

# Scheurgroei in tentdoek

---

*Bacheloreindwerk*



**Eerste begeleider**  
Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom  
**Tweede begeleider**  
Ir. P.A. de Vries

**Student**  
Peter Meijers  
4014480  
juni 2012



## Samenvatting

Tentdoekconstructies worden veel toegepast in lichtgewicht overkappingen. Een belangrijke eigenschap van tentdoek is dat het een kritische scheurlengte heeft. Een kleine scheur in het tentdoek zal niet tot falen van de constructie leiden. Er is echter een scheurlengte waarbij het hele tentdoek verder zal scheuren. Met behulp van een numeriek model is een formule afgeleid waarmee deze kritische scheurlengte berekend kan worden.

$$p_{cr} = 8 \left( \frac{F_{max}}{F} - 1.5 \right) \quad (1)$$

Waarin

$$\begin{aligned} p_{cr} &= \text{aantal gescheurde vezels [-]} \\ F_{max} &= \text{treksterkte per strekkende meter [kN/m]} \\ F &= \text{belasting per strekkende meter [kN/m]} \end{aligned}$$

De kritische scheurlengte is onafhankelijk van het type doek, mits de eigenschappen van het doek binnen de volgende range vallen.

$$10 \leq \frac{EA}{Gta} \leq 200$$

Waarin

$$\begin{aligned} a &= \text{vezelafstand [m]} \\ EA &= \text{rekstijfheid van een enkele vezel [kN]} \\ Gt &= \text{afschuifstijfheid van het doek [kN/m]} \end{aligned}$$

De formule is met behulp van een experiment getoetst. Dit experiment bestond uit het bepalen van de maximale belasting op proefstukken met een verschillende scheurbreedtes. De gevonden waarden bevestigden dat de formule de juiste uitkomst geeft.

Een aanbeveling voor verder onderzoek is het bevestigen dat de kritische scheurlengte inderdaad alleen afhangt van de belasting en de treksterkte door andere typen tentdoek te beproeven. Verder kan er literatuuronderzoek gedaan worden om te kijken wat anderen over hetzelfde onderwerp hebben gevonden.

De formule voor de kritische scheurlengte die in dit bacheloreindwerk is afgeleid is eenvoudig te onthouden en heeft als voordeel dat slechts één parameter bekend hoeft te zijn: de verhouding tussen de maximale belasting en de aanwezige belasting.

# Inhoudsopgave

<b>1</b>	<b>Introductie</b>	<b>7</b>
<b>2</b>	<b>Achtergrond</b>	<b>8</b>
2.1	Fabricage . . . . .	8
2.2	Toepassingen . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Modellering</b>	<b>10</b>
3.1	Gebruikte symbolen . . . . .	10
3.2	Aannames . . . . .	10
3.3	Implementatie . . . . .	11
3.4	Model . . . . .	13
3.5	Programma . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Resultaten</b>	<b>15</b>
4.1	Relevante parameters en randvoorwaarden . . . . .	15
4.2	Belasting . . . . .	16
4.3	Tentdoekeigenschappen . . . . .	16
4.4	Krachtsverloop in het doek . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Discussie</b>	<b>19</b>
5.1	Belasting . . . . .	19
5.2	De verhouding $p$ . . . . .	20
5.3	De verhouding $q$ . . . . .	20
5.4	De combinatie . . . . .	21
5.5	Kritische scheurlengte . . . . .	23

<b>6</b>	<b>Experimentele toetsing</b>	<b>24</b>
6.1	Proefopzet . . . . .	24
6.2	Resultaten . . . . .	29
6.3	Discussie . . . . .	34
<b>7</b>	<b>Conclusie en aanbevelingen</b>	<b>39</b>
	<b>Literatuurlijst</b>	<b>41</b>
<b>A</b>	<b>Modelontwikkeling</b>	<b>42</b>
A.1	Stringer-panel-model . . . . .	42
A.2	Verificatie . . . . .	44
A.3	Omzetting naar Matlab-code . . . . .	47
A.4	Tentdoek met een scheur . . . . .	47
A.5	Symmetrie . . . . .	50
A.6	Optimalisatie . . . . .	52
<b>B</b>	<b>Matlabcode</b>	<b>54</b>
B.1	main.m . . . . .	54
B.2	functie tentdoekmodel . . . . .	57
B.3	fit3D . . . . .	61
<b>C</b>	<b>Resultaten afschuifproeven</b>	<b>64</b>



# Hoofdstuk 1

## Introductie

Tentdoek is een constructiemateriaal dat veel gebruikt wordt voor lichtgewicht overkappingen. Deze overkappingen zijn te vinden in fabrieken, bij evenementen en in sportstadions.

Een belangrijke eigenschap van tentdoek is dat het een kritische scheurlengte heeft. Een kleine scheur in het tentdoek zal nog niet tot falen van de constructie leiden. Er is echter een scheurlengte waarbij het hele tentdoek verder zal scheuren. Bij het bereiken van deze kritische scheurlengte moet de vezel direct naast de scheur een kracht opnemen die groter is dan de treksterkte van die vezel. De vezel zal dus bezwijken. Door het wegvallen van deze vezel zal de vezel naast de bezweken vezel een grotere kracht op moeten nemen en zal deze ook bezwijken. Het hele tentdoek zal dan uitscheuren.

In dit bacheloreindwerk zal onderzoek gedaan worden naar deze kritische scheurlengte in een tentdoek met behulp van de volgende onderzoeksvraag.

*Wat is het verband tussen de kritische scheurlengte in een uni-axiaal belast tentdoek en de rekstijfheid, afschuifstijfheid, vezelafstand en sterkte van dit tentdoek?*

Dit verband zal onderzocht worden met behulp van een numeriek model, waarin de verschillende parameters gevarieerd kunnen worden. Het model wordt toegelicht in hoofdstuk 3. De resultaten die met behulp van dit model verkregen zijn, zullen in hoofdstuk 4 gepresenteerd en in hoofdstuk 5 besproken worden. Daarna zal met behulp van een experiment de opgestelde formule in de praktijk getest worden (hoofdstuk 6). Hierna zullen in hoofdstuk 7 aan alle bevindingen conclusies verbonden worden.

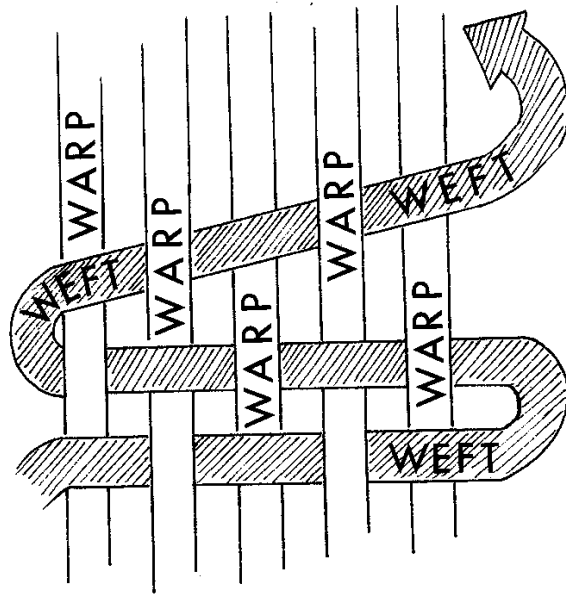
## Hoofdstuk 2

# Achtergrond

In dit hoofdstuk zal kort de fabricage van tentdoek en de gevolgen daarvan op de eigenschappen van het doek besproken worden. Daarna zullen kort de toepassingen van tentdoek aangestipt worden.

### 2.1 Fabricage

Tentdoek en andere constructieve zeilen worden geweeft. Hierbij worden lange rechte vezels opgespannen. Deze vezels worden de ketting of schering genoemd. Loodrecht op deze vezels wordt de inslag aangebracht. De inslag gaat om en om boven en onder de ketting door. Dit proces is te zien in figuur 2.1. Dit weefsel wordt daarna versterkt door het in te pakken in een plastic coating. Hierdoor worden de vezels onderling verbonden. [1]



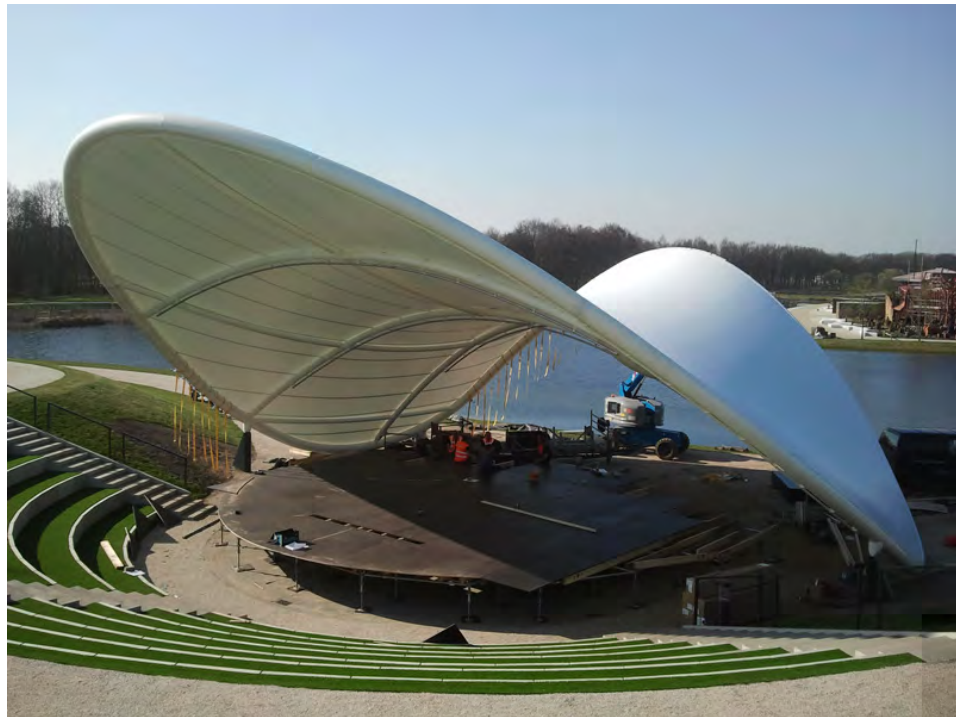
**Figuur 2.1**  
Ketting (warp) en  
inslag (weft)



De kettingvezels staan onder spanning tijdens het weefproces. Deze vezels zijn na het proces dus recht. De inslagvezels zijn gekromd. Dit is de reden dat tentdoeken verschillende eigenschappen heeft in de ketting- en inslagrichting. De kettingrichting is veel stijver dan de inslagrichting. Fabrikanten kunnen de stijfheid van een tentdoek in de inslagrichting vergroten door deze vezels ook voor te spannen voordat het weefsel verstijfd wordt door de plastic coating.

## 2.2 Toepassingen

Constructief tentdoek wordt gebruikt in veel verschillende soorten constructies. Het wordt gebruikt voor fabrieksoverkappingen, stadionoverkappingen en bij constructie op grote buitenevenementen zoals de Floriade. Figuur 2.2 laat het amfitheater op de Floriade 2012 in Venlo zien.



**Figuur 2.2**  
Het amfitheater van  
de Floriade 2012 [5]

## Hoofdstuk 3

# Modellering

De krachtsverdeling in het gescheurde tentdoek zal bepaald worden met behulp van een numeriek model. Dit model is gebaseerd op een aantal aannames en vereenvoudigingen.

### 3.1 Gebruikte symbolen

Bij de modellering worden de volgende symbolen gebruikt.

$EA$  = de rekstijfheid van een enkele vezel [kN]

$Gt$  = de afschuifstijfheid van het tentdoek per meter [kN/m]

$sl$  = de scheurlengte [m]

$a$  = de vezelafstand in de kettingrichting [m]

$b$  = de vezelafstand in de inslagrichting [m]

$F$  = de belasting per vezel [kN]

$\hat{F}$  = de kracht in de scheurtip [kN]

### 3.2 Aannames

Voor de modellering van een tentdoek met een scheur is gebruik gemaakt van de volgende aannames.

- Het tentdoek wordt uniform uni-axiaal belast
- Het tentdoek wordt ondersteund langs de twee symmetrieassen
- De vezelafstand in de ketting en de inslagrichting is gelijk. Dus  $a = b$
- De  $EA$  en  $Gt$  zijn constant in het hele doek
- De vezels gedragen zich lineair elastisch
- Tweede orde effecten worden niet meegenomen
- In het doek zit maar één scheur in het midden van het doek

### 3.3 Implementatie

Het model is gebaseerd op het oplossen van de stijfheidsrelatie

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Of in matrix-vectornotatie

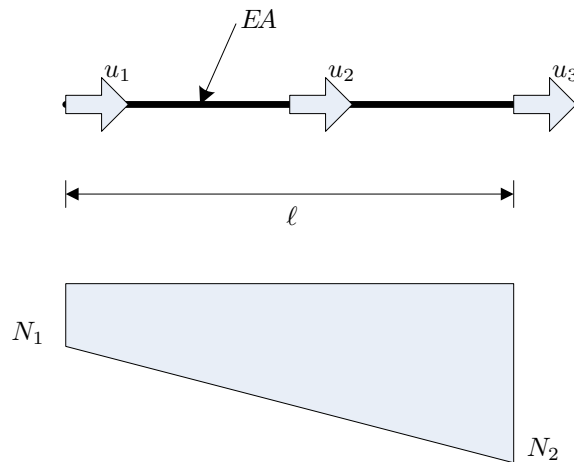
$$\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad (3.2)$$

Waarin  $\mathbf{F}$  de krachtsvector van  $n$  elementen,  $\mathbf{K}$  de stijfheidsmatrix van  $n \times n$  matrixelementen,  $\mathbf{u}$  de verplaatsingsvector van  $n$  elementen en  $n$  het aantal vrijheidsgraden.

De stijfheidsmatrix van het gehele tentdoek wordt berekend aan de hand van de stijfheidsmatrices van de elementen in het gemodelleerde tentdoek.

#### 3.3.1 Stringers

De vezels van het tentdoek worden gemodelleerd door stringers. Een stringer is een staafvormige element met drie vrijheidsgraden. [4] De rekstijfheid  $EA$  is constant voor de lengte  $\ell$ . Omdat er een gelijkmatige verdeelde schuifkracht langs de stringer loopt, verloopt de normaalkracht lineair over de lengte. In figuur 3.1 staat een schets van een stringer met al zijn eigenschappen.



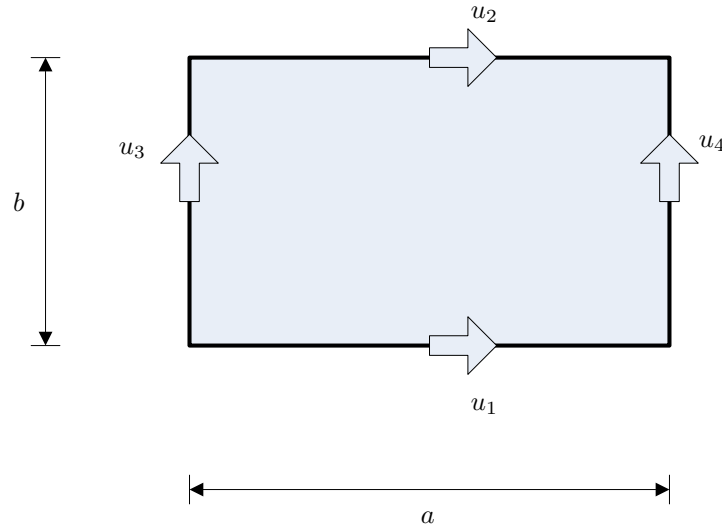
**Figuur 3.1**  
Een stringer

De stijfheidsmatrix van een stringer wordt gegeven door

$$\mathbf{K} = \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 \\ -6 & 12 & -6 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

### 3.3.2 Panelen

Een paneel is rechthoekig met afmetingen  $a \times b$ . Het paneel heeft een afschuifmodulus  $G$  en een dikte  $t$ . De vier vrijheidsgraden zitten in het midden van de zijden. Deze zijden worden belast door een gelijkmatig verdeelde schuifkracht, waardoor er in het paneel een gelijkmatig verdeelde schuifspanning optreedt. Een schets van een rechthoekig paneel is te zien in figuur 3.2.



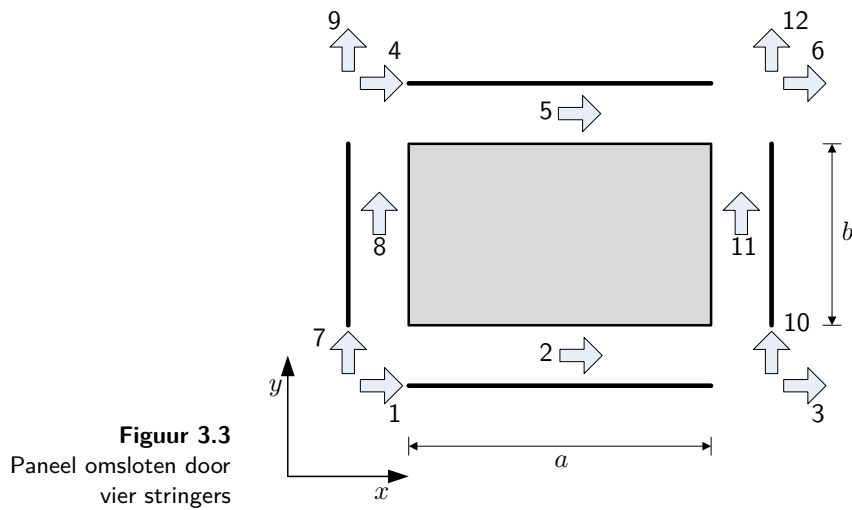
**Figuur 3.2**  
Een rechthoekig  
paneel

De stijfheidsmatrix van een rechthoekig schuifpaneel wordt gegeven door

$$\mathbf{K} = Gt \begin{bmatrix} \frac{a}{b} & -\frac{a}{b} & 1 & -1 \\ -\frac{a}{b} & \frac{a}{b} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & \frac{b}{a} & -\frac{b}{a} \\ -1 & 1 & -\frac{b}{a} & \frac{b}{a} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

### 3.3.3 Combinatie

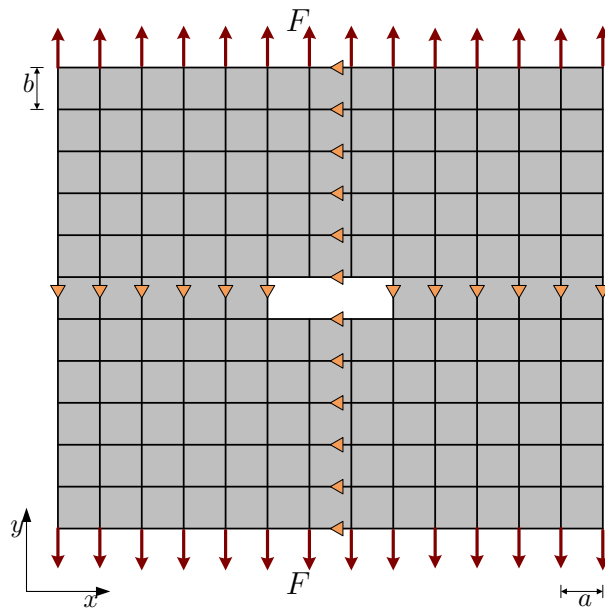
In het model voor een tentdoek zullen de vezels een stukje kunststof omsluiten. Dit wordt gemodelleerd door middel van een paneel dat omsloten is door vier stringers. De stringer deelt dan zijn middelste vrijheidsgraad met een van de vrijheidsgraden van het paneel. Dit is weergegeven in figuur 3.3.



