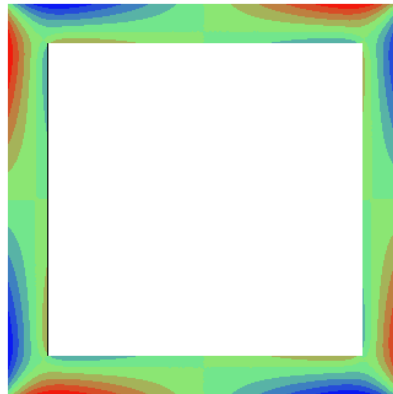


Wellingsspanningen in kokerprofielen

Eindrapport bachelor eindwerk



Naam : Reshma Nirmalsingh
Studienummer : 4049136

Begeleiders : Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
: Dr. ing. A. Romeijn

Datum : Juni 2010

Voorwoord

Dit rapport is tot stand gekomen in het kader van het Bachelor eindwerk (CT-3000) aan de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de TU Delft. Dit rapport bevat informatie over mijn onderzoek naar het gedrag van welvingspanningen in kokerprofielen. Mijn dank gaat uit naar dr. ir. P. C. J. Hoogenboom en dr. ing. A. Romeijn voor hun begeleiding van dit project.

Den Haag, juni 2010

Reshma Nirmalsingh

Inhoudsopgave

Voorwoord.....	2
Inhoudsopgave.....	3
1. Inleiding	4
1.1 Probleemstelling	4
1.2 Doelstelling.....	4
1.3 Aanpak.....	4
2. Welving.....	6
2.1 Gehinderde welving.....	6
2.2 Theorie van Vlasov.....	6
2.3. Gebruikte Raamwerkprogramma's.....	8
2.3.1 Shapedesigner V6.56.....	8
2.3.2 Datafit v.9.0	9
3. Berekeningen.....	9
3.1 Werkwijze	9
3.2 Overeenkomst met massieve rechthoekige doorsnede.....	12
3.3 Formule voor de welvingsconstante.....	14
3.4 Formule voor de maximale welvingsfunctie ($\psi_{\max}$).....	17
4. Praktische toepassing.....	19
4.1 Gesloten kokerbrug.....	19
4.2 Open kokerbrug.....	22
5. Conclusies.....	23
5.2 Aanbevelingen.....	23
6. Bronvermelding.....	24
6.2 Lijst van tabellen	24
6.3 Lijst van Figuren.....	25
7.Bijlage:Tabellen ter controle nauwkeurigheid mesh in Shapedesigner	26

1. Inleiding

In de hedendaagse constructiewereld zijn kokerprofielen niet meer weg te denken. In deze profielen ontstaan er spanningen die worden veroorzaakt door normaalkrachten, buigende momenten, dwarskrachten en door wringende momenten. Deze spanningen kunnen met de hand snel worden berekend, met uitzondering van de normaalspanning die optreedt bij een wringend moment met verhinderde welving. Voor het berekenen van de laatst genoemde spanning moet specialistische software worden gebruikt. Veelal wordt deze specialistische berekeningen niet uitgevoerd omdat men verwacht dat de spanningen door verhinderde welving in kokers verwaarloosbaar is. Het is nog onduidelijk of dit inderdaad altijd het geval is.

1.1 Probleemstelling

Voor I-profielen bestaan eenvoudige formules om de spanning door verhinderde welving te berekenen. Het is de verwachting dat soortgelijke formules ook kunnen worden ontwikkeld voor kokerprofielen. Zo wordt het mogelijk voor constructeurs om de spanningsverdeling in kokerprofielen uit te rekenen zonder gebruik te maken van specialistische programma's. Dit zal ze ook heel veel tijd besparen. Dit document zal antwoord geven op de volgende vraag:

Is het mogelijk om een simpele methode te ontwikkelen om de grootste normaalspanning door verhinderde welving in een vierkante kokerprofiel uit te rekenen?

1.2 Doelstelling

Het ontwikkelen van een simpele methode om de grootste normaalspanning door verhinderde welving in een kokerprofiel uit te rekenen. Dit kan worden bereikt door twee formules te ontwikkelen.

1. Het ontwikkelen van een formule om de welvingsconstante van een kokerprofiel uit te rekenen.
2. Het ontwikkelen van een formule om de grootste waarde van de welvingsfunctie uit te rekenen.

1.3 Aanpak

Als eerst zal de benodigde software worden gedownload en geïnstalleerd (Shapedesigner en Datafit). Daarna zal tijd worden besteedt aan het begrijpen van de theorie en het leren omgaan met de software. Vervolgens zullen een aantal vierkante kokerprofielen met verschillende hoogte, breedte en wanddikte worden uitgerekend. Keuze van de afmetingen zal zodanig zijn dat de meeste praktisch voorkomende verhoudingen zijn vertegenwoordigd. Voor elk profiel zullen de welvingsconstante en de grootste waarde van de welvingsfunctie worden vastgelegd. Het elementennet zal worden gevarieerd om voldoende nauwkeurigheid te bereiken. Als laatste zal met het raamwerkprogramma Datafit een formule worden ontwikkeld voor de welvingsconstante en de maximale waarde van de welvingsfunctie aan de hand van de gevonden resultaten in Shapedesigner. De gekozen formules zullen zodanig zijn dat deze voldoen aan de eenheden van de welvingsconstante (C_w), welke gelijk is aan m^6 en van de maximale welvingsfunctie $\psi_{(max)}$, welke

gelijk is aan m^2 . Om de nauwkeurigheid van de formules te garanderen wordt als uitgangspunt gesteld dat de berekende waarden een foutmarge van kleiner dan 10 % moeten hebben.

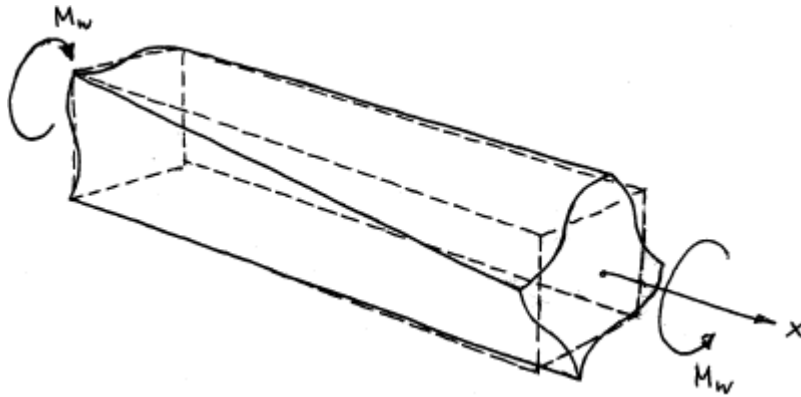
Enkele andere profieleigenschappen, zoals het wringtraagheidsmoment, zullen ook worden berekend en handmatig gecontroleerd. Hiermee kan de betrouwbaarheid van de berekeningen in Shapedesigner worden getoetst.

Samenvattend zal dit onderzoek bestaan uit drie gedeelten:

1. Een theoretisch gedeelte waarbij de nodige theorieën zullen worden bestudeerd.
2. Een praktisch gedeelte waarbij de berekeningen zullen worden uitgevoerd met behulp van het programma Shapedesigner.
3. Een praktisch gedeelte waarbij de gewenste formules zullen worden ontwikkeld.

2. Welving

Onder welving verstaat men: het vervormen van een vlakke normaaldoorsnede. De oorzaak hiervan is een optredende wringend moment en/of een dwarskracht.



Figuur 1. Welving van een vierkante doorsnede door wringing [1]

2.1 Gehinderde welving

Wringspanningen treden op als de welving ongehinderd kan optreden. In de praktische constructiewereld is dit vaak niet het geval. Het gevolg hiervan is het voorkomen van gebreken in de ideale wringtheorie. Dit doet zich voor bij opleggingen, daar waar wringende momenten optreden en daar waar de doorsnede zich hervormt.

2.2 Theorie van Vlasov

Door V.Z. Vlasov werd een wringtheorie ontwikkeld, waarin gehinderde welving is verwerkt [2]. Deze wordt ook wel "warping torsion" of "non-uniform torsion" genoemd. De wringtheorie van Saint Venant [3] wordt gekenmerkt door "circulatory torsion" of "uniform torsion". In de theorie van Vlasov is de specifieke verwringing (θ) niet constant langs de x-as. De hoekverdraaiing φ van de liggerdoorsnede volgt uit de differentiaal vergelijking :

$$EC_w \frac{d^4 \varphi}{dx^4} - GI_w \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = m_x \quad (1)$$

Waarin:

GI_w : de wringstijfheid

EC_w : de welvingstijfheid

m_x : verdeeld wringend moment langs de ligger

De welvingsconstante wordt gedefinieerd als :

$$C_w = \int_A \psi^2 dA \text{ en heeft een eenheid m}^6$$

Het bimoment B ontstaat in een doorsnede wanneer welving gehinderd wordt. Het is gedefinieerd als $B = -\int_A \sigma_{xx} dA$ en heeft een eenheid Nm^2

Bij oplossen van (1) worden de volgende formules voor het bimoment en het wringend moment gebruikt.

$$B = -EC_w \frac{d^2 \varphi}{dx^2}$$

$$M_w = GI_w \frac{d\varphi}{dx} + \frac{dB}{dx}$$

De theorie van Vlasov reduceert tot de theorie van Saint Venant als de welvingstijfheid nul is, het verdeelde moment nul is en de welving vrij is.

