

TU DELFT

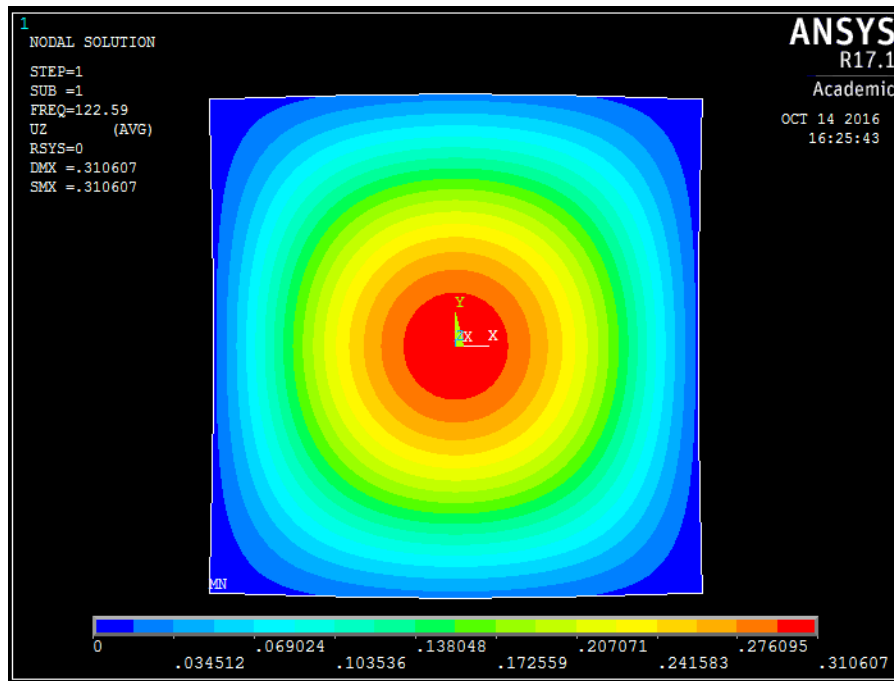
BACHELOR EINDWERK

Eigenfrequentie van gekromde panelen

Totstandkoming van een ingenieursformule

Yordi Paasman

4221346



Begeleid door
dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
dr. ir. F.P. van der Meer

24 oktober 2016

Abstract

Het Bachelor Eindwerk ‘Eigenfrequentie van gekromde panelen - Totstandkoming van een ingenieursformule’ is gedaan om een eerste indruk van de eigenfrequentie van een gekromd paneel te krijgen, zonder daarvoor tijdrovende eindige-elementenmethode programma’s te gebruiken. In deze studie zal gepoogd worden de ingenieursformule te completeren binnen een foutmarge van 20% in het eerste en vierde kwadrant van het assenstelsel. Door dit gebied te beschrijven kan het gehele assenstelsel beschreven worden. Dit zal gedaan worden door een reeks (vooraf vastgestelde) punten te modelleren in het eindige-elementenmethode programma Ansys en die te vergelijken met de ingenieursformule:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [A(k_{xx}^2 + k_{yy}^2) + Bk_{xx}k_{yy} + Ck_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Door het programma Python zal een eerste indruk worden gegeven voor de constanten A, B en C, die daarna verder bijgesteld worden. Het eerste kwadrant kan op deze manier beschreven worden, het vierde kwadrant niet. Daardoor is er gekeken naar het gebied waarin het gekromde paneel trilt met maximaal 1 buik. Dit gebied kan wel beschreven worden door drie verschillende formules, een voor het eerste kwadrant, een voor het vierde kwadrant en een voor de lijn waar een van beide krommingen (x- of y-richting) 0 is. Dat betekent dus ook dat er een duidelijk verschil is in welke formule gebruikt dient te worden. Het vinden van deze drie formules is weer een stap vooruit in het vinden van een toepasbare ingenieursformule, de combinatie met membraankrachten zal nog getest moeten worden en het (in afmetingen beperkte) paneel zal geïntegreerd moeten worden over het totale te berekenen oppervlakte.