**Figuur 3.3**  
 Paneel omsloten door vier stringers

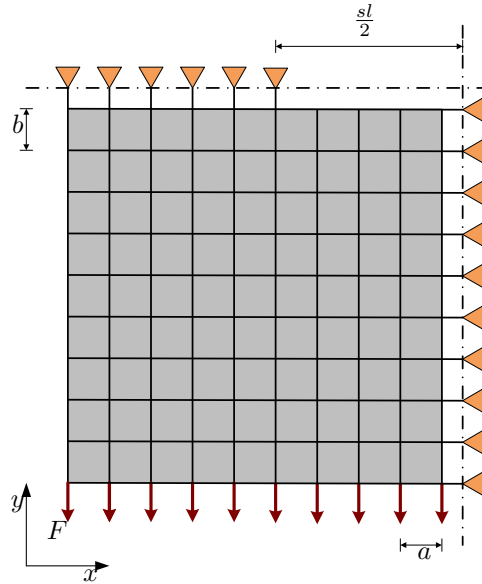
### 3.4 Model

Het complete tentdoek wordt dus gemodelleerd met panelen die omsloten worden door stringers. De boven- en onderrand worden beiden belast door een aantal krachten  $F$ . Het doek is opgelegd op de twee assen die door het midden van het doek lopen. Een overzicht van het model is te zien in figuur 3.4.



**Figuur 3.4**  
 Symmetrisch tentdoek met scheur

Het model is zo opgesteld dat er twee symmetrieassen zijn in het tentdoek. Hierdoor hoeft voor de berekening slechts een kwart van het hele doek doorgerekend te worden om dezelfde resultaten te vinden. Dit scheelt veel geheugen en rekentijd. Een schets van het kwart tentdoek is weergegeven in figuur 3.5.



**Figuur 3.5**  
Het geïmplementeerde  
model van een kwart  
tentdoek

### 3.5 Programma

Het gebruikte programma is de zelfgeschreven Matlabfunctie `tentdoekmodel` die onder andere de kracht in de scheurtip teruggeeft bij gegeven tentdoekeigenschappen. Deze eigenschappen worden vervolgens stuk voor stuk gevarieerd waarbij de rest van de parameters constant blijft. De kracht in de scheurtip wordt hierna uitgezet tegen deze eigenschappen. De resultaten van deze berekeningen zullen in het volgende hoofdstuk gepresenteerd worden. De code die voor deze berekeningen is gebruikt, is in zijn geheel weergegeven in bijlage B.

De functie `tentdoekmodel` wordt op de volgende manier aangeroepen.

```
1 [u SupportR] = ...
2   tentdoekmodel([panelx, panely, sl, a, b, EA, Gt, F, display]);
```

Waarin

```
u           = verplaatsingen van alle vrijheidsgraden
SupportR    = reactiekrachten van alle opleggingen
panelx     = aantal panelen in de x-richting
panely     = aantal panelen in de y-richting
sl         = aantal gebroken vezels
a          = vezelafstand in de x-richting
b          = vezelafstand in de y-richting
EA         = rekstijfheid van alle stringers
Gt         = afschuifstijfheid van het tentdoek
F          = belasting per vezel
display    = wel of niet weergegeven van de tussenstappen
```

De kracht in de scheurtip is de laatste (en maximale) waarde van de vector `SupportR`.

# Hoofdstuk 4

## Resultaten

In dit hoofdstuk worden de resultaten van de berekeningen gepresenteerd. De berekeningen zijn uitgevoerd met het Matlabscript `main.m` dat vermeld staat in bijlage B. Eerst zullen de relevante parameters en randvoorwaarden besproken worden, waarna de berekende waarden in grafieken uitgezet zullen worden. De gepresenteerde resultaten zullen in het volgende hoofdstuk besproken worden.

### 4.1 Relevante parameters en randvoorwaarden

Voor de berekening van de kracht in de scheurtip is gekeken naar 3 parameters:

1. de belasting  $F$  [kN]
2. een maat voor het aantal gescheurde vezels  $p = \frac{sl}{2a}$  [-]
3. de verhouding  $q = \frac{EA}{Gta}$  [-]

Bij elke berekening is uitgegaan van een tentdoek met  $101 \times 1001$  panelen. De lengte van het proefstuk is dus 10 keer groter dan de breedte. Hiervoor is gekozen omdat de waarde van  $Gt$  rond de 10 kN/m ligt. Daardoor loopt de verstoring veroorzaakt door een scheur vooral door in de lengterichting en minder in de breedterichting.

Bij een berekening is steeds één van de bovengenoemde parameters gevarieerd. De overige twee parameters worden constant gehouden. Omdat de verhouding  $\frac{EA}{Gta}$  uit 3 modelparameters ( $EA$ ,  $Gt$  en  $a$ ) bestaat, moet de waarde  $c$  van  $q$  verdeeld worden op de volgende manier:

$$EA = \sqrt{c}, \quad Gt = \frac{1}{\sqrt[3]{c}}, \quad a = \frac{1}{\sqrt[3]{c}}$$

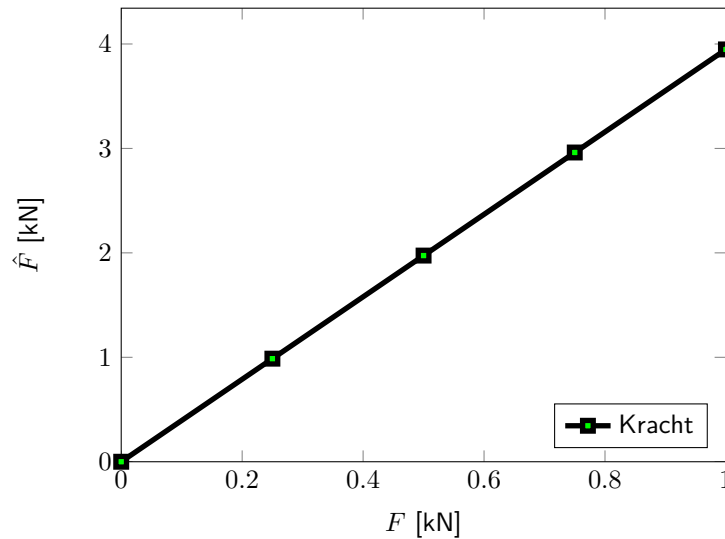
zodat

$$\frac{EA}{Gta} = \frac{\sqrt{c}}{\frac{1}{\sqrt[3]{c}} \frac{1}{\sqrt[3]{c}}} = \sqrt{c} \sqrt[3]{c} = c$$

## 4.2 Belasting

Om de invloed van de belasting te bepalen is gekozen te rekenen met een constante waarde voor  $\frac{sl}{2a}$  en  $\frac{EA}{Gta}$ , namelijk  $\frac{sl}{2a} = 10$  en  $\frac{EA}{Gta} = 10$ . De kracht op de vezels  $F$  is gevarieerd van 0 tot 1 kN. De resultaten van de berekeningen staan in tabel 4.1 en in de grafiek in figuur 4.1.

	$F$ [kN]	Kracht [kN]
<b>Tabel 4.1</b> De kracht in de scheurtip uitgezet tegen de belasting	0.00	0.000
	0.25	0.987
	0.50	1.974
	0.75	2.961
	1.00	3.948



**Figuur 4.1**  
Kracht in de scheurtip tegen de belasting

## 4.3 Tentdoekeigenschappen

Om de invloed van  $p = \frac{sl}{2a}$  en  $q = \frac{EA}{Gta}$  te bepalen is gekozen om de kracht in de scheurtip  $\hat{F}$  te bepalen bij een constante belasting op de vezels  $F$  van 1 kN.

De parameter  $p$  wordt gevarieerd van 0 tot 15. Een waarde van 0 betekent dat het tentdoek niet gescheurd is. Bij de waarde van 15 is bijna de helft van het gemodelleerde tentdoek gescheurd.

De parameter  $q$  wordt gevarieerd van 10 tot 200. Voor deze waarden is gekozen aan de hand van een referentiedoek (Ferrari 1202). De toelichting bij de waarden is gegeven in tabel 4.2.

Doek	EA [kN]	Gt [kN/m]	a [m]	q [-]
Ferrari 1202 [3]	0.3	3	0.01	10
	1	10	0.001	100
	2	20	0.0005	200

**Tabel 4.2**  
Bepaling van de range voor  $q$

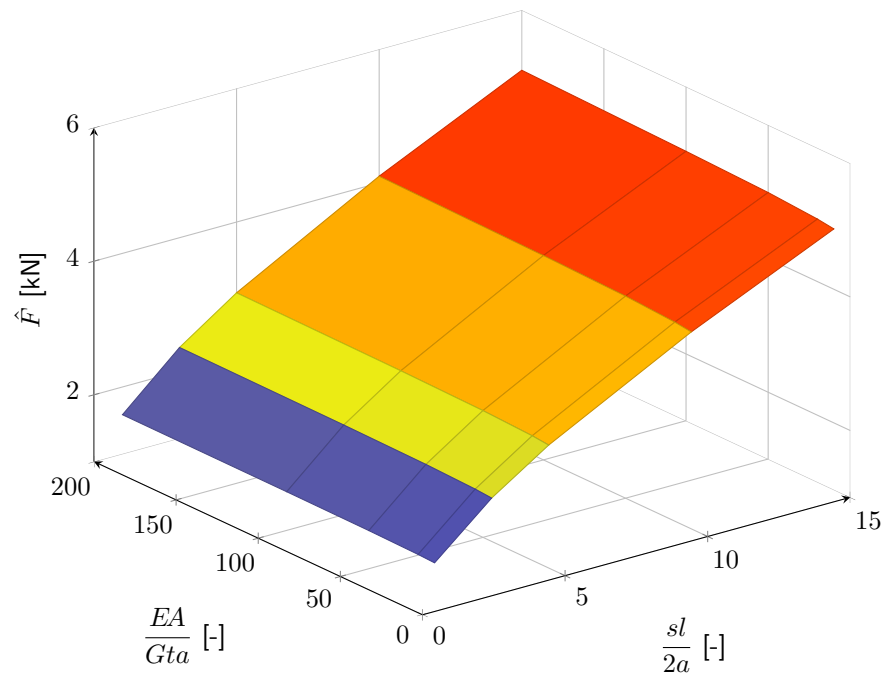


Van de berekende data kan een tabel gemaakt worden. Deze tabel is te zien in tabel 4.3. In de tabel is de kracht in de scheurtip  $\hat{F}$  te vinden voor verschillende waarden van  $\frac{sl}{2a}$  en  $\frac{EA}{Gta}$ .

$\frac{EA}{Gta}$ \ p	0	1	3	5	10	15
10	1.00	1.55	2.28	2.84	3.95	4.90
20	1.00	1.56	2.30	2.86	3.98	4.94
50	1.00	1.57	2.33	2.90	4.03	4.99
100	1.00	1.58	2.34	2.92	4.06	5.03
200	1.00	1.58	2.36	2.94	4.10	5.10

**Tabel 4.3**  
 $\hat{F}$  voor verschillende waarden van  $p$  en  $q$

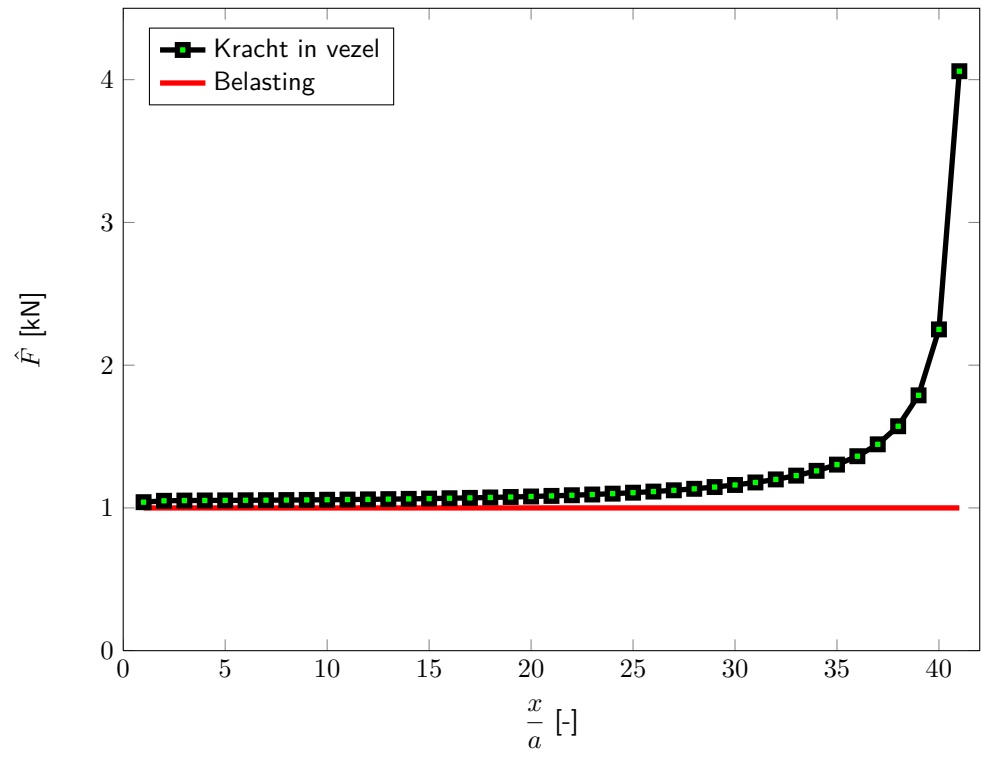
De data uit tabel 4.3 is visueel weergegeven in figuur 4.2 met behulp van een 3D-plot.



**Figuur 4.2**  
3D plot van  $\hat{F}$  tegen  $\frac{sl}{2a}$  en  $\frac{EA}{Gta}$

## 4.4 Krachtsverloop in het doek

In figuur 4.3 is de grootte van de krachten in de vezels naast te scheur te zien. De verhouding  $\frac{x}{a}$  geeft het nummer van de vezel gerekend vanaf de buitenrand.  $\frac{x}{a} = 41$  is de vezel direct naast de scheur. De waarden in het figuur zijn bepaald voor  $F = 1$  kN,  $\frac{sl}{2a} = 10$  en  $\frac{EA}{Gta} = 100$ .



**Figuur 4.3**  
 Het verloop van de  
 kracht in de vezels  
 over de breedte van  
 het tentdoek

# Hoofdstuk 5

## Discussie

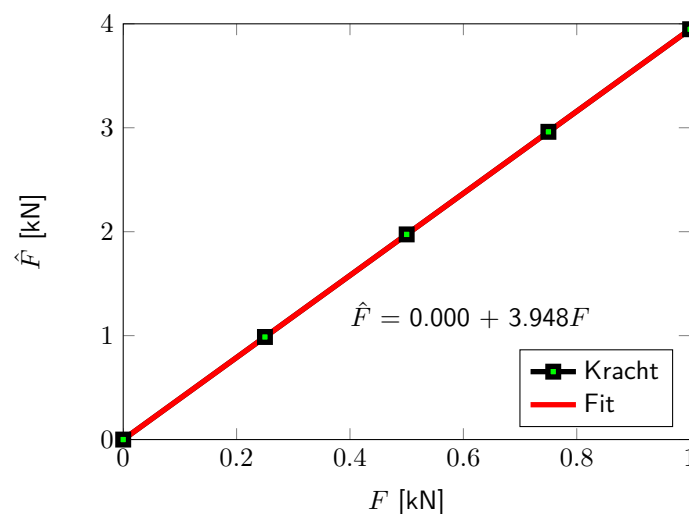
De resultaten van het vorige hoofdstuk zullen in de hoofdstuk besproken worden. Per parameter ( $F$ ,  $p$  en  $q$ ) zal gekeken worden naar het verband met de kracht in de scheurtip  $\hat{F}$ . De verbanden worden bepaald met behulp van een kleinste kwadratenmethode. Voor deze bepaling is het Matlabscript `fit3D` gebruikt. Dit script is te vinden in bijlage B.

### 5.1 Belasting

De belasting  $F$  lijkt een lineair verband te hebben met de kracht in de scheurtip. Verder is de kracht bij  $F = 0$  ook gelijk aan 0. Daarom wordt gekeken naar het volgende verband

$$\hat{F} = c_1 + c_2 F \quad (5.1)$$

De coëfficiënten  $c_1$  en  $c_2$  volgen uit de kleinste kwadratenberekening. De beste fit is te zien in figuur 5.1. Hieruit blijkt inderdaad dat er een lineair verband is tussen  $\hat{F}$  en  $F$ , wat volgens het gebruikte lineair elastisch model ook zou moeten. Verder blijkt dat  $c_1$  volgens verwachting gelijk is aan 0.



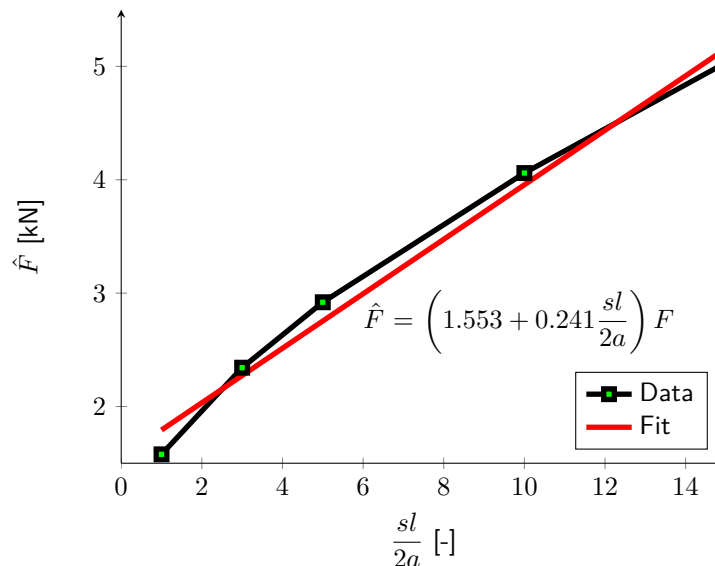
**Figuur 5.1**  
Data voor  $\frac{sl}{2a} = 10$  en  $\frac{EA}{Gta} = 10$

## 5.2 De verhouding p

Uit figuur 4.2 is op te maken dat de kracht in de scheurtip toe neemt bij een toenemende  $p$ . Dit verband is bij kleine waarden van  $p$  gekromd, maar voor grotere  $p$  is het verband wel lineair. Omdat de uiteindelijke formule voor gescheurd tentdoek moet gelden, is de waarde bij  $p = \frac{sl}{2a} = 0$  niet relevant. Deze datapunten zullen dus niet meegenomen worden in de berekening. Voor het verband tussen  $\hat{F}$  en  $p$  zal gekeken worden naar het volgende lineaire verband.

$$\hat{F} = \left( c_1 + c_2 \frac{sl}{2a} \right) F \quad (5.2)$$

De coëfficiënten  $c_1$  en  $c_2$  wordt weer met de kleinste kwadratenmethode bepaald. De fit met de originele datapunten is te zien in figuur 5.2. In het figuur is duidelijk te zien dat een lineaire benadering weinig afwijkt van de werkelijke data. Daarom zal dit verband in de uiteindelijke formule worden verwerkt.



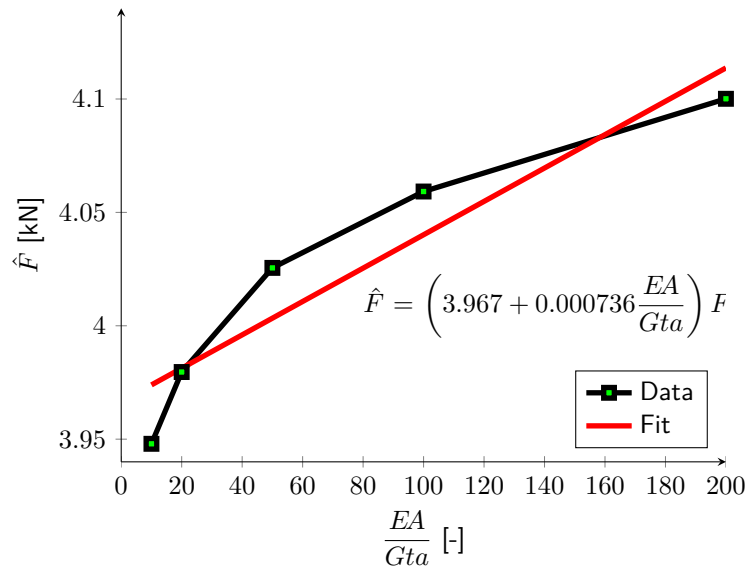
**Figuur 5.2**  
Data voor  $\frac{EA}{Gta} = 100$   
met fit

## 5.3 De verhouding q

In figuur 4.2 is te zien dat er weinig variatie is in de  $\hat{F}$  bij een toenemende  $q$ . De datapunten voor  $p = 10$  zijn weergegeven in figuur 5.3. Daarin is duidelijk te zien dat dit verband niet lineair is. Toch zal gekeken worden naar een lineair verband omdat de range van de  $\hat{F}$  loopt van 3.95 tot 4.1. Het verschil in  $\hat{F}$  over alle waarden van  $q$  is klein (3.7%) ten opzichte van de waarde van  $\hat{F}$ . Er zal dus gekeken worden naar het volgende verband.

$$\hat{F} = \left( c_1 + c_2 \frac{EA}{Gta} \right) F \quad (5.3)$$

Voor deze fittingscurve moeten twee coëfficiënten,  $c_1$  en  $c_2$ , bepaald worden. In figuur 5.3 is het resultaat van dit fittingsproces weergegeven. De coëfficiënt  $c_1$  is heel klein. Dit wijst op weinig invloed van  $q$  op de grootte van  $\hat{F}$ .