Aan de Vlasov theorie zijn er een aantal randvoorwaarden verbonden. Enkele voorbeelden zijn:

1. Inklemming : niet roteren en niet welven : $\varphi = 0, \frac{d\varphi}{dx} = 0$
2. Gaffeloplegging : Niet roteren en vrij welven : $\varphi = 0$ en $B = 0$
3. Kopplaat met hele ruime bouten : vrij roteren en niet welven : $M_w = 0, \frac{d\varphi}{dx} = 0$
4. Vrij uiteinde : Vrij roteren en vrij welven : $M_w = 0, B = 0$

Aan de hand van deze randvoorwaarden kunnen berekeningen uitgevoerd worden.

Spanningen volgens Vlasov

De spanningsverdeling volgens de wringtheorie van Vlasov draag bij aan 3 aspecten nl. :

1. Schuifspanning volgens de theorie van Saint Venant
2. Schuifspanning door gehinderde welving en
3. Normalspanning door gehinderde welving

Normaliter treden de grootste waarden van de bijdrages op in diverse punten van de doorsnede. Dit is de reden voor het gebruiken van software om het maatgevende punt te vinden. Vooral als er ook spanningen optreden door:

4. Normaalkracht N ,
5. Moment M_y in de y-richting.
6. Moment M_z in de z-richting
7. Dwarskracht D_y in de y-richting en
8. Dwarskracht D_z in de z-richting

Zijn y en z de hoofdrichtingen van de doorsnede, dan wordt de normalspanning m.b.v de computer uitgerekend met :

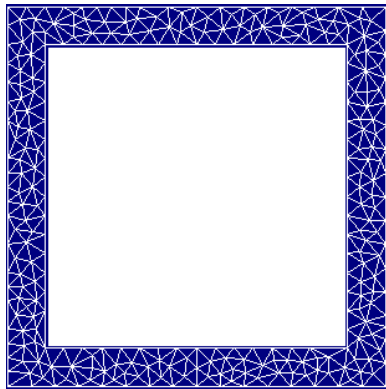
$$\sigma_{xx}(y,z) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{B}{C_w} \psi$$

2.3. Gebruikte Raamwerkprogramma's

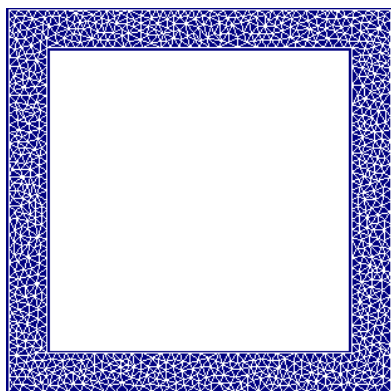
Voor de nodige berekeningen in dit onderzoek is er gebruik gemaakt van de proefversie van 2 raamwerkprogramma's. Deze zijn Shapedesigner V6.56 [4] en Datafit V9.0 [6]. Hieronder volgt een beschrijving van bovengenoemde raamwerkprogramma's.

2.3.1 Shapedesigner V6.56

In het programma Shapedesigner [4] wordt de doorsnede opgedeeld in een groot aantal vierhoekige en driehoekige elementen, ook wel mesh of elementennet genoemd. De grootte van het elementennet kan zelf ingesteld worden. Voor het verkrijgen van de juiste waarden moet het elementennet zo groot mogelijk worden ingesteld. Er geldt : hoe groter het elementennet, des te nauwkeuriger de berekeningen. Voor exacte resultaten moet de berekeningen worden herhaald met een elementennet van ongeveer halve grootte (zie bijlage H.7). Indien de resultaten veel verschillen dan zijn de gebruikte elementen te groot. De tijd die het programma in beslag neemt om een berekening uit te voeren is ongeveer 10 sec. bij een kleine elementennet (vb. 2450) en ongeveer 40 sec. bij een grootte elementennet (vb. 9650). In de tekening hieronder is er een tekening met een kleine elementennet (mesh) en een grote elementennet weergegeven.



Figuur 2 Elementennet vierkante kokerprofiel (477 elementen)



Figuur 3: Elementennet vierkante profiel vergroot (1598 elementen)

2.3.2 Datafit v.9.0

Met behulp van het raamwerkprogramma Datafit [6] wordt er geprobeerd een formule te ontwikkelen voor de welvingsconstante (C_w) en de maximale welvingstijfheid ($\psi_{\max}$). Dit programma beschikt over een database van 232 standaardformules waarvan de parameters nog onbekenden zijn. Het beschikt ook over een mogelijkheid om een eigen formule met onbekende parameters in te voeren. Van deze mogelijkheid is er gebruik gemaakt bij dit onderzoek. Voor het ontwikkelen van de formule worden de waarden van de welvingstijfheid en maximale welvingsfunctie van de verschillende vierkante kokerprofielen die zijn uitgerekend in Shapedesigner gebruikt. De waarden van de hoogte, breedte of wanddikte worden dan eerst uitgezet tegen de welvingstijfheid en daarna tegen de welvingsconstante. Er wordt ook gekeken naar het gedrag van de breedte of wanddikte uitgezet tegen de welvingsconstante gedeeld door de maximale welvingsfunctie ($C_w/\psi_{\max}$). Vervolgens worden een aantal formules met onbekende parameters handmatig ingevoerd. Het programma kiest dan een formule dat het best bij deze waarden past en bepaalt dan de waarden van de onbekende parameters. Het programma is niet geheel nauwkeurig en er wordt daarom als voorwaarde gesteld dat de berekende waarden een foutmarge van kleiner dan 10% moeten hebben.

3. Berekeningen

Zoals eerder aangegeven worden voor een aantal vierkante kokers de hoogte, breedte en de wanddikte gevarieerd om te kijken wat voor invloed deze grootheden hebben op de welvingsconstante en de welvingsfunctie. Ook de wringtraagheidsmoment (J) wordt handmatig uitgerekend om de nauwkeurigheid van de berekeningen te controleren. Hieronder volgt een voorbeeld.

3.1 Werkwijze

Eerst worden de afmetingen van de hoogte, breedte en wanddikte ingevoerd in Shapedesigner. Vervolgens wordt de grootte van de elementen ingesteld. Hierna wordt de berekening door het programma uitgevoerd. Als laatste worden de gevonden waarden van de welvingsconstante (C_w) en de maximale welvingsfunctie ($\psi_{\max}$) dan in een tabel opgenomen. Voor de berekeningen van de wringtraagheidsmoment wordt gebruikt gemaakt van de formule van Bredt [5]. Deze is :

$$I_w = \frac{4 * A^2}{\sum_i \frac{S_i}{h_i}}, \text{ hierin is } A \text{ de binnenoppervlakte van de koker vanuit de hartlijn van de wanddikte.}$$

S_i : de hoogte of breedte van het profiel en

h_i : de wanddikte van de kokerprofiel.

Voorbeeld 1

$h = 50 \text{ mm}$ (hoogte)

$b = 50 \text{ mm}$ (breedte)

$t = 5 \text{ mm}$ (wanddikte)

$$A^2 = ((h - t) * (b - t))^2 = ((50 - 5) * (50 - 5))^2 = 4100625 \text{ mm}^4$$

$$\sum_i \frac{h_i}{t_i} = \frac{45}{5} + \frac{45}{5} + \frac{45}{5} + \frac{45}{5} = 36$$

$$I_w = \frac{4 * A^2}{\sum_i \frac{h_i}{t_i}} = \frac{4 * 4100625}{36} = 455625 \text{ mm}^4 = J_{(\text{analytisch})}$$

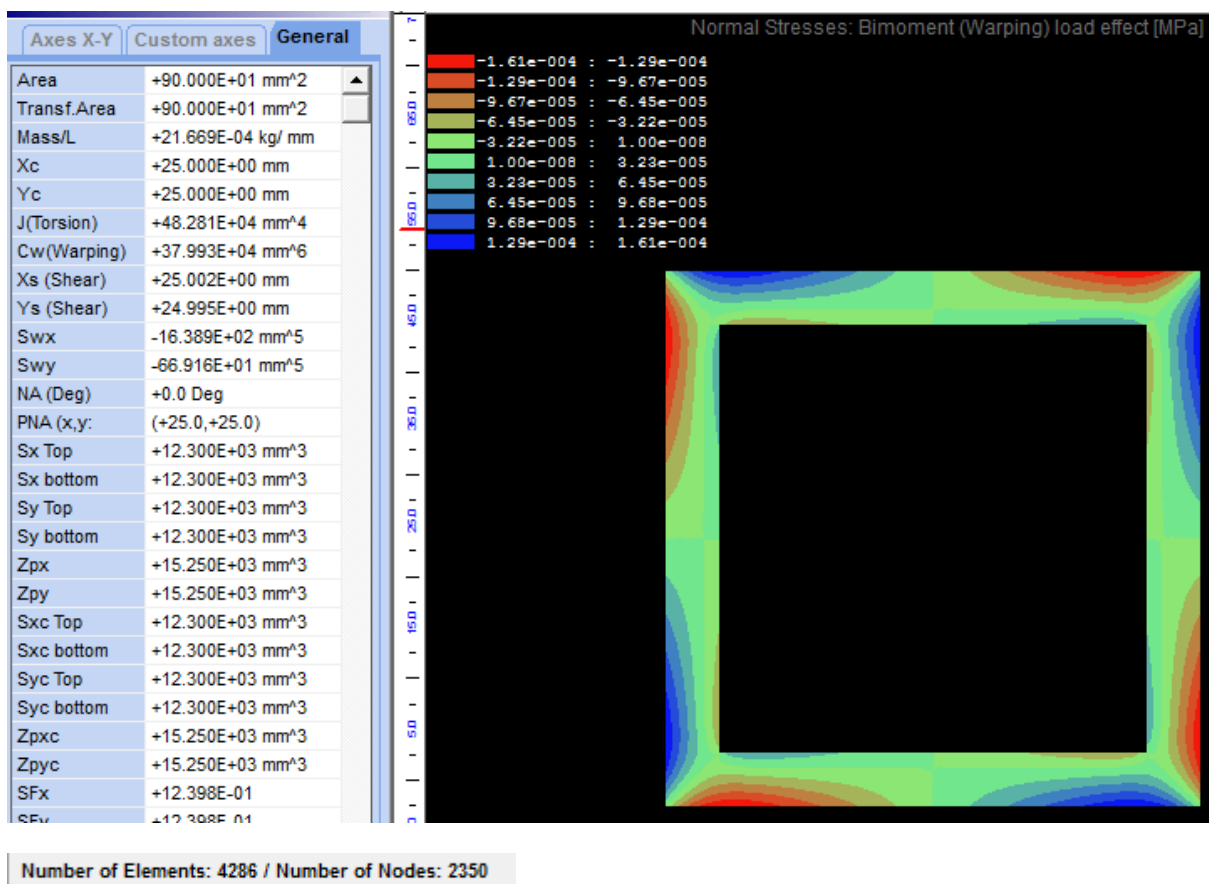
Afgelezen waarde uit shapadesigner:

