinant te zoeken. Dit moet nauwkeurig gedaan worden om te hoge waarden te vermijden.

Een verklaring over dit verschijnsel is dat de de aanname, dat bij die waarden van *b* altijd groter is dan a^2 , niet in alle gevallen geldt. Op zich geen probleem, omdat de waarden gelinealiseerd kunnen worden en daarmee toch de knikfactor aan de onderkant wordt benaderd. Er is immers aangenomen dat de functie regressief stijgt en uit de grafieken blijkt dat inderdaad zo te zijn.

Grafieken

In de grafieken wordt de waarde van *f* uitgezet tegenover de waarde van k/EI . Verder varieert de uitgegraven lengte en de totale lengte van de heipaal. Het blijkt dat voor een grote waarde van *b* de lengte van de heipaal en de wijze van opleggen op $x=0$ nauwelijks er meer toe doen. Dit zorgt dat er twee soorten grafieken worden gemaakt:

1. grafieken voor de waarden $k/EI > 0.5$

2. grafieken voor de waarden $k/EI < 0.5$

Deze grafieken staan in bijlage D. De volgende zaken vallen op:

1. Bij een lage k/EI -waarde neemt de knikfactor zeer snel toe. Bij hogere waarden is de toename van die knikfactor bijna nihil. Bij een hoge k/EI -waarde hangt de kniklast voornamelijk af van de ontgraven gedeelte en zal toename van de stijfheid van de grond bijna geen invloed meer hebben op de kniklast. De grafieken zijn regressief stijgende functies, hetgeen was voorspeld in hoofdstuk 3.
2. De knikfactor f is hoger bij een grotere ontgravingsdiepte. Een grotere ontgravingsdiepte is dus relatief gunstiger. Dat is niet verwonderlijk: bij een niet-ontgraven paal heeft die paal ook een kniklast. Als de paal voor een zeer klein gedeelte is uitgegraven, geeft formule (5.1) voor kleine waarde van l een hoge kniklast. Om tot een goede knikkracht te komen, moet de knikfactor zeer laag zijn.
3. De waarden voor een hoge ontgravingsdiepte zijn voor kleine waarden van k/EI makkelijker te vinden. Zo zijn voor ontgravingsdiepten van 10 en 5 meter mooie gebogen krommes te trekken, voor ontgravingsdiepten van 3 en 2 meter vallen een paar gaten; vooral als de heipaal aan de onderkant als een rollende oplegging wordt beschouwd.
4. De ongeschoorde paal (de paal met een rollende inklemming op top) heeft een ongeveer 4x zo kleine kniklast dan de geschoorde paal. De geschoorde paal heeft voor grote ontgravingslengtes en hoge k/EI -waarden een waarde voor f , die naar 4 toegaat. Dat zou betekenen dat de geschoorde paal als een dubbele inklemming kan worden gesimuleerd en de ongeschoorde paal als een dubbele inklemming, waar de top nog kan verschuiven. Dit wordt uitgewerkt in het volgende hoofdstuk.

6. Vereenvoudiging van de resultaten

Formules in de literatuur

In de vorige hoofdstuk werd bepaald dat de geschoorde paal kan worden beschouwd als een dubbel ingeklemde paal; dit geldt vooral voor hoge waarden van k/EI . De grond wordt dan een bijna volledige inklemming, afhankelijk van de k -waarde van de grond.

Voor de ongeschoorde paal geldt hetzelfde. Deze kniklasten waren 4x zo laag, en dat betekent dat hierbij ook de grond als een bijna volledige inklemming kan worden beschouwd. Om de inklemming in de grond te kwantificeren, zijn twee voor de hand liggende oplossingen mogelijk:

1. de grond beschrijven als een rotatieveer en translatieveer. Het nadeel is de constanten van twee veren bepaald moeten worden. Zelfs al is de grond als alleen een rotatieveer te beschouwen, moeten er relatief ingewikkelde formules worden gebruikt om de kniklast te berekenen.
2. de grond vervangen door een inklemming onder het ontgraven niveau, waarbij de kniklengte wordt vergroot. Er is maar één onbekende, namelijk de toegevoegde lengte. De kniklast is gemakkelijk uit te rekenen door het probleem te beschouwen als een aan twee zijden ingeklemde ligger.

In literatuur[1] is oplossing 2 voorgedragen met als uitkomst formule (6.1). Er wordt dus een nieuwe systeemplengte gedefinieerd.

$$\lambda = 1.4 \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} + l \quad (6.1)$$

De voorwaarde om deze formule te gebruiken is dat de ingegraven gedeelte 2.5 keer zo groot moet zijn als de ontgraven gedeelte. In dit hoofdstuk wordt deze formule kwalitatief gecontroleerd en vergeleken met de gevonden waarden.

Afleiding van de nieuwe kniklengte

De ondersteunende gedeelte van de heipaal kan bij voldoende lengte als een half-oneindige ligger worden beschouwd. Dit vereenvoudigt de beschrijving van de uitwijking. De uitwijking in het ondersteunende gedeelte ("in de grond") wordt dan als volgt beschreven.

$$w_2(x) = A e^{-\alpha \sqrt{a} x} \sin(\beta \sqrt{a} x + \varphi) \quad (6.2)$$

waarin α en β numerieke constanten zijn [-]
 a de factor $0.5F/EI$ [m^{-2}]
 φ en A de (twee) onbekende integratieconstanten zijn [m]

α en β zijn weer afhankelijk van de factor c .

$$\alpha = c^{0.25} \cos 0.5(\pi + \arctan(-\sqrt{c-1}))$$

$$\beta = c^{0.25} \sin 0.5(\pi + \arctan(-\sqrt{c-1}))$$

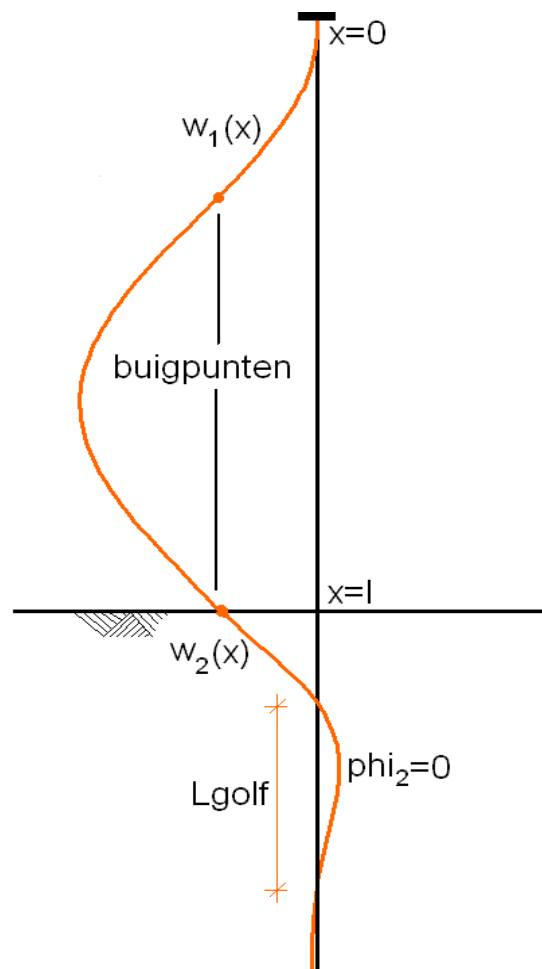
Nu is de golflengte in de paal:

$$L_{golf} = \frac{\pi}{\beta \sqrt{a}}$$

Als de term a wordt vervangen door b en c wordt dit:

$$L_{golf} = (1 \sim \sqrt{2}) \pi \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} \quad (6.3)$$

waarin een getal tussen 1 en $\sqrt{2}$ afhangt van de waarde van c . De golflengte kan dus vooraf worden goed worden geschat bij gegeven waarden van k en EI .



Afbeelding 6.1: knikvorm van heipaal

De veronderstelling is dat de toegevoegde lengte afhankelijk is van de golflengte van de knikvorm. De denkbeeldige inklemming bevindt zich dan tussen de eerste nulpunt van $w_2(x)$ en de top van de golf verderop, waar $\phi_2(x) = 0$. Echter, de damping speelt ook een rol en heeft invloed op de positie van de maxima van de golven van de functie $w_2(x)$.

Tussen de punt $x=l$ en waar $\phi_2(x) = 0$ bevinden zich een aantal golflengten. Er wordt uitgegaan dat beide buigpunten van de knikvorm zich in het ontgraven gedeelte bevinden. Zie afbeelding 6.2. Het aantal golflengten tussen $x=l$ en $\phi_2(x)$ is dan:

- aantal golflengtes is 0.50 bij geen damping ($c=1$)
- aantal golflengtes is 0.65 bij een c -waarde van 3.
- aantal golflengtes is 0.75 bij maximale damping ($c=\infty$, waardoor $\alpha = \beta$)

Damping wordt dus verwaarloosd in de benadering. Als schatting voor de plaats van de inklemming wordt een halve golflengte genomen. De nieuwe systeemplengte wordt dan:

$$\lambda = l + 1.9 \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} \quad (6.4)$$

Deze kniklengte is groter dan de opgezochte kniklengte in (6.1). Dit is niet erg, de formule moet immers gecontroleerd worden en kan er wat 'gespeeld' worden met de waarden. Er is puur gezocht naar een kwalitatieve verklaring voor de formule (6.1).