**Figuur 5.3**  
Data voor  $\frac{sl}{2a} = 10$   
met fit

## 5.4 De combinatie

Na het bestuderen van de verbanden tussen de  $\hat{F}$  en de modelparameters, kan nu worden gekeken naar het combineren van deze gegevens tot één formule waarin het verband tussen  $\hat{F}$ ,  $F$ ,  $\frac{sl}{2a}$  en  $\frac{EA}{Gta}$  wordt gelegd.

Om tot de juiste combinatie van de parameters te komen, zal worden begonnen met het verband tussen  $\hat{F}$  en  $F$  zoals opgesteld in de eerste paragraaf van dit hoofdstuk.

$$\hat{F} = c_1 + c_2 F \quad (5.4)$$

Hiervan is bekend dat  $c_1$  de waarde 0 heeft. In de coëfficiënt  $c_2$  zal dus alle variatie in  $\frac{sl}{2a}$  en  $\frac{EA}{Gta}$  moeten zitten. De coëfficiënt  $c_2$  kan dus vervangen worden door een combinatie de factoren die voor  $F$  staat in vergelijking 5.2 en vergelijking 5.3. Dit leidt tot de volgende vergelijking.

$$\hat{F} = \left( d_1 + d_2 \frac{sl}{2a} + d_3 \frac{EA}{Gta} \right) F \quad (5.5)$$

De onbekenden  $d_1$ ,  $d_2$  en  $d_3$  kunnen weer bepaald worden met een kleinste kwadraten fit aan de datapunten. Deze berekening levert uiteindelijk de volgende vergelijking voor de kracht in de scheurtip  $\hat{F}$

$$\hat{F} = \left( 1.5 + 0.24 \frac{sl}{2a} + 0.0005 \frac{EA}{Gta} \right) F \quad (5.6)$$

Omdat de coëfficiënt  $d_3$  erg klein is ten opzichte van de andere coëfficiënten kan deze term verwaarloosd worden. Door  $d_2$  af te ronden naar 0.25 kan vergelijking 5.6 vereenvoudigd worden tot

$$\hat{F} = \left(1.5 + \frac{1}{8} \frac{sl}{a}\right) F \quad (5.7)$$

waarin

$sl$  = scheurlengte [m]

$a$  = vezelafstand [m]

$F$  = belasting per vezel [kN]

Formule 5.7 geldt onder de volgende voorwaarden

$$\frac{sl}{a} > 0$$

$$10 \leq \frac{EA}{Gta} \leq 200$$

Waarin

$sl$  = scheurlengte [m]

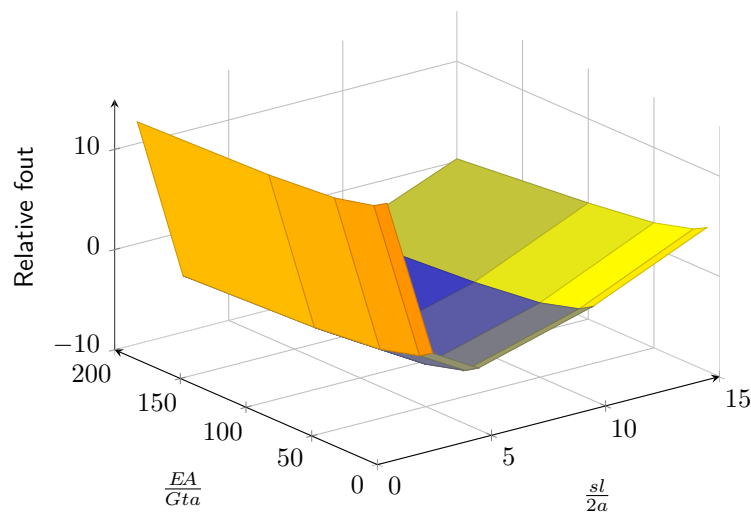
$a$  = vezelafstand [m]

$EA$  = rekstijfheid van een enkele vezel [kN]

$Gt$  = afschuifstijfheid van het doek [kN/m]

Wat opvalt is dat de kracht in de scheurtip onafhankelijk is van de verhouding  $\frac{EA}{Gta}$ . De gevonden formule zal dus gelden voor alle tentdoeken die aan de hierboven gestelde voorwaarden voldoen.

In figuur 5.4 is een 3D-weergave te zien van de relatieve fout van formule 5.7 ten opzichte van de echte data. Voor hele kleine scheuren is de afwijking van de formule vrij groot. De fout die dan gemaakt wordt ligt rond de 10%. Dit is echter aan de veilige kant, de kracht in de scheurtip wordt dan overschat. Voor scheuren rond de  $\frac{sl}{2a} = 5$  wordt de werkelijke kracht onderschat. Dit probleem kan ondervangen worden door de belasting  $F$  te verhogen met een veiligheidsfactor.



**Figuur 5.4**  
De relatieve fout van de gevonden formule ten opzichte van de echte data

## 5.5 Kritische scheurlengte

Door vergelijking 5.7 om te schrijven, wordt de formule voor de kritische scheurlengte

$$p_{cr} = 8 \left( \frac{F_{max}}{F} - 1.5 \right) \quad (5.8)$$

waarin

$p_{cr}$  = aantal gescheurde vezels [-]

$F_{max}$  = treksterkte per strekkende meter [kN/m]

$F$  = belasting per strekkende meter [kN/m]

Voor vergelijking 5.8 geldt uiteraard dezelfde voorwaarde als voor vergelijking 5.7.

## Hoofdstuk 6

# Experimentele toetsing

Om de formule voor de kritische scheurlengte die in het vorige hoofdstuk afgeleid is te toetsen aan de werkelijkheid, is een experiment uitgevoerd waarin de bezwijkkracht van een stuk tentdoek bij een gegeven scheurgrootte bepaald is: de scheurproeven. Ook zijn er proeven uitgevoerd om de benodigde tentdoekeigenschappen te bepalen: de *EA*- en de *Gt*-proeven.

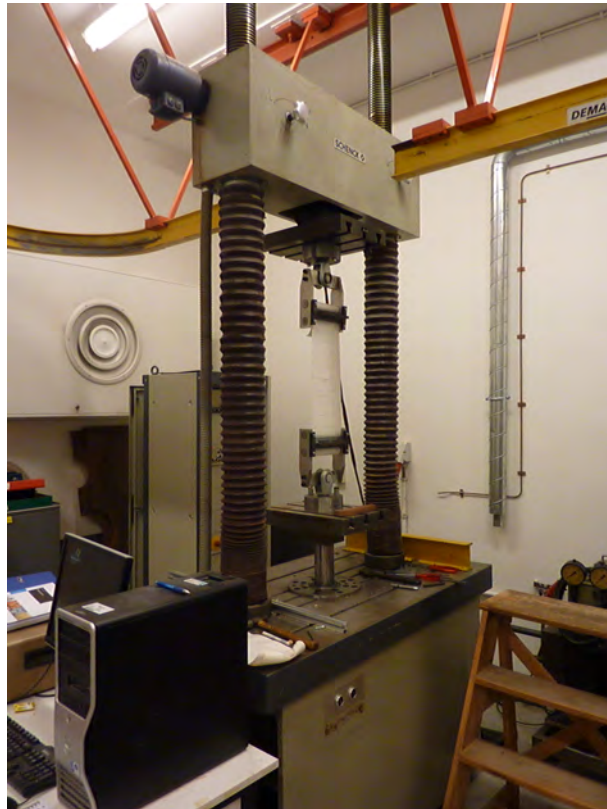
### 6.1 Proefopzet

In deze paragraaf zullen de voorbereiding en uitvoering van de proeven besproken worden. Eerst zal de gebruikte opstelling toegelicht worden, waarna de proefstukken geprepareerd worden. In de laatste subparagraaf zal de uitvoering van de proeven stapsgewijs besproken worden.

#### 6.1.1 De opstelling

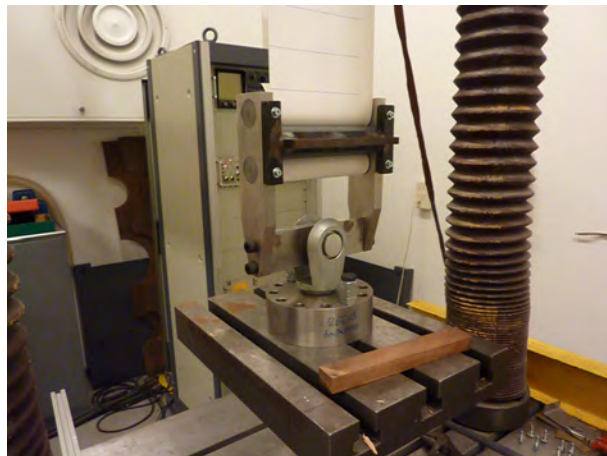
Voor de proeven is gebruikt gemaakt van een trekbank. Deze is weergegeven in figuur 6.1. Een proefstuk wordt ingehangen tussen een vaste bovenrand en een beweegbare vijzel. Door de vijzel met een constante snelheid van 0.1 mm/s naar beneden te laten bewegen, wordt het proefstuk een rek opgelegd. De kracht die nodig is om de verplaatsing te bewerkstelligen wordt constant gemeten en geregistreerd.





**Figuur 6.1**  
De gebruikte trekbank  
met proefstuk

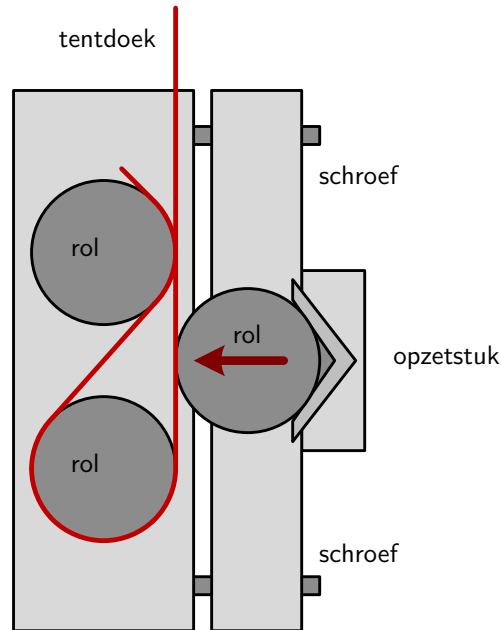
Voor het slagen van de proef is het belangrijk dat het tentdoek slipvrij wordt ingehangen en dat de belasting zo uniform mogelijk wordt overgedragen over de hele breedte van het proefstuk. Hiervoor zijn speciale inklemmingen gemaakt. Een foto van deze inklemming met een proefstuk is te zien in figuur 6.2.



**Figuur 6.2**  
Close-up van de  
inklemming van het  
tentdoek

Om de werking van de inklemming toe te lichten is in figuur 6.3 een geschematiseerde doorsnede weergegeven. De inklemming bestaat uit twee vaste rollen. Het tentdoek wordt hier omheen geslagen. Een derde rol wordt daarna met behulp van een opzetstuk tegen het tentdoek aangedrukt. Dit is in het figuur aangegeven met een rode pijl. De

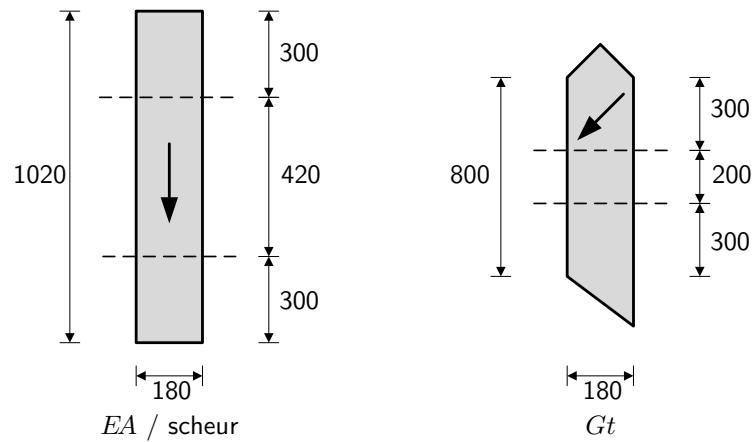
derde rol is opgeschuurd om extra grip op het doek te krijgen. De derde rol zorgt er voor dat het proefstuk tegen zichzelf aangedrukt wordt en door het trekken aan het proefstuk zal dit verschijnsel versterkt worden. De werking van de inklemming is dus hetzelfde als een verstelstukje dat vaak wordt toegepast bij rugtassen om de hengsels te verkorten.



**Figuur 6.3**  
Schematisatie van de  
inklemming van het  
tentdoek

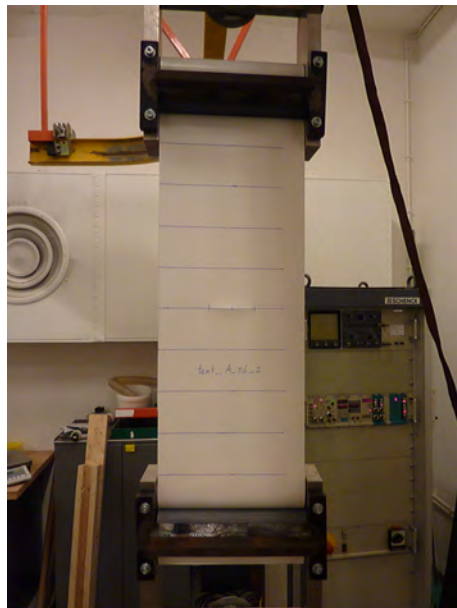
## 6.1.2 Prepareren van de proefstukken

Voor de proeven moeten twee soorten proefstukken geprepareerd worden: proefstukken waarbij de vezels in de kettingrichting belast worden en proefstukken waarbij de vezels onder een hoek van  $45^\circ$  belast worden. De inklemmingen hebben een breedte van 18 cm. De proefstukken krijgen dus dezelfde breedte. Voor de inklemming is ongeveer 30 cm stof nodig. Om voor het effect van de lage afschuifmodulus van het tentdoek te compenseren is er gekozen om de lengte ongeveer 2.5 keer de breedte te maken. De totale afmetingen van beide typen proefstukken zijn gegeven in figuur 6.4. Op het doek staat de kettingrichting aangegeven met een pijl. De proefstukken voor de  $Gt$ -bepaling zijn korter, omdat de beschikbare hoeveelheid doek beperkt was.



**Figuur 6.4**  
 Afmetingen van de  
 proefstukken met  
 maten in mm

Op de proefstukken voor de *EA*-meting en de scheurproeven worden hierna lijnen getrokken die loodrecht staan op de belastingsrichting. Als deze lijnen niet meer horizontaal zijn tijdens de proef betekent dat dat de belasting over die lijn niet uniform verdeeld is. Verder wordt het proefstuk voorzien van een unieke code. Bij de scheurproeven wordt in het midden van het tentdoek een scheur met een bepaalde lengte aangebracht. De scheurlengte is een veelvoud van de vezelafstand, zodat er een heel aantal vezels doorgesneden wordt. In tabel 6.1 zijn de codes en de scheurlengtes van de proefstukken aangegeven. In figuur 6.5 is een proefstuk met een scheur te zien.

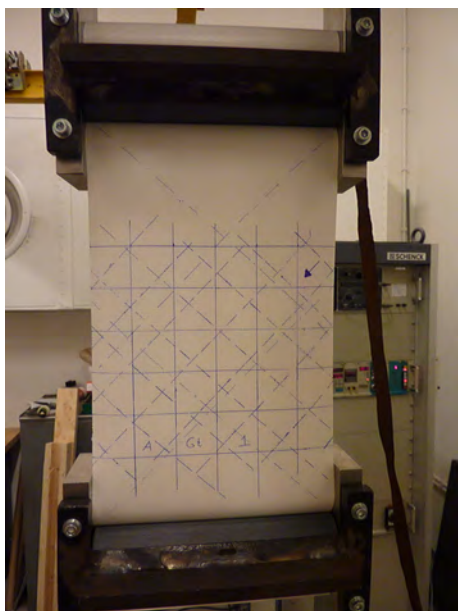


**Figuur 6.5**  
 Proefstuk met een  
 scheur van 56 mm

code	scheur [mm]
tent_A_EA.1	0
tent_A_56.1	56
tent_A_56.2	56
tent_A_28.1	28
tent_A_28.2	28
tent_A_14.1	14
tent_A_14.2	14
tent_A_10.5.1	10.5
tent_A_10.5.2	10.5
tent_A_Gt.1	0
tent_A_Gt.2	0

**Tabel 6.1**  
De gebruikte  
proefstukken met  
code en aangebracht  
scheurlengte

Voor de *Gt*-metingen is een uitgebreider raster aangebracht op het proefstuk. Het raster is te zien in figuur 6.6. De getrokken lijnen lopen loodrecht en parallel aan de belastingsrichting. De gestreepte lijnen lopen parallel aan de ketting- en de inslagrichting van het doek. De kettingrichting is aangegeven met de pijl. De streep-stiplijnen geven laatste vezel aan die ondersteund wordt door de oplegging. Deze vier lijnen vormen een ruit in het midden van het proefstuk.



**Figuur 6.6**  
Raster voor de  
*Gt*-proeven

### 6.1.3 Uitvoering

Alle proeven zijn uitgevoerd op dezelfde manier.

1. Monteer het proefstuk in de opstelling
2. Stel de huidige stand van de vijzel als nulpunt
3. Meet de afstand tussen de twee inklemmingen (alleen voor de *EA*- en *Gt*-proeven)
4. Start de vijzel

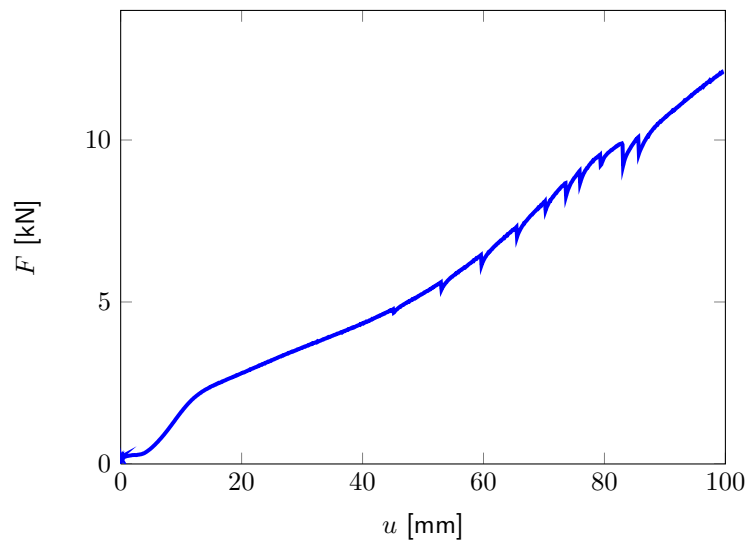
5. Maak om een vast interval foto's van het proefstuk
6. Laat de vijzel doorgaan tot het proefstuk bezweken is of tot de vijzel de maximale afstand van 100 mm heeft afgelegd

## 6.2 Resultaten

In deze paragraaf zullen de resultaten van de uitgevoerde proeven worden gepresenteerd en voorzien van een korte beschrijving.