De uiteindelijke gevonden formule is

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Vooraf

1.1 Voorwoord

Voor u ligt de scriptie ‘Eigenfrequentie van gekromde panelen - Totstandkoming van een ingenieursformule’. In dit Bachelor Eindwerk heb ik onderzoek gedaan naar een ingenieursformule om de eigenfrequentie van dubbelgekromde panelen, met twist, te bepalen. Binnen een vastgestelde, acceptabele, foutmarge. Dit onderzoek is gedaan in het kader van het afronden van de bacheloropleiding Civiele Techniek aan de TU Delft. Van 5 september 2016 tot en met 24 oktober 2016 ben ik bezig geweest met het onderzoek en het schrijven van het rapport.

In de eerste weken is er vooral onderzoek gedaan naar de huidige formule, de achtergrond ervan en wat er in voorgaande onderzoeken is onderzocht. Hierna ben ik aan de slag gegaan met de formule en heb ik een reeks datapunten verzameld uit Ansys, constanten proberen te bepalen en ben ik overgegaan tot een beperkt onderzoeksgebied. Als laatste heb ik een poging gedaan de bruikbaarheidsgrenzen op te zoeken. Dit onderzoek heb ik gedaan samen met mijn begeleiders, de heer Hoogenboom en de heer Van der Meer.

Hen wil ik dan ook hartelijk bedanken voor hun bijdrage aan mijn onderzoek, voor hun goede adviezen en tips die mij verder hielpen tot de resultaten die geboekt zijn.

Graag wens ik u veel leesplezier toe.

Yordi Paasman

24 oktober 2016

1.2 Samenvatting

In dit onderzoek is verdergegaan op voorgaande Bachelor Eindwerken. Uitgangspunt was de volgende formule:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [A(k_{xx}^2 + k_{yy}^2) + Bk_{xx}k_{yy} + Ck_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Waarin de constanten A, B en C moesten worden bepaald, binnen een foutmarge van maximaal 20%. Door uit te gaan van een paneel met een aantal karakteristieke waarden is een dataset gegenereerd uit het eindige-elementenmethode programma Ansys. Het paneel was van staal en had een vierkante afmeting van 1 m bij 1 m, met een dikte van 0,005 m. De combinatie krommingen en twisten die in Ansys ingevoerd zijn, zijn bepaald aan de hand van deze afmeting en dikte. In eerste instantie liep de kromming op/af tot en met $(-0,9\frac{1}{m})$ en de twist tot en met $0,04\frac{1}{m}$. De hieruit verkegen waarden uit Ansys werden vergeleken met de opgestelde formule en door programmeerprogramma Python is een eerste indruk van de constanten gegeven. De constanten zijn handmatig in Excel steeds licht veranderd om tot een zo optimaal mogelijk resultaat te komen.

De eerste conclusie was dat het eerste kwadrant en de lijn $k_{yy} = 0$, binnen de onderzochte waarden, volledig beschreven kan worden door het juist kiezen van de constanten. Alleen in het vierde kwadrant, kromming in een van de richtingen negatief en de andere positief, kan het gebied niet beschreven worden met behulp van deze formule. De formules voor respectievelijk kwadrant 1 en de lijn $k_{yy} = 0$ zijn:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [-0,2(k_{xx} + k_{yy})^2 + 3,8k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,113(0,2 + k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Vervolgens is besloten om het te onderzoeken gebied verkleind tot een trillingsvorm met maximaal 1 buik. Nadat dit gebied vastgesteld was, is hiervoor een nieuwe dataset uit Ansys verkregen. Na dezelfde procedure gevolgd te hebben¹ zijn de volgende formules verkregen voor respectievelijk het eerste kwadrant, het vierde kwadrant en de lijn $k_{yy} = 0$:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,5(k_{xx} + k_{yy})^2 + 2k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,96(k_{xx} + k_{yy})^2 - 0,0033k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,12(0,1 + k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

De maximale afwijking bleef in alle gevallen binnen de maximale foutmarge van 20%, voor het gebied met maximaal 1 buik als trillingsvorm.

Op het einde van het onderzoek is via een tip van de heer Hoogenboom de volgende formule onderzocht:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Deze formule blijkt de drie hierboven genoemde formules te kunnen combineren.

