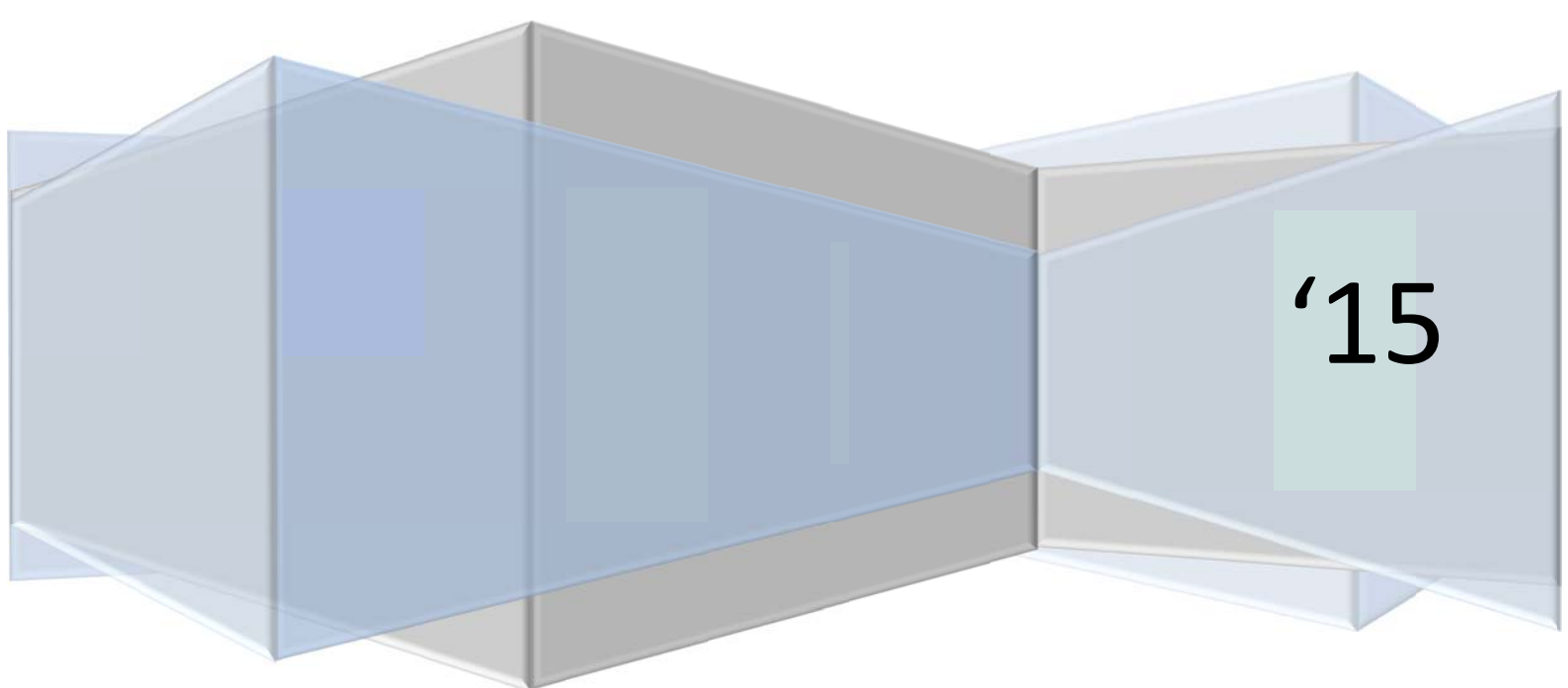


Tu Delft, Civiele Techniek

Bachelor eindwerk

Pons

Maik Odijk



'15

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Samenvatting.....	2
Inleiding.....	3
Probleemstelling en onderzoeksvraag	3
Doelstelling.....	3
Wat is pons?	4
Hoe wordt de ponsschuifspanning berekend?.....	6
Berekening.....	8
Aannames.....	8
Ponsschuifspanning.....	10
Matrixframe	16
Onderzoek	23
Afmetingen modellen.....	24
Buigstijfheidsverhouding EI_k/EI_v	24
Eurocode 2.....	25
Resultaten	26
Afwijkingen grafieken.....	26
Analyse	27
Korte overspanningen	27
Excentriciteitsfactor β	27
Verdeling excentriciteitsfactor β	29
Relatie excentriciteitsfactor β en ponsschuifspanning σ_{pons}	30
Relatie ponsschuifspanning σ_{pons} met ponsschuifspanning σ_{EC-2}	30
Drukspanningstoename $\Delta\sigma$	31
Maatgevende waardes combineren	31
Conclusie	33
Notitie.....	34
Bibliografie	35
Tabellijst	35
Figuurlijst.....	36
Bijlage	37

Voorwoord

Voor u heeft u het rapport waarin de excentriciteitsfactor β van ponsweerstand is onderzocht. Het onderzoek is gedaan als afsluiting van de bachelor opleiding Civiele Techniek op de TU Delft. In een periode van acht weken is het onderzoek afgerond. Voor het onderzoek heb ik gekozen om een onderwerp te kiezen bij betonconstructies. Tijdens het onderzoek ben ik begeleid door de heren Dr.ir.drs. C.R. Braam en Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom. Mijn dank voor de assistentie tijdens het onderzoek.

De lezer van het rapport wordt verwacht over voorkennis te beschikken in de civiele techniek en met name in betonconstructies.

Delft, 28 oktober 2015

Maik Odijk

Samenvatting

In de Eurocode 2 worden twee methodes gegeven voor het berekenen van de ponsschuifspanning. Eén methode is door gebruik te maken van de conservatieve waarde voor de excentriciteitsfactor β . In dit onderzoek is gekeken of deze excentriciteitsfactor β wel veilig is. Voor het berekenen van de excentriciteitsfactor β van de ponsschuifspanning zijn vier modellen doorgerekend door middel van het toepassen van 2-D raamwerken. De resultaten zijn met elkaar vergeleken door te kijken naar de buigstijfheidsverhouding van de kolom met de vloer. Daarnaast is ter controle gekeken of de kolommen wel naar hun capaciteit gebruikt worden door de drukspanningstoename te berekenen. Uit het onderzoek is gebleken dat de conservatieve waarde voor de excentriciteitsfactor β een veilige waarde is voor elke kolomsoort. De excentriciteitsfactor β neemt voor elke kolomsoort lineaire toe met de buigstijfheidsverhouding tussen de kolom en de vloer. Hoekkolommen zijn hier veel gevoeliger voor dan rand- en middenkolommen. Hierdoor wordt geadviseerd om bij hoekkolommen de buigstijfheidsverhouding in de gaten te houden. Echter wordt de excentriciteitsfactor β pas groter dan de conservatieve waarde uit de Eurocode 2 bij een buigstijfheidsverhouding EI_k/EI_v van 0.034 voor een hoekkolom. Dit is pas als de afmetingen van de kolom dusdanig groot worden dat het een specifiek aspect wordt van een gebouw. De hoekkolom kan namelijk in dat geval meer dan 13 bouwlagen ondersteunen. De Eurocode is alleen toe te passen voor gewone constructies. Voor andere gevallen zoals hoogbouw wordt van de constructief ontwerper aanvullend vakkundig onderzoek gevergd. De berekening van de ponsschuifspanning met de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β volgens de Eurocode2 kan voor standaard gevallen dus altijd gebruikt worden.

Inleiding

In dit onderzoek is gekeken naar de excentriciteitsfactor β van ponsweerstand. Deze excentriciteitsfactor β geeft de bijdrage van het buigend moment ten opzichte van de dwarskracht aan van de ponsschuifspanning. In de Eurocode 2 (EC-2) wordt gezegd dat er bij bepaalde gevallen een benaderende excentriciteitsfactor β mag worden aangenomen. De waarde voor de excentriciteitsfactor β is een conservatieve waarde die is opgesteld op basis van onderzoek. Het is de vraag of deze benaderende excentriciteitsfactor β wel een veilige waarde is, omdat de voorwaarden die bepalen wanneer er beroep gedaan mag worden op de benaderende excentriciteitsfactor β nog veel vrije ruimte laat voor het ontwerp. In dit onderzoek wordt onderzocht wat de invloed is van het veranderen van het ontwerp op de excentriciteitsfactor β .

Probleemstelling en onderzoeksvraag

Als de stabiliteit van een constructie niet afhankelijk is van het gevormde raamwerk mag volgens de EC-2 een benaderde waarde voor de excentriciteitsfactor β aangenomen worden. Voor het gebruik van deze benaderde waarde is verder nog maar één andere voorwaarde. De voorwaarde uit de EC-2 is dat de lengte van de opeenvolgende overspanningen niet meer dan 25% verschillen. De onderzoeksvraag luidt dan ook als volgt:

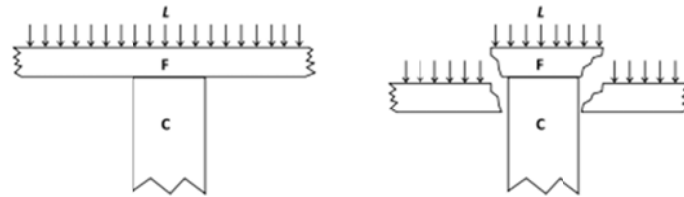
Kan voor elke constructie onder elke belasting, waarbij de stabiliteit is verzekerd door een stijve kern of stijve wanden en waarvan de opeenvolgende overspanningen niet meer dan 25% verschillen, de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β gebruikt worden voor de berekening van de ponsschuifspanning?

Doelstelling

Door deze vraag te beantwoorden zal er meer inzicht komen in de invloed van verschillende parameters op de excentriciteitsfactor β . Uit het onderzoek moet blijken bij welke verhoudingen de benaderende excentriciteitsfactor β nog gebruikt kan en wanneer de ponsspanning nauwkeurig berekend moet worden. Wanneer we weten welke parameters een grote invloed hebben op de excentriciteitsfactor β , en dus ook de ponsspanning, kan vooraf ingeschat worden welke situaties extra aandacht vereisen. Daarnaast moet duidelijk worden of bij verschillende belastingconfiguraties het gebruik van de benaderende excentriciteitsfactor β mogelijk is.

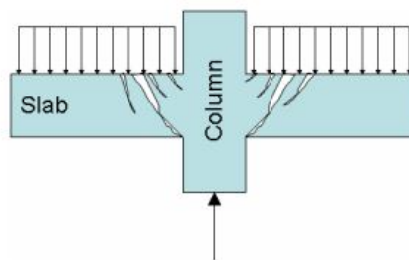
Wat is pons?

Het woord 'pons' is niet voor iedereen een bekend fenomeen. Daardoor roept het bij veel mensen vragen op. Pons is een vorm van bezwijken van het beton in het lastinleidingsgebied rondom een kolom. De belasting van een vloer moet worden afgedragen naar de steunpunten. Bij vlakke plaatvloeren ondersteunen kolommen de vloer. Het afdragen van de belasting naar de kolom zorgt voor grote spanningen bij de verbinding van de plaat met de kolom. Deze spanningen worden gedefinieerd als ponsschuifspanningen. Als de ponsschuifspanning te hoog wordt in de vloer kan het beton gaan bezwijken. De kolom wordt als het ware door de vloer heen gedrukt. In figuur 1 is de bezwijking schematisch weergegeven.¹



Figuur 1: Pons

Een ponsbreuk wordt veroorzaakt door de grote radiale momenten op de kolom. Rond de kolom kunnen dan scheuren ontstaan. Bij grotere belastingen vormen zich dan in de vloerplaat schuine afschuifscheuren. Deze scheuren zijn weergegeven in figuur 2.



Figuur 2: Ponsbreuk en afschuifscieur

Als er scheuren in het beton ontstaan dan is de schuifspanning in het beton groter dan dat het kan overdragen. Om ervoor te zorgen dat er meer kracht over gedragen kan worden moet afschuifwapening worden toegepast. De wapening zorgt dan voor de krachtsoverdracht van de vloer naar de kolom. Aangezien er een evenwichtssituatie moet zijn in de vloer zal de betondrukspanning toenemen als de belasting blijft toenemen. Als de spanningen in de betondrukzone groter worden dan de betoncapaciteit zal de kolom bezwijken op pons.

Het bezwijken op pons is een bezwijkmechanisme dat grote gevolgen met zich mee brengt. Pons is een brossse breuk en zal bij het bezwijken weinig tot geen (visuele) waarschuwingen geven. De gevolgen van het bezwijken op pons heeft al tot meerdere dodelijke ongevallen geleid.²

¹ [https://nl.wikipedia.org/wiki/Pons_\(constructie\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Pons_(constructie))

² <https://failures.wikispaces.com/Concrete+System+Collapses+%26+Failures+During+Construction>



Figuur 3: Ponsbreuk praktijk

In Cocoa Beach, Florida, werd in 1981 het appartementencomplex Harbour Clay Condominium gebouwd waarbij ze het ontwerp niet hebben doorgerekend op pons. Hierdoor waren onder andere de vlakke plaatvloeren te dun gerealiseerd en konden de ponsschuifspanningen niet opgenomen worden door de vloer. Vlak voor het bezwijken van de constructie, wat tijdens de bouw plaatsvond, waren er wel zichtbare verplaatsingen en scheuren aanwezig maar de constructeur bevestigde dat de constructie nog voldoende restcapaciteit had. Tijdens de bouw van de 5^{de} verdieping bezweek de constructie wat leidde tot elf doden en drieëntwintig gewonde bouwvakkers. In figuur 4 is het ingestorte Harbour Clay Condominium weergegeven.³



Figuur 4: Harbour Clay Condominium ingestort ³

Harbour Clay Condominium is voorbeeld die laat zien dat het berekenen van de ponsweerstand van constructies serieus moet worden genomen om de veiligheid en sterkte van een gebouw te kunnen garanderen. Het is daarom van belang dat er kritisch gekeken wordt naar de rekenmethodes die we hiervoor gebruiken. Dit geldt natuurlijk naast de ponsweerstand ook voor alle andere constructieve berekeningen.

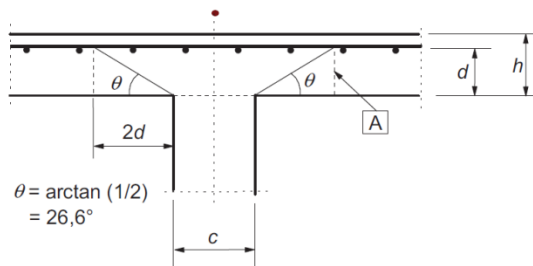
³ <http://civildigital.com/punching-shear-punching-shear-flat-slabs/>

Hoe wordt de ponsschuifspanning berekend?

Voor het berekenen van de ponsweerstand wordt gebruik gemaakt van de EC-2. De Eurocodes zijn Europese normen voor het toetsen van de constructieve veiligheid van bouwconstructies. Hierin staan de constructieve berekeningen voor verschillende constructiedelen. Daarnaast zijn in de Eurocodes ook de toetsingsmethodes van constructies gegeven. De toetsing op pons is daar ook een onderdeel van.

Het principe van de berekening van de ponsweerstand wordt hier kort beschreven. In het verdere onderzoek worden de berekeningen verder uitgelicht en beschreven.

Het ponsmechanisme is bijzonder gecompliceerd. Daarom wordt er een vereenvoudigd rekenkundig model gebruikt voor de berekening. Bij pons moet rekening worden gehouden met het spanningsverloop in de vloer. De schuifspanning wordt namelijk niet recht omhoog langs de kolom verdeeld maar verspreidt zich in de vloer over een groter oppervlak. Om dit te kunnen berekenen wordt de spanning dus verdeeld over een groter gebied genaamd de eerste toetsingsperimeter. In figuur 5 weergegeven als A.