### 6.2.1 Rekproef

De kracht op het proefstuk is in figuur 6.7 uitgezet tegen de verplaatsing van de vijzel. Omdat de opstelling heel veel stijver is dan het proefstuk is de aangenomen dat de verlenging van het doek gelijk is aan de verplaatsing van de vijzel. De lengte van het proefstuk tussen de inklemmingen is bepaald voor de start van de meting en was gelijk aan 486 mm.



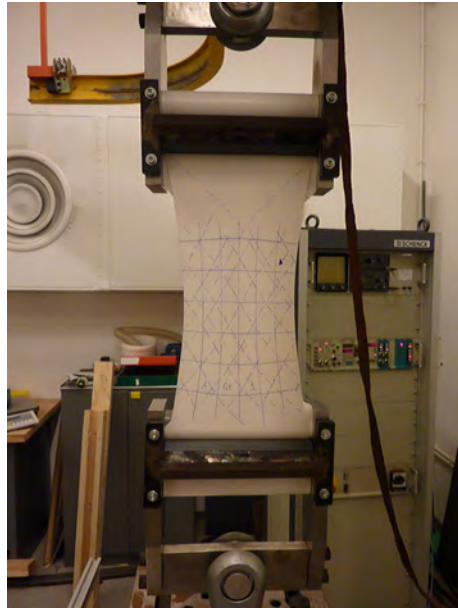
**Figuur 6.7**  
De belasting  $F$  tegen de verplaatsing van de vijzel  $u$

Wat opvalt in het figuur is dat er twee lineaire takken te zien zijn. Dit houdt in dat er twee waarden voor de  $EA$  uit de grafiek gehaald kunnen worden. Een verklaring voor dit gedrag zou kunnen zijn dat de kettingvezels in het doek eerst recht getrokken worden, waarbij de nog veel weerstand ondervinden van de inslagvezels. Bij een bepaalde kracht zijn de vezels recht en is de stijfheid lager, vanwege het ontbreken van de weerstand door de inslagvezels.

In het figuur zijn de dipjes in de grafiek te verklaren door het slippen van het doek in de inklemmingen. Daardoor valt de kracht terug om zich daarna weer te herstellen tot het oorspronkelijke niveau.

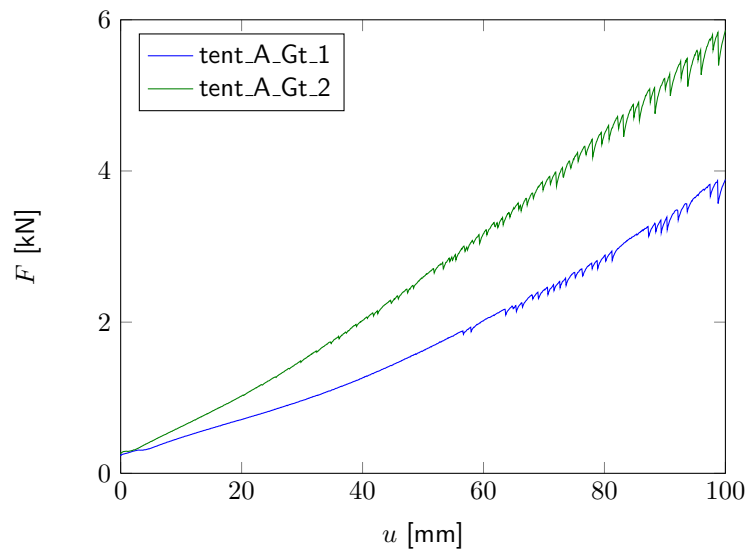
## 6.2.2 Afschuifproeven

Bij de afschuifproeven vond veel vervorming loodrecht op de belastingsrichting plaats. Dit is duidelijk te zien in figuur 6.8. De oorspronkelijk rechte vezels zijn door de belasting gekromd. Wat opvalt is dat de vezels die door de ruit van vrije oplegging gaan recht zijn binnen de ruit. Van dit gedrag wordt straks gebruik gemaakt om de  $Gt$  te bepalen.



**Figuur 6.8**  
 $Gt$ -proefstuk tijdens de proef

De  $Gt$ -meting is slechts twee keer uitgevoerd, wederom wegens de beperkte hoeveelheid materiaal. De twee proeven laten niet hetzelfde gedrag zien. Het tweede proefstuk had dezelfde vervorming als de eerste proefstuk bij een significant grotere kracht. Dit is te zien in figuur 6.9. Dit gegeven maakt deze  $Gt$ -proeven niet heel betrouwbaar.



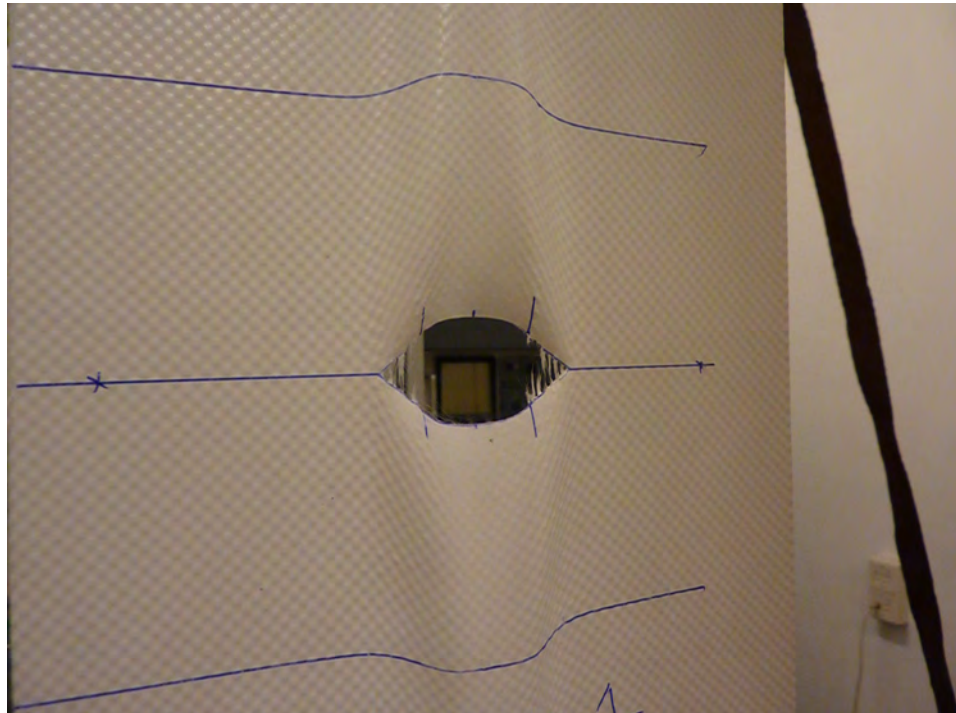
**Figuur 6.9**  
De belasting  $F$  tegen de verplaatsing van de vijzel  $u$

### 6.2.3 Scheurproeven

In totaal zijn er acht scheurproeven uitgevoerd, twee voor elke scheurlengte. De grafieken in deze paragraaf laten de belasting  $F$  zien uitgezet tegen de verplaatsing van de vijzel  $u$ . De maximale kracht,  $F_{fail}$  is in elk figuur aangegeven met een rood vierkantje. Dit is de kracht waarbij de scheur voor het eerst verder uitscheurt en het is de kracht waar formule 5.7 iets over zegt. De waarden van  $F_{fail}$  staan voor elke scheur in tabel 6.2.

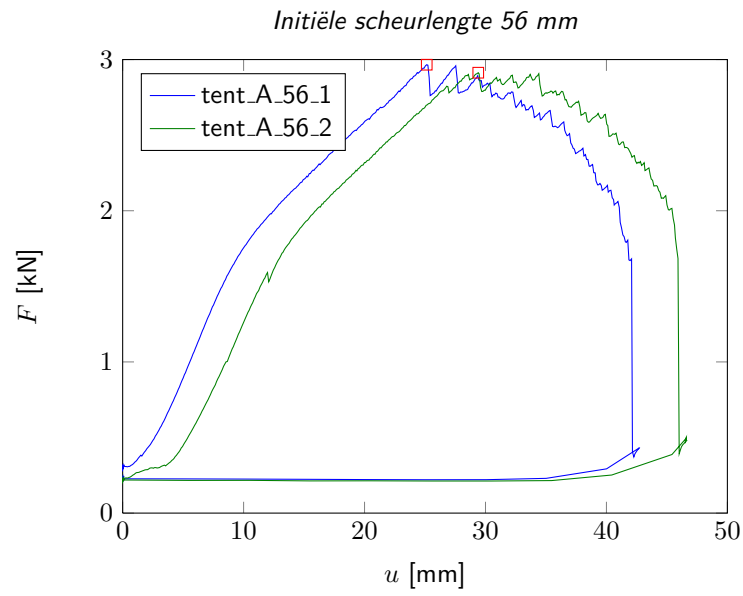
De grafieken laten verder zien dat net als bij de ongescheurde  $EA$ -meting er twee lineaire takken zijn. De dipjes in de grafieken zijn ook in dit geval veroorzaakt door het slippen van het tentdoek in de inklemming. Omdat de grafieken van de twee metingen over elkaar heen vallen, laat dit zien dat de proeven goed reproduceren.

Figuur 6.10 laat een proefstuk zien waar de scheur zich aan het ontwikkelen is. De bezwaken vezels zijn duidelijk te onderscheiden. De proefstukken scheurden allen op dezelfde manier uit. De scheur werd symmetrisch groter. De scheur bleef dus in het midden van het proefstuk.

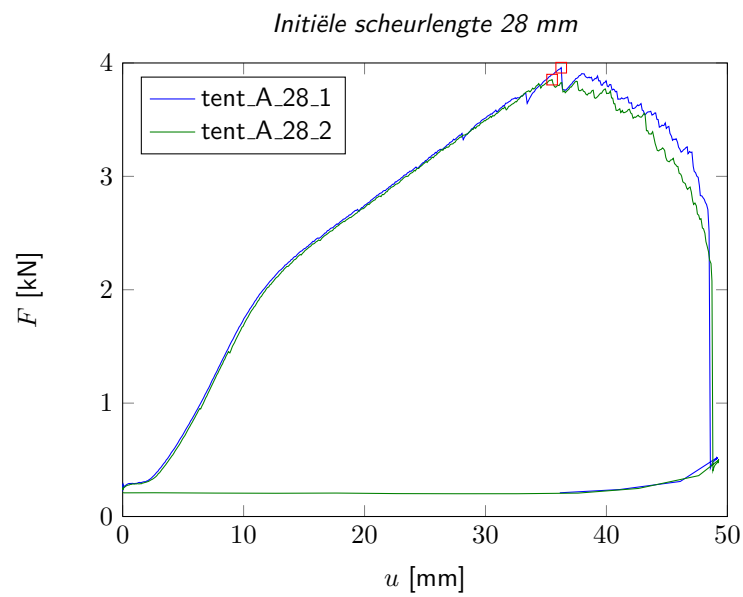


**Figuur 6.10**  
Proefstuk met een  
scheur die zich aan  
het ontwikkelen is

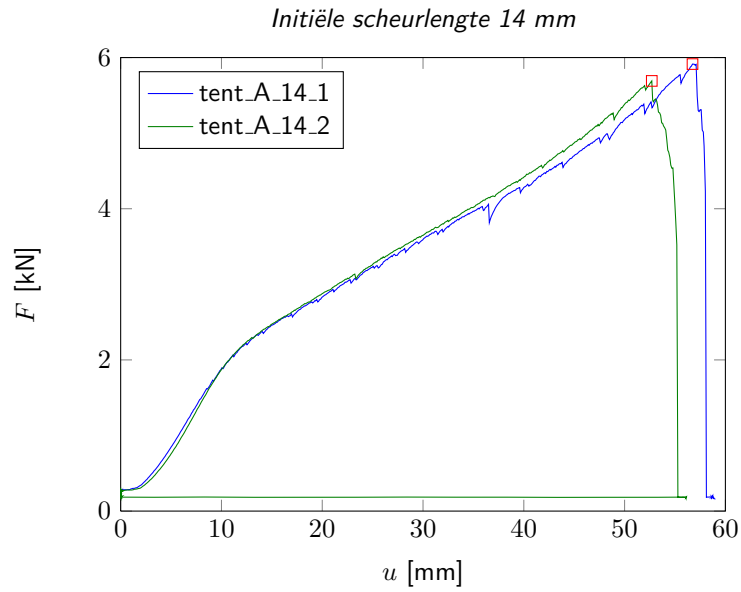
**Figuur 6.11**  
De belasting  $F$  tegen  
de verplaatsing van de  
vijzel  $u$



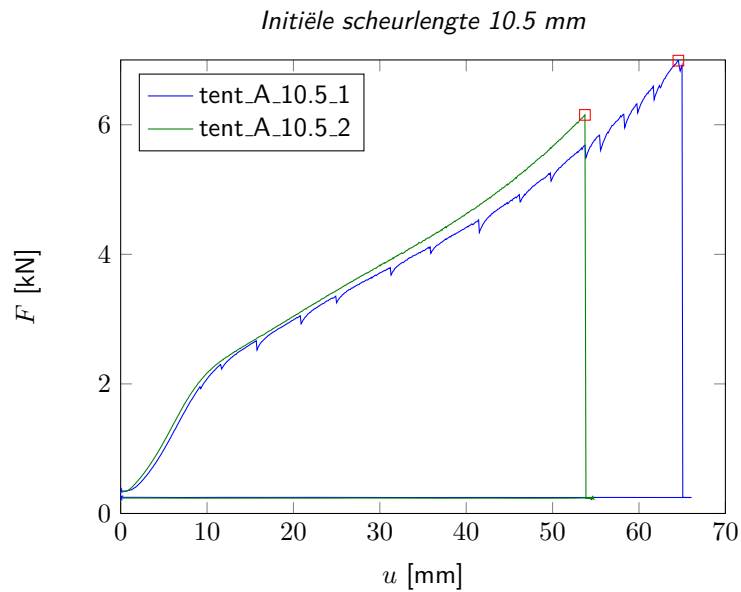
**Figuur 6.12**  
De belasting  $F$  tegen  
de verplaatsing van de  
vijzel  $u$







**Figuur 6.13**  
De belasting  $F$  tegen de verplaatsing van de vijzel  $u$



**Figuur 6.14**  
De belasting  $F$  tegen de verplaatsing van de vijzel  $u$

code	scheur [mm]	$F_{fail}$ [kN]
tent_A_56.1	56	2.966
tent_A_56.2	56	2.913
tent_A_28.1	28	3.958
tent_A_28.2	28	3.853
tent_A_14.1	14	5.914
tent_A_14.2	14	5.691
tent_A_10.5.1	10.5	6.989
tent_A_10.5.2	10.5	6.152

**Tabel 6.2**  
De waarden van  $F_{fail}$

## 6.3 Discussie

De resultaten van de vorige paragraaf zullen nu verder verwerkt worden, waarna met de gevonden waarden het numerieke model en dus de afgeleide formule getoetst zullen worden.

### 6.3.1 Bepaling van de vezelafstand

Om de vezelafstand van de proefstukken te bepalen worden 21 vezels gemarkeerd in elke richting. De afstand tussen het eerste en het laatste punt wordt daarna bepaald. De gemiddelde vezelafstand wordt daarna gevonden door de gemeten afstand te delen door 20. Dit is gedaan voor de ketting- en de inslagrichting.

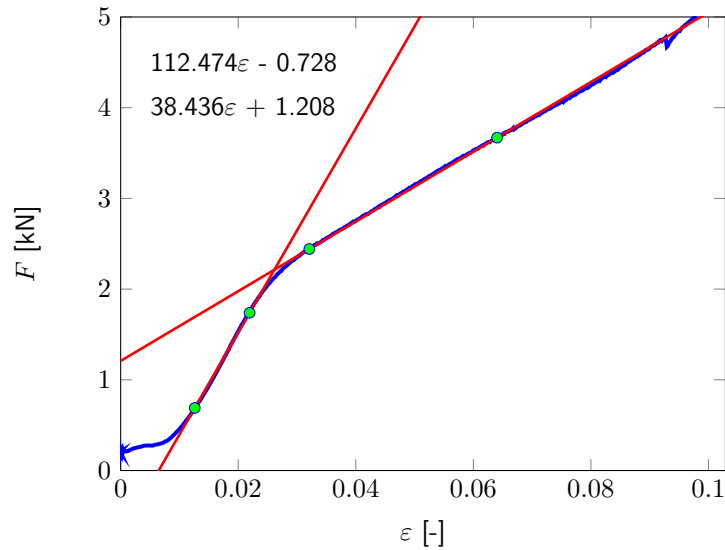
$$a_{ketting} = \frac{35.0 \text{ mm}}{20} = 1.75 \text{ mm/vezel}$$
$$a_{inslag} = \frac{31.5 \text{ mm}}{20} = 1.575 \text{ mm/vezel}$$

De eerste drie proefstukken leverden steeds dezelfde vezelafstanden op. Daarom zijn voor de overige proefstukken de vezelafstanden niet meer bepaald. De hoek, die de ketting- en inslagrichting maken, was voor de drie proefstuk overigens niet gelijk. Deze schommelde rond de  $90^\circ$ .

Net zal in het gebruikte model zullen de vezelafstanden in de twee richtingen aan elkaar gelijk worden gesteld. De  $a_{ketting}$  zal dus gebruikt worden voor verdere berekeningen.

### 6.3.2 Bepaling van de rekstijfheid van de vezels

In figuur 6.15 is de kracht  $F$  op het proefstuk uitgezet tegen de rek  $\varepsilon$ . De rek is bepaald door de zakking van de vijzel te delen door de ingeklemde lengte van het proefstuk (486 mm). In de grafiek zijn twee lijnen aan de grafiek gefit. Deze lijnen zijn de twee lineaire takken van het rekiagram. De vergelijkingen van de lijnen zijn ook in het figuur gegeven.



**Figuur 6.15**  
Bepaling van de  
rekstijfheid  $EA$

Het getal voor de  $\varepsilon$  is de  $EA$  van het proefstuk. Deze gevonden  $EA$ -waarden moeten vervolgens omgerekend worden naar de rekstijfheid van een enkele vezel door de waarde te delen door het aantal vezels in het proefstuk.

$$EA_1 = \frac{112.474}{0.18/a} = \frac{112.474}{0.18/0.00175} = 1.09 \text{ kN}$$

$$EA_2 = \frac{38.436}{0.18/a} = \frac{38.436}{0.18/0.00175} = 0.37 \text{ kN}$$

### 6.3.3 Bepaling van de afschuifmodulus

Uit de afschuifproeven kunnen voor de twee proefstukken de hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  opgemeten worden. De hoeken staan aan gegeven in figuur 6.16. Met deze twee hoeken dan de afschuifvervorming  $\gamma$  berekend worden.