¹Eerst Python een indicatie geven van de constanten en daarna zelf verder bijschaven

Als laatste is er gekeken naar een variatie in afmetingen en dikten en een variatie in materialen. Voor de variatie in materialen werd duidelijk dat dit geen significante verschillen gaf in de vergelijking van de ingenieursformule en de uitkomst uit Ansys. Er is in de ingenieursformule ook zeker een variatie in dikten en afmetingen mogelijk, alleen zullen hiervan de bruikbaarheidsgrenzen nog opgezocht moeten worden.

Inhoudsopgave

Vooraf	1
1.1 Voorwoord	1
1.2 Samenvatting	2
Introductie	8
2.1 Inleiding	8
2.2 Probleemschets	8
2.3 Doelstelling	8
2.4 Hoofdvraag en deelvragen	9
2.5 Aanpak	9
Onderzoek	10
3.1 Analyse	10
3.1.1 Herkomst formule	10
3.1.2 Aanpassing formule	11
3.1.3 Trillingsmodi	11
3.2 Modelleren en resultaten	12
3.2.1 Script	12
3.2.2 Kwadranten	13
3.2.3 Eerste kwadrant	14
3.2.4 Vierde kwadrant	17
3.2.5 Cilinders	19
3.2.6 Regio's met aantal buiken	20
3.2.7 Regio met 1 buik	21
3.2.8 Combinatie formules	24
3.2.9 Variatie in dikte en afmetingen	25
3.2.10 Variatie in materialen	25
3.3 Bruikbaarheidsgrenzen	26
Conclusie en aanbevelingen	27
4.1 Conclusie	27
4.2 Aanbevelingen	28
Bibliografie	28
A Appendix 1	30
B Appendix 2	33
C Appendix 3	34
D Appendix 4	35
E Appendix 5	39
F Appendix 6	40
G Appendix 7	44
H Appendix 8	45
I Appendix 9	46

J Appendix 10

47

K Appendix 11

48

Figurenlijst

3.1	Trilling met 1 buik, positief	11
3.2	Trilling met 1 buik, negatief	11
3.3	Trilling met 2 buiken	11
3.4	Trilling met 3 buiken	11
3.5	Complexe trilling met 4 buiken	11
3.6	Complexe trilling	11
3.7	Kwadranten	13
3.8	Kwadranten gearceerd	13
3.9	Cirkelsegment	14
3.10	Kxx*Kyy tegen de eigenfrequentie in Python	15
3.11	Kxx*Kyy tegen de foutmarge	15
3.12	Kxx-Kyy met twist van 0,005 tot en met 0,04 tegen de foutmarge	16
3.13	3D plot van de eigenfrequentie tegen de kxx en kyy waarde, met twist van 0,005 tot en met 0,04	16
3.14	3D plot van de eigenfrequentie tegen de -kxx en kyy waarde	17
3.15	3D plot van de eigenfrequentie tegen de -kxx en kyy waarde, met twist van 0,005 tot en met 0,04	18
3.16	Foutmarge tegen een negatieve kxx, kyy en kxy	18
3.17	Foutmarge tegen kxx=0 en kyy	19
3.18	Foutmarge tegen kxx=0 en kyy, met twist van 0,005 tot en met 0,04	19
3.19	Knopen en buiken	20
3.20	Kxx tegen Kyy met aantal optredende buiken	20
3.21	Kxx tegen Kyy, aantal buiken	21
3.22	Kxx tegen Kyy, aantal buiken tabel zonder twist	21
3.23	Kxx tegen Kyy, aantal buiken tabel met twist	22
3.24	Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken 1	22
3.25	Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken 2	23
3.26	Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken tabel met twist	23
3.27	Kxx, aantal buiken tabel met twist	24

Symbolen en termen

Symbool	Grootheid	Eenheid
a	Lengte van een paneel	M
b	Breedte van een paneel	M
E	Elasticiteitsmodulus	$\frac{N}{M^2}$
h	Dikte van een paneel	M
k_{xx}	Kromming om de x-as	$\frac{1}{M}$
k_{xy}	Twist	$\frac{1}{M}$
k_{yy}	Kromming om de y-as	$\frac{1}{M}$
l	Lengte van een paneel	M
ν	Poisson-factor	-
n_{xx}	Normaalkracht in x-richting	$\frac{N}{M}$
n_{xy}	Schuifkracht in het vlak	$\frac{N}{M}$
n_{yy}	Normaalkracht in y-richting	$\frac{N}{M}$
π	Pi	-
ρ	Dichtheid	$\frac{Kg}{M^3}$
R _x	Kromtestraal in de x-richting	M
R _y	Kromtestraal in de y-richting	M
t	Dikte van een paneel	M

Kwadrant - Een van de vier delen, waarin een 2-dimensionaal assenstelsel in opgedeeld kan worden.