Figuur 5: Eerste toetsingsperimeter

De berekening van ponsschuifspanning kan dan door middel van het vereenvoudigd model berekend worden door de kracht te delen door het oppervlak waarover het werkt. De rekenwaarde van de ponsschuifspanning in de eerste perimeter is dan:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_i d}$$

Waarin:

v_{Ed} = ponsschuifspanning (kN/m²)

V_{Ed} = ponskracht (kN)

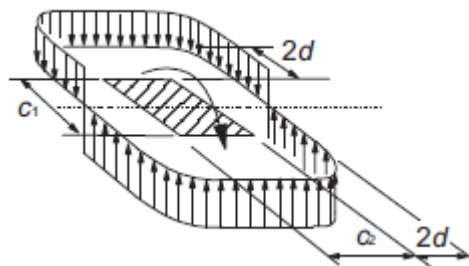
β = excentriciteitsfactor (-)

u_i = toetsingsperimeter (m)

d = effectieve hoogte plaat (m)

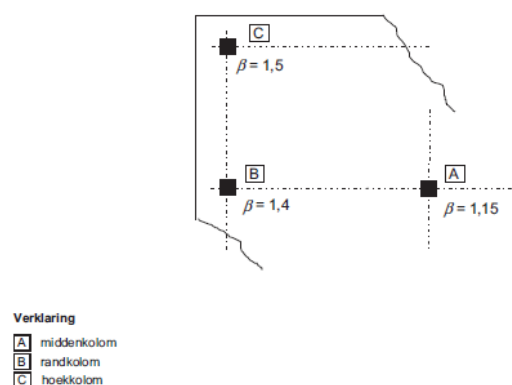
De rekenwaarde, v_{Ed} , is de ponsschuifspanning die op de constructie werkt. Als de ponsschuifspanning kleiner is dan de afschuifweerstand, v_{Rd} , van een constructie dan is de constructie veilig. Deze controle wordt verder niet uitgewerkt in dit onderzoek.

Als een constructie niet gelijkmatig is belast dan kan er een situatie ontstaan waarbij een buigend moment wordt afgedragen naar de kolom. Dit komt omdat de kolom de rotatie van de vloer verhindert. Ook bij gelijkmatig verdeelde belastingen is het dus mogelijk dat de kolom een buigend moment op neemt. De kolom is dan excentrisch belast. Het buigend moment wat afgedragen wordt naar de kolom levert een bijdrage aan de ponsschuifspanning in het beton. In figuur 6 is de schuifspanningsverdeling weergegeven ten gevolge van een moment op een middenkolom. Bij het toetsen van een constructie wordt een plastisch spanningsverloop verondersteld.



Figuur 6: Schuifspanningsverdeling ten gevolgen van een buigend moment

Deze bijdrage wordt in de berekening voor de ponsschuifspanning verwerkt als een factor van de ponsschuifspanning ten gevolgen van de dwarskracht. Deze factor wordt de excentriciteitsfactor β genoemd. In de EC-2 worden twee methodes gegeven voor het berekenen van de excentriciteitsfactor β . Voor de eerste methode wordt verondersteld dat het raamwerk van een constructie de stabiliteit moet verzorgen. In deze situatie moet de excentriciteitsfactor β berekend worden. Deze rekenmethode wordt ook gebruikt in dit onderzoek om de excentriciteitsfactor β te bepalen. Bij de tweede methode, waarbij de stabiliteit wordt verzorgd door stabiliteits- of schorende elementen, wordt gezegd dat voor de excentriciteitsfactor β een benaderende waarde mag worden aangenomen voor hoek, rand en midden kolommen. De waarde voor de excentriciteitsfactor β volgens de tweede methode van de EC-2 is weergegeven in figuur 7.



Figuur 7: Excentriciteitsfactor β

Berekening

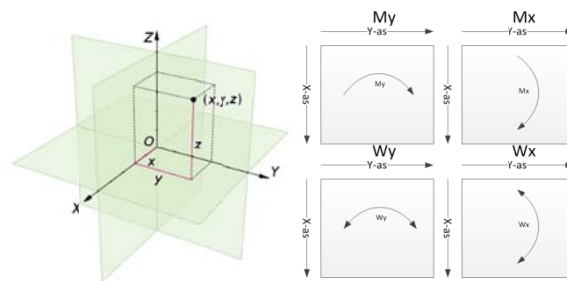
De berekening wordt in verschillende stappen uitgevoerd. Voor de berekeningen zijn de programma's Excel en Matrixframe gebruikt. Met behulp van Matrixframe is de krachtverdeling van de constructie bepaald. Met Excel zijn de gegevens verwerkt om uiteindelijk de excentriciteitsfactor β te berekenen. Hieronder worden de berekeningen uitgewerkt. Voor de berekeningen worden de normen EC-2 en VBC 1995 gebruikt.

Aannames

Voor het onderzoek zijn bepaalde aannames gedaan om het onderzoek niet te gecompliceerd te maken. Een overzicht van de aannames is hier weergegeven:

Richtingen

Voor de berekeningen moeten overal dezelfde richtingen worden aangenomen. In dit onderzoek zijn de volgende aanduidingen van toepassing:



Figuur 8: Assenstelsel en statisch en buigend moment

Constructie

Voor het schematiseren en modeleren van de constructie worden de volgende aannames gebruikt:

- Constructie ontleent haar stabiliteit aan stabiliteits- of geschoorde elementen.
- Constructie valt onder constructieklasse 3 en milieuklasse XC2/XC3.
- Standaard dekking voor beton is volgens Eurocode 2 $C_{nom} = 25 \text{ mm}$ (0.025 m).
- Standaard langswapening in de vloer heeft een diameter van 20 mm (0.02 m).
- De vloeren worden uitgevoerd als vlakke plaat vloeren.
- De hoogte van de vloer is over de hele constructie gelijk.
- De overspanningen van de vloeren variëren tussen 3.6 en 10.8 meter.
- De kolommen zijn rechthoekig.
- De constructie wordt uitgevoerd in betonsoort C55/67.
- De stramienlijnen zijn een meervoud van 1.8 meter.
- De variabele belasting is 5 kN/m^2 .
- Het eigen gewicht is 2.5 kN/m^2 per 0.1 m plaatdikte.
- De hoogte van een kolom is 2.4 meter.

Dimensies en symbolen

In het onderzoek zijn de volgende dimensies en symbolen van toepassing (tenzij anders aangegeven):

Lengte:	m
Oppervlakte:	m ²
Krachten:	kN
Momenten:	kNm
Verdeelde belasting:	kN/m
Spanningen:	kN/m ²
Statisch moment:	m ²
Traagheidsmoment:	m ⁴
γ_G	= belastingfactor eigen gewicht (1.2)
γ_v	= belastingfactor variabel gewicht (1.5)
C_{nom}	= dekking per milieuklasse in EC-2
$\emptyset$	= diameter langswaopening
C_x	= zijde van de kolom in X-richting
C_y	= zijde van de kolom in Y-richting
h	= plaathoogte
d_{eff}	= effectieve plaathoogte
L	= theoretische overspanning
L_{eff}	= effectieve overspanning
$v_{Ed,dwarskracht}$	= ponsschuifspanning door dwarskracht
$v_{Ed,moment}$	= ponsschuifspanning door buigend moment
$V_{Ed,x}$	= rekenwaarde dwarskracht in x-richting voor ponsschuifspanning
$V_{Ed,y}$	= rekenwaarde dwarskracht in y-richting voor ponsschuifspanning
$M_{Ed,x}$	= rekenwaarde buigend moment in x-richting voor ponsschuifspanning
$M_{Ed,y}$	= rekenwaarde buigend moment in y-richting voor ponsschuifspanning
u_1	= toetsingsperimeter
k	= reductie factor ponsschuifspanning
W	= statisch moment van de eerste toetsingsperimeter
I	= traagheidsmoment van een constructiedeel
β	= excentriciteitsfactor ponsweerstand
q_G	= rekenwaarde eigen gewicht
q_Q	= rekenwaarde variabele belasting
η	= stijfheidsreductiefactor kolom voor 2-d raamwerkmethode
r_1	= inklemmingstraal, halve kolomdikte evenwijdig aan raamwerk
l_2	= breedte van het vlak loodrecht op raamwerk
E_η	= gereduceerde E-modulus kolom 2-d raamwerkmethode
X_n	= het n-de raamwerk in de X-richting
Y_n	= het n-de raamwerk in de Y-richting
(X_1, Y_1)	= kolom positie in model
$\Delta\sigma$	= drukspanning toename in kolom door dwarskracht
σ_{pons}	= ponsschuifspanning berekend volgende eerste methode EC-2
σ_{EC-2}	= ponsschuifspanning berekend volgende tweede methode EC-2
El_k/El_v	= buigstijfheidsverhouding tussen de kolom en de vloer

Ponsschuifspanning

De ponsschuifspanning kan worden verdeeld in de bijdrage van de dwarskracht en de bijdrage van het buigend moment weergegeven als:

$$v_{Ed,totaal} = v_{Ed,dwarskracht} + v_{Ed,moment}$$

Waarin:

$$v_{Ed,dwarskracht} = \frac{V_{Ed}}{d_{eff} * u_1}$$

$$v_{Ed,moment} = k * \frac{M_{Ed}}{W * d_{eff}}$$

Dus:

$$v_{Ed,totaal} = \frac{V_{Ed}}{d_{eff} * u_1} + k * \frac{M_{Ed}}{W * d_{eff}}$$

Voor het berekenen van de ponsschuifspanning wordt in dit onderzoek de berekening verdeeld in het aandeel van de dwarskracht en van het buigend moment verder uitgewerkt. Voor elke parameter wordt de afleiding gegeven en uitgewerkt.

Ponsschuifspanning door dwarskracht

De bijdrage van de dwarskracht voor ponsschuifspanning is gelijk aan:

$$v_{Ed,dwarskracht} = \frac{V_{Ed}}{d_{eff} * u_1}$$

Effectieve hoogte, d_{eff}

Voor het bepalen van de effectieve hoogte van de plaat moet er rekening gehouden worden met de slankheidseisen voor vloeren. Het model betreft een combinatie van vloeren met aan de randzijde scharnierende opleggingen en aan de andere zijde doorgaande ligger. Voor de vloeren in het midden van de constructie is de vloer aan beide zijden ingeklemd. Aangenomen is dat de vloerhoogte uniform is in de constructie. Dus om te voldoen aan de slankheidseisen wordt de aan de meest ongunstige situatie aangehouden. De meest ongunstige situatie is de grootste overspanning in het model. Met deze gegevens kan op basis van de volgende formule de effectieve hoogte d_{eff} bepaald worden:

$$\frac{L_{max}}{d_{eff}} = 32 \text{ als } L_{max} \leq 7.00 \text{ m en } \frac{L_{max}}{d_{eff}} = \frac{225}{L_{max}} \text{ als } L_{max} \geq 7.00 \text{ m}$$

De vlakke vloerplaten worden toegepast bij overspanningen tussen de 3,6 en 10,8 meter. De effectieve hoogte d_{eff} van de vlakke plaat varieert tussen:

$$\frac{3.6}{32} = 0.113 < d_{eff}(m) < \frac{10.8^2}{225} = 0.518$$

Hoogte plaat h

Voor het bepalen van de eigenschappen van de vloerplaat zoals eigengewicht en stijfheid moet de plaathoogte berekend worden. De totale hoogte van de plaat volgt uit de volgende vergelijking:

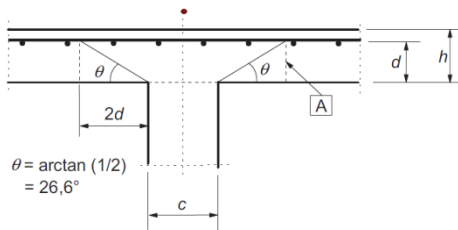
$$h = d_{eff} + c_{nom} + 0.5 * \emptyset$$

Om de hoogte te bepalen worden voor de dekking en langswapening waarden uit de EC-2 gebruikt. Uit de EC-2 volgt met de aangenomen constructie- en milieuklasse dat $C_{nom} = 0.025$ en $\emptyset = 0.02$ m. Hierdoor kan de hoogte van de plaat uitgedrukt worden in de volgende vergelijking:

$$h = d_{eff} + 0.025 + 0.01$$

Toetsingsperimeter u_1

Om de schuifspanning te berekenen is een toetsingsperimeter u_1 bepaald. In figuur 9 is de vaststelling van de eerste toetsingsperimeter weergegeven. Hierin is A de perimeter waar de gemiddelde schuifspanning over werkt, betrokken op de effectieve hoogte weergegeven als d in het figuur.



Figuur 9: Toetsingsperimeter u_1

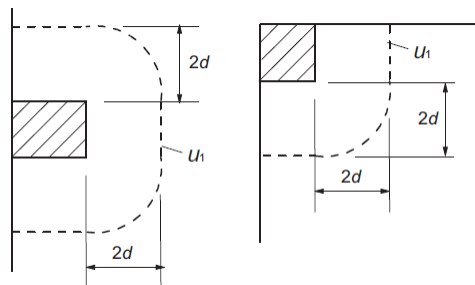
In dit onderzoek wordt er gekeken naar rechthoekige kolommen. In figuur 10 zijn de perimeters van rand- en hoekkolommen weergegeven. Voor rechthoekige kolommen is de periferie van midden-, rand- en hoekkolommen gelijk aan:

$$U, midden = 2(C_y + C_x) + 4 * \pi * d_{eff}$$

$$U, rand, x - as = 2 * C_y + C_x + 2 * \pi * d_{eff}$$

$$U, rand, y - as = 2 * C_x + C_y + 2 * \pi * d_{eff}$$

$$U, hoek = C_y + C_x + \pi * d_{eff}$$



Figuur 10: Perimeter rand- en hoekkolom

Ponsschuifspanning door buigend moment

De bijdrage van het moment voor de ponsschuifspanning is gelijk aan:

$$v_{Ed, moment} = k * \frac{M_{Ed}}{d_{eff} * W}$$

Reductiefactor k

De reductiefactor k van het buigend moment moet worden toegepast omdat het buigend moment niet volledig wordt overgedragen via schuifkrachten. Het buigend moment veroorzaakt ook buigende- en wringende momenten in de plaat. De waarde van het aandeel dat wordt overgedragen via schuifspanningen is afhankelijk van de kolomafmetingen. In tabel 1 zijn de waarden voor k weergegeven voor rechthoekig belaste kolommen waarin $C_1=C_x$ en $C_2=C_y$. Deze waarden zijn overgenomen uit EC-2.

Tabel 1: Reductiefactor k

C_1/C_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

Statisch moment

Het bepalen van het statisch moment moet voor alle drie de kolomsoorten gedaan worden. Daarnaast is het statisch moment van de perimeter ook verschillend per richting als de kolom niet vierkant is. Het statisch moment van de perimeter heeft een eenheid van m^2 .