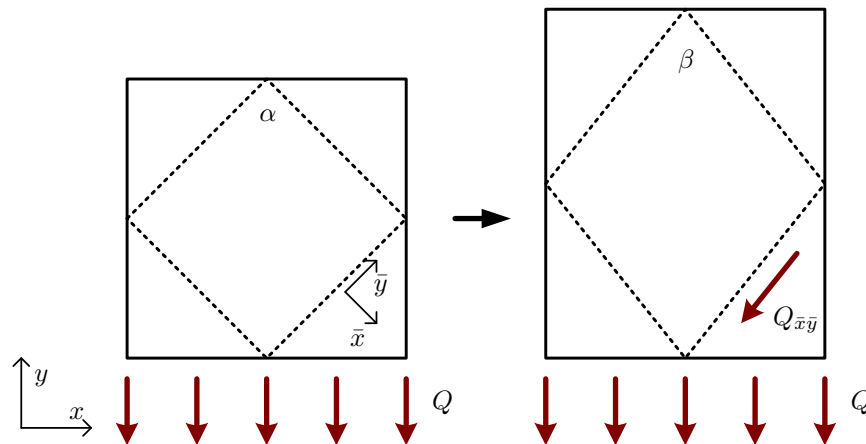
$$\gamma = \alpha - \beta \quad (6.1)$$

Uit de constitutieve relatie volgt het verband tussen de  $Gt$  en de  $\gamma$ . De kracht  $Q_{\bar{x}\bar{y}}$  is een kracht per strekkende meter. De dikte  $t$  van het doek is hierin dus al verwerkt. De  $\gamma$  moet dimensieloos zijn en dus gegeven worden in radialen.

$$Q_{\bar{x}\bar{y}} = Gt\gamma$$

$$Gt = \frac{Q_{\bar{x}\bar{y}}}{\gamma} \quad (6.2)$$

**Figuur 6.16**  
Modellering voor het bepalen van de  $Gt$

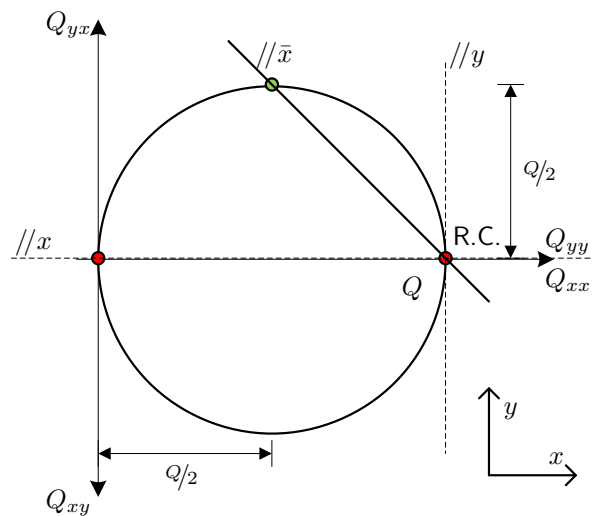


Voor het bepalen van de kracht  $Q_{\bar{x}\bar{y}}$  wordt gebruik gemaakt van de cirkel van Mohr. [2] Deze is weergegeven in figuur 6.17. Uit de cirkel is op te maken dat  $Q_{\bar{x}\bar{y}} = Q/2$ . Als deze waarde ingevuld wordt in vergelijking 6.2 volgt hieruit

$$Gt = \frac{Q}{2\gamma} \quad (6.3)$$

Met deze vergelijking kan voor de twee proeven de  $Gt$  bepaald worden. Hiervoor is bij een bepaalde kracht de hoek  $\beta$  bepaald waarna de  $Gt$  berekend is. De afbeeldingen die gebruikt zijn voor het bepalen van  $\alpha$  en  $\beta$  zijn te vinden in bijlage C. De resultaten van de berekening zijn weergegeven in tabel 6.3. Voor verdere berekeningen is de gemiddelde waarde van 9.75 kN/m gebruikt.

**Figuur 6.17**  
De cirkel van Mohr voor het bepalen van de  $Q_{\bar{x}\bar{y}}$



**Tabel 6.3**  
De bepaling van de  $Gt$  uit de twee metingen

Meting	$F$ [kN]	$Q$ [kN/m]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	$\gamma$ [°]	$\gamma$ [rad]	$Gt$ [kN/m]
tent_A_Gt_1	1.25	6.94	92	69	23	0.401	8.65
tent_A_Gt_2	1.50	8.33	88	66	22	0.384	10.85

### 6.3.4 Toetsing van het model

In de scheurproeven zijn de belastingen waarbij de scheur voor het eerst verder uitscheurt bepaald. Deze waarden zijn gepresenteerd in tabel 6.2. Door deze belasting te delen door het aantal vezels in het proefstuk ( $\frac{0.18}{0.00175} \approx 103$ ) is de belasting per vezel bij bezwijken  $F_{fail}$  bepaald. In figuur 6.19 zijn deze waarden voor  $F_{fail}$  uitgezet tegen de helft van het aantal gescheurde vezels.

De formule voor de kracht in de scheurtip was

$$\hat{F} = \left(1.5 + \frac{1}{4} \frac{sl}{2a}\right) F \quad (6.4)$$

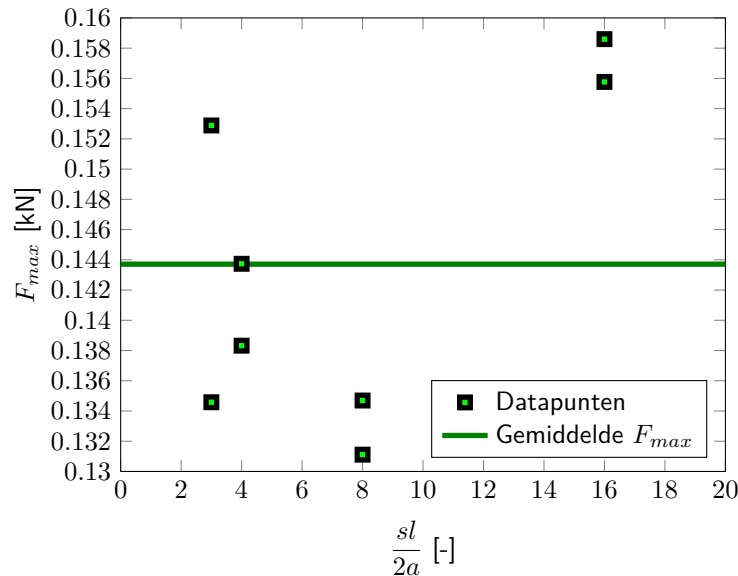
Bij het verder uitscheuren is de kracht  $\hat{F}$  gelijk aan de constante  $F_{max}$ . Uit het experiment zijn de waarden van  $sl$ ,  $a$  en  $F$  bepaald. De formule gold alleen voor bepaalde waarden van de verhouding  $\frac{EA}{Gta}$ . Deze is uit de gemeten gegevens te bepalen.

$$\frac{EA}{Gta} = \frac{1.09}{9.75 \cdot 0.00175} = 63.88 \quad (6.5)$$

De verhouding  $\frac{EA}{Gta}$  ligt binnen de gestelde grenzen dus formule 6.4 zou het gedrag in het tentdoek moeten beschrijven. De vergelijking voor de kracht in de scheurtip kan herschreven worden tot

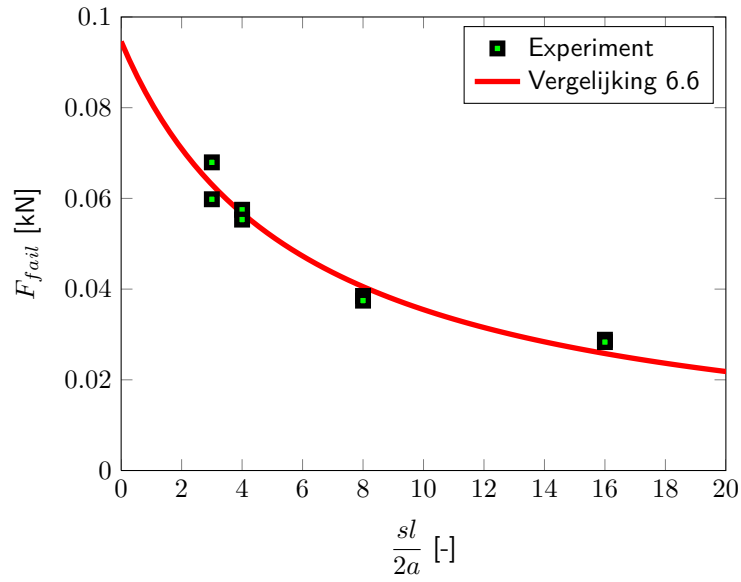
$$F_{fail} = \frac{F_{max}}{1.5 + \frac{1}{4} \frac{sl}{2a}} \quad (6.6)$$

De constante  $F_{max}$  kan gevonden worden door deze terug te rekenen met vergelijking 6.6. De resultaten van deze berekening zijn te zien in figuur 6.18. De groene lijn is de gemiddelde waarde van de resultaten. Deze waarde is 0.1437 kN. De afwijking van meetpunten ten opzichte van dit gemiddelde is niet groter dan 10%.



**Figuur 6.18**  
De teruggerekende  
bezwijkkracht  $F_{max}$

Vergelijking 6.6 is ook weergegeven in figuur 6.19, hierbij is de gemiddelde waarde van  $F_{max}$  in gevuld. De standaardafwijking van de experimenteel gevonden punten is 0.011 kN.



**Figuur 6.19**  
De scheurkracht  
uitgezet tegen de  
scheurlengte

De afwijkingen tussen model en werkelijkheid kunnen verklaard worden door lokale verschillen in het doek. De inslagvezels hebben een kleinere en niet constante onderlinge afstand en een andere rekstijfheid dan de vezels in de kettingrichting. Deze eigenschappen van tentdoek zijn niet in het model opgenomen. Het opnemen van deze eigenschappen is mogelijk, maar het zal de formules voor de kracht in de scheurtip een stuk complexer maken.

## Hoofdstuk 7

# Conclusie en aanbevelingen

In dit bacheloreindwerk is onderzoek gedaan naar een formule voor de kritische scheurlengte van een tentdoek. Hiervoor is een numeriek model opgesteld en dit model is experimenteel getoetst. De vraag die centraal stond bij dit onderzoek was

*Wat is het verband tussen de kritische scheurlengte in een uni-axiaal belast tentdoek en de rekstijfheid, afschuifstijfheid, vezelafstand en sterkte van dit tentdoek?*

Aan de hand van het modelonderzoek is dit verband samen te vatten in de volgende formule

$$p_{cr} = 8 \left( \frac{F_{max}}{F} - 1.5 \right) \quad (7.1)$$

Waarin

$$\begin{aligned} p_{cr} &= \text{aantal gescheurde vezels [-]} \\ F_{max} &= \text{treksterkte per strekkende meter [kN/m]} \\ F &= \text{belasting per strekkende meter [kN/m]} \end{aligned}$$

De kritische scheurlengte is onafhankelijk van het type doek, mits de eigenschappen van het doek binnen de volgende range vallen.

$$10 \leq \frac{EA}{Gta} \leq 200$$

Waarin

$$\begin{aligned} a &= \text{vezelafstand [m]} \\ EA &= \text{rekstijfheid van een enkele vezel [kN]} \\ Gt &= \text{afschuifstijfheid van het doek [kN/m]} \end{aligned}$$

De meeste tentdoeken zullen in deze range vallen. Formule 7.1 is dus algemeen toepasbaar. In het experiment is slechts één type doek onderzocht ( $\frac{EA}{Gta} \approx 60$ ). Of de kritische scheurlengte dus daadwerkelijk onafhankelijk is van het type doek, moet nog bevestigd worden door verschillende typen doek te testen.

De vergelijking is experimenteel getoetst met behulp van trekproeven op acht gescheurde proefstukken. De voorspelling van de kracht door de formule bij gegeven scheurlengte lag binnen 10% van de gevonden waarde. Hieruit kan de conclusie getrokken worden dat het gebruikte model de juiste kracht in de scheurtip geeft.

De formule is afgeleid voor een uni-axiaal belast tentdoek. In de praktijk worden tentdoeken vaak bi-axiaal belast. De stijfheid in de kettingrichting neemt toe, maar de kritische scheurlengte zal waarschijnlijk niet veranderen. Dit is zo, omdat in het numerieke model een uniforme kracht in de horizontale richting geen invloed heeft op de schuifspanningen en krachten in de verticale richting. Het numerieke model zou bij een bi-axiale belasting zelfs nauwkeuriger de werkelijkheid benaderen, omdat het doek onder en boven de scheur niet langer slap zal hangen. Dit slaphangen is niet meegenomen in het numerieke model, terwijl dit bij een uni-axiale belasting wel gebeurt.

Het model kan verder verbeterd worden door het bi-lineaire gedrag van de rekstijfheid mee te nemen. Dit bi-lineaire gedrag bleek uit de experimenten die in dit bacheloreindwerk gedaan zijn. Verder kan het model uitgebreid worden door de ketting- en inslagvezels niet dezelfde rekstijfheid mee te geven. Deze waarden zijn in het echt ook niet hetzelfde. Een derde optie tot verbetering is het meenemen van tweede orde effecten, zoals het in elkaar grijpen van de vezels als de hoek tussen de ketting- en inslagvezels te groot wordt.

Bij dit bacheloreindwerk is geen literatuuronderzoek gedaan naar andere onderzoeken over hetzelfde onderwerp. Ook is de afgeleide formule voor de kritische scheurlengte niet vergeleken met andere formules die hiervoor afgeleid zijn. Dit literatuuronderzoek is belangrijk om alsnog uit te voeren. Dit is dan ook een aanbeveling voor een eventueel vervolgonderzoek. In dit onderzoek zou dan ook gekeken kunnen worden naar een experiment naar de treksterkte van het tentdoek. Deze waarde is nu afgeleid uit de meetresultaten. Een directe meting is dus erg interessant voor het verifiëren van de gevonden formule.

Het sterkste punt van de gevonden formule voor de kritische scheurlengte is de eenvoud. De formule is eenvoudig te onthouden en er hoeft slechts één parameter bekend te zijn: de verhouding tussen de maximale belasting en de aanwezige belasting.



# Literatuurlijst

- [1] Interview met Rogier Houtman op 24 mei 2012.
- [2] J.W. Welleman C. Hartsuijker. *Introduction into Continuum Mechanics*. Faculty of Civil Engineering and Geosciences, 2007.
- [3] Ferrari. Textile Architecture. [http://products.construction.com/swts\\_content\\_files/55324/8605\\_133100-FER\\_08.pdf](http://products.construction.com/swts_content_files/55324/8605_133100-FER_08.pdf).
- [4] P.C.J. Hoogenboom. Element and Verification manual. [http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/CT5060\\_stringer-panel\\_manual.pdf](http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/CT5060_stringer-panel_manual.pdf), 2007.
- [5] Buitink Technology. Gespannen membraan voor de Pringle Floriade. <http://www.buitink-technology.com/nl/projecten/membraan-voor-de-pringle-floriade/>.

# Bijlage A

## Modelontwikkeling

In deze bijlage wordt het hele ontwikkelingsproces van het gebruikte numerieke model stap voor stap beschreven.

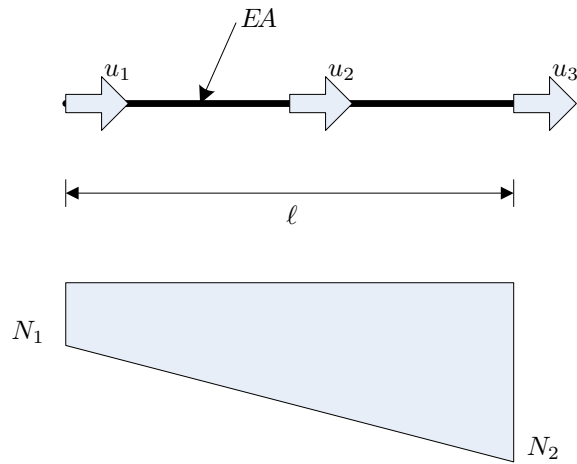
### A.1 Stringer-panel-model

De basis voor het tentdoekmodel is een computerprogramma voor betonconstructies geschreven in Pascal door P. Hoogenboom. Dit programma construeert de stijfheidsmatrix  $\mathbf{K}$  en lost vervolgens de vergelijking  $\mathbf{F} = \mathbf{K}\mathbf{u}$  op. De invoer voor het programma is hard gecodeerd. Dit wil zeggen dat na elke aanpassing het programma weer volledig gecompileerd moet worden naar machinetaal. De code van dit programma is te vinden op [http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/CT5060\\_stringer-panel\\_program.txt](http://homepage.tudelft.nl/p3r3s/CT5060_stringer-panel_program.txt).

In het programma kunnen verschillende soorten elementen ingevoerd worden. Elke element heeft zijn eigen vrijheidsgraden en stijfheidsmatrix. Elke vrijheidsgraad krijgt een nummer toegewezen in het totale constructie. Als in de constructie bepaalde elementen met elkaar verbonden zijn hebben ze beiden een vrijheidsgraad met hetzelfde nummer. De belangrijkste elementen worden in de volgende paragrafen kort besproken.

#### A.1.1 Stringers

Een stringer is een staafvormige element met drie vrijheidsgraden. De rekstijfheid  $EA$  is constant voor de lengte  $\ell$ . Omdat er een gelijkmatige verdeelde schuifkracht langs de stringer loopt, verloopt de normaalkracht lineair over de lengte. In figuur A.1 staat een schets van een stringer met al zijn eigenschappen.



**Figuur A.1**  
Een stringer

De rek in het begin en het eind van de stringer wordt gegeven door de volgende twee relaties

$$\varepsilon_1 = \frac{-4u_1 + 6u_2 - 2u_3}{\ell} \quad (\text{A.1})$$

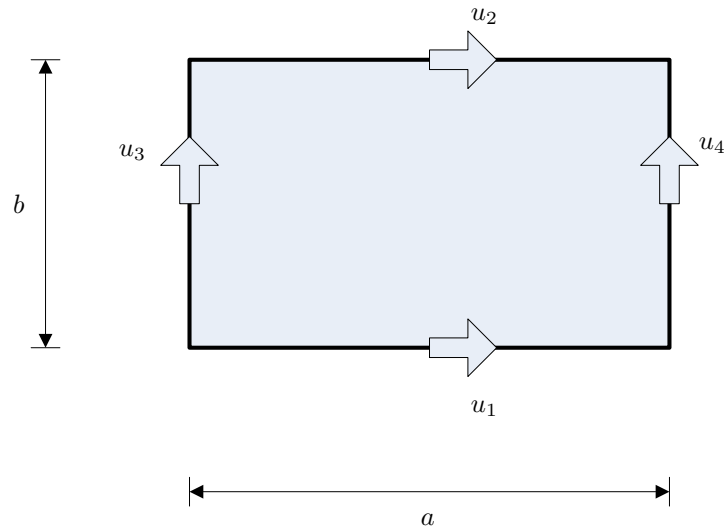
$$\varepsilon_2 = \frac{2u_1 - 6u_2 + 4u_3}{\ell} \quad (\text{A.2})$$

Samen met de constitutieve relatie  $N = EA\varepsilon$  geeft dit de volgende stijfheidsmatrix

$$\mathbf{K} = \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 4 & -6 & 2 \\ -6 & 12 & -6 \\ 2 & -6 & 4 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

### A.1.2 Panelen

Een paneel is rechthoekig met afmetingen  $a \times b$ . Het paneel heeft een afschuifmodulus  $G$  en een dikte  $t$ . De vier vrijheidsgraden zitten in het midden van de zijden. Deze zijden worden belast door een gelijkmatig verdeelde schuifkracht, waardoor er in het paneel een gelijkmatig verdeelde schuifspanning optreedt. Een schets van een rechthoekig paneel is te zien in figuur A.2.



**Figuur A.2**  
Een rechthoekig  
paneel

De afschuifvervorming  $\gamma$  wordt gegeven door

$$\gamma = \frac{u_2 - u_1}{b} + \frac{u_4 - u_3}{a} \quad (\text{A.4})$$

Samen met de constitutieve relatie  $\tau t = Gt\gamma$  geeft dit de volgende stijfheidsmatrix

$$\mathbf{K} = Gt \begin{bmatrix} \frac{a}{b} & -\frac{a}{b} & 1 & -1 \\ -\frac{a}{b} & \frac{a}{b} & -1 & 1 \\ 1 & -1 & \frac{b}{a} & -\frac{b}{a} \\ -1 & 1 & -\frac{b}{a} & \frac{b}{a} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

### A.1.3 Overige elementen

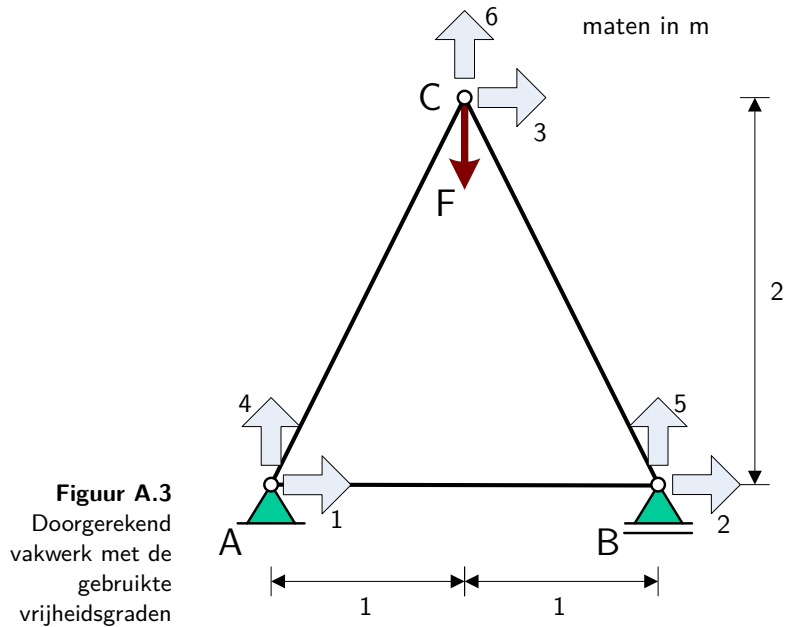
Het originele programma kan verder rekenen met vierhoekige panelen zonder rechte hoeken, 2D-vakwerkstaven en 3D-vakwerkstaven. Deze elementen zijn echter niet relevant voor het modelleren van een tentdoek en zullen dus niet verder besproken worden.

