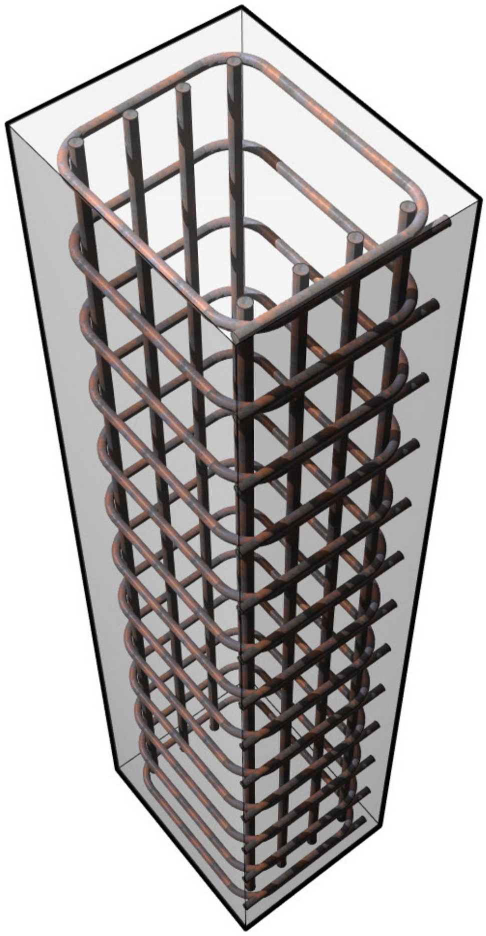
Dubbele Buiging in Betonnen Kolommen

Analyse van het werkelijk doorsnedegedrag en sterktevergelijking met het Eurocode-voorschrift in de Ultimate Limit State.



M.P. Nijgh

TU Delft – BSc Civiele Techniek

Deze pagina is met opzet leeg gelaten.

Dubbele Buiging in Betonnen Kolommen

Analyse van het werkelijk doorsnedegedrag en sterktevergelijking met het Eurocode-voorschrift in de Ultimate Limit State.

Door

M.P. (Martin) Nijgh

Bachelorstudent

Civiele Techniek, TU Delft

Ter verkrijging van de graad

Bachelor of Science

Studentnummer: 4237781

E-mail: m.p.nijgh@student.tudelft.nl

Datum: 2/6/2015

Begeleiders:

Dr.ir.drs. C.R. (René) Braam, TU Delft

Dr.ir. P.C.J. (Pierre) Hoogenboom, TU Delft

Abstract

In de praktijk komt het vaak voor dat een betonkolom op dubbele buiging wordt belast. Dubbele buiging in betonkolommen leidt tot een gecompliceerde rek- en spanningsverdeling over de doorsnede. Het normvoorschrift uit de Eurocode met betrekking tot de sterkte van een betonkolom in de Ultimate Limit State (de toestand waarbij instorting optreedt), welke belast wordt op dubbele buiging, lijkt dusdanig beknopt en eenvoudig, dat er wordt vermoed dat de normsterkte de werkelijke sterkte ver onderschat. Een te grote onderschatting van de sterkte leidt tot een oneconomisch kolomontwerp. Het uitvoeren van een gedetailleerde doorsnedeberekening is de enige manier waarop het is toegestaan om af te wijken van de Eurocode-voorschriften. Door middel van een modelonderzoek wordt bepaald in welke gevallen de werkelijke sterkte van de kolom dusdanig ver afwijkt van de normsterkte, opdat inzichtelijk wordt in welke doorsnedegevallen het loont om een gedetailleerde doorsnedeberekening uit te voeren. Een exactere sterkteberekening leidt tot een economischer (en, in het geval van sterkteoverschatting, veiliger) kolomontwerp. Uit het modelonderzoek en de resultaten blijkt dat het uit economisch oogpunt de moeite waard is om bij lage wapeningspercentages, hoge betonsterkteklassen (tot en met C50/60) en bij een lage verhouding tussen normaaldrukkracht en normaalkrachtcapaciteit een dergelijke gedetailleerde doorsnedeberekening uit te voeren. Het blijkt onveilig te zijn om betonkolommen te toetsen met het Eurocode-voorschrift bij betonsterkteklassen hoger dan C50/60 (hogesterktebeton): de werkelijke sterkte ligt in dit geval lager dan de sterkte volgens de norm.

Symbolenlijst

Symbool	Eenheid	Omschrijving
α	$-$	Volheidsfactor
α_m	rad	Hoek momentenvlak met horizontaal
a	$-$	Exponent
a_1	mm	Orthogonale afstand tot punt
A	mm^2	Oppervlakte
β	$-$	Afstandsfactor
b	mm	Breedte
γ	$-$	Materiaalfactor
c	mm	Betondekking
ε	$-$ / ‰	Rek
ε_{cu3}	$-$ / ‰	Stuikrek
ε_{c3}	$-$ / ‰	Rek bij einde lineair-elastisch materiaalgedrag
ε_y	$-$/ ‰	Vloeirek
E	N/mm^2	Elasticiteitsmodulus
f_{cd}	N/mm^2	Rekenwaarde druksterke beton
f_{ck}	N/mm^2	Karakteristieke druksterkte beton
f_{yd}	N/mm^2	Rekenwaarde vloeisterkte betonstaal
f_{yk}	N/mm^2	Karakteristieke vloeisterkte betonstaal
F	N	Kracht
h	mm	Hoogte
I	mm^4	Oppervlaktetraagheidsmoment
$\kappa_{y,z}$	$1/mm$	Kromming in respect. y- of z-richting
k	$-$	Krommingsvlak
l	mm	Lengte
m	$-$	Momentenvlak
$\lvert M \rvert$	Nmm	Samengesteld (resulterend) buigend moment
M_y	Nmm	Buigend moment in het x-y-vlak
M_z	Nmm	Buigend moment in het x-z-vlak
$M_{Edy,z}$	Nmm	Rekenwaarde momentbelasting
$M_{Rdy,z}$	Nmm	Sterktewaarde momentbelasting (momentcapaciteit)
N_{Ed}	N	Rekenwaarde normaalkracht
N_{Rd}	N	Sterktewaarde normaalkracht (normaalkrachtcapaciteit)
Ø	mm	Diameter
θ	rad	Hoek wapeningsstaven t.o.v. assenstelsel bij ronde doorsnede
ρ	$-$ / %	Wapeningsverhouding
σ	N/mm^2	Spanning
φ	rad	Hoek krommingsvlak met horizontaal
v	mm	Coördinaat v-richting
w	mm	Coördinaat w-richting
x_u	mm	Betondrukzonehoogte
y	mm	Coördinaat y-richting
z	mm	Coördinaat z-richting

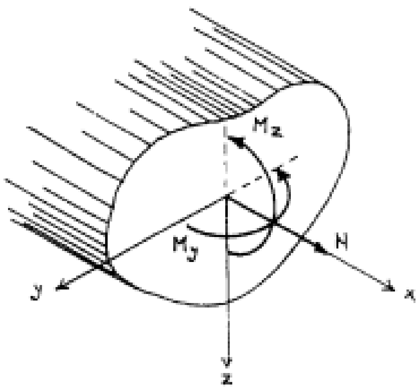
Inhoudsopgave

1 Introductie

In de introductie wordt allereerst een introductie tot het onderwerp dubbele buiging gegeven. Vervolgens wordt de probleemstelling benoemd. Hierna wordt aan de lezer een leeswijzer aangeboden, opdat hij/zij een goed beeld krijgt van wat er in deze rapportage aan bod komt.

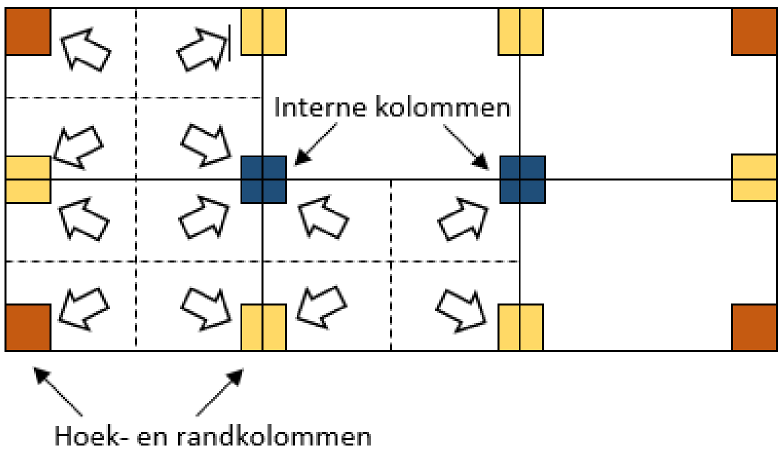
1.1 Dubbele Buiging

Dubbele buiging is het gevolg van het tegelijktijdig aangrijpen van een tweetal resulterende (orthogonale) buigend momenten in de richtingen van de hoofdassen van de doorsnede, zie figuur 1. Indien de doorsnede slechts in de richting van één hoofdas (y- of z-as) wordt belast met een buigend moment, is er sprake van enkele buiging.



Figuur 1 –Buigende momentencombinatie leidend tot dubbele buiging

Dubbele buiging in betonkolommen komt in de praktijk vaak voor, bijvoorbeeld in het geval van een hoekkolom van een constructie. Over het algemeen zal er bij interne- of randkolommen geen of in slechts geringe mate dubbele buiging optreden, omdat de buigend momenten in de aanliggende velden elkaars werking (grotendeels) zullen opheffen. Bovenstaande wordt aan de hand van een bovenaanzicht van een willekeurige constructie geïllustreerd in figuur 2.



Figuur 2 - Hoek-, rand- en interne kolommen

1.2 Probleemstelling

Dubbele buiging in betonnen kolommen komt in de praktijk vaak voor. Bij betonnen kolommen wordt wapeningsstaal toegepast op de locaties waar trekspanningen ontstaan, omdat beton zelf geen trekkracht kan leveren. De regels met betrekking tot dubbele buiging uit de Eurocode (NEN-EN 1992-1-1+C2) met betrekking tot de Ultimate Limit State (de toestand waarbij de constructie bezwijkt) lijken grof: er wordt niet uitgebreid ingegaan op het werkelijk optredende krachtenspel. Het vermoeden bestaat dat, door de grove rekenmethode uit de Eurocode, er meer wapeningsstaal wordt toegepast in betonnen kolommen dan de hoeveelheid die werkelijk nodig is. Kortom: de kolom is naar verwachting sterker dan berekend.

De probleemstelling van deze rapportage is als volgt:

> Hoe kan het krachtenspel in een betonnen doorsnede onder dubbele buiging worden gemodelleerd, en hoe verhoudt de werkelijke sterkte van betonkolommen zich tot de sterkte volgens de Eurocode in de Ultimate Limit State (bezwijksituatie)? Welke parameters leiden tot een dergelijk verschil? Hoe gedraagt een betonkolom zich wanneer deze onder dubbele buiging belast wordt?

1.3 Leeswijzer

In een aantal stappen wordt in deze rapportage het onderwerp dubbele buiging behandeld, om uiteindelijk antwoord te kunnen geven op de hierboven beschreven probleemstelling. Om dit proces vooraf voor de lezer inzichtelijk te maken, worden de te nemen stappen hier kort beschreven.

Allereerst wordt de mechanicatheorie van dubbele buiging beschouwd. Uit deze beschouwing volgt gereedschap om het dubbele buigingsprobleem te modelleren. Hierna wordt het Eurocode-voorschrift met betrekking tot dubbele buiging behandeld. Hierbij wordt gekeken naar de achtergrond en de fysische betekenis van het Eurocode-voorschrift.

In het hoofdstuk “Kolomdoorsneden” worden kolomdoorsneden gedefinieerd waarvan het gedrag bij belasting op dubbele buiging zal worden bepaald. Het model waarmee het doorsnedegedrag in de Ultimate Limit State kan worden gesimuleerd wordt in het hoofdstuk “Modelvorming” opgesteld. Vervolgens wordt in het hoofdstuk “Modelvalidatie” onderzocht of het model overeenkomt met de werkelijkheid, aan de hand van berekeningen waarvan de uitkomsten vooraf bekend zijn. Voordat er over wordt gegaan tot het modelonderzoek, worden in het hoofdstuk “Bezwijkmechanismen” eerst de bezwijkmechanismen in de Ultimate Limit State beschouwd, waaruit aanbevelingen volgen voor het ontwerpen van een betonkolom. Na het uitvoeren van het modelonderzoek wordt een analyse en parameterstudie van de resultaten uitgevoerd. Op basis hiervan kan de werkelijke sterkte met de sterkte volgens de Eurocode vergeleken worden, maar kan ook een beter inzicht in het doorsnedegedrag bij dubbele buiging worden verkregen.

Er wordt vervolgens in het hoofdstuk “Model(om)vorming Serviceability Limit State” een handvat aangereikt om het Ultimate Limit State (ULS) model geschikt te maken voor Serviceability Limit State (SLS) berekeningen. In het hoofdstuk “Conclusie” wordt een samenvatting gegeven van de gevonden resultaten, aan de hand van deze conclusies worden vervolgens aanbevelingen gedaan. Ook volgen suggesties voor vervolgonderzoek.

2 Mechanica

Het benodigde mechanicagereedschap om de rekken en spanningen te bepalen in het geval van een willekeurig resulterend buigend moment volgt uit het dictaat *Niet-symmetrische en inhomogene doorsneden*, geschreven door ir. J.W. Welleman (2008). Welleman heeft gereedschap ontwikkeld waardoor bij een slimme ligging van het assenstelsel in de doorsnede, de constitutieve vergelijkingen sterk kunnen worden vereenvoudigd. De positie van dit assenstelsel is in dat geval het normaalkrachtencentrum. Er wordt uitgegaan van het in de mechanica gebruikelijke y-z-assenstelsel.

Bij het bepalen van de ligging van het normaalkrachtencentrum (NC) worden de wapeningsstaven verwaarloosd. Bij een ronde, vierkante of rechthoekige betondoorsnede zal het normaalkrachtencentrum in het midden van de doorsnede liggen. Voor een willekeurige doorsnede geldt voor de ligging van het normaalkrachtencentrum ten opzichte van een willekeurig punt:

$$z_{NC}^{*} = \frac{\sum(A(y,z)E(y,z) * z)}{\sum(A(y,z) * E(y,z))} \quad y_{NC}^{*} = \frac{\sum(A(y,z) * E(y,z) * y)}{\sum(A(y,z) * E(y,z))}$$

De positie van het normaalkrachtencentrum van de doorsnede is nu bekend.

Uitgaande van de hypothese van Bernouilli (vlakke doorsneden blijven vlak), is de rekfunctie voor de doorsnede ten opzichte van het normaalkrachtencentrum als volgt:

$$\varepsilon(y,z) = \varepsilon + k_y y + k_z z$$

Waarin k_y en k_z respectievelijk de kromming in de richting van de y- en z-as voorstellen. De parameters y en z geven de afstand, in respectievelijk y- en z-richting, aan tot het punt waarin men de rek wil bepalen.

De aanname van lineair-elastisch materiaalgedrag geeft aanleiding tot het toepassen van de Wet van Hooke. Hierdoor geldt de volgende spanningsfunctie:

$$\sigma(y,z) = E(y,z) * \varepsilon(y,z) = E(y,z)(\varepsilon + k_y y + k_z z)$$

Op basis van de spanningsfunctie wordt bij assenstelsel ter plaatse van het normaalcentrum de volgende constitutieve relatie gevonden:

$$N = \int \sigma(y,z)\, dA = \int E(y,z)(\varepsilon + k_y y + k_z z)\, dA = EA\varepsilon$$

$$M_y = \int y * \sigma(y,z)\, dA = \int E(y,z)(\varepsilon + k_y y + k_z z) y\, dA = EI_{yy}k_y + EI_{yz}k_z$$ Moment in x-y-vlak

$$M_z = \int y * \sigma(y,z)\, dA = \int E(y,z)(\varepsilon + k_y y + k_z z) z\, dA = EI_{yz}k_y + EI_{zz}k_z$$ Moment in x-z-vlak

Ofwel in matrixnotatie:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_{yy} & EI_{yz} \\ 0 & EI_{yz} & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

Voor de in deze rapportage behandelde rechthoekige en cirkelvormige doorsneden geldt per definitie $EI_{yz} = 0$. Dit leidt tot de volgende vereenvoudigde constitutieve relatie:

$$\begin{bmatrix} N \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & EI_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix}$$

De hoek φ tussen de y-as (horizontaal) en het krommingsvlak wordt gedefinieerd als:

$$\tan(\varphi) = \frac{k_z}{k_y}$$

De hoek tussen de y-as (horizontaal) en het resulterend momentenvlak wordt vervolgens beschreven door:

$$\tan(\alpha_m) = \frac{EI_{zz}}{EI_{yy}} \frac{k_z}{k_y} = \frac{EI_{zz}}{EI_{yy}} \tan(\varphi)$$

De constitutieve relatie en de hoek tussen de y-as en het momentenvlak worden in deze rapportage echter niet gebruikt, omdat het betondeel aan de trekzijde van de doorsnede gescheurd wordt verondersteld, waardoor dit deel van de doorsnede geen bijdrage aan de buigstijfheid levert. De uitdrukkingen EI_{zz} en EI_{yy} zijn in dit geval geen constanten van de doorsnede, maar afhankelijk van de rek- en spanningsverdeling zelf. Daarentegen wordt er een bepaald krommingsvlak gedefinieerd waarbij de momentcapaciteit numeriek wordt bepaald. Hiertoe wordt gebruik gemaakt van de hypothese van Bernouilli en de Wet van Hooke, welke eerder in dit hoofdstuk zijn gepresenteerd.

3 Eurocode-voorschriften

De geldende norm op het gebied van betonconstructies is NEN-EN 1992-1-1+C2. Deze norm is beter bekend onder de naam:

Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies
Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen

In dit hoofdstuk wordt ingegaan op de in de bovenstaande norm opgenomen voorschriften met betrekking tot dubbele buiging in de Ultimate Limit State (de toestand waarin de constructie bezwijkt).

3.1 Dubbele Buiging

Dubbele buiging in betonnen constructiedelen wordt in Eurocode 2 slechts kort behandeld. Er wordt een criterium gegeven welk gebruikt moet worden <u>indien er geen nauwkeurige doorsnedeberekening</u> wordt gemaakt. Dit criterium luidt als volgt:

$$\left(\frac{M_{Edz}}{M_{Rdz}}\right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}}\right)^a \leq 1$$

Waarin:

$M_{Edy,z}$ rekenwaarde van het moment om de respectievelijke assen, inclusief een tweede-orde moment;

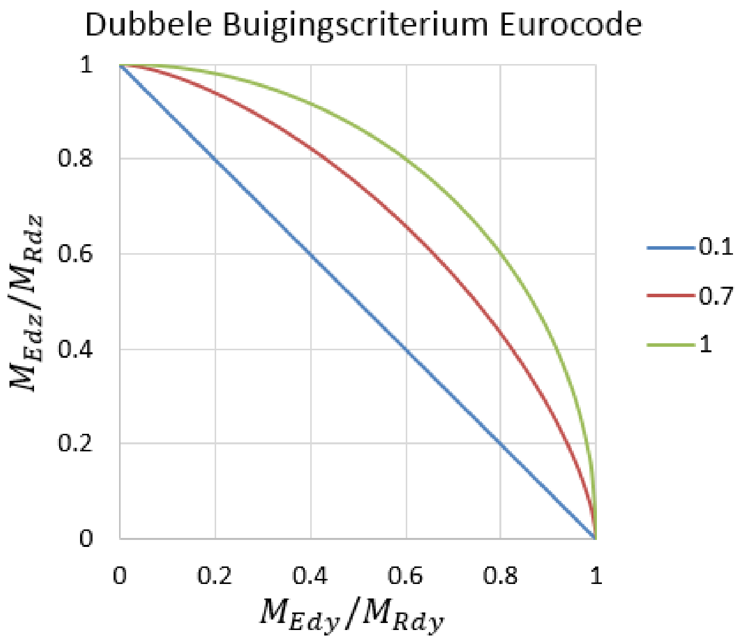
$M_{Rdy,z}$ de momentweerstand in de respectievelijke richtingen;

a de exponent;
voor cirkelvormige en elliptische doorsneden geldt $a = 2$.
voor rechthoekige doorsneden

N_{Ed}/N_{Rd}	0.1	0.7	1.0
a =	1.0	1.5	2.0

met lineaire interpolatie voor tussenliggende waarden
N_{Ed} de rekenwaarde van de normaalkracht
$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$ de rekenwaarde van de opneembare normaalkracht van de dwarsdoorsnede, hierin:
A_c de bruto oppervlakte van de betondoorsnede;
A_s de oppervlakte van de doorsnede van de langswapening.

Het dubbele-buigingsvoorschrift voor betonnen kolommen uit de Eurocode wordt in figuur 3 weergegeven:



Figuur 3 – Dubbele-buigingscriterium Eurocode

Op basis van het voorschrift uit de Eurocode dient te gelden dat de lijn in figuur 3, behorend bij een verhouding tussen de rekenwaarde van de normaalkracht en de rekenwaarde van de normaalkrachtcapaciteit, vanuit de oorsprong van het diagram gezien, niet wordt overschreden.

Door het toepassen van lineaire interpolatie kunnen er oneindig veel lijnen worden getekend in het omsloten gebied. Voor de overzichtelijkheid van de figuur is gekozen om alleen de lijnen bij de in de Eurocode genoemde exponenten te tonen.

Kenmerkende punten in bovenstaande figuur zijn de snijpunten met beide assen: deze zijn voor iedere lijn exact gelijk. Dit komt voort uit het voorschrift welk geldig is voor enkele buiging:

$$\frac{M_{Edy,z}}{M_{Rdy,z}} \leq 1$$

Onafhankelijk van de verhouding tussen de normaalkracht en de normaalkrachtcapaciteit moet aan bovenstaande voorwaarde worden voldaan. Dit enkele-buigingsprobleem is gemakkelijk exact op te lossen aangezien in dit geval het momentenvlak, krommingsvlak en een van de hoofdassen in hetzelfde vlak liggen.

Uit figuur 3 volgt dat een grotere verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit zorgt voor hogere toelaatbare waarden voor de verhoudingen M_{Edy}/M_{Rdy} en M_{Edz}/M_{Rdz}. Ook valt uit de figuur op te maken dat de grootste verschillen tussen de toelaatbare momentcapaciteiten, afhankelijk van de verhouding tussen normaalkracht een normaalkrachtcapaciteit, optreden in het gebied waarbij de ratio's M_{Edy}/M_{Rdy} en M_{Edz}/M_{Rdz} ieder ongeveer 0.5 bedragen. Dit is niet verwonderlijk, aangezien bij deze ratio's de doorsnede in beide richtingen tot de helft van de momentcapaciteit wordt belast en er dus duidelijk sprake is van dubbele buiging. Wanneer er in één richting slechts een relatief klein moment werkt ten opzichte van de momentcapaciteit in die richting, en wanneer in richting loodrecht daarop een groot moment werkt ten opzichte van de momentcapaciteit in deze richting, kan er meer van enkele buiging dan van dubbele buiging gesproken worden.

In deze rapportage wordt onderzocht hoe groot de toelaatbare verhoudingen M_{Edy}/M_{Rdy} en M_{Edz}/M_{Rdz}, in het geval van dubbele buiging, in werkelijkheid in de Ultimate Limit State zijn. Aan de hand van deze werkelijke verhoudingen kan een inschatting worden gemaakt in hoeverre de voorschriften uit de Eurocode de werkelijkheid benaderen.

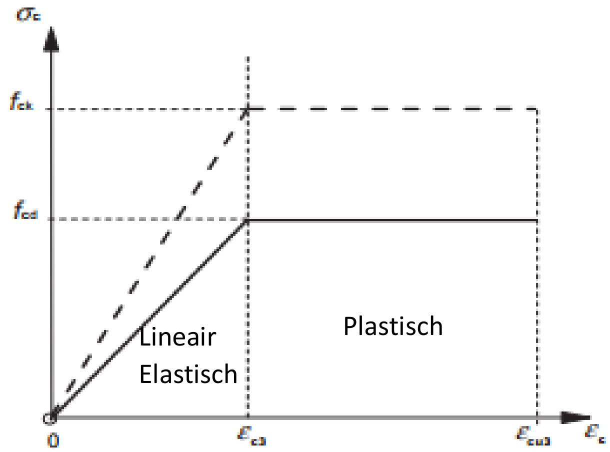
3.2 Beton

De Eurocode classificeert de sterkte van beton aan de hand van betonsterkteklassen. De betonsterkteklasse geeft aan dat in slechts 5% van de gevallen de nominale druksterkte wordt onderschreden. In de Eurocode wordt gebruik gemaakt van een (vereenvoudigd) bi-lineair spanning-rekdiagram voor beton.

Het bi-lineaire spanning-rekdiagram voor beton is weergegeven in figuur 4. De sterkteklasse van het beton (C28/35, C40/50, etc.) geeft onder andere informatie over de karakteristieke druksterkte f_{ck} en de rekenwaarde van de druksterkte f_{cd}. In het geval van C30/37 geldt dat:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{28}{1.5} = 18.67\ MPa$$

De term γ_c is een materiaalfactor voor beton welk in de Eurocode als constante is gedefinieerd. Er geldt $\gamma_c = 1.5$.



Figuur 4 - Bilinear spanning-rekdiagram beton

De rek aan het einde van het lineair-elastisch (L.E.) gebied ε_{c3} en de stuikrek ε_{cu3} zijn per sterkteklasse in de Eurocode gedefinieerd, maar zijn constant tot en met betonsterkteklasse C50/60. Om het effect van de waarden van ε_{c3} en ε_{cu3} op het doorsnedegedrag te onderzoeken, wordt in deze rapportage ook gekeken naar hogesterktebeton (> C50/60). In het geval van hogesterktebeton ligt de stuikrek lager, maar is de rek aan het eind van het lineair-elastisch gebied hoger dan bij normale betonsterkteklassen (≤ C50/60). Als gevolg wordt het plastische deel van het spanning-rekdiagram bij hogesterktebeton kleiner, terwijl het lineair-elastische deel groter wordt.

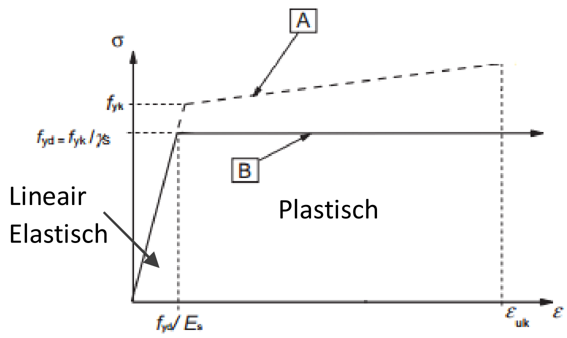
Een overzicht van de betonsterkteklassen uit de Eurocode is opgenomen in bijlage 1. De term γ_c is een materiaalfactor voor beton welk in de Eurocode als constante is gedefinieerd. Er geldt $\gamma_c = 1.5$.

3.3 Betonstaal

De Eurocode schrijft verschillende betonstaalsoorten voor, elk met eigen kenmerkende materiaaleigenschappen. In deze rapportage komt, vanwege het frequente gebruik in de praktijk, alleen betonstaalsoort B500B aan de orde. Deze betonstaalsoort heeft een karakteristieke vloeisterkte van 500 MPa en een elasticiteitsmodulus van 200000 MPa. Er wordt een (vereenvoudigd) bi-lineair spanning-rekdiagram voor het betonstaal aangenomen.

Het bi-lineaire spanning-rekdiagram voor het betonstaal/wapeningsstaal is weergegeven in figuur 5 (letter B).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.15} = 435\ MPa$$



Figuur 5 – Bi-lineair spanning-rekdiagram betonstaal

De term γ_s is een materiaalfactor voor betonstaal welk in de Eurocode als constante is gedefinieerd. Er geldt $\gamma_c = 1.15$. In deze rapportage wordt betonstaal vaak aangeduid met het synoniem wapeningsstaal.

4 Kolomdoorsneden

Om een goed inzicht te krijgen in het werkelijke gedrag van beton onder dubbele buiging, worden verschillende doorsnede-eigenschappen gevarieerd. Deze variaties leiden tot een set kolom doorsneden welk in het modelonderzoek gebruikt zullen worden. Deze doorsneden verschillen in bijvoorbeeld hoogte-breedteverhouding, wapeningspercentage of sterkteklasse: door deze variatie kan na het modelonderzoek bepaald worden welke relaties er tussen de doorsnede-eigenschappen en het (dubbele-)buigingsgedrag van de doorsnede bestaan.

Voor alle doorsneden, welk in de volgende paragrafen worden beschreven, worden de volgende doorsnede-eigenschappen gevarieerd:

- De sterkteklasse van het beton, er wordt modelonderzoek gedaan met betonsterkteklassen:
    - C20/25
    - C28/35
    - C40/50
    - Slechts in enkele gevallen: C70/85 (Hogesterktebeton)
- De diameter van de wapeningsstaven, er wordt modelonderzoek gedaan met staafdiameters:
    - 16 mm
    - 20 mm
    - 25 mm

Bij het onderzoeken van het effect van de sterkteklasse wordt een constante wapeningsdiameter van 16 mm verondersteld. Bij het onderzoeken van het effect van de wapeningsdiameter, wordt betonsterkteklasse C28/35 aangehouden.

LET OP: Het wapeningspercentage per doorsnede verschilt in veel gevallen! Dit komt door het kiezen van een vaste set wapeningsdiameters onafhankelijk van de hoogte-breedteverhouding van de doorsnede.

De ligging van het zwaartepunt van de wapeningsstaaf in de doorsnede wordt constant verondersteld, dit houdt in dat bij een grotere diameter van de wapening (en een constante beugeldiameter) de dekking kleiner wordt. In de praktijk zal dit niet voorkomen: de dekking is daar een gegeven, bijvoorbeeld door de milieuklasse. De referentiediameter van het wapeningsstaal wordt gekozen als 16 mm. Dit levert een variatie in dekking op van $\Delta\mathrm{c} = 4.5mm$ bij de maximale wapeningsdiameter van 25 mm. Het verschil in momentcapaciteit tussen de vereenvoudiging en een situatie met een constante dekking bedraagt voor het maatgevende geval:

$$|\Delta M| = F * \Delta c = 0.25\pi d^2 f_y * -(\Delta c) = 0.25\pi * 25^2 * 435 * 4.5 = 0.96 * 10^6\ Nmm$$

Bij doorsneden van voldoende grootte (kortste zijde > 400 mm) blijkt dat de momentcapaciteit in de orde van $10^8\ Nmm$ ligt. De maximale relatieve fout per staaf wordt daarmee:

$$\frac{|\Delta M|}{M} = \frac{10^6}{10^8} * 100\% = 1\%$$

Uit dit resultaat blijkt dat het constant nemen van de locatie van het zwaartepunt een goede aanname is.

4.1 Rechthoekige doorsneden

Er worden rechthoekige kolomdoorsneden gedefinieerd met de volgende verhoudingen tussen hoogte en breedte (hoogte : breedte, h : b):

- 1 : 1
- 3 : 2
- 2: 1

Er wordt niet gekeken naar doorsneden met een hoogte groter dan tweemaal de breedte, aangezien het opneembare moment in de breedterichting dan slechts gering is ten opzichte van het opneembare moment in de hoogterichting. Er is in dat geval meer sprake van enkele buiging dan van dubbele buiging wat betreft de absolute grootte van de momenten. Ook lijkt een doorsnede, met een breedte veel groter dan de hoogte, meer op een wand dan op een kolom. In de Eurocode wordt een wand gedefinieerd als een doorsnede waarbij de hoogte vier keer zo groot is als de breedte: echter worden bij dit modelonderzoek dergelijke grote hoogte-breedteverhoudingen niet beschouwd.

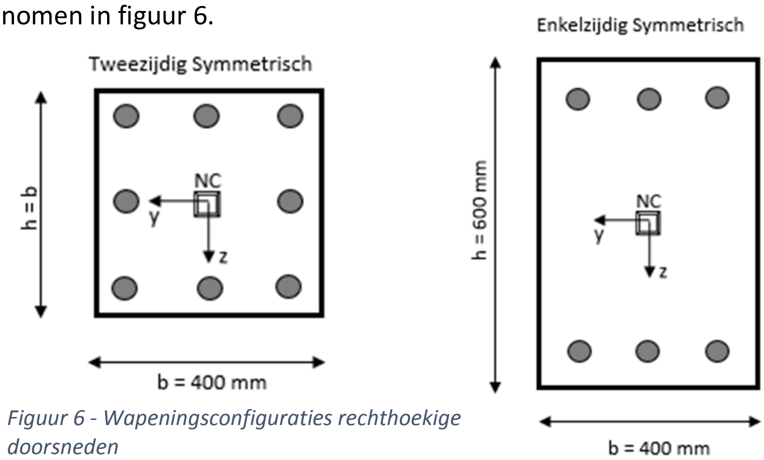
Er wordt uitgegaan van een vaste kolombreedte van 400 mm. De hoogte van de doorsnede hangt af van de verhouding tussen breedte en hoogte. De afstand van de rand van de doorsnede tot het middelpunt van een wapeningsstaaf wordt als 60 mm aangenomen (40 mm dekking, 12 mm beugelwapening en 8 mm halve diameter referentiewapeningsstaaf). Interne wapeningsstaven (d.w.z. niet op de hoeken) worden in het midden van de randstaven geplaatst.

De doorsneden met de bovengenoemde verhoudingen worden in de volgende configuraties afgewapend (mits redelijkerwijs mogelijk of in de praktijk gebruikt):

- Enkelzijdig symmetrisch
    - Breedterichting (6 wapeningsstaven)
    - Hoogterichting (6 wapeningsstaven)
- Tweezijdig symmetrisch (8 wapeningsstaven)

LET OP (herhaling): De wapeningspercentages per kolom verschillen door deze aanpak!

De vierkante doorsneden worden alleen tweezijdig symmetrisch gewapend, omdat dit in de praktijk toegepast wordt om plaatsingsfouten met betrekking tot de oriëntatie van de kolom te voorkomen. In bijlage 2 is van elke doorsnede een detailtekening opgenomen. Enkele doorsnede-voorbeelden zijn daarnaast ook opgenomen in figuur 6.

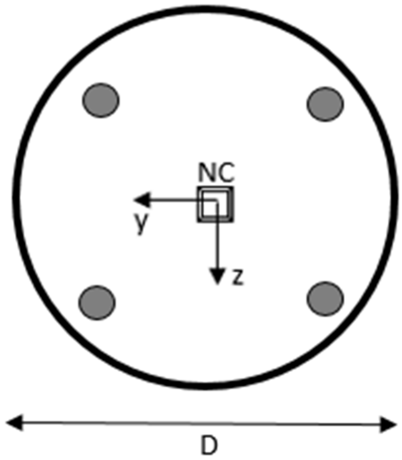


Figuur 6 - Wapeningsconfiguraties rechthoekige doorsneden

4.2 Ronde Doorsneden

In het geval van ronde kolomdoorsneden is er minder doorsnedevariatie mogelijk dan bij rechthoekige doorsneden, aangezien de breedte en hoogte van een cirkel per definitie gelijk is. Er wordt gekozen om één ronde doorsnede te kiezen met een oppervlakte gelijk aan die van de vierkante doorsnede (hoogte = breedte = 400 mm). Voor een gelijke oppervlakte bedraagt de diameter van de ronde doorsnede 450 mm.

De doorsnede wordt gewapend met een totaal van 4 wapeningsstaven, welk punt-symmetrisch in de oorsprong worden aangebracht, In figuur 7 wordt een voorbeeld van een ronde kolomdoorsnede weergegeven.



Figuur 7 - Wapeningsconfiguratie ronde doorsnede

Om dubbele buiging in de ronde doorsnede te onderzoeken, wordt de wapening gedraaid om het normaalkrachtencentrum. Ten gevolge van de rotatie om het normaalkrachtencentrum blijft de wapening te allen tijde punt-symmetrisch in het normaalkrachtencentrum. Hoe het doorsnedegedrag vervolgens gemodelleerd wordt, wordt uitgelegd in het hoofdstuk “Modelvorming”.

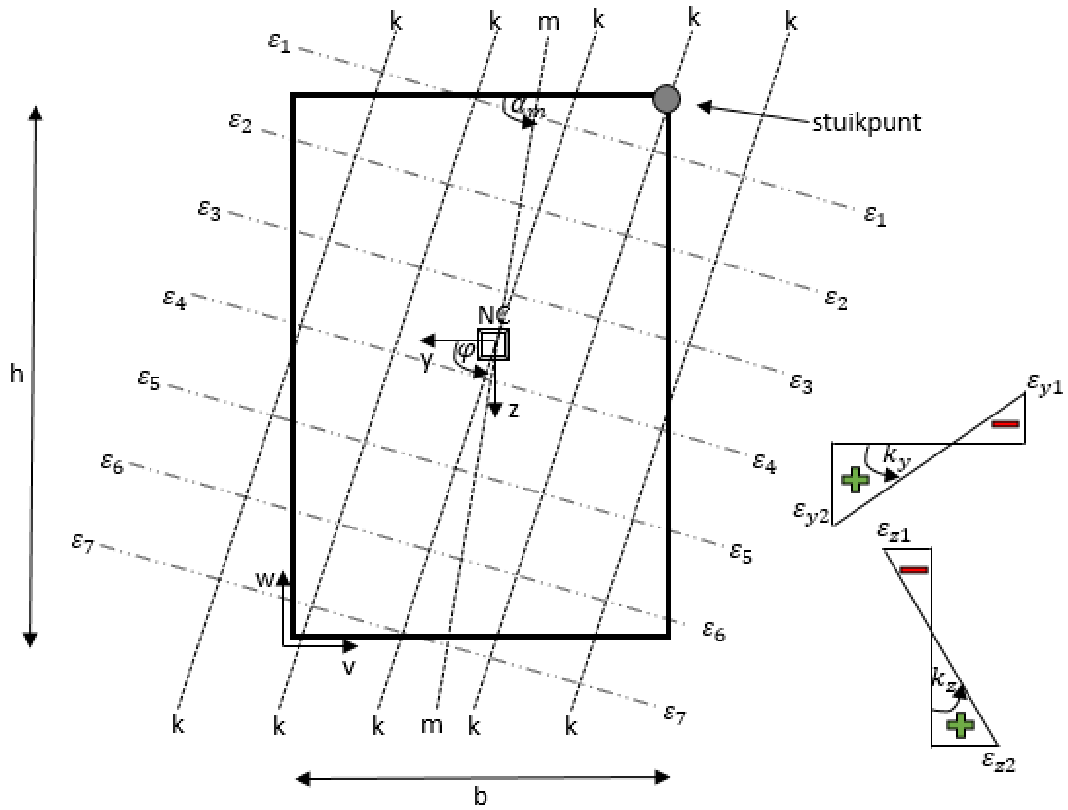
5 Modelvorming

In dit hoofdstuk komt de modelvorming van het doorsnedegedrag in de Ultimate Limit State (de toestand waarbij instorting optreedt) aan bod. Stapsgewijs zal worden verklaard hoe dubbele buiging in een betondoorsnede gemodelleerd kan worden. Er wordt een discreet numeriek model ontwikkeld waarbij de doorsnede wordt verdeeld in blokken van $1x1\ mm^2$. Het model zal in eerste instantie worden ontwikkeld voor rechthoekige doorsneden. Aan het eind van het hoofdstuk wordt het model geschikt gemaakt voor ronde doorsneden en willekeurige doorsnedevormen.

5.1 Assenstelsel

Een duidelijke keuze van het assenstelsel is essentieel bij het creëren van een model. In deze paragraaf komt de motivatie voor de keuze voor het assenstelsel aan bod.

Uitgaande van het y-z-assenstelsel uit de mechanica (figuur 8) worden, bij een resulterend buigend moment bestaand uit positieve momentbijdragen M_{Edy} en M_{Edz}, de grootste drukspanningen in het gedeelte rechtsboven in de doorsnede verwacht. De grootste drukspanning zal in dat geval optreden in de rechterbovenhoek, alwaar het beton op stuik zal bezwijken. Vanuit de rechterbovenhoek van de doorsnede (het stuikpunt) worden de grootheden van andere punten in de doorsnede te beschreven. De neutrale lijn staat per definitie loodrecht op het krommingsvlak. Het gevolg is dat in alle punten langs een willekeurige lijn loodrecht op het krommingsvlak de rek hetzelfde is. Dit wordt geïllustreerd in de figuur door lijnen $\varepsilon_1 .. \varepsilon_7$ (in werkelijkheid zijn er oneindig veel van zulke lijnen).



Figuur 8 – Assenstelsel rechthoekige doorsneden

Er geldt met betrekking tot de hoek tussen de y-as (horizontaal) en het krommingsvlak dat:

$$\tan(\varphi) = \frac{k_z}{k_y}$$

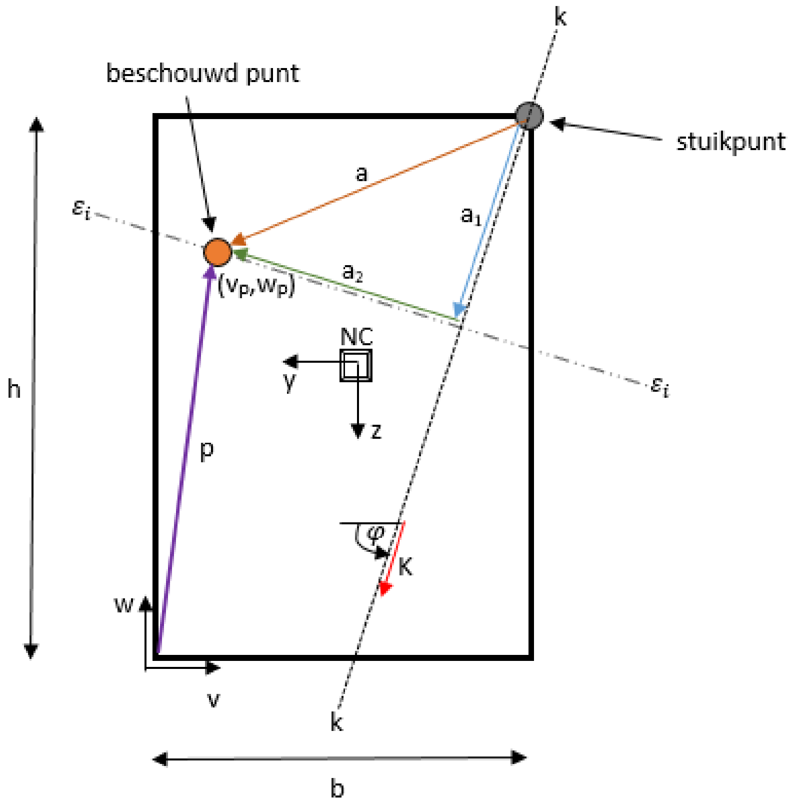
In de Ultimate Limit State is het uitgangspunt dat het beton bezwijkt op stuik. Stuik treedt op bij een rek ε_{cu3} en zal bij een positief samengesteld moment optreden in de rechterbovenhoek. De rek van alle andere punten in de doorsnede kan beschreven worden aan de hand van de initiële rek ε_{cu3} in de rechterbovenhoek en de rek ten gevolge van het product van de kromming met de loodrechte afstand tot een beschouwd punt. Deze loodrechte afstand wordt gevonden door de lijn (vector) van het stuikpunt tot het beschouwde punt orthogonaal te projecteren op de krommingslijn door het stuikpunt. Voor de projectie a_1 geldt:

$$a_1(v, w) = \frac{a(v, w) \cdot K}{K \cdot K}$$

In bovenstaande uitdrukking is a de vector van het stuikpunt tot het beschouwde punt en stelt K de eenheidsvector aangrijpend in het stuikpunt in de richting van de krommingslijn door het stuikpunt voor. Voor a en K gelden de volgende uitdrukkingen:

$$a(v, w) = \begin{bmatrix} b - v_p \\ h - w_p \end{bmatrix};\ K = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix}$$

In figuur 9 worden de hierboven benoemde vectoren en lijnen weergegeven:



Figuur 9 – Vectordefinitie

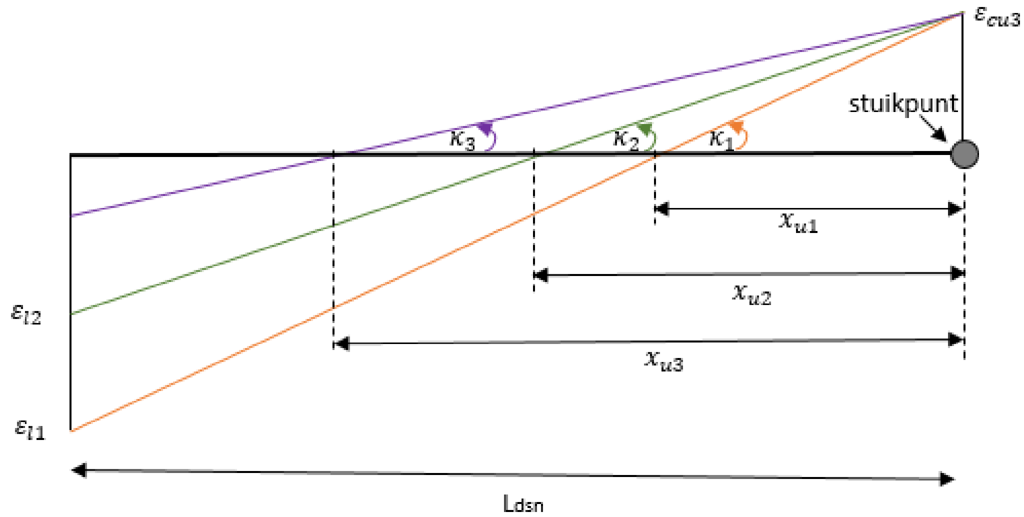
De locatie van het normaalkrachtencentrum en de coördinaten van het hart van de wapeningsstaven worden beschreven in het v-w-assenstelsel (figuur 9). Deze coördinaten worden omgezet tot een loodrechte afstand tot het stuikpunt via het reeds hierboven beschreven principe.