Eigenfrequentie - Een van de frequenties waarmee een systeem zal gaan trillen als het vanuit een evenwichtspositie wordt bewogen en vervolgens wordt losgelaten.

Buik - Punt in een natuurkundige golf, waar de amplitude maximaal is.

Introductie

2.1 Inleiding

De bouw ontwikkelt zich al sinds mensenheugenis. Van relatief simpele constructies, zoals piramiden en stenen torens, tot steeds ingewikkeldere vormen, zoals tegenwoordig de nieuwe OV-terminal in Arnhem, waarin veel complexe gekromde vormen zitten. Nieuwe constructies zijn niet meer recht en eenvoudig, maar de hedendaagse architectuur vraagt om steeds (technisch) complexere vormen, om het voor het oog aantrekkelijk te maken.

Vaak is het erg lastig om deze constructies te maken, maar lukt het uiteindelijk toch, na veel hoofdbrekers opgelost te hebben. Soms kan het ook goed mis gaan, zoals bij de Tacoma Narrows Bridge (USA, 1940) of de Ferrybridge power stations (England, 1965). In beide gevallen door een dynamische belasting, komend van de wind. Om dit in de toekomst te voorkomen is het van belang dat ingenieurs goede berekeningen kunnen maken om de laagste eigenfrequenties van constructies te bepalen, aangezien constructies bij een dynamische belasting gelijk aan de laagste eigenfrequentie gaan resoneren en kunnen bezwijken.

2.2 Probleemschets

Het berekenen van de eigenfrequentie van individuele panelen met een kromming, is tot op heden nog een tijdrovende klus voor de hardwerkende ingenieur. De reden dat de berekeningen zo veel tijd kosten is, omdat deze berekeningen plaatsvinden met behulp van de eindige-elementenmethode in programma's als ANSYS.

Om veel tijd te besparen wordt getracht een formule te vinden die een ingenieur een goed beeld geeft wat de eigenfrequentie is van het te ontwerpen (gekromde) paneel. Voor deze ingenieur is het interessant om te weten wat de laagste eigenfrequentie is aangezien bij een dynamische belasting met deze frequentie het paneel een grote kans heeft om te bezwijken. Met deze formule kan de ingenieur een paneel ontwerpen waarvan de laagste eigenfrequentie hoger ligt dan de dynamische belasting waaraan het paneel blootgesteld zal worden.

2.3 Doelstelling

Het doel van dit onderzoek is om de ontwerpformule voor de bepaling van de eigenfrequentie van gekromde panelen te completeren en waar nodig te verbeteren. Eventueel met de toevoeging van ontwerptabellen. De formule heeft als vorm:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho} + \frac{k_{xx}k_{yy}}{\dots} + \frac{n_{xx} + n_{yy}}{4\rho t l^2} - \frac{(1-\nu^2)n_{xy}^2}{71,7\rho Et^4}} \quad [5]$$

Welke uitgebreid is in een Bachelor eindwerk [1] tot:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [A(k_{xx}^2 + k_{yy}^2) + Bk_{xx}k_{yy} + Ck_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho}}$$

2.4 Hoofdvraag en deelvragen

Hoofdvraag:

- Is het mogelijk de formule voor de eigenfrequentie van gekromde panelen compleet te maken en tevens makkelijk te gebruiken houden voor ingenieurs, met een maximale foutmarge van 20%?

Deelvraag 1:

- Wat is de invloed van negatieve krommingen op de ontwerpformule?

Deelvraag 2:

- Wat zijn de bruikbaarheidsgrenzen van de ontwerpformule?