Voorwaarde voor het gebruik van de benaderingsformule

De voorwaarde om de uitwijking $w_2(x)$ te schrijven als (6.2), is dat de paal als een half oneindige ligger wordt beschouwd. De dempende factor moet groot genoeg zijn, zodat $w_2(L) \approx 0$. Dus:

$$\alpha \sqrt{a} (L-l) \geq 4$$

Herschreven in termen van k/EI wordt dit:

$$(0 \sim \frac{1}{\sqrt{2}}) \sqrt[4]{\frac{k}{EI}} (L-l) \geq 4$$

De waarde tussen 0 en $1/\sqrt{2}$ hangt af van de c -waarde. Bij $c = 1$ is de waarde 0, bij $c = \infty$ is de waarde $1/\sqrt{2}$. Een lage c -waarde maakt de formule onbruikbaar. Beter gezegd: een naar verhouding kleine kniklast zorgt ervoor dat de formule bruikbaar wordt voor lage waarden van k/EI en $(L-l)$.

Er kunnen geen minimale waarden voor $(L-l)$ en k/EI worden gegeven, omdat de c -waarde weer afhangt van de kniklast. Wat wel wordt bevestigd, is dat een grote ontgravingsdiepte, waardoor c hoog is, gunstig is voor het gebruik van de benaderingsformule.

Inpassing van de formules

De nieuwe lengte λ moet worden ingevuld in de volgende formule om de kniklast te berekenen:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{\lambda^2} \quad (6.5)$$

waarin $\lambda = \lambda$ bij een ongeschoorde paal

waarin $\lambda = (0.5)\lambda$ bij een geschoorde paal

Die F wordt weer omgezet in de f -waarde in de grafieken. Het blijkt dat dat de factor 1.9 in (6.4) aan de hoge kant is. Een factor van 1.6 past beter in de grafieken, zeker bij lage waarden. Als criterium wordt vastgesteld dat hij niet meer dan 10% mag afwijken van de gevonden waarden. Dit legt natuurlijk restricties op voor het bereik van die formule. Verder blijkt de benadering verrassend goed te werken en werkt hij ook prima voor zowel de ongeschoorde als de geschoorde paal.

Tabel 6.1: minimum waarden voor b bij gebruik benaderingsformule

	$b (=k/EI) [m^4]$ voor verschillende ontgravingsdiepten.			
	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 20$
	$I=2$	$I=3$	$I=5$	$I=10$
geschoorde paal	6.0	0.5	0.15	0.05
ongeschoorde paal (rollend)	0.7	0.6	0.25	0.025
ongeschoorde paal (schanierend)	0.05	0.05	0.025	0.025

De benaderingsformule is zeer goed hanteerbaar bij grotere ontgravingsdiepten. Bij de ongeschoorde paal is het verschil groot of de paal rollend is opgelegd op niet. Bij de geschoorde paal speelt dat minder.

Bij kleine waarden van k/EI kan in gedachten voor een benadering altijd een grotere uitgravingslengte gekozen worden. Is de paal 2 meter ontgraven en de k/EI -waarde bijvoorbeeld 2, dan kan dit ook vervangen worden door een ontgraving van 3 meter. Dit geeft geen problemen, want de minimale totale lengte is overal 10 meter, behalve voor een ontgraving van 10 meter.

Toetsing van kniklasten

Gekeken moet worden of er daadwerkelijk knik optreedt. Daarom worden bij zowel de geschoorde als de ongeschoorde paal waarden ingevuld.

Tabel 6.2: knikwaarden voor de geschoorde paal

I [m]	k [10^6 N/m ²]	EI [10^6 Nm ²]	k/EI [m ⁻⁴]	F_{knik} [kN]	F_{max} [kN]
2	2	2	1	3731	424
2	1	1	1	1865	300
2	10	1	10	4695	300
2	1	10	0.1	2846	949
10	10	1	10	332	300
10	1	1	1	294	300
10	1	2	0.5	557	424
10	1	10	0.1	2393	949
10	1	33	0.03	6807	1723
10	1	100	0.01	6807*	3000

* waarde is gelijk, omdat de benaderingsformule niet geldt. In dat geval wordt de waarde gelinealiseerd. De knikfactor wordt dan 3 x keer zo (van k van 0.03 naar 0.01) klein, maar de EI 3 x zo groot, zodat de knikkracht hetzelfde blijft.

Bij de geschoorde paal komt knik nauwelijks voor. Alleen bij grote uitgraaf lengtes zal er knik optreden. Gelukkig zijn de formules bij grotere uitgraaf lengtes voor lage k/EI -waarden toepasbaar.

Tabel 6.3: knikwaarden voor de ongeschoorde paal, schanierend opgelegd

I [m]	k [10^6 N/m ²]	EI [10^6 Nm ²]	k/EI [m ⁻⁴]	F_{knik} [kN]	F_{max} [kN]
2	2	2	1	1523	424
2	1	1	1	762	300
2	10	1	10	1174	300
2	1	10	0.1	1604	949
10	10	1	10	83	300
10	1	1	1	73	300
10	1	2	0.5	557	424
10	1	10	0.1	598	949
10	1	33	0.03	1702	1723

10	10	1	10	83	300
10	1	50	0.02	2428	3000

Bij de geschoorde paal komt knik veel vaker voor. De waarden voor de kniklast zijn immers vier keer zo klein. Als de onderkant van de paal rollend is opgelegd, worden de waarden gelinealiseerd. De berekende kniklast voor de laagste waarden van k/EI geldt dan voor alle waarden van k/EI , die lager zijn. Bijvoorbeeld:

Tabel 6.4: lineairisering van de waarden

l [m]	k [10^6 N/m ²]	EI [10^6 Nm ²]	k/EI [m ⁻⁴]	F_{knik} [kN]	F_{max} [kN]
5	1	4	0.25	748	600
5	1	10	0.10	748	949

Een andere methode is door te kijken naar de grafieken in bijlage D. Bij zulke kleine waarden van k/EI zal de onderkant van de paal toch behoorlijke verplaatsingen ondergaan. In dat geval is het model niet geheel toepasbaar.

7. Conclusies en aanbevelingen

Conclusies

Voor verschillende parameters en randvoorwaarden zijn kniklasten berekend. De voornaamste conclusies zijn:

- de kniklast blijkt voornamelijk af te hangen van de ontgraven lengte en de buigstijfheid van de paal en kan herschreven worden in eulerse knikformules
- voor zeer lage waarden van k/EI is het moeilijk de juiste kniklasten te berekenen; dat komt o.a. omdat niet altijd geldt dat de knikfunctie wordt gedempt, zoals wel was aangenomen. Vooral voor kleine ontgravingen geldt dit. Hoe hoger de kniklast in verhouding met de k/EI -verhouding, hoe beter de oplossingen zijn te vinden.
- voor geschoorde palen is de kniklast behoorlijk hoog en zal in veel gevallen geen problemen opgeven.

De kniklast wordt berekend door een nieuwe systeemplengte te definiëren als in onderstaande formule.

$$\lambda = l + 1.6 \sqrt[4]{\frac{EI}{k}} \quad (7.1)$$

Deze systeemplengte wordt ingevuld in de eulerse knikformule. Dus:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{\lambda^2} \quad (7.2)$$

waarin $\lambda = \lambda$ bij een ongeschoorde paal
 waarin $\lambda = (0.5\lambda)$ bij een geschoorde paal

Met als voorwaarden onderstaande tabel:

Tabel 7.1: minimum waarden voor b bij gebruik benaderingsformule

	$b (=k/EI) [m^{-4}]$ voor verschillende ontgravingsdiepten			
	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 20$
	$l=2$	$l=3$	$l=5$	$l=10$
geschoorde paal	6.0	0.5	0.15	0.05
ongeschoorde paal (rollend)	0.7	0.6	0.25	0.025
ongeschoorde paal (schanierend)	0.05	0.05	0.025	0.025

Voor waarden, die buiten de de waarden in de tabel vallen, zijn de grafieken er nog.

Aanbevelingen

Heipalen met een grote EI en een lage k kunnen niet nauwkeurig genoeg worden berekend met de formules. Zeker bij kleine ontgravingsdiepten is dit een probleem. Gelukkig zullen deze situaties in de praktijk niet vaak voorkomen. Een nadere analyse van de maple-resultaten is dan vereist om met dit model uitspraken te moeten doen.

Verder is natuurlijk de aanname dat grond opgevat kan worden als lineaire veren. Bij een dempende functie, zoals aangenomen in de ontwerpformules, zou dat best een goede benadering zijn. Als de knikvorm van de heipaal wezenlijk anders is -een voorbeeld kan zijn dat de rollende oplegging grote verplaatsingen vertoont- gaat dat niet meer op.