5.2 Rekverdeling

De rek in het stuikpunt is per definitie gelijk aan ε_{cu3}. De kromming die de volledige doorsnede ondergaat wordt dan beschreven door:

$$\kappa = \left|\frac{\varepsilon_{cu3}}{x_u}\right| \left(= \sqrt{k_y^2 + k_z^2}\right)$$

In bovenstaande vergelijking is x_u de hoogte van de betondrukzone die benodigd is om verticaal krachtenevenwicht te leveren. In de figuur 10 wordt de relatie tussen kromming en betondrukzonehoogte weergegeven:



Figuur 10 - Verband betondrukzonehoogte en kromming

Gezien vanuit het stuikpunt met een lokaal y*-z* assenstelsel geldt voor de rek dat:

$$\varepsilon(y^*, z^*) = \varepsilon_{cu3} + \left|\frac{\varepsilon_{cu3}}{x_u}\right| a_1 = \varepsilon_{cu3} + \kappa a_1$$

$$a_1 = \frac{a \cdot K}{K \cdot K} \; ; \; a = \begin{bmatrix} b - v \\ h - w \end{bmatrix} \; ; \; K = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix}$$

In theorie kan de kromming variëren van nul tot oneindig. In de praktijk is een oneindige kromming niet mogelijk, doordat de rek aan de trekzijde van de doorsnede dan ook oneindig groot zal worden. Een kromming van nul is alleen mogelijk indien er geen buigend moment op de doorsnede werkt. Daar het gedrag van betonkolommen belast met buigende momenten in deze rapportage centraal staat, wordt de afwezigheid van kromming niet relevant geacht.

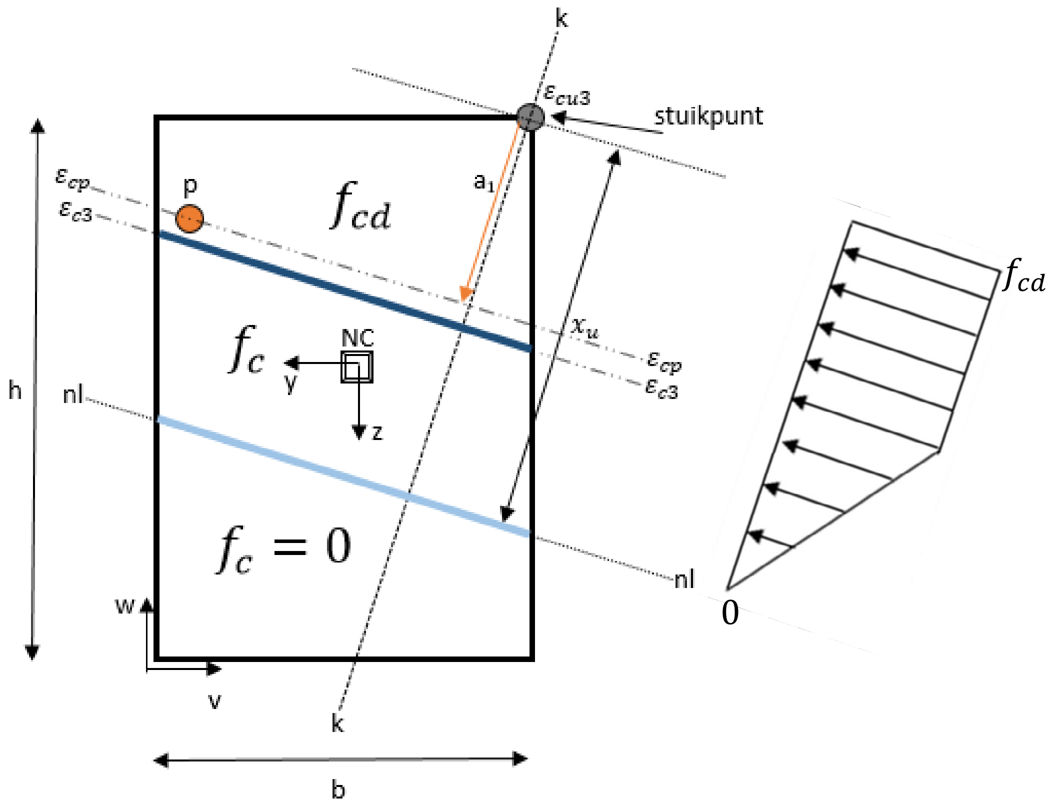
5.3 Spanningsverdeling

De spanningsverdeling is direct afhankelijk van de rekverdeling. Voor de beton- en betonstaalspanningen worden in de Ultimate Limit State bi-lineaire spanning-rekdiagrammen gebruikt.

Er wordt in de modellering verondersteld dat de doorsnede aan de trekzijde dusdanig gescheurd is dat er geen betontrekspanningen optreden. De spanningsverdeling in het beton wordt vanuit het stuikpunt als volgt gemodelleerd:

$$f_c = \begin{cases} f_{cd} & a_1 \leq (\frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}})x_u \\ \left(\frac{x_u - a_1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}}\right) x_u}\right) f_{cd} & (\frac{\varepsilon_{cu3} - \varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}})x_u < a_1 \leq x_u \\ 0 & a_1 > x_u \end{cases}$$

Hierin is a_1 de orthogonale projectie van een willekeurig punt op het krommingvlak door het stuikpunt. Voor betonsterkteklassen tot en met C50/60 geldt dat $\frac{\varepsilon_{cu3}-\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}} = 0.5$. In figuur 11 wordt de functiedefinitie voor de spanningen geïllustreerd, in dit voorbeeld is de spanning in het punt *p* gelijk aan f_{cd}:



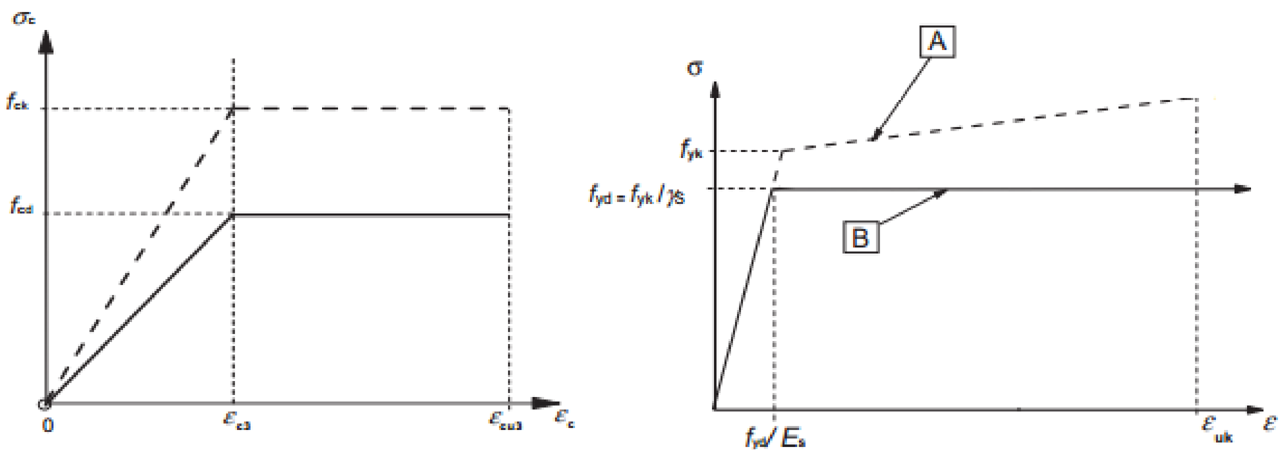
Figuur 11 - Functiedefinitie betonspanningen

Op basis van de rek ter plaatse van een wapeningsstaaf wordt de spanning in de betreffende staaf gedefinieerd. De betonstaalrek ε_s van een wapeningsstaaf kan met behulp van de rekfunctie worden bepaald. De spanning in het betonstaal wordt begrensd door de rekenwaarde van de vloeigrens f_{yd}. Er geldt voor de betonstaalspanningen:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500}{1.5} = 435\ MPa$$

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & \varepsilon_s \leq \frac{f_{yd}}{E_s}, \varepsilon_s \geq -\frac{f_{yd}}{E_s} \\ f_{yd} & \varepsilon_s > \frac{f_{yd}}{E_s} \\ -f_{yd} & \varepsilon_s < -\frac{f_{yd}}{E_s} \end{cases}$$

Figuur 12 geeft (nogmaals) de bi-lineaire spanning-rekdiagrammen uit de Eurocode weer voor respectievelijk beton en betonstaal.



Figuur 12 – Bi-lineaire spanningsdiagrammen voor resp. beton en betonstaal

5.4 Betondrukzonehoogte

Er wordt op basis van verticaal evenwicht bepaald wat de hoogte van de betondrukzone is. Het zoeken naar de betondrukzonehoogte waarbij verticaal evenwicht is, gebeurt door middel van iteratie, aangezien de doorsnede niet prismatisch is in het krommingsvlak (als gevolg is de volheidsfactor niet vooraf bekend). Aangezien de spanningen in het betonstaal bekend zijn op basis van de rekverdeling (afhankelijk van de betondrukzonehoogte) en de wapeningsdiameter een gegeven is, zijn de krachten in het betonstaal bekend. De betondrukkracht kan gevonden worden door de spanningen te integreren over het gedrukte oppervlak van de doorsnede bij de aangenomen waarde van de betondrukzonehoogte.

Bij de betondrukzoneberekening zijn de volgende zaken aangenomen:

- Het beton neemt alleen drukkrachten op. Zodra er een trekspanning in het beton optreedt, wordt deze spanning tot 0 gereduceerd (aanname gescheurd beton).
- Op plaatsen waar wapening zit welke op druk belast wordt, wordt de spanning in het beton niet tot 0 gereduceerd. Dit heeft onder andere gevolgen voor de werkelijke betondrukzonehoogte (deze wordt onderschat).

De gemaakte aannamen worden in de praktijk in handberekeningen ook toegepast, omdat het verschil in uitkomst slechts gering is en het berekeningsproces in dat geval sneller verloopt.

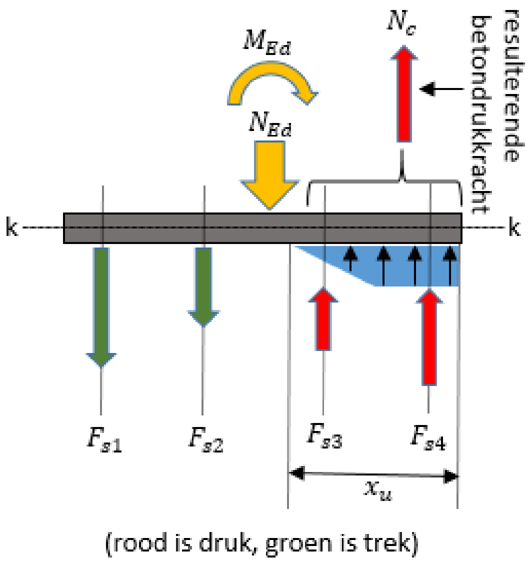
In iedere situatie geldt:

$$F_{s,i} = A_{s,i}\sigma_{s,i}\ ;\ N_c = \int f_{concrete}\, dA$$

Voor een evenwichtssituatie moet gelden:

$$\sum F_v = 0 \rightarrow N_c + \sum F_s + N_{Ed} = 0$$

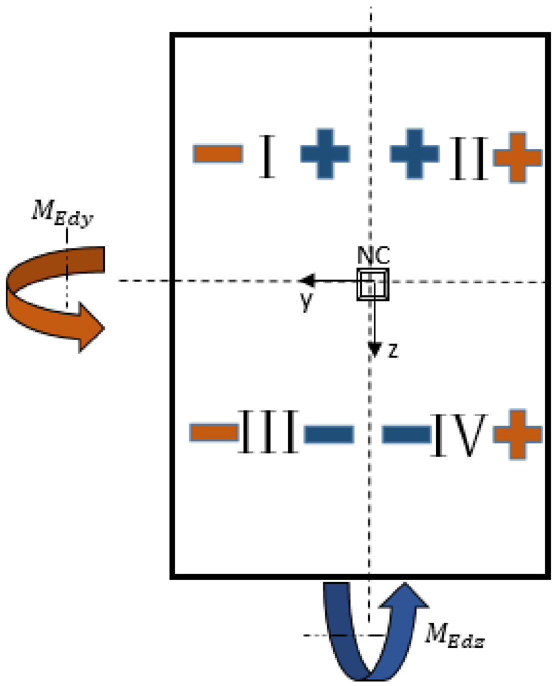
De betondrukzonehoogte waarbij bovenstaande uitdrukking geldt, is de betondrukzonehoogte behorend bij de combinatie van het gekozen krommingsvlak en de normaalkracht N_{Ed}. In figuur 13 wordt het bovenstaande verduidelijkt.



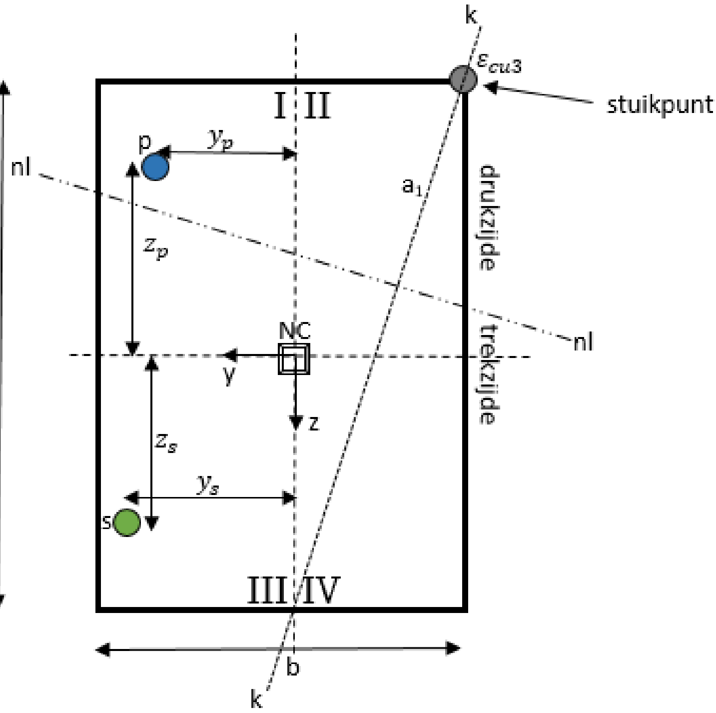
Figuur 13 - Doorsnedekrachten

5.5 Momentcapaciteit

Nu de betondrukzonehoogte bekend is, kan de momentcapaciteit bij het gegeven krommingsvlak en de gegeven normaalkracht bepaald worden. Uit de aanname van het discrete model met een verdeling in blokken van $1x1\ mm^2$ volgt dat kracht gelijk is aan de spanning in een beschouwd blok. Om onderscheid te kunnen maken tussen positieve en negatieve bijdragen aan de maximaal uit te oefenen momenten M_{Edy} en M_{Edz}, wordt de doorsnede opgedeeld in vier delen.



Figuur 13 - Bijdrage drukkrachten momentcapaciteit



Figuur 14 - Voorbeeld momentcapaciteit

De plussen en minnen in figuur 13 geven voor drukkrachten respectievelijk een positieve en negatieve bijdrage aan voor de maximaal uit te oefenen momenten M_{Edy} en M_{Edz}. Voor trekkrachten geldt vanzelfsprekend het omgekeerde teken (plus wordt min, min wordt plus).

De momenten ten gevolge van de excentriciteiten van de betondrukkrachten, betonstaaldruk- en betonstaaltrekkrachten vormen bij elkaar opgeteld de momentcapaciteit van de doorsnede. In figuur 14 wordt dit kort geïllustreerd. In dit voorbeeld geldt dat:

- Punt P in de betondrukzone (I) levert een positieve bijdrage aan de momentcapaciteit om de z-as, en een negatieve bijdrage aan de momentcapaciteit om de y-as.
- Wapeningsstaaf S in deel III wordt op trek belast en draagt daarom positief (omgekeerd teken, dus positief) bij aan de momentcapaciteit om zowel de z-as als de y-as.

De absolute grootte van de momentcapaciteitsbijdrage voor een punt of wapeningsstaaf is gelijk aan:

$$|\Delta M_{y,i}| = F_i y_i \ ; \ |\Delta M_{z,i}| = F_i z_i$$

Het teken volgt samen met de bijbehorende definitie (drukkracht) uit figuur 13. Er geldt voor de totale momentcapaciteit:

$$\sum M = 0 \rightarrow M_{Rdy} = \sum \Delta M_{y,i} \text{ ; } M_{Rdz} = \sum \Delta M_{z,i}$$

5.6 Volheidsfactor en Afstandsfactor

In betonberekeningen wordt vaak gebruik gemaakt van de volheidsfactor α en afstandsfactor β. Deze factoren zijn in het geval van enkele buiging eenvoudig te bepalen. In het geval van dubbele buiging zijn de waarden van deze factoren niet op voorhand bekend, maar kunnen deze aan de hand van een numeriek computermodel wel teruggerekend worden.

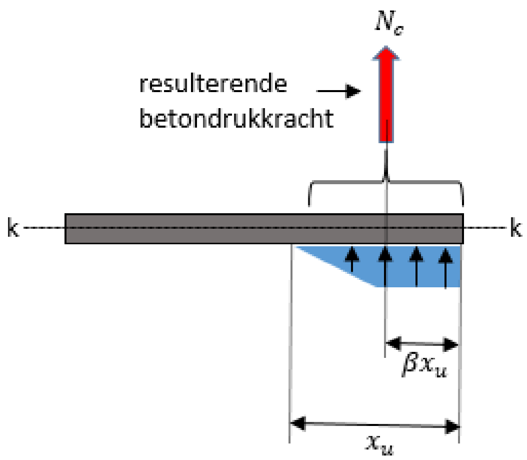
De volheidsfactor α wordt berekend door de gemiddelde spanning f_{cm} in de drukzone van de doorsnede te delen door de stuikspanning f_{cd}. Wanneer er sprake is van een doorsnede welk in het krommingsvlak niet-prismatisch is, is het echter nodig om de krachten in plaats van spanningen te beschouwen. Er geldt voor de volheidsfactor van een willekeurige doorsnede in de Ultimate Limit State dat:

$$\alpha = \frac{N_c}{f_{cd} A_{c,druk}}$$

Hierbij is $A_{c,druk}$ de bruto oppervlakte van de betondrukzone.

De afstandsfactor β wordt berekend door de loodrechte afstand van het stuikpunt tot het zwaartepunt van de betondrukzone te delen door de lengte van de betondrukzone x_u, dit wordt geïllustreerd in figuur 15. Het zwaartepunt van de betondrukzone kan bepaald worden door het statisch moment van de betondrukkracht om het stuikpunt te delen door de betondrukkracht.

$$\beta = \frac{a_{zwp}}{x_u}$$

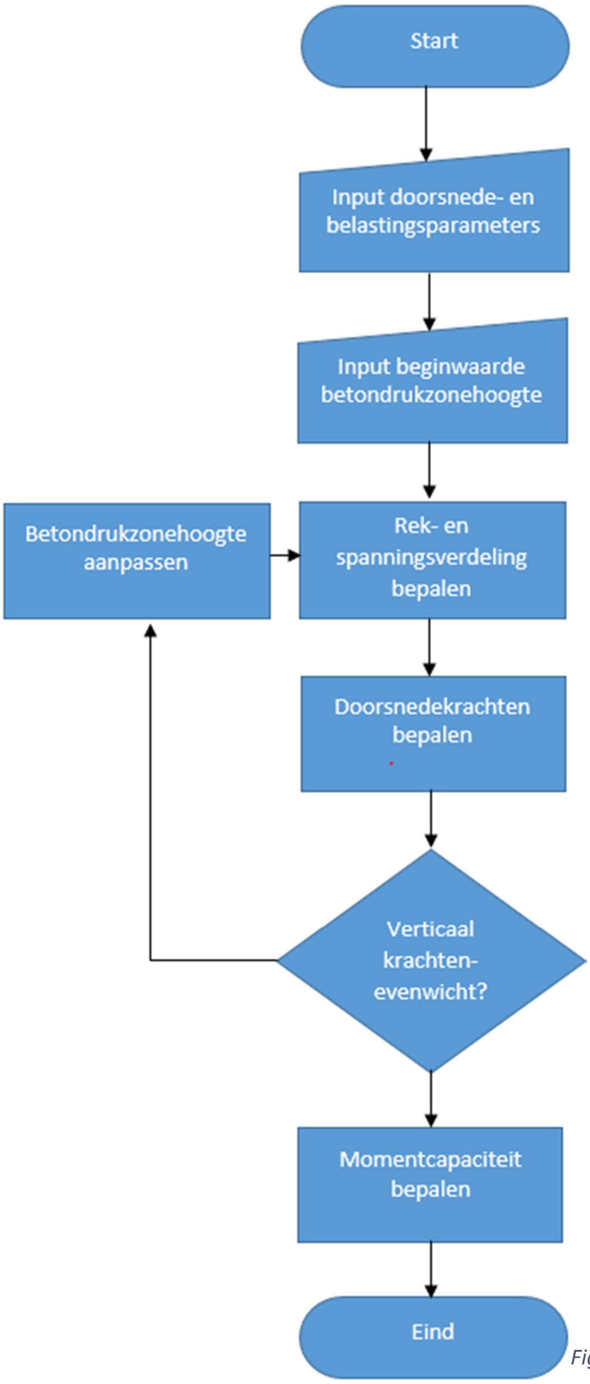


Figuur 15 - Afstandsfactor

De factoren α en β van de doorsnede onder dubbele buiging geven de mogelijkheid het doorsnedegedrag te vergelijken met een doorsnede belast op enkele buiging.

5.7 Flowchart

In deze paragraaf worden de stappen die het model bij ofwel rechthoekige ofwel ronde doorsneden doorloopt weergegeven aan de hand van een flowchart.



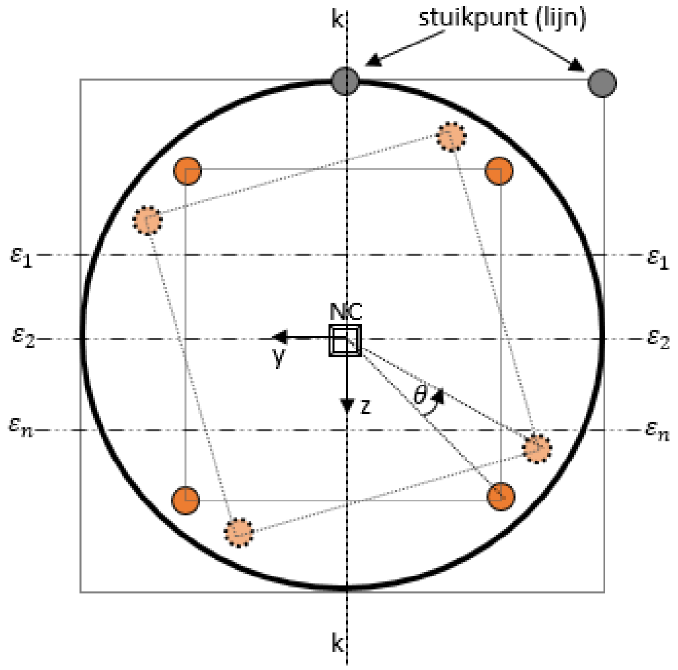
Figuur 16 - Flowchart Ultimate Limit State model

Na "Eind" vindt verwerking en interpretatie van het resultaat door de auteur plaats. Na verwerking wordt het berekeningsproces met andere parameters (bijvoorbeeld normaaldrukkracht of krommingsvlak) herhaald.

5.8 Ronde doorsneden

Ronde kolommen komen in de praktijk frequent voor. Het model voor rechthoekige doorsneden wordt daarom geschikt gemaakt voor ronde kolomdoorsneden. Van de eigenschap dat ronde doorsneden punt-symmetrisch in de oorsprong zijn wordt daarbij handig gebruik gemaakt: een ronde doorsnede kan zo gedraaid worden dat het stuikpunt altijd op dezelfde locatie in het assenstelsel ligt.

De stuiklijn wordt gekozen aan de bovenzijde van de doorsnede en er wordt een verticaal krommingsvlak gedefinieerd dat zowel door het normaalkrachtencentrum als het stuikpunt loopt. De wapeningsstaven kunnen nu worden gedraaid onder een hoek θ om het zwaartepunt van de doorsnede zodat er sprake is van een niet-symmetrische doorsnede (en dus van dubbele buiging), terwijl de lijnen met gelijke rekken evenwijdig lopen aan de horizontaal. Dit principe wordt geïllustreerd met behulp van figuur 17:



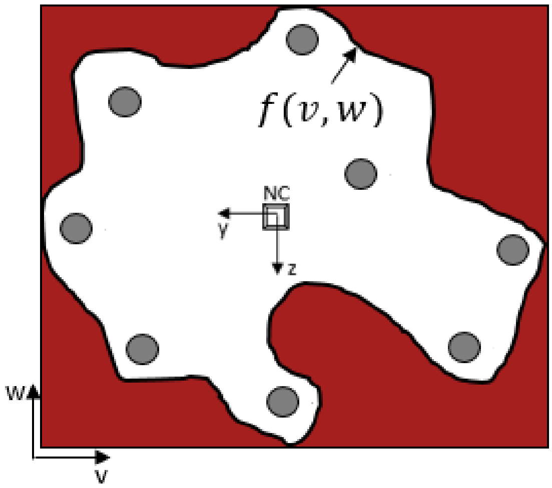
Figuur 17 - Model ronde doorsneden

Het oppervlak van de cirkel is per definitie kleiner dan het oppervlak van het omschreven vierkant. Een kleiner betondrukoppervlak heeft gevolgen voor onder andere de betondrukzonehoogte, momentcapaciteit, volheidsfactor en afstandsfactor. In het model voor ronde doorsneden is de spanning in het beton gereduceerd tot 0 indien het beschouwde punt buiten de ingeschreven cirkel ligt. Hierdoor dragen punten die buiten de ingeschreven cirkel liggen niet bij aan de normaaldrukkracht en leveren ook geen bijdrage aan de momentcapaciteit. De momentcapaciteit wordt vervolgens langs de hoofdassen ontbonden in de momentcapaciteit-componenten M_{Rdy} en M_{Rdz}, dit is op eenvoudige wijze mogelijk omdat het krommingsvlak gelijk is aan het momentenvlak.

Anders dan de aspecten die in deze paragraaf zijn beschreven, verschilt het model voor ronde doorsneden niet met het model voor rechthoekige doorsneden. Dit komt doordat er eigenlijk een vierkante doorsnede beschouwd wordt, waarvan de punten die buiten de ingeschreven cirkel liggen niet bijdragen aan de krachtswerking.

5.9 Willekeurige Doorsnedevormen

Het model kan gebruikt worden voor willekeurige doorsnedevormen, door het doorsnedeoppervlak middels een functievoorschrift te scheiden van een rechthoek. Hierbij moet vanzelfsprekend ook gelden dat alle wapeningsstaven binnen de uitgesneden doorsnedevorm liggen. Het is bij een willekeurige doorsnedevorm van belang dat ook het normaalkrachtencentrum wordt bepaald, aangezien de ligging hiervan niet noodzakelijkerwijs op voorhand bekend is. De wijze waarop de ligging van het normaalkrachtencentrum kan worden bepaald wordt beschreven in het hoofdstuk “Mechanica”. In figuur 18 wordt een voorbeeld van een willekeurige doorsnedevorm gegeven.



Figuur 18 - Willekeurige doorsnedevorm met omschreven rechthoek

5.10 Computermodel

Het met de hand uitvoeren van de doorsnedeberekeningen behorend bij het dubbele-buigingsmodel dat eerder in dit hoofdstuk is ontwikkeld, is bijzonder complex en tijdrovend. Er wordt gekozen om de modelberekeningen uit te laten voeren door de computer. Het model wordt geschreven in programmeertaal Python (Canopy-distributie), dat bekend staat om zijn eenvoudige syntax en goede leesbaarheid van de programmeercode. Het computermodel kan worden getypeerd als een discreet numeriek model.

Allereerst worden de doorsnedegrootheden als hoogte, breedte, betonsterkteklasse, wapeningsconfiguratie gedefinieerd. Ook worden de belastingparameters (krommingsvlak, normaalkracht) ingevoerd. Vervolgens wordt een beginwaarde voor de betondrukzonehoogte ingevoerd, waarbij de eerste doorsnedeberekening zal plaatsvinden.

De doorsnede wordt verdeeld in blokken (dus een discreet model) van $1x1\ mm^2$. Ten opzichte van het stuikpunt wordt voor alle doorsnedeblokken de loodrechte, horizontale en verticale afstand bepaald. De spanningsverdeling over de doorsnede, bepaald met behulp van de rekverdeling, wordt opgeslagen in een matrix met afmetingen [breedte (mm), hoogte (mm)]. Er wordt uitgegaan van het v-w-assenstelsel:

$$\begin{array}{cc} \text{w} \uparrow & \begin{pmatrix} \sigma_h & \cdots & \sigma_{bh} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_0 & \cdots & \sigma_b \end{pmatrix} \\ & \xrightarrow{\quad} \text{v} \end{array}$$

Op basis van de rek ter plaatse van de wapeningsstaven (zie paragraaf rekverdeling) worden de wapeningsstaalspanningen in iedere wapeningsstaaf bepaald. Hiermee ligt, door de vooraf gedefinieerde wapeningsdiameter, ook de normaalkracht in de wapeningsstaven vast. Alle doorsnedekrachten zijn nu bekend, en er kan bepaald worden of er verticaal evenwicht heerst in de doorsnede.

Indien de huidige betondrukzonehoogte leidt tot verticaal evenwicht, wordt het iteratieve proces (zie paragraaf Betondrukzonehoogte) om deze betondrukzonehoogte te vinden gestopt. Indien er geen verticaal evenwicht optreedt, wordt de betondrukzonehoogte vergroot.

Zodra er verticaal evenwicht heerst, wordt bij de bijbehorende betondrukzonehoogte de momentcapaciteit van de doorsnede bepaald. Dit wordt gedaan door de momentcapaciteitsbijdragen van de betondrukblokken en de wapeningsstaafkrachten te sommeren. In de paragraaf "Momentcapaciteit" wordt uitgelegd hoe er bepaald kan worden of het een positieve of negatieve momentcapaciteitsbijdrage betreft. Uit het berekeningsproces volgen de momentcapaciteiten M_{Edy} en M_{Edz}. Op basis van deze resultaten worden vervolgens de afstandsfactor en volheidsfactor bepaald.

Om het resultaat gemakkelijk te kunnen interpreteren, wordt de spanningsverdeling over de doorsnede geplot met behulp van een kleurschakering.

De volledige programmeercode is in bijlage 4 opgenomen.

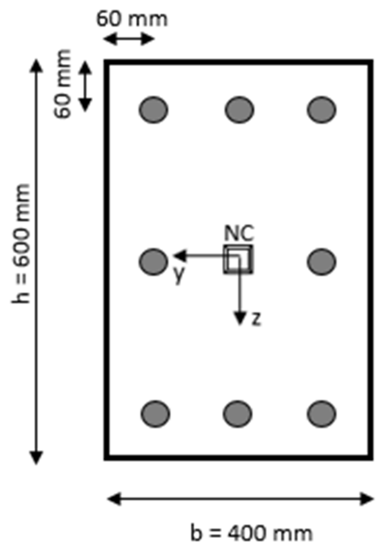
6 Modelvalidatie

Het Ultimate Limit State model voor dubbele buiging moet worden getoetst op juistheid. Deze toetsing vindt plaats door een aantal doorsneden te modelleren waarvan het werkelijke gedrag reeds bekend is uit bijvoorbeeld voorbeeldberekeningen.

6.1 Enkele Buiging

Het model voor dubbele buiging moet enkele buiging kunnen beschrijven wanneer het krommingsvlak zo wordt gekozen dat deze dezelfde richting heeft als een van de hoofdassen van de doorsnede.

De validatie vindt plaats aan de hand van een voorbeeldberekening van het vak CTB2220 Beton- & Staalconstructies. Gegeven is de volgende doorsnede (figuur 19):



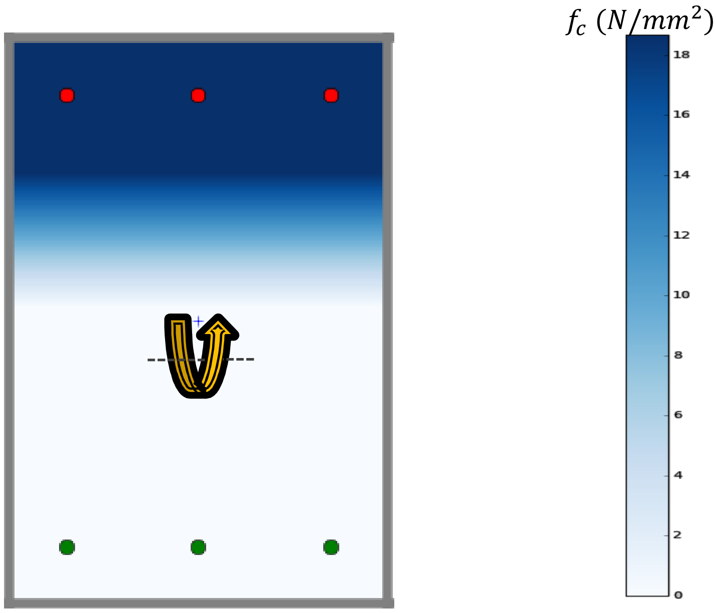
Figuur 19 - Voorbeelddoorsnede modelvalidatie

De gebruikte betonsterkteklasse is C28/35 waarvoor geldt $f_{cd} = 18.67\ MPa$. De wapening ligt op 60 mm van de rand van de doorsnede. Er worden 3 staven betonstaal van klasse B500B met een diameter van 16 mm per zijde toegepast. De doorsnede wordt belast met een normaalkracht $N_{Ed} = 1600\ kN$. Gevraagd is de momentcapaciteit M_{Rdz} te bepalen het geval van enkele buiging in de richting van de z-as (om de y-as). In de tabel worden de antwoorden van het nakijkblad van de docent vergeleken met de uitkomsten van het model.

Parameter	Nakijkblad	Model	Eenheid	Verschil (%)
$F_{s,trek}$	+262.3	+262.3	kN	-
$F_{s,druk}$	-262.3	-262.3	kN	-
x_u	285.7	286.4	mm	+0.25
$\varepsilon_{s,trek}$	+3.12	+3.10	‰	-0.64
$\varepsilon_{s,druk}$	-2.76	-2.77	‰	-0.36
M_{Ed}	428	427.4	kNm	-0.14

De gevonden uitkomsten wijken slechts marginaal (tot 0.64%) af van het correcte antwoord. Deze afwijkingen kunnen worden verklaard door het discrete karakter van het model. Bij de modelberekening bestaat de doorsnede niet uit een oneindig aantal punten, maar heeft de doorsnede elementen van 1 mm bij 1 mm. Desalniettemin wordt een zeer nauwkeurig antwoord verkregen. Ook de volheidsfactor $\alpha = 0.75$ en de afstandsfactor $\beta = 0.389$ zijn correct berekend (deze waarden gelden altijd voor enkele buiging in de Ultimate Limit State bij betonsterkteklassen tot en met C50/60, ga dit zelf na).

Het model plot een overzicht van de spanningsdistributie over de doorsnede, dit overzicht wordt in figuur 20 weergegeven. De wapeningsstaven zijn in groen en rood weergegeven om respectievelijk trek- of drukkrachten te kunnen onderscheiden. In het blauw worden de drukspanningen in de betondrukzone weergegeven.



Figuur 20 - Modelresultaat modelvalidatie enkele buiging

Aangezien er enkele buiging beschouwd wordt om de hoofdas van een rechthoekige doorsnede, is er in dit geval geen sprake van een stuikpunt maar van een stuiklijn langs de bovenzijde van de doorsnede. Het gekozen krommingsvlak (in de richting van een hoofdas) zorgt logischerwijs voor een buigend moment welk ook werkt in de richting van de betreffende hoofdas van de doorsnede.

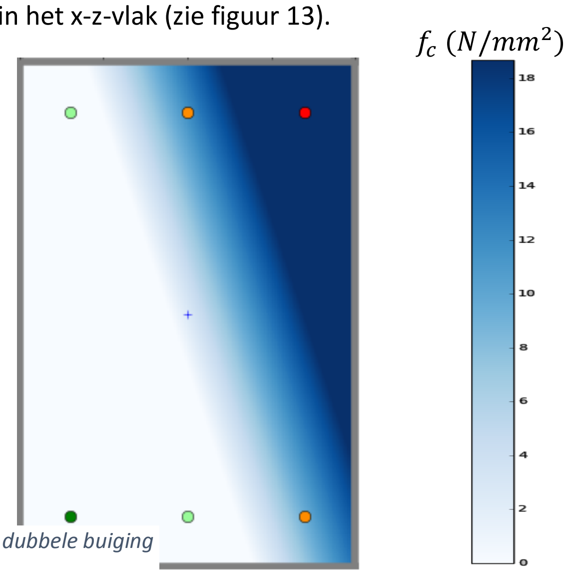
6.2 Dubbele Buiging

Aan de hand van logisch redeneren wordt het model ook voor dubbele buiging gevalideerd, dit omdat er geen voorbeeldberekening voorhanden is welk compatibel is met het model.

Voor een bepaald krommingsvlak bij een doorsnede met sterkteklasse C28/35 wordt in figuur 21 de spanningsverdeling over de doorsnede (figuur 19) geplot. In de figuur is de volgende codering voor de wapeningsstaven gebruikt.

- Rood		Drukkracht, wapening vloeit
- Oranje		Drukkracht, wapening vloeit niet
- Groen		Trekkracht, wapening vloeit
- Lichtgroen	Trekkracht, wapening vloeit niet

Voor deze situatie geldt dat de opgenomen momenten $M_{Edy} = 204\ kNm$ en $M_{Edz} = 56\ kNm$ bedragen. Het feit dat er in het x-y-vlak meer moment op kan worden genomen valt af te lezen in figuur 21, doordat de positieve bijdragen van de druk- en trekkrachten aan het opneembare moment in dit vlak relatief gezien groter zijn dan in het x-z-vlak (zie figuur 13).



Figuur 21 - Modelresultaat modelvalidatie dubbele buiging

Voor de in de figuur weergegeven situatie geldt dat volheidsfactor $\alpha = 0.65$, dit houdt in dat de gemiddelde drukspanning lager ligt dan bij een situatie met enkele buiging. Dit kan verklaard worden uit de figuur doordat er rechts van de doorsnede geen drukkracht kan worden ontwikkeld (er zit immers geen materiaal, figuur 47). Bij enkele buiging kan deze drukkracht zich wel vormen, omdat er dan geen hoekverdraaiing bestaat tussen de (gelijkvormige) doorsnede en de drukkrachtenzone (de gehele betondrukkrachtenzone valt binnen de doorsnede).

Er geldt voor afstandsfactor $\beta = 0.52$. Dit houdt in dat de resultante van de drukkracht op een grotere afstand aangrijpt dan in het geval van enkele buiging. Dit is niet verwonderlijk, omdat er in een kleiner deel van de doorsnede de volledige drukspanning f_{cd} heerst. Gemiddeld gezien hebben de drukspanningen in de lineair-elastische zone een grotere bijdrage gekregen, waardoor de loodrechte afstand van het stuikpunt tot de resultante van de betondrukkracht toeneemt.

Er wordt op basis van het bovenstaande en een aantal voorbeeldberekeningen (niet weergegeven) vastgesteld dat het model het doorsnedegedrag, bij belasting op dubbele buiging, correct beschrijft.

7 Bezwijkmechanismen

In de Ultimate Limit State (de toestand waarbij instorting optreedt) bezwijkt een betonkolom per definitie op betonstuik, echter zijn er meerdere manieren waarop dit bezwijkmechanisme kan worden ingeleid. Zo kan bijvoorbeeld het vloeien van het betonstaal zorgen voor grote rekken, waarna het beton op stuik bezwijkt. Een bezwijkmechanisme waarbij falen wordt aankondigt door bijvoorbeeld grote scheuren, verdient de voorkeur boven een bezwijkmechanisme zonder waarschuwend karakter.

In dit hoofdstuk worden eerst de manieren waarop betonstuik in de Ultimate Limit State kan optreden beschouwd. Vervolgens wordt er aan de hand van een interactiediagram bepaald hoe er een voorspelling van de aanleiding tot bezwijken kan worden gemaakt. Vervolgens wordt er gekeken of er een aanleiding is die voorkomen moet worden.

7.1 Oorzaken

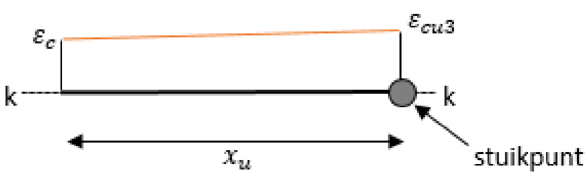
Een betonkolom kan op de volgende wijzen bezwijken op betonstuik:

1. Direct, door een grote normaaldrukkracht;
2. Indirect, door het vloeien van het betonstaal;
3. Gebalanceerd, door een combinatie van (1) en (2).

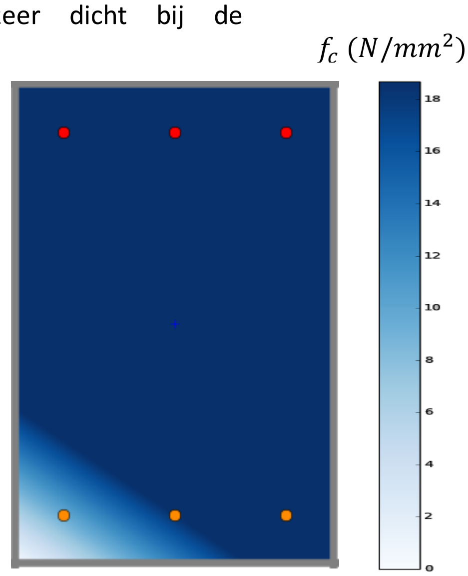
7.1.1 Grote Normaaldrukkracht (Stuik)

De meest eenvoudige oorzaak van bezwijken treedt op wanneer de normaalkrachtcapaciteit (bijna) wordt bereikt. In dit geval wordt vrijwel de gehele doorsnede belast op druk, hierdoor is er slechts een zeer geringe of geen momentcapaciteit aanwezig. Het falen van de kolom zal in dit geval zeer abrupt plaatsvinden: er is weinig tot geen waarschuwing welk het falen van de kolom aankondigt (bros gedrag). Tevens treedt bezwijken op bij geringe buigend momenten (lage momentcapaciteit).

In figuur 22 wordt de rekverdeling in bovenstaand geval weergegeven, hierbij valt op dat de kromming van de doorsnede nihil is doordat de reklijn (vrijwel) horizontaal loopt. In figuur 23 wordt een spanningsverdeling over de doorsnede van een kolom weergegeven op het moment dat de kolom belast wordt met een normaaldrukkracht die zeer dicht bij de normaalkrachtcapaciteit ligt.



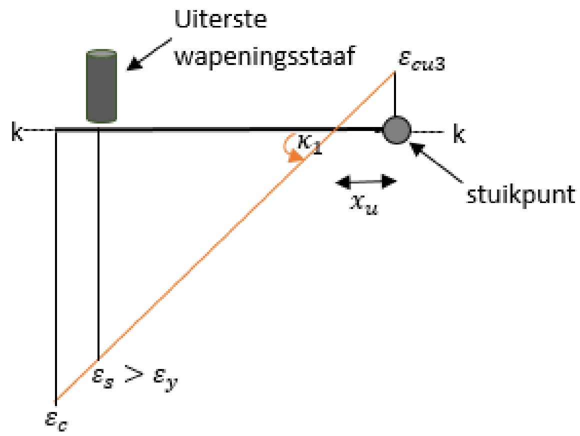
Figuur 22 - Rekverdeling bij grote normaaldrukkracht



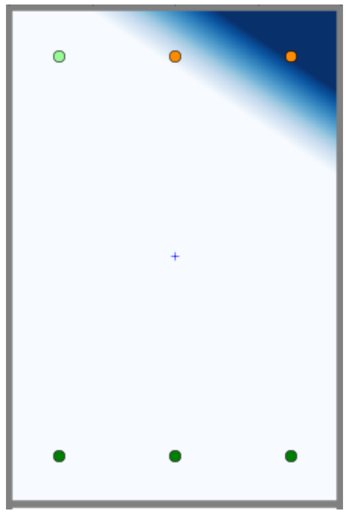
Figuur 23 - Spanningsverdeling grote normaaldrukkracht

7.1.2 Kleine Normaaldrukkracht en Buigend Moment (Vloei)

Wanneer er slechts een geringe normaaldrukkracht op de doorsnede werkt ten opzichte van de normaalkrachtcapaciteit $(N_{Ed} \ll N_{Rd})$, is de hoogte van de betondrukzone klein. Bij gelijktijdige belasting van de kolom met een (samengesteld) buigend moment, wordt in het betonstaal, dat door dit buigend moment op trek belast wordt, spoedig de vloeirek bereikt. Bovenstaande wordt geïllustreerd in figuren 24 en 25:



Figuur 24 - Rekverdeling vloei



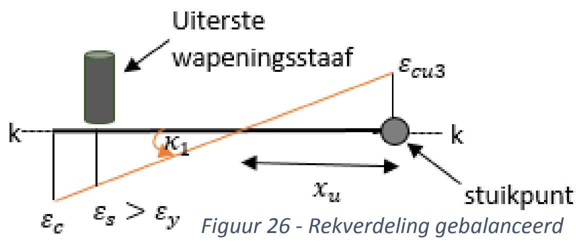
Figuur 25 - Spanningsverdeling vloei

Bij het bereiken van de vloeirek in een op trek belaste wapeningsstaaf wordt de maximale trekkracht in het betonstaal bereikt. Dit houdt tevens in dat de maximale bijdrage aan de momentcapaciteit wordt bereikt. Wanneer het buigend moment toeneemt, zal de constructie hiertegen (bijna) geen weerstand kunnen bieden en zal het beton in het stuikpunt kapot gedrukt worden ten gevolge van (de toename in) het buigend moment. Door het lange elastische traject van het betonstaal wordt het falen van de kolom aangekondigd door het ontstaan van grote scheuren in de trekzone van de doorsnede: de rotatiecapaciteit is in dit geval voldoende.