$$J_{(\text{numeriek})} = 482810 \text{ mm}^4$$

$$\text{Afwijking} : 100 - \left(\frac{455625}{482810} * 100 \right) = 5.63\%$$

$$C_w = 379930 \text{ mm}^6$$

$$\psi = 0.000161$$



Figuur 4. Berekeningen in Shapedesigner

In bovenstaande figuur zien we dat de maximale welvingsfunctie zich in de randen van de koker bevindt (blauwe gedeelten).

mes h	Hoog te (mm)	Breedte(m m)	wanddi kte(mm)	J (analytisch) (mm ⁴)	J(numeriek) (mm ⁴)	Error J (%)	Cw (mm ⁶)	ψ(max)
4286	50	50	5	4.56E+05	4.83E+05	5.97	379930	0.0002
5920	50	50	10	6.40E+05	7.39E+05	15.53	1404100	6E-05
4746	50	50	20	5.40E+05	8.77E+05	62.46	2098600	4E-05
5231	50	500	5	9.19E+06	9.31E+06	1.35	4E+10	1E-07
4482	50	500	10	1.45E+07	1.51E+07	3.91	6.8E+10	8E-08
4913	50	500	20	1.63E+07	1.93E+07	18.55	9.4E+10	6E-08
4630	50	1000	5	1.93E+07	1.95E+07	0.97	3.7E+11	3E-08
4927	50	1000	10	3.04E+07	3.14E+07	3.13	6.1E+11	2E-08
4981	50	1000	20	3.42E+07	4.01E+07	17.02	8.1E+11	1E-08
5859	1500	50	5	2.94E+07	2.96E+07	0.82	1.3E+12	1E-08
5669	1500	50	10	4.64E+07	4.78E+07	2.87	2.1E+12	8E-09
5262	1500	50	20	5.22E+07	6.09E+07	16.60	2.8E+12	6E-09
5170	1500	500	5	2.75E+09	2.76E+09	0.29	5.8E+13	2E-09
4926	1500	500	10	5.38E+09	5.41E+09	0.56	1.1E+14	8E-10
5319	1500	500	20	1.03E+10	1.04E+10	1.08	2.2E+14	4E-10
4469	1500	1000	5	8.89E+09	8.91E+09	0.26	4.7E+13	2E-09
4987	1500	1000	10	1.75E+10	1.76E+10	0.45	9.3E+13	8E-10
4992	1500	1000	20	3.42E+10	3.45E+10	0.85	1.8E+14	4E-10
5163	5000	50	5	1.00E+08	1.01E+08	0.79	5.2E+13	1E-09
5173	5000	50	10	1.58E+08	1.63E+08	2.82	8.3E+13	7E-10
4823	5000	50	20	1.78E+08	2.09E+08	17.32	1.1E+14	6E-10
4611	5000	500	5	1.11E+10	1.12E+10	0.13	4.7E+15	1E-10
4623	5000	500	10	2.18E+10	2.19E+10	0.25	9.3E+15	6E-11
5035	5000	500	20	4.19E+10	4.21E+10	0.47	1.8E+16	3E-11
5121	5000	1000	5	4.12E+10	4.13E+10	0.12	1.4E+16	6E-11
5124	5000	1000	10	8.16E+10	8.18E+10	0.22	2.7E+16	3E-11
5501	5000	1000	20	1.60E+11	1.6E+11	0.39	5.4E+16	2E-11

Tabel 1 Kokerprofielen

Bovenstaande tabel geeft de verschillende kokerprofielen weer, uitgerekend in Shapedesigner. De resultaten veranderen heel weinig bij verfijning van het elementennet (zie bijlage H.7). Hieruit kan geconcludeerd worden dat de elementen voldoende klein zijn.

Zoals te zien is in bovenstaande tabel, ontstaat bij een aantal profielen een groot verschil tussen het analytisch bepaalde wringtraagheidsmoment (J) en het numeriek bepaalde wringtraagheidsmoment. Dit komt doordat de formule van Bredt alleen toegepast kan worden

voor dunwandige eencellige kokers. Bij dikwandige vierkante kokers zal het verschil dan groot zijn. Hoe dikker de koker des te groter het verschil tussen de analytische waarde en de numerieke waarde van de wringtraagheidsmoment.

3.2 Overeenkomst met massieve rechthoekige doorsnede

Om na te gaan of de formule, die gebruikt wordt voor de massieve doorsnede, ook kan worden toegepast voor de vierkante kokerprofiel is er een andere data set van vierkante kokerprofielen in Shapedesigner ingevoerd en uitgerekend. De resultaten hiervan zijn in onderstaande tabel weergegeven. Om de berekeningen te vergemakkelijken worden de afmetingen van de hoogte en de breedte aan elkaar gelijk gesteld ($h=b$). De wanddikte wordt als in tabel 1 steeds gevarieerd.

mesh	Hoogte (mm)	Breedte (mm)	wanddikte (mm)	J			Shapedesigner	
				J (analytisch) (mm ⁴)	J (numeriek) (mm ⁴)	Error (%)	Cw (mm ⁶)	ψ(max)
9049	20	20	2	1.17E+04	1.23E+04	5.87	1537.4	0.00634
9139	200	200	5	3.71E+07	3.75E+07	1.26	4E+07	8.2E-06
9127	1000	1000	20	1.88E+10	1.90E+10	1.02	3.4E+11	2E-08
8918	10000	10000	200	1.88E+14	1.90E+14	1.02	3.4E+17	2E-12
9054	1000	1000	10	9.70E+09	9.75E+09	0.52	4.6E+10	7.7E-08
9065	10000	10000	100	9.70E+13	9.75E+13	0.52	4.6E+16	7.7E-12
8047	50	50	3	3.11E+05	3.22E+05	3.22	107050	0.0004
8624	100	100	4	3.54E+06	3.61E+06	2.06	2313800	5.3E-05
8731	120	120	6	8.89E+06	9.12E+06	2.62	1.3E+07	1.7E-05
8238	150	150	8	2.29E+07	2.36E+07	2.82	5.7E+07	6.1E-06
8266	1500	1500	75	2.17E+11	2.23E+11	2.63	4.8E+13	6.9E-10
8612	2000	2000	80	5.66E+11	5.78E+11	2.06	1.5E+14	3.3E-10
8216	2200	2200	100	9.26E+11	9.48E+11	2.37	3.7E+14	1.8E-10
8421	2500	2500	120	1.62E+12	1.66E+12	2.52	9.3E+14	9.6E-11
8460	4500	4500	150	1.23E+13	1.26E+13	1.71	1.2E+16	1.8E-11
8082	5000	5000	200	2.21E+13	2.26E+13	2.07	3.6E+16	8.5E-12
8099	6500	6500	220	5.45E+13	5.54E+13	1.73	1.1E+17	4.1E-12
8430	8000	8000	300	1.37E+14	1.40E+14	1.93	5.1E+17	1.5E-12
8551	9000	9000	350	2.27E+14	2.31E+14	2.00	1.1E+18	8.6E-13
8558	9750	9750	400	3.27E+14	3.34E+14	2.11	2.1E+18	5.6E-13

Tabel 2: Data set gebruikt in paragraaf 3.2

Als eerst wordt geprobeerd een formule te ontwikkelen voor de welvingsconstante C_w .

Er wordt gebruik gemaakt van de formule gehaald uit tabel 1 uit “aantekeningen over wringing”

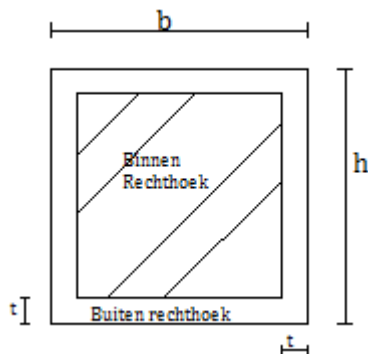
[1]. Deze is voor een rechthoekig massief profiel waarbij $\frac{b}{h} = 1$ gelijk aan :

$$C_w = 0.000134 * b^3 * h^3 (a).$$

Een vierkante kokerprofiel heeft dan namelijk 2 welvingsconstanten. Een voor de buiten rechthoek en een voor de binnenrechthoek (zie fig. 5). Om een formule te herleiden voor een kokerprofiel moeten de bovengenoemde C_w 's van elkaar worden afgetrokken. Dit wordt gedaan in excel voor de afmetingen in tabel 2. De gevonden waarden worden vergeleken met de waarden uit tabel 2. Voor de duidelijkheid wordt ook de procentuele fout uitgerekend van de analytische waarden en de waarden numerieke waarden van C_w .

De formule voor de binnenste rechthoek van de koker wordt dan voor $\frac{b}{h} = 1$:

$C_w = 0.000134 * (b - t)^3 * (h - t)^3 (b)$. Hieronder volgt een voorbeeld.