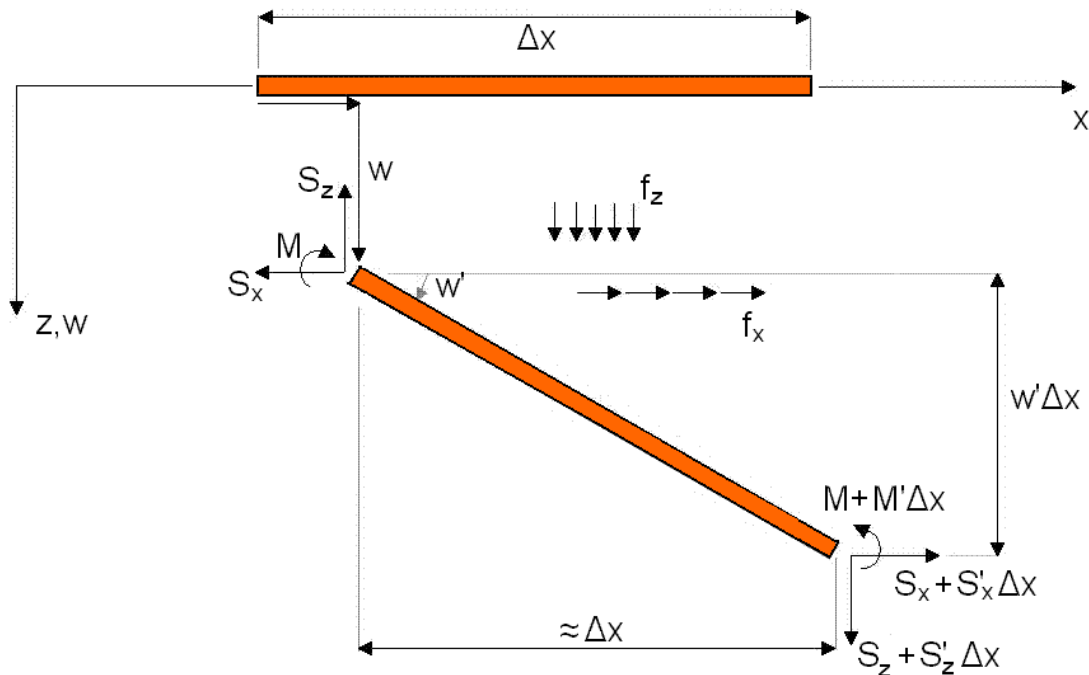
Als laatste is het interessant om na te gaan bij welke randvoorwaarden op $x=0$ (top) de benaderingsformule geldt. Uit dit rapport blijkt voor een inklemming (vast of rollend) prima te gaan. Nu is het de vraag of dit ook geldt voor een scharnierende oplegging, of helemaal geen oplegging (vrije uiteinde). Als dat namelijk ook geldt, is de benaderingsformule breed toepasbaar.

Literatuurlijst

1. Hansbo, S., "Foundation Engineering", Elsevier Science BV 1994
2. Tol van, A.F., "Funderingstechnieken", Faculteit Civiele Techniek & Geowetenschappen TU Delft
3. Hartsuijker, C., "mechanica van constructies 2b stabiliteit van het evenwicht", Faculteit Civiele Techniek & Geowetenschappen TU Delft

Bijlage A: afleiding van de differentiaalvergelijking

Het knikprobleem wordt afgeleid door een klein elementje een initiële uitwijking te geven. Hartsuijker heeft in zijn dictaten dit behandeld[3]. Zie figuur A1. Door deze uitwijking ontstaan snedekrachten, die met elkaar in evenwicht staan. De hoekverdraaiing van het elementje is niet verwaarloosd. Dit gebeurt wel bij normale buiging.



Afbeelding A1: evenwicht van een klein elementje

De normaalkracht N en de dwarskracht V zijn vervangen voor een resultante S . Bij verdraaiing van het elementje draaien N en V ook mee. Door S te introduceren, wordt dit voorkomen. S wordt ontbonden in S_z en S_x . S_z is dus altijd verticaal gericht, S_x horizontaal.

Het elementje moet in evenwicht blijven. Dit is een krachtenevenwicht, zowel horizontaal als verticaal, en een momentenevenwicht.

$$\Sigma F_x = 0 \quad -S_x + (S_x + S'_x \Delta x) + f_x \Delta x = 0 \rightarrow \mathbf{S'_x + f_x = 0}$$

$$\Sigma F_z = 0 \quad -S_z + (S_z + S'_z \Delta x) + f_z \Delta x = 0 \rightarrow \mathbf{S'_z + f_z = 0}$$

$$\Sigma T_z = 0 \quad -M + S_x w' \Delta x - S_z \Delta x + (M + M' \Delta x) = 0 \rightarrow \mathbf{M' + S_x w' - S_z = 0}$$

De uitdrukkingen f_z en f_x komen in het momentenevenwicht niet voor: hun uitdrukking is in de orde van Δx^2 en daarmee een orde kleiner dan de andere bijdragen. Ze worden daarom verwaarloosd.

Als uitgangspunt is genomen dat de normaalkracht in de paal constant is. $f_x = 0$. Door het momentenevenwicht en het verticale evenwicht te koppelen, ontstaat de volgende evenwichtsvergelijking:

$$M'' + S_x w'' + f_z = 0$$

Met de betrekking $M = -EIw''$ wordt de vergelijking:

$$-EIw'''' + S_x w'' + f_z = 0$$

f_z is de verdeelde belasting als gevolg van de indrukking van de grond. $f_z = -k w$.

S_x is de normaalkracht in de staaf. Bij een knikprobleem is de normaalkracht een drukkracht, dus $-F$. De vergelijking is uiteindelijk:

$$EIw'''' + S_x w'' + kw = 0 \text{ oftewel}$$

$$EI \frac{d^4}{dx^4} w(x) + F \frac{d^2}{dx^2} w(x) + k w(x) = 0$$

De uitdrukkingen voor $\varphi(x)$ en $M(x)$ blijven hetzelfde:

$$\varphi(x) = \frac{d}{dx} w(x) \quad , \quad M(x) = -EI \frac{d^2}{dx^2} w(x)$$

En S_z volgt uit het momentenevenwicht:

$S_z(x) = M' + S_x w'$ oftewel:

$$S_z(x) = -EI \frac{d^3}{dx^3} w(x) + F \frac{d}{dx} w(x)$$

Bijlage B: Maple-berekening

Als eerst worden de parameters c , l en L ingevoerd.

```
> restart; with(linalg): c:=10; l:=10; L:=20;
```

De numerieke constanten α en β worden uitgerekend. Beide zijn afhankelijk van de waarde van c .

```
> d:=sqrt(c-1): alpha:=c^0.25*cos(0.5*(arctan(-d)+3.141592654)): beta:=c^0.25*sin(0.5*(arctan(-d)+3.141592654)):
alpha:=evalf(alpha); beta:=evalf(beta);
```

En ingevuld in de vergelijkingen w_1 en w_2 .

```
> w1:=d1 + d2*x + d3*cos(sqrt(2*a)*x) + d4*sin(sqrt(2*a)*x); w2:=exp(alpha*a^0.5*x)*(c1*cos(beta*a^0.5*x)+c2*sin
(beta*a^0.5*x))+exp(-alpha*a^0.5*x)*(c3*cos(beta*a^0.5*x)+c4*sin(beta*a^0.5*x));
```

```
> phi1:=diff(w1,x): phi2:=diff(w2,x): M1:=EI*diff(phi1,x): M2:=EI*diff(phi2,x): S1:=diff(M1,x)-2*a*EI*diff(w1,x): S2:=diff
(M2,x)-2*a*EI*diff(w2,x):
```

De acht vergelijkingen worden opgesteld.

```
> x:=(0): eq1:=w1=0: eq2:=phi1=0:
```

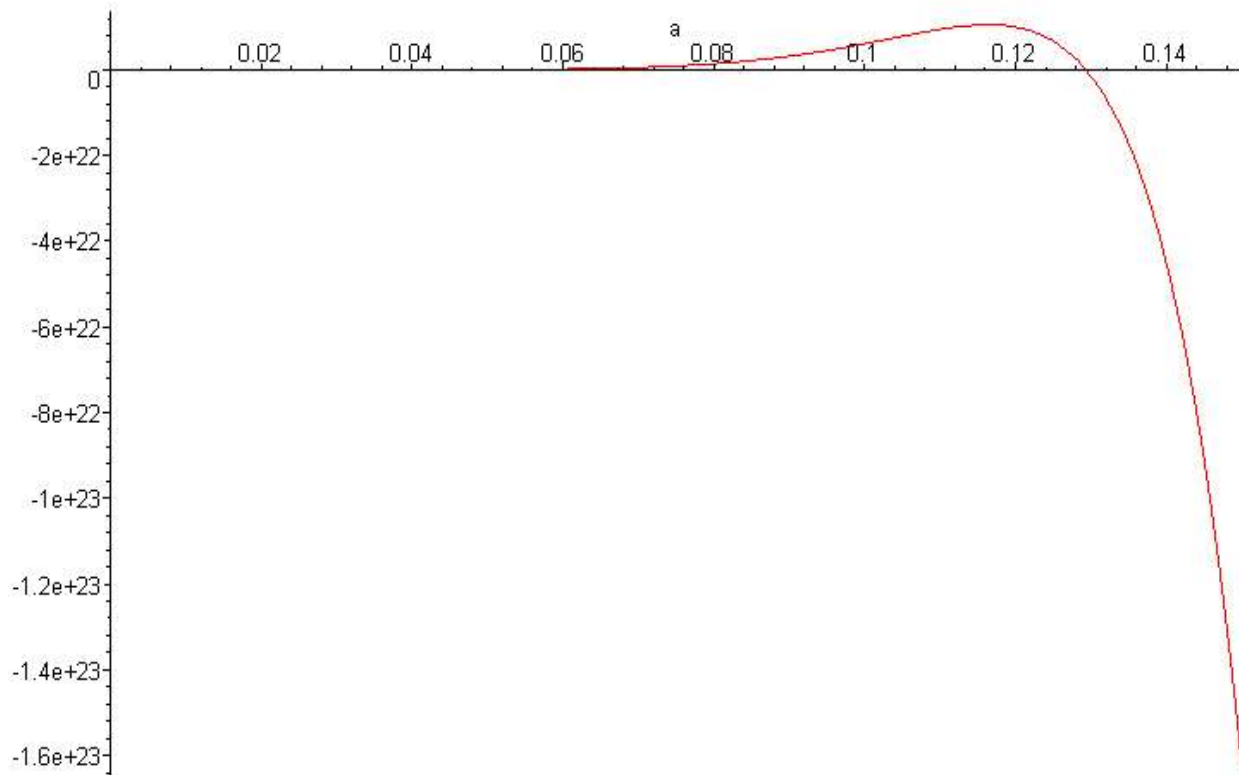
```
> x:=(l): eq3:=w1-w2=0: eq4:=phi1-phi2=0: eq5:=M1-M2=0: eq6:=S1-S2=0:
```

```
> x:=(L): eq7:=M2=0: eq8:=S2=0:
```