Eventuele extra weerstand kan nog geboden worden door betontrekstaven welk nog niet tot de vloeigrens worden belast. Deze extra momentweerstand is echter gering, aangezien de wapeningsstaven die de grootste bijdrage leveren aan de momentcapaciteit (uiterste staven) reeds vloeien.

7.1.3 Normaaldrukkracht en Buigend Moment (Gebalanceerd)

Het falen van de constructie op betonstuik kan ook worden ingeleid door een combinatie van een normaalkracht en het optreden van vloei in het op trek belaste betonstaal ten gevolge van het buigend moment. In dit geval ziet de rekverdeling over de doorsnede bijvoorbeeld zo uit (figuur 26):



Figuur 26 - Rekverdeling gebalanceerd

7.2 Interactiediagram

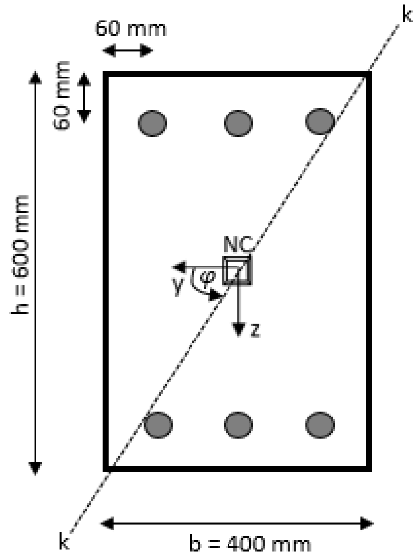
Om de aanleiding van het bezwijken van de betonkolom op betonstuik te kunnen voorspellen, wordt het interactiediagram gebruikt. Dit diagram geeft de relatie weer tussen het resulterend (samengesteld) buigend moment en de normaaldrukkracht. Doordat de normaaldrukkracht direct invloed heeft op de betondrukzonehoogte, en de betondrukzone een directe invloed heeft op de rekverdeling over de doorsnede, kunnen de in de voorgaande paragraaf beschreven rekverdelingen optreden met de bijbehorende faalmechanismen tot gevolg.

Aan de hand van een voorbeeld wordt weergegeven hoe een interactiediagram kan worden geconstrueerd.

Er wordt met een eerder beschouwde voorbeelddoorsnede gewerkt, welk in figuur 27 wordt weergegeven. De gebruikte betonsterkteklasse is C28/35 waarvoor geldt $f_{cd} = 18.67\ MPa$. De wapening ligt op 60 mm van de rand van de doorsnede. Er worden 3 staven betonstaal van klasse B500B met een diameter van 16 mm per zijde toegepast. Het krommingsvlak wordt onder de hoek:

$$\tan\varphi = \frac{h}{b}$$

gekozen, opdat het krommingsvlak door het normaalkrachtencentrum en het stuikpunt van de doorsnede loopt. Het krommingsvlak wordt constant gehouden, terwijl de normaaldrukkracht wordt gevarieerd.

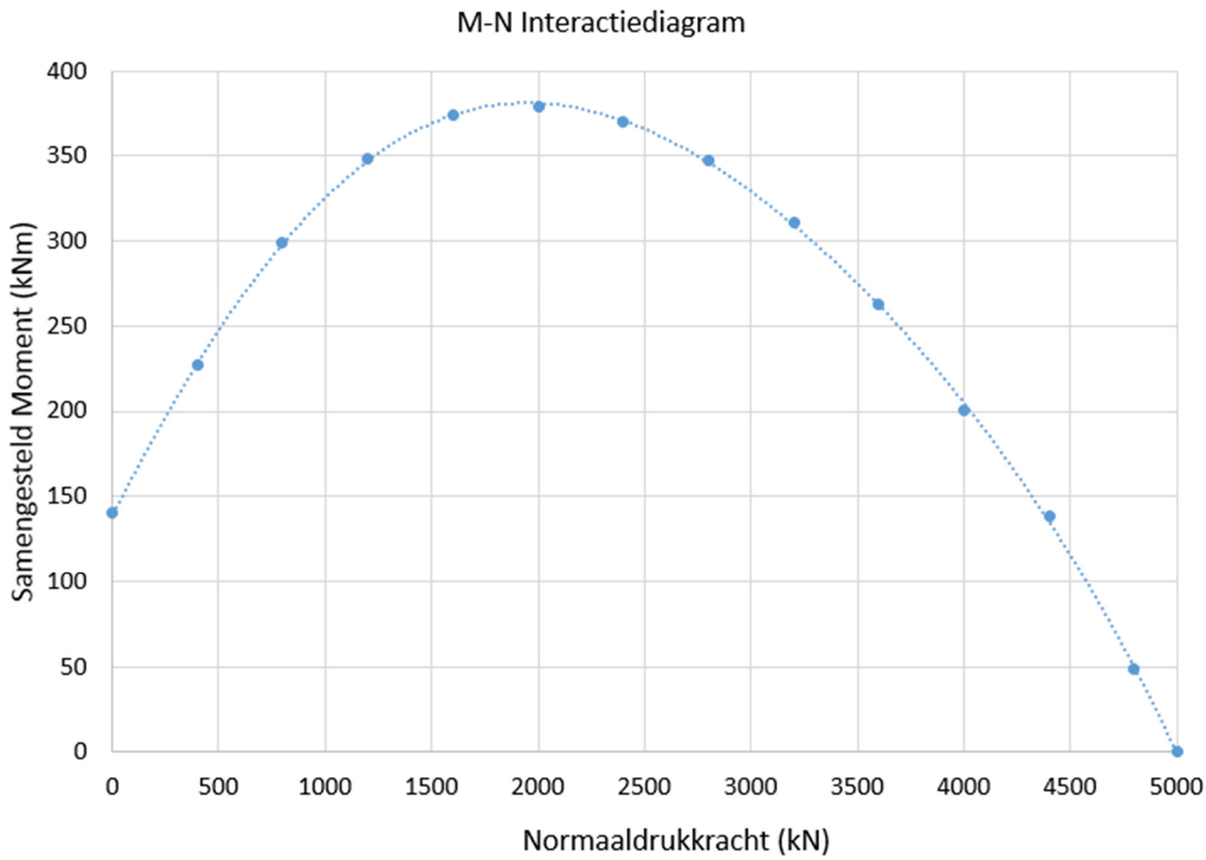


Figuur 27 - Voorbeelddoorsnede interactiediagram

Door het variëren van de normaaldrukkracht worden verschillende combinaties van N, M_y en M_z gevonden die tot bezwijken van de betonkolom leiden. Vervolgens wordt voor iedere combinatie de grootte van het resulterend buigend moment gevonden door het toepassen van de Stelling van Pythagoras. Voor de absolute grootte van het resulterend buigend moment geldt:

$$|M| = M_{Ed} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$$

De resultaten vormen de input voor het te construeren interactiediagram. In figuur 28 wordt het bij het voorbeeld behorende interactiediagram weergegeven:



Figuur 28 - M-N-Interactiediagram

Uit figuur 28 volgt dat er een min of meer (asymmetrisch) parabolisch verband bestaat tussen de grootte van het samengesteld moment en de grootte van de normaaldrukkracht. De asymmetrie van het diagram kan verklaard worden doordat er een bi-lineair spanning-rek-diagram voor het beton wordt gebruikt. Op het moment dat de normaalkracht dusdanig toeneemt dat de betondrukzone het normaalkrachtencentrum passeert, heeft dit tot gevolg dat het aandeel van het rechthoekige deel van het bi-lineaire spanning-rekdiagram in de doorsnede boven het normaalkrachtencentrum toeneemt. Er vindt gelijktijdig een afname plaats in momentcapaciteit doordat er drukspanningen onder het normaalkrachtencentrum ontstaan zijn (zones III en IV in figuur 13).

7.3 Voorspelling Aanleiding tot Bezwijken

Doordat de verschillende oorzaken van het bezwijken van de constructie afhankelijk zijn van de normaaldrukkracht die op de constructie werkt, kan aan de hand van het interactiediagram kan de betreffende oorzaak worden voorspeld.

De asymmetrisch parabolische vorm van het interactiediagram is voor elke rechthoekige of cirkelvormige doorsnede min of meer gelijk, onafhankelijk van het gekozen krommingsvlak. In figuur 30 wordt door middel van zones in het interactiediagram een indicatie gegeven van de te verwachten oorzaak van het bezwijken van de kolom.

Wat betreft de markante punten in figuur 30 geldt volgens de Amerikaanse ACI-norm het volgende:

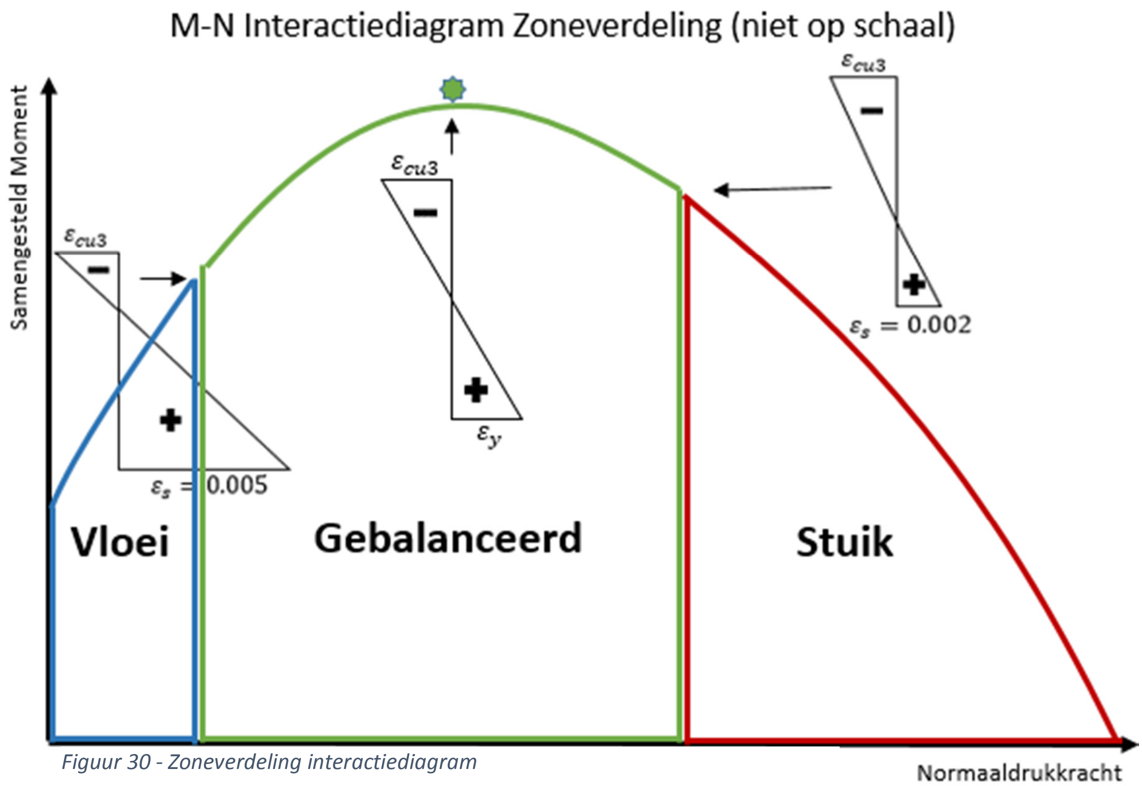
TABLE 11-1 Strain Regimes and Strength-Reduction Factors, ϕ, for Columns and Beams

Maximum Strain	Compression-Controlled	Transition Region	Tension-Controlled
Maximum Tensile strain at ultimate	ε_t between 0.003 compression strain and 0.002 tension strain	ε_t between 0.002 tension strain and 0.005 tension strain	ε_t equal to or greater than 0.005 tension

Figuur 29 - Faalmechanismen ACI-Norm

Het gaat hier overigens om een andere staalsoort dan B500B, omdat het een Amerikaanse norm betreft. Dit betekent dat de vloeigrens van het wapeningsstaal naar verwachting af zal wijken. Een *indicatie* van de omslagpunten in het gedrag van de kolom is tevens in figuur 30 weergegeven.

De top van de grafiek is het punt waarvoor geldt dat de rek in het staal exact gelijk is aan de vloeirek, terwijl in het stuikpunt de stuikrek optreedt.



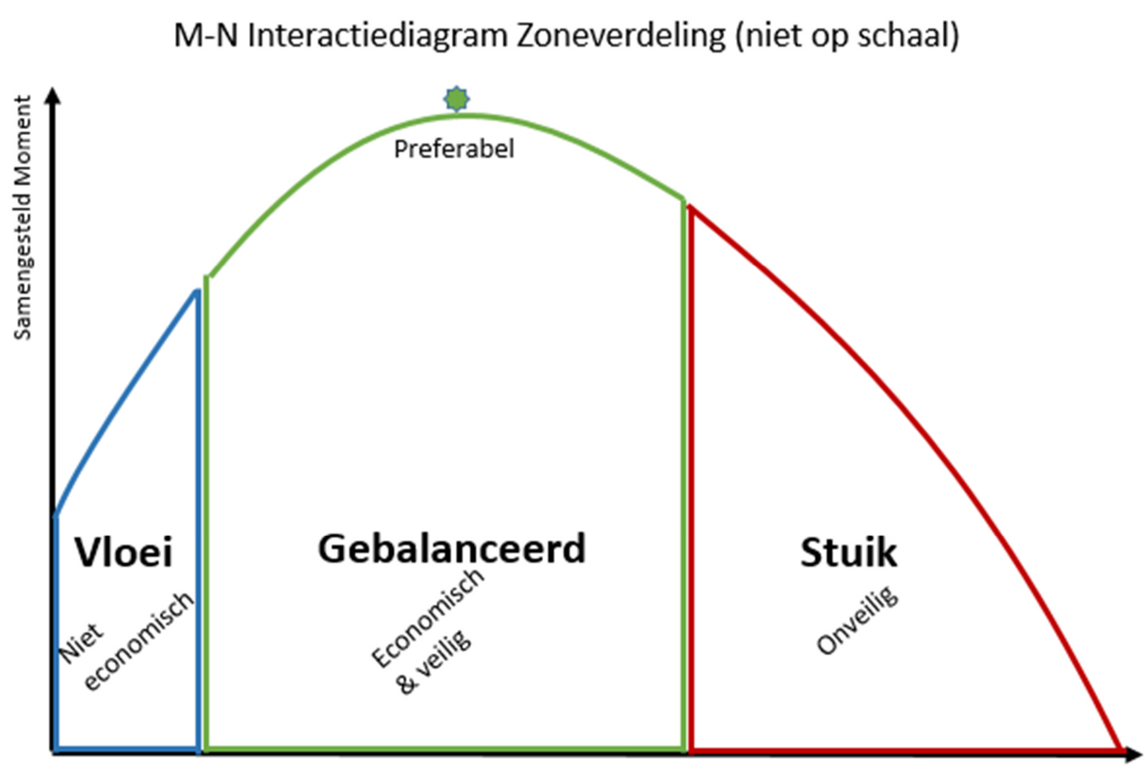
Figuur 30 - Zoneverdeling interactiediagram

7.4 Aanbeveling

Gegeven een normaaldrukkracht N_{Ed} en een samengesteld buigend moment M_{Ed} in de Ultimate Limit State, worden wat betreft de zones in het interactiediagram de volgende aanbevelingen gedaan:

1. Er moet voorkomen worden dat de combinatie van N_{Ed} en M_{Ed} in het stuikgebied van het interactiediagram van de kolom ligt, omdat dit leidt tot bros materiaalgedrag. Dit houdt in dat de constructie niet waarschuwt door bijvoorbeeld grote vervormingen te laten zien, maar dat de constructie abrupt bezwijkt.
2. Een combinatie van N_{Ed} en M_{Ed} welke in het vloeigebied van het interactiediagram ligt, leidt wel tot waarschuwend gedrag van de kolom. Echter is het toepassen van een kolom met een belastingscombinatie in dit gebied niet economisch, omdat de geringe normaalkracht zorgt voor een geringe momentcapaciteit ten opzichte van de maximale momentcapaciteit bij een hogere normaalkracht. Dit leidt tot een te hoog materiaalverbruik. Er kan in dit geval beter gezocht worden naar een lichter gedimensioneerde kolom.
3. Een combinatie van N_{Ed} en M_{Ed} welk in het gebalanceerde gebied van het interactiediagram ligt, leidt tot zowel een veilige manier van bezwijken als een economisch goed ontwerp. De best mogelijke combinatie van N_{Ed} en M_{Ed} ligt in de top van het interactiediagram: echter zal het in de praktijk niet haalbaar zijn om een kolom met deze exacte combinatie van N_{Ed} en M_{Ed} te belasten.

Een samenvatting van de aanbevelingen wordt in figuur 31 gegeven.



Figuur 31 - Aanbevelingen ontwerpen m.b.v. interactiediagram

8 Modelonderzoek

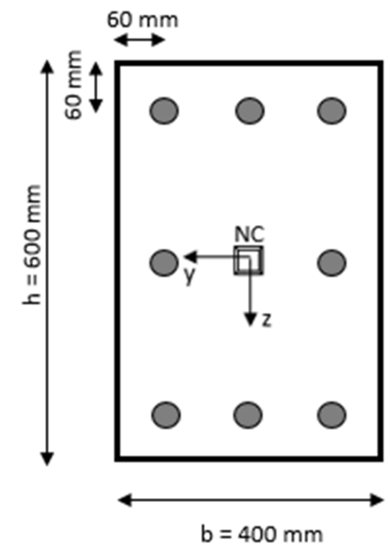
In dit hoofdstuk wordt, met behulp van het ontwikkelde model, onderzocht wat het werkelijke gedrag in de Ultimate Limit State (de toestand waarbij instorting optreedt) is van de doorsneden welk zijn gedefinieerd in het hoofdstuk "Kolomdoorsneden". In het modelonderzoek worden de volgende verhoudingen van N_{Ed}/N_{Rd} onderzocht:

- $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0.15$
- $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0.32$
- $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0.55$
- $\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0.85$

De stappen die tijdens het modelonderzoek worden genomen worden aan de hand van een voorbeeldberekening weergegeven. De resultaten van de gedefinieerde doorsneden uit het hoofdstuk "Kolomdoorsneden" worden in het hoofdstuk "Resultaten" weergegeven (waarbij vervolgens wordt verwezen naar bijlage 2). De resultaten worden in het hoofdstuk "Resultaatnalyse en Parameterstudie" tot in detail beschouwd.

8.1 Voorbeeldberekening

Dit voorbeeld is bedoeld om de wijze waarop het modelonderzoek wordt uitgevoerd weer te geven. Dit voorbeeld heeft betrekking op de doorsnede uit figuur 32 (deze doorsnede heeft reeds eerder gediend als voorbeelddoorsnede).



Figuur 32 - Doorsnede voorbeeldberekening modelonderzoek

De gebruikte betonsterkteklasse is C28/35 waarvoor geldt $f_{cd} = 18.67\ MPa$. De wapening ligt op 60 mm van de rand van de doorsnede. Er worden 3 staven betonstaal van klasse B500B met een diameter van 16 mm per zijde toegepast. De verhouding N_{Ed}/N_{Rd} wordt gevarieerd.

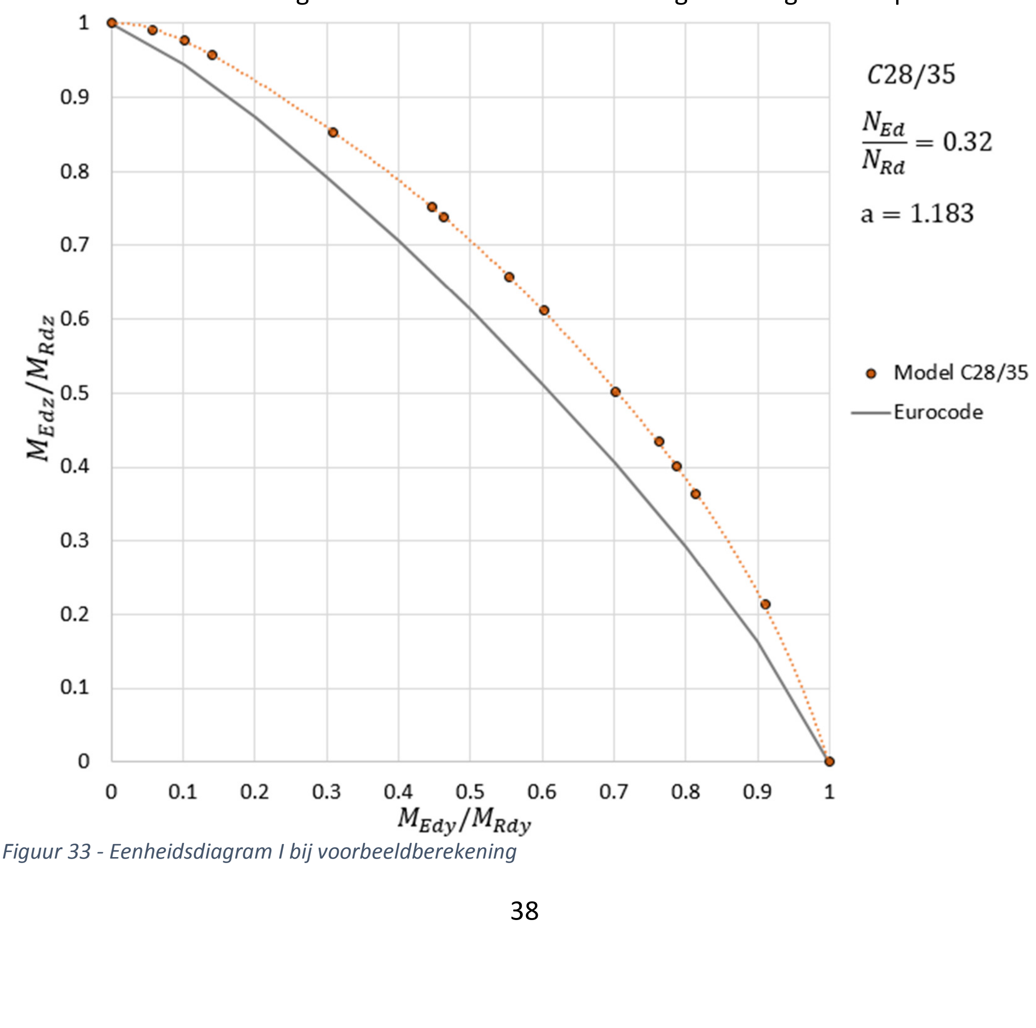
Uit eerdere voorbeeldberekeningen is bekend dat de momentcapaciteit M_{Rdz} bij kromming in de richting van de z-as $M_{Rdz} = 427.4\ kNm$ bedraagt. Het krommingsvlak wordt nu gevarieerd zodat er onderzocht kan worden welke combinaties van buigende momenten M_{Edy} en M_{Edz} aanleiding geven tot bezwijken van de betonkolom.

Het model rekent voor een aantal krommingsvlakken de bijbehorende bezwijkmomenten M_{Edz} en M_{Edy} uit. De momentcapaciteiten in het geval van enkele buiging worden weergegeven met M_{Rdy} en M_{Rdz}. De gevonden resultaten voor dubbele buiging worden genormeerd door deze te delen door het bezwijkmoment in geval van enkele buiging in het betreffende vlak, dit leidt tot de uitdrukkingen M_{Edy}/M_{Rdy} en M_{Edz}/M_{Rdz}. Door het resultaat te delen door de momentcapaciteit in het geval van enkele buiging wordt diagram met eenzelfde opbouw verkregen als het voorschrift uit de Eurocode.

De verhouding tussen de normaalkracht en de normaalkrachtcapaciteit is in dit voorbeeldgeval:

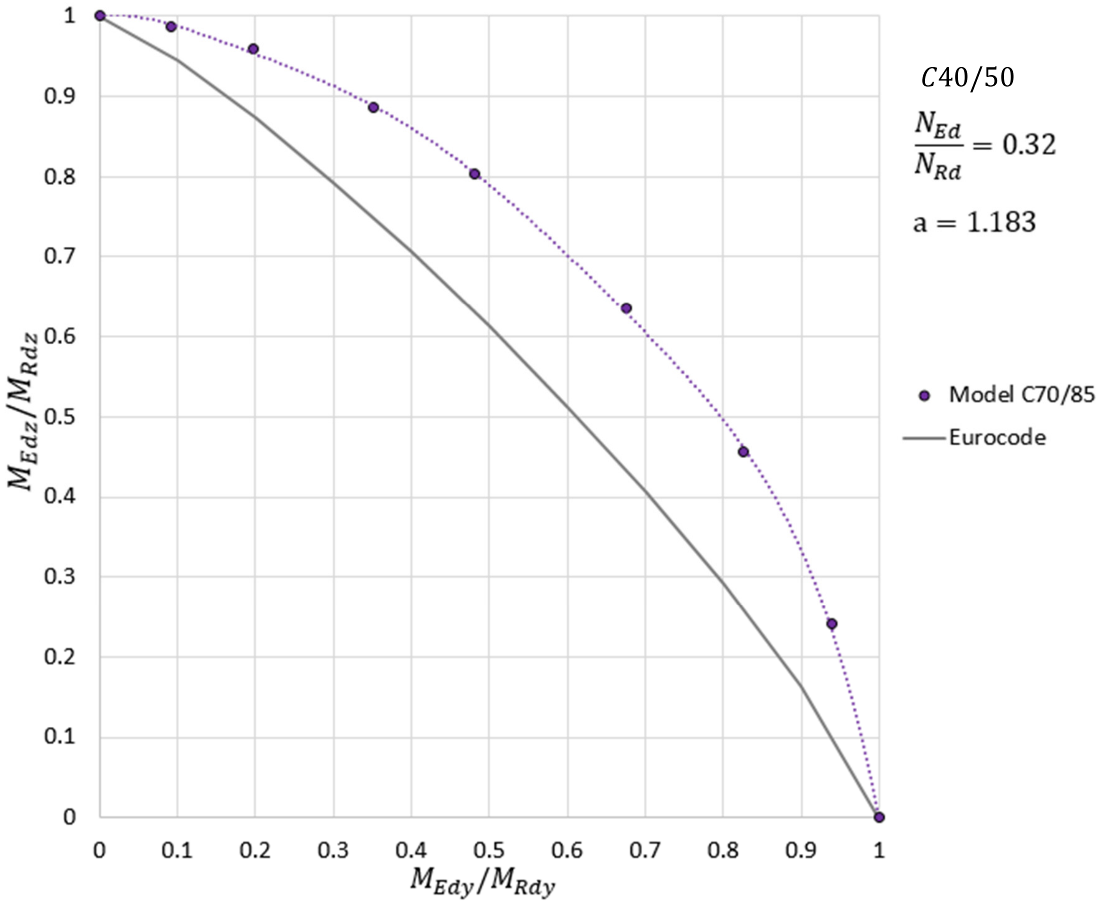
$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = \frac{1600 * 10^3}{400 * 600 * 18.67 + 6 * \frac{1}{4}\pi * 16^2} = 0.32$$

Bij deze verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit hoort via lineaire interpolatie (zie hoofdstuk “Eurocode-voorschriften”) een exponent $a = 1.183$. De capaciteit van de doorsnede op basis van de Eurocode ligt nu vast. Er wordt nu bepaald hoe groot de betondrukzonehoogte moet zijn om verticaal evenwicht te leveren. Vervolgens wordt aan de hand van het opneembaar buigend moment, behorend bij het gekozen krommingsvlak, een punt in eenheidsdiagram geplot. Dit proces herhalen voor andere krommingsvlakken levert het eenheidsdiagram in figuur 33 op.



Figuur 33 - Eenheidsdiagram I bij voorbeeldberekening

Voor dezelfde doorsnede wordt nu een andere betonsterkteklasse (C40/50) toegepast. Hierbij wordt de verhouding $N_{Ed}/N_{Rd} = 0.32$ constant gehouden, het bijbehorende eenheidsdiagram wordt in figuur 34 weergegeven.



Figuur 34 - Eenheidsdiagram II bij voorbeeldberekening

Bovenstaande procedure wordt vervolgens herhaald bij verschillende wapeningsdiameters en betonsterkteklassen. Hierna wordt de verhouding N_{Ed}/N_{Rd} gewijzigd en vindt het bovenstaande proces opnieuw plaats. Dit procéde wordt vervolgens voor alle doorsneden welk gedefinieerd zijn in het hoofdstuk “Kolomdoorsneden” herhaald.

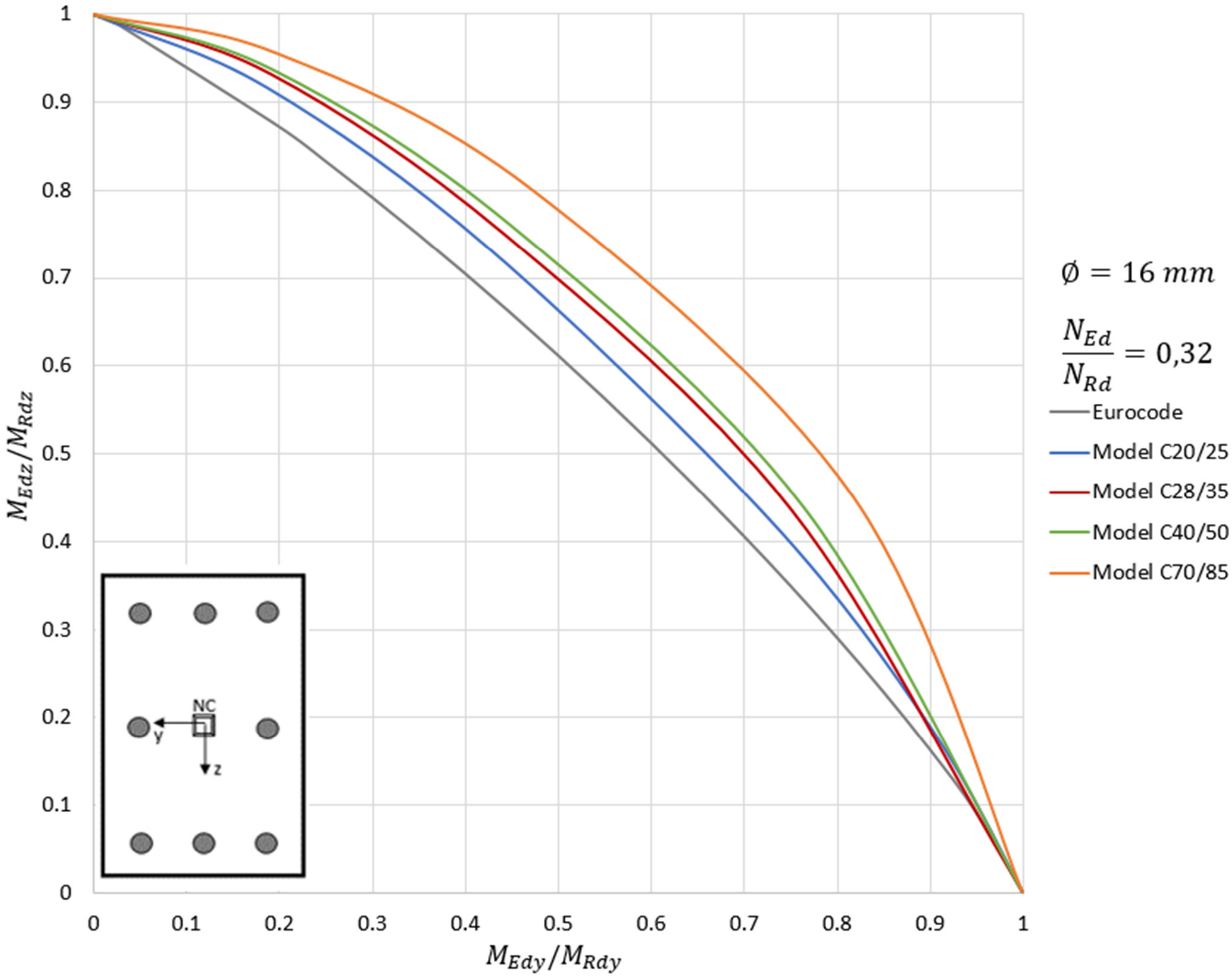
Doordat deze berekening zo vaak herhaald wordt voor bijvoorbeeld verschillende betonsterkteklassen of wapeningsdiameters, kan er uiteindelijk bepaald worden welke factoren zorgen voor het verschil tussen de werkelijke momentcapaciteit (model) en de momentcapaciteit volgens de Eurocode.

Naast de gedefinieerde doorsneden wordt ook een aantal gevallen behandeld om op basis van het onderzoek het doorsnedegedrag goed te kunnen beschouwen. Zo worden er ook berekeningen uitgevoerd met doorsneden met verschillende hoogte-breedteverhoudingen maar met een constante wapeningsverhouding

9 Modelresultaten

Gedurende het modelonderzoek wordt dusdanig veel data verkregen, dat dit teveel is om in de hoofdtekst van deze rapportage op te nemen. De resultaten uit het modelonderzoek zijn terug te vinden in bijlage 3.

De resultaten zijn samengevat in het eenheidsdiagram, in deze vorm wordt ook het voorschrift uit de Eurocode beschreven. Als gevolg van deze manier van resultaatweergave, is de werkelijke momentcapaciteit van de doorsnede direct te vergelijken met de momentcapaciteit volgens de Eurocode. Een voorbeeldresultaat wordt in figuur 35 weergegeven:



Figuur 35 - Voorbeeldresultaat

In het hoofdstuk “Resultaatanalyse en Parameterstudie” worden de resultaten geanalyseerd en wordt onderzocht welke parameters van invloed zijn op het doorsnedegedrag onder dubbele buiging. Er zijn géén resultaten van de ronde doorsnede(n) bijgevoegd: met deze resultaten blijkt namelijk iets bijzonders aan de hand te zijn. Er blijkt in dit geval bijna geen variatie te zitten tussen het model en de Eurocode onafhankelijk van betonsterkteklasse en wapeningsconfiguratie. Een verklaring hiervoor zal worden gegeven in het hoofdstuk “Resultaatanalyse en Parameterstudie”.

10 Resultaatanalyse en Parameterstudie

In dit hoofdstuk worden de Ultimate Limit State (de toestand waarbij instorting optreedt) resultaten uit het modelonderzoek geanalyseerd en wordt er gekeken welke parameters een significante invloed hebben op het verschil tussen de resultaten uit het modelonderzoek en het voorschrift uit de Eurocode. Ook wordt het gedrag van een doorsnede belast op dubbele buiging in absolute zin beschouwd. Het hoofdstuk bestaat uit de volgende onderdelen:

- Analyse en Parameterstudie met betrekking tot de resultaten van rechthoekige doorsneden in de vorm van eenheidsdiagrammen ter vergelijking van de resultaten met het Eurocode-voorschrift voor rechthoekige doorsneden;
- Analyse van het gedrag van de kolomdoorsnede onder dubbele buiging in absolute zin;
- Analyse en beschouwing van de resultaten van ronde doorsneden. Met betrekking tot ronde doorsneden is in het hoofdstuk “Resultaten” reeds aangegeven dat hiermee iets bijzonders aan de hand is: hierop zal in deze paragraaf teruggekomen worden.

10.1 Analyse en Parameterstudie Resultaten Rechthoekige Doorsneden,

Om inzicht te krijgen in welke parameters van invloed zijn op afwijkingen tussen werkelijke sterkte en de sterkte volgens het Eurocode-voorschrift, worden de volgende parameters onderzocht:

1. Wapeningspercentage en -diameter
2. Hoogte-breedteverhouding
3. Wapeningsrichting
4. Betonsterkteklasse
5. Verhouding normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit

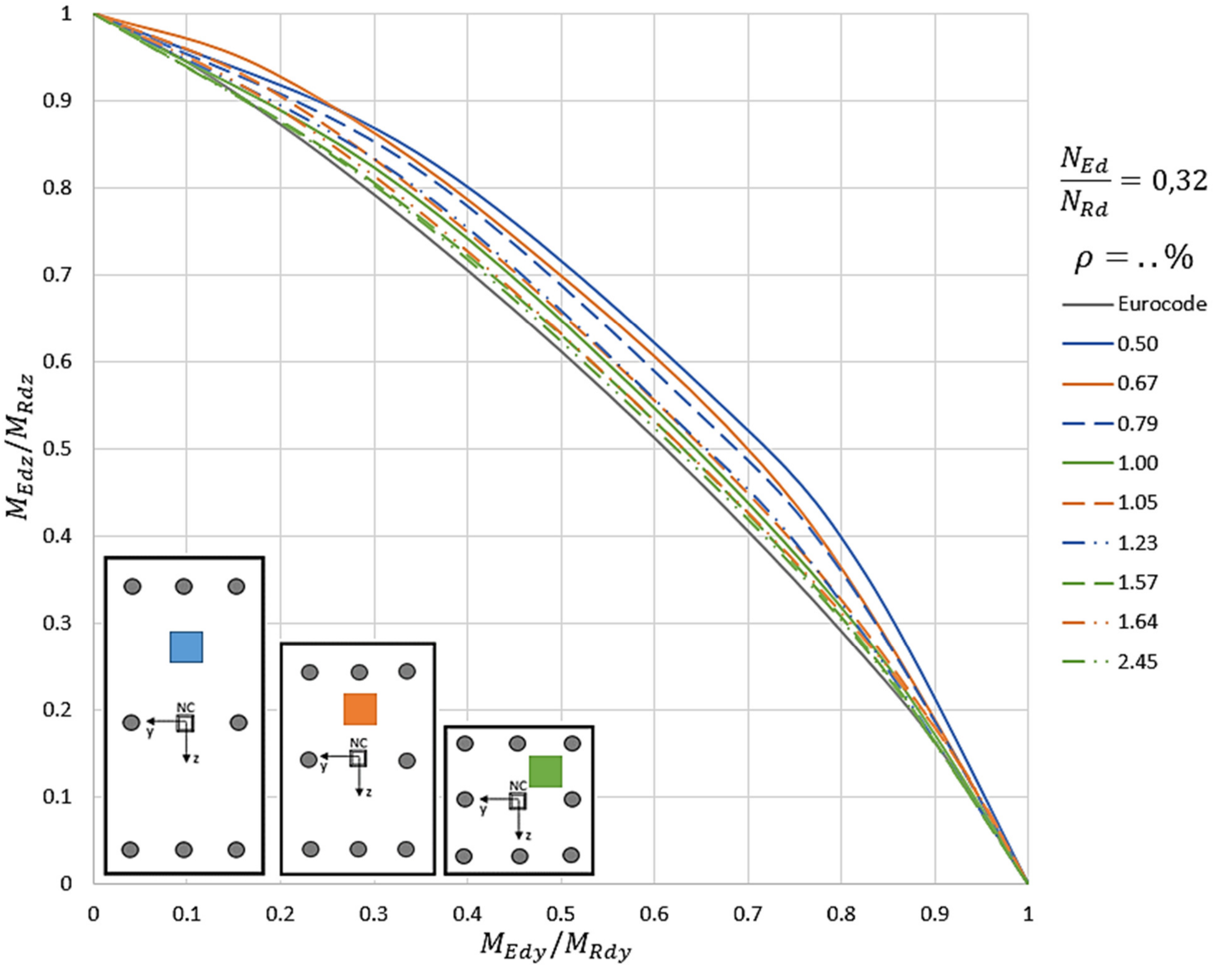
10.1.1 Wapeningspercentage en -diameter

Het wapeningspercentage wordt gegeven door:

$$\rho = \frac{A_s}{bh} * 100\%$$

Hieruit blijkt dat het wapeningspercentage direct afhankelijk is van de wapeningsdiameter en de hoogte en breedte van de betondoorsnede. Aangezien twee van de drie (hoogte, wapeningsdiameter) van deze parameters in het modelonderzoek worden gevarieerd, is het van belang om eerst te onderzoeken wat de sterkteafwijking ten opzichte van het Eurocode-voorschrift is bij een wisselend wapeningspercentage. Vervolgens wordt gekeken naar de afzonderlijke bijdragen van deze parameters aan sterkteafwijkingen ten opzichte van het Eurocode-voorschrift.

Om de gevoeligheid van het wapeningspercentage op de sterkteafwijking ten opzichte van de Eurocode te bepalen, is voor een aantal doorsneden het wapeningspercentage bepaald. Uit de modelresultaten blijkt dat de sterkte van de kolom direct afhankelijk is van het wapeningspercentage. Dit wordt in figuur 36 geïllustreerd (betonsterkteklasse is C28/35).



Figuur 36 – Resultaatanalyse bij verschillende wapeningspercentages

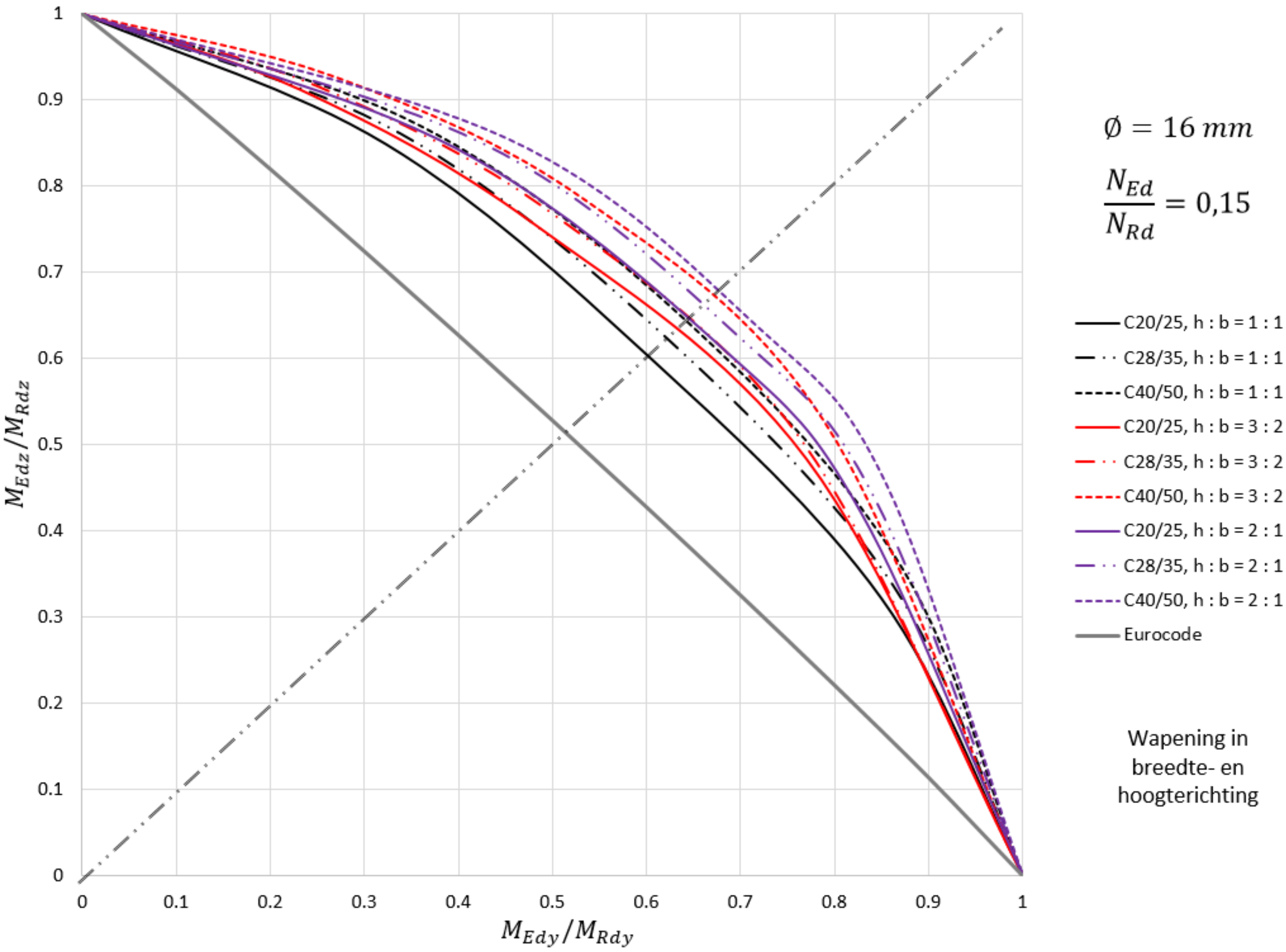
Er blijkt dat een hoger wapeningspercentage tot een resultaat leidt welk dichterbij het voorschrift uit de Eurocode ligt dan bij een lager wapeningspercentage, onafhankelijk van de doorsnedevorm en de wapeningsrichting (breedte-, lengterichting of in beide richtingen, is niet in figuur 36 weergegeven).

De diameter van de wapeningsstaven blijkt zelf geen invloed te hebben op de sterkteafwijking ten opzichte van het Eurocode-voorschrift. Indirect heeft de diameter hierop wel invloed, doordat een wijziging van wapeningsdiameter leidt tot een verandering van het wapeningspercentage van de doorsnede.