2.5 Aanpak

Allereerst zal begonnen worden met een literatuurstudie. Hiermee wordt de benodigde kennis vergaard over eigenfrequenties van gekromde panelen, eigenfrequenties van vlakke panelen en Gauss-krommingen. Hiervoor zullen de colleges van CIE4143 Shell Analysis, Theory and Application bestudeerd worden, voorgaande Bachelor eindwerken over dit onderwerp doorgenomen worden en onder andere het boek Structural Shell Analysis van Blaauwendraad en Hoefakker bestudeerd worden. Na de literatuurstudie zal begonnen worden met een analytisch onderzoek naar de invloed van negatieve krommingen op de ontwerpformule en naar de huidige ontwerpformule, waar die nog aangepast en verbeterd kan worden. Vervolgens zullen de relaties die volgen uit het analytisch onderzoek gemodelleerd worden in het eindige-elementenmethode programma Ansys Inc. Als de resultaten bekend zijn zullen deze gecontroleerd worden met de ontwerpformule en de uitkomsten uit het eindige-elementenmethode programma en zullen de bruikbaarheidsgrenzen van de formule bepaald worden. Als laatste worden er conclusies getrokken uit de verkregen resultaten en aanbevelingen gedaan.

Onderzoek

3.1 Analyse

3.1.1 Herkomst formule

Dit Bachelor Eindwerk is een vervolg op diverse voorgaande onderzoeken. In 2012 is Moerbeek[6] begonnen met het kijken naar de invloed van krommingen op verschillende oppervlaktes, zoals een cilinder, ellipsoïde of bol. Zijn conclusies hadden betrekking op de invloed van de dikte en lengte op de eigenfrequentie, een toename van de dikte staat voor een toename van de eerste eigenfrequentie en de toename van de lengte staat voor een afname van de eerste eigenfrequentie.

Hierop volgend ging Metselaar[7] in 2013 voor het eerst naar gekromde panelen kijken. In een zeer wiskundig Bachelor Eindwerk kwam Metselaar tot een reeks formules voor verschillende probleemgevallen, zoals vlakke panelen, gekromde panelen en panelen met een twist. Gezien het grote aantal formules, bleek het niet geschikt om in de praktijk gebruikt te worden.

Dit zelfde jaar ging Scheltema[8] verder met de bepaling van een ontwerpformule voor de bepaling van de eigenfrequentie van dubbelgekromde panelen. In dit onderzoek konden de lengte en breedte van het paneel onderling verschillen, waardoor het probleem erg complex werd. Wel kwam Scheltema al een eind in de goede richting met de formule. In deze onderzoeken is uitgegaan van de formule voor de eigenfrequentie van een vlak paneel van Blevins[10]:

$$f_{i,j} = \frac{\lambda_{i,j}^2}{2\pi a^2} \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)}}$$

Het paneel is aan alle zijden scharnierend opgelegd, het paneel is vierkant ($a=b$) en we zijn alleen geïnteresseerd in de eerste en dus laagste eigenfrequentie:

$$\lambda_{i,j} = \pi^2(i^2 + j^2(\frac{a}{b})^2) = 2\pi^2$$

Waaruit het eerste gedeelte van de door mij gebruikte formule ontstaat ($h=t$, $a=l$):

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4}}$$

In een volgend onderzoek is Van Dijk[2] doorggegaan en heeft hij gekeken naar de invloed van membraankrachten, waarna hij uitkwam op de formule in de vorm van:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + \frac{E}{16\pi^2\rho} (\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_y})^2 + \frac{n_{xx} + n_{yy}}{4\rho t l^2} - \frac{1,06n_{xy}^2}{100\rho t^4 E}}$$

Vervolgens is Noortman[9] verdergegaan met de formule voor de bepaling van de laagste eigenfrequentie van gekromde panelen. Hierbij is Noortman op twee verschillende formules uitgekomen, een voor kromming in de x- en y-richting en een voor twist. Een formule voor kromming en twist is nog niet gevonden. Als laatste onderzoek voor dit onderzoek is Greijmans[1] verdergegaan met het vinden van deze formule en heeft de formule uitgebreid in relatie tot de Gaus kromming. De heer P.C.J. Hoogenboom heeft de formule genoteerd[5] als:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho} + \frac{k_{xx}k_{yy}}{\dots} + \frac{n_{xx} + n_{yy}}{4\rho t l^2} - \frac{(1-\nu^2)n_{xy}^2}{71,7\rho Et^4}}$$