Figuur 5: vierkante kokerprofiel (b=h)

Voorbeeld 2

$h = 20 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$, $t = 2 \text{ mm}$

$$C_{w1}(\text{buitenrechthoek}) = 0.000134 * b^3 * h^3 = 0.000134 * 20^3 * 20^3 = 8576 \text{ mm}^6$$

$$C_{w2}(\text{binnen rechthoek}) = 0.000134 * (b-t)^3 * (h-t)^3 = 0.000134 * 18^3 * 18^3 = 4557.64 \text{ mm}^6 -$$

$$C_{wtot}(\text{koker}) = C_{w(\text{analytisch})} = C_{w1} - C_{w2} = 4018.36 \text{ mm}^6$$

Onderstaande tabel geeft de analytische waarde van C_w weer, welke is uitgerekend met behulp van bovenstaande methode. Vergelijken we de waarden van de analytische waarde van C_w met de numerieke waarde van C_w (tabel 2) dan zien we dat de waarden heel veel van elkaar verschillen. De procentuele fout is zelfs groter dan 1000. Er kan geconcludeerd worden dat deze formule niet voldoet en dus niet gebruikt kan worden.

Hoogte (mm)	Breedte (mm)	wanddikte (mm)	C_{w1} (mm ⁶)	C_{w2} (mm ⁶)	$C_{w(\text{analytisch})}$ (mm ⁶)	$C_{w(\text{numeriek})}$ (mm ⁶)	Error (%)
20	20	2	8576	2248.15	6327.85	1.54E+03	311.59
200	200	5	8.6E+09	6.3E+09	2.3E+09	4.03E+07	5536.37
1000	1000	20	1.3E+14	1E+14	2.9E+13	3.36E+11	8554.55
10000	10000	200	1.3E+20	1E+20	2.9E+19	3.37E+17	8545.56
1000	1000	10	1.3E+14	1.2E+14	1.5E+13	4.63E+10	32917.03

10000	10000	100	1.3E+20	1.2E+20	1.5E+19	4.64E+16	32899.23
50	50	3	2093750	972346	1121404	1.07E+05	947.55
100	100	4	1.3E+08	8.1E+07	5.3E+07	2.31E+06	2179.73
120	120	6	4E+08	2.1E+08	1.9E+08	1.26E+07	1385.70
150	150	8	1.5E+09	7.8E+08	7.5E+08	5.73E+07	1210.77
1500	1500	75	1.5E+15	8.1E+14	7.2E+14	4.83E+13	1381.23
2000	2000	80	8.6E+15	5.2E+15	3.4E+15	1.49E+14	2171.50
2200	2200	100	1.5E+16	8.6E+15	6.6E+15	3.72E+14	1678.88
2500	2500	120	3.3E+16	1.8E+16	1.5E+16	9.31E+14	1496.51
4500	4500	150	1.1E+18	7.4E+17	3.8E+17	1.17E+16	3122.61
5000	5000	200	2.1E+18	1.3E+18	8.2E+17	3.64E+16	2163.03
6500	6500	220	1E+19	6.6E+18	3.5E+18	1.11E+17	3030.57
8000	8000	300	3.5E+19	2.2E+19	1.3E+19	5.11E+17	2466.52
9000	9000	350	7.1E+19	4.4E+19	2.7E+19	1.14E+18	2306.52
9750	9750	400	1.2E+20	6.9E+19	4.6E+19	2.13E+18	2069.61

Tabel 3. C_w uitgerekend

3.3 Formule voor de welvingsconstante

Voor het ontwikkelen van een formule voor C_w in Datafit wordt er een nieuwe reeks kokerprofielen in Shapedesigner ingevoerd en uitgerekend. Anders dan in de tabellen 1 en 2 worden de grootheden in meters uitgedrukt. De hoogte en de breedte worden steeds aan elkaar gelijk gesteld ($b=h$) en de wanddikte wordt steeds gevarieerd. De resultaten hiervan zijn in onderstaande tabellen weergegeven.

J aflezen									
mesh	Breedte (m)	wanddikte (m)	J (analytisch) (m^4)	J (numeriek) (m^4)	Error (%)	C_w (m^6)	$\psi(\max)$ (m^2)	C_w/ψ	$1/\psi(\max)$
9476	0.5	0.025	0.0027	0.0027	2.60	6.60E-08	56100	1.18E-12	1.78E-05
9476	1	0.05	0.04	0.04	2.62	4.23E-06	3510	1.20E-09	2.85E-04
9559	1.5	0.075	0.22	0.22	2.61	4.80E-05	692	6.93E-08	1.45E-03
9504	2	0.1	0.69	0.70	2.62	2.71E-04	219	1.24E-06	4.57E-03
9544	2.5	0.125	1.67	1.72	2.62	1.03E-03	89.7	1.15E-05	1.11E-02
9484	3	0.15	3.47	3.56	2.62	3.09E-03	43.2	7.14E-05	2.31E-02
9551	3.5	0.175	6.43	6.60	2.63	7.80E-03	23.3	3.35E-04	4.29E-02
9476	4	0.2	10.97	11.26	2.62	1.73E-02	13.7	1.26E-03	7.30E-02
9533	4.5	0.225	17.58	18.04	2.62	3.51E-02	8.53	4.11E-03	1.17E-01

Tabel 4: $t=b/20$

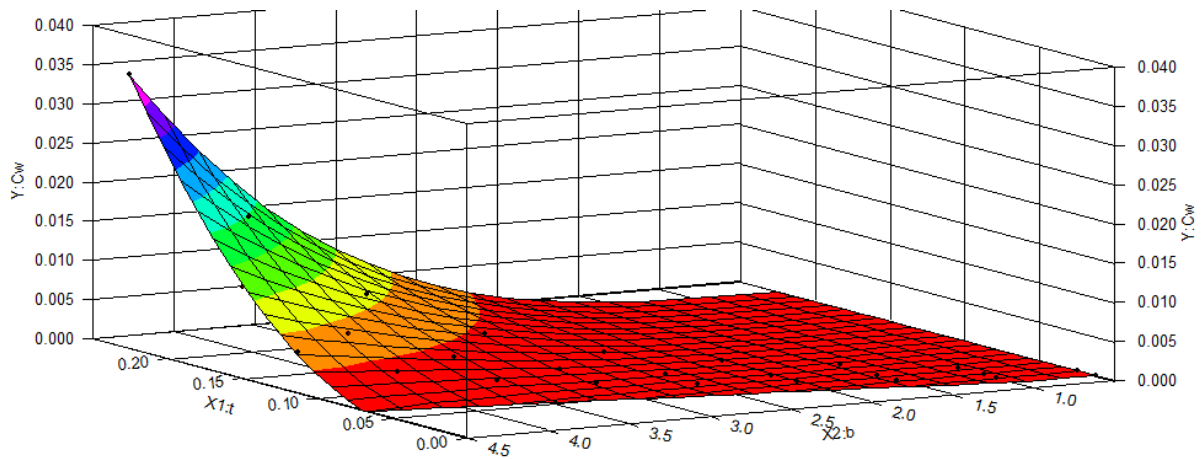
			J			aflezen			
mesh	Breedte (m)	wanddikte (m)	J (analytisch) (m ⁴)	J (numeriek) (m ⁴)	Error (%)	C _w (m ⁶)	ψ(max) (m ²)	C _w /ψ	1/ψ(max)
8392	1	0.0333	0.03011	0.03034	0.77	1.367E-06	7670	1.78E-10	1.30E-04
8370	1.5	0.0500	0.15243	0.15503	1.70	1.60E-05	1480	1.08E-08	6.76E-04
8366	2	0.0667	0.48176	0.49223	2.17	9.16E-05	465	1.97E-07	2.15E-03
8386	2.5	0.0833	1.1762	1.197	1.77	3.41E-04	194	1.76E-06	5.15E-03
8367	3	0.1000	2.4389	2.4803	1.70	1.02E-03	92.8	1.10E-05	1.08E-02
8354	3.5	0.1167	4.5184	4.5934	1.66	2.61E-03	49.9	5.22E-05	2.00E-02
8258	4	0.1333	7.7081	7.8217	1.47	5.73E-03	29.5	1.94E-04	3.39E-02
8357	4.5	0.1500	12.3469	12.557	1.70	1.17E-02	18.3	6.38E-04	5.46E-02

Tabel 5 t= b/30

			J			aflezen			
mesh	Breedte (m)	wanddikte (m)	J (analytisch) (mm ⁴)	J (numeriek) (mm ⁴)	Error (%)	C _w (m ⁶)	ψ(max) (m ²)	C _w /ψ	1/ψ(max)
8390	0.5	0.0125	1.4E-03	1.5E-03	1.12	9.9E-09	218000	4.55E-14	4.59E-06
8326	1	0.025	2.3E-02	2.3E-02	1.27	6.3E-07	13000	4.87E-11	7.69E-05
8343	1.5	0.0375	1.2E-01	1.2E-01	1.25	7.2E-06	2620	2.74E-09	3.82E-04
8254	2	0.05	3.7E-01	3.8E-01	1.27	4.1E-05	814	4.98E-08	1.23E-03
8328	2.5	0.0625	9.1E-01	9.2E-01	1.26	1.5E-04	337	4.58E-07	2.97E-03
8341	3	0.075	1.9E+00	1.9E+00	1.27	4.6E-04	161	2.87E-06	6.21E-03
8328	3.5	0.0875	3.5E+00	3.5E+00	1.27	1.2E-03	87.2	1.34E-05	1.15E-02
8376	4	0.1	5.9E+00	6.0E+00	1.27	2.6E-03	50.9	5.09E-05	1.96E-02
8384	4.5	0.1125	9.5E+00	9.6E+00	1.27	5.26E-03	31.9	1.65E-04	3.13E-02

Tabel 6 t= b/40

De formule die wordt ingevoerd in datafit is : $C_w = \left(\alpha_1 * \frac{t}{b} + \alpha_2 * \frac{t^2}{b^2} \right) * b^6$. Hiervoor worden de waarden uit bovenstaande tabellen gebruikt. De berekende waarde van α_1 in Datafit is $-3.73 \cdot 10^{-5}$ en van α_2 is $2.43 \cdot 10^{-3}$. Vullen we de gevonden waarden van α_1 en α_2 in de formule wordt de uiteindelijke formule dan: $C_w = \frac{1}{412} * \frac{t}{b} \left(1 - \frac{1}{65} * \frac{t}{b} \right) * b^6$. Hieronder volgt een tabel en een figuur met de gevonden resultaat in datafit.