Een (laag) wapeningspercentage van 0.5% leidt tot een onderschatting van de sterkte met ongeveer 10%. Deze waarde wordt als bovengrens voor de sterkteafwijking genomen. De sterkteafwijking met betrekking tot het wapeningspercentage ligt hiermee tussen 0%-10%.

10.1.2 Hoogte-breedteverhouding

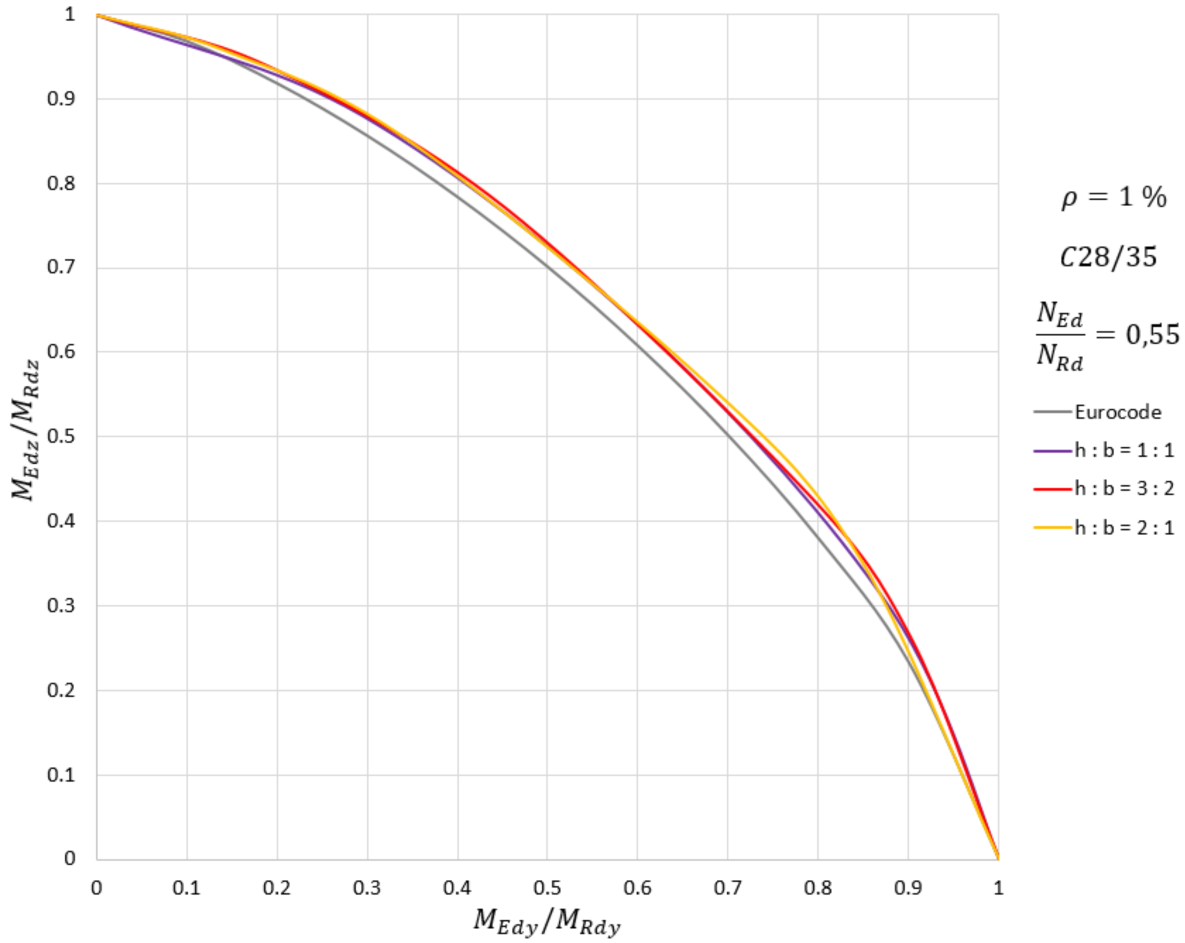
De (schijnbare) invloed van de hoogte-breedteverhouding op het gedrag van de betondoorsnede onder dubbele buiging wordt geïllustreerd aan de hand van het eenheidsdiagram in figuur 37.



Figuur 37 - Resultaat hoogte-breedteverhouding

De data in figuur 37 wekt de suggestie dat bij een toenemende hoogte ten opzichte van de breedte, het voorschrift uit de Eurocode de werkelijkheid steeds meer onderschat. Echter moet nu onderzocht worden in hoeverre de sterkteafwijking ten opzichte van het Eurocode-voorschrift het directe gevolg is van de afhankelijkheid van de hoogte-breedteverhouding, en in hoeverre deze sterkteafwijking het gevolg is van het niet-constante wapeningspercentage.

Om de directe afhankelijkheid van de hoogte-breedteverhouding op de sterkteafwijking ten opzichte van het Eurocode-voorschrift te onderzoeken, is een aantal berekeningen uitgevoerd waarbij de hoogte-breedteverhouding wordt gevarieerd, maar het wapeningspercentage constant wordt gehouden. In figuur 38 is een resultaat van dit onderzoek weergegeven, waarbij een wapeningspercentage van 1% is aangenomen. Een wapeningspercentage van 1% is equivalent aan 8 staven met een diameter van 16 mm verdeeld over een betonoppervlak van 400 mm bij 400 mm.



Figuur 38 - Modelresultaat constant wapeningspercentage (1%)

Uit figuur 38 blijkt dat bij een constant wapeningspercentage, onafhankelijk van de hoogte-breedteverhouding van de doorsnede, er vrijwel geen verschil optreedt in de eenheidsdiagrammen behorend bij deze doorsneden. Hieruit volgt dat de invloed van het wapeningspercentage op de sterkteafwijking veel groter is dan de invloed van de hoogte-breedteverhouding.

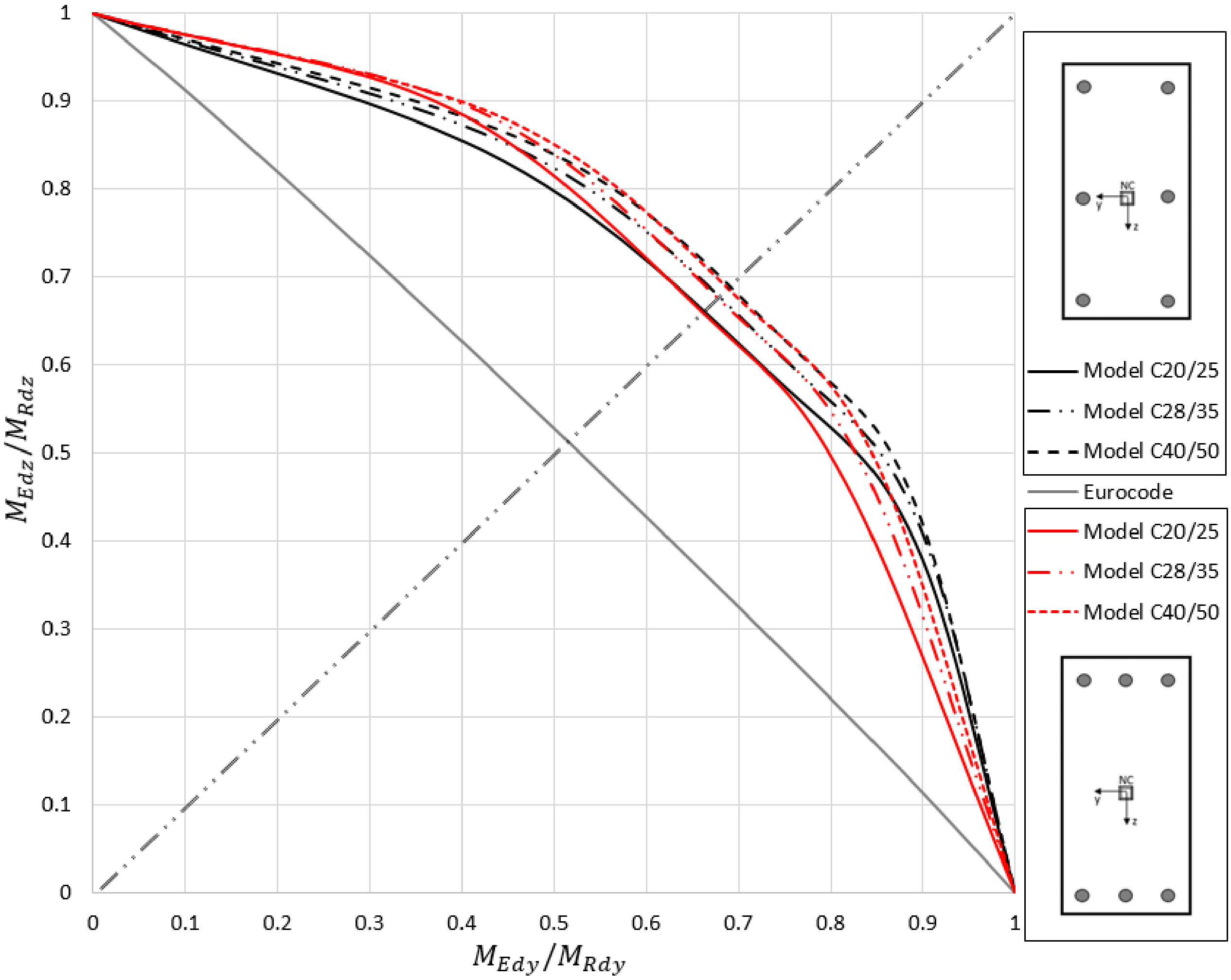
De sterkteafwijking met betrekking tot de hoogte-breedteverhouding is nihil (0%).

10.1.3 Wapeningsrichting

Uit het modelonderzoek blijkt dat het eenheidsdiagram voor elke hoogte-breedteverhouding en betonsterkteklasse symmetrisch is in de lijn $x = y$ indien de wapening in zowel de breedte- als hoogterichting van de doorsnede is toegepast. Deze symmetrielijn is in figuur 37 weergegeven met de grijze lijn door de oorsprong. Eventuele kleine afwijkingen van de symmetrie hebben te maken met het discrete karakter van het modelonderzoek: er zijn coördinaten in het eenheidsdiagram bepaald voor slechts een klein aantal krommingsvlakken. De coördinaat-paren ten gevolge van de symmetrie kunnen als volgt weergegeven worden:

$$\begin{cases}(x, y) \\ (y, x)\end{cases}$$

De asymmetrie van het eenheidsdiagram voor doorsneden die slechts in één richting zijn gewapend, wordt geïllustreerd aan de hand van figuur 39. Opvallend is dat de asymmetrie (in alle gevallen) het grootst is bij de grenzen van het diagram, daar waar het enkele-buigingsgebied zich bevindt.



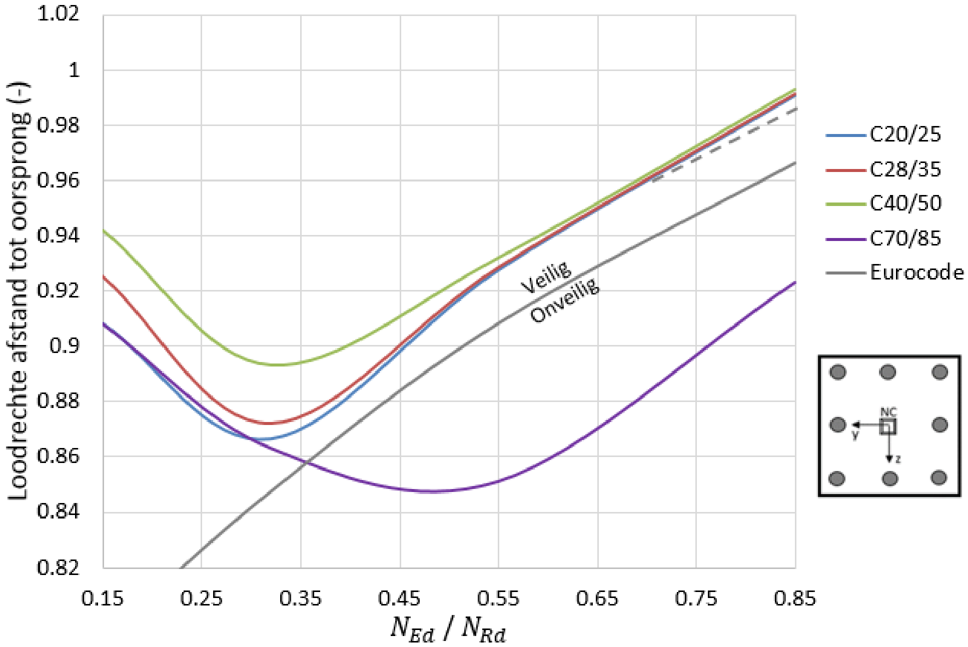
Figuur 39 - Modelresultaten wapeningsrichting

De sterkteafwijking met betrekking tot de wapeningsrichting is nihil (0%).

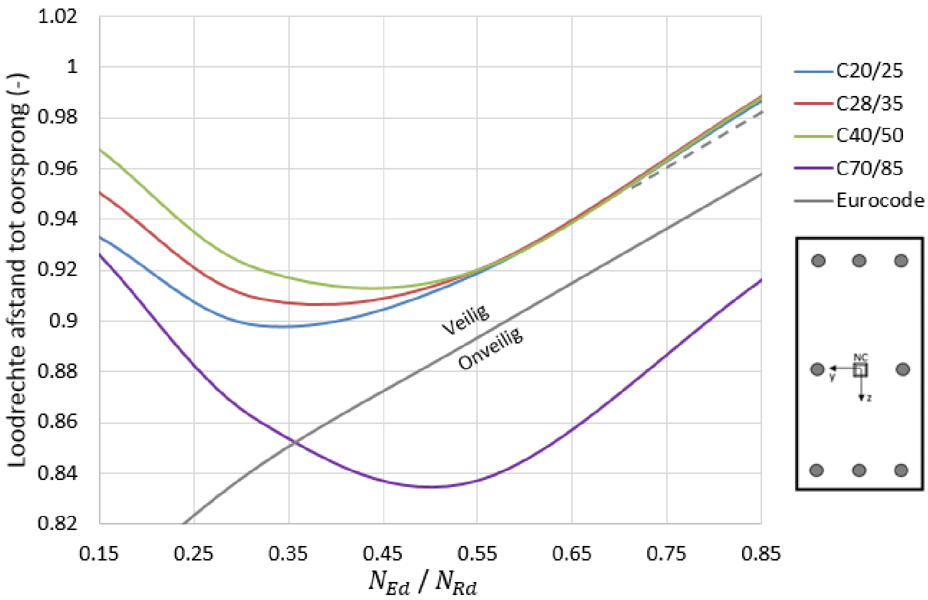
10.1.4 Betonsterkteklasse

De invloed van betonsterkteklasse op de sterkteafwijking ten opzichte van het Eurocode-voorschrift wordt in deze paragraaf behandeld. Het wijzigen van de betonsterkteklasse heeft geen invloed op het wapeningspercentage.

In figuur 40 tot en met figuur 41 wordt een indicatie gegeven van het verband tussen de betonsterkteklasse en de afwijking met het voorschrift uit de Eurocode, per verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit. Hierbij wordt de afstand tussen een meetpunt (of: voorschriftpunt) en de oorsprong van het eenheidsdiagram via Pythagoras bepaald, bij een krommingsvlak onder een hoek van 0.25π ten opzichte van de horizontaal. Het verschil in afstand tussen een meetpunt en voorschriftpunt is een maat voor de sterkteafwijking (onderschatting) ten opzichte van het Eurocode-voorschrift.



Figuur 40 - Modelresultaat betonsterkteklasse vierkante doorsnede



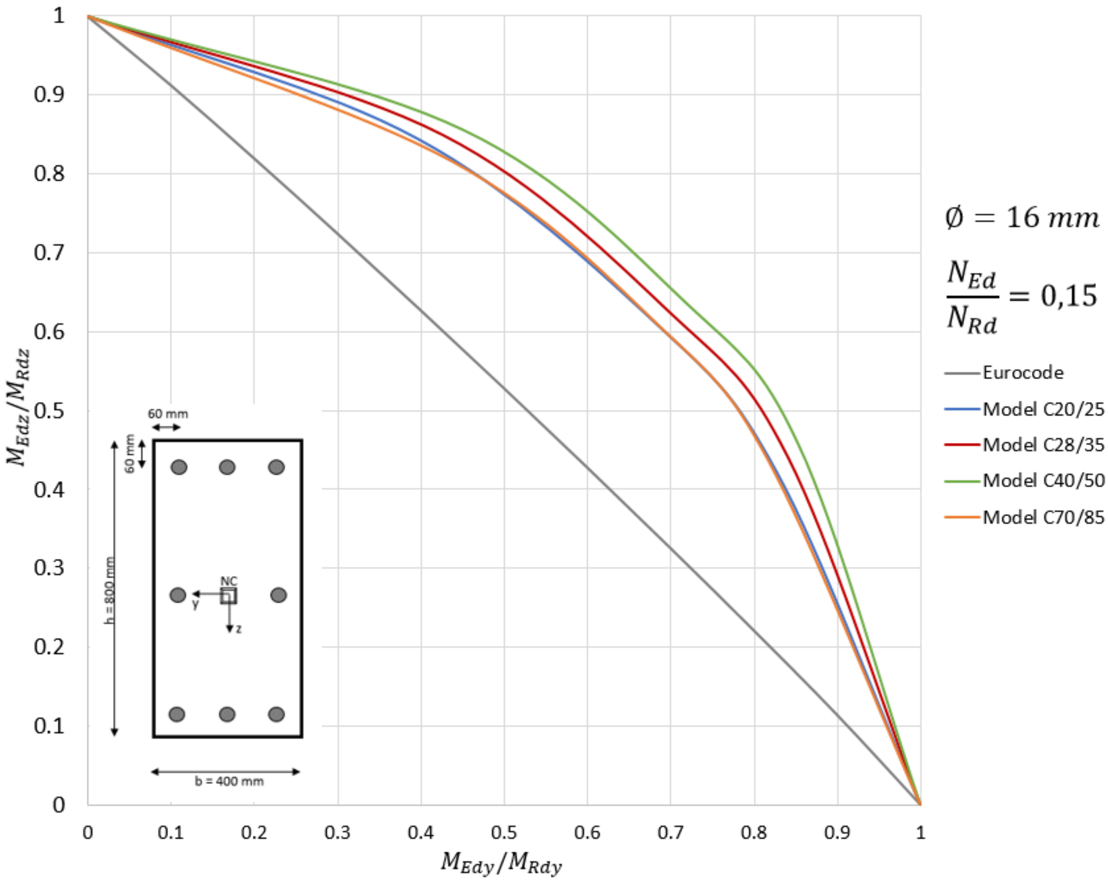
Figuur 41 - Modelresultaat betonsterkteklasse rechthoekige doorsnede 2 : 1

Uit voorgaande figuren blijkt dat de lijnen behorend bij betonsterkteklassen C20/25, C28/35 en C40/50 convergeren bij een toenemende verhouding (> 0.55) tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit. Bij lage verhoudingen tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit (< 0.55) onderschat de Eurocode de momentcapaciteit bij een hogere betonsterkteklasse (met uitzondering van het hogesterktebeton C70/85) meer dan bij een lagere betonsterkteklasse. Het toepassen van hogesterktebeton C70/85 leidt tot een werkelijke sterkte die lager is dan de normsterkte uit de Eurocode, bij verhoudingen $N_{Ed}/N_{Rd} > 0.35$. Het verschil tussen het hogesterktebeton en de reguliere betonsterkteklassen kan verklaard worden door de afwijkende waarden van zowel de stuikrek ε_{cu3} als van de rek aan het eind van het lineair-elastisch gebied ε_{c3}: door het kleine plastische deel van het spanning-rekdiagram in het geval van hogesterktebeton is er een grotere betondrukzonehoogte benodigd voor verticaal krachtenevenwicht, wat ertoe leidt dat er bij een toenemende normaalkracht slechts een beperkte momentcapaciteit kan worden geleverd.

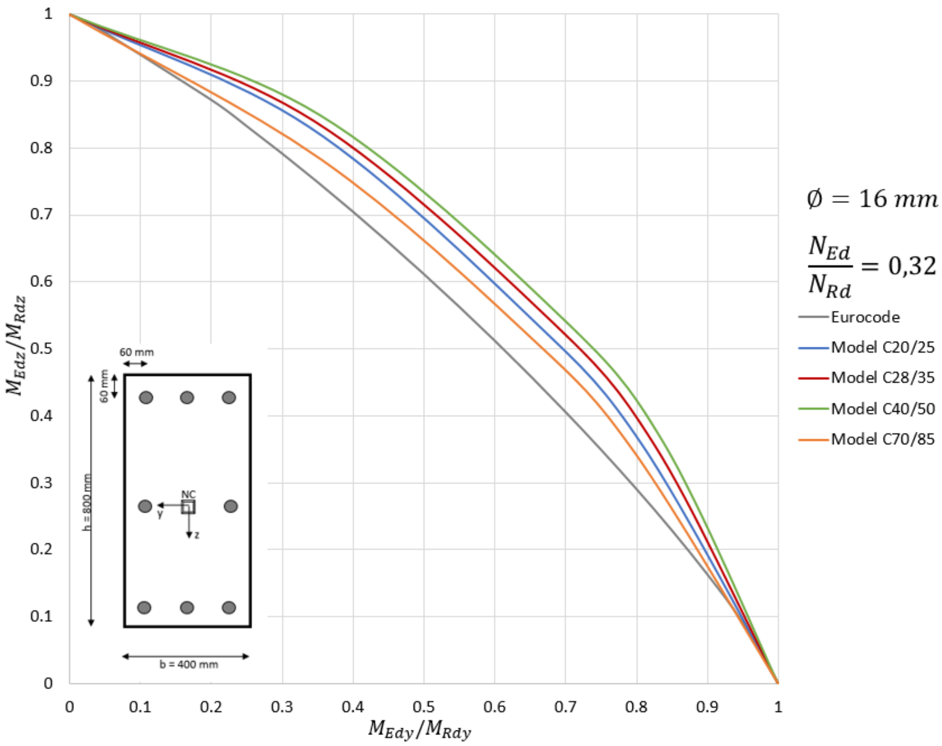
De grootte van de afstand tussen de lijnen behorend bij betonsterkteklassen en de lijn behorend bij de Eurocode is van belang voor de invloed van de verhouding van de normaalkracht en de normaalkrachtcapaciteit. Dit verband wordt besproken in de paragraaf “Verhouding Normaalkracht en Normaalkrachtcapaciteit”.

10.1.5 Verhouding Normaalkracht en Normaalkrachtcapaciteit

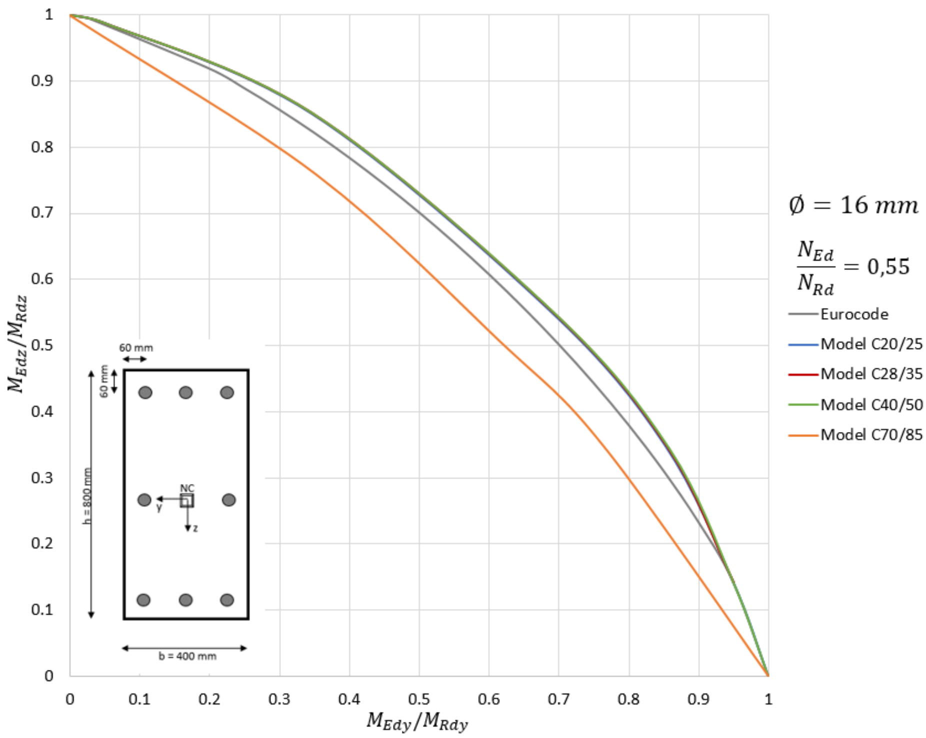
De verhouding tussen de normaalkracht en de normaalkrachtcapaciteit heeft een grote invloed op de afwijking van de werkelijke sterkte ten opzichte van de sterkte volgens de Eurocode. In figuur 42 tot en met figuur 45 valt deze afhankelijkheid af te lezen voor een hoogte-breedteverhouding van 2:1.



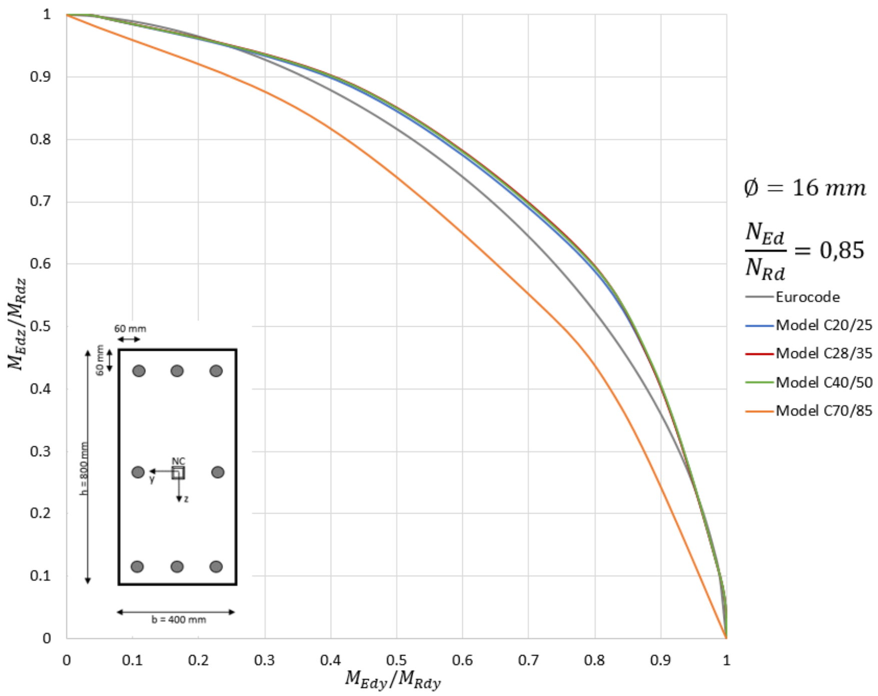
Figuur 42 - Modelresultaat 0.15



Figuur 43 - Modelresultaat 0.32



Figuur 44 - Modelresultaat 0.55



Figuur 45 - Modelresultaat 0.85

De werkelijke sterkte convergeert, met uitzondering van hogesterktebeton C70/85, tot de verhouding $N_{Ed}/N_{Rd} = 0.7$ naar de sterkte volgens het Eurocode-voorschrift. Na dit punt neemt de werkelijke sterkte weer toe ten opzichte van de sterkte van de Eurocode. Dit verschil kan verklaard worden uit het functievoorschrift (exponent) van de Eurocode, welk verandert vanaf een verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit van 0.7.

N_{Ed}/N_{Rd}	0.1	0.7	1.0
a =	1.0	1.5	2.0

Bij hogesterktebeton C70/85 blijkt dat de werkelijke sterkte lager ligt dan de sterkte volgens het Eurocode-voorschrift, bij een toenemende verhouding N_{Ed}/N_{Rd}. Het is in dit geval dus onveilig om de sterkte van de kolom te toetsen met het Eurocode-voorschrift.

Voor een grafische weergave van het verband tussen de verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit en de betonsterkteklasse wordt terugverwezen naar de paragraaf "Betonsterkteklasse". In deze paragraaf is in figuren 40 en 41 met behulp van de stippellijn de grootte van de toename in sterkte-afwijking af te lezen, relatief ten opzichte van de sterkteafwijking bij $N_{Ed}/N_{Rd} = 0.7$.

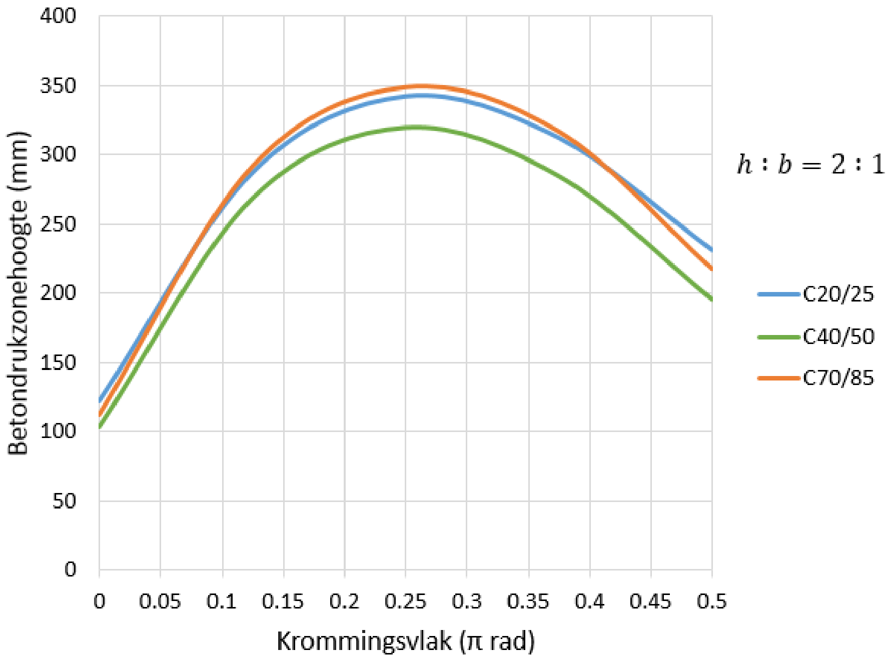
De grootst gevonden positieve sterkteafwijking van het voorschrift gedurende het modelonderzoek bedraagt en ongeveer 25% voor betonsterkteklasse C40/50, bij een verhouding $N_{Ed}/N_{Rd} = 0.15$. De grootst gevonden negatieve sterkteafwijking treedt op voor hogesterktebeton C70/85 en bedraagt ongeveer 8%, bij een verhouding $N_{Ed}/N_{Rd} = 0.85$.

10.2 Analyse Dubbelbuigingsgedrag Rechthoekige Doorsneden

Om inzicht te geven in het werkelijke doorsnedegedrag bij onder dubbele buiging belaste kolom, wordt niet alleen een vergelijking gemaakt tussen de resultaten uit het modelonderzoek en het voorschrift uit de Eurocode, maar wordt ook het gedrag in absolute zin geanalyseerd. De relaties tussen betondrukzonehoogte, de verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit N_{Ed}/N_{Rd}, het krommingsvlak en de momentcapaciteit zullen in deze analyse naar voren komen.

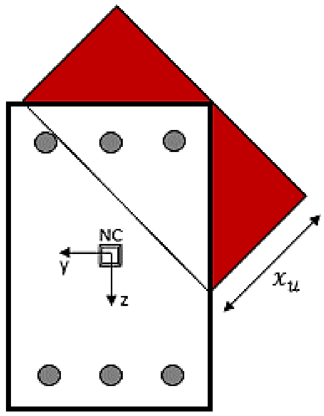
10.2.1 Betondrukzonehoogte en Krommingsvlak

Ongeacht de wapeningsrichting, wapeningsverhouding of wapeningsconfiguratie blijkt er een parabolisch verband te bestaan tussen de betondrukzonehoogte en het vlak waarin de doorsnede gekromd wordt. Dit verband is asymmetrisch in het geval van een niet-vierkante doorsnede en symmetrisch bij een vierkante doorsnede. In figuur 46 wordt dit verband voor een rechthoekige doorsnede met een hoogte-breedteverhouding van 2:1 weergegeven. De verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit bedraagt 0.15.



Figuur 46 - Verband betondrukzonehoogte / krommingsvlak, h : b = 2 : 1

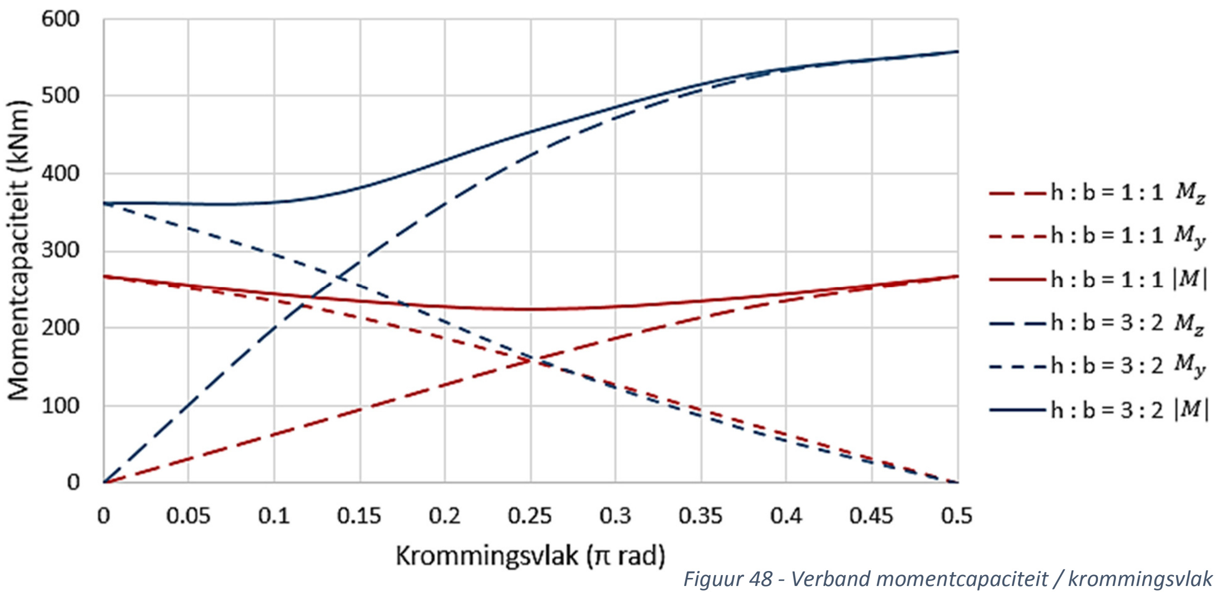
Gegeven een rechthoekige betondoorsnede en een normaalkracht zal de maximale betondrukzonehoogte optreden bij een krommingvlak onder een hoek van 0.25π radialen (45 graden) met de horizontaal. Deze uitkomst is niet verwonderlijk en kan verklaard worden doordat bij deze hoekverdraaiing van het krommingsvlak ten opzichte van de doorsnede het grootste deel van de betondrukkrachten buiten de betondoorsnede valt. Het gebied waarin de betondrukkrachten niet bijdragen aan de krachtswerking (verticaal evenwicht) wordt in figuur 47 in het rood weergegeven. Verder valt op dat de lijn behorend bij het hogesterktebeton C70/85 een ander verloop kent dan de reguliere betonsterkteklassen: dit komt door de afwijkende waarden van ε_{c3} en ε_{cu3}. De afwijking in deze waarden leidt tot een groter lineair-elastische deel van de spanningsverdeling (t.o.v. het plastische deel), en dus tot een grotere benodigde betondrukzonehoogte voor verticaal krachtenevenwicht.



Figuur 47 - Betondrukkrachten buiten doorsnede

10.2.2 Krommingsvlak en Momentcapaciteit

Afhankelijk van het gekozen krommingsvlak kan de doorsnede in de Ultimate Limit State een bepaalde momentcapaciteit leveren. Deze momentcapaciteit kan worden uitgedrukt in de afzonderlijke termen M_y en M_z of in termen van het samengesteld moment $|M|$. In figuur 48 wordt de momentcapaciteit in beide uitdrukkingswijzen weergegeven voor doorsneden met verschillende hoogte-breedteverhoudingen bij een betonsterkteklasse van C28/35. De verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit bedraagt 0.32.



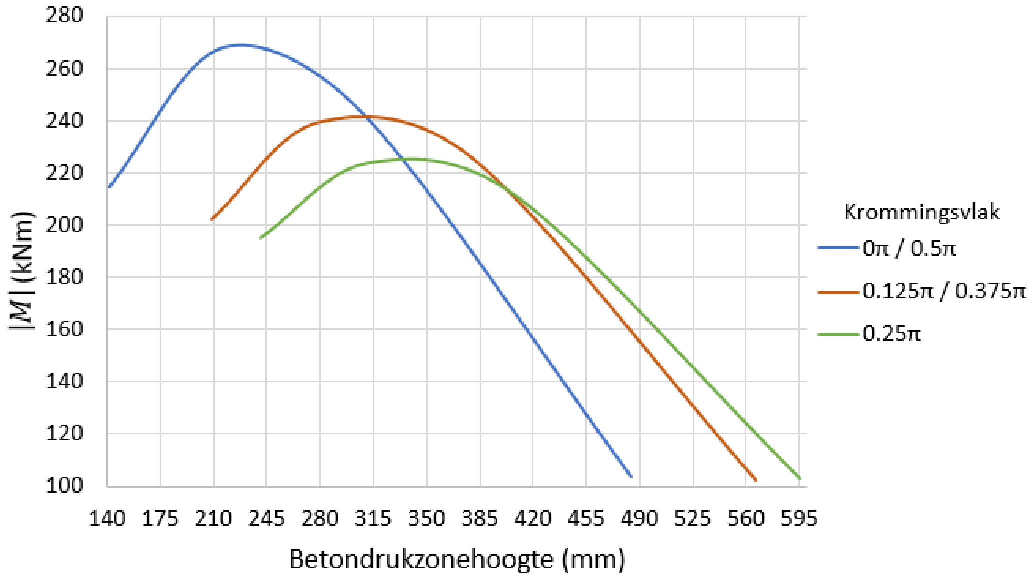
Figuur 48 - Verband momentcapaciteit / krommingsvlak

Uit figuur 48 volgt bij een vierkante doorsnede, geheel volgens verwachting, dat de momentcapaciteiten M_y en M_z gelijk zijn wanneer de doorsnede onder een hoek van 45 graden kromt. Voor elke hoogte-breedteverhouding geldt dat de totale momentcapaciteit bij een willekeurig krommingsvlak kleiner of gelijk is aan het maximum van de totale momentcapaciteit in het geval van kromming langs een van de hoofdassen. Indien er een doorsnede wordt beschouwd met een grotere hoogte-breedteverhouding zal het bijbehorende momentcapaciteit-krommingsvlakdiagram de verticale lijn door het krommingsvlak $0.5 * \pi$ snijden bij een relatief hogere momentcapaciteit.

10.2.3 Betondrukzonehoogte en Momentcapaciteit

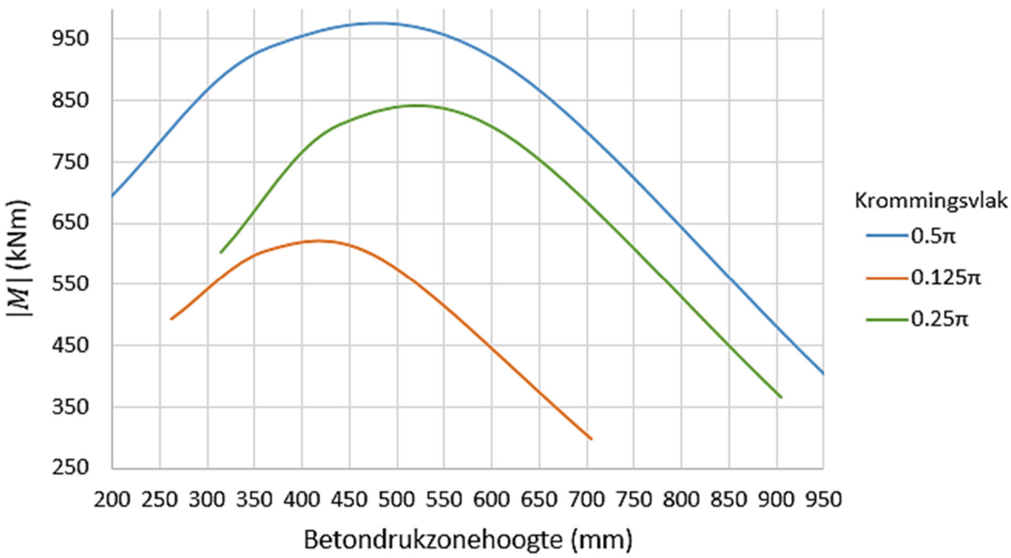
De momentcapaciteit heeft een maximum voor een bepaalde betondrukzonehoogte. Bij het verder opvoeren van de verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit, neemt de betondrukzonehoogte toe waardoor er een negatieve bijdrage van de drukkrachten ontstaat aan het opneembare buigend moment.

In figuur 49 wordt het verband tussen de betondrukzonehoogte en de momentcapaciteit weergegeven voor een vierkante doorsnede (symmetrisch gewapend) met betonsterkteklasse C40/50.



Figuur 49 - Verband betondrukzonehoogte / momentcapaciteit vierkante doorsnede

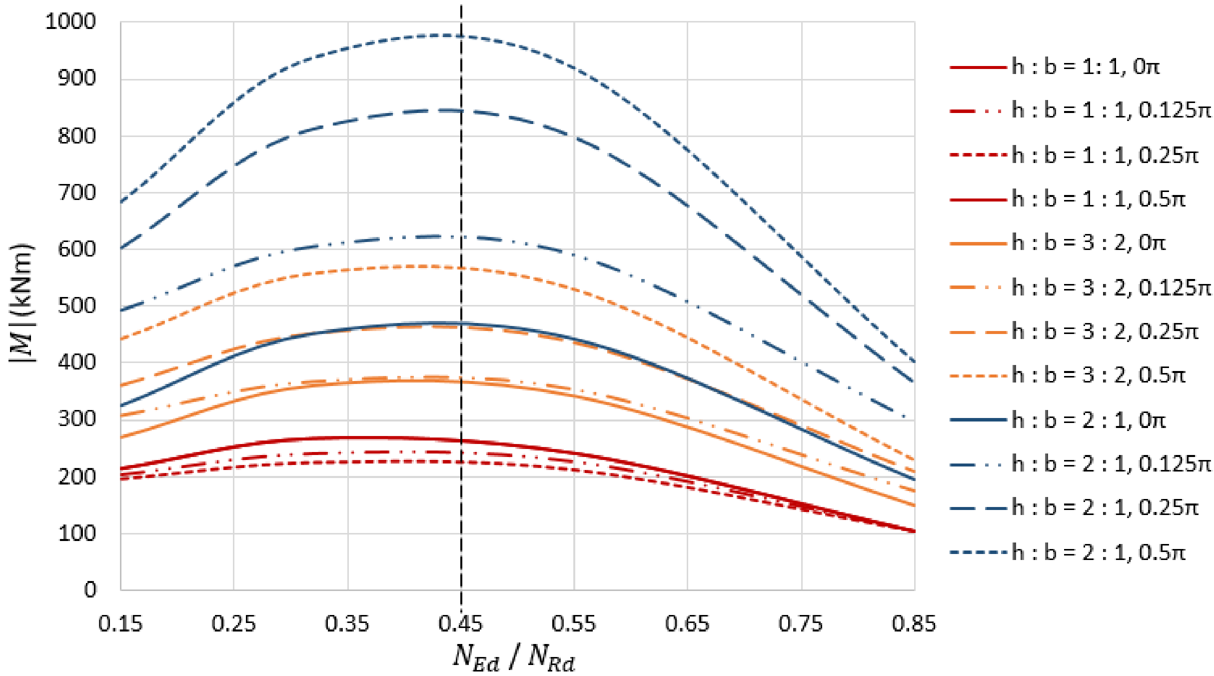
Merk op dat in dit specifieke geval alle maxima van de totale momentcapaciteiten op de lijn(en) behorend bij de hoofdassen optreden. Dit treedt bij andere hoogte-breedteverhoudingen niet op, zoals in figuur 50 wordt weergegeven voor een doorsnede met hoogte-breedteverhouding van 2 : 1.



Figuur 50 - Verband betondrukzonehoogte / momentcapaciteit rechthoekige doorsnede 3 : 2

10.2.4 Normaalkrachtverhouding en Momentcapaciteit

De verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit leidt bij een gekozen krommingsvlak tot een bepaalde betondrukzonehoogte. In de voorgaande paragraaf "Betondrukzonehoogte en Momentcapaciteit" is het verband tussen de betondrukzonehoogte en de momentcapaciteit voor een vierkante doorsnede onderzocht. Des te interessanter is daarentegen het verband tussen normaalkrachtverhouding en de bijbehorende momentcapaciteit. Dit verband wordt in figuur 51 voor verschillende krommingsvlakken en hoogte-breedteverhoudingen weergegeven voor betonsterkteklasse C40/50.



Figuur 51 - Verband normaalkrachtverhouding / momentcapaciteit

Er blijkt, dat ongeacht het krommingsvlak, wapeningspercentage of hoogte-breedteverhouding, de maximale totale momentcapaciteit bereikt wordt bij een verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit tussen de 0.40 en 0.45, zoals eerder ook al bleek bij het voorbeeld in de paragraaf "Interactiediagram" behorend bij het hoofdstuk "Bezwijkmechanismen"

Het toepassen van hogesterktebeton (bijvoorbeeld betonsterkteklasse C70/85) leidt ertoe dat de top behorend bij het moment-normaalkrachtverhoudingsdiagram van de betreffende doorsnede zal verschuiven naar links, dat wil zeggen dat het grootst opneembare moment op zal treden bij een lagere verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit. Dit verschil kan worden verklaard aan de hand van de grotere betondrukzonehoogte ten gevolge van de lagere stuikrek ε_{cu3} en de hogere betonrek aan het eind van het lineair elastisch gebied ε_{c3}.