## A.2 Verificatie

De eerste stap in de verder ontwikkeling van het model voor een gescheurd tentdoek was het verifiëren of het programma de juiste uitkomsten geeft. Hiervoor zijn de tests beschreven in [4] opnieuw uitgevoerd. Verder controle van het programma is gedaan met behulp van een klein vakwerk en een enkel schuifpaneel.

### A.2.1 Vakwerk

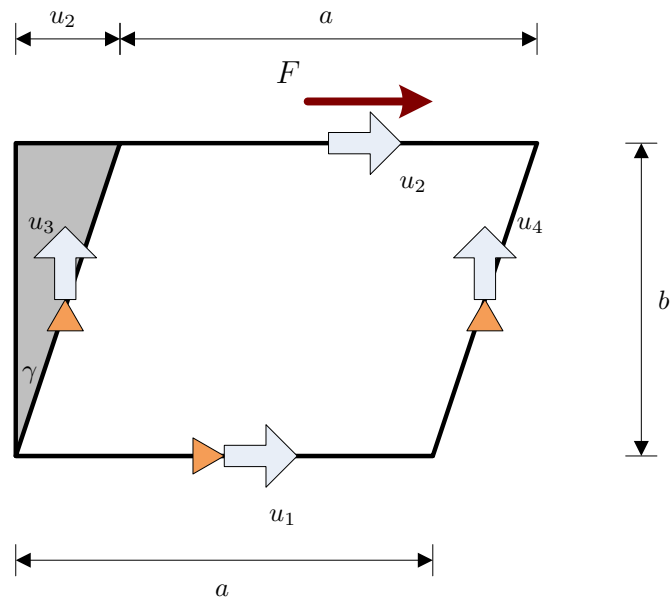
Een figuur van dit vakwerk is te vinden in figuur A.3. De met de hand berekende waarden van dit vakwerk komen overeen met hetgeen berekend wordt door het elementenprogramma.



**Figuur A.3**  
Doorgerekend  
vakwerk met de  
gebruikte  
vrijheidsgraden

### A.2.2 Alleen een paneel

In de testen beschreven in [4] worden geen rechthoekige schuifpanelen beschreven. Het is echter wel belangrijk deze elementen te testen. In figuur A.4 staat een basisgeval. Het paneel wordt belast door een kracht  $F$  in vrijheidsgraad  $u_2$ . Het paneel wordt vastgehouden in  $u_1$ ,  $u_3$  en  $u_4$ . De verplaatsingen van die vrijheidsgraden zijn dus gelijk aan nul.



**Figuur A.4**  
Rechthoekig  
schuifpaneel

De belasting  $F$  zal een schuifspanning  $\tau$  uitoefenen op de bovenrand van het paneel. De grootte van deze schuifspanning is gegeven door

$$\tau = \frac{F}{at} \quad (\text{A.6})$$

Door de belasting zal de bovenrand van het paneel over een afstand  $u_2$  verplaatsen ten opzichte van de onderste rand. Dit veroorzaakt een afschuifvervorming  $\gamma$

$$\gamma = \arctan \frac{u_2}{b} \approx \frac{u_2}{b} \quad (\text{A.7})$$

Uit de constitutieve relatie volgt verder dat

$$\tau t = Gt\gamma \quad (\text{A.8})$$

Het combineren van deze drie vergelijkingen geeft een uitdrukking voor  $u_2$ .

$$\begin{aligned} \frac{F}{at}t &= Gt\frac{u_2}{b} \\ \frac{F}{Gta} &= \frac{u_2}{b} \\ \frac{Fb}{Gta} &= u_2 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Als  $F = 20 \text{ kN}$ ,  $a = 5 \text{ m}$ ,  $b = 4 \text{ m}$ ,  $Gt = 810000 \text{ kN/m}$ , dan volgt uit vergelijking A.9  $u_2 = 0.01975 \text{ mm}$ .

Voor de test van het stringer-paneel programma is vervolgens de volgende code gebruikt:

```

1 procedure paneel();
2 begin
3   NrDofs:=4; NrStrs:=0; NrPanels:=1; NrQPanels:=0; NrBar3Ds:=0; NrBar2Ds:=0;
4   NrForces:=1; NrTyings:=0; NrFixedDofs:=3;

```

```

5
6 PanelDof[1,1]:=1;PanelDof[1,2]:=2;PanelDof[1,3]:=3;PanelDof[1,4]:=4;
7 PanelA[1]:=5;PanelB[1]:=4;
8 PanelGt[1]:=810000;
9
10 ForceDof[1]:=2; Force[1]:=20;
11
12 FixedDof[1]:=1;FixedDof[2]:=3;FixedDof[3]:=4;
13 Disp[1]:=0; Disp[2]:=0; Disp[3]:=0;
14 kernel();
15 end;

```

Uit de berekening volgt dat  $u_2 = 0.0198$  mm. Dit komt overeen met de waarde van de handberekening

### A.3 Omzetting naar Matlab-code

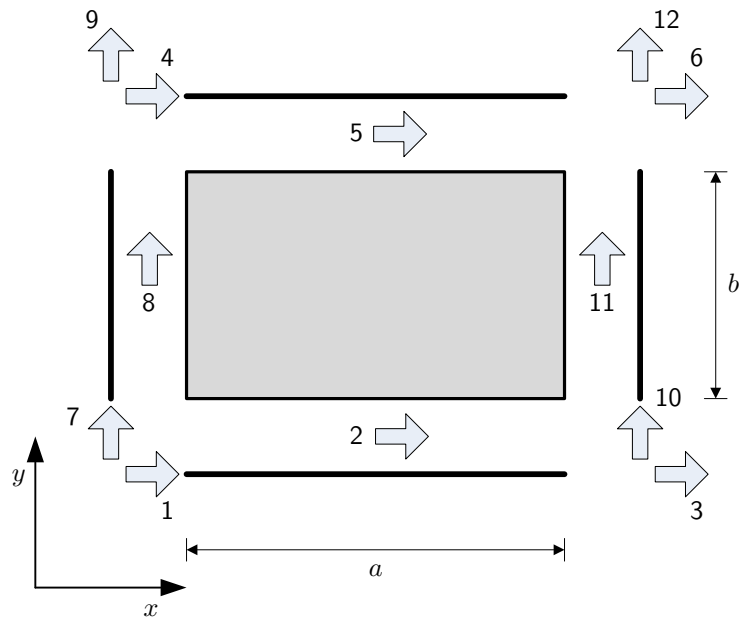
Het originele stringer-panel programma heeft als nadeel dat voor elke berekening het complete programma weer gecompileerd moet worden. Daarom is de keus gemaakt het programma om te zetten in Matlab-code. Matlab (*Matrix Laboratory*) is programma dat gespecialiseerd is in het opstellen en oplossen van matrices. Grote voordelen van Matlab zijn dat de compileerstep niet meer nodig is en dat de matrixberekeningen vele male sneller uitgevoerd kunnen worden.

Hieronder staat een voorbeeld van het verschil in code tussen Pascal en Matlab. De regels code voeren dezelfde opdracht uit: een matrix  $s$  maken van  $NrDofs$  bij  $NrDofs$  elementen met  $s_{i,j} = 0$ . Dit een een voorbeeld van vectorisatie.

<b>Pascal</b>	<b>Matlab</b>
<pre> 1 for i:=1 to NrDofs do 2   for j:=1 to NrDofs do 3     s[i,j]:=0; </pre>	<pre> 1 s=zeros(NrDofs); </pre>

### A.4 Tentdoek met een scheur

Een echt tentdoek is opgebouwd uit vezels met daartussen stukjes kunststof. In de modellering worden de vezels voorgesteld door stringers. De stukjes kunststof worden voorgesteld door rechthoekige panelen. Elk paneel wordt dus omsloten door vier stringers. Dit is weergegeven in figuur A.5. Voor de nummering van de vrijheidsgraden is gekozen om eerst de vrijheidsgraden die dezelfde richting als de  $x$ -as hebben te nummeren en daarna de vrijheidsgraden langs de  $y$ -as. De nummering is in het figuur aangegeven.



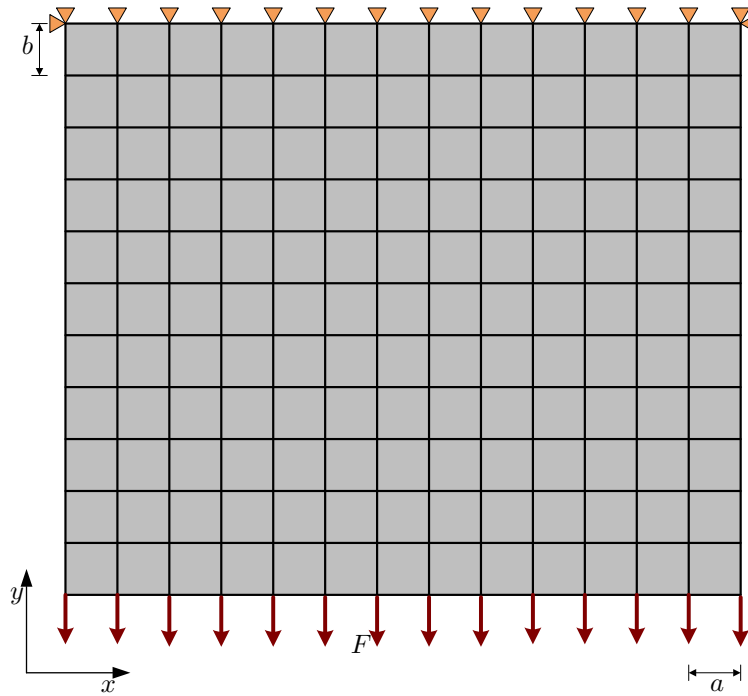
**Figuur A.5**  
Schuifpaneel met vier stringers

Om vervolgens dit zeer kleine stukje op te schalen tot een groter tentdoek is wat programmeerwerk vereist. Dit stukje code 'bouwt' het tentdoek met behulp van de volgende procedure.

- Definieer alle stringers in de  $x$ -richting
- Definieer alle stringers in de  $y$ -richting
- Definieer de panelen. De panelen hebben dezelfde vrijheidsgraden als de middelste vrijheidsgraden van de omliggende stringers
- Definieer de oplettingen
- Definieer de krachten

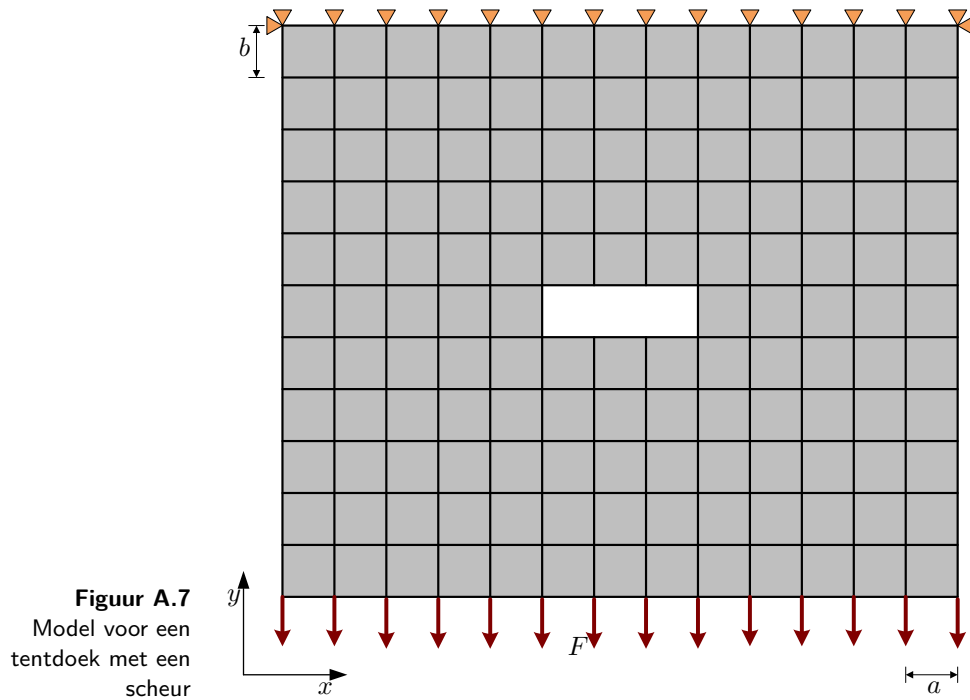
Na deze procedure ziet het gemodelleerde tentdoek eruit zoals te zien is in figuur A.6.





**Figuur A.6**  
 Model voor een  
 ongescheurd tentdoek

De volgende stap is het aanbrengen van de scheur. De scheur wordt aangebracht door in het midden van het gemodelleerde tentdoek een aantal panelen en stringers te verwijderen. Als een echt tentdoek gescheurd is zijn vezels doorgesneden en nemen zij daarom geen kracht meer op. Door het verwijderen van stringers wordt hetzelfde effect bereikt. Een schematische weergave van dit gescheurde tentdoek is te zien in figuur A.7.

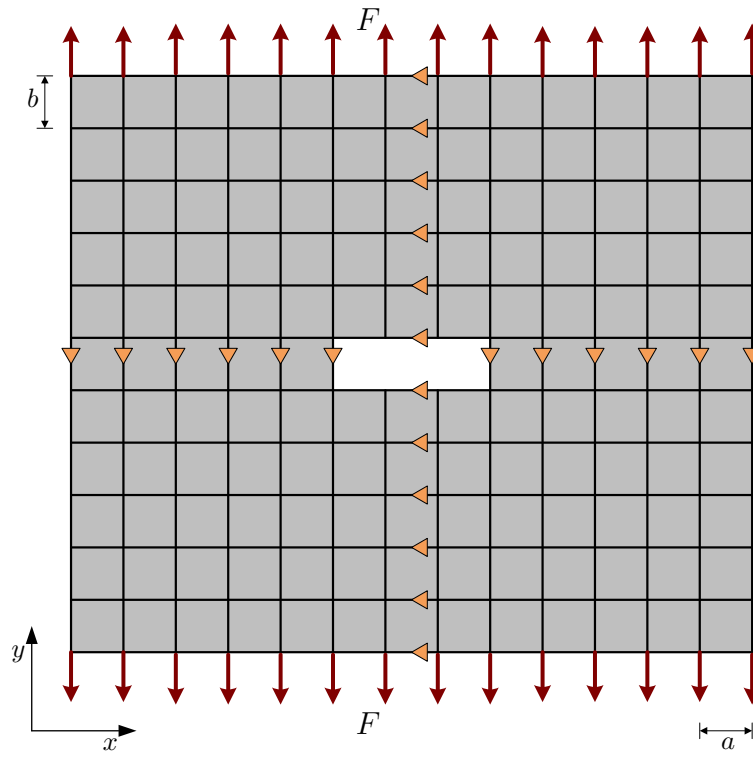


**Figuur A.7**  
Model voor een  
tentdoek met een  
scheur

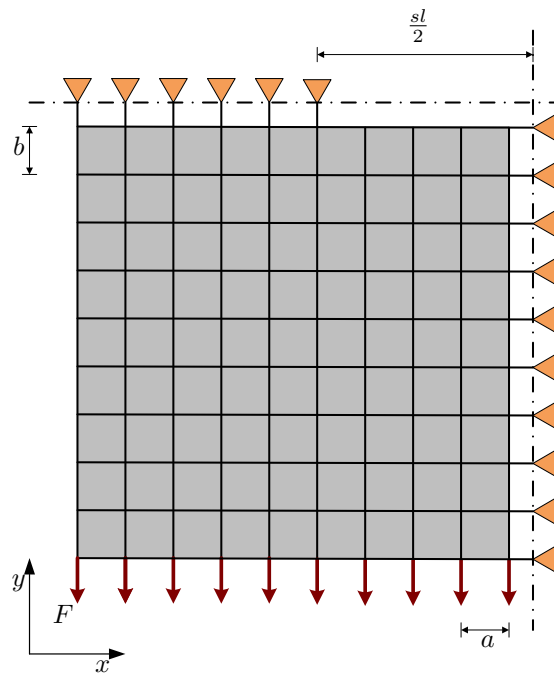
## A.5 Symmetrie

Het aantal vrijheidsgraden neemt meer dan kwadratisch toe met de grootte van het tentdoek. De stijfheidsmatrix is een vierkante matrix met  $n \times n$  elementen, waarbij  $n$  het aantal vrijheidsgraden is. Het nodige computergeheugen en benodigde rekentijd neemt dus snel toe naar mate het doek groter wordt. Om geheugen en tijd te besparen is het van belang het tentdoek met scheur symmetrisch te maken. Zo kan de kracht in de scheurtip bepaald worden met een model van slechts een kwart tentdoek.

De manier van opleggen zoals afgebeeld in figuur A.7 zorgt voor een asymmetrische krachtsverdeling in het tentdoek. Door de opleggingen te verplaatsen naar de as door het midden van de scheur en het doek aan de bovenkant op dezelfde wijze te belasten als de onderkant, wordt het doek wel symmetrisch over twee assen. De nieuwe situatie is weergegeven in figuur A.8. Met deze aangepast modellering kan het krachtsverdeling in het hele doek berekend wordt met slechts een kwart van het totale doek. Dit levert een aanzienlijke tijds winst op. Het model voor een kwart tentdoek staat afgebeeld in figuur A.9.



**Figuur A.8**  
Symmetrisch model  
voor een tentdoek  
met een scheur



**Figuur A.9**  
Symmetrisch model  
van een kwart  
tentdoek

## A.6 Optimalisatie

Het modelleren van slechts een kwart van het tentdoek levert al veel tijdswinst op. Door de code van de berekeningskern nog verder te optimaliseren, kan nog meer tijdswinst geboekt worden. Hiervoor is gekeken naar twee aspecten: vectorisatie en ijle matrices.

### A.6.1 Vectorisatie

Vectorisatie is het verwijderen van for lussen uit de programmeercode. Omdat Matlab geschreven is om snel en veel matrixberekeningen uit te voeren is deze programmeertaal uitermate geschikt voor vectorisatie. In paragraaf A.3 is hiervan al een voorbeeld gegeven.