En wordt vervolgens in een matrixvergelijking omgezet.

```
> with(LinearAlgebra): sys:=[eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6,eq7,eq8]: var:=[c1,c2,c3,c4,d1,d2,d3,d4]: (A,b):=GenerateMatrix
(sys,var):
```

```
> q:=det(A): EI:=2e+5: with(plots): F:=plot(q, a=0..0.15): display({F});
```



De plot is de functie van de determinant. De laagste kniklast is de laagste waarde voor a , waarvoor geldt dat die functie 0 is. In dit geval is a ongeveer 0.13.

Bijlage C: spreadsheetresultaten

Randvoorwaarde top: inklemde rol; randvoorwaarde punt: schanier

	c	L=10	L=20	L=30	b(10)	b(20)	b(30)		f(10)	f(20)	f(30)
2	1.01	0.015	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	2.47	0.012	0.003	0.002
2	1.25	0.017	0.044	0.055	0.000	0.002	0.004	2.47	0.013	0.036	0.045
2	1.50	0.019	0.104	0.099	0.001	0.016	0.015	2.47	0.016	0.084	0.080
2	2	0.156	0.163	0.164	0.049	0.053	0.054	2.47	0.126	0.132	0.133
2	3	0.249	0.250	0.250	0.186	0.188	0.188	2.47	0.202	0.203	0.203
2	4	0.310	0.310	0.310	0.384	0.384	0.384	2.47	0.251	0.251	0.251
2	5	0.352	0.352	0.352	0.620	0.620	0.620	2.47	0.285	0.285	0.285
2	10	0.474	0.474	0.474	2.247	2.247	2.247	2.47	0.384	0.384	0.384
2	17	0.558	0.558	0.558	5.293	5.293	5.293	2.47	0.452	0.452	0.452
2	30	0.638	0.638	0.638	12.211	12.211	12.211	2.47	0.517	0.517	0.517
2	40	0.675	0.675	0.675	18.225	18.225	18.225	2.47	0.547	0.547	0.547
2	50	0.702	0.702	0.702	24.640	24.640	24.640	2.47	0.569	0.569	0.569
2	100	0.780	0.780	0.780	60.840	60.840	60.840	2.47	0.632	0.632	0.632
2	200	0.847	0.847	0.847	143.482	143.482	143.482	2.47	0.687	0.687	0.687

3	1.01	0.014	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	1.10	0.026	0.007	0.003
3	1.25	0.015	0.005	0.019	0.000	0.000	0.000	1.10	0.027	0.008	0.035
3	2	0.018	0.074	0.073	0.001	0.011	0.011	1.10	0.033	0.135	0.132
3	3	0.122	0.111	0.116	0.045	0.037	0.040	1.10	0.223	0.202	0.212
3	4	0.136	0.137	0.137	0.074	0.075	0.075	1.10	0.248	0.250	0.250
3	5	0.152	0.156	0.156	0.116	0.122	0.122	1.10	0.277	0.285	0.285
3	10	0.210	0.210	0.210	0.441	0.441	0.441	1.10	0.383	0.383	0.383
3	17	0.248	0.248	0.248	1.046	1.046	1.046	1.10	0.452	0.452	0.452
3	26	0.274	0.274	0.274	1.952	1.952	1.952	1.10	0.500	0.500	0.500
3	37	0.296	0.296	0.296	3.242	3.242	3.242	1.10	0.540	0.540	0.540
3	50	0.312	0.312	0.312	4.867	4.867	4.867	1.10	0.569	0.569	0.569
3	65	0.326	0.326	0.326	6.908	6.908	6.908	1.10	0.595	0.595	0.595
3	80	0.336	0.336	0.336	9.032	9.032	9.032	1.10	0.613	0.613	0.613
3	100	0.347	0.347	0.347	12.041	12.041	12.041	1.10	0.633	0.633	0.633
3	200	0.376	0.376	0.376	28.275	28.275	28.275	1.10	0.686	0.686	0.686
3	500	0.410	0.410	0.410	84.050	84.050	84.050	1.10	0.748	0.748	0.748
3	750	0.422	0.422	0.422	133.563	133.563	133.563	1.10	0.770	0.770	0.770

5	1.01	0.013	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	0.39	0.066	0.019	0.009
5	2	0.014	0.032	0.023	0.000	0.002	0.001	0.39	0.069	0.162	0.119
5	3	0.015	0.039	0.040	0.001	0.004	0.005	0.39	0.074	0.196	0.204
5	4	0.016	0.048	0.049	0.001	0.009	0.010	0.39	0.082	0.243	0.250
5	5	0.019	0.056	0.056	0.002	0.016	0.016	0.39	0.094	0.284	0.284
5	10	0.084	0.076	0.076	0.071	0.058	0.058	0.39	0.426	0.385	0.385
5	17	0.092	0.089	0.089	0.144	0.135	0.135	0.39	0.466	0.451	0.451
5	26	0.100	0.099	0.099	0.260	0.255	0.255	0.39	0.507	0.502	0.502
5	37	0.106	0.106	0.106	0.416	0.416	0.416	0.39	0.537	0.537	0.537
5	50	0.112	0.112	0.112	0.627	0.627	0.627	0.39	0.567	0.567	0.567
5	65	0.117	0.117	0.117	0.890	0.890	0.890	0.39	0.593	0.593	0.593
5	82	0.122	0.122	0.122	1.220	1.220	1.220	0.39	0.618	0.618	0.618
5	101	0.125	0.125	0.125	1.578	1.578	1.578	0.39	0.633	0.633	0.633
5	170	0.133	0.133	0.133	3.007	3.007	3.007	0.39	0.674	0.674	0.674

Bijlage C: spreadsheetresultaten

5	500	0.148	0.148	0.148	10.878	10.878	10.878	0.39	0.747	0.747	0.747
5	100	0.155	0.155	0.155	24.025	24.025	24.025	0.39	0.785	0.785	0.785
5	2000	0.161	0.161	0.161	51.842	51.842	51.842	0.39	0.816	0.816	0.816
5	5000	0.168	0.168	0.168	141.120	141.120	141.120	0.39	0.851	0.851	0.851

10	1.01		0.003	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.066	0.031
10	1.50		0.003	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.067	0.034
10	2		0.003	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.070	0.038
10	5		0.005	0.014		0.000	0.001	0.10	0.000	0.093	0.284
10	10		0.022	0.019		0.005	0.004	0.10	0.000	0.436	0.381
10	20		0.024	0.023		0.011	0.011	0.10	0.000	0.482	0.472
10	50		0.028	0.028		0.039	0.039	0.10	0.000	0.567	0.567
10	100		0.031	0.031		0.097	0.097	0.10	0.000	0.632	0.632
10	200		0.034	0.034		0.231	0.231	0.10	0.000	0.689	0.689
10	500		0.037	0.037		0.685	0.685	0.10	0.000	0.750	0.750
10	1000		0.039	0.039		1.498	1.498	0.10	0.000	0.784	0.784
10	2000		0.042	0.042		3.528	3.528	0.10	0.000	0.840	0.840
10	5000		0.042	0.042		8.904	8.904	0.10	0.000	0.855	0.855
10	10000		0.043	0.043		18.662	18.662	0.10	0.000	0.875	0.875
10	20000		0.044	0.044		39.073	39.073	0.10	0.000	0.896	0.896
10	50000		0.045	0.045		102.152	102.152	0.10	0.000	0.916	0.916