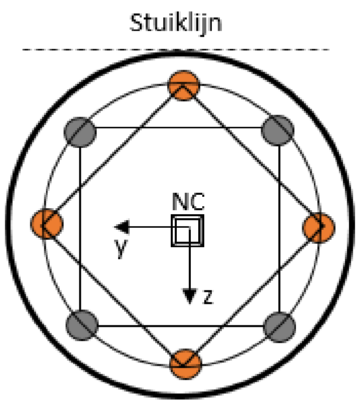
10.3 Analyse Dubbele-buigingsgedrag Ronde Doorsneden

Zoals in het hoofdstuk "Resultaten" al kort is benoemd, is er iets bijzonders aan de hand met ronde doorsneden met een in het normaalkrachtencentrum punt-symmetrische wapeningsverdeling. Het werkelijke gedrag van een doorsnede blijkt vrijwel niet af te wijken van het voorschrift uit de Eurocode. Waarom dit zo is, wordt in het onderstaande besproken.

Een ronde doorsnede heeft, doordat deze oneindig veel symmetrievlakken heeft (wapening buiten beschouwing gelaten), nooit meerdere stuikpunten (een stuiklijn) zoals bij enkele buiging in het geval van een rechthoekige doorsnede wel op kan treden. Een ronde doorsnede heeft altijd één stuikpunt, echter kan in gedachte een stuiklijn worden gemaakt door deze te laten raken aan de doorsnede. Hierbij blijft echter slechts één stuikpunt bestaan.

Door de ronde doorsnedevorm is de betondrukzonehoogte niet afhankelijk van het gekozen krommingsvlak: de betondrukzonehoogte is in dit geval alleen een functie van de opgelegde normaalkracht en de eigenschappen behorend bij de sterkteklasse van het beton.

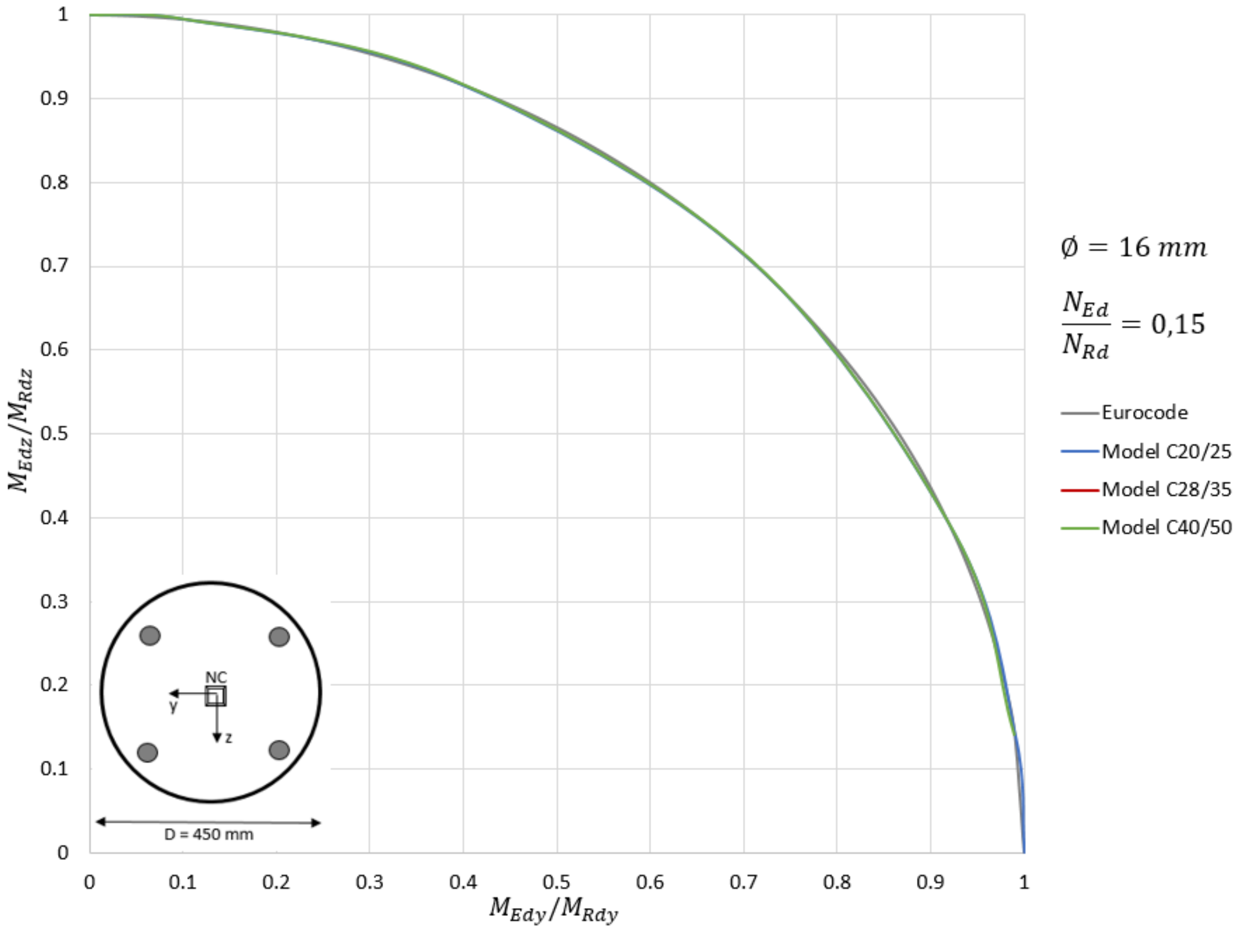
Uit het gegeven dat de betondrukzonehoogte constant is ongeacht het gekozen krommingsvlak, volgt dat de kromming van de doorsnede dan ook constant is. De rek van ieder punt in de doorsnede heeft een direct verband met de kromming van de doorsnede en de afstand tot het normaalkrachtencentrum. Bij een rotatie van de doorsnede zal de kromming van de doorsnede constant blijven maar kan de afstand van elke staaf tot het normaalkrachtencentrum wijzigen. Echter, doordat de doorsnede geroteerd wordt zal de gemiddelde afstand van alle staven tot het normaalkrachtencentrum niet wijzigen (alle staven roteren immers met gelijke hoek om het normaalkrachtencentrum). Het bovenstaande wordt geïllustreerd in figuur 52:



Figuur 52 – Stuikpunt/lijn ronde doorsnede

De momentcapaciteit in de Ultimate Limit State is afhankelijk van de kracht in de staaf en de arm tot deze staaf. De kracht in een wapeningsstaaf is afhankelijk van de rek in de wapeningsstaaf, de rek is zoals reeds vermeld afhankelijk van de (constante) kromming van de doorsnede en de afstand van de wapeningsstaaf tot het normaalkrachtencentrum (dit is gelijk aan de arm). De momentcapaciteitsbijdrage van de wapeningsstaven blijkt dus (naast de staafkrachten) een functie te zijn van de arm van de wapeningsstaven; deze arm verandert gemiddeld gezien in beide richtingen (y- en z-richting) niet. Ook verandert de bijdrage van de betondrukkrachten aan de momentcapaciteit niet, doordat de betondrukzonehoogte constant is en door de resultante hiervan op een constante plaats ten opzichte van het normaalkrachtencentrum aangrijpt. In de praktijk zit er echter een (zeer) kleine afwijking in de momentcapaciteit per krommingsvlak, doordat de vloeirek wordt bereikt en de momentcapaciteit dus niet direct meer afhankelijk is van de rek in de wapeningsstaaf maar van de vloeispanning/-kracht.

In figuur 53 wordt een eenheidsdiagram weergegeven voor een ronde doorsnede. Met behulp van deze figuur wordt het resultaat van de zojuist behandelde theorie grafisch weergegeven.



Figuur 53 - Modelresultaat ronde doorsnede

Er blijkt uit figuur 53 dat de modelresultaten en het voorschrift uit de Eurocode vrijwel op dezelfde lijn liggen. De Eurocode benadert de werkelijke sterkte in dit geval zeer goed.

11 Model(om)vorming Serviceability Limit State

In dit hoofdstuk wordt kort ingegaan op de manier waarop het model voor de Ultimate Limit State kan worden omgebouwd tot een model voor de Serviceability Limit State. Het doel hierbij is niet een dergelijk model te creëren, maar om een handvat te reiken voor bijvoorbeeld een volgend modelonderzoek.

In de Serviceability Limit State gedraagt de doorsnede zich nog juist lineair-elastisch. In tegenstelling tot de Ultimate Limit State wordt bij de Serviceability Limit State geen faalbelasting/-mechanisme onderzocht, maar wordt gekeken naar de scheurwijdte en de doorbuiging (in dit geval uitbuiging) van de doorsnede. De maximale scheurwijdte en doorbuiging en de rekenmethode om deze te bepalen worden beschreven in de Eurocode.

11.1 Assenstelsel

Het assenstelsel kan direct worden overgenomen uit het model voor de Ultimate Limit State. Er is echter geen sprake meer van een stuikpunt, aangezien het beton niet op druk zal bezwijken. Het is echter nog wel goed mogelijk om de rekverdeling van de doorsnede vanuit dit punt te beschrijven.

11.2 Rekverdeling

De rekverdeling wordt nog steeds vanuit het voormalig stuikpunt (rechterbovenhoek) beschreven. Echter geldt in de Serviceability Limit State geen vaste waarde voor de betonrek in het (voormalig) stuikpunt: er moet een waarde voor worden aangenomen. Een goede suggestie zou de betonrek aan het eind van het lineair-elastisch gebied ε_{c3} kunnen zijn. Bij een aangenomen waarde voor de betonrek in het (voormalig) stuikpunt kan de rekfunctie op eenzelfde wijze worden gedefinieerd als in het Ultimate Limit State model.

11.3 Spanningsverdeling

De spanningsverdeling kan eenvoudiger worden gedefinieerd. Zo heeft elke lijn loodrecht op het krommingsvlak een unieke bijbehorende spanning, doordat er geen enkel punt in het beton is welk plastisch wordt belast (lineair-elastische aanname). Ook in de wapeningsstaven treedt nergens de vloeispanning op (lineair-elastische aanname).

11.4 Betondrukzonehoogte

Met betrekking tot de betondrukzonehoogte zijn er geen wijzigingen ten opzichte van het Ultimate Limit State model. Goed is wel op te merken, dat het betondrukspanningsverloop nu alleen bestaat uit een lineair deel.

11.5 Scheurwijdte en Doorbuiging

De scheurwijdte kan op basis van de modeloutput worden berekend door de rekenmethoden voor scheurwijdte uit de Eurocode te volgen. Ook is er voldoende data bekend om de doorbuiging (uitbuiging) te kunnen bepalen.

12 Conclusie

Op basis van het modelonderzoek en de interpretatie van de resultaten kan worden geconcludeerd dat de Eurocode niet in alle gevallen een onderschatting geeft van de werkelijke sterkte van betonnen kolommen welk belast worden op dubbele buiging. Het geven van een ondergrens voor de sterkte is echter een benodigde eigenschap van een norm, aangezien er in dat geval geen bezwijkgevaar bestaat. Hoewel de Eurocode uit veiligheidsoogpunt niet altijd voldoet, leidt ontwerpen via de Eurocode in de veilige gevallen tot een relatief tot een economisch kolomontwerp door de geringe sterkteonderschattingen (0%-25%).

De volgende parameters beïnvloeden de afwijking van de werkelijke sterkte ten opzichte van de sterkte volgens de Eurocode:

1. Wapeningspercentage: een hoger wapeningspercentage leidt tot een resultaat welk convergeert naar het voorschrift uit de Eurocode.
2. Wapeningsrichting: een niet-rondom gewapende betonkolom leidt tot een asymmetrisch eenheidsdiagram, waardoor de grootste afwijking op een andere locatie optreedt dan bij een rondom gewapende betonkolom.
3. Betonsterkteklasse: een hogere betonsterkteklasse leidt tot een resultaat welk divergeert van het voorschrift uit de Eurocode. Een uitzondering is hogesterktebeton (> C50/60): hiervoor geeft de Eurocode bij verhoudingen $N_{Ed}/N_{Rd} > 0.35$ een onveilig resultaat.
4. Normaalkrachtverhouding: verhoudingen $N_{Ed}/N_{Rd} < 0.7$ leiden in het geval van normale betonsterkteklassen (≤ C50/60) tot een resultaat welk convergeert naar het voorschrift uit de Eurocode. Bij verhoudingen $N_{Ed}/N_{Rd} > 0.7$ divergeert het resultaat op een positieve (veilige) wijze van het voorschrift uit de Eurocode. Bij hogesterktebeton (> C50/60) wordt een onveilig resultaat verkregen indien $N_{Ed}/N_{Rd} > 0.35$.

Verder geldt er in het algemeen voor rechthoekige betonkolommen belast op dubbele buiging:

1. Er bestaat een asymmetrisch parabolisch verband tussen betondrukzonehoogte en krommingsvlak.
2. De momentcapaciteit bij een gegeven doorsnede is voor ieder krommingsvlak kleiner of gelijk aan de momentcapaciteit bij enkele buiging in de sterkste doorsnederichting.
3. De momentcapaciteit is bij betonsterkteklassen tot en met C50/60 maximaal bij $N_{Ed}/N_{Rd} \approx 0.40$. In het geval van hogesterktebeton is de momentcapaciteit maximaal bij een kleinere verhouding N_{Ed}/N_{Rd}.

Met betrekking tot ronde doorsneden wordt geconcludeerd dat de werkelijke momentcapaciteit zeer goed door het Eurocode-voorschrift benaderd wordt.

Uit het onderzoek uit deze rapportage blijkt dat het van groot belang is om te bepalen welk faalmechanisme in het Ultimate Limit State zal optreden, aangezien dit een onveilig of oneconomisch mechanisme kan zijn.

13 Aanbevelingen

Op basis van het modelonderzoek en de interpretatie van de resultaten worden de volgende aanbevelingen gedaan met betrekking tot dubbele buiging in betonkolommen:

1. Het is in alle opzichten zinvol om, bij toepassing van betonsterkteklassen tot en met C50/60, een betondoorsnede te kiezen met een normaalkrachtcapaciteit N_{Rd} welk 2.5 keer zo hoog ligt als de ontwerpwaarde van de normaalkracht N_{Ed}, opdat de doorsnede met 40% van de normaalkrachtcapaciteit wordt belast. Dit is een optimale verhouding voor de momentcapaciteit.
2. Het is in alle opzichten zinvol om gedetailleerde doorsnedeberekening uit te voeren in het geval van een van de volgende gevallen:
    a. Laag wapeningspercentage (< 1%);
    b. Hoge betonsterkteklasse (> C28/35), maar niet hoger dan C50/60.
    c. Lage verhouding tussen normaalkracht en normaalkrachtcapaciteit (< 0.40).

   Een doorsnedeberekening heeft in deze gevallen zin, omdat de Eurocode een relatief lagere momentcapaciteit geeft dan de werkelijke momentcapaciteit van deze doorsneden. Het volgen van het Eurocode-voorschrift zal leiden tot een oneconomisch ontwerp.
3. Ten behoeve van de veiligheid van de betonconstructie, wordt het ten sterkste aangeraden om bij toepassen van hogesterktebeton (> C50/60) een gedetailleerde doorsnedeberekening uit te voeren. De werkelijke sterkte ligt bij het toepassen van hogesterktebeton in veel gevallen lager dan de normsterkte.
4. Ronde betonkolommen kunnen te allen tijde met het Eurocode-voorschrift worden getoetst, omdat de werkelijke sterkte vrijwel overeenkomt met de normsterkte. Een uitzondering hierop treedt op bij het toepassen van hogesterktebeton: dit leidt tot een onveilig resultaat.
5. Het is van groot belang om te kijken naar het te verwachten bezwijkmechanisme van ontworpen kolom bij de gegeven belasting. Er moet te allen tijde worden vermeden dat er een niet-waarschuwend faalmechanisme optreedt.

14 Vervolgonderzoek

Met betrekking tot dubbele buiging in betonkolommen, worden de volgende onderwerpen/zaken interessant geacht om nader te onderzoeken:

1. Knikinstabiliteit in op druk belast wapeningsstaven.
2. Geldigheid Hypothese van Bernouilli.
3. Serviceability Limit State: hoe kan de scheurwijdte en uitbuiging bepaald worden?.
4. Ontwerpgereedschap ontwikkelen voor snel dimensioneren op dubbele buiging.

15 Figurenlijst

De figuur op de voorzijde van deze rapportage is afkomstig uit de afbeeldingscollectie van Håvard Vasshaug en is beschikbaar via https://hvasshaug.files.wordpress.com/2013/02/column.jpg.

16 Bronvermelding

Bij het tot stand komen van deze rapportage zijn de volgende bronnen geraadpleegd.

Charif, A. (onbekend). *Biaxial Bending in Columns.* Geraadpleegd op 01-05-2015, van http://faculty.ksu.edu.sa/charif/Documents/Columns-Biaxial.pdf

Europese Commissie voor Normalisatie, CEN/TC250 (2011). *Eurocode 2: Ontwerp en Berekening van Betonconstructies – Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen (NEN-EN 1992:2011).*

Suranaree University of Technology (onbekend). *Reinforced Concrete Design.* Geraadpleegd op 01-05-2015, van http://www.sut.ac.th/engineering/Civil/CourseOnline/430431/RC18_Column02.pdf

Walraven, J.C., Fennis, S.A.A.M (2013). Constructiedelen, belast op buiging en normaalkracht. *Gewapend Beton* (pp 82-102). Delft: MicrowebEdu.

Welleman, J.W. (2008). *Niet-Symmetrische en/of Inhomogene Doorsneden*. Delft: MicrowebEdu.

Wight, J.K., MacGregor, J.G. (2012). Columns: Combined Axial Load and Bending. *Reinforced Concrete: Mechanics and Design* (6e editie, pp 499-558). Upper Saddle River: Pearson Education

17 Bijlagen

De volgende bijlagen zijn bij deze rapportage opgenomen:

- 17.1 Overzicht Betonsterkteklassen
- 17.2 Overzicht Kolomdoorsneden
- 17.3 Modelonderzoeksresultaten
- 17.4 Broncode Model

Deze pagina is met opzet leeg gelaten.

17.1 Overzicht Betonsterkteklassen

Onderstaande tabel is afkomstig uit Eurocode 2, deel 1-1, pagina 29.

[C1]

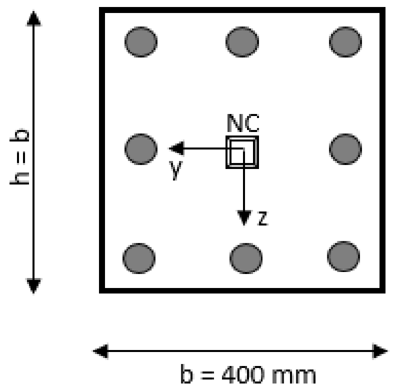
	Sterkteklassen voor beton														Vergelijking/Verklaring
f_{ck} (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck}+8$(MPa)
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm}=0{,}30\times f_{ck}^{(2/3)} \leq$C50/60 $f_{ctm}=2{,}12\cdot\ln(1+(f_{cm}/10))$ > C50/60
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk;0,05} = 0{,}7\times f_{ctm}$ 5 % fractiel
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk;0,95} = 1{,}3\times f_{ctm}$ 95 % fractiel
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ (f_{cm} in MPa)
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	zie figuur 3.2 ε_{c1} (‰) = $0{,}7\ f_{cm}^{0,31} \leq 2{,}8$
ε_{cu1} (‰)	3,5									3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	zie figuur 3.2 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa ε_{cu1}(‰)$=2{,}8+27[(98-f_{cm})/100]^4$
ε_{c2} (‰)	2,0									2,2	2,3	2,4	2, 5	2,6	zie figuur 3.3 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa ε_{c2}(‰)$=2{,}0+0{,}085(f_{ck}-50)^{0,53}$
ε_{cu2} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	zie figuur 3.3 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa ε_{cu2}(‰)$=2{,}6+35[(90-f_{ck})/100]^4$
n	2,0									1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	voor $f_{ck} \geq 50$ MPa $n=1{,}4+23{,}4[(90-f_{ck})/100]^4$
ε_{c3} (‰)	1,75									1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	zie figuur 3.4 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa ε_{c3}(‰)$=1{,}75+0{,}55[(f_{ck}-50)/40]$
ε_{cu3} (‰)	3,5									3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	zie figuur 3.4 voor $f_{ck} \geq 50$ MPa ε_{cu3}(‰)$=2{,}6+35[(90-f_{ck})/100]^4$

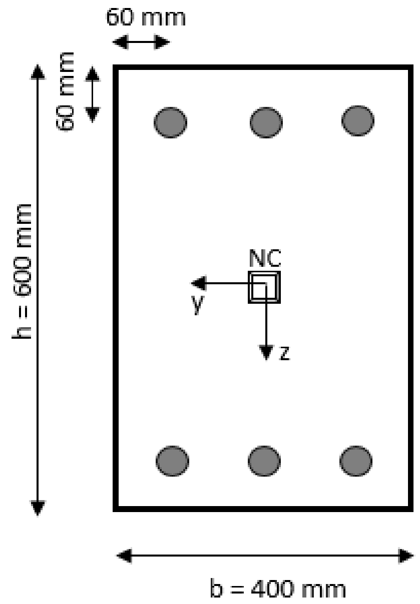
Tabel 3.1 — Sterkte- en vervormingeigenschappen voor beton

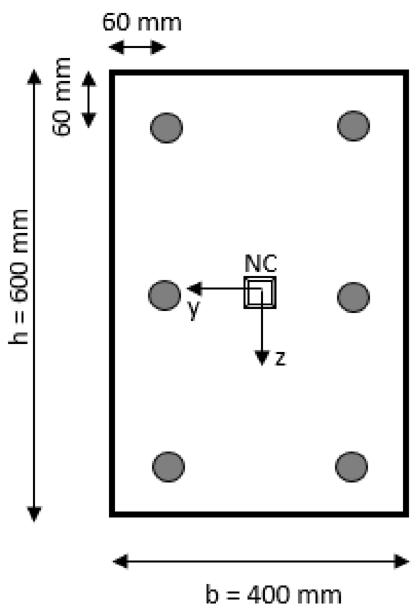
NEN-EN 1992-1-1+C2:2011

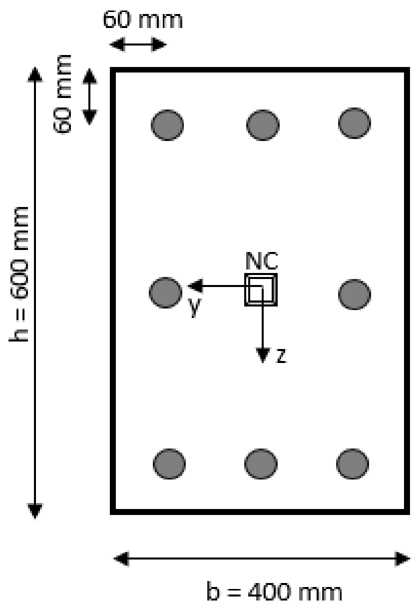
Deze pagina is met opzet leeg gelaten.

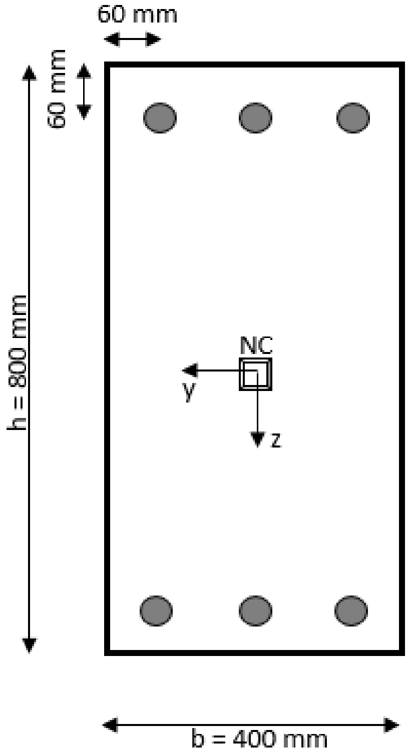
17.2 Overzicht Kolomdoorsneden

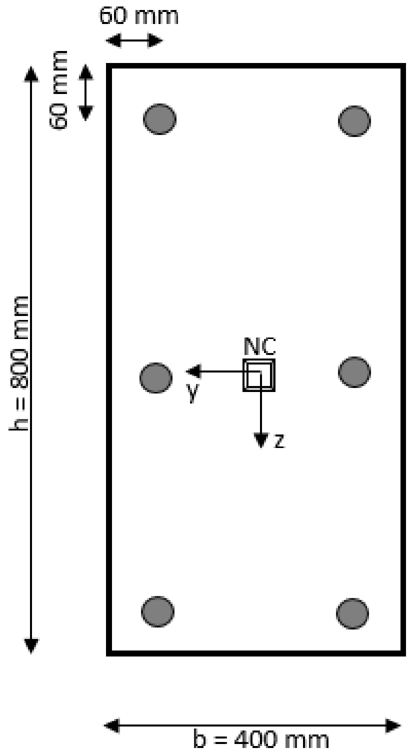


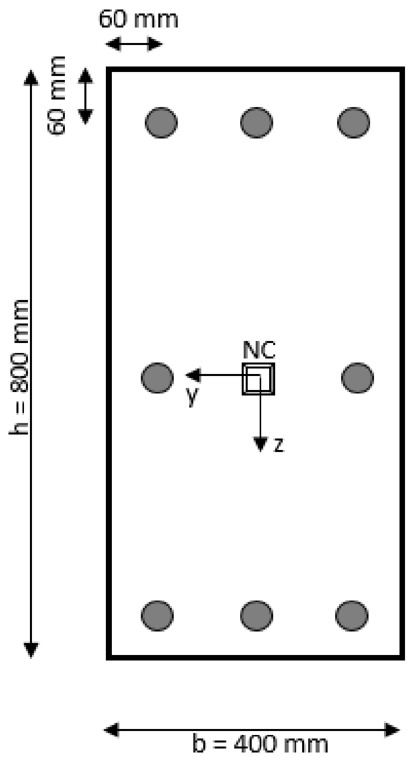


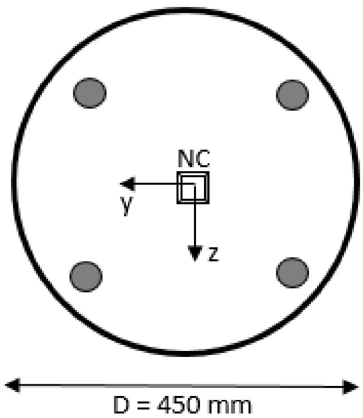





60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm

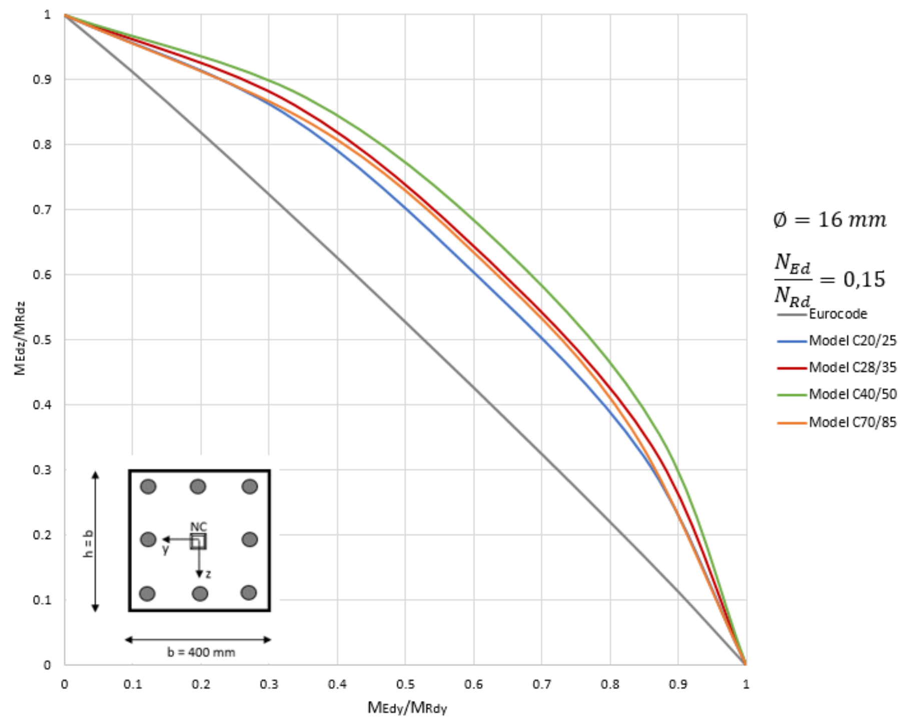

60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm

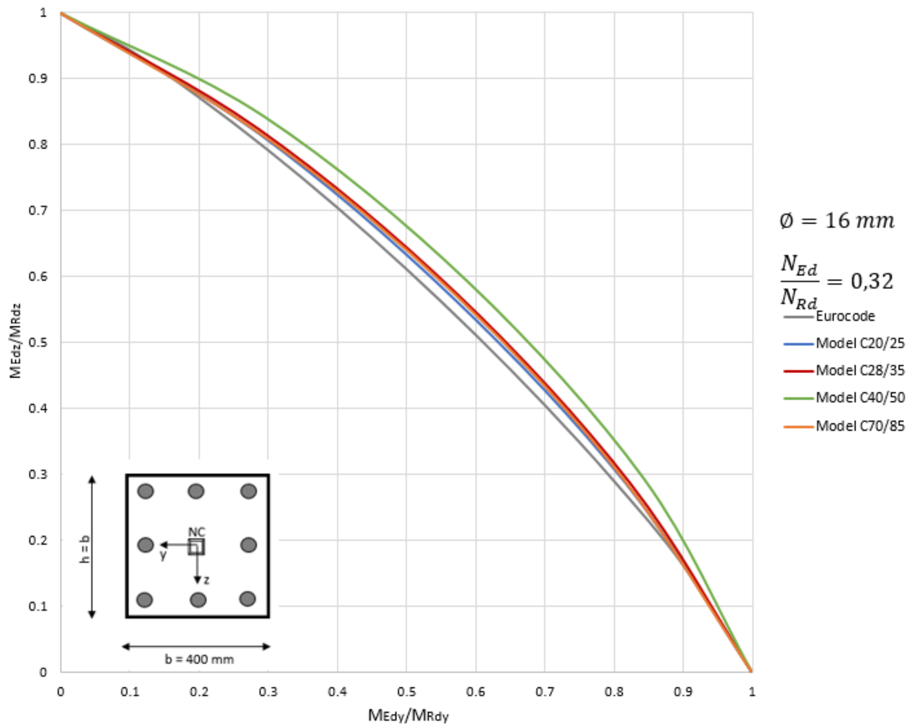

60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm

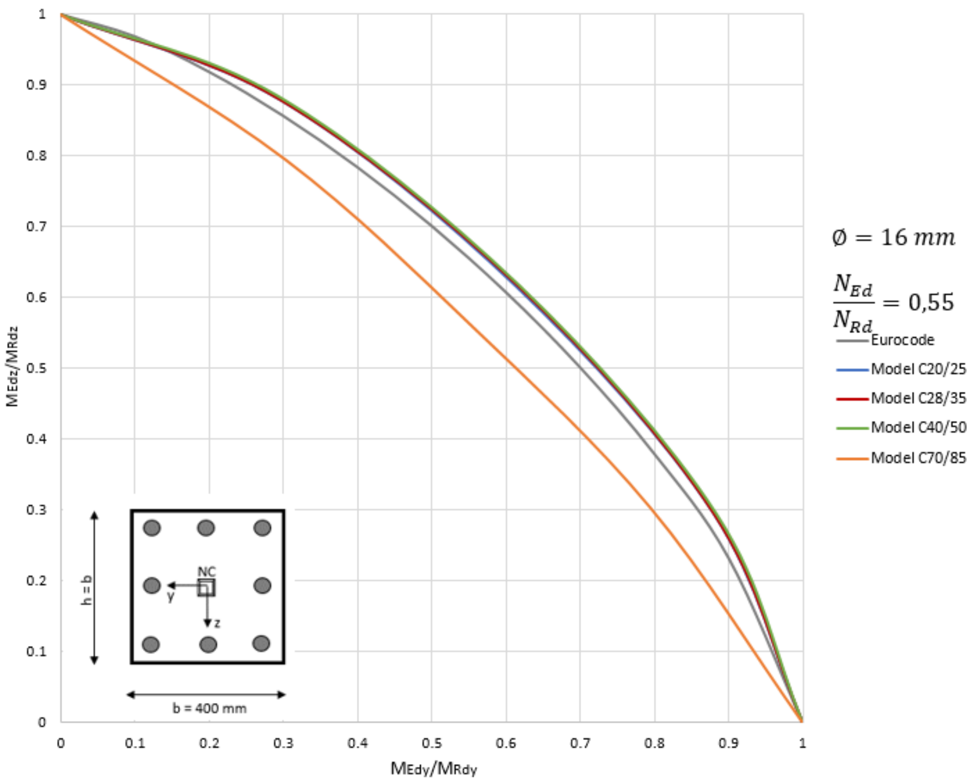

NC
y
z
D = 450 mm

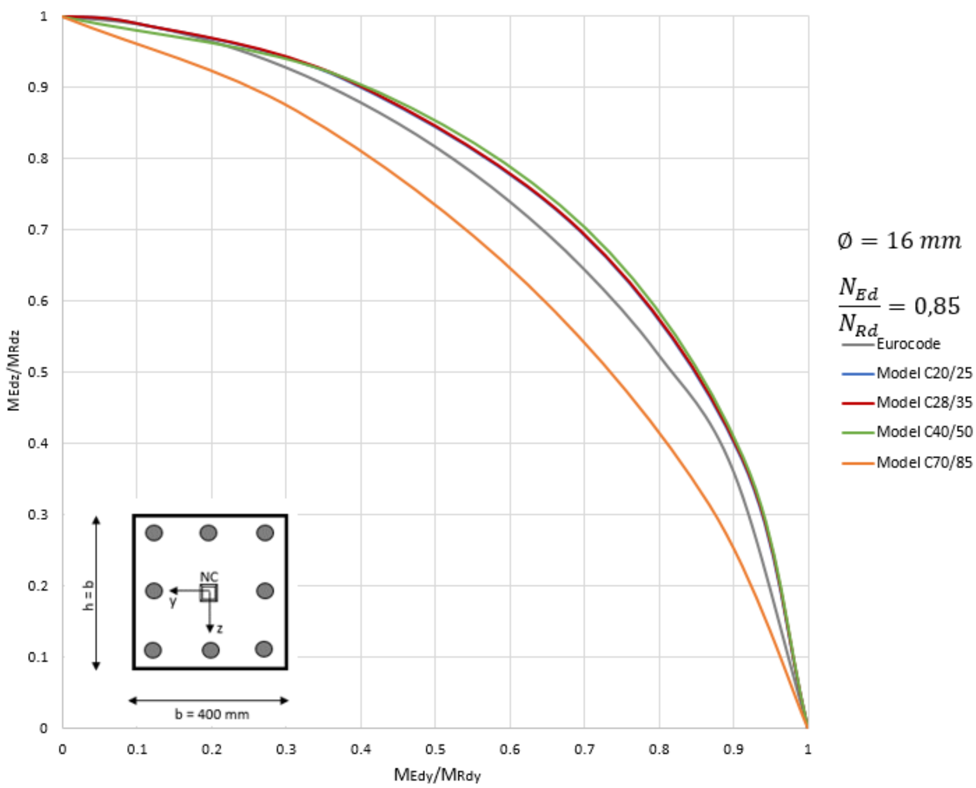
17.3 Modelonderzoeksresultaten

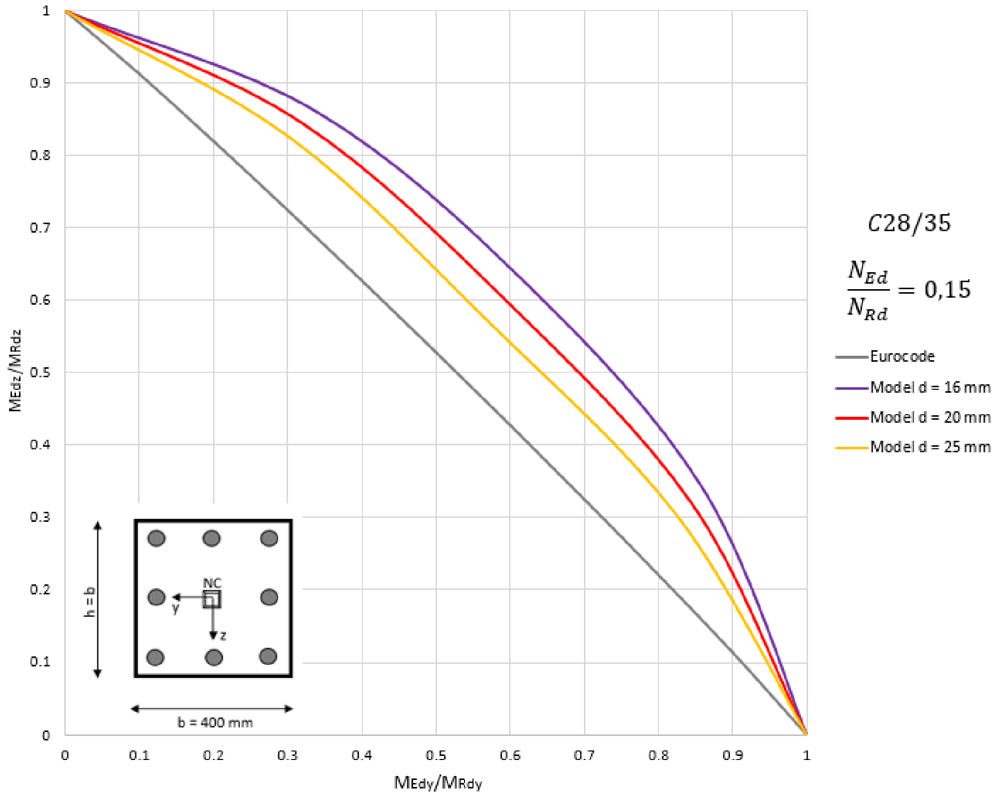
Hoogte : Breedte = 1 : 1, in breedte- en hoogterichting gewapend met 8 wapeningsstaven



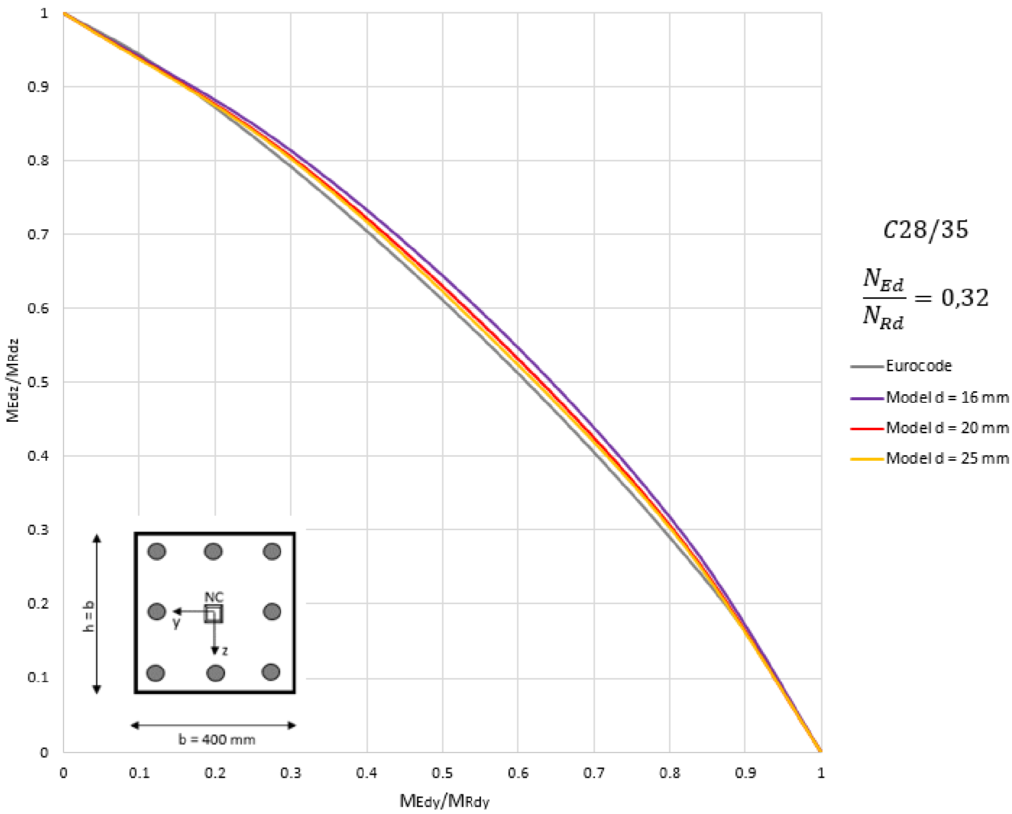



MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
Ø = 16 mm
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
Model C70/85
NC
y
z
h = b
b = 400 mm

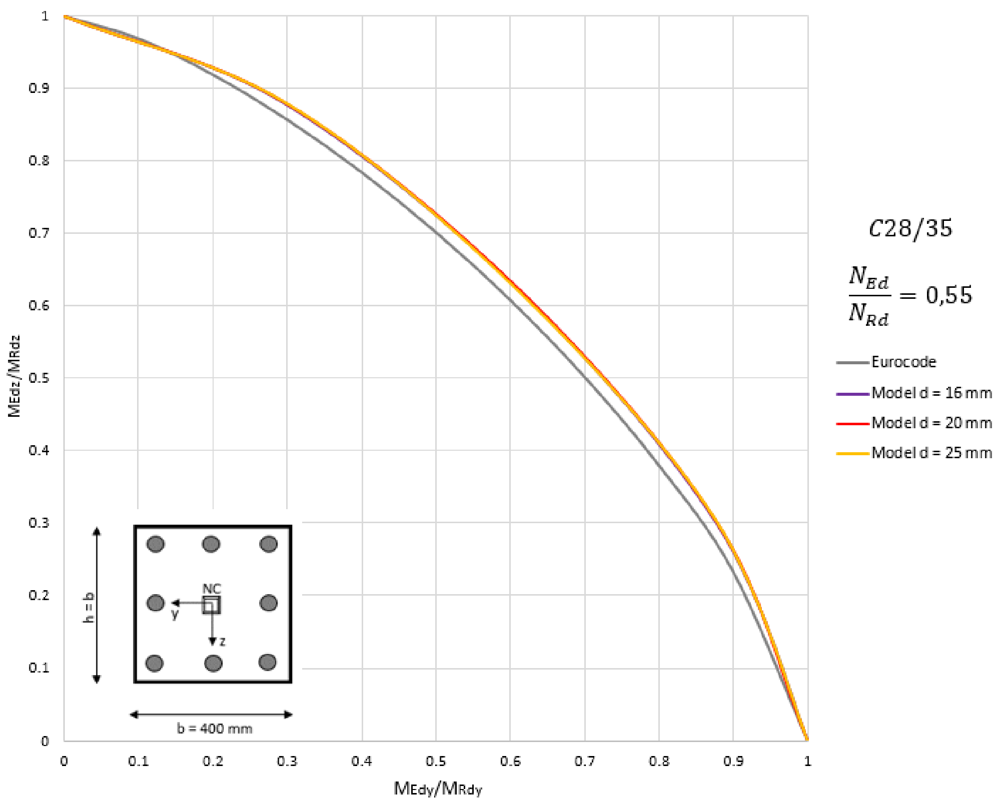

MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
Ø = 16 mm
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
Model C70/85
NC
y
z
h = b
b = 400 mm