Figuur 6 : Grafiek Cw,t en b

Wanddikte	Breedte	Cw	Berekend Cw	% Error
0.025	0.5	6.60E-08	6.59E-08	0.233079
0.05	1	4.23E-06	4.22E-06	0.339874
0.075	1.5	4.80E-05	4.80E-05	-0.03872
0.1	2	0.000271	0.00027	0.442844
0.125	2.5	0.00103	0.001029	0.077193
0.15	3	0.00309	0.003073	0.544032
0.175	3.5	0.0078	0.007749	0.648263
0.2	4	0.0173	0.017267	0.189635
0.225	4.5	0.0351	0.035006	0.269094
0.0333	1	1.37E-06	1.45E-06	-6.46452
0.05	1.5	1.60E-05	1.66E-05	-3.86803
0.0667	2	9.16E-05	9.35E-05	-2.08408
0.0833	2.5	0.000341	0.000356	-4.33843
0.1	3	0.00102	0.001064	-4.27536
0.1167	3.5	0.00261	0.002684	-2.84329
0.1333	4	0.00573	0.005972	-4.21972
0.15	4.5	0.0117	0.012115	-3.54844
0.0125	0.5	9.92E-09	9.18E-09	7.493435
0.025	1	6.33E-07	5.87E-07	7.158238
0.0375	1.5	7.19E-06	6.69E-06	6.931856
0.05	2	4.05E-05	3.76E-05	7.165941
0.0625	2.5	0.000154	0.000143	6.867401
0.075	3	0.000462	0.000428	7.302517
0.0875	3.5	0.00116	0.00108	6.903647
0.1	4	0.00259	0.002406	7.094254
0.1125	4.5	0.00526	0.004878	7.25901

Tabel 7: Datafit resultaten

In bovenstaande tabel zien we dat er wordt voldaan aan het uitgangspunt van de foutmarge, die gesteld was op <10 %. Hieruit volgt dat deze formule wel gebruikt kan worden voor het uitrekenen van de welvingsconstante (C_w). Deze formule kan alleen worden toegepast voor vierkante kokerprofielen waarbij de breedte gelijk is aan de hoogte ($h=b$), de breedte kleiner is dan 4.5 m en de wanddikte kleiner is dan $\frac{\text{breedte}}{20}$. Ook de eenheden moeten in meters worden ingevoerd.

3.4 Formule voor de maximale welvingsfunctie ($\psi_{\max}$)

Om een formule te ontwikkelen voor de maximale welvingsfunctie werd steeds voor een vierkante profiel de breedte uitgezet tegen $C_w/\psi_{\max}$. Bij het invoeren van de formule

$\frac{C_w}{\psi_{(\max)}} = \alpha * b^{10}$ voor een wanddikte van $b/10$ voldeed deze formule wel, maar de waarde van α

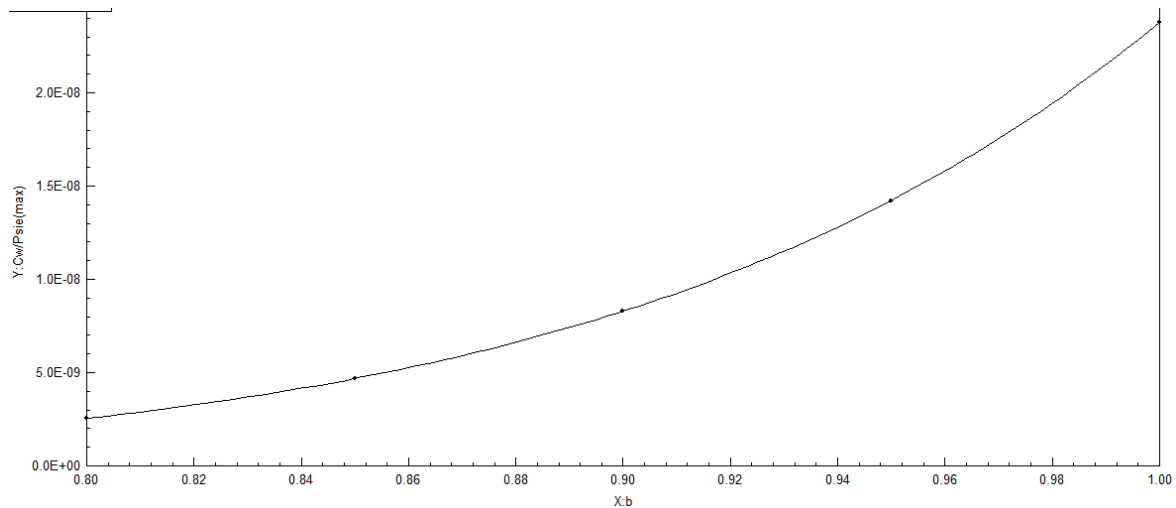
verschilt steeds bij de verschillende wanddiktes (t) van $t=b/20$ en $t=b/30$. Dit is niet zo handig voor een formule en het is dan niet meer algemeen te noemen. Wat ook nog blijkt is dat deze

formule niet voldoet aan de eenheid van m^4 , want $\frac{C_w}{\psi_{(\max)}} = \frac{m^6}{m^2} = m^4$. Deze formule kan dus niet

gebruikt worden om de maximale welvingsfunctie $\psi_{\max}$ uit te rekenen. In onderstaande tabel en figuur is het resultaat te zien van bovenstaande formule voor een wanddikte van $b/10$ ingevoerd in datafit.

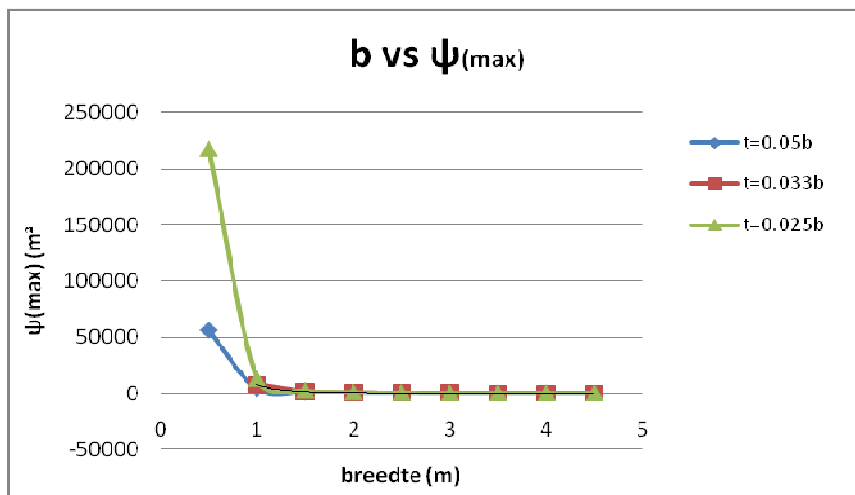
	$\alpha=2.38E-8$		
b	Cw/Psie (max)	Berekend Cw/Psie (max)	% Error
0.8	2.55E-09	2.55E-09	-0.07027
0.85	4.67E-09	4.68E-09	-0.18534
0.9	8.29E-09	8.29E-09	0.022762
0.95	1.42E-08	1.42E-08	-0.16003
1	2.38E-08	2.38E-08	0.062449

Tabel 8 Cw/Psie_(max) voor $t=b/10$

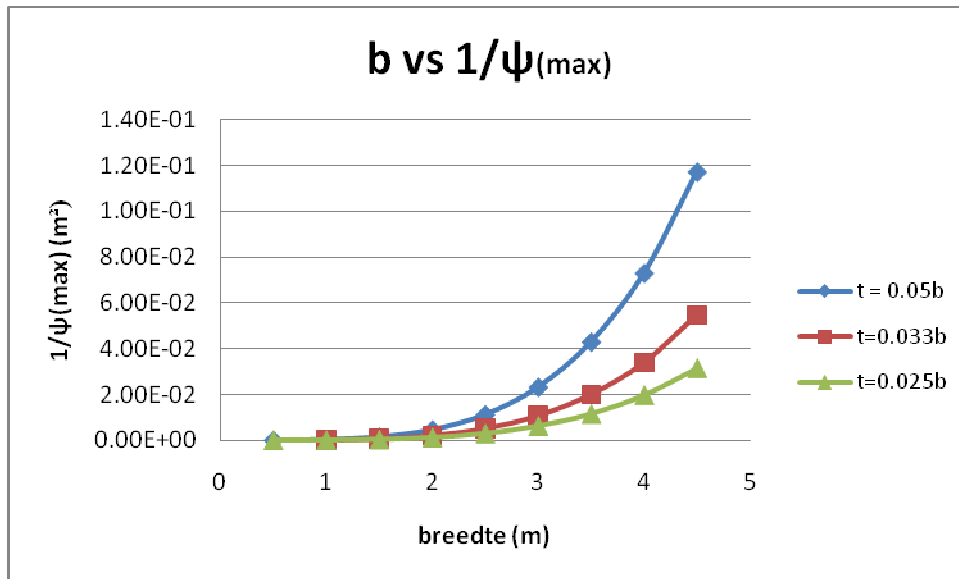


Figuur 7: $Cw/Psie_{(max)}$ vs breedte

Aangezien bovenstaande formule niet kon worden toegepast werd er gekeken naar het verloop van de breedte uitgezet tegen $\psi_{(max)}$ en de breedte uitgezet tegen $1/\psi_{(max)}$. Voor beide grafieken wordt er gebruik gemaakt van de waarden in de tabellen 4, 5 en 6. Indien de breedte wordt uitgezet tegen de maximale welvingsfunctie is het verloop van de functies onduidelijk. Het is wel te zien dat de functies exponentieel zijn. In figuur 9, waarin de breedte wordt uitgezet tegen $1/\psi_{(max)}$ is het duidelijker te zien dat het verloop van de functies exponentieel is.