Voor het berekenen van het statisch moment van de perimeter wordt de perimeter als een dunwandig profiel gezien. Het statisch moment is dan de omtrek van de perimeter keer de afstand van het zwaartepunt van de perimeter tot de neutrale as in de kolom. Als de zwaartelijns van de perimeter niet op het zwaartepunt van de kolom ligt, dan moet het statisch moment berekend worden door gebruik te maken van een halveringslijn. Voor het berekenen van het statisch moment met de halveringslijn wordt er gebruik gemaakt van een Duitse rekenmethode. Hierbij moet gezegd worden dat de berekening van het zwaartepunt van de perimeter elastisch berekend is. De berekening van de ponsschuifspanning is een plastische berekening. Dit zorgt ervoor dat het berekende zwaartepunt niet geheel correct is voor het berekenen van de ponsschuifspanning. In de praktijk blijkt echter dat het verschil van het statisch moment tussen een plastische en elastische berekening nihil is. Aangenomen wordt dus ook dat het verschil verwaarloosbaar is en dat de formules van de Duitse rekenmethode toegepast kunnen worden in dit onderzoek. In tabel 2 zijn de formules voor het berekenen van het zwaartepunt en statisch moment weergegeven voor respectievelijk rand en hoekkolommen. Voor dit onderzoek worden alleen kolommen onderzocht waar de rand van de kolom gelijk is aan de rand van de vlakke plaat. Hierdoor zijn 'e' en 'c' gelijk aan 0. Verder $a = C_y$, $b = C_x$ en $L_u = 2 * d_{eff}$.

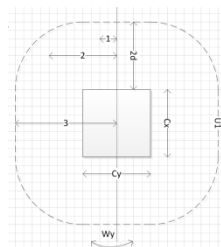
Tabel 2: Statisch moment perimeter

Tabelle H6.4 – Statische Momente W_1 der Schwerelinien des kritischen Rundschnitts bei Innen-, Rand- und Eckstützen

	1	2	3
	Grundriss	W_1	y_0, z_0
1		Lastausmitte e_z in z-Richtung: $W_1 = \frac{b^2}{2} + 2 \cdot a \cdot l_u + a \cdot b + \pi \cdot l_u \cdot b + 4 \cdot l_u^2$ Lastausmitte e_y in y-Richtung: $W_1 = \frac{a^2}{2} + 2 \cdot b \cdot l_u + a \cdot b + \pi \cdot l_u \cdot a + 4 \cdot l_u^2$ 2-achsig Lastausmitte: $\beta = 1 + 18 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b + 2 \cdot l_u}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{a + 2 \cdot l_u}\right)^2}$	$y_0 = 0$ $z_0 = 0$
2		Lastausmitte in y-Richtung: $\rightarrow y_0 \leq a/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(2 \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2} + y_0 \right) + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{4} + y_0 \right) + 2 \cdot y_0 \cdot \frac{y_0}{2} \right)$ $\rightarrow y_0 > a/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(2 \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2} + y_0 \right) + 2 \cdot a \cdot y_0 + 2 \cdot l_u \cdot \alpha \cdot y_{SB} \right)$ $\alpha = \arcsin \left(\frac{y_0 - \frac{a}{2}}{l_u} \right); \quad y_{SB} = y_0 - \frac{a}{2} - \left(\frac{l_u \cdot \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2}{\frac{\alpha}{2}} \right)$ Lastausmitte in z-Richtung: $W_1 = \frac{b^2}{4} + 2 \cdot a \cdot l_u + a \cdot b + \frac{\pi}{2} \cdot l_u \cdot b + 2 \cdot c \cdot \left(l_u + \frac{b}{2} \right)$	$y_0 = \frac{a^2 + b \cdot (a + l_u) +}{2 \cdot a + b + \pi \cdot l_u + 2 \cdot c} +$ $\frac{\pi \cdot l_u \cdot \left(a + \frac{2 \cdot l_u}{\pi} \right) - c^2}{2 \cdot a + b + \pi \cdot l_u + 2 \cdot c} \cdot \frac{a}{2}$ $z_0 = 0$
3		Lastausmitte in y-Richtung: $\rightarrow y_0 \leq a/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(c \cdot \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2} + y_0 \right) + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{a}{4} + y_0 \right) + y_0 \cdot \frac{y_0}{2} \right)$ $\rightarrow y_0 > a/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(2 \cdot c \cdot \left(\frac{c}{2} + \frac{a}{2} + y_0 \right) + a \cdot y_0 + l_u \cdot \alpha \cdot y_{SB} \right)$ α und y_{SB} wie in Zeile 2 Lastausmitte in z-Richtung: $\rightarrow z_0 \leq b/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(e \cdot \left(\frac{e}{2} + \frac{b}{2} + z_0 \right) + \frac{b}{2} \cdot \left(\frac{b}{4} + z_0 \right) + z_0 \cdot \frac{z_0}{2} \right)$ $\rightarrow z_0 > b/2$ $W_1 = 2 \cdot \left(e \cdot \left(\frac{e}{2} + \frac{b}{2} + z_0 \right) + b \cdot z_0 + l_u \cdot \alpha \cdot z_{SB} \right)$ $\alpha = \arcsin \left(\frac{z_0 - \frac{b}{2}}{l_u} \right); \quad z_{SB} = z_0 - \frac{b}{2} - \left(\frac{l_u \cdot \left(\sin \frac{\alpha}{2} \right)^2}{\frac{\alpha}{2}} \right)$	$y_0 = \frac{a^2}{2} + \frac{(b+e) \cdot (a+l_u)}{a+b+\pi \cdot l_u+c+e} +$ $\frac{\pi \cdot l_u \cdot \left(a + \frac{2 \cdot l_u}{\pi} \right) - c^2}{2 \cdot a+b+\pi \cdot l_u+c+e} \cdot \frac{a}{2}$ $z_0 = \frac{b^2}{2} + \frac{(a+c) \cdot (b+l_u)}{b+a+\pi \cdot l_u+e+c} +$ $\frac{\pi \cdot l_u \cdot \left(b + \frac{2 \cdot l_u}{\pi} \right) - e^2}{2 \cdot b+a+\pi \cdot l_u+e+c} \cdot \frac{b}{2}$

Middenkolom

In figuur 11 zijn de afmetingen voor de berekening van het statisch moment W_y om de x-as schematisch weergegeven. Omdat de perimeter symmetrisch is, wordt het statisch moment van één kant berekend en daarna verdubbeld. De perimeter wordt in drie delen opgedeeld en daarna bij elkaar opgeteld.



Figuur 11: Perimeter midden kolom

$$\begin{aligned} W_y &= 2 * (c_y * \frac{c_y}{4} + 2 * \pi d * (\frac{c_y}{2} + \frac{4d}{\pi})) + c_x * (2d + \frac{c_y}{2}) \\ &= \frac{c_y^2}{2} + c_y * c_x + 4 * c_x * d + 16d^2 + 2\pi * d * c_y \end{aligned}$$

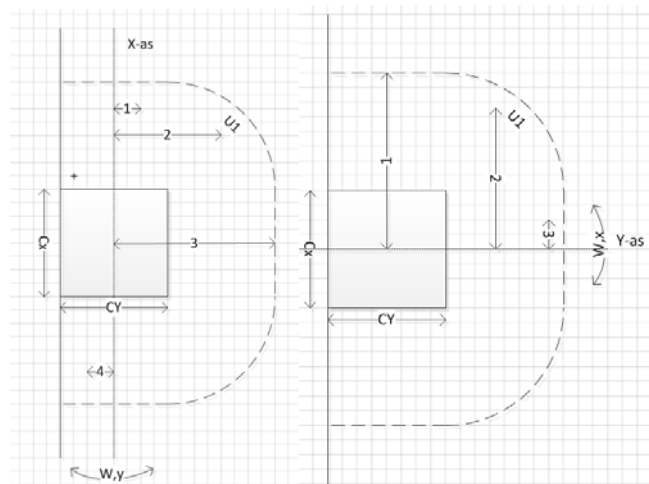
Voor het statisch moment W_x om de Y-as is het mogelijk om de afmetingen C_x en C_y met elkaar te verwisselen aangezien het om een symmetrische perimeter gaat. Hierdoor kan W_x worden uitgedrukt als:

$$W_x = \frac{C_x^2}{2} + C_x * C_y + 4 * C_y * d + 16d^2 + 2\pi * d * C_x$$

Ter controle kan er gekeken worden naar de Duitse rekenmethode waar de formule van het statisch moment is gegeven voor midden kolommen. Als de waarden voor a, b en I_u ingevuld worden krijgen we dezelfde vergelijking van het statisch moment. De analytische berekening komt dus overeen met de Duitse rekenmethode.

Randkolom

Voor randkolommen geldt dezelfde methode alleen is de perimeter niet symmetrisch om de as evenwijdig langs de rand. Hiervoor wordt de Duitse rekenmethode toegepast. Bij de randkolommen is het belangrijk dat er goed naar de richtingen gekeken wordt. De rand kan zich namelijk evenwijdig of loodrecht aan de X-as bevinden. In figuur 12 wordt de rand evenwijdig aan de X-as berekend weergegeven.

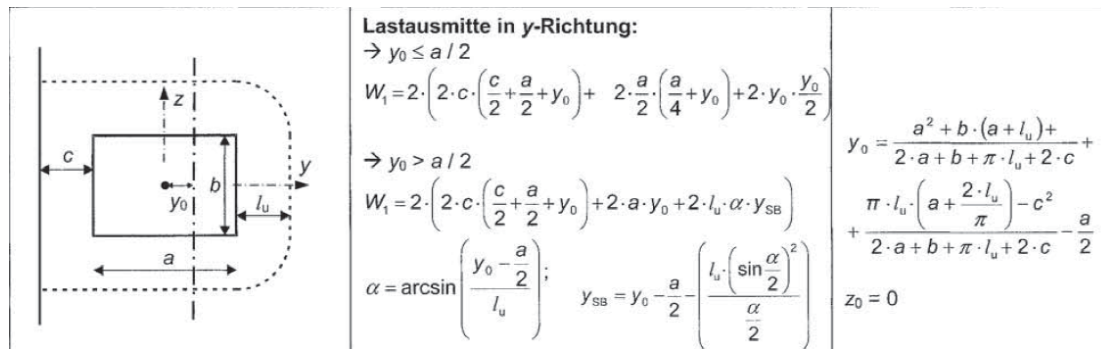


Figuur 12: Perimeter randkolom

Voor het berekenen van het statisch moment $W_{xas,x}$ waarvan de rand evenwijdig ligt aan de X-as is het weer mogelijk om één kant te berekenen en te verdubbelen:

$$W_{xas,x} = \frac{C_x^2}{4} + C_x * C_y + 4 * C_y * d + 8d^2 + \pi * d * C_x$$

Voor de berekening van het statisch moment $W_{x-as,y}$ waar de rand van de vloer evenwijdig ligt aan de X-as, gelden de formules uit figuur 13 waarin $a = C_y, b = C_x$ en $l_u = 2 \cdot d_{eff}$:



Figuur 13: Formules statisch moment randkolom

De berekeningen voor het statisch moment waar de rand van de vloer evenwijdig ligt aan de Y-as volgen hieronder.

Als de rand evenwijdig aan de Y-as is dan verwisselen de waarden voor a en b. De formules zijn dan als volgt:

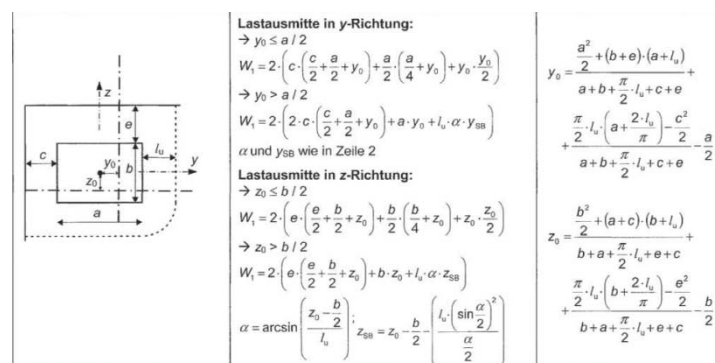
$$W_{yas,y} = \frac{C_y^2}{4} + C_x \cdot C_y + 4 \cdot C_x \cdot d + 8d^2 + \pi \cdot d \cdot C_y$$

Voor $W_{y-as,x}$ wordt weer de Duitse rekenmethode in figuur 13 gebruikt waarin nu $a = C_x, b = C_y$ en $l_u = 2 \cdot d_{eff}$.

Hoekkolom

Het statisch moment van de hoekkolommen hoeft maar voor één hoek uitgerekend te worden, omdat de kolommen met elkaar gespiegeld zijn. Hierdoor kan dus gezegd worden dat W_x en W_y hetzelfde zijn voor elke hoek. Er hoeft dus niet voor elke hoek een ander statisch moment te worden berekend.

Het statisch moment van de hoekkolommen wordt gegeven door de formules in figuur 14 met $a = C_y, b = C_x$ en $l_u = 2 \cdot d_{eff}$. Waarbij W_x het statisch moment in de Y-richting is en W_y in de Z-richting.



Figuur 14: Formules statisch moment hoekkolom

Deze formules zijn verwerkt in Excel waar uiteindelijk de berekeningen mee gedaan worden.

Invoer Excel

Voor het berekenen van alle gegevens zijn alleen de afmetingen van de kolom en de overspanning van de kolom nodig. Deze variabelen worden in het met groen gemarkeerde vak ingevoerd. Voor de berekening van de excentriciteitsfactor β moeten dan alleen nog de dwarskrachten en momenten per richting per kolom ingevoerd worden. Deze waarden volgen uit de berekening met Matrixframe. In figuur 15 is een overzicht te zien van het Excel bestand. In het overzicht zijn ook de berekeningen van de effectieve hoogte, k-waarde en de perimeter te zien.

Kolom afmetingen		Max overspanning		K-waarde	
		L	7,200	moment in x-richting	
(m)		L _{≥7}		Cx/Cy	1,000
Cx	0,200	d _{eff}	0,230	Kx	0,600
Cy	0,200	L _{≤7}		Moment in Y-richting	
d _{eff}	0,230	d _{eff}	0,225	Cy/Cx	1,000
Pi	3,142			Ky	0,600
statisch moment (m ²)		Perimeter (m)			
Middenkolom					
Wx	1,383	U1,midden	3,695		
Wy	1,383				
Randkolom					
langs x-as		U1,rand,xas	2,048	Wy als Yo < Cy/2	Wy als Yo > Cy/2
Wx	0,804	Yo	0,333	0,375	0,377
Wy	0,377	Cy/2	0,100		Alpha 0,530
					Ysb 0,114
Langs y-as		U1,rand,yas	2,048	Wx als Xo < Cx/2	Wx als Xo > Cx/2
Wx	0,377	Xo	0,333	0,375	0,377
Wy	0,804	Cx/2	0,100		Alpha 0,530
					Xsb 0,114
Hoekkolom		U1,hoek	1,124	Wx als Xo < Cx/2	Wx als Xo > Cx/2
Wx	0,207	X0	0,353	0,205	0,207
Wy	0,207	Cx/2	0,100		Alpha 0,582
		Yo	0,353	Wy als yo < Cy/2	Wy als yo > Cy/2
		Cy/2	0,100	0,205	0,207
					Alpha 0,582
					Ysb 0,123

Figuur 15: Overzicht Excel

Matrixframe

Voor het bepalen van de dwarskracht en het buigend moment op de kolom wordt er gebruik gemaakt van het programma Matrixframe. De constructie wordt met een in één richting dragend raamwerk berekend. Voor deze methode worden de gebruikte gegeven uitgewerkt.