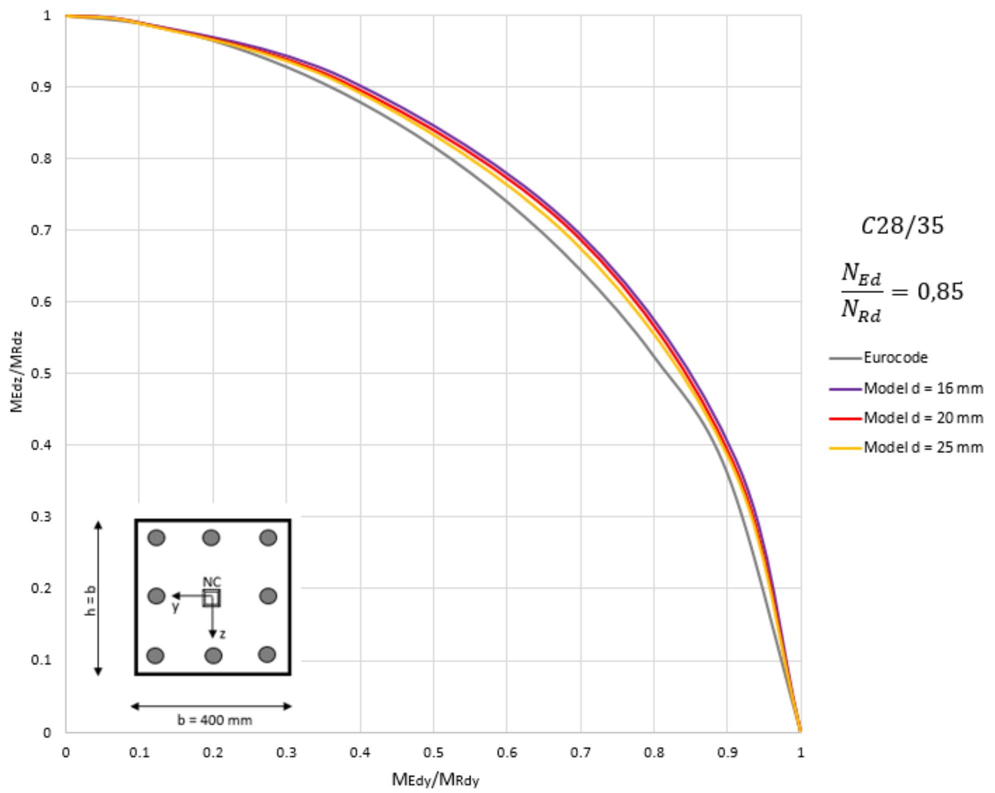


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
h = b
b = 400 mm
NC
y
z

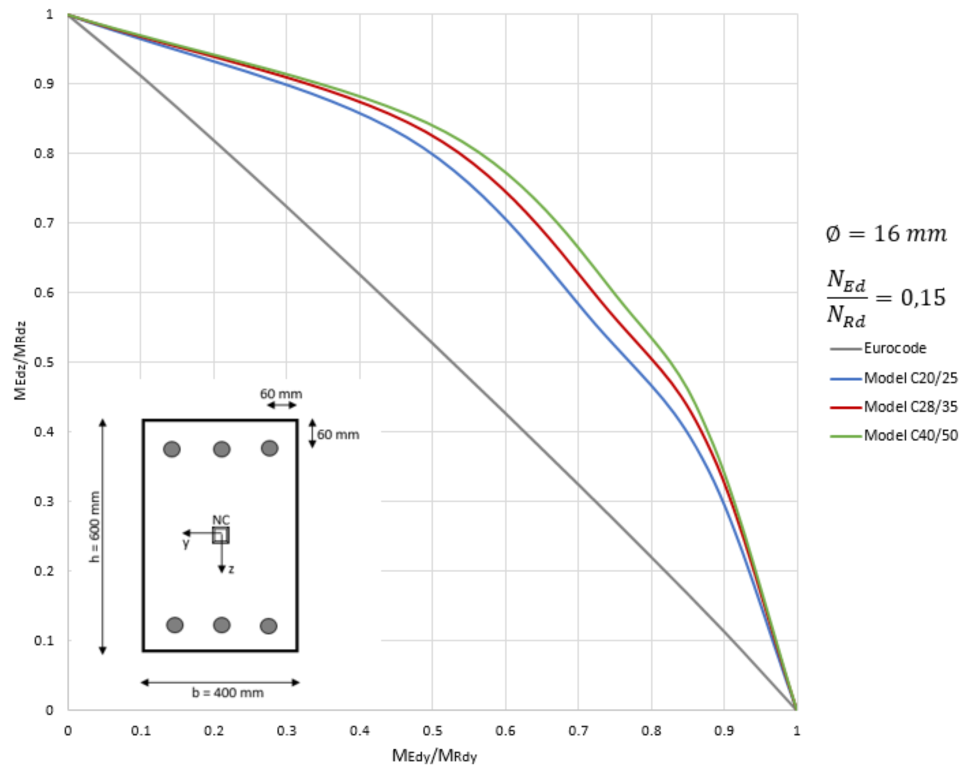


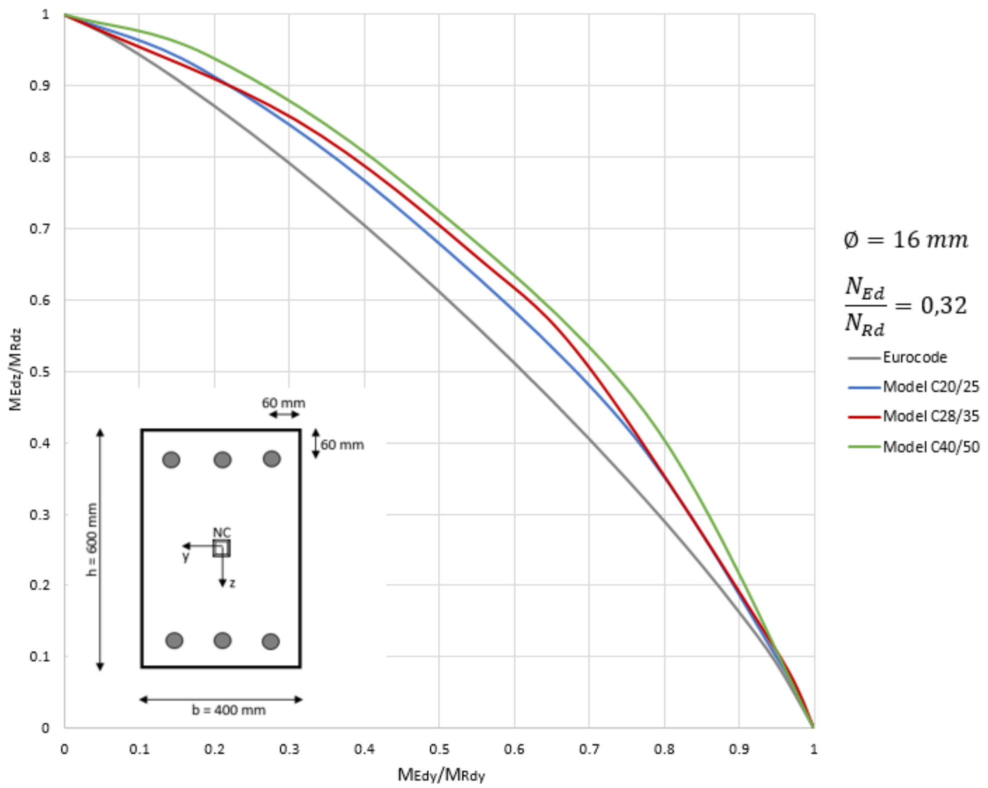
C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
h = b
b = 400 mm
NC
y
z

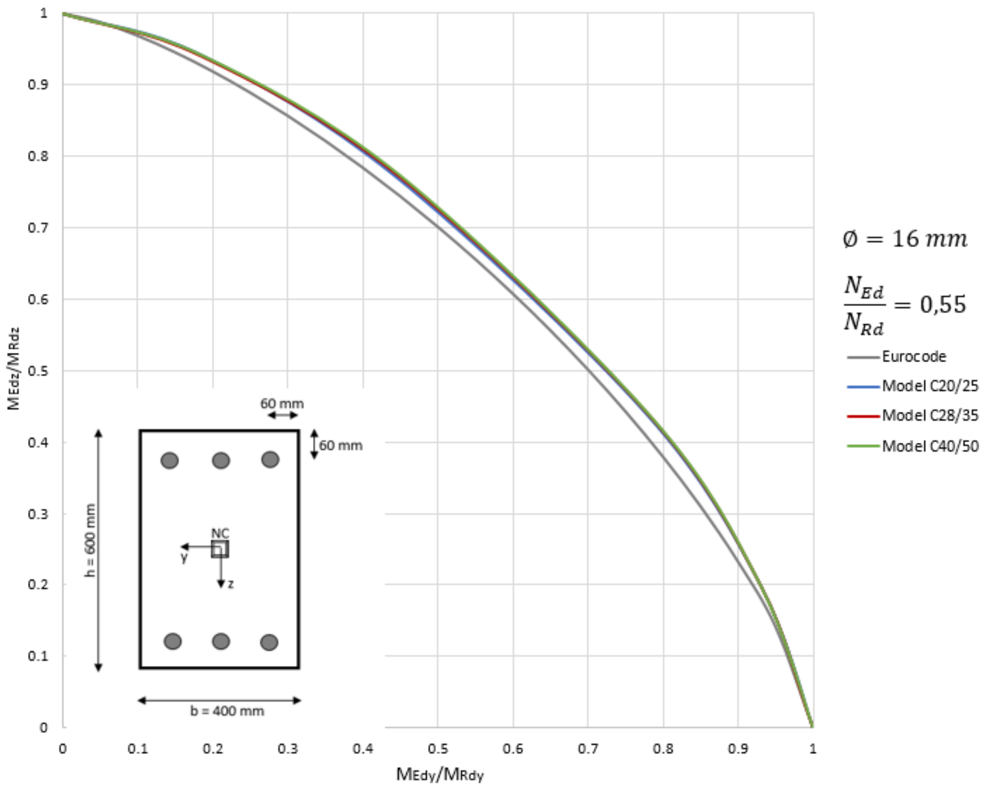

C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
h = b
b = 400 mm
NC
y
z

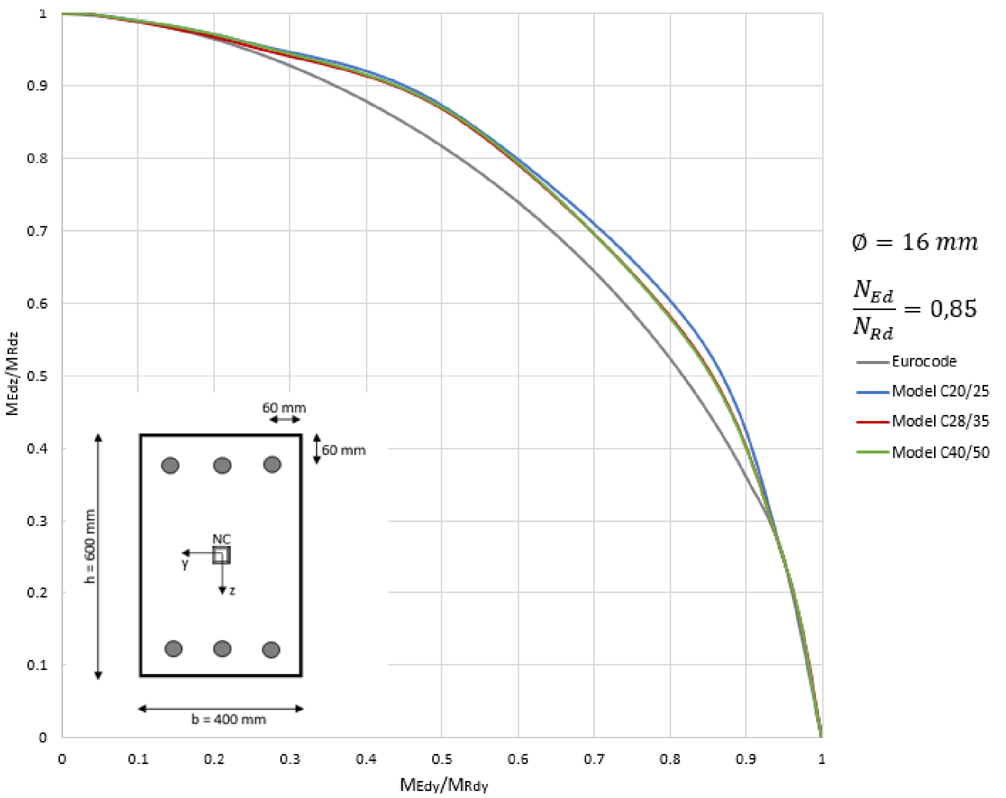

C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
h = b
b = 400 mm
NC
y
z

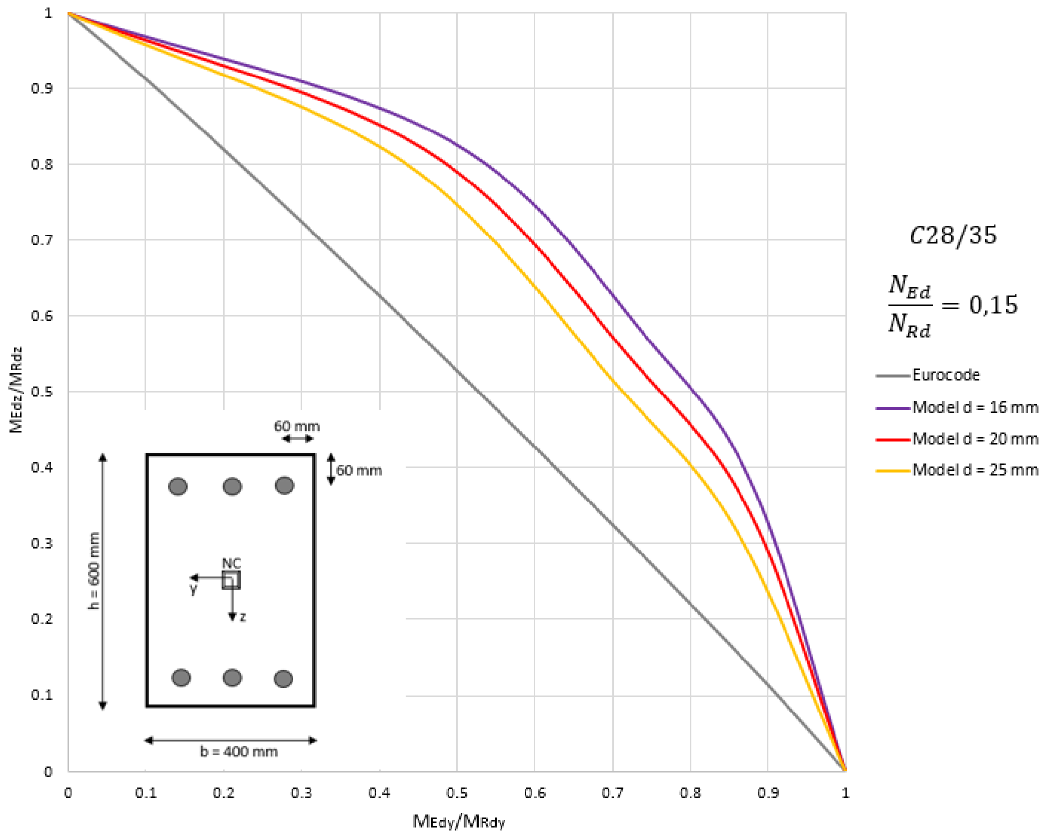
Hoogte : Breedte = 3 : 2, in breedterichting gewapend



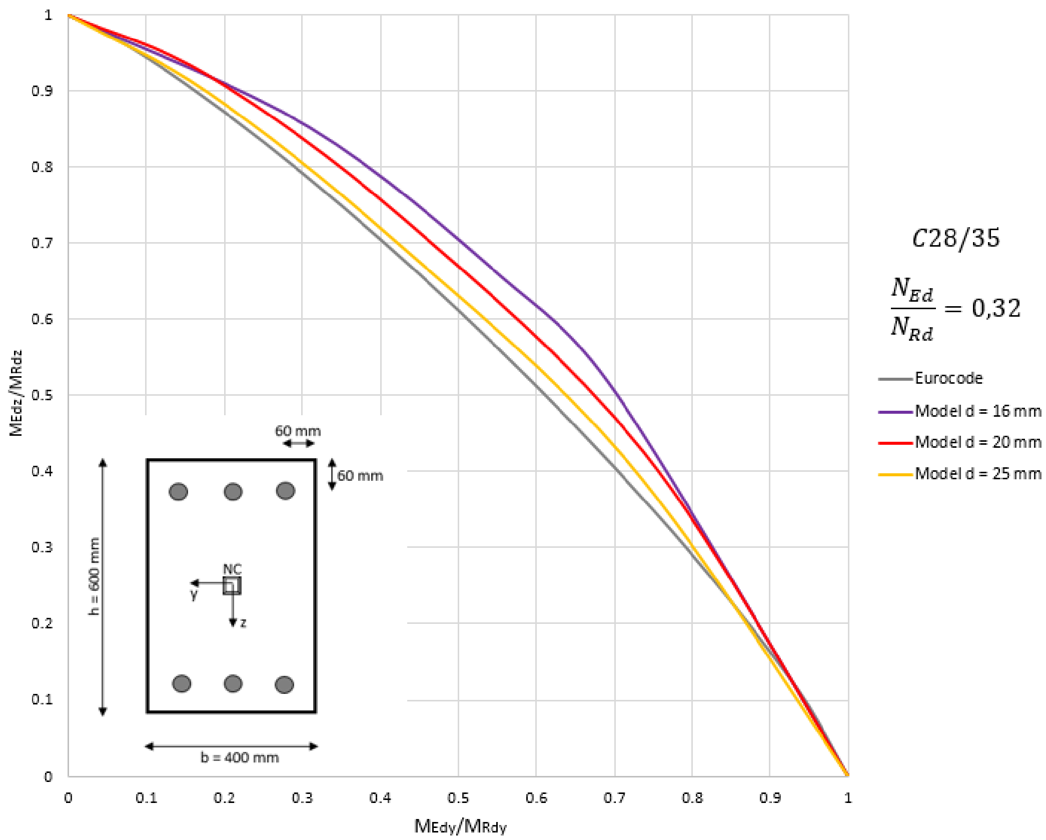



MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50

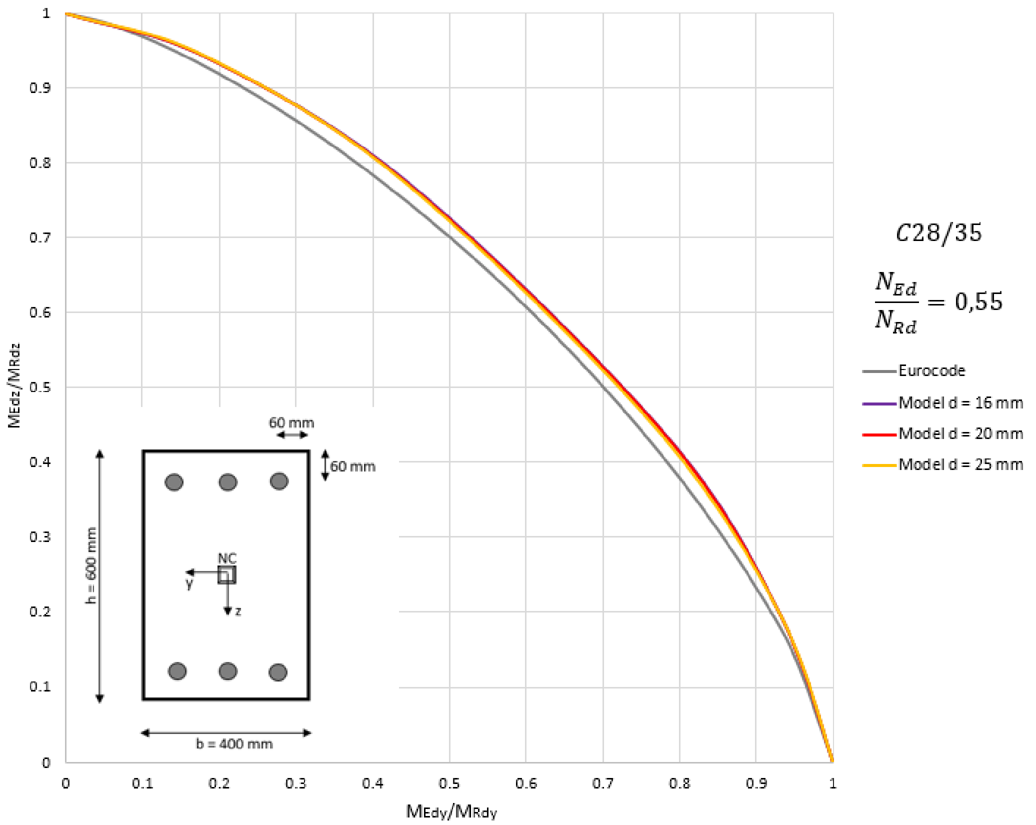

MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50

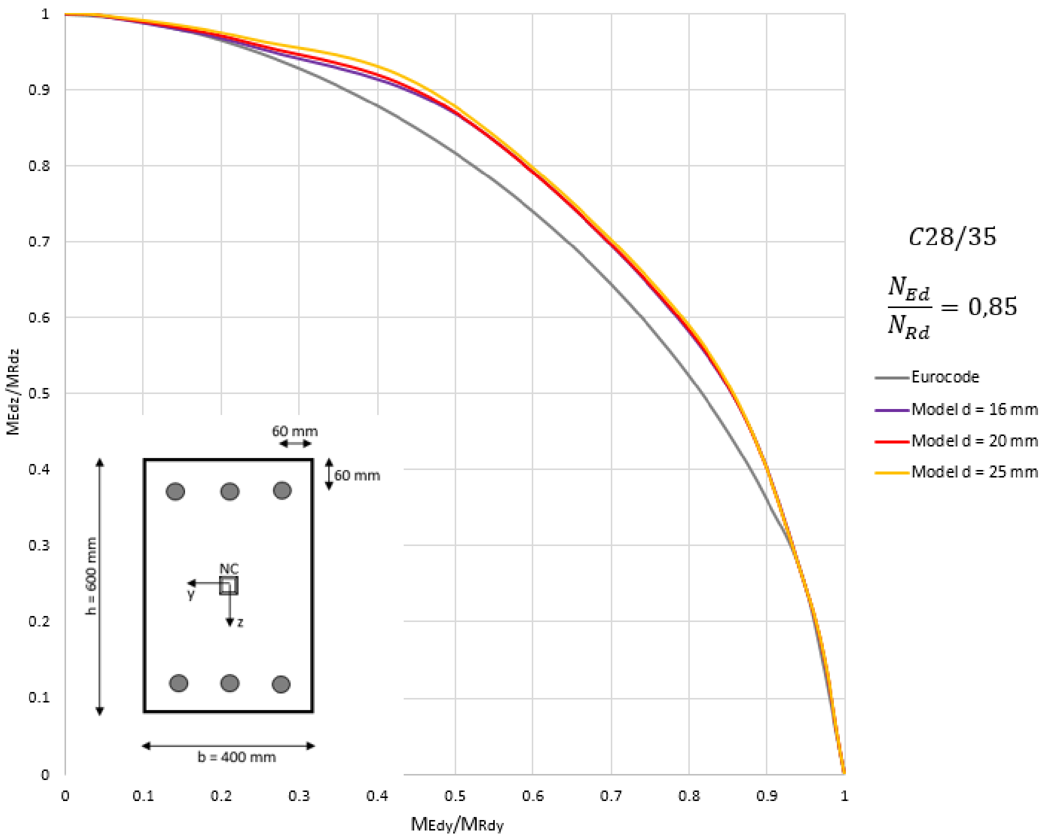


$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

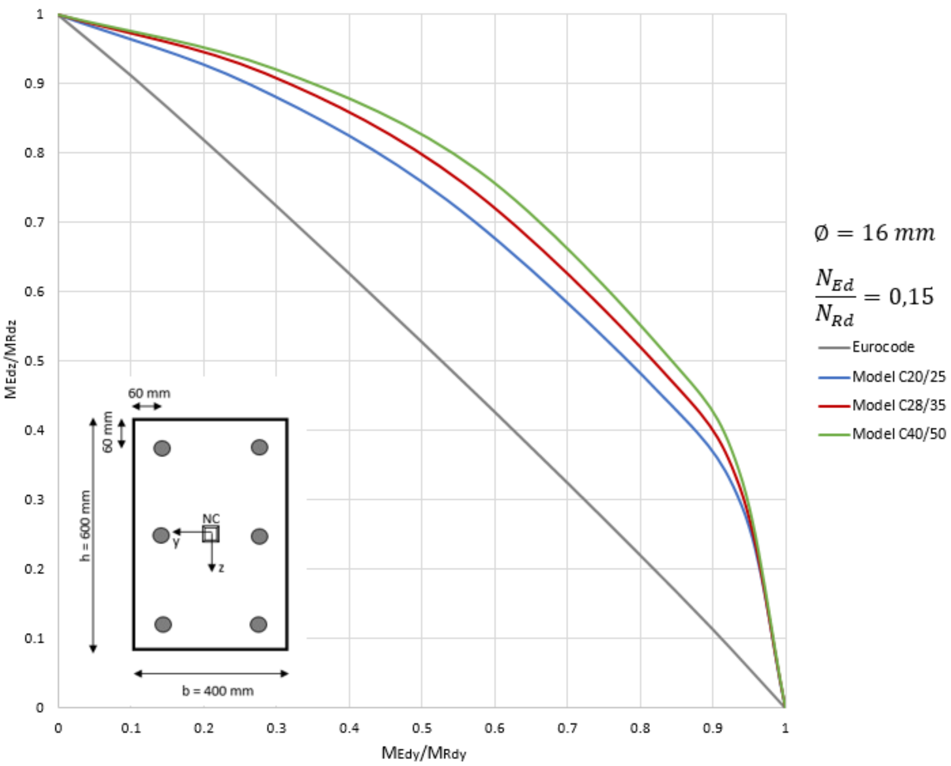


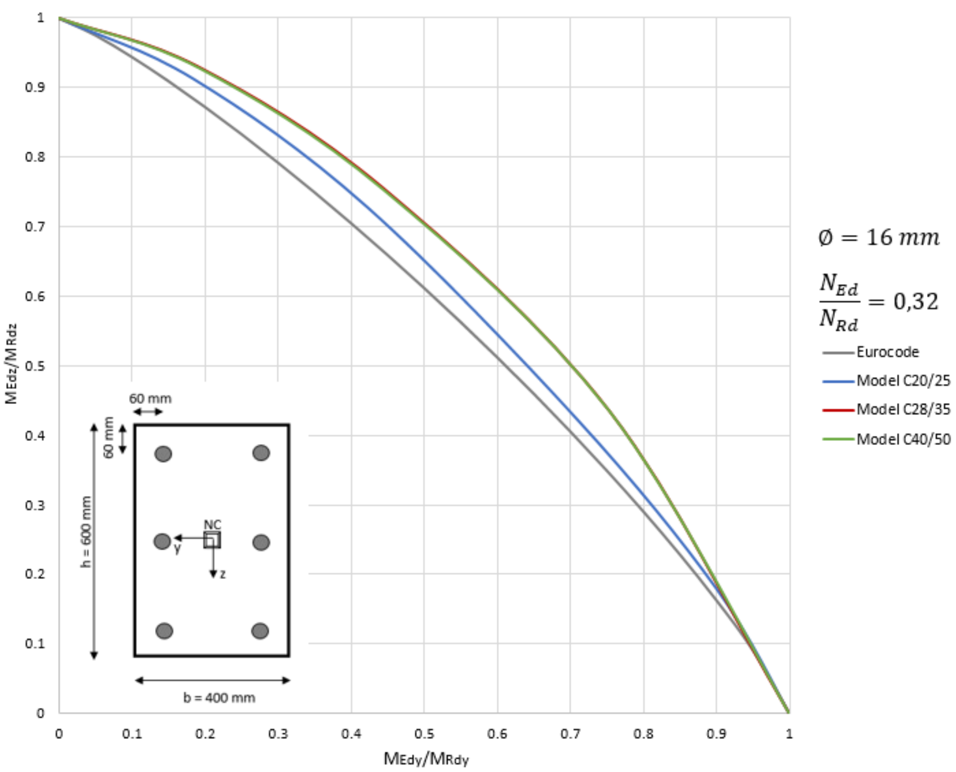
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

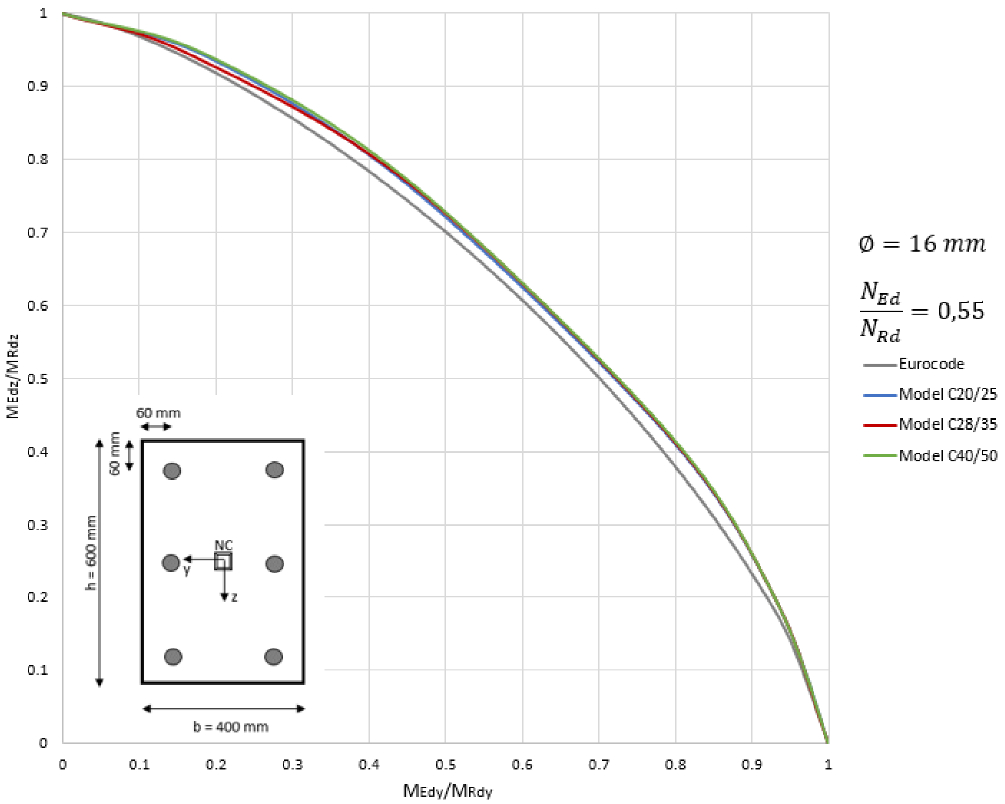

MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm


MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

Hoogte : Breedte = 3 : 2, in hoogterichting gewapend

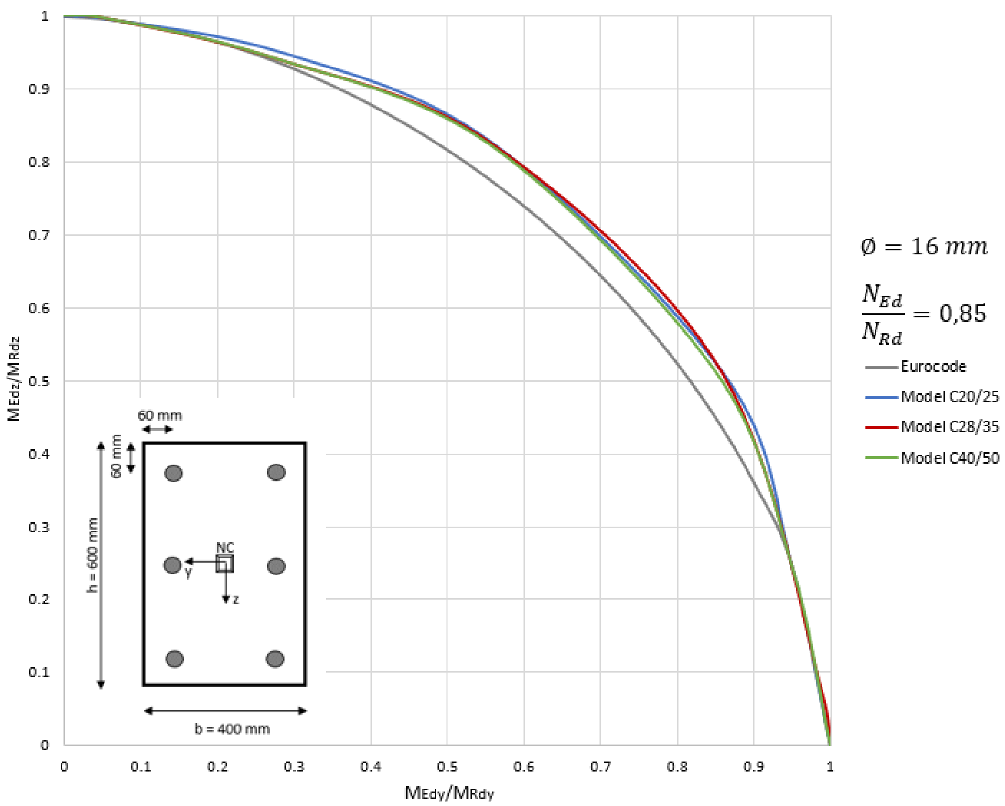






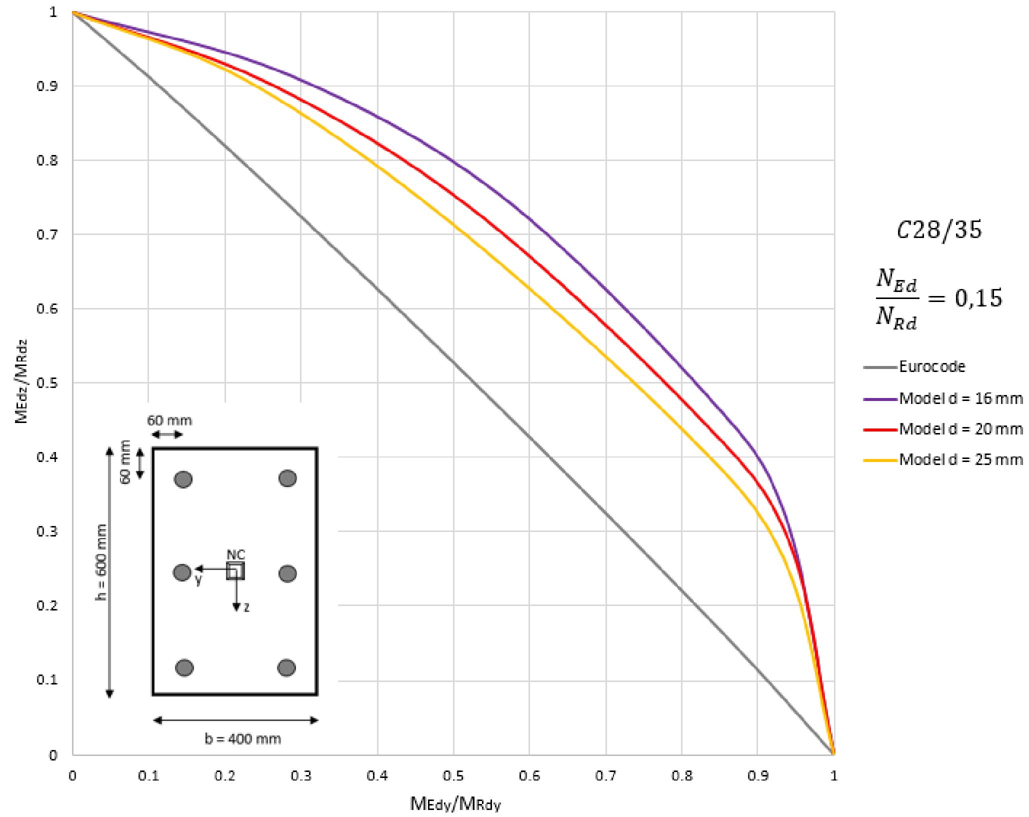
$$\emptyset = 16\ mm$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$$

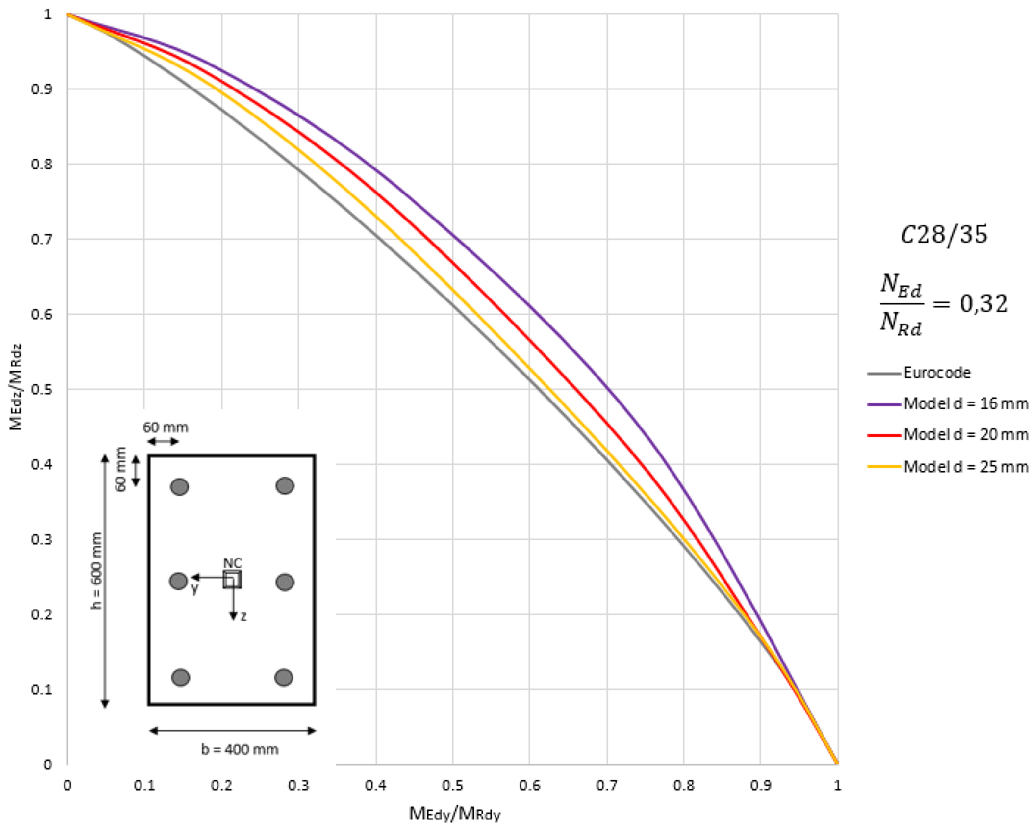


$$\emptyset = 16\ mm$$

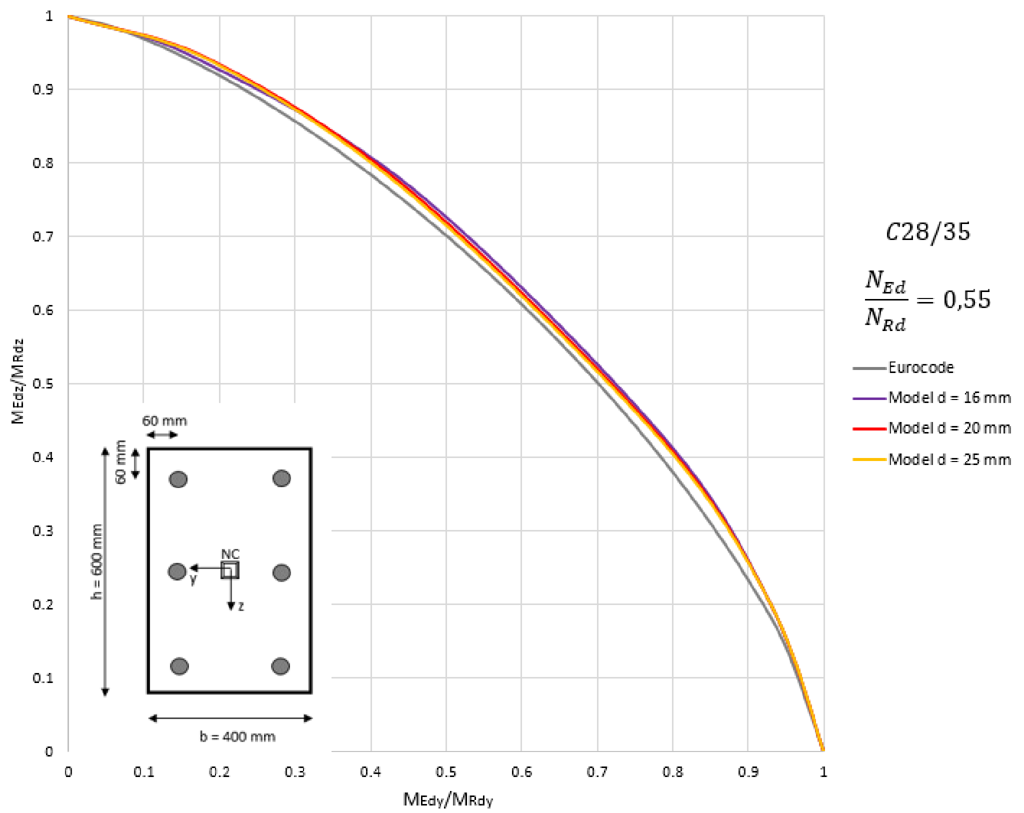
$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$$



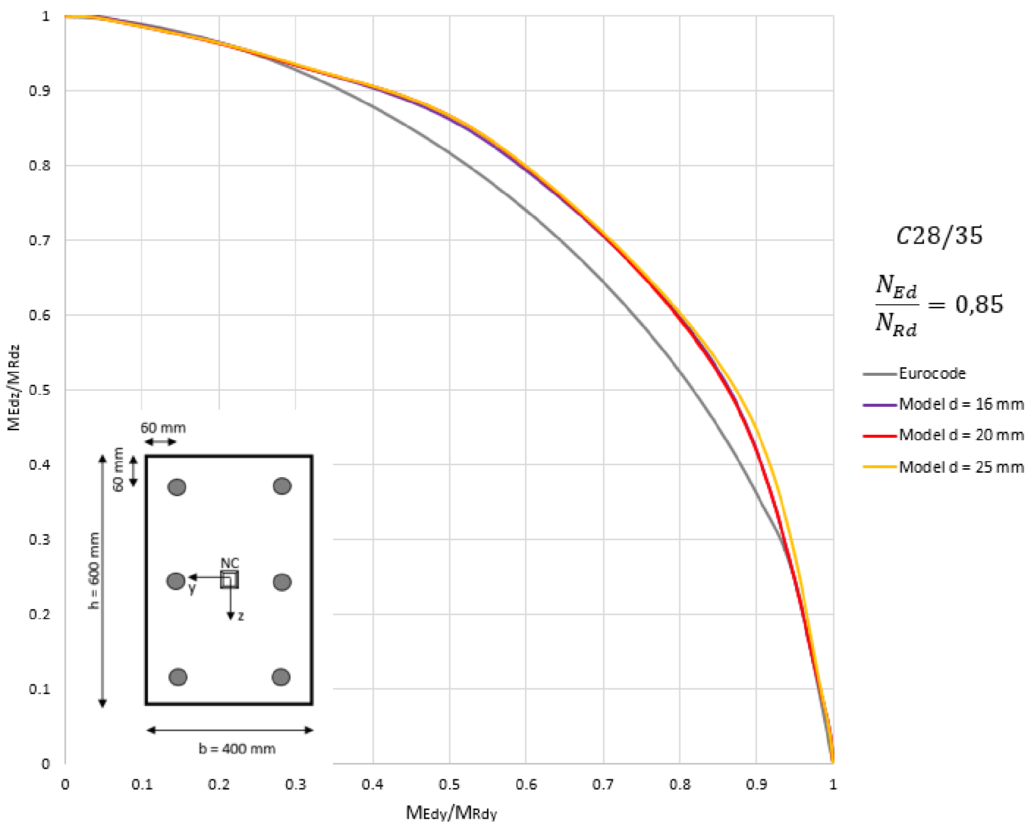
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm



MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

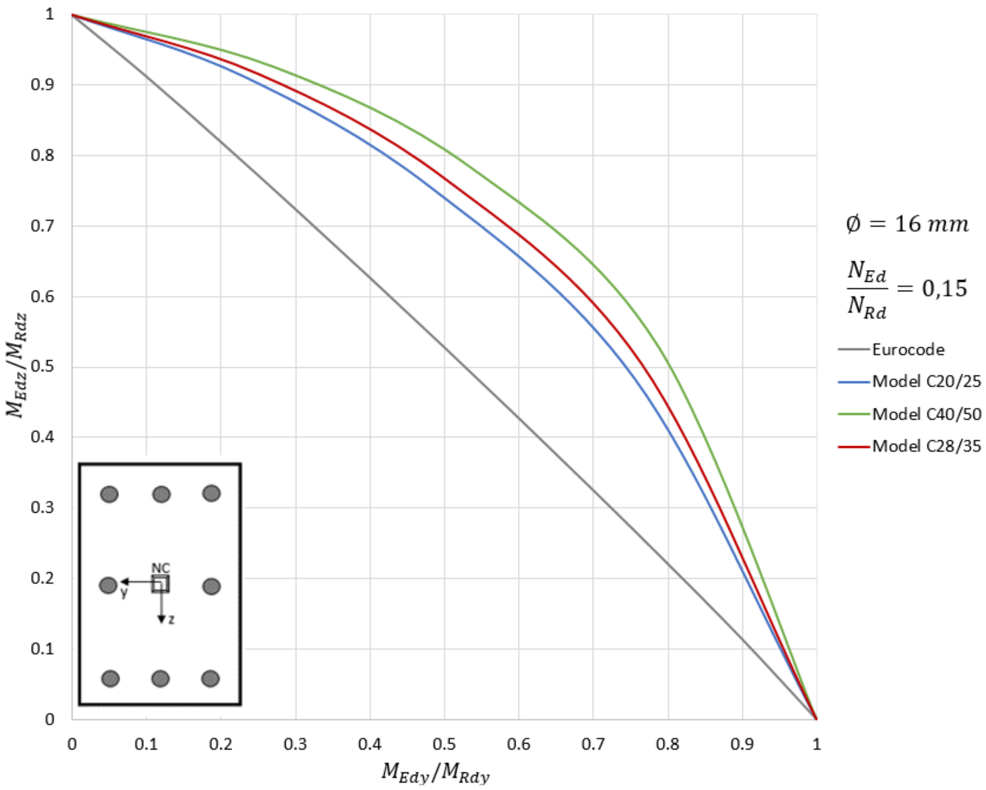


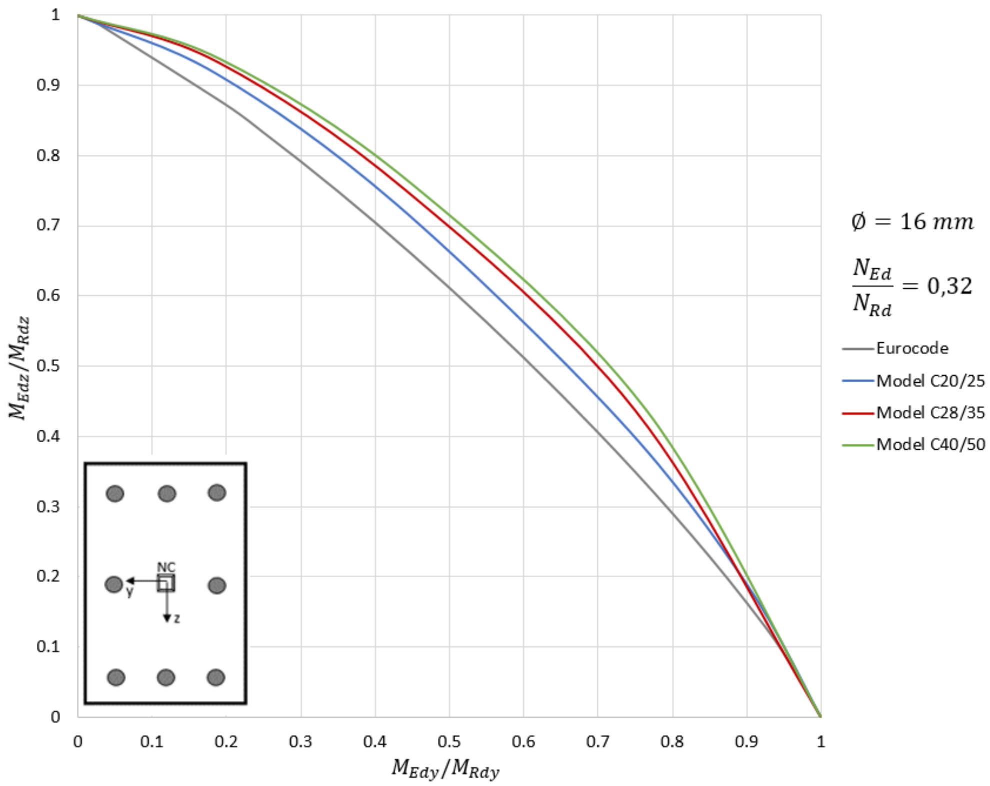
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