Figuur 8: breedte uitgezet tegen de maximale welvingsfunctie



Figuur 9 : wanddikte vs $\psi_{(max)}$

4. Praktische toepassing

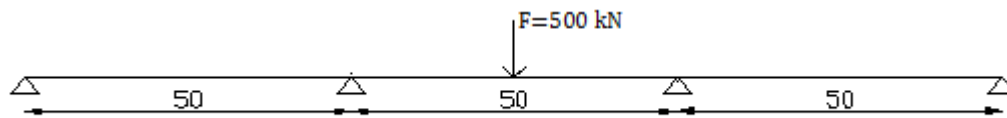
Kokers worden in de praktijk overal toegepast. Zoals in brugconstructies, gebouwen en vele andere constructies. Enkele voorbeelden hiervan zijn :



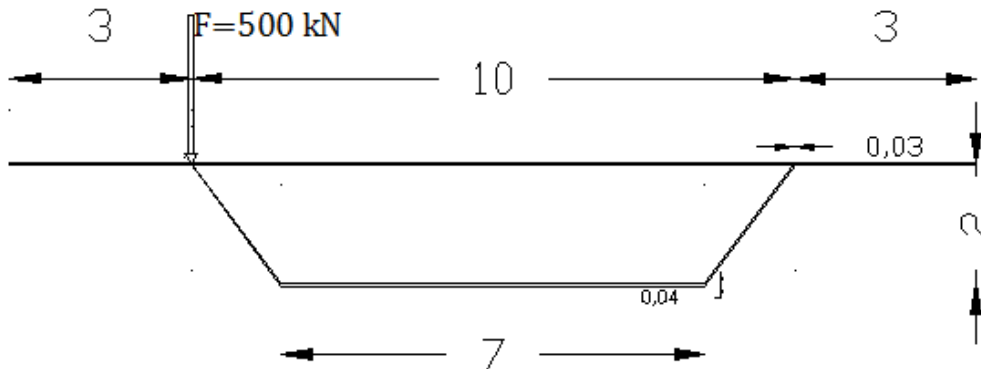
Figuur 10: voorbeeld kokerligger toegepast in brugconstructies

4.1 Gesloten kokerbrug

Voor een betonnen kokerbrug met overspanning van 150 m moet de normaalspanning door verhinderde welving worden uitgerekend. In het midden van de brug bevindt zich een puntlast van 500 kN. Een schematische weergave hiervan is in de tekening hieronder weergegeven. Ook de doorsnede van de koker wordt in de volgende tekening weergegeven.

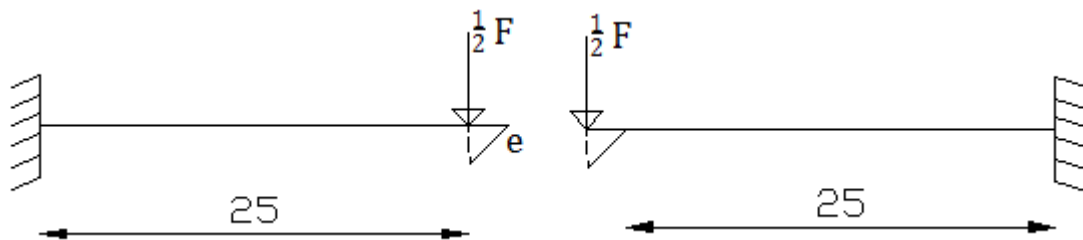


Figuur 11 Schets afmeting kokerbrug



Figuur 12: Doorsnede kokerprofiel

Het uitrekenen van de normaalspanning in bovenstaande brugligger gaat als volgt. Lichten we het deel waarop de kracht werkt uit de constructie dan krijgen we onderstaande tekening.

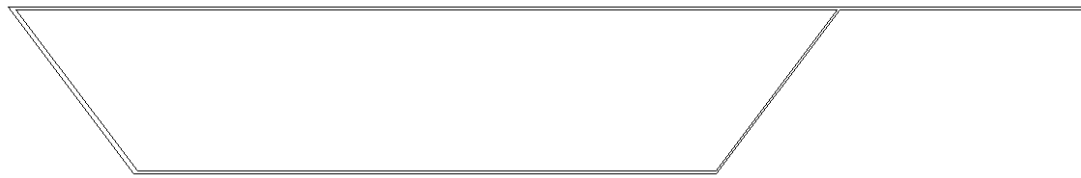


Figuur 13: schematische weergave puntlast op brug

Nu kan het wringend moment (M_w) worden uitgerekend. $M_w = \frac{1}{2} F e = \frac{1}{2} * 500 * 5 = 1250 \text{ kNm}$

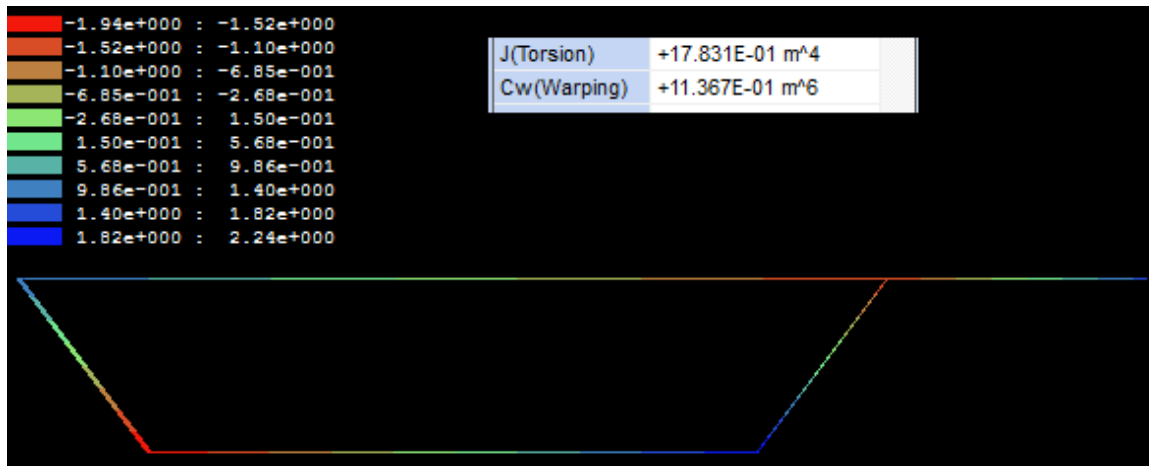
Hierin is e de excentriciteit van de koker.

De welvingsconstante (C_w) en de welvingsfunctie ($\psi_{\max}$) wordt met behulp van het programma Shapedesigner uitgerekend. De proefversie van dit programma heeft een aantal beperkingen en een van ze is dat er in deze versie een tekening van niet meer dan 10 punten en 2 vormen kan worden uitgerekend. Hiervoor moest er een oplossing worden bedacht en er is gekozen voor het vereenvoudigen van de doorsnede van het kokerprofiel. Hieronder volgt een tekening van de vereenvoudigde kokerprofiel.



Figuur 14: vereenvoudigde doorsnede kokerprofiel

De resultaten gevonden in Shapedesigner worden hieronder weergegeven.



Figuur 15: Resultaten Shapedesigner

Berekening:

$$J = 1.7831 \text{ m}^4$$

$$C_w = 1.1367 \text{ m}^6$$

$$\Psi_{(\max)} = 2.24 \text{ m}^2$$

$$\nu = 0.20 \text{ (dwarscontractie coëfficiënt)}$$

$$E = 31.03 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (elasticiteitsmodulus beton)}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{31.03 \cdot 10^9}{2.4} = 1.293 \cdot 10^{10}$$

$$l_c = \sqrt{\frac{E \cdot C_w}{G \cdot I_w}} = \sqrt{\frac{31.03 \cdot 10^9 \cdot 1.1367}{1.293 \cdot 10^{10} \cdot 1.7831}} = 1.237 \text{ m (karakteristieke lengte)}$$

$$M_w = \frac{1}{2} \cdot F \cdot e = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 5 = 1250 \text{ kNm}$$

$$B = M_w \cdot l_c = 1250 \text{ kNm} \cdot 1.237 \text{ m} = 1546.25 \text{ kNm}^2 \text{ (Bimoment)}$$

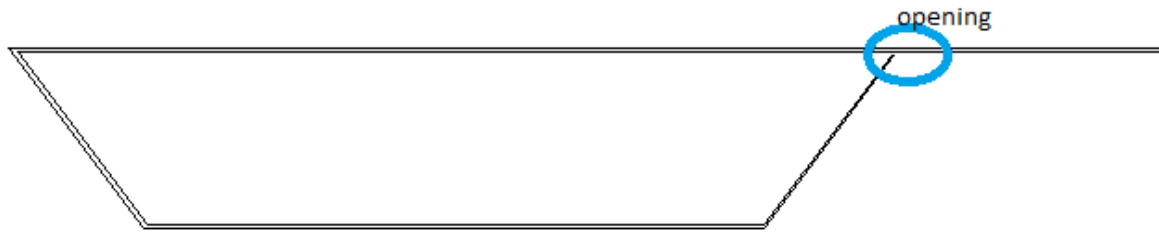
Normaalspanning :

$$\sigma_{xx} = \frac{B}{C_w} \cdot \Psi_{(\max)} = \frac{1546.25 \text{ kNm}^2}{1.1367 \text{ m}^6} \cdot 2.24 \text{ m}^2 = 3047.07 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 3.047 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Uit bovenstaande berekening kunnen we concluderen dat de welvingspanning bij kleine belastingen wel verwaarloosbaar is. Maar indien er grote belastingen aanwezig zijn zal deze leiden tot een grotere wringend moment, met als gevolg een groter bimoment wat zal resulteren in grotere optredende normaalspanningen.