Randvoorwaarde top: rollende inklemming; randvoorwaarde punt: schanier

c		L=10	L=20	L=30	b(10)	b(20)	b(30)		f(10)	f(20)	f(30)
2	1.01	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	2.47	0.010	0.003	0.001
2	1.25	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	2.47	0.010	0.003	0.001
2	1.50	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	2.47	0.011	0.003	0.001
2	2	0.013	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000	2.47	0.011	0.003	0.001
2	3	0.014	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	2.47	0.011	0.003	0.001
2	4	0.103	0.004	0.002	0.042	0.000	0.000	2.47	0.083	0.003	0.001
2	4.5	0.312	0.332	0.002	0.438	0.496	0.000	2.47	0.253	0.269	0.001
2	5	0.360	0.351	0.002	0.648	0.616	0.000	2.47	0.292	0.285	0.002
2	6.015	0.385	0.385	0.385	0.892	0.892	0.892	2.47	0.312	0.312	0.312
2	8	0.436	0.436	0.436	1.521	1.521	1.521	2.47	0.353	0.353	0.353
2	10	0.474	0.474	0.474	2.247	2.247	2.247	2.47	0.384	0.384	0.384
2	17	0.558	0.558	0.558	5.293	5.293	5.293	2.47	0.452	0.452	0.452
2	30	0.640	0.640	0.640	12.288	12.288	12.288	2.47	0.519	0.519	0.519
2	40	0.675	0.675	0.675	18.225	18.225	18.225	2.47	0.547	0.547	0.547
2	50	0.702	0.702	0.702	24.640	24.640	24.640	2.47	0.569	0.569	0.569
2	60	0.724	0.724	0.724	31.451	31.451	31.451	2.47	0.587	0.587	0.587
2	80	0.756	0.756	0.756	45.723	45.723	45.723	2.47	0.613	0.613	0.613
2	100	0.780	0.780	0.780	60.840	60.840	60.840	2.47	0.632	0.632	0.632
2	150	0.820	0.820	0.820	100.860	100.860	100.860	2.47	0.665	0.665	0.665

3	1.01	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	1.10	0.023	0.006	0.003
3	1.50	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	1.10	0.023	0.006	0.003
3	2	0.013	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000	1.10	0.024	0.006	0.003
3	3	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	1.10	0.024	0.006	0.003
3	4	0.014	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	1.10	0.025	0.007	0.003
3	5	0.014	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	1.10	0.026	0.007	0.003
3	8	0.017	0.194	0.194	0.002	0.301	0.301	1.10	0.031	0.354	0.354

Bijlage C: spreadsheetresultaten

3	10	0.031	0.210	0.210	0.010	0.441	0.441	1.10	0.057	0.383	0.383
3	13	0.228	0.230	0.230	0.676	0.688	0.688	1.10	0.416	0.419	0.419
3	17	0.248	0.246	0.246	1.046	1.025	1.025	1.10	0.452	0.448	0.448
3	26	0.275	0.275	0.275	1.966	1.966	1.966	1.10	0.502	0.502	0.502
3	37	0.296	0.296	0.296	3.242	3.242	3.242	1.10	0.540	0.540	0.540
3	50	0.312	0.312	0.312	4.867	4.867	4.867	1.10	0.569	0.569	0.569
3	75	0.333	0.333	0.333	8.317	8.317	8.317	1.10	0.607	0.607	0.607
3	100	0.350	0.350	0.350	12.250	12.250	12.250	1.10	0.638	0.638	0.638
3	150	0.364	0.364	0.364	19.874	19.874	19.874	1.10	0.664	0.664	0.664
3	200	0.376	0.376	0.376	28.275	28.275	28.275	1.10	0.686	0.686	0.686
3	300	0.392	0.392	0.392	46.099	46.099	46.099	1.10	0.715	0.715	0.715
3	500	0.410	0.410	0.410	84.050	84.050	84.050	1.10	0.748	0.748	0.748

5	1.01	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.39	0.063	0.016	0.007
5	2	0.013	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.39	0.064	0.017	0.007
5	3	0.013	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000	0.39	0.065	0.017	0.008
5	4	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	0.39	0.065	0.018	0.008
5	5	0.013	0.004	0.002	0.001	0.000	0.000	0.39	0.066	0.019	0.009
5	10	0.014	0.076	0.076	0.002	0.058	0.058	0.39	0.071	0.385	0.385
5	17	0.016	0.089	0.089	0.004	0.135	0.135	0.39	0.082	0.451	0.452
5	26	0.098	0.099	0.099	0.250	0.255	0.255	0.39	0.496	0.502	0.502
5	30	0.102	0.102	0.102	0.312	0.312	0.312	0.39	0.517	0.517	0.517
5	37	0.106	0.106	0.106	0.416	0.416	0.416	0.39	0.537	0.537	0.537
5	50	0.112	0.112	0.112	0.627	0.627	0.627	0.39	0.567	0.567	0.567
5	65	0.117	0.117	0.117	0.890	0.890	0.890	0.39	0.593	0.593	0.593
5	82	0.122	0.122	0.122	1.220	1.220	1.220	0.39	0.618	0.618	0.618
5	101	0.125	0.125	0.125	1.578	1.578	1.578	0.39	0.633	0.633	0.633
5	122	0.128	0.128	0.128	1.999	1.999	1.999	0.39	0.648	0.648	0.648
5	145	0.131	0.131	0.131	2.481	2.481	2.481	0.39	0.663	0.663	0.663
5	170	0.133	0.133	0.133	3.007	3.007	3.007	0.39	0.674	0.674	0.674
5	197	0.135	0.135	0.135	3.590	3.590	3.590	0.39	0.684	0.684	0.684
5	401	0.145	0.145	0.145	8.431	8.431	8.431	0.39	0.735	0.735	0.735
5	600	0.150	0.150	0.150	13.410	13.410	13.410	0.39	0.757	0.757	0.757
5	1000	0.155	0.155	0.155	24.025	24.025	24.025	0.39	0.785	0.785	0.785
5	2000	0.165	0.165	0.165	54.450	54.450	54.450	0.39	0.836	0.836	0.836
5	5000	0.169	0.169	0.169	142.805	142.805	142.805	0.39	0.856	0.856	0.856

10	1.01		0.003	0.001		0.000	0.000	0.10	0.000	0.063	0.028
10	1.50		0.003	0.001		0.000	0.000	0.10	0.000	0.063	0.029
10	2		0.003	0.001		0.000	0.000	0.10	0.000	0.064	0.029
10	5		0.003	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.066	0.032
10	10		0.004	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.071	0.041
10	20		0.004	0.023		0.000	0.011	0.10	0.000	0.089	0.470
10	30		0.025	0.026		0.019	0.020	0.10	0.000	0.515	0.517
10	50		0.028	0.028		0.039	0.039	0.10	0.000	0.567	0.567
10	100		0.032	0.032		0.099	0.099	0.10	0.000	0.638	0.638
10	200		0.034	0.034		0.230	0.230	0.10	0.000	0.687	0.687
10	300		0.035	0.035		0.374	0.374	0.10	0.000	0.715	0.715
10	500		0.037	0.037		0.681	0.681	0.10	0.000	0.748	0.748
10	1000		0.039	0.039		1.505	1.505	0.10	0.000	0.786	0.786
10	2000		0.040	0.040		3.264	3.264	0.10	0.000	0.819	0.819
10	4000		0.042	0.042		6.989	6.989	0.10	0.000	0.847	0.847
10	7000		0.043	0.043		12.703	12.703	0.10	0.000	0.863	0.863

10	10000	0.043	0.043	18.662	18.662	0.10	0.000	0.875	0.875
10	20000	0.044	0.044	39.073	39.073	0.10	0.000	0.896	0.896
10	50000	0.045	0.045	102.152	102.152	0.10	0.000	0.916	0.916

Randvoorwaarde top: inklemming; randvoorwaarde punt: schanier

c		L=10	L=20	L=30	b(10)	b(20)	b(30)		f(10)	f(20)	f(30)
2	0.000	0.100	0.025	0.011	0.000	0.000	0.000	2.47	0.081	0.020	0.009
2	0.7	0.35	0.09	0.04	0.086	0.006	0.001	2.47	0.284	0.073	0.032
2	0.8	0.42	0.11	0.05	0.141	0.010	0.002	2.47	0.340	0.089	0.041
2	0.9	0.846	0.79	0.11	0.644	0.562	0.011	2.47	0.686	0.640	0.089
2	1.010	1.460	1.330	1.330	2.153	1.787	1.787	2.47	1.183	1.078	1.078
2	1.250	1.800	1.810	1.810	4.050	4.095	4.095	2.47	1.459	1.467	1.467
2	2	2.030	2.030	2.030	6.181	6.181	6.181	2.47	1.645	1.645	1.645
2	2	2.300	2.300	2.300	10.580	10.580	10.580	2.47	1.864	1.864	1.864
2	3	2.600	2.600	2.600	20.280	20.280	20.280	2.47	2.107	2.107	2.107
2	4	2.780	2.780	2.780	30.914	30.914	30.914	2.47	2.253	2.253	2.253
2	5	2.840	2.840	2.840	36.295	36.295	36.295	2.47	2.302	2.302	2.302
2	10	3.240	3.240	3.240	104.976	104.976	104.976	2.47	2.626	2.626	2.626
2	17	3.450	3.450	3.450	202.343	202.343	202.343	2.47	2.796	2.796	2.796