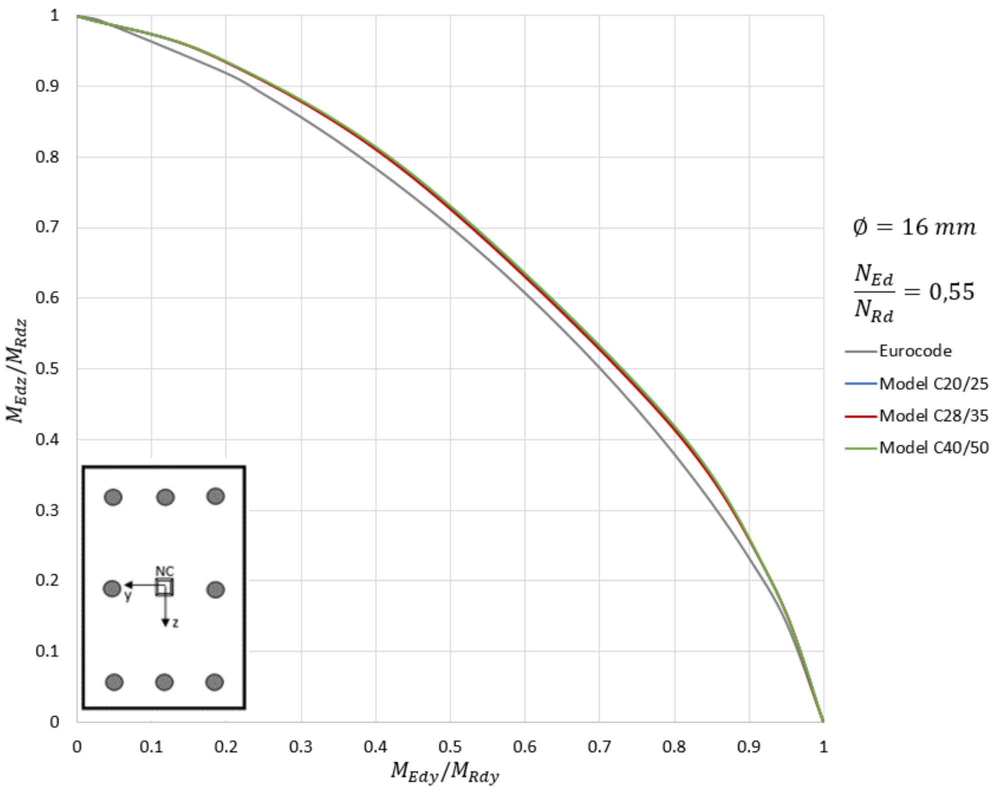


$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

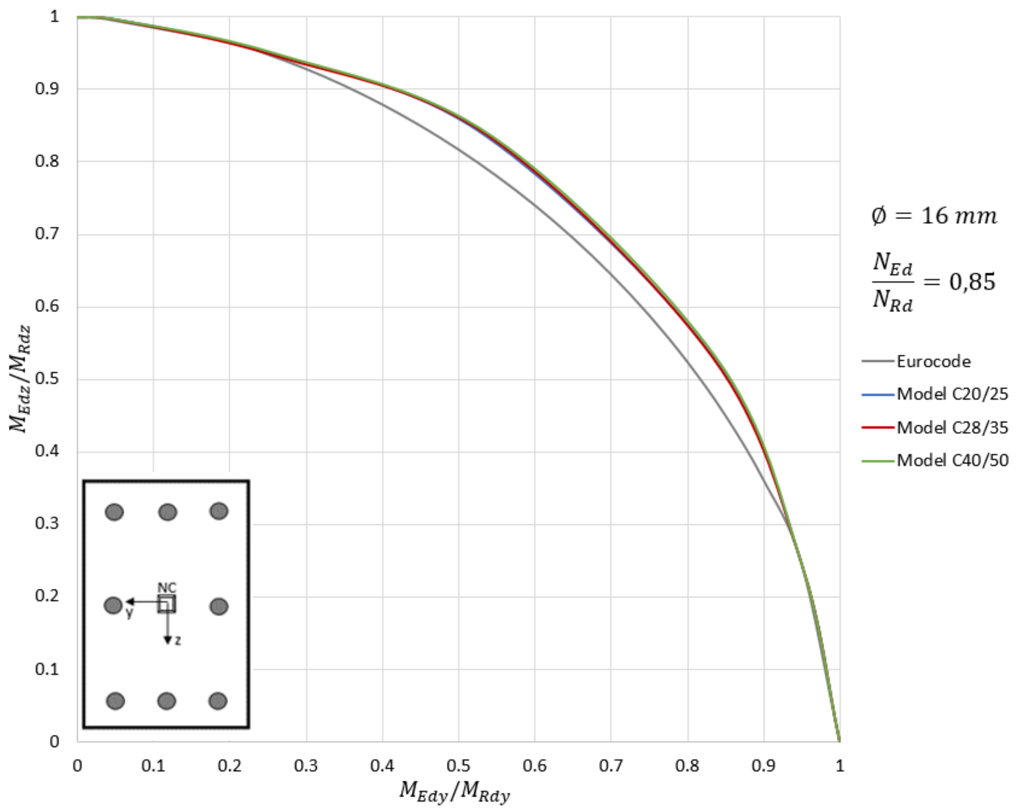
Hoogte : Breedte = 3 : 2, in breedte- en hoogterichting gewapend



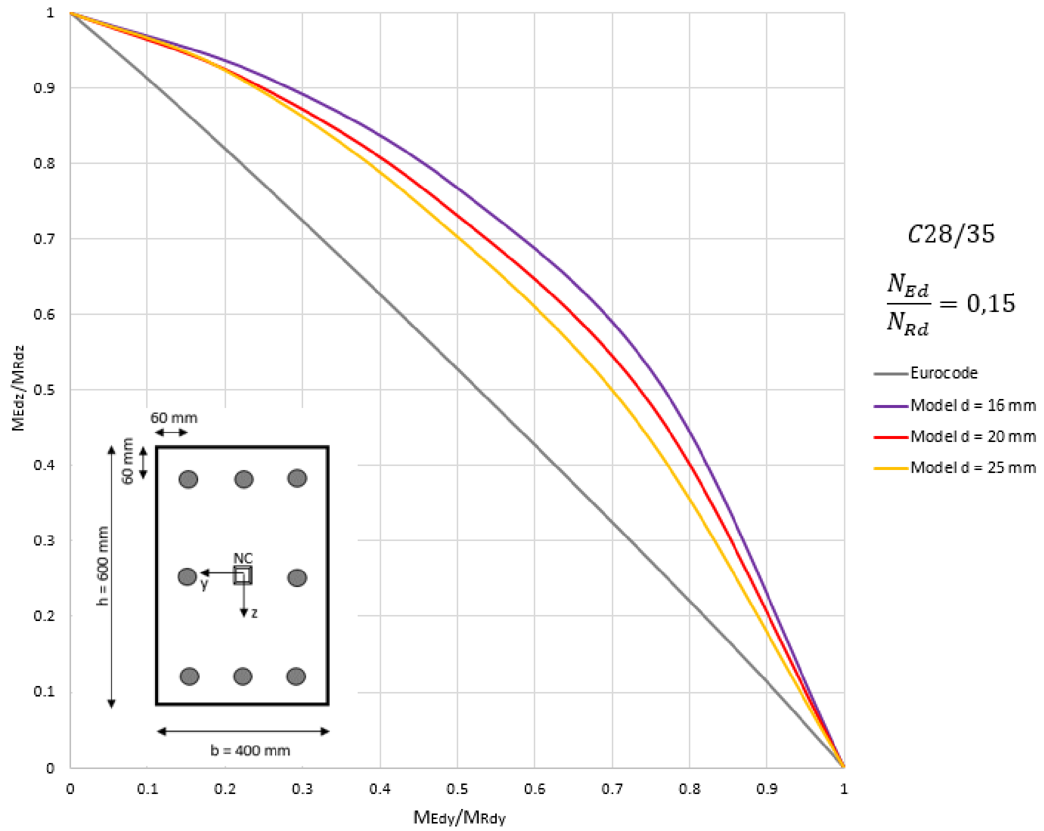


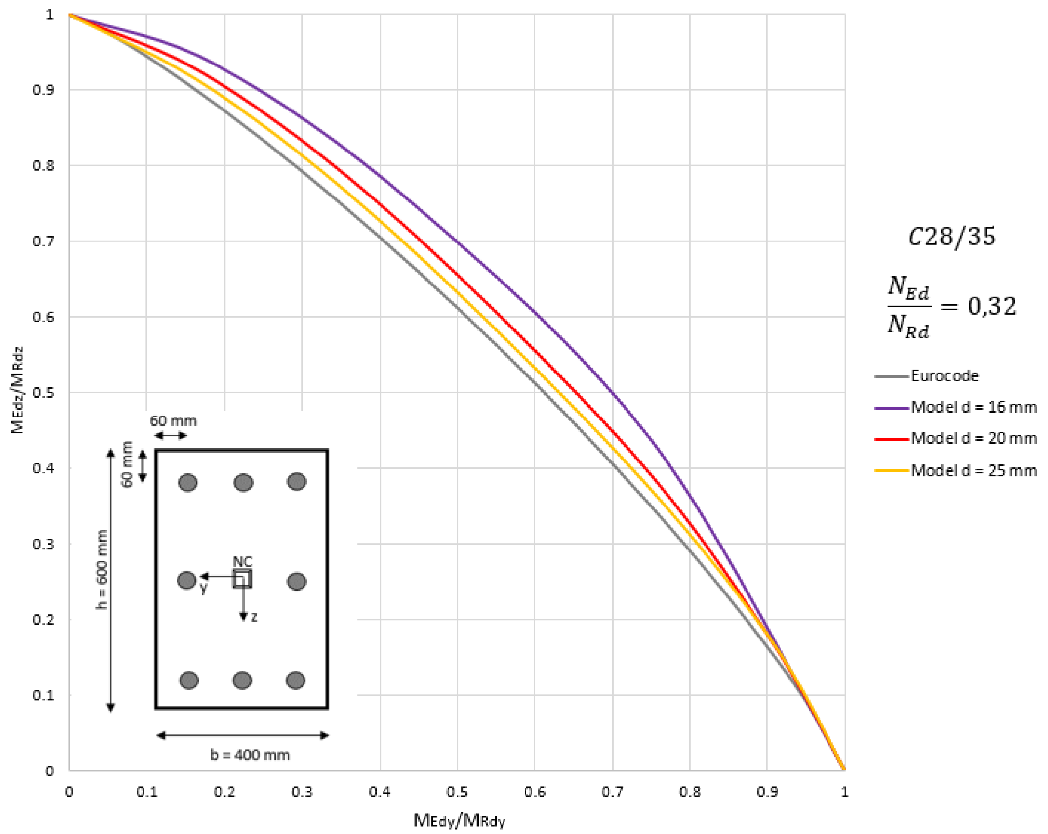


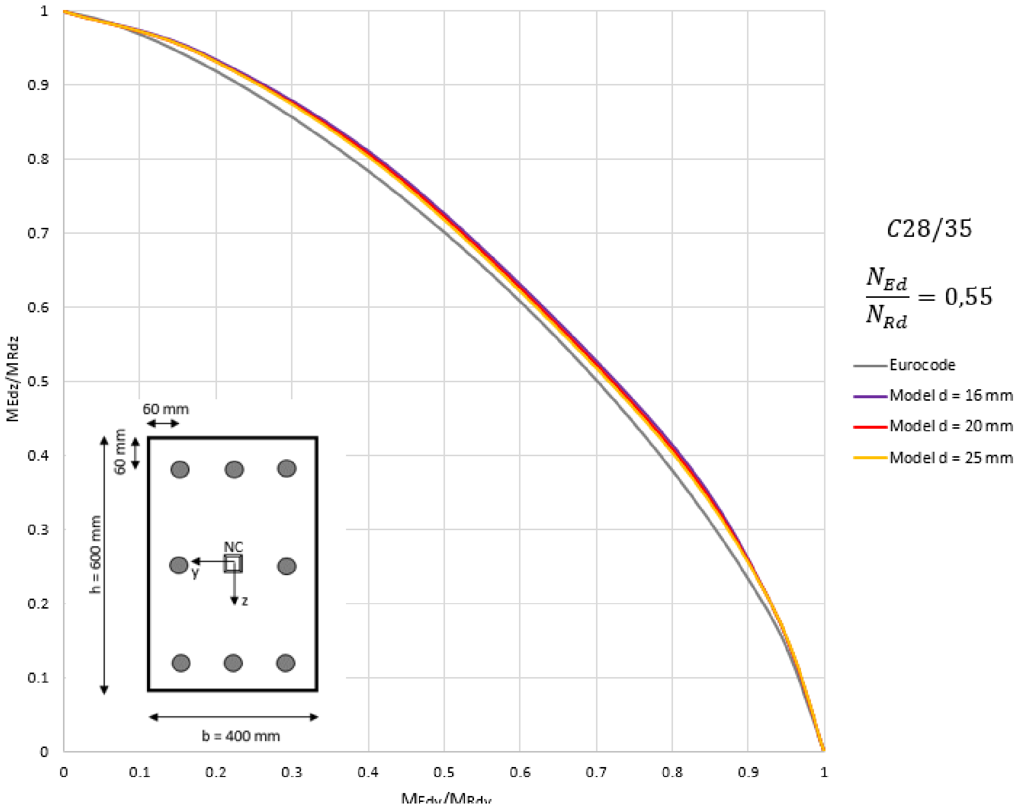
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
M_{Edz}/M_{Rdz}
M_{Edy}/M_{Rdy}
NC
y
z



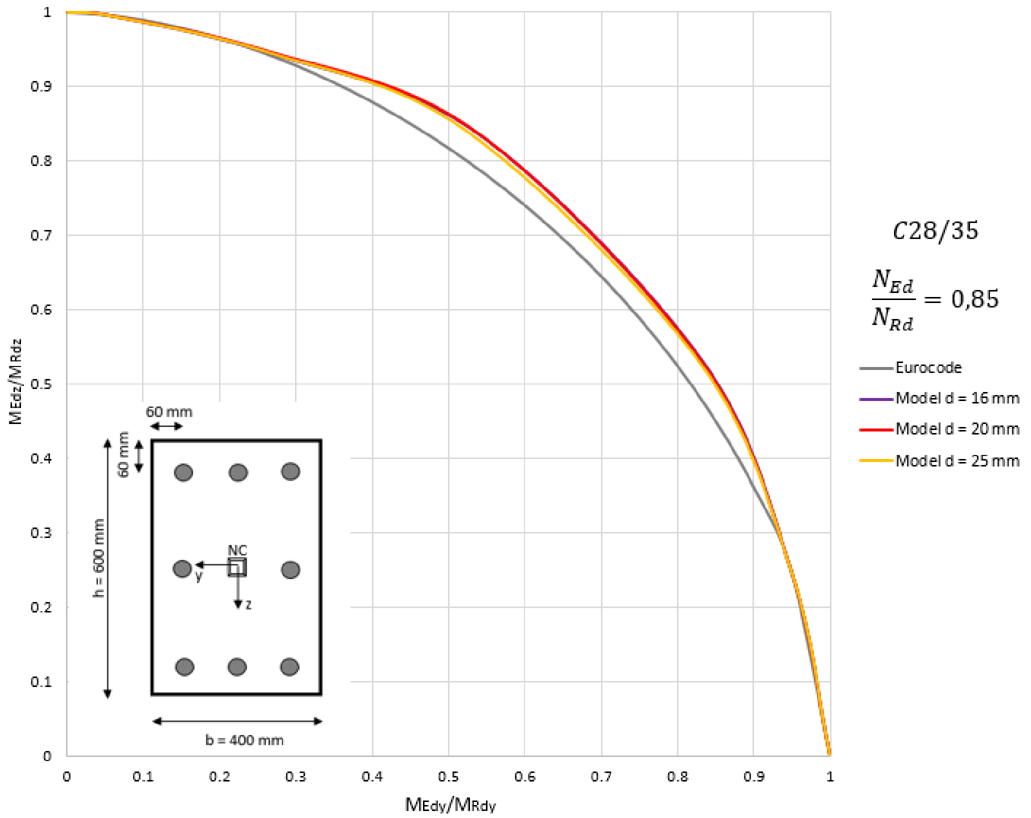
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
M_{Edz}/M_{Rdz}
M_{Edy}/M_{Rdy}
NC
y
z


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

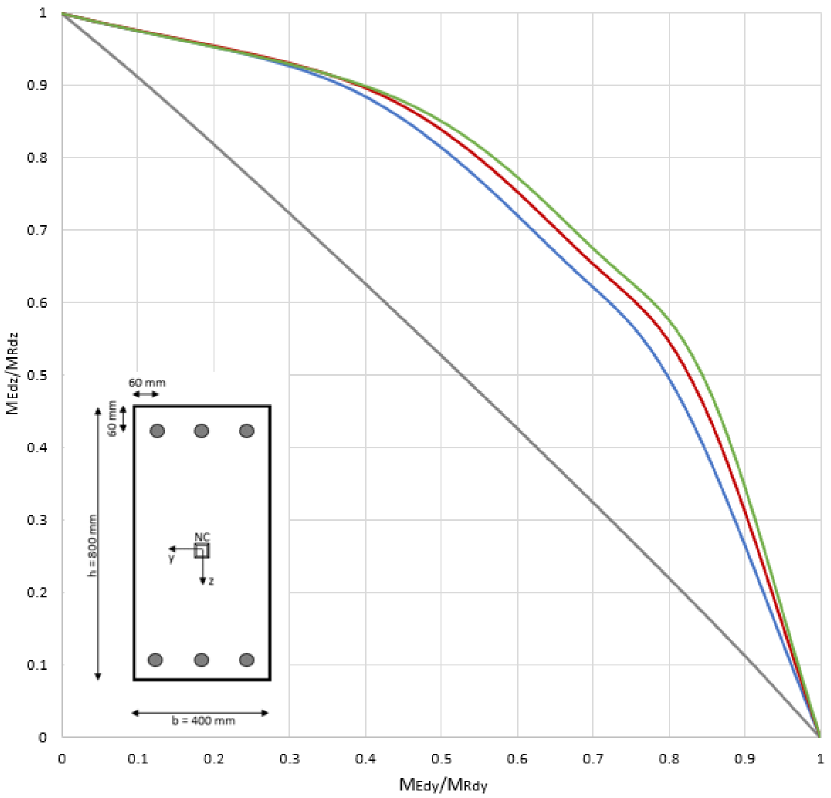


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z



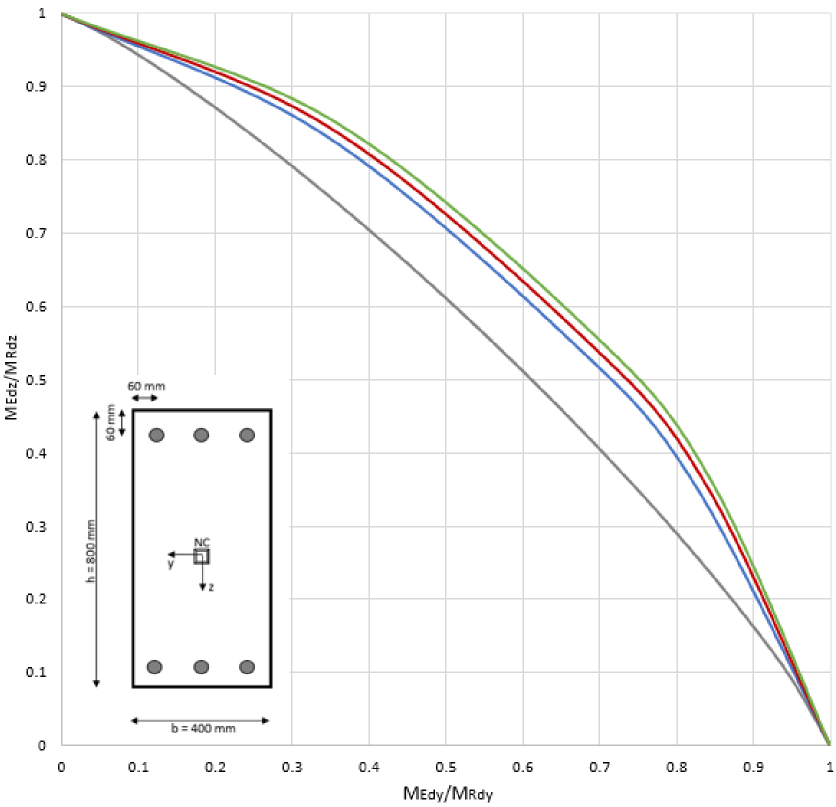
C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 600 mm
b = 400 mm
NC
y
z

Hoogte : Breedte = 2 : 1, in breedterichting gewapend



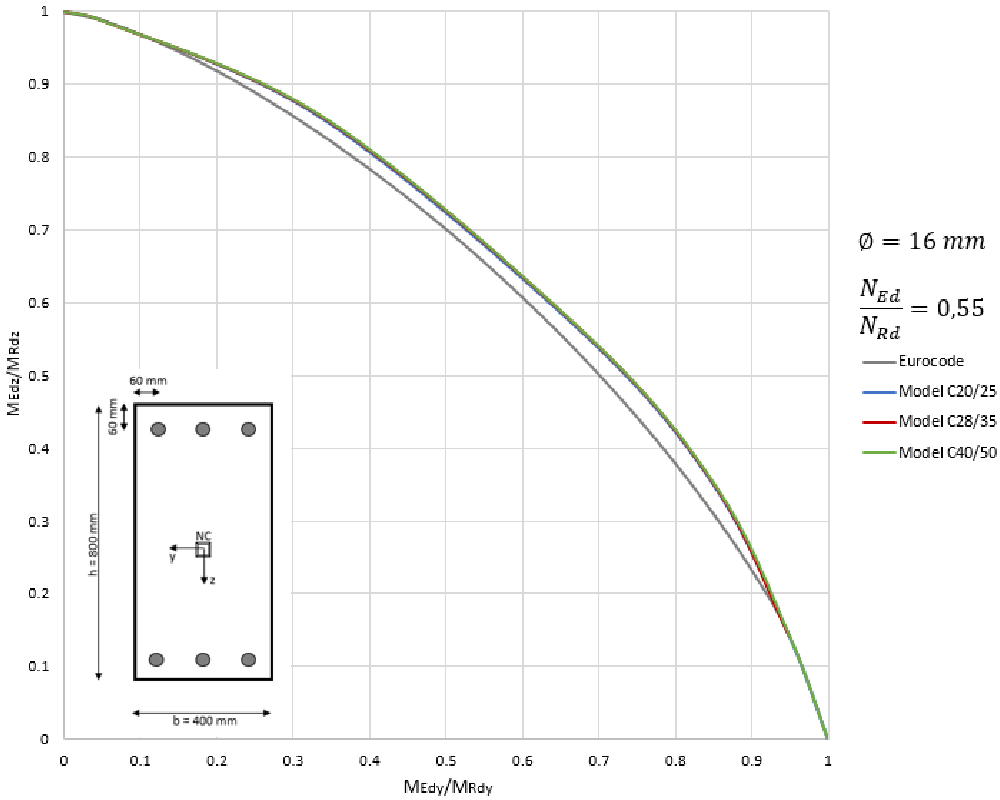
$$\varnothing = 16\ mm$$

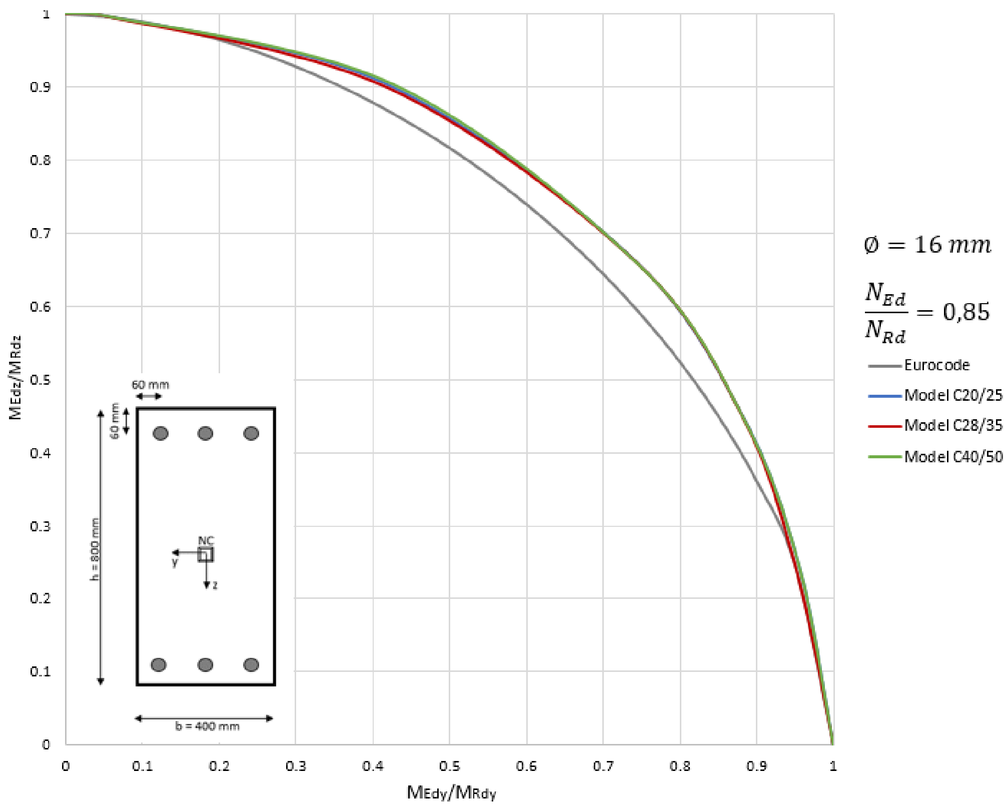
$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}15$$

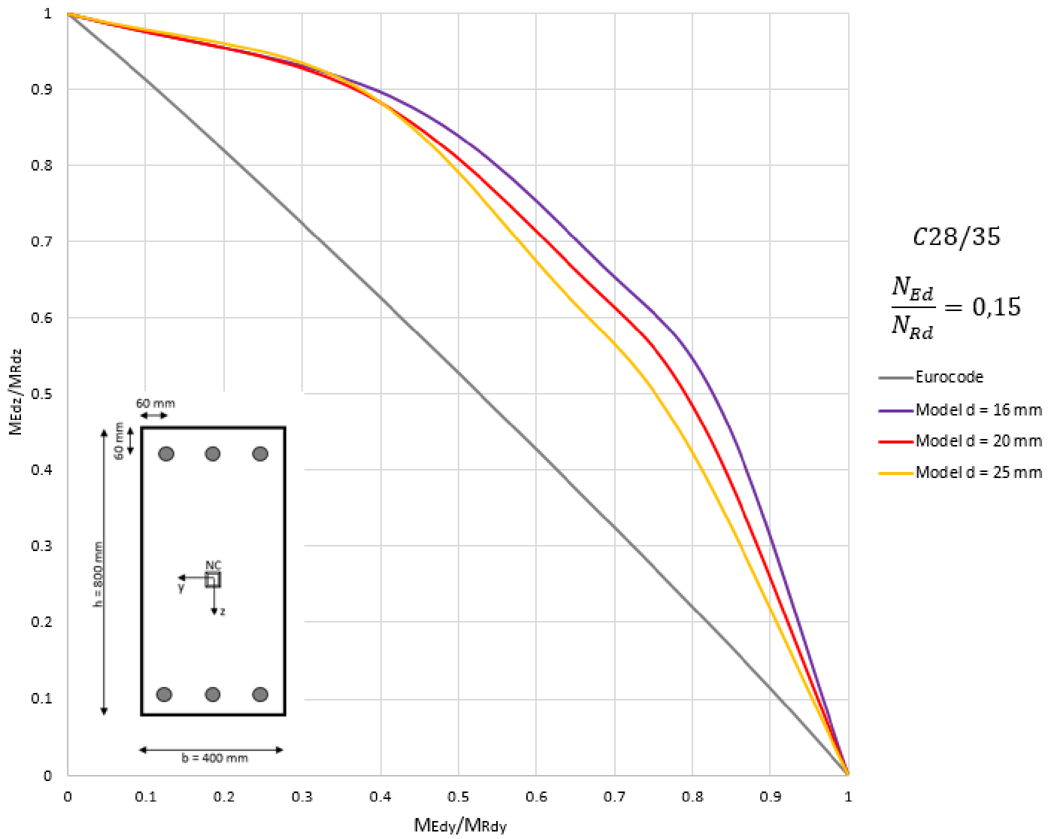


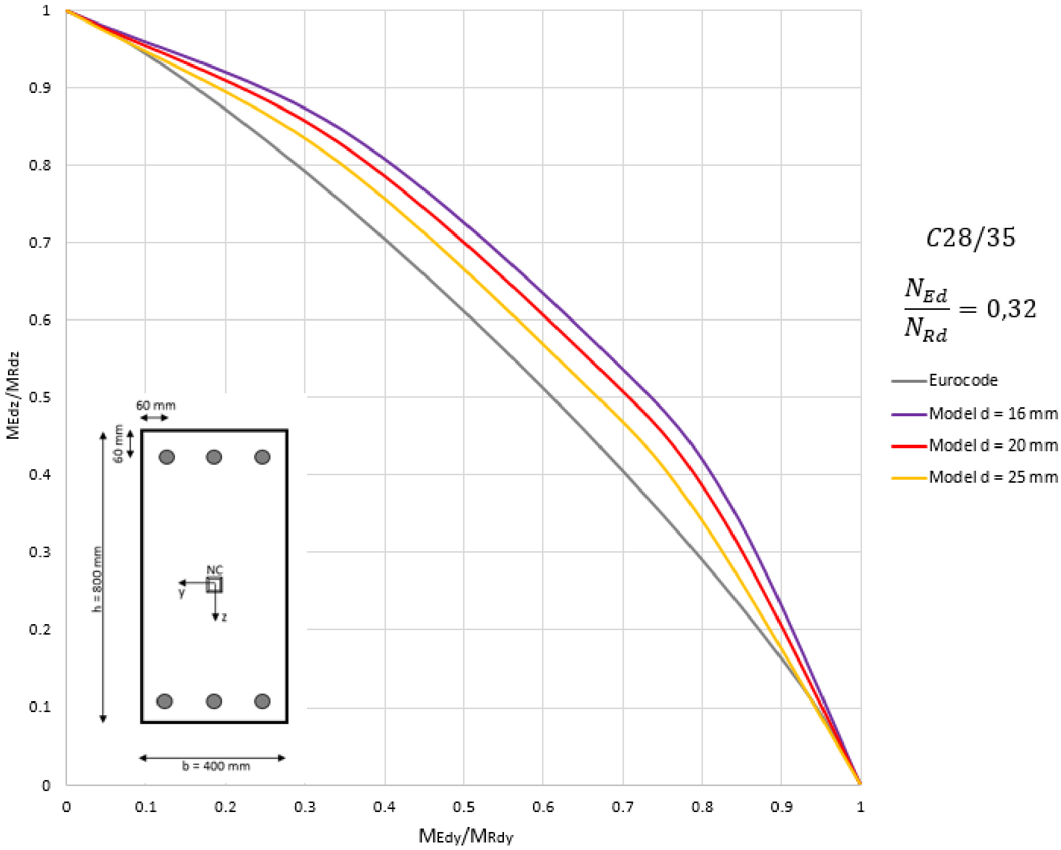
$$\varnothing = 16\ mm$$

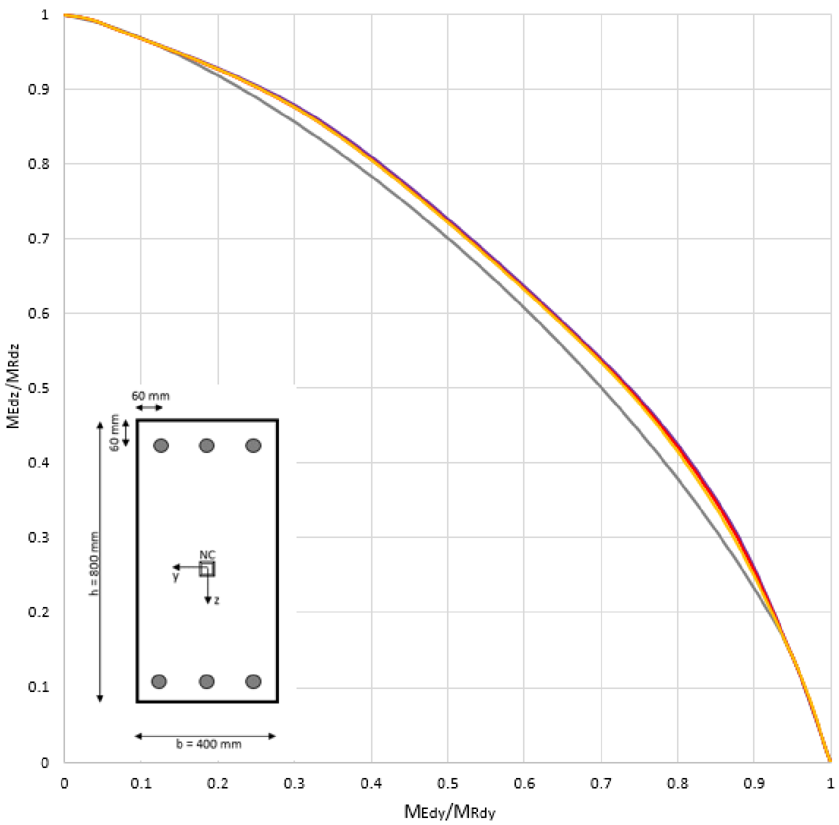
$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}32$$


$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z


$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z

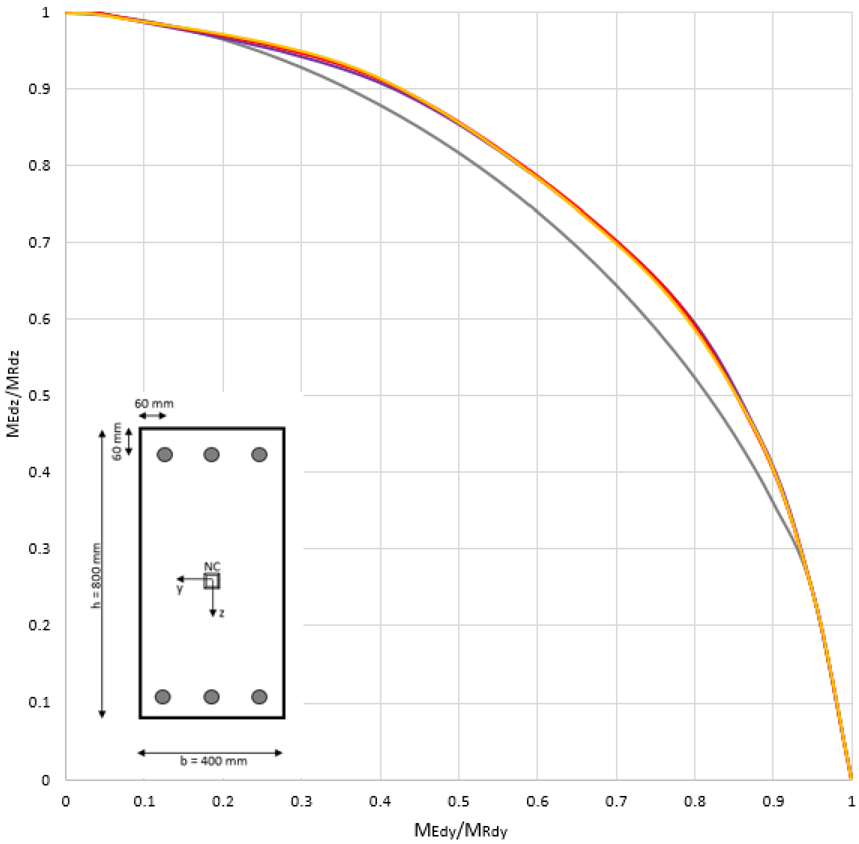

C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z



$C28/35$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$$

Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

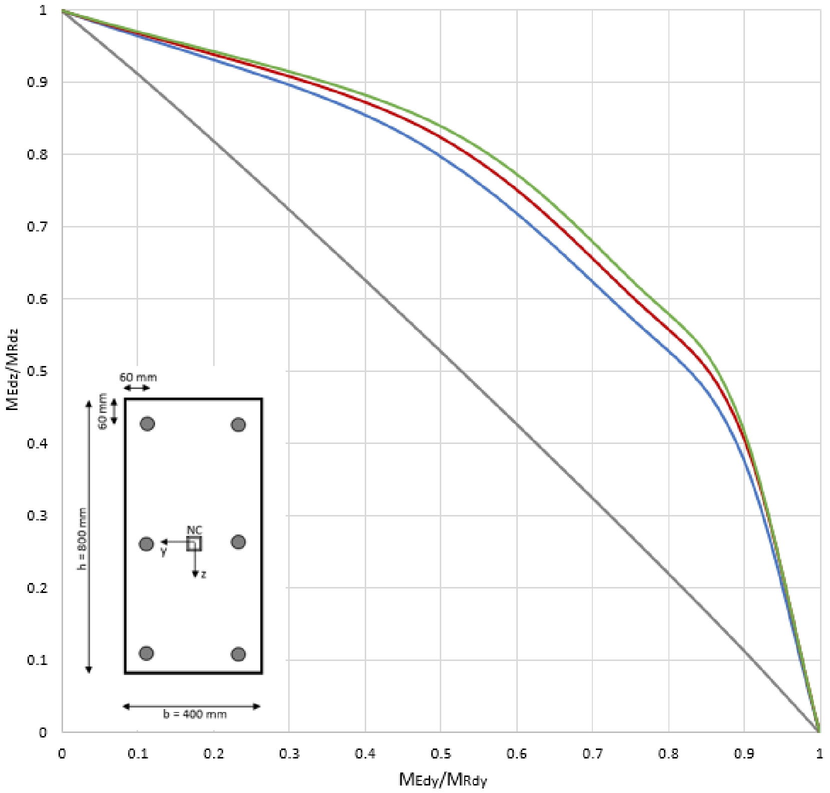


$C28/35$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$$

Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

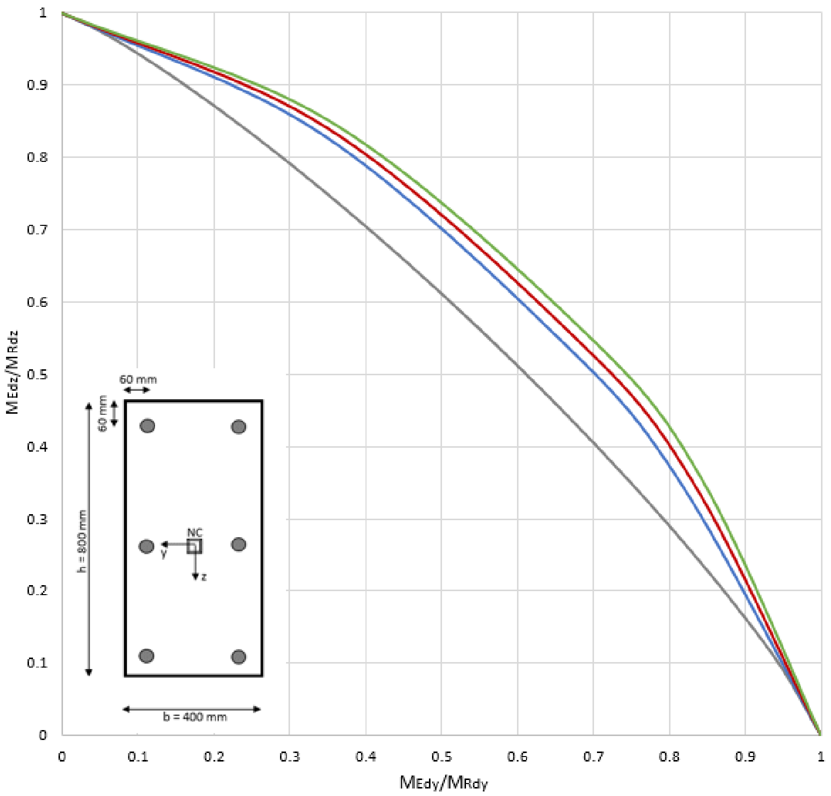
Hoogte : Breedte = 2 : 1, in hoogterichting gewapend



$\emptyset = 16\ mm$

$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}15$

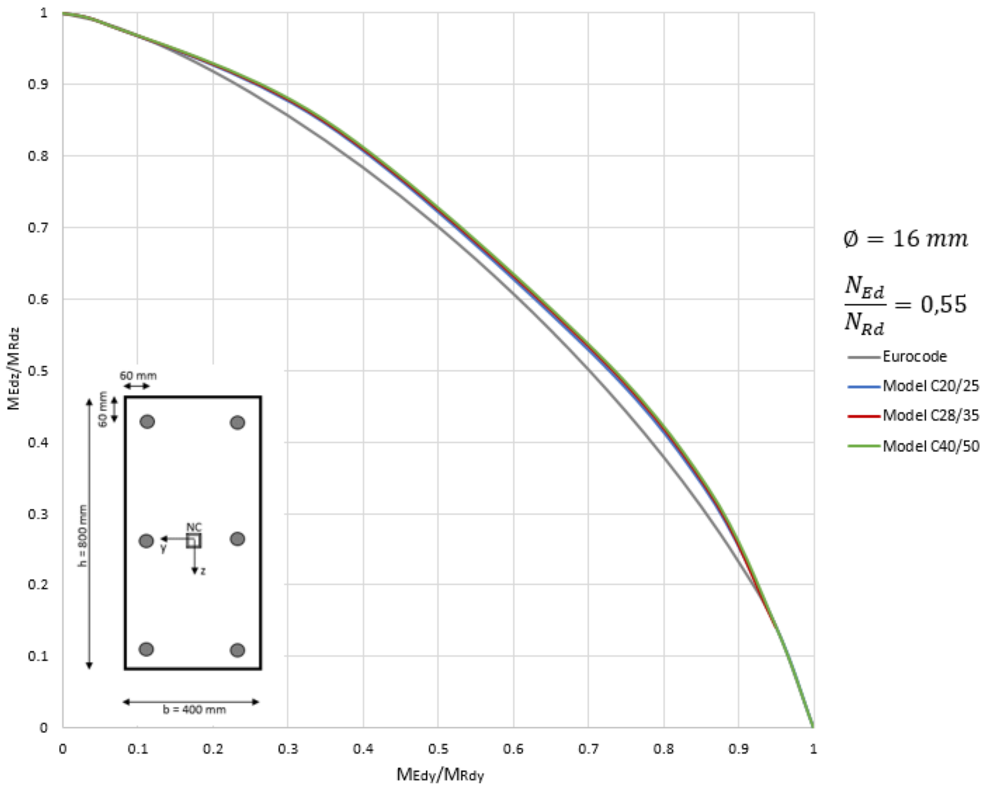
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50