#### Voor vectorisatie

```
1 sl=[ 4 -6 2;...
2     -6 12 -6;...
3     2 -6 4];
4 for i=1:NrStrs
5     c=StrEA(i)/StrL(i);
6     for k=1:3
7         kk=StrDof(i,k);
8         for l=1:3
9             ll=StrDof(i,l);
10            s(kk,ll)=s(kk,ll)+c*sl(k,l);
11        end
12    end
13 end
```

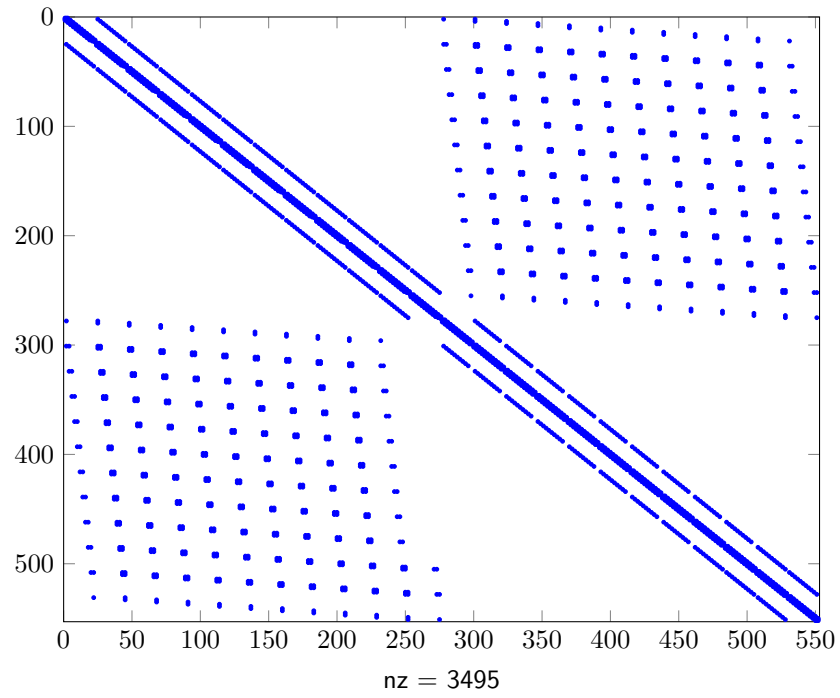
#### Na vectorisatie

```
1 sl=[ 4 -6 2;...
2     -6 12 -6;...
3     2 -6 4];
4 c=StrEA./StrL;
5 for i=1:NrStrs
6     s(StrDof(i,:),StrDof(i,:)) = ...
7     s(StrDof(i,:),StrDof(i,:))+c(i)*sl;
8 end
```

### A.6.2 Ijle matrices

Een beperkende factor in de berekeningen is het computergeheugen. Dit geheugen is gelimiteerd tot ongeveer 4GB op moderne computers. Een goede bestudering van de eigenschappen van de stijfheidsmatrix  $s$ , leidt tot het inzicht dat veel elementen in de matrix de waarde 0 hebben. Dit is gevisualiseerd in figuur A.10 voor een kwart tentdoek met  $11 \times 11$  panelen. In het figuur zijn alle niet nul elementen aangegeven met een blauwe stip. In de afgebeelde stijfheidsmatrix zijn slechts 3495 van de  $552 \times 552 = 304704$  elementen ongelijk aan nul.

De nullen in de matrix nemen elk 8 byte aan geheugen in. Om geheugen te besparen heeft Matlab een truc: de sparse matrix. Sparse is Engels voor ijl. Matlab slaat van deze ijle matrices alleen de elementen op die ongelijk aan nul zijn. Hierdoor wordt veel geheugen bespaard en gaan berekeningen met deze matrices aanzienlijk sneller.



**Figuur A.10**  
Dichtheid van de  
stijfheidsmatrix  $s$

# Bijlage B

## Matlabcode

### B.1 main.m

```
1 clear all
2 close all
3 clc
4
5 %% data definieren
6
7 panelx=101;
8 panely=1001;
9
10 F=[1 0:0.25:0.99];
11 p=[10 0 1 3 5 15 35 55];
12 q=[10 20 50 100 200 500];
13
14 fprintf('Tentdoek berekeningen...\n\n')
15 fprintf(strcat(datestr(now),'\n'))
16
17 %% De kracht F variëren
18
19 EA = sqrt(q(1));
20 Gt = sqrt(1/sqrt(q(1)));
21 a = sqrt(1/sqrt(q(1)));
22 sl = p(1);
23
24 x = sort(F);
25 kracht = zeros(length(x),1); % krachtvector definieren
26
27 % output op scherm
28 fprintf(strcat('\nKracht variëren\n'))
29 fprintf(strcat('\tF      SupportR\n'))
30
31 for i = 1:length(x)
32     funcvec=[panelx, panely, sl, a, a, EA, Gt, x(i), 0];
33     [u, SupportR] = tentdoekmodel(funcvec); % bereken de krachten
34     kracht(i) = SupportR(end);
35     fprintf('%6.2f    %5.3f\n',x(i),kracht(i))
36 end
37
38 % x en kracht opslaan
```

```

39 save(strcat('results/F.mat'),'x','kracht');
40
41 % LaTeX tabel maken
42 fid=fopen(strcat('results/tabel_F.tex'),'w');
43 fprintf(fid,'% Tentdoek\r\n\r\n');
44 fprintf(fid,'% Berekend op: %s\r\n\r\n', datestr(now));
45 fprintf(fid,'% Panelx = %u, Panely = %u\r\n', panelx, panely);
46 fprintf(fid,'% p      = %u\r\n', p(1));
47 fprintf(fid,'% q      = %u\r\n\r\n', q(1));
48 fprintf(fid,'% Variabele parameter: belasting\r\n\r\n');
49 fprintf(fid,'\\begin{table}[H]\r\n');
50 fprintf(fid,'\t\\begin{tabular}{c|c}\r\n');
51 fprintf(fid,'\t\\textbf{F [kN]} & \\textbf{Kracht [kN]} \\|\\|\\| \\hline\r\n');
52 for i=1:length(x)
53     fprintf(fid,'\t%6.2f & %5.3f \\|\\|\\| \r\n',x(i),kracht(i));
54 end
55 fprintf(fid,'\t\\end{tabular}\r\n');
56 fprintf(fid,'\t\\caption{De kracht in de scheurtip uitgezet tegen de belasting}\r\n');
57 fprintf(fid,'\t\\label{tab:krachtvsF}\r\n');
58 fprintf(fid,'\\end{table}\r\n');
59 fclose(fid);
60
61 % resultaat plotten
62 figure(1);
63 plot(x,kracht,'-ks','LineWidth',2,...
64      'MarkerEdgeColor','k',...
65      'MarkerFaceColor','g',...
66      'MarkerSize',6)
67 axis([min(x) max(x) 0 1.1*max(kracht)])
68 xlabel('F [kN]')
69 ylabel('Fhat [kN]')
70 legend('Kracht','Location','SouthEast')
71
72 % LaTeX figuur van de plot maken
73 matlab2tikz(strcat('results/images/plot_belasting.tikz'),...
74             'height','\figureheight', 'width', '\figurewidth','showInfo', false);
75
76
77 %% p en q variëren
78 q=sort(q);
79 p=sort(p);
80 F=F(1);
81
82 % datamatrix opstellen
83 [P Q]=meshgrid(p,q);
84 N=zeros(length(q),length(p));
85
86 for j = 1:length(q)
87     EA = sqrt(q(j));
88     Gt = sqrt(1/sqrt(q(j)));
89     a  = sqrt(1/sqrt(q(j)));
90
91     x  = sort(p);
92     kracht = zeros(length(x),1); % krachvector definiëren
93
94     % output op scherm
95     fprintf('\nScheurlengte variëren bij q=%u\n', q(j))
96     fprintf(strcat('\tsl      SupportR\n'))
97
98     for i = 1:length(x)
99         funcvec=[panelx, panely, x(i), a, a, EA, Gt, F, 0];
100        [u, SupportR] = tentdoekmodel(funcvec);

```

```

101         kracht(i) = SupportR(end);
102         fprintf('%6.2f   %5.3f\n',x(i),kracht(i))
103     end
104
105     % data matrix uitbreiden
106     N(j,:)=kracht;
107
108     % x en kracht opslaan
109     save(sprintf('results/sl.q%u.mat',q(j)), 'x', 'kracht', 'q', 'j');
110
111     % LaTeX tabel maken
112     fid=fopen(sprintf('results/tabel.sl.q%u.tex',q(j)), 'w');
113     fprintf(fid, '%\% Tentdoek\r\n\r\n');
114     fprintf(fid, '%\% Berekend op: %s\r\n\r\n', datestr(now));
115     fprintf(fid, '%\% Panelx = %u, Panely = %u\r\n', panelx, panely);
116     fprintf(fid, '%\% F       = %u\r\n', F);
117     fprintf(fid, '%\% q       = %u\r\n\r\n', q(1));
118     fprintf(fid, '%\% Variabele parameter: scheurlengte\r\n\r\n');
119     fprintf(fid, '\\begin{table}[H]\r\n');
120     fprintf(fid, '\t\\begin{tabular}{c|c}\r\n');
121     fprintf(fid, '\t\\textbf{sl [-]}   & \\textbf{Kracht [kN]} \\|\\| \\|\\hline\r\n');
122     for i=1:length(x)
123         fprintf(fid, '\t%6.2f   & %5.3f \\|\\| \\r\n',x(i),kracht(i)');
124     end
125     fprintf(fid, '\t\\end{tabular}\r\n');
126     fprintf(fid, ['\t\\caption{De kracht in de scheurtip uitgezet',...
127         ' tegen de scheurlengte bij q=%u}\r\n'], q(j));
128     fprintf(fid, '\t\\label{tab:krachtvssl.q%u}\r\n',q(j));
129     fprintf(fid, '\\end{table}\r\n');
130     fclose(fid);
131
132     % resultaat plotten
133     figure(1);
134     plot(x,kracht, '-ks', 'LineWidth',2,...
135         'MarkerEdgeColor','k',...
136         'MarkerFaceColor','g',...
137         'MarkerSize',6)
138     axis([min(x) max(x) 0 1.1*max(kracht)])
139     xlabel('sl [-]')
140     ylabel('Fhat [kN]')
141     legend('Kracht', 'Location', 'SouthEast')
142
143     % LaTeX figuur van de plot maken
144     matlab2tikz(sprintf('results/images/plot.sl.q%u.tikz',q(j)),...
145         'height', '\figureheight', 'width', '\figurewidth', 'showInfo', false);
146 end
147
148 figure
149 surf(P,Q,N)
150
151 save 'results/N.mat' P Q N
152
153 % LaTeX tabel maken
154 fid=fopen('results/datamatrix.tex', 'w');
155 fprintf(fid, '\\begin{table}[H]\r\n');
156 fprintf(fid, '\t\\begin{tabular}{'};
157 for i = 1:length(N(1,:))
158     fprintf(fid, 'c|');
159 end
160 fprintf(fid, 'c}\r\n');
161 fprintf(fid, '\t\\diagbox{\\textbf{q}}{\\textbf{p}}');
162 for i = 1:length(N(1,:))

```



```

163         fprintf(fid, ' & %4.0f ', P(1,i));
164     end
165     fprintf(fid, '\\\\ \\hline\r\n');
166     for j=1:length(N(:,1))
167         fprintf(fid, '\t%5.0f', Q(j,1));
168         for i = 1:length(N(1,:))
169             fprintf(fid, ' & %6.2f ', N(j,i));
170         end
171         fprintf(fid, '\\\\ \r\n');
172     end
173     fprintf(fid, '\t\\end{tabular}\r\n');
174     fprintf(fid, '\t\\caption{Datamatrix voor p~vs~q}\r\n');
175     fprintf(fid, '\t\\label{tab:datamatrix}\r\n');
176     fprintf(fid, '\\end{table}\r\n');
177     fclose(fid);

```

## B.2 functie tentdoekmodel

```

1 function [u SupportR StrN1 StrN2 PanelTaut te] = tentdoekmodel(funcvec)
2 %tentdoekmodel Geeft de verplaatsingen en krachten van gescheurd tentdoek.
3 % [u SupportR StrN1 StrN2 PanelTaut te] =
4 %     tentdoekmodel([panelx, panely, scheurlengte, a, b, EA, Gt, F, dis])
5
6 %% input toewijzen aan variabelen
7 panelx      = funcvec(1);
8 panely      = funcvec(2);
9 scheurlengte = funcvec(3);
10 a           = funcvec(4);
11 b           = funcvec(5);
12 EA         = funcvec(6);
13 Gt         = funcvec(7);
14 F          = funcvec(8);
15 dis        = funcvec(9);
16
17 %% Tentdoek genereren
18
19 % panelx en panely oneven maken
20 panelx=panelx+(1-mod(panelx,2)); % +1 als waarde even is
21 panely=panely+(1-mod(panely,2)); % +1 als waarde even is
22
23 % grootte kwart tentdoek
24 panelx=(panelx-1)/2; %aantal panels in x richting
25 panely=(panely-1)/2; %aantal panels in y richting
26
27 % scheurlengte controleren
28 if scheurlengte >=panelx
29     fprintf('Het doek is al helemaal gescheurd!\n\n')
30     u=Inf; SupportR=0; te=0; StrN1=0; StrN2=0; PanelTaut=0;
31     return
32 end
33
34 % hulpvariabelen
35 NrDofs=1;
36 NrStrs=1;
37 NrFixedDofs=0;
38 NrPanels=panelx*panely;
39 NrForces=panelx+1;
40
41 % geheugen reserveren

```

```

42 PanelDof = zeros(NrPanels,4);
43 FixedDof = zeros(panelx+1-scheurlengte,1);
44 ForceDof = zeros(NrForces,1);
45 StrDof    = zeros(2*NrPanels+panelx+panely,3);
46 StrL      = zeros(2*NrPanels+panelx+panely,1);
47
48 % stringers in x richting
49 for i = 1:(panely+1)
50     for j = 1:(panelx)
51         StrDof(NrStrs,:)=[NrDofs NrDofs+1 NrDofs+2];
52         StrL(NrStrs)=a;
53         NrDofs=NrDofs+2;
54         NrStrs=NrStrs+1;
55     end
56     NrDofs=NrDofs+1;
57 end
58
59 % stringers in y richting
60 for i = 1:(panelx+1)
61     ForceDof(i)=NrDofs;
62     for j = 1:(panely)
63         StrDof(NrStrs,:)=[NrDofs NrDofs+1 NrDofs+2];
64         StrL(NrStrs)=b;
65         NrDofs=NrDofs+2;
66         NrStrs=NrStrs+1;
67     end
68     NrDofs=NrDofs+1;
69 end
70
71 % panelen
72 for i=1:panely
73     for j=1:panelx
74         p=(i-1)*panelx+j;
75         PanelDof(p,1)=StrDof(p,2);
76         PanelDof(p,2)=StrDof(p+panelx,2);
77         PanelDof(p,3)=StrDof(NrPanels+panelx + (j-1)*panely+i,2);
78         PanelDof(p,4)=StrDof(NrPanels+panelx + j*panely+i,2);
79     end
80 end
81
82 % extra stringers in x richting
83 for i = 1:(panely+1)
84     StrDof(NrStrs,:)=[StrDof(i*panelx,3) NrDofs NrDofs+1];
85     StrL(NrStrs)=a/2;
86     NrStrs=NrStrs+1;
87     NrFixedDofs=NrFixedDofs+1;
88     FixedDof(NrFixedDofs)=NrDofs+1;
89     NrDofs=NrDofs+2;
90 end
91 % extra stringers in y richting
92 for i = 1:(panelx+1-scheurlengte)
93     StrDof(NrStrs,:)=[StrDof(NrPanels+panelx + i*panely,3) NrDofs NrDofs+1];
94     StrL(NrStrs)=b/2;
95     NrStrs=NrStrs+1;
96     NrFixedDofs=NrFixedDofs+1;
97     FixedDof(NrFixedDofs)=NrDofs+1;
98     NrDofs=NrDofs+2;
99 end
100
101 % aantallen corrigeren
102 NrDofs = NrDofs-1;
103 NrStrs = NrStrs-1;

```

```

104
105 % waarden toekennen
106 StrEA = EA*ones(NrStrs,1);
107
108 Panela = a*ones(NrPanels,1);
109 Panelb = b*ones(NrPanels,1);
110 PanelGt = Gt*ones(NrPanels,1);
111
112 Displ = zeros(NrFixedDofs,1);
113 Force = -F*ones(NrForces,1);
114
115 %% Berekening
116 % geheugen reserveren
117 si = zeros(1,12*NrDofs);
118 sj = zeros(1,12*NrDofs);
119 sdata = zeros(1,12*NrDofs);
120 sRi = zeros(1,fix(NrDofs/4));
121 sRj = zeros(1,fix(NrDofs/4));
122 sRdata = zeros(1,fix(NrDofs/4));
123 p = 1; % data pointer stijfheidsmatrix
124 pR = 1; % data pointer sR matrix
125
126 te=tic;
127
128 if logical(dis)
129     tas=tic;
130     fprintf('Assembling stringers... ')
131 end
132 % assemble stringers
133 sl=[ 4 -6 2;...
134     -6 12 -6;...
135     2 -6 4];
136 c=StrEA./StrL;
137 for i=1:NrStrs
138     hi=repmat(StrDof(i,:),3,1);
139     si(p:p+8) = reshape(hi,1,9);
140     sj(p:p+8) = reshape(hi',1,9);
141     sdata(p:p+8) = reshape(c(i)*sl,1,9);
142     p=p+9;
143 end
144 if logical(dis)
145     tas=toc(tas);
146     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', tas)
147
148
149     tap=tic;
150     fprintf('Assembling panels... ')
151 end
152 % assemble panels
153 d=Panela(1)/Panelb(1);
154 e=1/d;
155 sl=[ d -d 1 -1; ...
156     -d d -1 1; ...
157     1 -1 e -e; ...
158     -1 1 -e e];
159 for i=1:NrPanels
160     hi=repmat(PanelDof(i,:),4,1);
161     si(p:p+15) = reshape(hi,1,16);
162     sj(p:p+15) = reshape(hi',1,16);
163     sdata(p:p+15) = reshape(PanelGt(1)*sl,1,16);
164     p=p+16;
165 end

```

```

166 if logical(dis)
167     tap=toc(tap);
168     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', tap)
169
170     taf=tic;
171     fprintf('Process imposed forces... ')
172 end
173 % process imposed forces
174 f=sparse(ForceDof,1,Force,NrDofs,1);
175 if logical(dis)
176     taf=toc(taf);
177     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', taf)
178
179     tad=tic;
180     fprintf('Process imposed displacements... ')
181 end
182 % process imposed displacements
183 fR=f(FixedDof);
184 f(FixedDof)=Displ;
185 for i=1:NrFixedDofs
186     k=FixedDof(i);
187     hi=length(sj(si==k));
188     sRi(pR:pR+hi-1)=i*ones(1,hi);
189     sRj(pR:pR+hi-1)=sj(si==k);
190     sRdata(pR:pR+hi-1)=sdata(si==k);
191     pR=pR+hi;
192
193     sj(si==k)=zeros(1,hi);
194     sdata(si==k)=zeros(1,hi);
195     si(si==k)=zeros(1,hi);
196
197     si(p)=k;
198     sj(p)=k;
199     sdata(p)=1;
200     p=p+1;
201 end
202 if logical(dis)
203     tad=toc(tad);
204     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', tad)
205 end
206
207 % nullen verwijderen
208 si = si(si~=0);
209 sj = sj(sj~=0);
210 sdata = sdata(sdata~=0);
211 sRi = sRi(sRi~=0);
212 sRj = sRj(sRj~=0);
213 sRdata = sRdata(sRdata~=0);
214
215 % ijle matrices maken
216 s = sparse(si ,sj ,sdata ,NrDofs ,NrDofs);
217 sR = sparse(sRi,sRj,sRdata,NrFixedDofs,NrDofs);
218
219 clear c d e k l i j sl hi si sj sdata sRi sRj sRdata p pR
220
221 save temp.mat sR PanelDof Panela Panelb PanelGt ...
222     FixedDof Displ Force ForceDof StrDof StrEA StrL
223 clear sR PanelDof Panela Panelb PanelGt FixedDof ...
224     Displ Force ForceDof StrDof StrEA StrL
225
226 if logical(dis)
227     tsolve=tic;

```

```

228     fprintf('Solving... ')
229 end
230 % solve
231 u=full(s\f);
232 if logical(dis)
233     tsolve=toc(tsolve);
234     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', tsolve)
235 end
236
237 load temp.mat
238
239 if logical(dis)
240     tforce=tic;
241     fprintf('Calculating forces... ')
242 end
243
244 % stringer forces
245 StrN1=StrEA./StrL.*(-4*u(StrDof(:,1))+6*u(StrDof(:,2))-2*u(StrDof(:,3)));
246 StrN2=StrEA./StrL.*( 2*u(StrDof(:,1))-6*u(StrDof(:,2))+4*u(StrDof(:,3)));
247
248 % panel forces
249 if NrPanels ~= 0
250     PanelTaut=PanelGt.*( u(PanelDof(:,2))-u(PanelDof(:,1)))/Panelb ...
251         +(u(PanelDof(:,4))-u(PanelDof(:,3)))/Panela );
252 end
253
254 % support reactions
255 SupportR=sR*u-fR;
256
257 if logical(dis)
258     tforce=toc(tforce);
259     fprintf('Done. %3.1f seconds\n', tforce)
260 end
261
262 te=toc(te);
263 if logical(dis)
264     fprintf('Totale berekening duurde: %3.1f seconden\n', te)
265 end
266
267 delete temp.mat
268
269 end