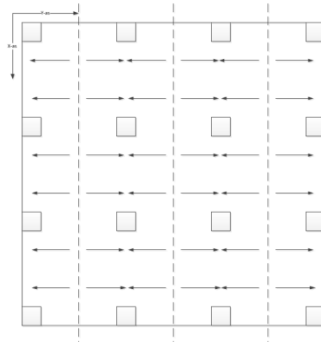
Belastingen

De constructie wordt belast door het eigen gewicht en een variabele belasting. Alle belastingen moeten worden aangebracht in de uiterste grens toestand (UGT), omdat pons een bezwijkmechanisme is.

Voor het verdelen van de belastingen naar de kolommen wordt de belasting gelijkmatig verdeeld. De totale belasting wordt voor 50% afgedragen in de y-richting, te zien in figuur 16, en 50% in de X-richting.*

$$q_{\text{totaal}} = q_x + q_y$$

*Zie notitie op pagina 34



Figuur 16: Krachtafdracht Y-richting

De belasting bestaat uit het eigen gewicht, q_G , en een variabele belasting, q_Q . Voor de berekening in de UGT wordt de volgende vergelijking gebruikt:

$$q_{\text{totaal}} = q_G * \gamma_G + q_Q * \gamma_Q = 1.2 * q_G + 1.5 * q_Q$$

Aangenomen is dat de variabele belasting 5 kN/m^2 is. Om de belasting uit te drukken in een verdeelde belasting kN/m moet de variabele belasting nog vermenigvuldigd worden met de breedte van de berekende strook.

Het eigen gewicht wordt uitgerekend door het programma Matrixframe. Deze is afhankelijk van de afmetingen van de vloer. De berekeningen in Matrixframe zijn volgens EC-2. In Matrixframe is het mogelijk om het eigengewicht te vermenigvuldigen met een factor. Omdat de helft van het eigen gewicht in één richting afgedragen wordt en de belasting factor γ_G 1.2 is wordt hiervoor $1.2 * 0.5 = 0.6$ gebruikt.

Schematisering constructie

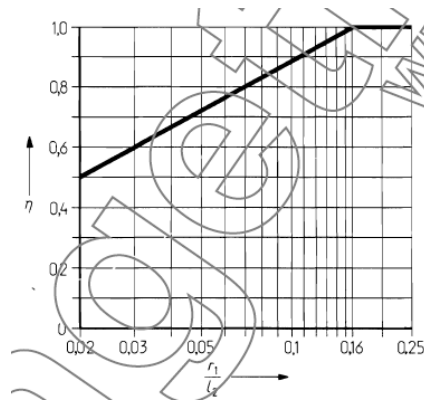
Omdat de constructie volgens een 2-D raamwerk wordt doorgerekend moeten er bepaalde factoren in rekening worden gebracht in het model. Het betreft de afmetingen en de stijfheid van de constructie.

Stijfheid kolom

In de VBC 1995 staat aangegeven dat als een berekening volgens de raamwerkmethode met vlakke plaatvloeren wordt toegepast er rekening moet worden gehouden met⁽⁶⁾:

- ‘stijlen, die overeenkomen met kolommen, waarvan de buigstijfheid gelijk moet worden gesteld aan η maal de buigstijfheid van de werkelijke kolom;’
- ‘regels die overeenkomen met vloeren waarvan de buigstijfheid gelijk moet worden gesteld aan de buigstijfheid van een plaat met breedte l_2 en dikte h over de lengte l_1 .’

Voor het bepalen van de stijfheidsreductie van kolommen wordt gebruik gemaakt van figuur 17. Waarin r_1 = inklemmingstraal (halve kolomdikte evenwijdig aan raamwerk) en l_2 = breedte van het vlak loodrecht op raamwerk.



Figuur 17: Stijfheidsreductiefactor η kolom

Aangenomen is dat de constructie gemaakt wordt van C55/67. Betonsoort C55/67 heeft een E-modulus van 38 GPA. Door de stijfheidsreductiefactor η te vermenigvuldigen met de elasticiteitsmodulus wordt de stijfheid van de kolom gereduceerd. De grafiek is vereenvoudigd tot de volgende verdeling (tabel 3):

Tabel 3: Verdeling reductiefactor η

r_1/l_2	η	E_η (GPA)
<0.025	0.5	19
0.025-0.04	0.6	22.8
0.04-0.06	0.7	26.6
0.06-0.09	0.8	30.4
0.09-0.13	0.9	34.2
>0.13	1	38

De gereduceerde E-modulus voor de kolom E_η wordt handmatig ingevoerd in Matrixframe.

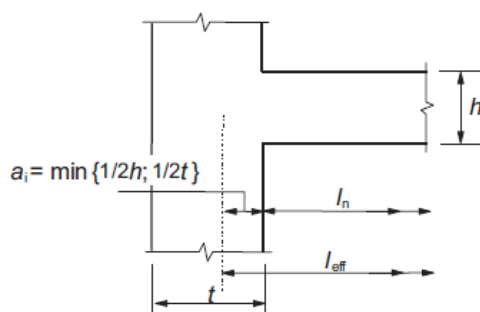
Het traagheidsmoment van de vloer wordt berekend in Matrixframe waar de breedte l_2 en hoogte van de plaat h ingevoerd worden. Door de vloer het betonsoort C55/67 toe te kennen wordt de stijfheid EI berekend en meegenomen in de berekening. In figuur 18 is het de berekening van de stijfheidsreductiefactor η in Excel weergegeven.

Stijfheid reductie X-richting	
Gegevens kolom	L=L
R1	0,100
Breedte strook L2	7,200
R1/L2	0,014
Eta	0,500
En,kolom(GPa)	19,000
Betonsoort	(-) En invoeren matrixframe

Figuur 18: Stijfheidsreductie Excel

Overspanning

De effectieve overspanning is afhankelijk van de manier van oplegging. De vlakke plaatvloer is volledig ingeklemd tussen de kolommen. Hierdoor volgt uit de EC-2 (figuur 19):



Figuur 19: Volledig ingeklemde ondersteuning

Uitgedrukt in formulevorm met de gegevens van dit onderzoek, afhankelijk van de richting van het raamwerk, levert figuur 19 de volgende vergelijking op:

$$L_{eff, x/y} = L - \left(\frac{C_{x/y}}{2} - \min\left(\frac{h}{2}; \frac{C_{x/y}}{2}\right) \right)$$

Met de overspanning L gedefinieerd in de VBC 1995 7.1.6 als de theoretische overspanning⁽⁶⁾:

Theoretische overspanning L

Bij het schematiseren moet als lengte van de overspanning of uitkraging de theoretische overspanning / worden aangehouden, waarvoor geldt:

- d. voor liggers en kolommen of vloeren en wanden in raamwerken: L is de hart-op-hartafstand van de systeemlijnen;

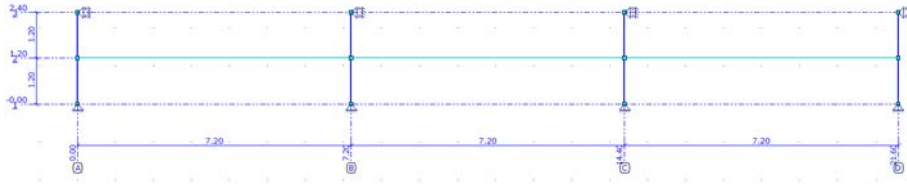
De berekening van de effectieve overspanning in Excel is weergegeven in figuur 20. In dit onderzoek blijkt dat voor bijna alle overspanningen $L_{eff} = L_1$. De hoogte van de vloerplaat h is alleen kleiner dan de breedte van de kolom bij $L_1 = 3.6$ meter met $C_x = 0.075$ meter. In dit geval wordt de effectieve lengte 3.599 meter. Dit zorgt voor verwaarloosbare verschillen in de berekening.

Gegevens Vloer	
Betonsoort	C55/67
h	0,265
Lengte L1	7,200
L _{eff.}	7,200

Figuur 20: L_{eff} Excel

Model

Voor het berekenen van de krachten moet een representatief model voor de werkelijkheid gebruikt worden. Het 2-D raamwerkmodel wordt gevormd door liggers die moment vast verbonden zijn met de kolommen. De hoogte van de kolommen is de halve aangenomen hoogte van 2,4 m. De oplegreacties van de kolommen zijn onderin in de X- en Z-richting vast en bovenin alleen in de X-richting vast verbonden zodat er rotatie en verplaatsing van de constructie plaats kan vinden. De constructiedelen worden aangebracht op de systeemlijnen volgens VBC 1995 7.1.6.

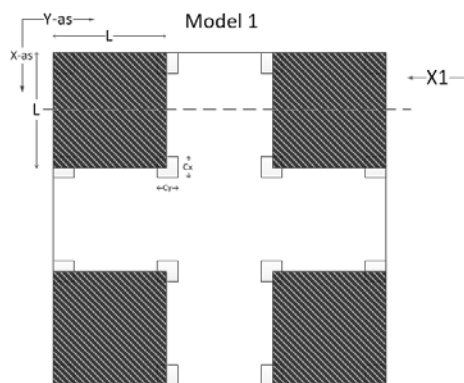


Figuur 21: Model matrixframe

Berekening M_{Ed} en V_{Ed}

Om de berekening van de krachten te laten zien wordt er een raamwerk uit een berekend model uitgewerkt. Het gebruikte model 1 wordt in het vervolg van het onderzoek toegelicht.

De berekening komt uit het Model 1 is weergegeven in figuur 22. Het model is dusdanig belast dat in alle richtingen het veld wel, niet en weer wel belast is.



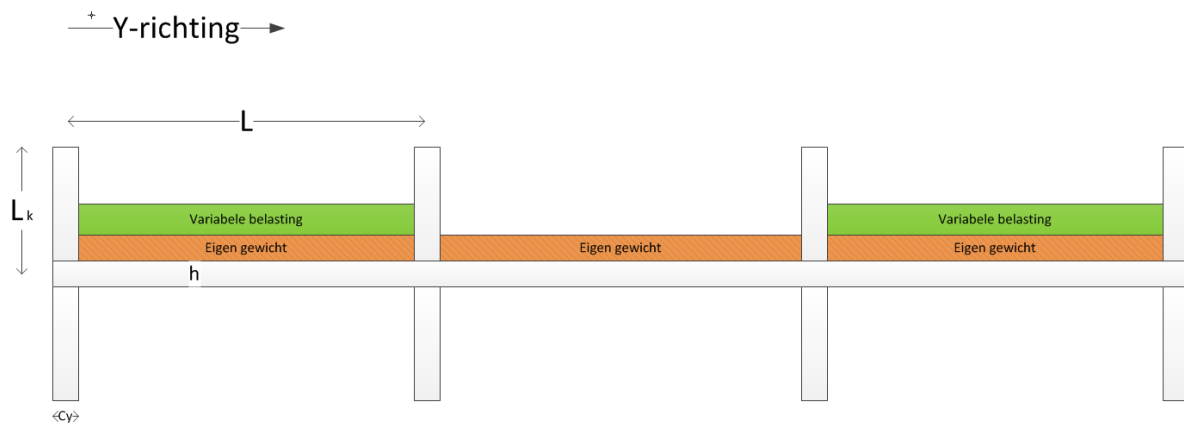
Figuur 22: Bovenaanzicht model 1

De berekening is gedaan van strook X_1 . Dit betreft een randstrook met een breedte L_2 van $0.5 \cdot L$. Verder is $C_x = C_y = 0,2$ m en $L = 7.2$ m. Voor deze strook moet de kolomstijfheid gereduceerd worden met 0,7. Het raamwerk ziet er als volgt uit in Matrixframe.



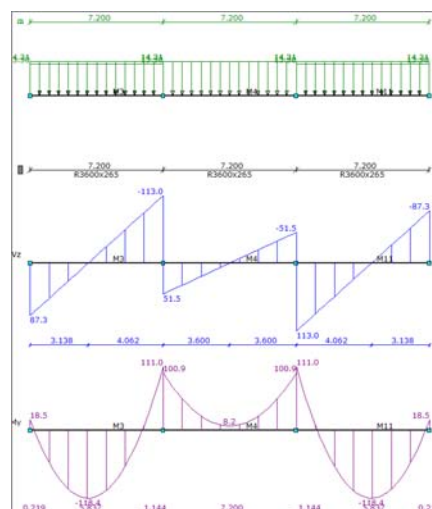
Figuur 23: Visualisatie raamwerk

De belastingen op het 2-D raamwerk van strook X_1 die in het model worden aangebracht zijn weergegeven in figuur 24:



Figuur 24: Belasting raamwerk

Door het toepassen van een lineaire elastische analyse worden de krachten berekend op de constructie. In figuur 25 zijn de resultaten van de berekening te zien:



Figuur 25: Resultaat berekening Matrixframe

Voor de berekening van de ponsweerstand moeten de krachten die van de vloer overgedragen worden naar de kolom bepaald worden. De rekenwaarde voor de dwarskracht V_{Ed} is de dwarskrachtverandering in de vloer boven de kolom. Voor de rekenwaarde van het buigend moment M_{Ed} moet het kolommoment bepaald worden. Het kolommoment is het momentverschil in de vloer boven de kolom. In figuur 25 is de krachtsverdeling op het raamwerk weergegeven. In tabel 4 zijn de rekenwaardes voor de ponschuifspanning weergegeven voor elke kolom van het raamwerk X_1 . De krachten en momenten bepaald uit raamwerk X_1 werken in de Y-richting.

Tabel 4: Resultaten raamwerk X_1

	Hoekkolom (X_1, Y_1)	Randkolom (X_1, Y_2)	Randkolom (X_1, Y_3)	Hoekkolom (X_1, Y_4)
$M_{Ed,y}$ (kN/m)	18.5	9.1	9.1	18.5
$V_{Ed,y}$ (kN)	87.5	164.5	164.5	87.5

Om alle krachten en momenten van een model te bepalen moet deze berekening voor elk raamwerk gebeuren. Belangrijk is dat de afmetingen, stijfheidsreducties en belastingen voor elk raamwerk anders kunnen zijn. Het goed invoeren van de gegevens is noodzakelijk voor een goed onderzoek. Het proces is voor vier modellen herhaald om een duidelijk beeld te krijgen van de invloed van verschillende parameters op de excentriciteitsfactor β .

Per model zal voor elke kolom een dwarskracht in de X-richting $V_{Ed,x}$, dwarskracht in de Y-richting $V_{Ed,y}$, buigend moment in de X-richting $M_{Ed,x}$ en een buigend moment in de Y-richting $M_{Ed,y}$ berekend moeten worden. Deze rekenwaardes worden weer ingevoerd in Excel. Met de beschreven formules kan dan de ponsschuifspanning $v_{Ed,dwarskracht}$ en $v_{Ed,moment}$ berekend worden.

Excentriciteitsfactor β

Nu de ponsschuifspanningen $v_{Ed,dwarskracht}$ en $v_{Ed,moment}$ bekend zijn kan de excentriciteitsfactor β berekend worden door middel van de volgende vergelijking:

$$\beta = \frac{(v_{Ed,dwarskracht} + v_{Ed,moment})}{v_{Ed,dwarskracht}}$$

Drukspanningstoename $\Delta\sigma$

Om een goede indruk te krijgen van de krachten op de constructie wordt de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ in de kolom berekend. De drukspanningstoename $\Delta\sigma$ geeft een indruk of de kolom niet over/onder belast wordt en kan er gekeken worden of de kolom over gedimensioneerd is. De aangenomen eigenschappen die daarbij van belang zijn, zijn de betonklasse van C55/67 en dat een constructie maximaal drie bouwlagen heeft (laagbouw). De spanningstoename zorgt dus voor een bepaalde begrenzing van de kolomafmetingen in het onderzoek. De formule is als volgt:

$$\Delta\sigma = \frac{V_{Ed,x} + V_{Ed,y}}{C_x * C_y}$$

Verder wordt in het Excel bestand nog de ponsschuifspanning σ_{pons} berekend. Ook wordt de ponsschuifspanning σ_{EC-2} berekend.