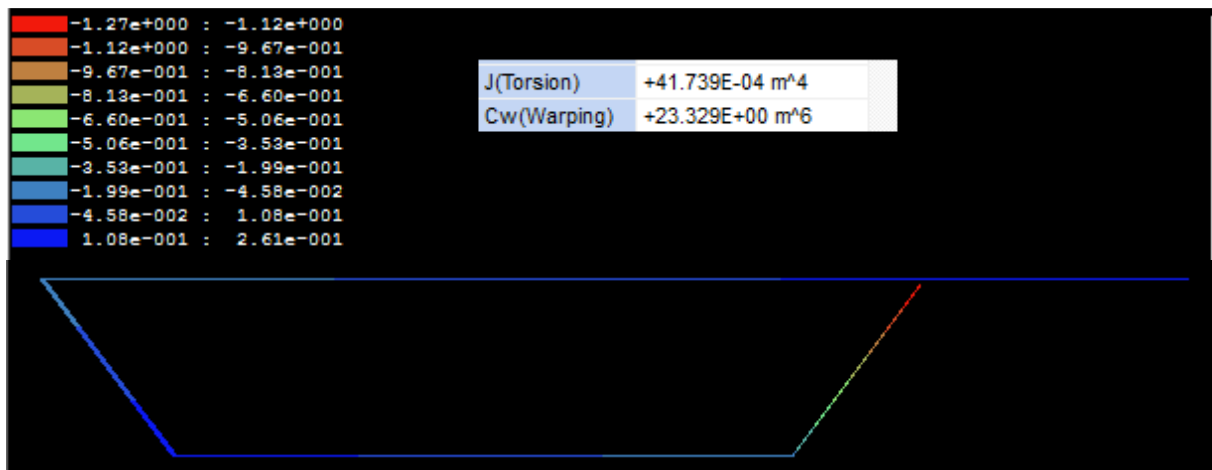
4.2 Open kokerbrug

Voor een duidelijk verschil tussen een open koker en een gesloten koker is er ook een open kokerprofiel uitgerekend. Er is gebruik gemaakt van dezelfde afmetingen van de kokerdoorsnede in voorbeeld 4.1. Het enige verschil is dat er een opening is aangebracht in de rechterhoek van de doorsnede.



Figuur 16 Open kokerprofiel

Hieronder volgt een tekening met de resultaten in Shapedesigner.



Figuur 15 resultaten Shapedesigner open kokerprofiel

Berekening:

$$J = 0.0041739 \text{ m}^4$$

$$C_w = 23.329 \text{ m}^6$$

$$\Psi_{(\max)} = 0.261 \text{ m}^2$$

$$\nu = 0.20 \text{ (dwarscontractie coëfficiënt)}$$

$$E = 31.03 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (elasticiteitsmodulus beton)}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = \frac{31.03 \cdot 10^9}{2.4} = 1.293 \cdot 10^{10}$$

$$l_c = \sqrt{\frac{E \cdot C_w}{G \cdot I_w}} = \sqrt{\frac{31.03 \cdot 10^9 \cdot 23.329}{1.293 \cdot 10^{10} \cdot 0.0041739}} = 115.82 \text{ m (karakteristieke lengte)}$$

$$M_w = \frac{1}{2} F_e = \frac{1}{2} \cdot 500 \cdot 5 = 1250 \text{ kNm} = M_t$$

$$B = -M_t * \frac{1}{\beta} \tanh \frac{\beta}{2},$$

$$\text{stel } \beta = \frac{1}{4} \approx \frac{1}{l_c} = \frac{25}{115} \Rightarrow$$

$$B = -M_t * 4 * \tanh \frac{1}{8} =$$

$$= -M_t * 0.497 = 1250 \text{ kNm} * 0.497 = -621.25 \text{ kNm}^2 \text{ (Bimoment)}$$

Normaalspanning :

$$\sigma_{xx} = \frac{B}{C_w} * \psi_{(\max)} = \frac{-621.25 \text{ kNm}^2}{23.329 \text{ m}^6} * 0.261 \text{ m}^2 = 6.95 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 0.00695 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Uit bovenstaande berekening kunnen we concluderen dat de normaalspanning in een open kokerprofiel wel verwaarloosbaar is.

5. Conclusies

Er is gekeken naar de nauwkeurigheid van de berekening van de wringstraagheidsmoment (J) door Shapedesigner. Deze werden vergeleken met de analytische berekening volgens de formule van Bredt [5]. Het blijkt dat de fout klein is voor dunwandige profielen. Dit kan gezien worden in de tabellen 1 en 2. Voor dikwandige kokerprofielen kan de fout zelfs groter dan 50% zijn. Dit komt omdat de formule van Bredt alleen toegepast kan worden voor dunwandige eencellige gesloten kokers. De conclusie die hieruit getrokken kan worden is dat de berekeningen in Shapedesigner een betrouwbaar programma lijkt te zijn.

Er is een formule gevonden voor de welvingsconstante van dunwandige vierkante kokerprofielen. Deze is : $C_w = \frac{1}{412} * \frac{t}{b} \left(1 - \frac{1}{65} * \frac{t}{b} \right) * b^6$. Deze formule heeft een nauwkeurigheid

van 7% binnen de grenzen van $0 < \text{breedte (b)} < 4.5 \text{ m}$ en de wanddikte (t) $< \frac{\text{breedte}}{20}$, waarbij de

hoogte gelijk wordt gesteld aan de breedte. Het is nog niet gelukt om voor de grootste waarde van de welvingsfunctie van dunwandige vierkante kokerprofielen een simpele formule te ontwikkelen. Het is daarom ook niet gelukt om een algemene formule voor de optredende normaalspanning te ontwikkelen. Er kan wel geconcludeerd worden dat de welvingsfunctie niet alleen afhankelijk is van de breedte en de wanddikte. Er zijn meer factoren die hierop invloed hebben.

5.2 Aanbevelingen

Er kan een vervolgstudie worden gedaan op verdere onderzoek naar het ontwikkelen van een simpele formule voor de maximale welvingsfunctie. Er moet meer aandacht worden besteed aan het exponentieel verloop van de breedte uitgezet tegen de maximale welvingsfunctie. Een ander aspect waaraan er ook aandacht moet worden besteed is het toetsen van de gevonden formule voor de welvingsconstante in de praktijk. Voor eventuele uitleg over de gebruikte methodes voor verder onderzoek kan er contact worden opgenomen worden met de schrijver op het volgende e-mail adres: reshma_nirmalsingh@hotmail.com.

6. Bronvermelding

1. Hoogenboom, P.C.J. "Aantekeningen over wringing", Betonvereniging, 2008, online: http://www.mechanics.citg.tudelft.nl/~pierre/dictaatwringing_21okt2008.pdf
2. V.Z. Vlasof, "Thin -Walled Elastic Bars" (in Russian), 2nd ed. Fitzmatgiz, Moscow 1959.
3. B. de Saint Venant, "Mémoire sur la torsion des prismes", *Mém. prés. Par div. sav. á l' Ac. Sci. math. et. phys.* 14, 233-560, 1856.
4. Shapedesigner proefversie V6.56 .Intergrated Engineering software (IES). <http://www.iesweb.com/products/shapebuilder/index.htm>
5. R. Bredt, VDI, Vol. 40, p.815, 1896
6. Datafit proefversie 9.0, Oakdale Engeneering products. Online : <http://www.oakdaleengr.com/>

6.2 Lijst van tabellen

Tabel 1 Kokerprofielen	11
Tabel 2: Data set gebruikt in paragraaf 3.2	12
Tabel 3. C_w uitgerekend	14
Tabel 4: $t=b/20$	14
Tabel 5 $t= b/30$	15
Tabel 6 $t= b/40$	15
Tabel 7: Datafit resulaten	16
Tabel 8 $C_w/Ps_{ie(max)}$ voor $t=b/10$	17
Tabel 9 Controle halve mesh tabel1	26
Tabel 10 controle halve mesh voor tabel 2	27
Tabel 12 controle halve mesh tabel 4.....	27
Tabel 13 controle halve mesh tabel 5.....	28
Tabel 14 controle halve mesh tabel 6.....	28

6.3 Lijst van Figuren

Figuur 1. Welving van een vierkante doorsnede door wringing [1]	6
Figuur 2 Elementennet vierkante kokerprofiel (477 elementen)	8
Figuur 3: Elementennet vierkante profiel vergroot (1598 elementen)	8
Figuur 4. Berekeningen in Shapedesigner	11
Figuur 5: vierkante kokerprofiel ($b=h$).....	13
Figuur 6 : Grafiek C_w , t en b	16
Figuur 7: $C_w/P_{sie(max)}$ vs breedte.....	18
Figuur 8: breedte uitgezet tegen de maximale welvingsfunctie.....	18
Figuur 9 : wanddikte vs $\psi_{(max)}$	19
Figuur 10: voorbeeld kokerligger toegepast in brugconstructies	19
Figuur 11 Schets afmeting kokerbrug	20
Figuur 12: Doorsnede kokerprofiel.....	20
Figuur 13: schematische weergave puntlast op brug	20
Figuur 14: vereenvoudige doorsnede kokerprofiel.....	21
Figuur 15: Resultaten Shapedesigner.....	21
Figuur 16 Open kokerprofiel.....	22