```

## B.3 fit3D

```

1 clear all
2 close all
3 clc
4
5 i=0;
6
7 % data laden
8 load('results/N.mat')
9
10 % waarden weghalen
11 P(:,[1 7 8])=[];
12 Q(:,[1 7 8])=[];
13 N(:,[1 7 8])=[];
14 P([6],:)=[];

```

```

15 Q([6],:)=[];
16 N([6],:)=[];
17
18 %% q data plotten
19 d=cell(length(P(1,:)),1);
20 t=linspace(min(Q(:,1)),max(Q(:,1)),150);
21
22 % fitfunctie
23 % F=@(c,x) c(1)*log(x)+c(2); M=2;
24 % F=@(c,x) c(1)*sqrt(x)+c(2); M=2;
25 % F=@(c,x) c(1) + c(2)*sqrt(log(x)); M=2;
26 % F=@(c,x) c(1) + c(2)*log(x) + c(3)*sqrt(x); M=3;
27 F=@(c,x) c(1)*x + c(2); M=2;
28
29 figure(1)
30 hold on
31 plot(Q(:,1), ones(length(Q(:,1)),1),'g','LineWidth',2)
32 for i = 1:length(P(1,:))
33     % data plotten
34     figure(i)
35     hold on
36     plot(Q(:,1), N(:,i),'-ks','LineWidth',2,...
37          'MarkerEdgeColor','k',...
38          'MarkerFaceColor','g',...
39          'MarkerSize',6)
40     % curvefit
41     d{i}=lsqcurvefit(F, ones(1,M),Q(:,1),N(:,i));
42     fit=feval(F,d{i},t);
43     plot(t,fit,'-r','LineWidth',2);
44     % opmaak
45     title(strcat('\p = ',num2str(P(1,i))))
46     xlabel('\q [-]')
47     ylabel('\Fhat [kN]')
48     legend('Data', 'Fit', 'Location', 'SouthEast')
49 end
50
51 %% p data plotten
52 j=i;
53 e=cell(length(Q(:,1)),1);
54 t=linspace(min(P(1,:)),max(P(1,:)),150);
55
56 % fitfunctie
57 % F=@(c,x) c(1)*x + 1;M=1; %lineaire functie
58 F=@(c,x) c(1)*x + c(2);M=2;
59
60 for i = 1:length(Q(:,1))
61     % data plotten
62     figure(j+i)
63     hold on
64     plot(P(1,:), N(i,:), '-ks', 'LineWidth', 2, ...
65          'MarkerEdgeColor', 'k', ...
66          'MarkerFaceColor', 'g', ...
67          'MarkerSize', 6)
68     % curvefit
69     e{i}=lsqcurvefit(F, ones(1,M), P(1,:), N(i,:));
70     fit=feval(F,e{i},t);
71     plot(t,fit,'-r','LineWidth',2);
72     % opmaak
73     title(strcat('\q=', num2str(Q(i,1))))
74     xlabel('\p [-]')
75     ylabel('\Fhat [kN]')
76     legend('Data', 'Fit', 'Location', 'SouthEast')

```

```

77 end
78
79
80 %% 3D data plotten
81
82 figure
83 surf(P,Q,N)
84 xlabel('s1/2a')
85 ylabel('EA/Gta')
86 zlabel('N')
87 matlab2tikz('dataplot.tikz',...
88     'height','\figureheight', 'width', '\figurewidth','showInfo', false);
89
90 %% 3D fitting
91 x=[P(N~=0) Q(N~=0)];
92 y=N(N~=0);
93
94 F=@(c,x) c(1) + c(2)*x(:,1); M=2;
95 c =lsqcurvefit(F, ones(1,M), x, y);
96
97 % figure
98 hold on
99 Z = c(1) + c(2)*P;
100 surf(P,Q,Z)
101 axis tight
102
103 DIF=(Z-N)./N*100;
104
105 s=std(std(DIF));
106
107 figure
108 surf(P,Q,DIF)
109 xlabel('s1/2a')
110 ylabel('EA/Gta')
111 zlabel('Relative fout')
112 matlab2tikz('relfout.tikz',...
113     'height','\figureheight', 'width', '\figurewidth','showInfo', false);

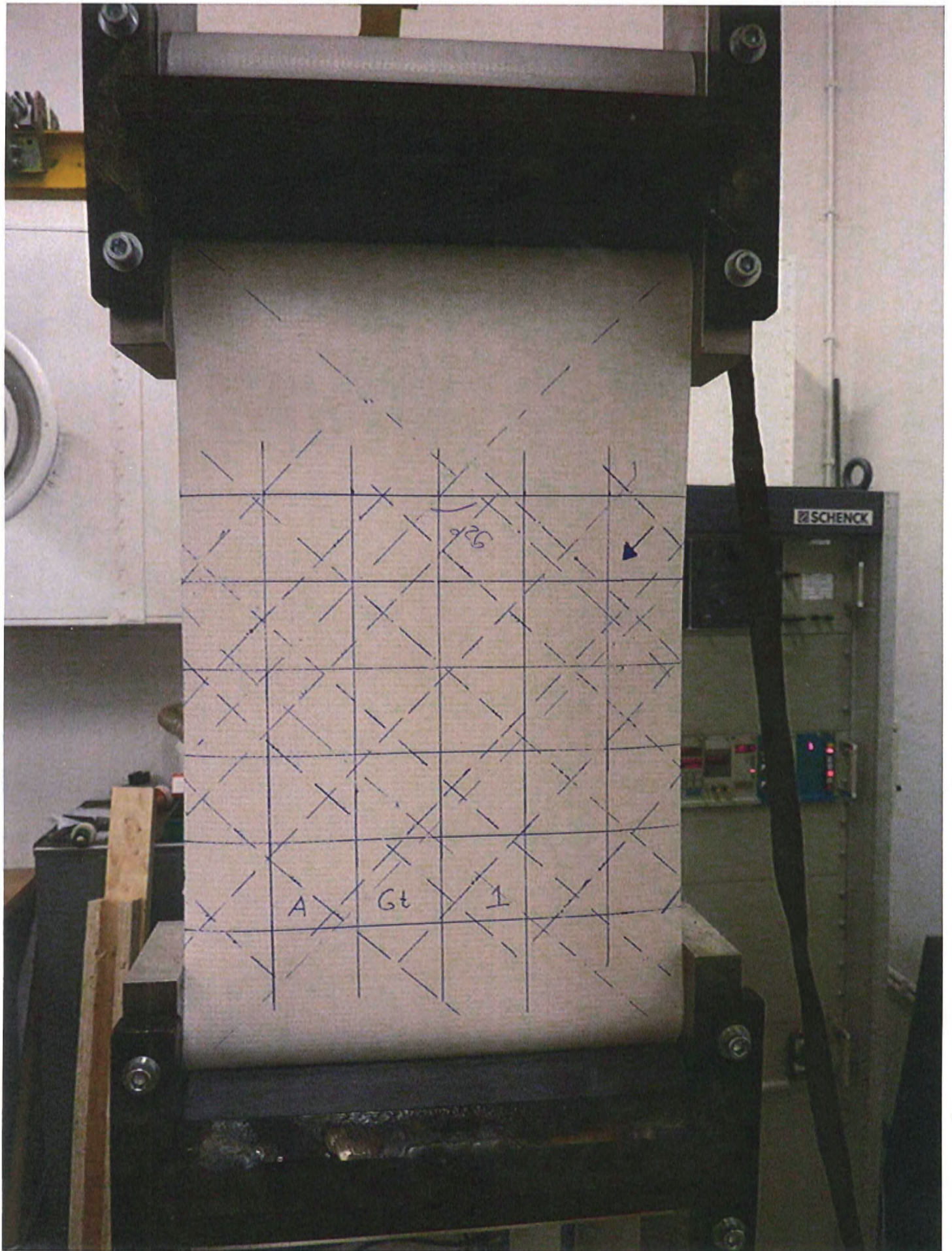
```

## Bijlage C

# Resultaten afschuifproeven

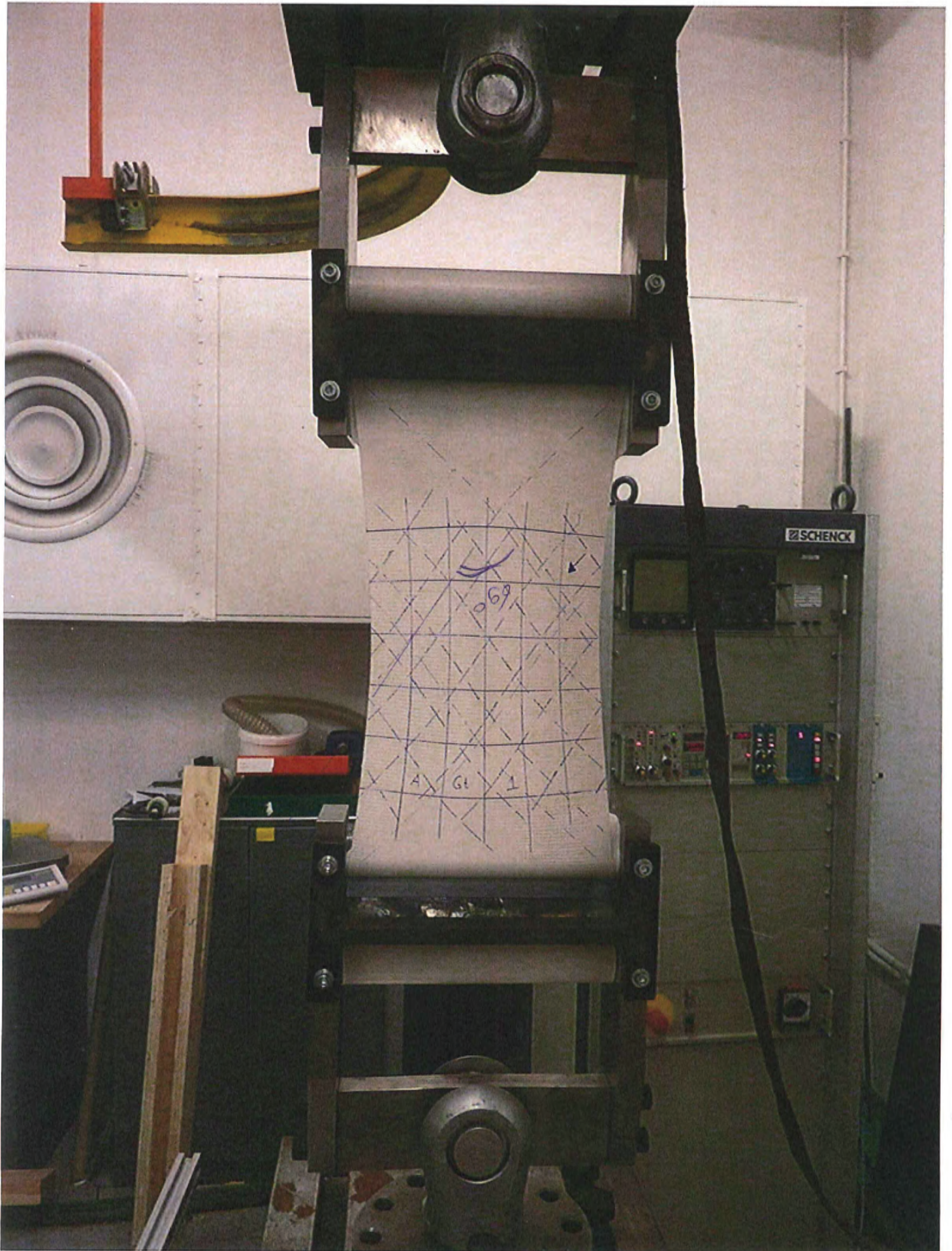
Op de volgende pagina's staan op A4-formaat de foto's waarmee de hoeken  $\alpha$  en  $\beta$  bepaald zijn. Met deze hoeken is daarna de afschuifmodulus bepaald. De resultaten hiervan staan in tabel 6.3.





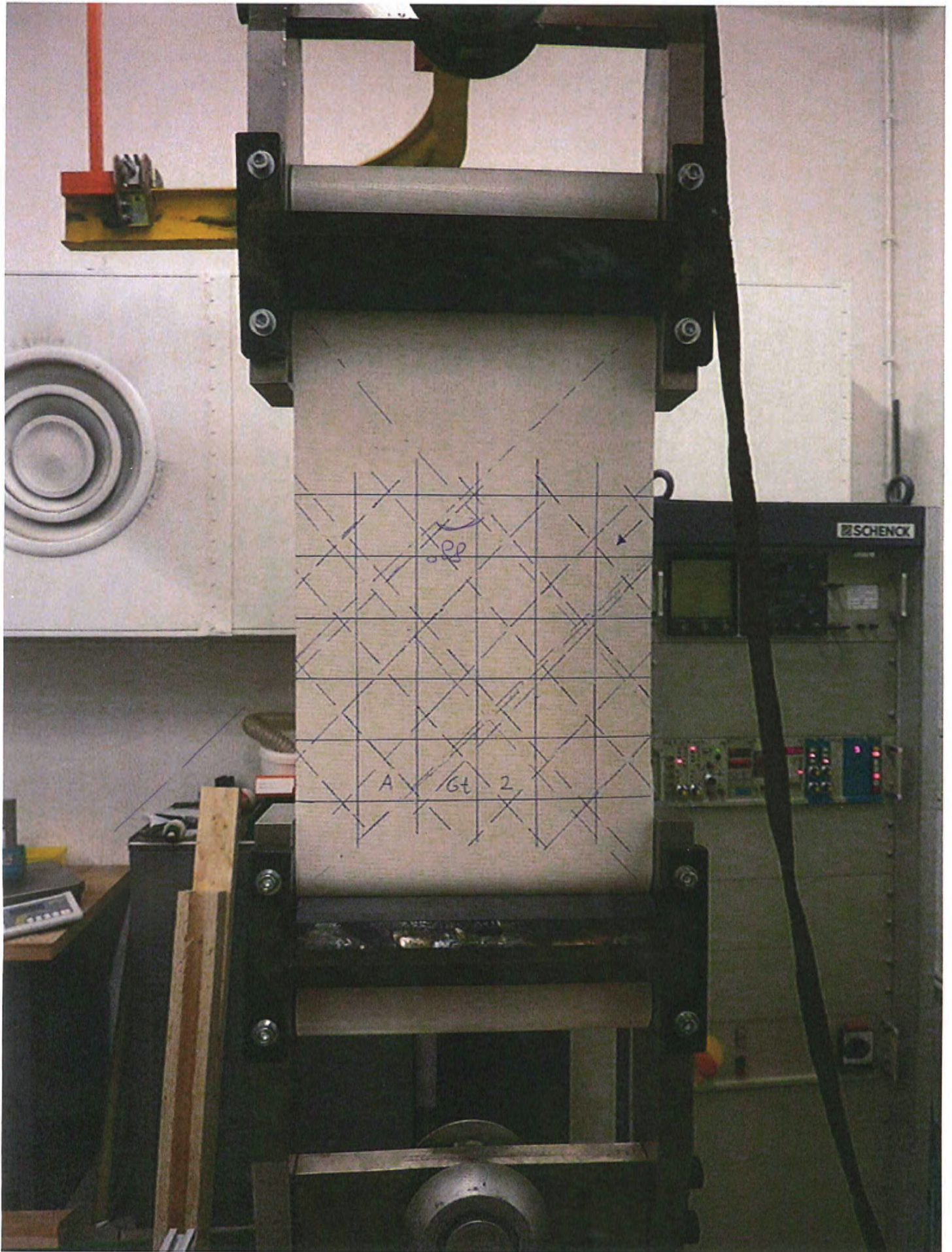
P1120912

$F = 0,25 \text{ kN}$



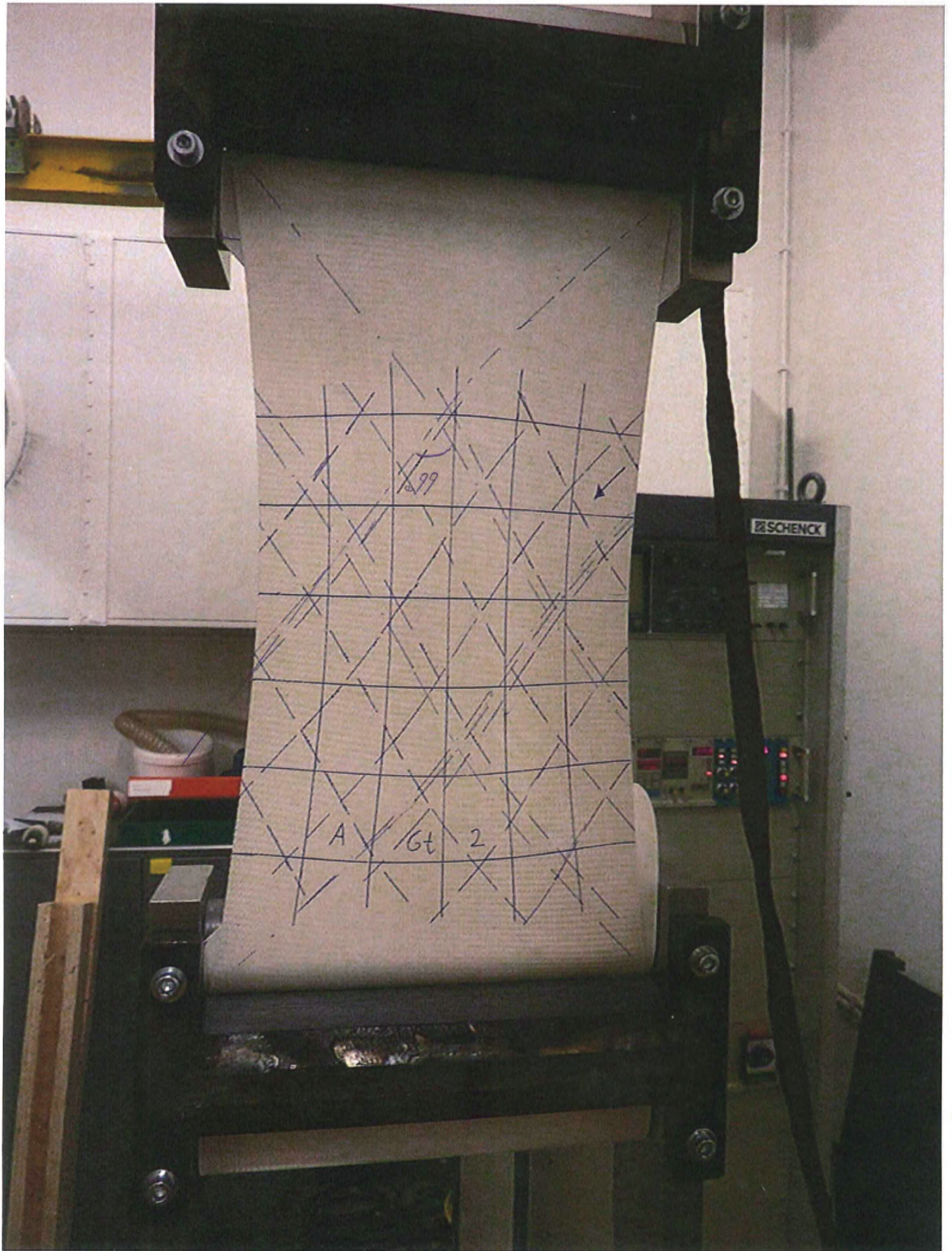
P112 0921

$F = 1,25 \text{ kN}$



P112 0 947.

$F = 0,25 \text{ kN}$



P112 0  
952

$F = 1,5 \text{ kN}$