Ponsschuifspanning σ_{pons}

De ponsschuifspanning σ_{pons} is de ponsschuifspanning berekend met de nauwkeurige methode uit de EC-2. Door de geleverde ponsschuifspanningen van de dwarskracht en het buigend moment bij elkaar op te tellen wordt de totale ponsschuifspanning σ_{pons} berekend.

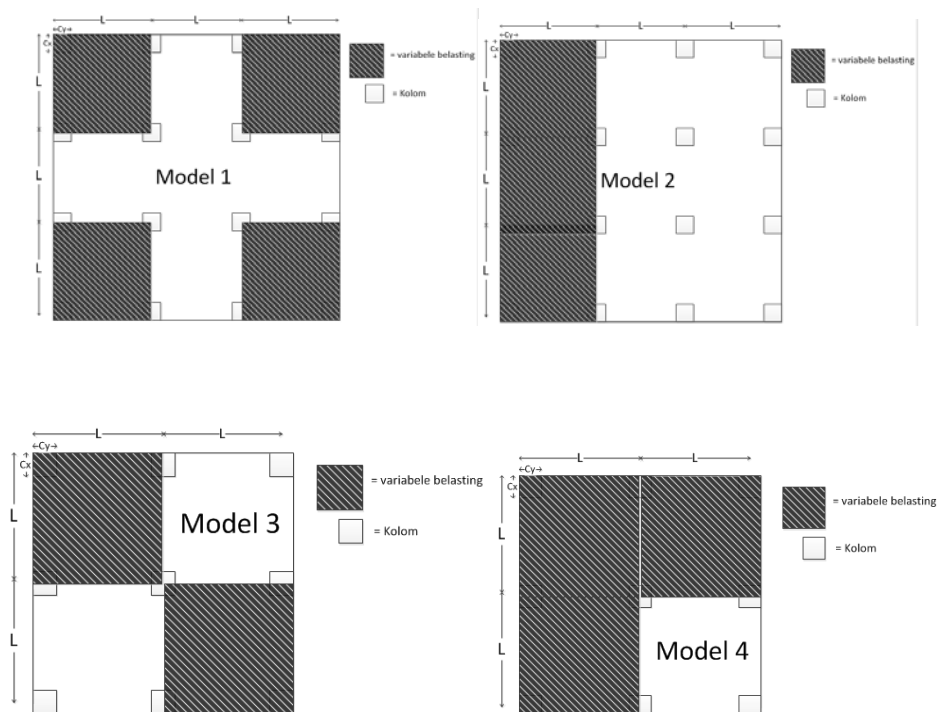
Ponsschuifspanning σ_{EC-2}

Voor het berekenen van de ponsschuifspanning σ_{EC-2} is de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β gebruikt die gegeven is in de EC-2. De rekenwaarde van de ponsschuifspanning door de dwarskracht $v_{Ed,dwarskracht}$ wordt vermenigvuldigt met de excentriciteitsfactor β .

Onderzoek

In het onderzoek is er gebruikt gemaakt van twee vierkanten modellen. Het eerste model bestaat uit negen kolommen en het tweede uit zestien kolommen. Voor elk model zijn er twee belasting varianten bedacht. De overspanning en kolomafmetingen zijn variabel gelaten. Uitgegaan wordt dat de kolom vierkant is en de overspanningen onderling niet verschillen.

Het uitgangspunt van het onderzoek is om inzicht te krijgen welke parameters van invloed zijn op de excentriciteitsfactor β en daarmee de ponsschuifspanning. Met het variabel laten van de afmetingen wordt onderzocht of er een relatie gevonden kan worden tussen de afmetingen van de constructie en de excentriciteitsfactor β . Ook wordt er gekeken naar het verschil van de ponsschuifspanning volgens eigen berekening en de ponsschuifspanning berekend met de conservatieve excentriciteitsfactor β . Verder wordt onderzocht of de belastingconfiguratie van invloed is op de verdeling en grootte van de excentriciteitsfactor β . De varianten 1 tot en met 4 zijn weergegeven in figuur 26.



Figuur 26: Modellen

Model 1

Het uitgangspunt bij model 1 is om grote momentverschillen te krijgen bij de kolom. Dit wordt gerealiseerd doordat het model voor elk raamwerk in elke richting een belast, onbelast en weer een belast veld heeft. Hierdoor worden verschillen in krachten gegenereerd.

Model 2

Bij model 2 wordt er voornamelijk gekeken naar de onderlinge verschillen van de excentriciteitsfactor β . De linkerkant van de constructie, raamwerk Y_1 , wordt volledig belast. De spanningen in de constructie zullen veel hoger zijn aan de linkerkant dan de rechterkant waar de constructie alleen wordt belast met het eigen gewicht.

Model 3

De belasting op het model is aangebracht op een diagonale lijn waarbij de raamwerken langs de rand een belast en onbelast veld hebben. Dit moet zorgen voor krachtverschillen in de constructie.

Model 4

Voor model 4 is ervoor gekozen om de invloed van veel belasting te onderzoeken. Uit het onderzoek moet blijken wat voor invloed dit heeft op de ponsschuifspanning en de excentriciteitsfactor β .

Afmetingen modellen

De afmetingen van de kolommen zijn verschillend per overspanning. Dit komt omdat er in het onderzoek realistische waardes zijn aangenomen bij het ontwerpen van de constructie.

De overspanningen L_1 die gebruikt zijn in dit onderzoek zijn 3.6, 5.4, 7.2, 9 en 10.8 meter. In tabel 5 zijn de overspanningen weergegeven met de daarbij gekozen kolomafmetingen. Ook is de effectieve hoogte van de plaat d_{eff} en de hoogte van de vloerplaat h erbij gegeven.

Tabel 5: Afmetingen model

$L_1(m)$	C_x/C_y	C_x/C_y	C_x/C_y	C_x/C_y	d_{eff}	h
3.6	0.075	0.1	0.125	0.15	0.113	0.148
5.4	0.1	0.125	0.15	0.175	0.169	0.204
7.2	0.125	0.15	0.175	0.2	0.230	0.265
9	0.2	0.225	0.25	0.275	0.360	0.395
10.8	0.25	0.3	0.35	0.4	0.518	0.553

Verder is in het onderzoek aangenomen dat de hoogte van de kolom 2.4 meter is. De hoogte is zo gekozen omdat dit de minimale hoogte is in gebouwen. De kolomhoogte heeft invloed op de stijfheid van de kolom. Omdat in dit onderzoek naar de uiterste waarden wordt gekeken is de hoogte zo gekozen dat de kolom het stijfst is. Als de werkelijke hoogte van de kolom groter is zal de bijdrage van de excentriciteitsfactor β afnemen. Daarnaast is ook aangenomen dat de rand- en hoekkolommen aan de rand van de vloer zitten. Hierdoor is de over te dragen dwarskracht het kleinst en het kolommoment het grootst. Als de kolommen zich meer naar binnen verplaatsen zal de excentriciteitsfactor β ook afnemen.

Buigstijfheidsverhouding EI_k/EI_v

De buigstijfheid (EI) van een constructiedeel heeft invloed op de krachtsverdeling van een constructie. De verhouding van de buigstijfheid van de kolom met de buigstijfheid van de vloer kan een invloed hebben op de excentriciteitsfactor β . Daarom wordt voor elk constructieonderdeel de buigstijfheid EI bepaald. De E-modulus van de constructie is 38 GPA. Het traagheidsmoment voor rechthoekige doorsnede is gelijk aan de volgende formule:

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

De buigstijfheidsverhouding van de kolom met de vloer is voor hoek-, rand- en middenkolommen verschillend. Bij een hoek kolom is de kolom in verhouding met de vloer waarbij de overspanning de helft is. Dit geldt voor zowel de X- en als de Y-richting. Voor een rand kolom geldt dat, indien de

buigrichting evenwijdig aan de rand is, de buigstijfheid van de vloer over de hele overspanning werkt. Voor de buigrichting loodrecht op de rand heeft de vloer maar een meewerkende breedte van de halve overspanning. Voor de buigstijfheid van de vloer over de middenkolom dient de hele overspanning gebruikt te worden. Dit geldt voor beide richtingen. De buigstijfheidsverhoudingen van de verschillende kolommen per overspanning en per kolomafmeting zijn weergegeven in tabel 6.

Tabel 6: Buigstijfheidsverhouding kolom/vloer

L=3,6				L=5,4				L=7,2				L=9,0				L=10,8			
Buigstijfheidsverhouding				Buigstijfheidsverhouding				Buigstijfheidsverhouding				Buigstijfheidsverhouding				Buigstijfheidsverhouding			
Cx=Cy	hoek	rand	midden	Cx=Cy	hoek	rand	midden	Cx=Cy	hoek	rand	midden	Cx=Cy	hoek	rand	midden	Cx=Cy	hoek	rand	midden
0,075	0,01084	0,00813	0,00542	0,1	0,00873	0,00654	0,00436	0,125	0,00729	0,00547	0,00364	0,2	0,01154	0,00865	0,00577	0,25	0,00856	0,00642	0,00428
0,1	0,03427	0,02571	0,01714	0,125	0,0213	0,01598	0,01065	0,15	0,01511	0,01133	0,00756	0,225	0,01848	0,01386	0,00924	0,3	0,01774	0,0133	0,00887
0,125	0,08368	0,06276	0,04184	0,15	0,04417	0,03313	0,02209	0,175	0,028	0,021	0,014	0,25	0,02817	0,02113	0,01408	0,35	0,03286	0,02465	0,01643
0,15	0,17352	0,13014	0,08676	0,175	0,08183	0,06137	0,04092	0,2	0,04777	0,03582	0,02388	0,275	0,04124	0,03093	0,02062	0,4	0,05607	0,04205	0,02803

Eurocode 2

De EC-2 is een voorschrift dat gebruikt wordt voor het ontwerpen en berekenen van betonconstructies. De Eurocode-normen voorzien in gewone constructieve ontwerp- en berekeningsregels voor dagelijks gebruik, voor het ontwerp en de berekening van gehele constructies en samenstellende delen, van zowel traditionele als innovatieve aard. Ongewone constructies of ontwerpomstandigheden zijn niet specifiek opgenomen en in deze gevallen zal van de constructief ontwerper aanvullend vakkundig onderzoek worden gevegd. De EC-2 deel 1.1 dekt niet de specifieke aspecten van speciale typen gebouwen zoals hoogbouw. Om aan deze voorwaarden van de EC-2 te voldoen worden normale aspecten en gewone constructies toegepast is de analyse. De EC-2 geeft dus al een waarschuwing aan de constructeurs dat als de constructie niet gebruikelijk is er extra berekeningen gedaan moeten worden en dat de EC-2 niet dekkend is.

Resultaten

Voor elk model is een overzicht van de resultaten weergegeven in bijlage A tot en met D. In het overzicht zijn voor de excentriciteitsfactor β , spanningstoename $\Delta\sigma$, ponsschuifspanning σ_{pons} en de ponsschuifspanning σ_{EC-2} de maatgevende waardes gegeven. Het verloop van de maatgevende waardes van de spanningen is op kleur gemarkeerd, met rood als hoogste waarde en groen als laagste. Hierdoor is het verloop van de waardes bij toenemende kolomdikte snel en overzichtelijk waar te nemen. In bijlage E tot en met H is voor elke model de excentriciteitsfactor β tegenover de buigstijfheidsverhouding geplot. De plots van de spanningstoename $\Delta\sigma$ versus de buigstijfheidsverhouding is gegeven in bijlage I tot en met L.

Afwijkingen grafieken

De grafieken in de bijlage kunnen kleine afwijkingen/knikken vertonen. De afwijkingen worden niet verder onderzocht maar moeten wel verklaard kunnen worden. De verklaringen van de afwijkingen kunnen door de volgende factoren komen:

- *Afronding getallen*

In het onderzoek zijn getallen afgerond. Dit kan invloed hebben op de resultaten. Het programma Matrixframe berekend de krachten tot op 1 decimaal. Als de krachtsverschillen klein zijn kan dit tot grote afwijkingen leiden. Dit komt voornamelijk voor bij het berekenen van de excentriciteitsfactor β bij middenkolommen waar het kolommoment relatief klein is.

- *Invloed betondekking*

Voor het bepalen van de hoogte van de vloerplaat wordt voor elke plaat een standaard dekking aangenomen. De invloed van de dekking is bij kleine overspanningen groter omdat de effectieve plaathoogte lineair verloopt met de overspanning. Afwijkingen in de grafiek kunnen komen omdat de excentriciteitsfactor β en ponsschuifspanningen berekend worden met de effectieve hoogte en de buigstijfheid van de vloer met de plaathoogte.

- *Berekening d_{eff}*

Voor de berekening van de effectieve plaathoogte wordt gebruik gemaakt van de slankheidseisen voor de vloer. De effectieve hoogte verloopt verschillend voor $L_1 < 7$ meter en $L_1 > 7$ meter. Het verschil van de berekening van de effectieve hoogte kan een mogelijk verschil verklaren tussen de verschillende overspanningen.

- *Invloed eigen gewicht*

In het onderzoek wordt voor elk model dezelfde variabele belasting aangebracht. Het eigen gewicht is afhankelijk van de plaathoogte. Omdat bij de modellen de plaathoogte toeneemt met de overspanning en de variabele belasting hetzelfde blijft, krijgt het eigen gewicht een groter aandeel in de totale belasting.

- *Reductiefactor kolom η*

De stijfheid van de kolommen wordt bij bepaalde voorwaarde gereduceerd in de berekening. Omdat dit niet voor elk berekening hetzelfde is kan dit voor veranderingen zorgen in de grafieken.

- **Reken- en typefouten**

De berekeningen van Matrixframe geven waarden waaruit handmatig de rekenwaarden voor de ponsschuifspanningen uit moet worden berekend. Hierin kunnen rekenfouten gemaakt worden. Grote rekenfouten zorgen voor grote afwijkingen. Deze kunnen snel opgemerkt en verbeterd worden. Als de rekenfout relatief klein is dan kan het onopgemerkt blijven. Daarnaast worden de gegevens handmatig ingevoerd waarbij typefouten mogelijk zijn.

Analyse

Bij het analyseren van de gegevens is er naar verschillende verhoudingen en verdelingen gekeken. De bevindingen van het onderzoek zijn per onderdeel uitgewerkt.