3	0.000	0.100	0.025	0.011	0.000	0.000	0.000	1.10	0.182	0.046	0.020
3	0.4	0.100	0.030	0.014	0.004	0.000	0.000	1.10	0.182	0.055	0.026
3	0.5	0.140	0.035	0.015	0.010	0.001	0.000	1.10	0.255	0.064	0.027
3	0.6	0.16	0.04	0.019	0.015	0.001	0.000	1.10	0.292	0.073	0.035
3	0.7	0.340	0.09	0.040	0.081	0.006	0.001	1.10	0.620	0.164	0.073
3	0.8	0.385	0.11	0.050	0.119	0.010	0.002	1.10	0.702	0.201	0.091
3	0.9	0.43	0.22	0.110	0.166	0.044	0.011	1.10	0.784	0.401	0.201
3	0.95	0.48	0.39	0.190	0.219	0.144	0.034	1.10	0.875	0.711	0.347
3	0.99	0.71	0.395	0.530	0.499	0.154	0.278	1.10	1.295	0.720	0.967
3	1.010	0.730	0.606	0.592	0.538	0.371	0.354	1.10	1.331	1.105	1.080
3	1.250	0.814	0.805	0.804	0.828	0.810	0.808	1.10	1.485	1.468	1.466
3	2	1.020	1.020	1.020	2.081	2.081	2.081	1.10	1.860	1.860	1.860
3	3	1.146	1.146	1.146	3.940	3.940	3.940	1.10	2.090	2.090	2.090
3	4	1.230	1.230	1.230	6.052	6.052	6.052	1.10	2.243	2.243	2.243
3	5	1.290	1.290	1.290	8.321	8.321	8.321	1.10	2.353	2.353	2.353
3	10	1.440	1.440	1.440	20.736	20.736	20.736	1.10	2.626	2.626	2.626
3	17	1.530	1.530	1.530	39.795	39.795	39.795	1.10	2.790	2.790	2.790
3	26	1.600	1.600	1.600	66.560	66.560	66.560	1.10	2.918	2.918	2.918
3	37	1.650	1.650	1.650	100.733	100.733	100.733	1.10	3.009	3.009	3.009
3	50	1.690	1.690	1.690	142.805	142.805	142.805	1.10	3.082	3.082	3.082
3	65	1.720	1.720	1.720	192.296	192.296	192.296	1.10	3.137	3.137	3.137

5	0.000	0.100	0.025	0.011	0.000	0.000	0.000	0.39	0.513	0.128	0.057
5	1.010	0.327	0.220	0.220	0.108	0.049	0.049	0.39	1.657	1.115	1.115
5	1.500	0.348	0.325	0.325	0.182	0.158	0.158	0.39	1.763	1.646	1.646
5	2	0.368	0.367	0.367	0.271	0.269	0.269	0.39	1.864	1.859	1.859
5	3	0.408	0.415	0.418	0.499	0.517	0.524	0.39	2.067	2.102	2.118
5	4	0.440	0.444	0.444	0.774	0.789	0.789	0.39	2.229	2.249	2.249
5	5	0.463	0.464	0.464	1.072	1.076	1.076	0.39	2.346	2.351	2.351
5	10	0.518	0.518	0.518	2.683	1.342	2.683	0.39	2.624	2.624	2.624
5	17	0.546	0.546	0.546	5.068	2.981	5.068	0.39	2.766	2.766	2.766
5	26	0.576	0.576	0.576	8.626	5.640	8.626	0.39	2.918	2.918	2.918

Bijlage C: spreadsheetresultaten

5	37	0.594	0.594	0.594	13.055	9.174	13.055	0.39	3.009	3.009	3.009
5	50	0.608	0.608	0.608	18.483	13.678	18.483	0.39	3.080	3.080	3.080
5	65	0.620	0.620	0.620	24.986	19.220	24.986	0.39	3.141	3.141	3.141
5	82	0.628	0.628	0.628	32.339	25.635	32.339	0.39	3.181	3.181	3.181
5	101	0.637	0.637	0.637	40.983	40.983	40.983	0.39	3.227	3.227	3.227
5	122	0.643	0.643	0.643	50.441	50.441	50.441	0.39	3.257	3.257	3.257
5	145	0.650	0.650	0.650	61.263	0.845	61.263	0.39	3.293	3.293	3.293
5	170	0.655	0.655	0.655	72.934	1.287	72.934	0.39	3.318	3.318	3.318
5	197	0.660	0.660	0.660	85.813	1.742	85.813	0.39	3.344	3.344	3.344
5	401	0.680	0.680	0.680	185.422	2.312	185.422	0.39	3.445	3.445	3.445

10	0.000		0.025	0.011		0.000	0.000	0.10	0.000	0.507	0.227
10	1.010		0.082	0.051		0.007	0.003	0.10	0.000	1.662	1.029
10	1.500		0.087	0.082		0.011	0.010	0.10	0.000	1.757	1.662
10	2		0.092	0.092		0.017	0.017	0.10	0.000	1.864	1.864
10	3		0.102	0.104		0.031	0.032	0.10	0.000	2.067	2.107
10	4		0.110	0.111		0.048	0.049	0.10	0.000	2.229	2.249
10	5		0.115	0.115		0.064	0.064	0.10	0.000	2.330	2.330
10	5		0.117	0.117		0.068	0.068	0.10	0.000	2.371	2.371
10	6		0.120	0.120		0.086	0.086	0.10	0.000	2.432	2.432
10	7		0.123	0.123		0.106	0.106	0.10	0.000	2.493	2.493
10	9		0.128	0.128		0.147	0.147	0.10	0.000	2.594	2.594
10	10		0.130	0.130		0.168	0.168	0.10	0.000	2.626	2.626
10	13		0.134	0.134		0.233	0.233	0.10	0.000	2.715	2.715
10	17		0.138	0.138		0.324	0.324	0.10	0.000	2.796	2.796
10	26		0.144	0.144		0.539	0.539	0.10	0.000	2.918	2.918
10	37		0.148	0.148		0.815	0.815	0.10	0.000	3.007	3.007
10	50		0.152	0.152		1.155	1.155	0.10	0.000	3.080	3.080
10	101		0.159	0.159		2.553	2.553	0.10	0.000	3.222	3.222
10	197		0.165	0.165		5.363	5.363	0.10	0.000	3.344	3.344
10	626		0.173	0.173		18.736	18.736	0.10	0.000	3.506	3.506
10	1601		0.178	0.178		50.726	50.726	0.10	0.000	3.607	3.607
10	2501		0.180	0.180		81.032	81.032	0.10	0.000	3.648	3.648
10	5626		0.183	0.183		188.409	188.409	0.10	0.000	3.708	3.708

Randvoorwaarde top: inklemming; randvoorwaarde punt: rol

2	0.000	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	2.47	0.010	0.003	0.001
2	1.010	0.014	0.003	0.002	0.000	0.000	0.000	2.47	0.012	0.003	0.001
2	1.250	0.015	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	2.47	0.012	0.003	0.001
2	1.500	0.016	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	2.47	0.013	0.003	0.001
2	2	0.018	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000	2.47	0.015	0.004	0.002
2	3	0.068	0.017	0.008	0.014	0.001	0.000	2.47	0.055	0.014	0.006
2	3.5	0.087	0.022	0.010	0.026	0.002	0.0004	2.47	0.071	0.018	0.008
2	4	0.350	0.316	0.272	0.490	0.399	0.296	2.47	0.284	0.256	0.220
2	1.001	1.46	1.35	1.3	2.134	1.824	1.692	2.47	1.183	1.094	1.054
2	1.01	1.470	1.380	1.360	2.183	1.923	1.868	2.47	1.192	1.119	1.102
2	1.25	1.820	1.810	1.820	4.141	4.095	4.141	2.47	1.475	1.467	1.475
2	1.50	2.030	2.030	2.030	6.181	6.181	6.181	2.47	1.645	1.645	1.645
2	1.75	2.180	2.180	2.180	8.317	8.317	8.317	2.47	1.767	1.767	1.767
2	2.00	2.300	2.300	2.300	10.580	10.580	10.580	2.47	1.864	1.864	1.864
2	3.00	2.600	2.600	2.600	20.280	20.280	20.280	2.47	2.107	2.107	2.107

Bijlage C: spreadsheetresultaten

2	5	2.840	2.842	2.840	40.328	40.385	40.328	2.47	2.302	2.304	2.302
2	6	3.000	3.000	3.000	54.000	54.000	54.000	2.47	2.432	2.432	2.432
2	8	3.137	3.137	3.137	78.726	78.726	78.726	2.47	2.543	2.543	2.543
2	10	3.235	3.235	3.235	104.652	104.652	104.652	2.47	2.622	2.622	2.622
2	17	3.450	3.450	3.450	202.343	202.343	202.343	2.47	2.796	2.796	2.796

3	1.200	0.015	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	1.10	0.027	0.007	0.003
3	1.500	0.016	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	1.10	0.028	0.007	0.003
3	2	0.018	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000	1.10	0.033	0.008	0.004
3	3	0.068	0.017	0.008	0.014	0.001	0.0002	1.10	0.124	0.031	0.014
3	4	0.160	0.174	0.141	0.102	0.121	0.080	1.10	0.292	0.317	0.257
3	1	0.740	0.600	0.600	0.548	0.360	0.360	1.10	1.350	1.094	1.094
3	1	0.740	0.620	0.620	0.553	0.388	0.388	1.10	1.350	1.131	1.131
3	2	0.910	0.900	0.900	1.242	1.215	1.215	1.10	1.660	1.641	1.641
3	2	1.030	1.020	1.020	2.122	2.081	2.081	1.10	1.878	1.860	1.860
3	3	1.154	1.154	1.154	3.995	3.995	3.995	1.10	2.105	2.105	2.105
3	4	1.198	1.198	1.198	5.023	5.023	5.023	1.10	2.185	2.185	2.185
3	4	1.215	1.215	1.215	5.536	5.536	5.536	1.10	2.216	2.216	2.216
3	5	1.290	1.290	1.290	8.321	8.321	8.321	1.10	2.353	2.353	2.353
3	10	1.438	1.440	1.440	20.678	20.736	20.736	1.10	2.623	2.626	2.626
3	17	1.535	1.530	1.530	40.056	39.795	39.795	1.10	2.800	2.790	2.790
3	26	1.600	1.600	1.600	66.560	66.560	66.560	1.10	2.918	2.918	2.918
3	37	1.650	1.650	1.650	100.733	100.733	100.733	1.10	3.009	3.009	3.009