7.Bijlage:Tabellen ter controle nauwkeurigheid mesh in Shapedesigner

mesh	Hoogte (mm)	Breedte (mm)	wanddikte (mm)	J(torsion)		Aflezen uit Shapedesigner		
				J (analytisch) (mm ⁴)	J(numeriek) (mm ⁴)	Error (%)	Cw (mm ⁶)	ψ(max)
2946	50	50	5	4.56E+05	4.83E+05	5.69	383560	0.00016
2952	50	50	10	6.40E+05	7.40E+05	13.54	1413100	6.02E-05
2387	50	50	20	5.40E+05	8.78E+05	38.49	2098900	4.38E-05
2613	50	500	5	9.19E+06	9.32E+06	1.42	4.061E+10	1.3E-07
2229	50	500	10	1.45E+07	1.51E+07	3.90	6.797E+10	7.97E-08
2454	50	500	20	1.63E+07	1.93E+07	15.86	9.401E+10	5.95E-08
2311	50	1000	5	1.93E+07	1.95E+07	1.05	3.728E+11	3.09E-08
2457	50	1000	10	3.04E+07	3.15E+07	3.20	6.117E+11	1.9E-08
2492	50	1000	20	3.42E+07	4.02E+07	14.87	8.101E+11	1.46E-08
2931	1500	50	5	2.94E+07	2.97E+07	0.92	1.315E+12	1.35E-08
2833	1500	50	10	4.64E+07	4.79E+07	2.97	2.142E+12	8.35E-09
2636	1500	50	20	5.22E+07	6.12E+07	14.69	2.796E+12	6.47E-09
2580	1500	500	5	2.75E+09	2.76E+09	0.36	5.817E+13	1.64E-09
2457	1500	500	10	5.38E+09	5.42E+09	0.61	1.149E+14	8.39E-10
2650	1500	500	20	1.03E+10	1.04E+10	1.15	2.247E+14	4.39E-10
2232	1500	1000	5	8.89E+09	8.91E+09	0.28	4.682E+13	1.65E-09
2485	1500	1000	10	1.75E+10	1.76E+10	0.52	9.341E+13	8.49E-10
2485	1500	1000	20	3.42E+10	3.45E+10	0.91	1.855E+14	4.45E-10
2327	5000	50	5	1.00E+08	1.01E+08	1.09	5.172E+13	1.19E-09
2588	5000	50	10	1.58E+08	1.64E+08	3.50	8.349E+13	7.38E-10
2404	5000	50	20	1.78E+08	2.12E+08	16.02	1.067E+14	5.8E-10
2304	5000	500	5	1.11E+10	1.12E+10	0.17	4.729E+15	1.09E-10
2309	5000	500	10	2.18E+10	2.19E+10	0.27	9.3E+15	5.54E-11
2517	5000	500	20	4.19E+10	4.21E+10	0.53	1.801E+16	2.88E-11
2560	5000	1000	5	4.12E+10	4.13E+10	0.15	1.383E+16	6.05E-11
2561	5000	1000	10	8.16E+10	8.18E+10	0.24	2.746E+16	3.06E-11
2750	5000	1000	20	1.60E+11	1.61E+11	0.45	5.423E+16	1.56E-11

Tabel 9 Controle halve mesh tabel1

Aflezen uit Shapedesigner

half mesh	Hoogte (mm)	Breedte (mm)	wand dikte (mm)	J (analitisch) (mm ⁴)	J(numeriek) (mm ⁴)	Error (%)	Cw (mm ⁶)	ψ(max)	Cw/ψ
4528	20	20	2	1.17E+04	1.24E+04	5.97	1.56E+03	6.30E-03	2.47E+05
4558	200	200	5	3.71E+07	3.76E+07	1.31	4.16E+07	8.06E-06	5.16E+12
4557	1000	1000	20	1.88E+10	1.90E+10	1.06	3.48E+11	1.97E-08	1.77E+19
4456	10000	10000	200	1.88E+14	1.90E+14	1.06	3.49E+17	1.97E-12	1.77E+29
4522	1000	1000	10	9.70E+09	9.76E+09	0.56	5.01E+10	7.40E-08	6.77E+17
4518	10000	10000	100	9.70E+13	9.76E+13	0.56	5.01E+16	7.41E-12	6.76E+27
4040	50	50	3	3.11E+05	3.22E+05	3.29	1.09E+05	3.95E-04	2.75E+08
4311	100	100	4	3.54E+06	3.61E+06	2.13	2.38E+06	5.24E-05	4.55E+10
4370	120	120	6	8.89E+06	9.13E+06	2.70	1.29E+07	1.66E-05	7.80E+11
4110	150	150	8	2.29E+07	2.36E+07	2.89	5.84E+07	6.05E-06	9.65E+12
4125	1500	1500	75	2.17E+11	2.23E+11	2.70	4.93E+13	6.81E-10	7.24E+22
4306	2000	2000	80	5.66E+11	5.78E+11	2.13	1.53E+14	3.28E-10	4.65E+23
4109	2200	2200	100	9.26E+11	9.49E+11	2.44	3.82E+14	1.76E-10	2.17E+24
4206	2500	2500	120	1.62E+12	1.66E+12	2.58	9.47E+14	9.53E-11	9.94E+24
4233	4500	4500	150	1.23E+13	1.26E+13	1.77	1.21E+16	1.80E-11	6.70E+26
4041	5000	5000	200	2.21E+13	2.26E+13	2.14	3.73E+16	8.37E-12	4.46E+27
4045	6500	6500	220	5.45E+13	5.55E+13	1.80	1.15E+17	4.01E-12	2.86E+28
4224	8000	8000	300	1.37E+14	1.40E+14	1.99	5.24E+17	1.45E-12	3.61E+29
4271	9000	9000	350	2.27E+14	2.31E+14	2.07	1.17E+18	8.41E-13	1.40E+30
4270	9750	9750	400	3.27E+14	3.34E+14	2.19	2.19E+18	5.52E-13	3.98E+30

Tabel 10 controle halve mesh voor tabel 2

half mesh	Hoogte (m)	Breedte (m)	wanddikte(m)	J		Error (%)	Cw (m ⁶)	ψ(max) (m ²)
				J (analitisch) (m ⁴)	J(numeriek) (m ⁴)			
4748	0.5	0.5	0.025	0.00268	0.00275	2.68	6.716E-08	55500
4768	1	1	0.05	0.04287	0.04402	2.68	4.301E-06	3470
4775	1.5	1.5	0.075	0.21702	0.22286	2.69	4.92E-05	683
4764	2	2	0.1	0.6859	0.70426	2.68	2.75E-04	217
4767	2.5	2.5	0.125	1.6746	1.7195	2.68	1.05E-03	88.6
4742	3	3	0.15	3.4724	3.5656	2.68	3.14E-03	42.7
4768	3.5	3.5	0.175	6.4330	6.6058	2.69	7.93E-03	23
4764	4	4	0.2	10.9744	11.268	2.68	1.76E-02	13.6
4754	4.5	4.5	0.225	17.5789	18.052	2.69	3.59E-02	8.42

Tabel 11 controle halve mesh tabel 4

				J			aflezen	
half mesh	Hoogte (m)	Breedte (m)	wanddikte (m)	J (analitisch) (m ⁴)	J(numeriek) (m ⁴)	Error (%)	Cw (m ⁶)	ψ(max) (m ²)
4169	1	1	0.03333	0.03011	0.03036	0.84	1.41E-06	7530
4184	1.5	1.5	0.05	0.15243	0.15514	1.78	1.66E-05	1450
4176	2	2	0.067	0.48176	0.49253	2.24	9.43E-05	456
4193	2.5	2.5	0.083	1.1762	1.1976	1.82	3.50E-04	191
4182	3	3	0.100	2.4389	2.482	1.77	1.06E-03	91.1
4169	3.5	3.5	0.117	4.5184	4.5964	1.73	2.69E-03	49
4172	4	4	0.133	7.7081	7.8268	1.54	5.92E-03	28.9
4190	4.5	4.5	0.150	12.3469	12.566	1.77	1.21E-02	18

Tabel 12 controle halve mesh tabel 5

				J			aflezen	
half mesh	Hoogte (m)	Breedte (m)	wanddikte(m)	J (analitisch) (m ⁴)	J(numeriek) (m ⁴)	Error (%)	Cw (m ⁶)	ψ(max) (m ²)
4187	0.5	0.5	0.0125	0.00145	0.00147	1.18	1.032E-08	211000
4152	1	1	0.025	0.02317	0.02348	1.32	6.524E-07	12900
4171	1.5	1.5	0.0375	0.11731	0.11885	1.32	7.495E-06	2550
4147	2	2	0.05	0.37074	0.37565	1.32	4.18E-05	803
4159	2.5	2.5	0.0625	0.9051	0.9171	1.32	1.60E-04	329
4171	3	3	0.075	1.8769	1.9017	1.32	4.77E-04	159
4160	3.5	3.5	0.0875	3.4772	3.523	1.32	1.20E-03	85.4
4173	4	4	0.1	5.9319	6.0105	1.33	2.68E-03	50
4188	4.5	4.5	0.1125	9.5018	9.6283	1.33	5.47E-03	31

Tabel 13 controle halve mesh tabel 6