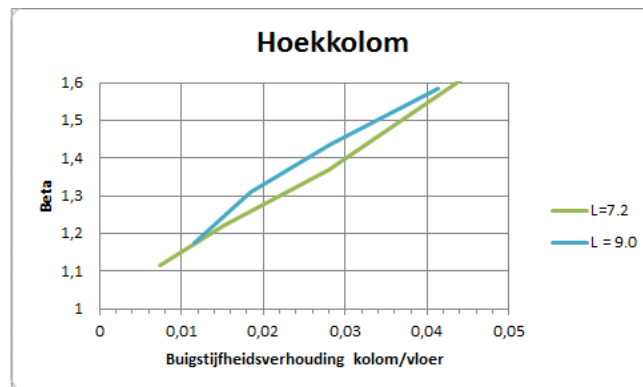
De modellen met een overspanning van 10.8 meter zijn niet meegenomen in het onderzoek. Zoals aangegeven dekt de EC-2 alleen gewone constructies. Om aan de slankheidseisen te voldoen moet bij een overspanning van 10.8 meter de vloerplaat een hoogte hebben van 0.558 meter. Een vloerplaat met dergelijke hoogte wordt gezien als een ongewone constructie. Waar te nemen is wel dat de gevonden resultaten, met een overspanning van 10.8 meter, overeenkomen met de resultaten met $L = 7.2$ m. Ondanks dat het gebruik van de EC-2 niet wordt aanbevolen blijkt dat het wel kan worden toegepast voor $L = 10.8$ m.

Korte overspanningen

Als we de grafieken van de excentriciteitsfactor β tegenover buigstijfheidsverhouding (bijlage M) analyseren van een constructie met een overspanning van 3.6 meter, zien we dat de buigstijfheidsverhouding minder invloed heeft op de excentriciteitsfactor β . Constructies met een overspanning van 3.6 meter zitten aan de 'veilige' kant in vergelijking met gewone constructies. Hetzelfde is ook te zien bij de constructies met een overspanning van 5.4 meter. De overspanningen 7.2 meter en 9 meter zorgen voor maatgevende waarden en deze zullen verder ook gebruikt worden in het onderzoek.

Excentriciteitsfactor β

Het verloop van de excentriciteitsfactor β tegenover de buigstijfheidsverhouding is een lineair verloop (Figuur 27). Dit wil zeggen dat als de kolom stijver wordt ten opzichte van de vloer, de excentriciteitsfactor β toeneemt. Dit is waar te nemen voor elke kolomsoort. Door de assen van de verschillende kolommen aan elkaar gelijk te stellen is te zien dat de excentriciteitsfactor β voor hoekkolommen veel gevoeliger is voor buigstijfheidsverschillen tussen de kolom en de vloer. Door te bepalen bij welke buigstijfheidsverhouding de excentriciteitsfactor β gelijk is aan de excentriciteitsfactor β kan er een maximale waarde voor de buigstijfheidsverhouding worden gegeven voor elke kolomsoort. Hierdoor wordt de maximale buigstijfheidsverhouding van de kolom uitgedrukt in cijfers.



Figuur 27: Model 2

-Hoekkolom

Voor het berekenen van de buigstijfheidsverhouding bij een excentriciteitsfactor β van 1.5 wordt er gebruik gemaakt van de regressielijnen. Hiermee wordt voor elk model de buigstijfheidsverhouding bepaald waarbij de excentriciteitsfactor β 1.5 is. In tabel 7 zijn de resultaten gegeven.

Tabel 7: Buigstijfheidsverhouding hoekkolom

	Hoekkolom $\beta = 1,5$	
Model	Regressielijn hoekkolom	EI_k/EI_v
1	$\beta = 14,083 * EI + 1,022$	0,0340
2	$\beta = 13,375 * EI + 1,029$	0,0352
3	$\beta = 13,296 * EI + 1,026$	0,0356
4	$\beta = 12,694 * EI + 1,027$	0,0373

De maximale buigstijfheidsverhoudingen zijn voor elke model bijna gelijk. De belastingconfiguratie op de constructie heeft dus geen invloed op de excentriciteitsfactor β van hoekkolommen.

-Randkolom

De waarden van de buigstijfheidsverhouding voor randkolommen zijn weergegeven in tabel 8. De buigstijfheidsverhouding is gelijk aan de excentriciteitsfactor β (1,4) uit de EC-2.

Tabel 8: Buigstijfheidsverhouding randkolom

	Randkolom $\beta = 1,4$	
Model	Regressielijn randkolom	EI_k/EI_v
1	$\beta = 5,0669 * EI + 1,007$	0,0776
2	$\beta = 4,5925 * EI + 1,008$	0,0854
3	$\beta = 3,7947 * EI + 1,0087$	0,1030
4	$\beta = 2,9914 * EI + 1,0167$	0,1285

De maximale buigstijfheidsverhouding van de randkolom verschilt per model. Dit komt omdat de manier van aanbrengen van de variabele belasting invloed heeft op de rekenwaarde van het buigend moment voor ponsschuifspanningen. In model 1 wordt er in beide richtingen een moment overgedragen op de kolom. Hierdoor is de waarde voor excentriciteitsfactor β hoger dan bij andere modellen. De belastingconfiguratie heeft dus invloed op de excentriciteitsfactor β bij randkolommen.

-Middenkolom

Hetzelfde is gedaan voor de middenkolom. De resultaten zijn weergegeven in tabel 9. Ook hierin zijn verschillende waarden voor de buigstijfheidsverhouding bij een excentriciteitsfactor β van 1.15 gevonden.

Tabel 9: Buigstijfheidsverhouding middenkolom

	Middenkolom $\beta = 1,15$	
Model	Regressielijn middenkolom	El,k/El,v
1	$\beta = 1,2536 \cdot EI + 1,0021$	0,118
2	$\beta = 1,0775 \cdot EI + 1,0005$	0,1392
3	$\beta = 1$	-
4	$\beta = 0,4424 \cdot EI + 1,0006$	0,3389

In het vervolg van het onderzoek worden voor de maximale buigstijfheidsverhoudingen de meest ongunstige waarden genomen. In tabel 10 zijn de maatgevende buigstijfheidsverhoudingen geven per kolomsoort. De meest ongunstige belastingconfiguratie is Model 1. Dit model geeft een kolommoment voor elke richting op elke kolom waardoor de excentriciteitsfactor β relatief groot is ten opzichte van de andere modellen.

Tabel 10: Maatgevende buigstijfheidsverhouding

Hoekkolom $\beta = 1,5$		Randkolom $\beta = 1,4$		Middenkolom $\beta = 1,15$	
Model	El,k/El,v	Model	El,k/El,v	Model	El,k/El,v
1	0,0340	1	0,0776	1	0,118

Uit de maatgevende waarden is waar te nemen dat een randkolom 2.28 keer zo stijf kan zijn ten opzichte van een hoekkolom voordat de excentriciteitsfactor β gelijk is aan die van de EC-2. Een middenkolom kan zelfs 3.47 keer zo stijf zijn ten opzichte van een hoekkolom. De vloer moet dan wel voor alle drie de situaties dezelfde afmetingen hebben.

Verdeling excentriciteitsfactor β

Geconstateerd is dat de excentriciteitsfactor β voor alle kolomsoorten lineair toeneemt met de buigstijfheidsverhouding. Hierdoor kan gezegd worden dat voor elk model de excentriciteitsfactor β onderling niet veranderd. Met dit gegeven kan worden onderzocht of de verdeling van de excentriciteitsfactor β gelijkmatig verdeeld is over de constructie. In figuur 28 is voor model 2 met $C_x=C_y=0.175$ de verdeling van de berekende excentriciteitsfactor β gegeven. Te zien is dat de excentriciteitsfactor β voor elke kolomsoort nagenoeg gelijk is.

Beta	y,1	y,2	y,3	y,4
x,1	1,37102	1,1051	1,10457	1,36984
x,2	1,09944	1,01622	1,0125	1,09682
x,3	1,09944	1,01622	1,0125	1,09682
x,4	1,37102	1,1051	1,10457	1,36984

Figuur 28: Excentriciteitsfactor β model 2

In figuur 29 is de verdeling van de excentriciteitsfactor β voor model 4 met $C_x=C_y=0.2$, waar de variabele belasting niet symmetrisch verdeeld is over de constructie, te zien. Hier is de excentriciteitsfactor β per kolomsoort verschillend.

Beta	y,1	y,2	y,3
x,1	1,59379	1,11847	1,62705
x,2	1,11847	1,01077	1,13373
x,3	1,62705	1,13373	1,44094

Figuur 29: Excentriciteitsfactor β model 4

Als we de verschillen van de excentriciteitsfactor β per kolomsoort voor alle modellen vergelijken kan geconcludeerd worden dat de excentriciteitsfactor β per kolomsoort in een constructie kunnen verschillen. De excentriciteitsfactor β is dus niet per definitie gelijk voor elke kolomsoort. De EC-2 stelt dat voor elke kolomsoort dezelfde excentriciteitsfactor β aangenomen kan worden. Uit dit onderzoek blijkt dat de excentriciteitsfactor β onderling kan verschillen per kolomsoort afhankelijk van de belastingconfiguratie op de constructie. Belangrijk is om verder te onderzoeken of de grootste excentriciteitsfactor β ook de grootste ponsschuifspanning σ_{pon} levert.

Relatie excentriciteitsfactor β en ponsschuifspanning σ_{pons}

Waargenomen in dit onderzoek is dat de grootste waarde van de berekende excentriciteitsfactor β voor een kolomsoort niet gelijk de grootste ponsschuifspanning levert. In figuur 29 is te zien dat de grootste excentriciteitsfactor β voor de randkolommen bij de kolommen X_3Y_2 en X_2Y_2 is. Als we kijken naar de ponsschuifspanning in de constructie (figuur 30) bevindt de maatgevende ponsschuifspanning voor de randkolom zich bij kolommen X_1Y_2 en X_2Y_1 . Hieruit kan geconcludeerd worden dat de grootste excentriciteitsfactor β per kolomsoort niet gelijk maatgevend is voor de ponsschuifspanning bij die kolomsoort. De grote van de dwarskracht heeft dus een groot aandeel in de ponsschuifspanning.

σ_{pons}	y,1	y,2	y,3
x,1	965,154	958,02	1021,11
x,2	958,02	1025,02	711,078
x,3	1021,11	711,078	386,212

Figuur 30: Ponsspanning model 4

Relatie ponsschuifspanning σ_{pons} met ponsschuifspanning σ_{EC-2}

Als we kijken naar de ponsschuifspanningen in verhouding met de toenemende buigstijfheidsverhouding voor σ_{pons} en σ_{EC-2} zien we dat voor alle kolommen de ponsschuifspanningen σ_{EC-2} afnemen. Bij de berekende ponsschuifspanningen is te zien dat bij hoekkolommen de ponsschuifspanningen toenemen. Ook voor randkolommen begint de ponsschuifspanning langzaam toe te nemen. Dit is te zien het overzicht in bijlage A tot en met D. Voor de berekening van de ponsschuifspanning σ_{EC-2} moet dus een voorwaarde worden gesteld aan de maximale buigstijfheidsverhouding omdat anders de werkelijke ponsschuifspanningen groter worden dan de berekende ponsschuifspanningen σ_{EC-2} .

Drukspanningstoename $\Delta\sigma$

De drukspanningstoename $\Delta\sigma$ wordt kleiner naarmate de buigstijfheidsverhouding toeneemt. In bijlage I tot en met L zijn de grafieken weergegeven van het verloop van de drukspanningstoename tegenover de buigstijfheidsverhouding. Omdat constructeurs een constructie optimaal willen benutten zal in de praktijk de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ zo hoog mogelijk gekozen worden. Vooral bij hoekkolommen is de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ relatief klein als de buigstijfheidsverhouding toeneemt. Omdat dit in de praktijk niet gewenst is zorgt dit voor een begrenzing van de buigstijfheidsverhouding van de kolommen en met name bij hoekkolommen. Als de buigstijfheidsverhouding groot wordt bij hoekkolommen wordt de hoek kolom onrealistisch groot. De drukspanningstoename gaat dan richting 5 N/mm^2 . De hoek kolom is dan geschikt om 13 bouwlagen te ondersteunen. De drukspanningstoename $\Delta\sigma$ is het grootst bij de middenkolommen. Dit komt omdat de middenkolommen de krachten van het grootste oppervlak van de constructie af moeten dragen. De middenkolommen zorgen voor de maatgevende waarden voor de drukspanningstoename in de constructie.

Maatgevende waarden combineren

Als we de maatgevende waarden van de buigstijfheidsverhouding combineren met de maatgevende waarden van de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ kan onderzocht worden of de berekening van de EC-2 voor ponsschuifspanning een veilige methode is. Aangenomen is dat de EC-2 dekkend is voor laagbouw met maximaal drie bouwlagen. De kubusdruksterkte van het aangenomen betonsoort C55/67 is 67 N/mm^2 . Bij drie bouwlagen mag de drukspanningstoename in de middenkolom niet meer zijn dan $22,33 \text{ N/mm}^2$. Als we de maatgevende waarde voor de buigstijfheidsverhouding van de hoek kolom gebruiken voor het bepalen van de drukspanningstoename in de maatgevende middenkolom kan gekeken worden tot hoeveel bouwlagen de EC-2 veilig is voor de berekening van ponsschuifspanning. De drukspanningstoename $\Delta\sigma$ in de middenkolom wordt bepaald voor elk model en berekend met een regressielijn. In tabel 11 zijn de resultaten weergegeven.

Tabel 11: Drukspanningstoename middenkolom

	Middenkolom EI = 0,034		
Model	Regressielijn middenkolom	$\Delta\sigma(\text{N/mm}^2)$	Aantal bouwlagen
1	$\Delta\sigma = 2,1387 * EI^{-0,50}$	12,07	5,550952775
2	$\Delta\sigma = 2,6339 * EI^{-0,499}$	14,24	4,70505618
3	$\Delta\sigma = 2,8934 * EI^{-0,499}$	15,64	4,283887468
4	$\Delta\sigma = 3,3577 * EI^{-0,499}$	18,15	3,691460055

Model 4 geeft de meest ongunstige situatie aan voor de middenkolom. Desondanks is de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ in de middenkolom kleiner dan de aangenomen maximale drukspanningstoename $\Delta\sigma$ van $22,33 \text{ N/mm}^2$. Uitgaande van de meest ongunstige situatie voor een hoek kolom wat betreft de buigstijfheidsverhouding gecombineerd met de maatgevende kolom van de drukspanningstoename is het maximaal aantal bouwlagen voor het meest nadelige model nog steeds meer dan er wordt aangenomen volgens de EC-2. De ponsschuifspanning berekend voor de hoek kolom met de benaderende excentriciteitsfactor β is dus ook voor dit geval groter dan de nauwkeurig berekende ponsschuifspanning. De conservatieve waarde van de excentriciteitsfactor β voor een hoek kolom is ook in de meest ongunstige situatie voldoende om veilige berekeningen te maken voor de ponsschuifspanning.

Omdat de constructie altijd belast wordt door het eigen gewicht treden er bij rand- en middenkolommen altijd kleinere kolommomenten op dan bij een hoekkolom. Daarnaast is de dwarskracht groter bij rand- en middenkolommen dan bij hoekkolommen waardoor de conservatieve waarde van de excentriciteitsfactor β altijd kleiner is dan bij een hoekkolom en ruim voldoende is voor rand- en middenkolommen. Voordat het buigend moment van grote invloed is op de ponsschuifspanning bij een rand- en middenkolom moet de kolom extreem stijf worden gerealiseerd.