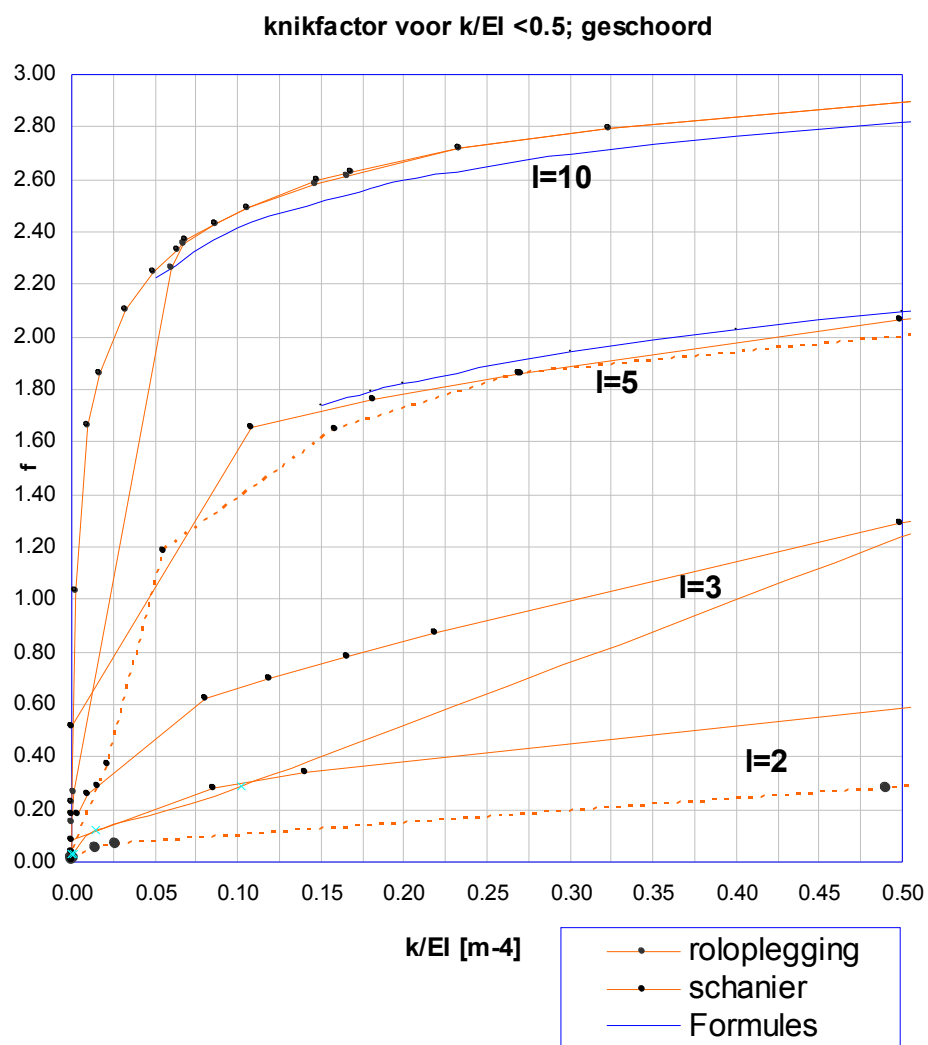
5	0.000	0.012	0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.39	0.063	0.016	0.007
5	1.010	0.014	0.004	0.002	0.000	0.000	0.000	0.39	0.071	0.018	0.008
5	2	0.018	0.005	0.002	0.001	0.000	0.000	0.39	0.091	0.023	0.010
5	3	0.065	0.017	0.008	0.013	0.001	0.000	0.39	0.329	0.086	0.039
5	4	0.086	0.077	0.074	0.030	0.024	0.022	0.39	0.436	0.390	0.375
5	1	0.330	0.248	0.234	0.110	0.062	0.055	0.39	1.672	1.256	1.185
5	1.5	0.347	0.326	0.325	0.181	0.159	0.158	0.39	1.758	1.652	1.646
5	2	0.372	0.368	0.367	0.277	0.271	0.269	0.39	1.885	1.864	1.859
5	5	0.423	0.465	0.464	0.895	1.081	1.076	0.39	2.143	2.356	2.351
5	10	0.515	0.520	0.520	2.652	2.704	2.704	0.39	2.609	2.634	2.634
5	17	0.550	0.550	0.550	5.143	5.143	5.143	0.39	2.786	2.786	2.786
5	26	0.580	0.580	0.580	8.746	8.746	8.746	0.39	2.938	2.938	2.938
5	37	0.590	0.590	0.590	12.880	12.880	12.880	0.39	2.989	2.989	2.989
5	50	0.610	0.610	0.610	18.605	18.605	18.605	0.39	3.090	3.090	3.090
5	65	0.620	0.620	0.620	24.986	24.986	24.986	0.39	3.141	3.141	3.141
5	82	0.630	0.630	0.630	32.546	32.546	32.546	0.39	3.192	3.192	3.192
5	101	0.640	0.640	0.640	41.370	41.370	41.370	0.39	3.242	3.242	3.242
5	122	0.640	0.640	0.640	49.971	49.971	49.971	0.39	3.242	3.242	3.242
5	145	0.650	0.650	0.650	61.263	61.263	61.263	0.39	3.293	3.293	3.293
5	170	0.650	0.650	0.650	71.825	71.825	71.825	0.39	3.293	3.293	3.293
5	197	0.660	0.660	0.660	85.813	85.813	85.813	0.39	3.344	3.344	3.344
5	401	0.680	0.680	0.680	185.422	185.422	185.422	0.39	3.445	3.445	3.445

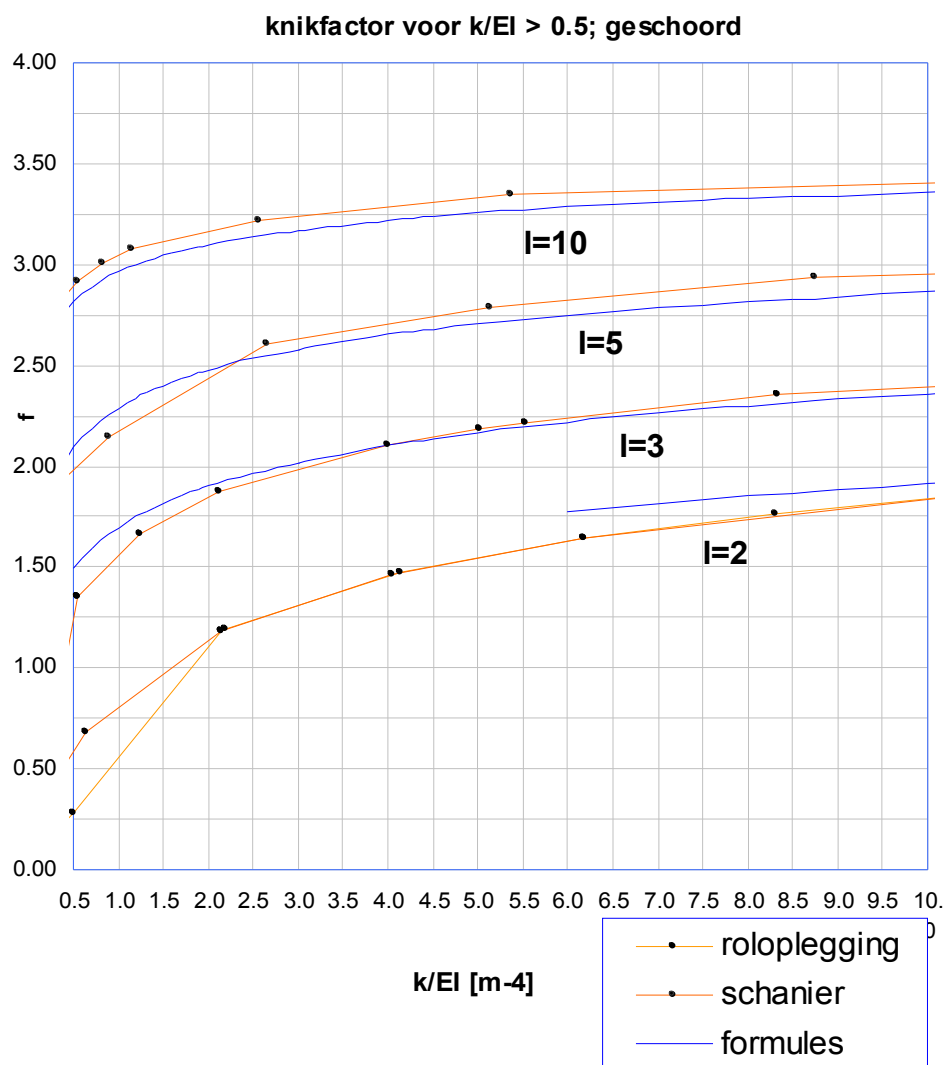
10	0.000		0.003	0.001	0.000	0.000	0.000	0.10	0.000	0.063	0.028
10	1.010		0.004	0.002		0.00001	0.000	0.10	0.000	0.071	0.032
10	1.500		0.004	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.078	0.036
10	2		0.004	0.002		0.000	0.000	0.10	0.000	0.089	0.041
10	3		0.016	0.008		0.001	0.000	0.10	0.000	0.328	0.152
10	4		0.022	0.013		0.002	0.001	0.10	0.000	0.436	0.267