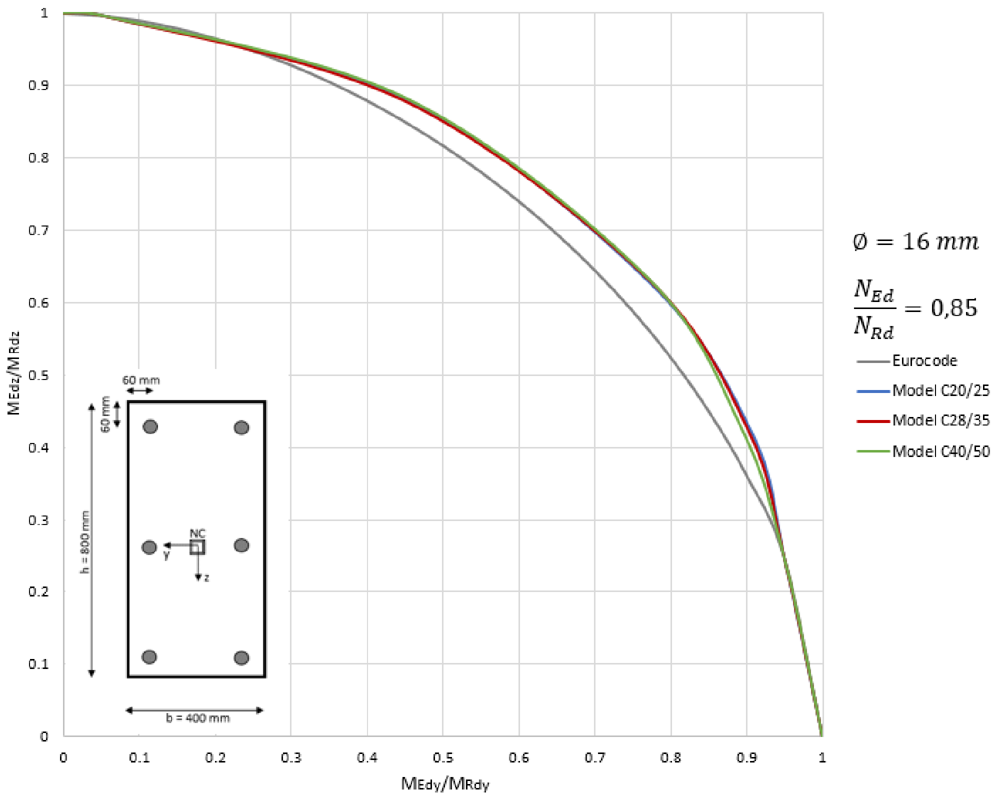
$\emptyset = 16\ mm$

$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}32$

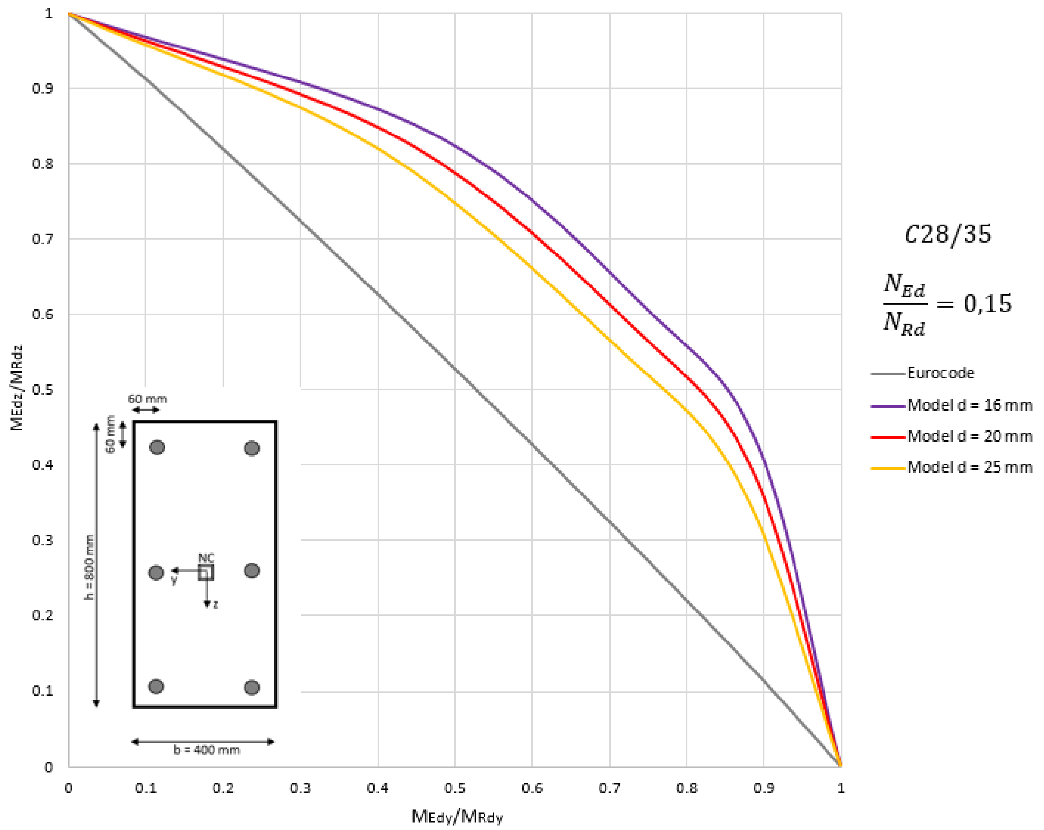
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50

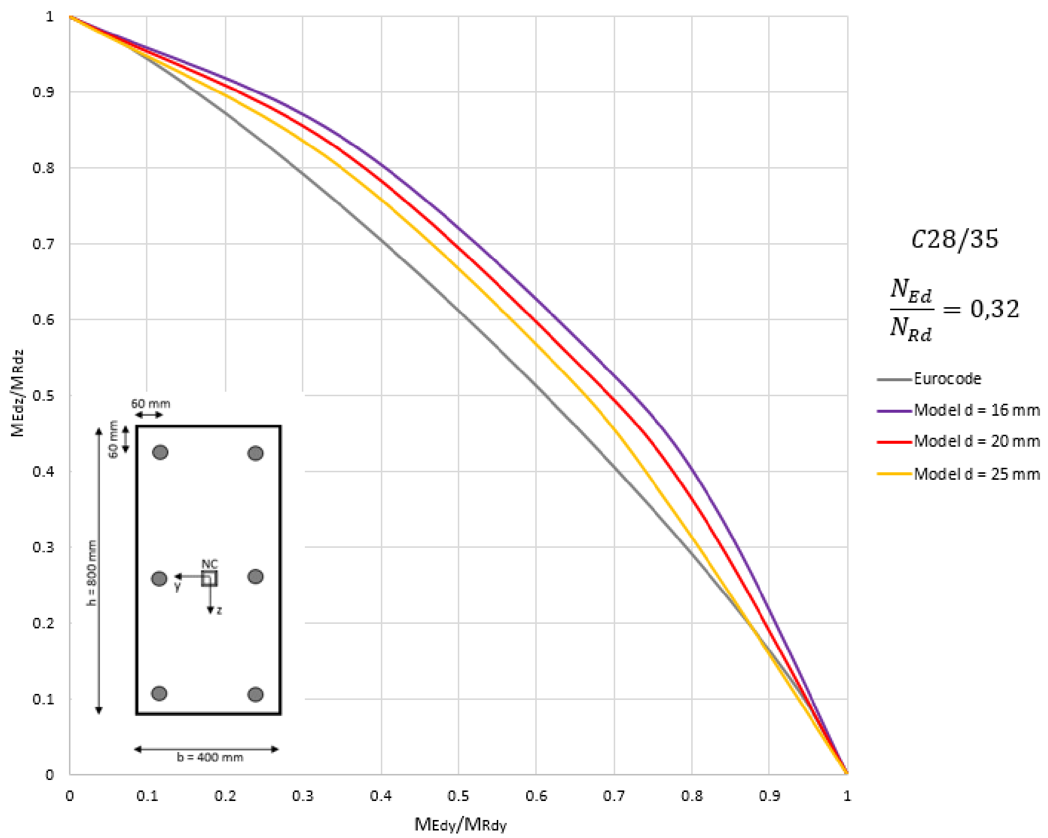


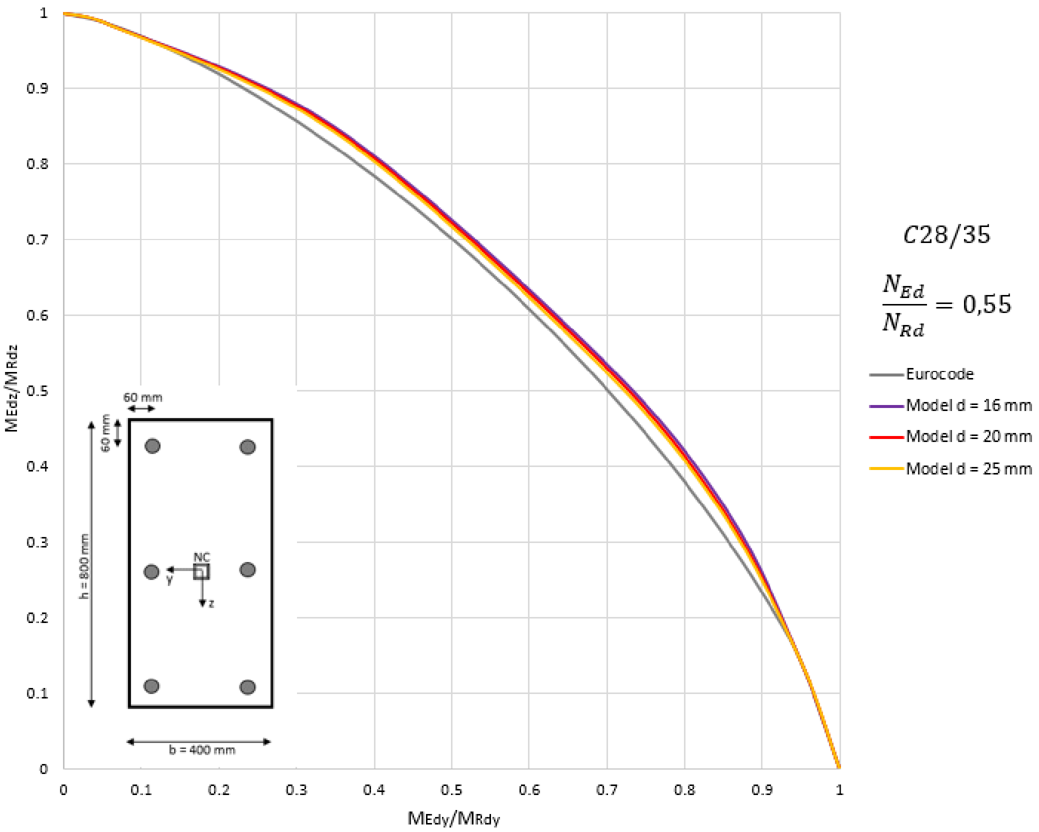
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50



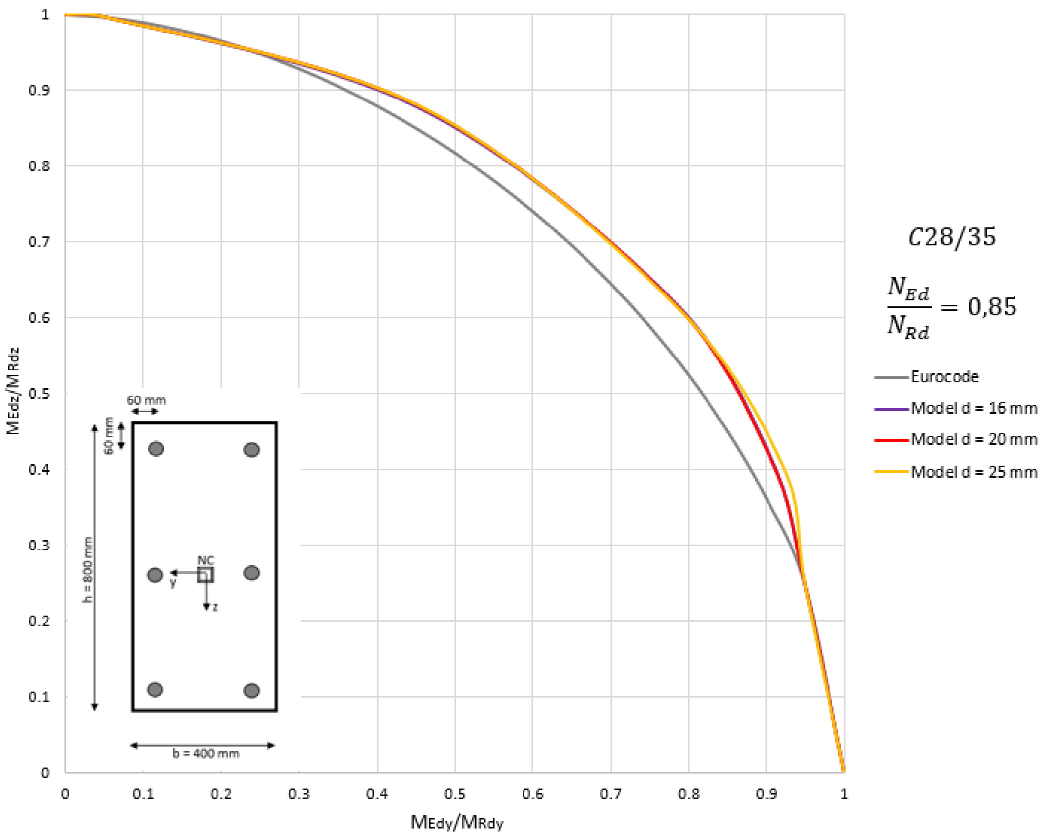
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,15$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z


C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,32$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z

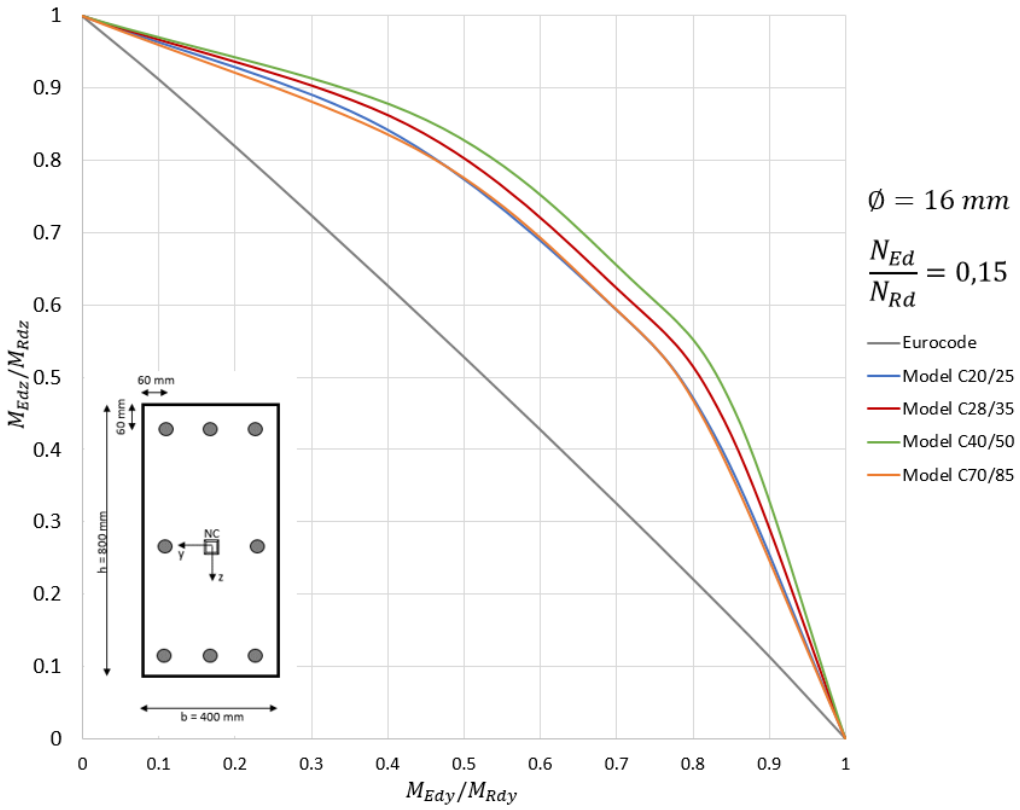


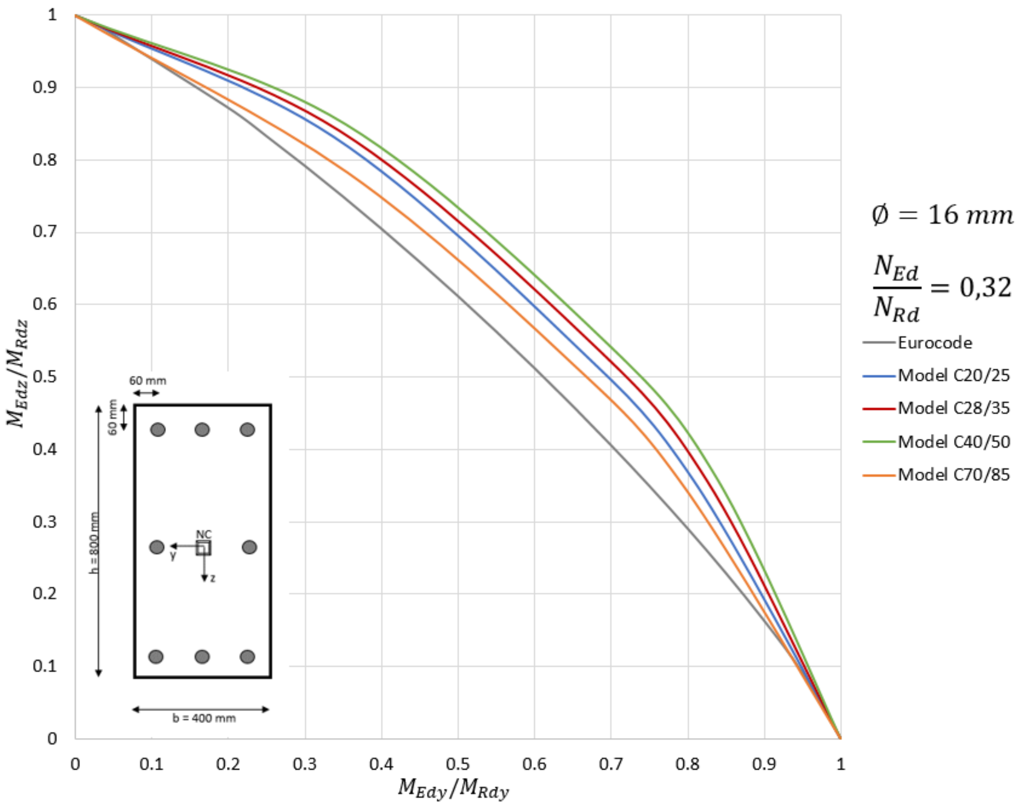
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
MEdz/MRdz
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm
C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

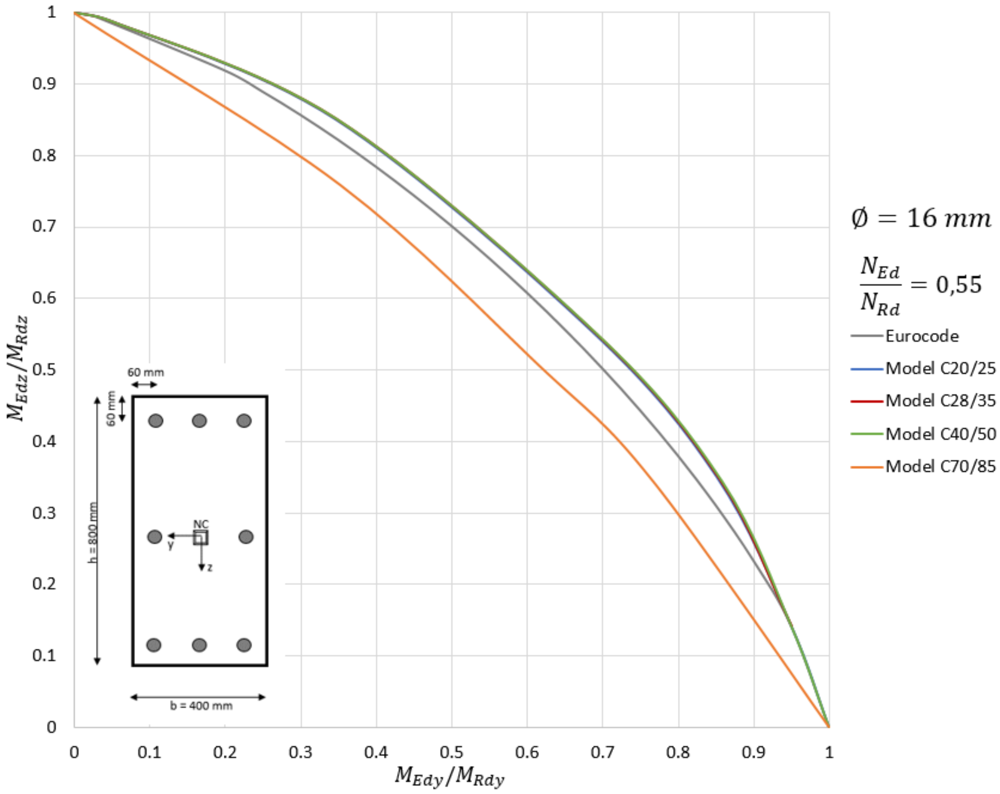


1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
MEdz/MRdz
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm
C28/35
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0,85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

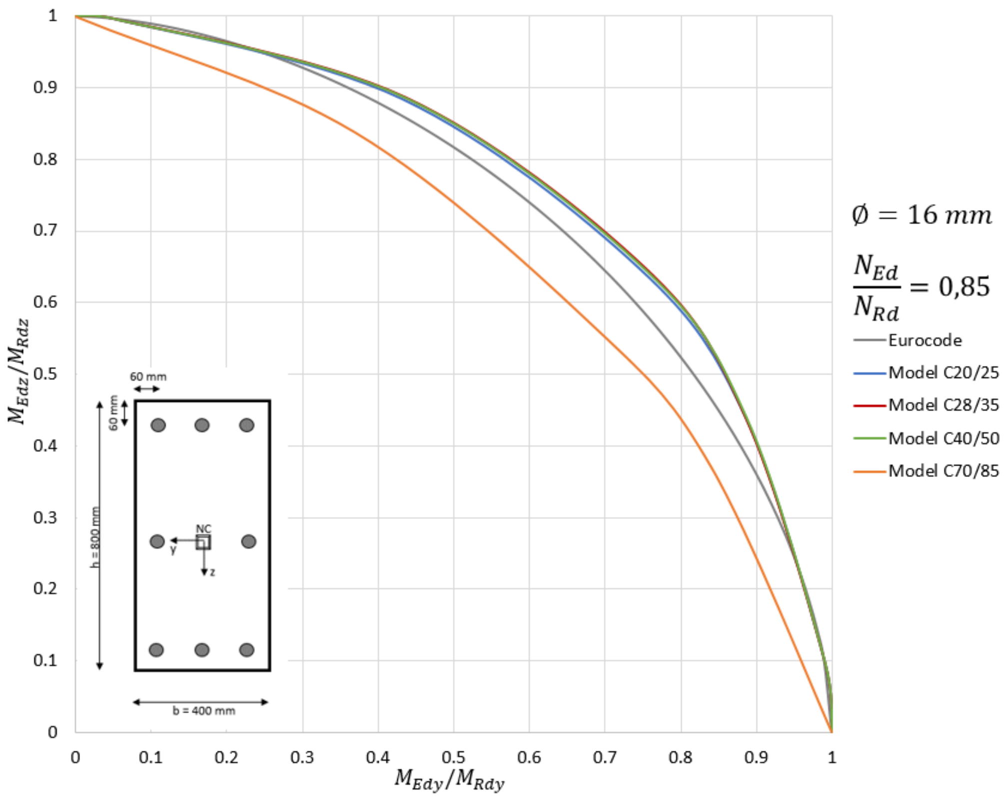
Hoogte : Breedte = 2 : 1, in breedte- en hoogterichting gewapend



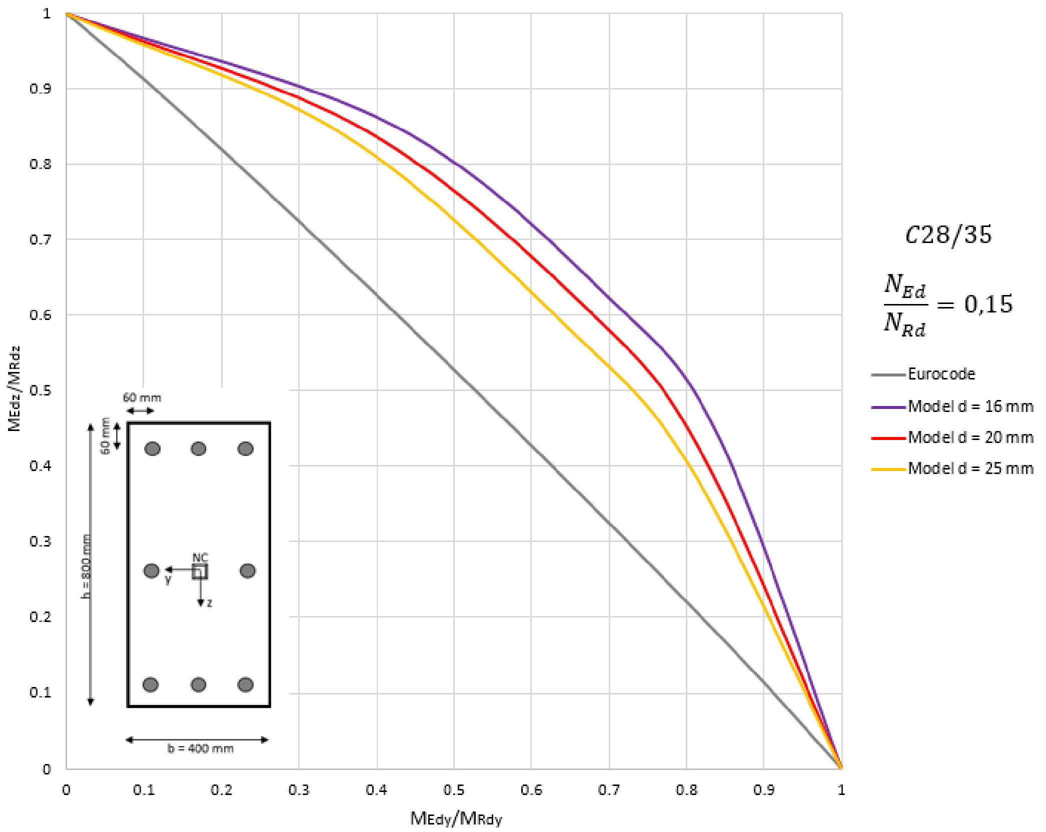


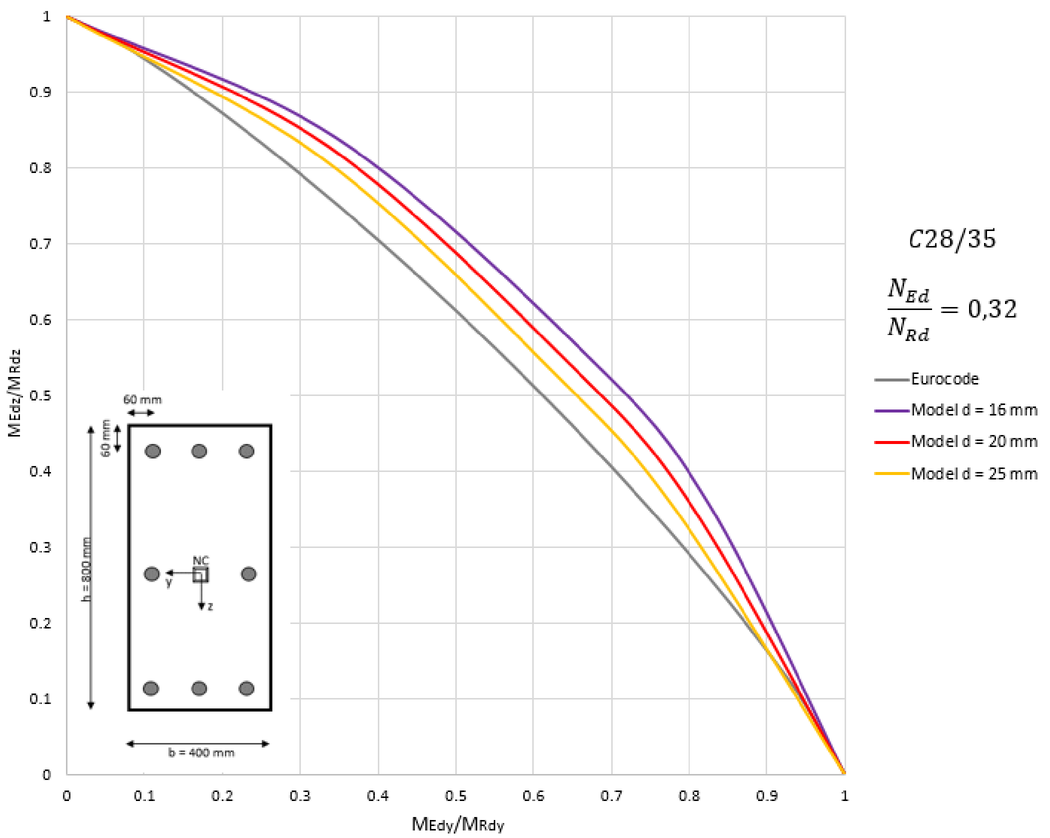


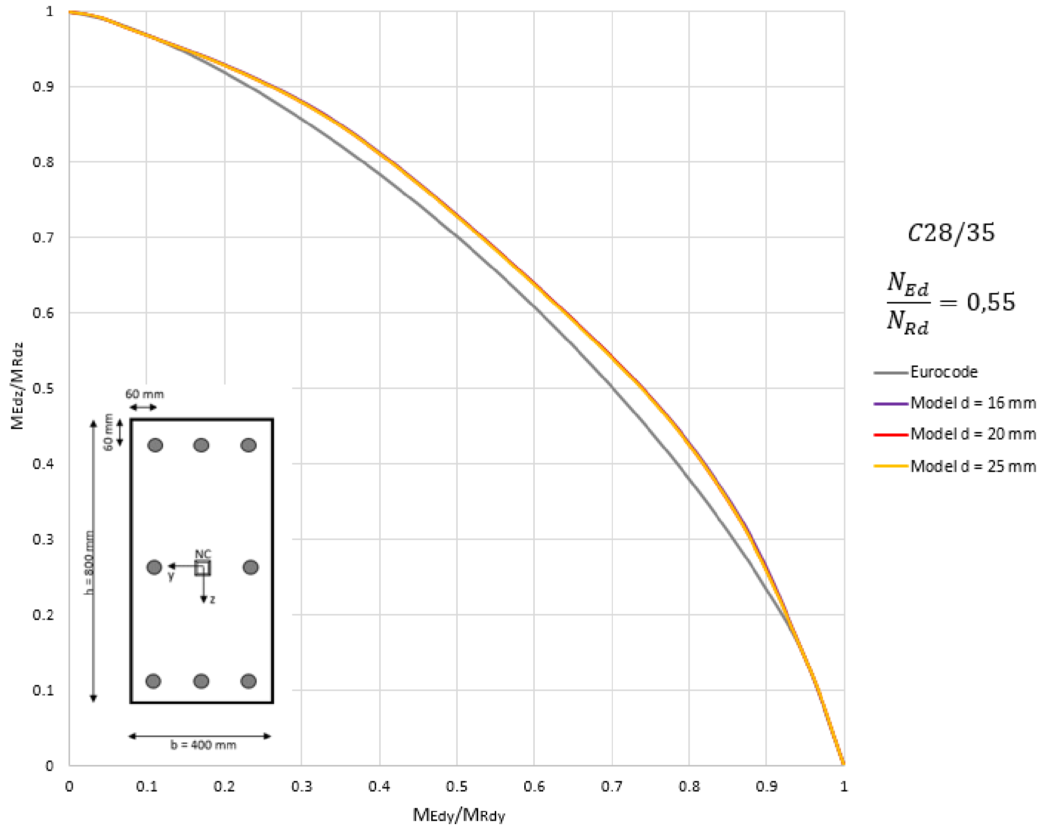
M_{Edz}/M_{Rdz}
M_{Edy}/M_{Rdy}
60 mm
60 mm
NC
y
z
h = 800 mm
b = 400 mm
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
Model C70/85

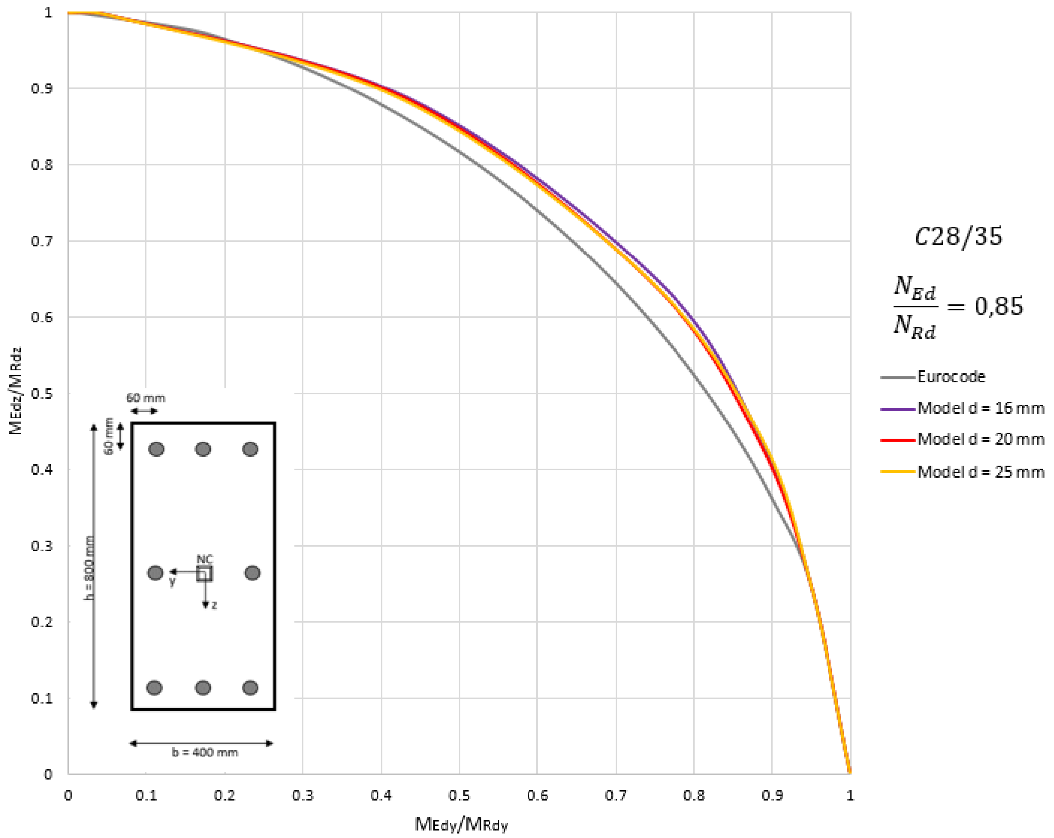


M_{Edz}/M_{Rdz}
M_{Edy}/M_{Rdy}
60 mm
60 mm
NC
y
z
h = 800 mm
b = 400 mm
$\emptyset = 16\ mm$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$
Eurocode
Model C20/25
Model C28/35
Model C40/50
Model C70/85


C28/35
N_Ed / N_Rd = 0,15
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z


C28/35
N_Ed / N_Rd = 0,32
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm
MEdz/MRdz
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
b = 400 mm
NC
y
z


1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
MEdz/MRdz
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}55$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm


1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
MEdz/MRdz
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
MEdy/MRdy
60 mm
60 mm
h = 800 mm
NC
y
z
b = 400 mm
$C28/35$
$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} = 0{,}85$
Eurocode
Model d = 16 mm
Model d = 20 mm
Model d = 25 mm

17.4 Broncode Model

Zie volgende pagina, in verband met de oriëntatie van de tekst.

```
#Importeren packages en sluiten nog openstaande vensters
from pylab import *
import numpy as np
import pylab as pl

pl.close("all")

#Variabelen Definitie
N = 5002.0e3    # = NEd
fcd = 26.67     #rekenwaarde druksterkte
ecu3 = -3.5e-3  #stuikrek, -2.7e-3 voor hogesterktebeton!
ecu = -1.75e-3  #rek einde lin-elast.gedrag,-2.0e-3 voor hogesterktebeton!
dia = 16.0      # diameter wapeningsstaven
fy = 435        #rekenwaarde vloeisterkte B500B
Es = 200000     #Elasticiteitsmodulus wapeningsstaven
phi = 0.5*math.pi   #hoek krommingsvlak met horizontaal
start = 195     #eerste gokwaarde voor betondrukzonehoogte

#Doorsnedeparameters
h = 800.0   #hoogte doorsnede
b = 400.0   # breedte doorsnede
nfc = [b/2.0, h/2.0]    #locatie normaalkrachtencentrum
staaf = zeros((8,3))    #Wapeningsmatrix
staaf[0] = [60,60,dia]  #Coordinaten in v-w-assenstelsel!
staaf[1] = [200,60,dia] #[breedte, hoogte, diameter]
staaf[2] = [340,60,dia]
staaf[3] = [60,740,dia]
staaf[4] = [200,740,dia]
staaf[5] = [340,740,dia]
staaf[6] = [60,400,dia]
staaf[7] = [340,400,dia]

#Functie Definities
def proj(y,z,phi):          #Bepaalt de afstand a1
    R = [cos(phi),sin(phi)]
    rr = [b-y,h-z]
    rrr = np.vdot(rr,R)/np.vdot(R,R)
    return rrr

def frange(start, stop, step):      #frange is range() met floats, om
    i = start                        # -evt. exactere betondrukzonehoogte
    while i < stop:                 # te krijgen (kommagetal ipv integer)
        yield i
        i += step
```

```

#Globale variabelen definieren
t = zeros((b,h))          #a1 projectiematrix
hor = zeros((b,h))        #matrix voor hor. afstanden tot stuikpunt
ver = zeros((b,h))        #matrix voor vert. afstanden tot stuikpunt

#Berekenen en toewijzen van afstanden a1, hor, ver:
for  i in range(int(b)):    #Voor elke 1x1mm2 een aparte waarde
    for j in range(int(h)):     #..in de matrixen
        t[i,j]=proj(i,j,phi)
        hor[i,j]=proj(i,j,0)
        ver[i,j]=proj(i,j,0.5*math.pi)
print "Alle afstanden zijn bepaald"

#Itereren om de betondrukzonehoogte te vinden
for xu in frange(start,1500,1):     #iteratie begint bij waarde START
    kappa = abs(ecu3/xu)             #Absolute grootte doorsnedekromming
    epsstaaf = np.zeros((len(staaf),1))     #Rekmatrix wapening
    sigmastaaf = np.zeros((len(staaf),1))   #Spanningsmatrix wapening
    Fstaaf = np.zeros((len(staaf),1))       #Krachtenmatrix wapening
    f = zeros((b,h))                        #Spanningsmatrix beton
    A = 0                                   #Gedrukt betonoppervlak
    Ntot = 0                                #Som betondrukkrachten

    for i in range(int(b)):         #Alle doorsnedepunten (1x1mm2) beton-
        for j in range(int(h)):     #..spanning toewijzen obv afstand
            if t[i,j] <= ((abs(ecu3)-abs(ecu))/abs(ecu3)) * xu:   #fcd
                f[i,j] = fcd
                A = A + 1   #drukoppervlak +1mm2
            elif t[i,j] < xu and t[i,j] > ((abs(ecu3)-abs(ecu))/abs(ecu3)) * xu:
                f[i,j] = fcd * (xu-t[i,j])/((1-(abs(ecu3)-abs(ecu))/abs(ecu3)) * xu)
                A = A + 1   #drukoppervlak +1mm2
            else:       #afstand reikt tot in trekzone
                f[i,j] = 0
      Hier kan evt. mbv een if-statement nog een voorwaarde worden toegevoegd voor een willekeurige doorsnedevorm
```

```
    for q in range(len(staaf)):     #herhalen voor elke wapeningsstaaf..
        epsstaaf[q] = ecu3 + kappa * t[staaf[q,0],staaf[q,1]]   #Rek bepalen
        sigmastaaf[q] = epsstaaf [q] * Es   #Spanning bepalen, W. v. Hooke

        if sigmastaaf[q] > fy:      #Vloeigrens overschreden? Begrenzen spanning
            sigmastaaf[q] = fy
        elif sigmastaaf[q] < -fy:   #Vloeigrens overschreden? Begrenzen spanning
            sigmastaaf[q] = -fy

        Fstaaf[q] = sigmastaaf[q]*staaf[q,2]**2*0.25*math.pi    #Staafkracht bep.

           Nc = np.sum(f)                          #Totale betondrukkracht
           Ntot = -Nc + np.sum(Fstaaf)             #Totale doorsnedekracht exclusief belasting
           if -N > Ntot:       #Horizontaal evenwicht doorsnedekrachten (incl. belasting)?
               print "breakie!"    #Zoja, dan is de betondrukzonehoogte bekend!
               break

       # Einde Iteratie

       ### Nu momentcapaciteit berekenen ###

       MYstaaf = np.zeros((len(staaf),1))  #Momentbijdragen wapeningsstaven My
       MZstaaf = np.zeros((len(staaf),1))  #Momentbijdragen wapeningsstaven Mz
       Mbeta = 0   #Hulpvariabele om afstandsfactor te kunnen bepalen

       for i in range(len(staaf)):     #herhalen voor iedere staaf
       ## In onderstaande wordt gekeken of het een neg. of pos. momentbijdrage betreft
       ##..van iedere wapeningsstaaf in My en Mz richting. Zie ook de zoneverdeling
       ##..in de hoofdtekst van deze rapportage
           if abs(hor[staaf[i,0],staaf[i,1]]) >= abs(hor[nfc[0],nfc[1]]):
               MYstaaf[i] = Fstaaf[i] * abs(hor[staaf[i,0],staaf[i,1]]-hor[nfc[0],nfc[1]])
           elif abs(hor[staaf[i,0],staaf[i,1]]) < abs(hor[nfc[0],nfc[1]]):
               MYstaaf[i] = -Fstaaf[i] * abs(hor[staaf[i,0],staaf[i,1]]-hor[nfc[0],nfc[1]])
           if abs(ver[staaf[i,0],staaf[i,1]]) >= abs(ver[nfc[0],nfc[1]]):
               MZstaaf[i] = Fstaaf[i] * abs(ver[staaf[i,0],staaf[i,1]]-ver[nfc[0],nfc[1]])
           elif abs(ver[staaf[i,0],staaf[i,1]]) < abs(ver[nfc[0],nfc[1]]):
               MZstaaf[i] = -Fstaaf[i] * abs(ver[staaf[i,0],staaf[i,1]]-ver[nfc[0],nfc[1]])

       #Momentcapaciteitbijdrage beton is in eerste instantie 0
       MYc = 0
       MZc = 0
       #Momentcapaciteit doorsnede is in eerste instantie 0
       My = 0
       Mz = 0
```

```
        for  i in range(int(b)):        #herhalen voor elk punt (1x1mm2) in de dsn
                for j in range(int(h)):
                    # in het onderstaande wordt gekeken of de betondrukspanningen
                    #..pos. of neg. bijdragen aan momentcapaciteiten My en Mz
                    if abs(hor[i,j]) > abs(hor[nfc[0],nfc[1]]):
                        MYc = MYc - f[i,j] * abs(hor[i,j]-hor[nfc[0],nfc[1]])
                    elif abs(hor[i,j]) < abs(hor[nfc[0],nfc[1]]):
                        MYc = MYc + f[i,j] * abs(hor[i,j]-hor[nfc[0],nfc[1]])
                    if abs(ver[i,j]) > abs(ver[nfc[0],nfc[1]]):
                        MZc = MZc - f[i,j] * abs(ver[i,j]-ver[nfc[0],nfc[1]])
                    elif abs(ver[i,j]) < abs(ver[nfc[0],nfc[1]]):
                        MZc = MZc + f[i,j] * abs(ver[i,j]-ver[nfc[0],nfc[1]])
                    Mbeta = Mbeta + abs(f[i,j]*(t[i,j])) #Statisch moment betondrukkrachten

        My = np.sum(MYstaaf)+MYc  #Totale momentcapaciteit dsn
        Mz = np.sum(MZstaaf)+MZc  #Totale momentcapaciteit dsn

        print My
        print Mz
        print xu

        alfa = abs(Ntot / ((A)*fcd))    #Volheidsfactor alfa bepalen
        print "alfa is", alfa
        beta = (Mbeta / Nc) / xu        #Afstandsfactor beta bepalen
        print "beta", beta


        #Plotten van de wapeningsstaven in de doorsnede, kleur geeft status wap. aan:
        for i in range(len(staaf)):
            if sigmastaaf[i] == 435:
                pl.plot(staaf[i,0],staaf[i,1],marker ="o",color="green", markersize = 8)
            elif sigmastaaf[i] == -435:
                pl.plot(staaf[i,0],staaf[i,1],marker ="o",color="red", markersize = 8)
            elif sigmastaaf[i] < 435 and sigmastaaf[i] > 0:
                pl.plot(staaf[i,0],staaf[i,1],marker ="o",color="PaleGreen", markersize = 8)
            elif sigmastaaf[i] > -435 and sigmastaaf[i] < 0:
                pl.plot(staaf[i,0],staaf[i,1],marker ="o",color="DarkOrange", markersize = 8)


        pl.plot(nfc[0],nfc[1], "b+") #Kruisje in het NC ter indicatie ligging
```

```
        #Grijze rand om de kolomdoorsnede
        pl.axvline(0,0,h,color="Grey", linewidth = 5)
        pl.axvline(b,0,h,color="Grey", linewidth = 5)
        pl.axhline(0,0,b,color="Grey", linewidth = 5)
        pl.axhline(h,0,b,color="Grey", linewidth = 5)


        #Roteren plot (anders op z'n zijde)
        fr = np.rot90(f,k=3)
        fr = fliplr(fr)

        #Geef de spanningen weer adh van een kleurverloop (Blauw):
        pl.pcolormesh(fr, cmap=plt.cm.get_cmap('Blues'))

        #Plotveld
        pl.xlim(-50,b)
        pl.ylim(-50,h)
        pl.axis("equal")
        pl.colorbar()

        #Laat het plaatje zien
        show()
```