Conclusie

Uit het onderzoek is gebleken dat verschillende parameters invloed hebben op de ponsschuifspanning. Hierdoor is de ponsschuifspanning niet eenvoudig is te berekenen en te verklaren. De verhouding tussen de buigstijfheid van de kolom met de buigstijfheid van de vloer is de belangrijkste factor voor de bijdrage van het moment op de ponsschuifspanning, zeker bij hoekkolommen. De excentriciteitsfactor β neemt snel toe als de kolom stijver wordt dan de vloer. Omdat de ponsschuifspanning σ_{EC-2} afneemt als de buigstijfheidsverhouding toeneemt is het van belang dat er bepaalde voorwaarde aan de buigstijfheidsverhouding wordt gesteld. Deze voorwaarde worden door de EC-2 zelf gegeven. In het onderzoek is naar voren gekomen dat als je de meest ongunstige situaties combineert, de berekening van de ponsschuifspanning σ_{EC-2} nog steeds een veilige benadering is. Opgemerkt moet worden dat de excentriciteitsfactor β bij een hoekkolom wel gevoelig is voor de buigstijfheidsverhouding. Bij rand- en middenkolommen heeft de buigstijfheidsverhouding minder invloed op de excentriciteitsfactor β .

Verder is geconcludeerd dat de grootste excentriciteitsfactor β niet gelijk de grootste ponsschuifspanning levert. Omdat de EC-2 de ponsschuifspanning σ_{EC-2} berekend met de rekenwaarde van de dwarskracht en dat de benaderende waardes voor de excentriciteitsfactor β veilig zijn, is de berekening van de ponsschuifspanning volgens EC-2 een veilige berekening.

Met al deze gegevens is het nu mogelijk om een antwoord te geven op de onderzoeksvraag.

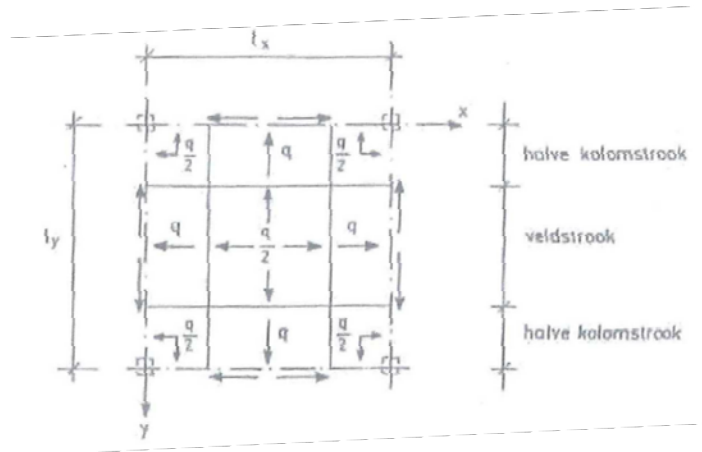
Kan voor elke constructie onder elke belasting de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β gebruikt worden voor de berekening van de ponsschuifspanning?

Omdat de EC-2 een voorschrift is voor gewone constructies kan de benaderende waarde uit de EC-2 altijd gebruikt worden voor het berekenen van de ponsschuifspanningen. De excentriciteitsfactor β is dus een veilige conservatieve waarde. De maatvoering van de kolommen zal dusdanig groot en onrealistisch moeten zijn om de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β niet geschikt te maken. Omdat bij hoekkolommen het kolommoment snel toeneemt met de buigstijfheidsverhouding, moet voor hoekkolommen de buigstijfheidsverhouding in de gaten worden gehouden. Uit het onderzoek blijkt dat als de buigstijfheidsverhouding EI_k/EI_v groter wordt dan 0.034 de benaderende waarde voor de excentriciteitsfactor β niet meer veilig zijn. Dit gebeurt echter pas als de kolom relatief groot wordt. Bij die afmetingen kan de hoekkolom 13 bouwlagen ondersteunen. Als de kolommen gelijke afmetingen hebben over de hele constructie is excentriciteitsfactor β 1.5 voor een hoekkolom als de middenkolom niet meer dan 3.69 bouwlagen moet ondersteunen. Dit is de meest ongunstigste combinatie in het onderzoek. Ook bij deze combinatie is de rekenmethode van de EC-2 nog bruikbaar aangezien laagbouw tot 3 bouwlagen gaat. Voor laagbouw en gewone constructies kan dus altijd de conservatief bepaalde excentriciteitsfactor β gebruikt worden.

Verder moet meegenomen worden dat in dit onderzoek de nadeligste aannames zijn gedaan voor de kolomhoogte en de plaats van de kolom. Als de kolomhoogte in werkelijkheid hoger is zal de excentriciteitsfactor β afnemen en kan de buigstijfheidsverhouding van een rand of hoekkolom dus groter zijn. Daarnaast zal ook de plaatst van de kolom ten opzichte van de rand een positieve invloed hebben op het resultaat van het onderzoek.

Notitie

In dit onderzoek is er een fout gemaakt bij het modelleren van de belastingen op een 2-D raamwerk. Op pagina 16 is er gezegd dat de belastingen gelijkmatig verdeeld worden in X- en Y-richting. Omdat de constructie een puntvormig ondersteunde plaatvloer betreft, moet de belasting volledig worden aangebracht in beide richtingen. Bij vlakke plaatvloeren wordt in eerste instantie de gelijkmatig verdeelde belasting vanuit de middenstrook afgedragen naar de kolomstrook. Vanuit de kolomstrook worden de krachten dan afgedragen naar de kolom. Deze laatste stap is dus niet uitgevoerd in het dit onderzoek. De schematische weergave van de afdracht in van de belasting is weergegeven in figuur 31.



Figuur 31: Schematisering belastingafdracht

Omdat het eigen gewicht en de variabele belasting beide voor de helft zijn aangebracht heeft het geen invloed op de berekening van de excentriciteitsfactor β . De excentriciteitsfactor β is afhankelijk van de excentriciteit M_{Ed}/V_{Ed} . Omdat beide waarden voor de helft zijn berekend valt de fout tegen elkaar weg. De berekening van de drukspanningstoename $\Delta\sigma$ is ook goed berekend omdat deze volgt uit het verticale evenwicht. De berekende waarden van de ponsschuifspanningen σ_{pons} en σ_{EC-2} zijn wel een factor 2 te klein. De rekenwaardes M_{Ed} en V_{Ed} die zijn gebruikt voor het berekenen van de ponsschuifspanningen komen voort uit de 2-D raamwerkberekening. Omdat alleen de verhoudingen tussen de waardes gebruikt worden in de analyses, en niet de grote van de waardes, heeft de foutieve modellering geen invloed op de eindconclusie.

Bibliografie

Voor het onderzoek zijn de volgende bronnen gebruikt.

- , (2013), Pons (constructieer), geraadpleegd op 29-09-2015,
[https://nl.wikipedia.org/wiki/Pons_\(constructieer\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Pons_(constructieer)) 1.
- , (2009), Concrete System Collapses & Failures During Construction, geraadpleegd op 1-10-2015,
<https://failures.wikispaces.com/Concrete+System+Collapses+%26+Failures+During+Construction> 2.
- P. Anand, (2014), What is Punching Shear?, geraadpleegd op 23-09-2015,
<http://civildigital.com/punching-shear-punching-shear-flat-slabs/> 3.
- Walraven J.C. ,S.A.A.M., (2011), Dictaat Gewapend Beton, Delft: TU Delft 4.
- NEN-EN 1992-1-1+C2, (2011), Eurocode 2: Ontwerp en berekening van betonconstructies - Deel 1-1: Algemene regels en regels voor gebouwen. 5.
- NEN 6720,(1995), TGB 1990 - Voorschriften Beton – Constructieve eisen en rekenmethoden (VBC 1995) 6.

Tabellijst

Tabel 1: Reductiefactor k	12
Tabel 2: Statisch moment perimeter	13
Tabel 3: Verdeling reductiefactor η	18
Tabel 4: Resultaten raamwerk X1	21
Tabel 5: Afmetingen model	24
Tabel 6: Buigstijfheidsverhouding kolom/vloer	25
Tabel 7: Buigstijfheidsverhouding hoekkolom	28
Tabel 8: Buigstijfheidsverhouding randkolom	28
Tabel 9: Buigstijfheidsverhouding middenkolom.....	29
Tabel 10: Maatgevende buigstijfheidsverhouding.....	29
Tabel 11: Drukspanningstoename middenkolom	31

Figuurlijst

Figuur 1: Pons	4
Figuur 2: Ponsbreuk en afschuifscuur	4
Figuur 3: Ponsbreuk praktijk	5
Figuur 4: Harbour Clay Condominium ingestort ³	5
Figuur 5: Eerste toetsingsperimeter	6
Figuur 6: Schuifspanningsverdeling ten gevolgen van een buigend moment	7
Figuur 7: Excentriciteitsfactor β	7
Figuur 8: Assenstelsel en statisch en buigend moment	8
Figuur 9: Toetsingsperimeter u_1	11
Figuur 10: Perimeter rand- en hoekkolom	11
Figuur 11: Perimeter midden kolom	13
Figuur 12: Perimeter randkolom	14
Figuur 13: Formules statisch moment randkolom	15
Figuur 14: Formules statisch moment hoekkolom	15
Figuur 15: Overzicht Excel	16
Figuur 16: Krachtafdracht Y-richting	17
Figuur 17: Stijfheidsreductiefactor η kolom	18
Figuur 18: Stijfheidsreductie Excel	18
Figuur 19: Volledig ingeklemde ondersteuning	19
Figuur 20: L_{eff} Excel	19
Figuur 21: Model matrixframe	20
Figuur 22: Bovenaanzicht model 1	20
Figuur 23: Visualisatie raamwerk	20
Figuur 24: Belasting raamwerk	21
Figuur 25: Resultaat berekening Matrixframe	21
Figuur 26: Modellen	23
Figuur 27: Model 2	28
Figuur 28: Excentriciteitsfactor β model 2	29
Figuur 29: Excentriciteitsfactor β model 4	30
Figuur 30: Ponsspanning model 4	30
Figuur 31: Schematisering belastingafdracht	34

Bijlage

A Overzicht resultaten model 1

Model 1																
L=3,6	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,148			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,075	0,010845	0,008134	0,005422	1,085	1,034	1,007	5,97	9,21	15,93	664,17	511,06	468,33	918,2074	691,9574	534,8357	
0,1	0,034275	0,025706	0,017137	1,274	1,081	1,015	3,38	5,17	8,96	691,65	493,526	445,53	814,3446	639,1641	504,7877	
0,125	0,083678	0,062759	0,041839	1,608	1,175	1,0345	2,19	3,3	5,72	810,21	498,22	429,64	755,7929	593,6238	477,6085	
0,15	0,173515	0,130136	0,086758	2,073	1,333	1,066	1,56	2,28	3,95	987,18	526,78	418,89	714,3126	553,2573	451,8982	
L=5,4	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,204			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,1	0,008725	0,006544	0,004363	1,116	1,033	1,006	8,54	13,98	25,52	773,52	629,1	603,3	1039,677	852,6041	689,6571	
0,125	0,021302	0,015976	0,010651	1,239	1,072	1,012	5,49	8,93	16,352	807,66	617,96	584,92	977,7966	807,0373	664,6818	
0,15	0,044171	0,033129	0,022086	1,52	1,148	1,026	3,85	6,2	11,32	939,35	627,69	569,23	926,9901	765,4756	638,0258	
0,175	0,081833	0,061375	0,040916	1,821	1,241	1,045	2,86	4,54	8,3	1075,28	645,49	557,91	885,7331	728,1918	613,9679	
L=7,2	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,265			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,125	0,007288	0,005466	0,003644	1,121	1,036	1,007	10,94	18,78	35,712	778,33	724,4	718,65	1041,476	978,9189	820,7026	
0,15	0,015113	0,011335	0,007557	1,2	1,06	1,011	7,63	13,03	24,8	871,59	710,74	700,47	1089,488	938,7132	796,776	
0,175	0,027999	0,020999	0,013999	1,389	1,118	1,02	5,64	9,57	18,2	969,1	720,83	686,42	1046,544	902,6494	773,9049	
0,2	0,047765	0,035824	0,023883	1,69	1,187	1,032	4,37	7,32	13,91	1139,51	736,67	674,6	1011,399	868,861	751,7345	
L=9,0	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,395			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,2	0,011538	0,008654	0,005769	1,182	1,053	1,007	8,3	15,22	30,44	711,92	621,93	639,82	903,4518	826,8775	730,6783	
0,225	0,018482	0,013862	0,009241	1,321	1,082	1,011	6,59	12,01	24,04	774,86	622,61	630,42	879,8562	805,5952	717,095	
0,25	0,02817	0,021127	0,014085	1,452	1,118	1,017	5,38	9,72	19,45	830,97	626,8	621,84	858,4401	784,9016	703,1622	
0,275	0,041244	0,030933	0,020622	1,603	1,162	1,024	4,47	8,03	16,05	896,58	635,27	614,18	838,9707	765,3855	689,7529	
L=10,8	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,553			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,25	0,008555	0,006416	0,004278	1,138	1,038	1,004	8,38	17,08	36,44	540,75	533,6	587,06	712,7636	719,6917	672,4293	
0,3	0,01774	0,013305	0,00887	1,304	1,074	1,008	5,87	11,85	25,29	595,99	531,53	574,06	685,5713	692,8696	654,9296	
0,35	0,032865	0,024649	0,016432	1,493	1,125	1,015	4,36	8,7	18,55	660,33	536,69	562,28	663,426	667,8809	637,066	
0,4	0,056066	0,04205	0,028033	1,716	1,19	1,024	3,39	6,66	14,161	738,34	548,76	551,76	645,4021	645,6	619,6523	

B Overzicht resultaten model 2

Model 2																
L=3,6	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,148			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,075	0,0108447	0,008134	0,005422	1,12	1,041	1,003	5,74	13,48	21,12	621,21	736,83	617,99	855,57	1012,27	708,64	
0,1	0,0342746	0,025706	0,017137	1,278	1,065	1,011	3,23	7,56	11,97	656,93	713,81	593,04	778,18	934,39	674,64	
0,125	0,08367821	0,062759	0,041839	1,561	1,15	1,0285	2,09	4,83	7,65	752,06	704,37	571,35	722,54	867,31	638,85	
0,15	0,17351514	0,130136	0,086758	2,047	1,292	1,049	1,49	3,35	5,3	928,06	719,7	552,2	683,57	810,01	605,1	
L=5,4	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,204			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,1	0,00872521	0,006544	0,004363	1,108	1,032	1,004	8,22	19,36	37,01	735,48	867,01	761,91	1000,72	1180,75	873,02	
0,125	0,02130177	0,015976	0,010651	1,24	1,072	1,01	5,27	12,36	20,73	774,75	846,11	739,59	938,86	1116,16	842,3	
0,15	0,04417136	0,033129	0,022086	1,5	1,131	1,02	3,7	8,57	14,4	887,45	848,22	719,74	891,94	1059,09	811,34	
0,175	0,0818329	0,061375	0,040916	1,784	1,213	1,034	2,75	6,3	10,55	1012,62	858,95	702,43	851,38	1008,98	780,89	
L=7,2	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,265			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,125	0,00728836	0,005466	0,003644	1,117	1,032	1,004	10,57	24,89	43,41	821,72	954,57	871,1	1103,76	1296,53	997,15	
0,15	0,01511315	0,011335	0,007557	1,22	1,061	1,009	7,36	17,26	30,24	856,67	939,85	852,46	1053,04	1243,69	971,62	
0,175	0,02799897	0,020999	0,013999	1,371	1,105	1,016	5,43	12,67	22,21	922,11	938,83	834,59	1008,86	1195,48	944,46	
0,2	0,04776501	0,035824	0,023883	1,661	1,172	1,026	4,21	9,69	16,98	1080,75	951,97	818,65	976,14	1150,5	917,41	
L=9,0	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,395			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,2	0,01153842	0,008654	0,005769	1,177	1,051	1,006	8,07	18,94	35,2	689,24	769,3	739,16	878,53	1029,58	844,77	
0,225	0,01848231	0,013862	0,009241	1,311	1,076	1,009	6,41	14,95	27,81	747,25	766,91	728,19	855,22	1002,23	829,31	
0,25	0,02816996	0,021127	0,014085	1,436	1,109	1,014	5,22	12,1	22,52	798,47	769,02	717,92	834,11	976,76	813,84	
0,275	0,04124364	0,030933	0,020622	1,583	1,154	1,019	4,35	10	18,6	860,79	775,92	707,37	815,75	952,65	798,29	
L=10,8	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,553			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,25	0,00855502	0,006416	0,004278	1,137	1,037	1,004	9,25	21,74	42,14	595,78	677,36	678,9	786,11	915,55	777,48	
0,3	0,01773968	0,013305	0,00887	1,3	1,071	1,009	6,47	15,07	29,27	654,82	672,91	664,44	756,3	881,22	757,58	
0,35	0,03286495	0,024649	0,016432	1,485	1,122	1,015	4,81	11,06	21,47	724,65	677,46	651,01	732,14	849,84	737,34	
0,4	0,05606616	0,04205	0,028033	1,705	1,191	1,024	3,74	8,47	16,39	809,76	690,58	638,66	712,6	820,99	716,98	