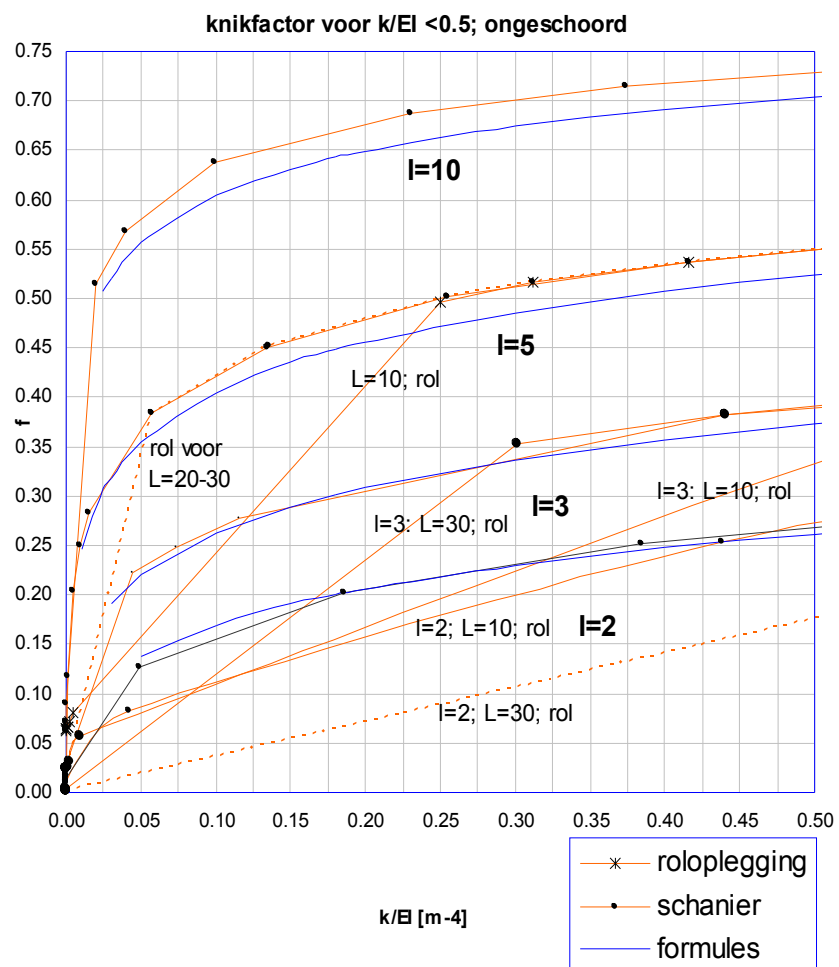
Bijlage C: spreadsheetresultaten

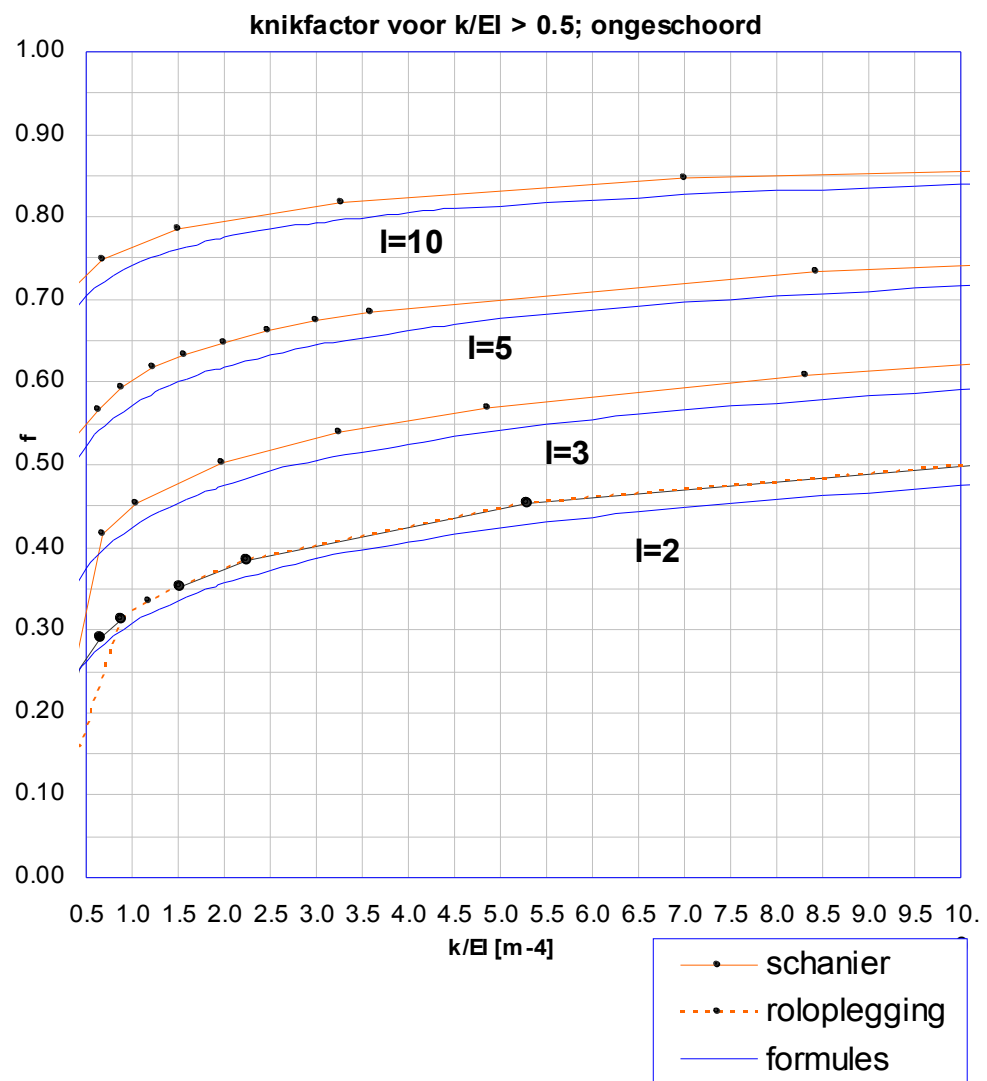
10	5	0.104	0.112	0.052	0.060	0.10	0.000	2.101	2.260
10	5	0.106	0.116	0.056	0.067	0.10	0.000	2.148	2.351
10	6	0.116	0.120	0.080	0.086	0.10	0.000	2.341	2.430
10	7	0.121	0.123	0.102	0.106	0.10	0.000	2.450	2.493
10	9	0.127	0.128	0.145	0.147	0.10	0.000	2.576	2.586
10	10	0.129	0.129	0.166	0.166	0.10	0.000	2.614	2.614
10	13	0.134	0.134	0.232	0.233	0.10	0.000	2.707	2.715
10	17	0.138	0.138	0.324	0.324	0.10	0.000	2.796	2.796
10	26	0.144	0.144	0.539	0.539	0.10	0.000	2.918	2.918
10	37	0.148	0.148	0.810	0.810	0.10	0.000	2.999	2.999
10	40	0.149	0.149	0.892	0.892	0.10	0.000	3.025	3.025
10	50	0.152	0.152	1.155	1.155	0.10	0.000	3.080	3.080
10	101	0.159	0.159	2.553	2.553	0.10	0.000	3.222	3.222
10	125	0.161	0.161	3.244	3.244	0.10	0.000	3.265	3.265
10	150	0.163	0.163	3.966	3.966	0.10	0.000	3.295	3.295
10	197	0.165	0.165	5.363	5.363	0.10	0.000	3.344	3.344
10	300	0.168	0.168	8.477	8.477	0.10	0.000	3.406	3.406
10	626	0.173	0.173	18.736	18.736	0.10	0.000	3.506	3.506
10	1601	0.178	0.178	50.726	50.726	0.10	0.000	3.607	3.607
10	2501	0.180	0.180	81.032	81.032	0.10	0.000	3.648	3.648

Bijlage D: grafieken









Bijlage E: zelfevaluatie

Instabiliteit is een onderwerp, waar ik altijd wel interesse in had. Vandaar mijn keuze. Verder combineert het berekenen van de kniklast theorie met een beetje praktijk.

Het rapport heb ik dan ook met plezier gemaakt. Wat me wel behoorlijk tegenviel, is het ordenen van de data, en daar duidelijke conclusies uit durven trekken. Goed, dat hoort vanzelfsprekend bij wetenschappelijk onderwijs, en is zelfs zeer belangrijk. Maar ik merkte eigenlijk nu goed hoe onkundig ik daarin was. Ik denk dat ik de oplossingsrichtingen van te voren beter had moeten afbakenen.

Het tweede was mijn achteraf stomme keuze om dit eindrapport in Openoffice te maken. Fantastisch programma, in mijn ogen beter dan MS-Word, maar helaas niet te gebruiken op de TU en niet te bewaren als Word-document. Het heeft mij best wat tijd gekost. Sowieso is mijn handigheid met dit soort programma's niet om over naar huis te schrijven.

Al en al beschouw ik het schrijven als dit rapport, met alles wat ik er bij geleerd heb, als een nuttige en leerzame tijdbesteding.