C Overzicht resultaten model 3

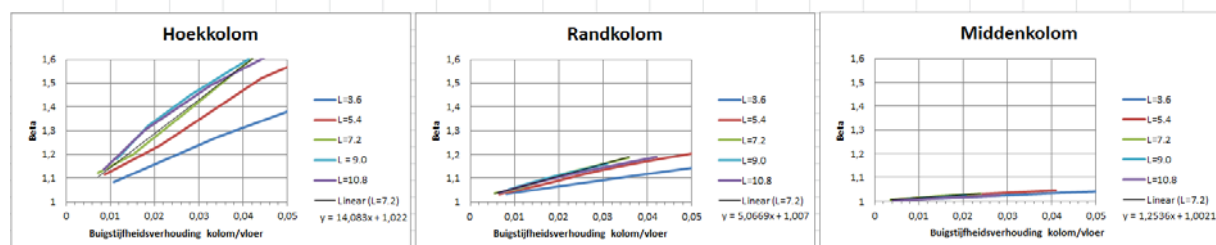
Model 3																
L=5,4	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,204			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,1	0,008725	0,006544	0,004363	1,077	1,027	1	8,28	14,47	35,08	744,38	647,3	824,74	1036,741	882,3953	948,451	
0,125	0,021302	0,015976	0,010651	1,237	1,057	1	5,3	9,24	22,58	777,79	629,94	797,79	943,1568	834,3576	917,4585	
0,15	0,044171	0,033129	0,022086	1,496	1,111	1	3,72	6,39	15,7	892,74	626,85	769,34	895,127	789,91	884,741	
0,175	0,081833	0,061375	0,040916	1,789	1,185	1	2,77	4,67	11,5	1021,62	632,9	739,54	856,5847	747,73	850,471	
L=7,2	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,265			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,125	0,007288	0,005466	0,003644	1,117	1,028	1	10,56	19,5	47,51	821,28	746,01	949,03	1102,883	1015,967	1091,385	
0,15	0,015113	0,011335	0,007557	1,212	1,053	1	7,34	13,5	33,12	853,47	731,53	925,36	1056,275	972,5945	1064,164	
0,175	0,027999	0,020999	0,013999	1,368	1,089	1	5,42	9,89	24,35	917,75	725,9	900,1	1006,305	933,2048	1035,115	
0,2	0,047765	0,035824	0,023883	1,658	1,144	1	4,21	7,54	18,6	1077,08	731,44	873,86	974,4391	895,1189	1004,939	
L=9,0	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,395			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,2	0,011538	0,008654	0,005769	1,173	1,041	1	7,98	15,84	38,73	678,92	639,98	808,31	868,1841	860,684	929,5565	
0,225	0,018482	0,013862	0,009241	1,304	1,064	1	6,33	12,48	30,63	734,76	635,95	794,22	845,1994	836,7763	913,353	
0,25	0,02817	0,021127	0,014085	1,428	1,089	1	5,16	10,08	24,8	784,97	633,2	779,44	824,5483	814,0312	896,356	
0,275	0,041244	0,030933	0,020622	1,574	1,122	1	4,31	8,31	20,45	846,77	634,63	764,2	806,96	791,8734	878,83	

D Overzicht resultaten model 4

Model 4																
L=5,4	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,204			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,1	0,008725	0,006544	0,004363	1,106	1,027	1,002	7,96	20,28	41,74	714,39	902,95	983,53	968,8834	1236,86	1128,802	
0,125	0,021302	0,015976	0,010651	1,222	1,055	1,004	5,09	12,94	26,87	739,3	875,35	953,39	907,4877	1168,76	1092,03	
0,15	0,044171	0,033129	0,022086	1,472	1,105	1,009	3,57	8,95	18,67	844,77	859,47	923,38	860,839	1106,33	1052,415	
0,175	0,081833	0,061375	0,040916	1,748	1,171	1,016	2,67	6,54	13,67	961,32	858,4	893,59	824,9314	1048,76	1011,445	
L=7,2	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,265			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,125	0,007288	0,005466	0,003644	1,112	1,026	1,002	10,19	26,1	55,14	788,82	994,12	1103,63	1064,056	1359,54	1266,641	
0,15	0,015113	0,011335	0,007557	1,209	1,05	1,004	7,08	18,08	38,44	816,87	971,85	1078,07	1013,486	1302,6	1234,841	
0,175	0,027999	0,020999	0,013999	1,351	1,084	1,007	5,23	13,26	28,25	875,51	961,32	1052,04	972,0688	1250,61	1201,436	
0,2	0,047765	0,035824	0,023883	1,627	1,118	1,011	4,06	10,1	21,59	1021,11	958,02	1025,02	941,4044	1199,17	1165,948	
L=9,0	Buigstijfheidsverhouding			h=	0,395			$\Delta\sigma$			σ_{pons}			σ_{pons} (EC-2)		
Cx=Cy	hoek	rand	midden	β_{hoek}	β_{rand}	β_{midden}	hoek	rand	midden	Hoek	rand	midden	hoek	rand	midden	
0,2	0,011538	0,008654	0,005769	1,167	1,039	1,002	7,75	19,87	43,39	656,78	799,02	907,66	844,1902	1079,72	1041,726	
0,225	0,018482	0,013862	0,009241	1,293	1,06	1,0035	6,16	15,66	34,32	708,08	790,15	893,14	821,4385	1049,64	1023,529	
0,25	0,02817	0,021127	0,014085	1,412	1,085	1,0054	5,02	12,65	27,79	755,01	785,33	878,02	802,0644	1020,79	1004,3	
0,275	0,041244	0,030933	0,020622	1,553	1,106	1,008	4,19	10,42	22,92	812,89	784,55	862,72	785,1481	993,09	984,254	

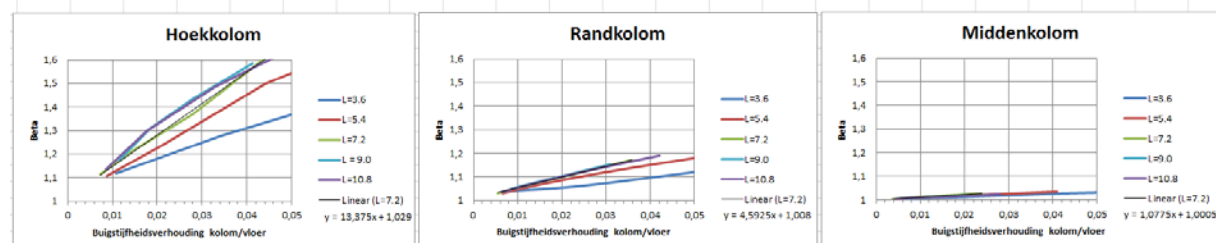
E Grafieken excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 1

Excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 1

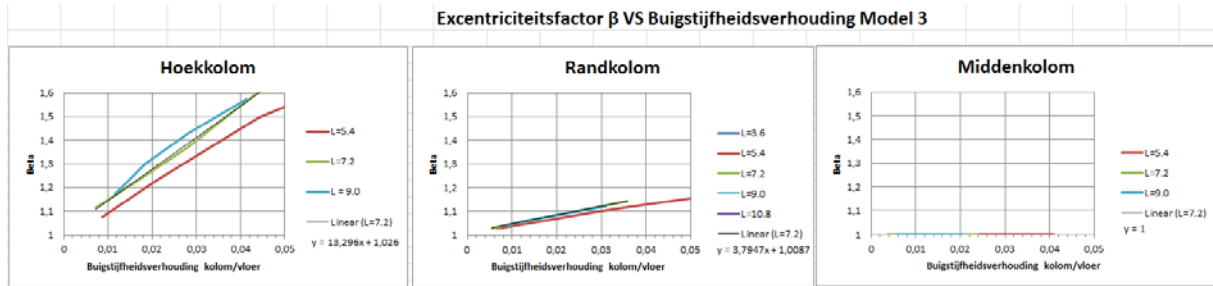


F Grafieken excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 2

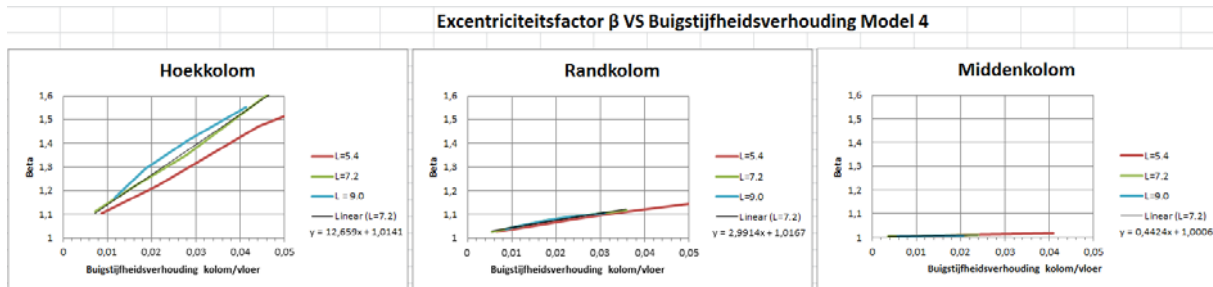
Excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 2



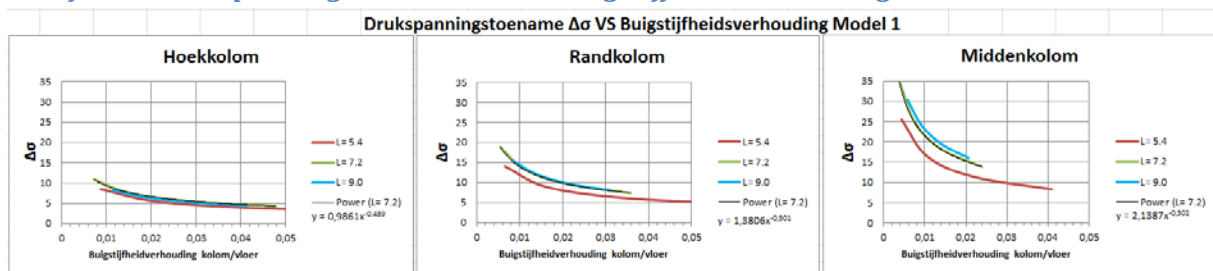
G Grafieken excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 3



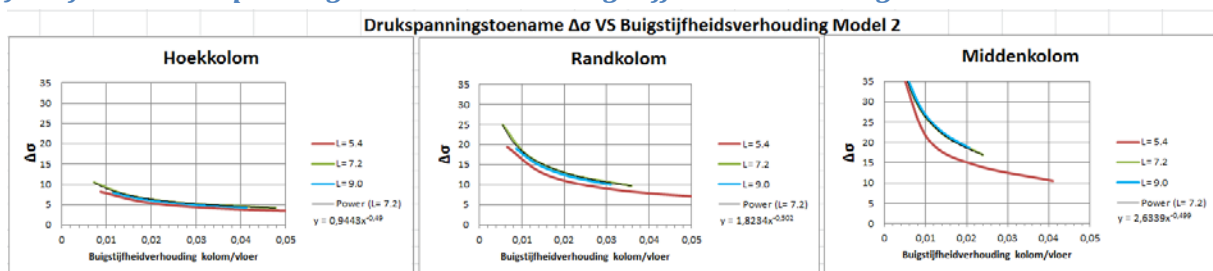
H Grafieken excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding Model 4



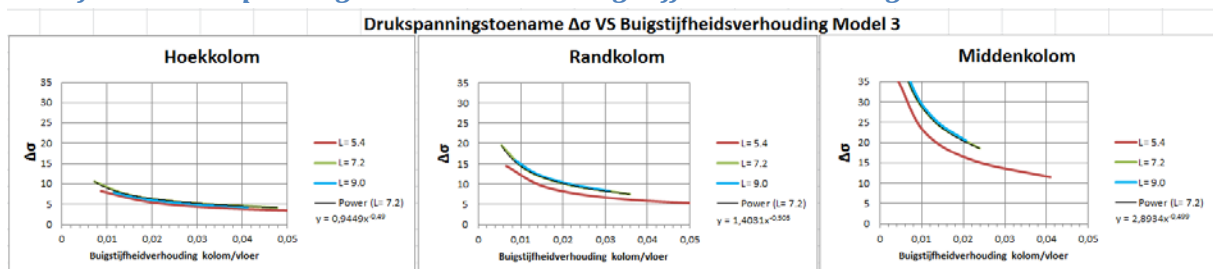
I Grafieken drukspanningstoename $\Delta\sigma$ VS Buigstijfheidsverhouding Model 1



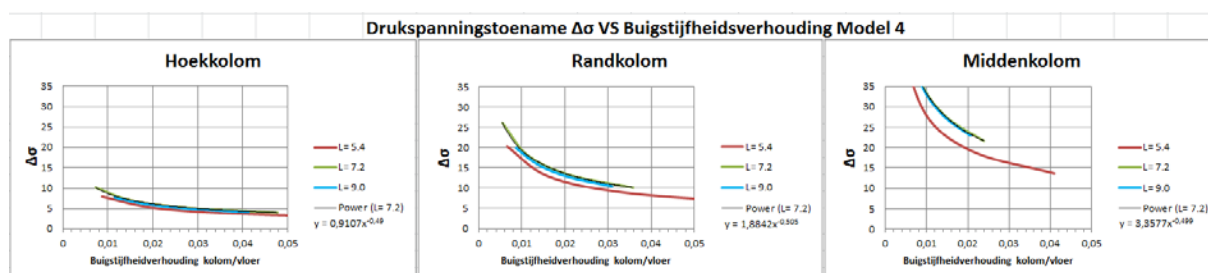
J Grafieken drukspanningstoename $\Delta\sigma$ VS Buigstijfheidsverhouding Model 2



K Grafieken drukspanningstoename $\Delta\sigma$ VS Buigstijfheidsverhouding Model 3



L Grafieken drukspanningstoename $\Delta\sigma$ VS Buigstijfheidsverhouding Model 4



M Verschillen overspanningen voor excentriciteitsfactor β VS Buigstijfheidsverhouding