3.1.2 Aanpassing formule

De formule, geformuleerd in het Bachelor Eindwerk van Marie-Louise Greijmans [1] zag er als volgt uit:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [A(k_{xx}^2 + k_{yy}^2) + Bk_{xx}k_{yy} + Ck_{xy}^2]} \frac{E}{16\pi^2\rho}$$

Deze heb ik in mijn onderzoek aangepast tot:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [A(k_{xx} + k_{yy})^2 + Bk_{xx}k_{yy} + Ck_{xy}^2]} \frac{E}{16\pi^2\rho}$$

Deze formules zijn in principe equivalent aan elkaar, dat wil zeggen dat ze hetzelfde gebied beschrijven, maar toch is er voor de tweede vorm gekozen.

3.1.3 Trillingsmodi

Een paneel kan op verschillende manieren trillen in de eigenfrequentie. De eerste modus, de simpelste, is de vorm met 1 buik:

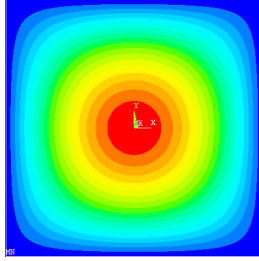


Figure 3.1: Trilling met 1 buik, positief

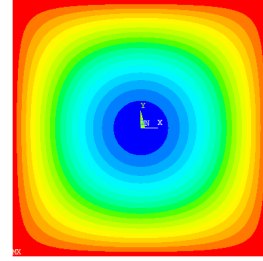


Figure 3.2: Trilling met 1 buik, negatief

En verder zijn er complexere vormen:

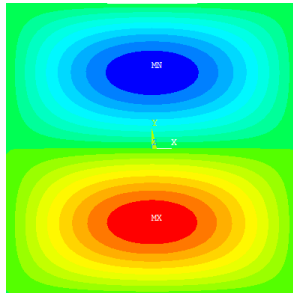


Figure 3.3: Trilling met 2 buiken

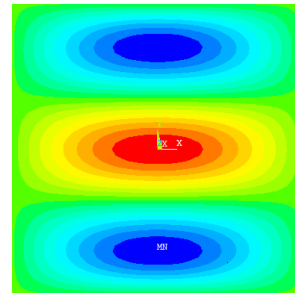


Figure 3.4: Trilling met 3 buiken

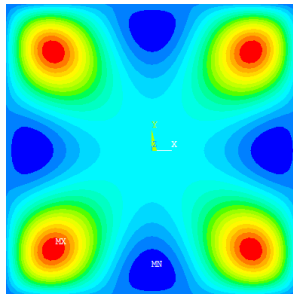


Figure 3.5: Complexe trilling met 4 buiken

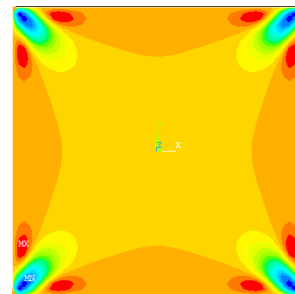


Figure 3.6: Complexe trilling

3.2 Modelleren en resultaten

In de modelleringen is uitgegaan van een standaard paneel met de volgende afmetingen en eigenschappen:

$$l_x = l_y = 1,0 \text{ m}$$

$$t = 0,005 \text{ m}$$

$$E = 2,1\text{E}11 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0,3$$

$$\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$$

Verder zijn de k_{xx} , k_{yy} en k_{xy} variabel. De n_{xx} , n_{yy} en n_{xy} zijn buiten beschouwing gelaten aangezien hier al onderzoek naar gedaan is. [2]

3.2.1 Script

De opbouw van het script staat in bijlage A en volgt de stappen van Ansys:

Preprocess: Materiaaleigenschappen, geometrische eigenschappen en het aantal elementen worden gedefinieerd. Ook worden de knopen geplaatst, waartussen de elementen van het schaaldeel komen. Het assenstelsel wordt per knoop geroteerd, hierdoor werken de krachten in de richting van het schaaldeel. Ook worden randvoorwaarden ingegeven, zodat er geen verplaatsingen loodrecht op het vlak of in de richtingen van de randen plaatsvinden.

Solution: Analyse van Ansys, waarmee de trillingskarakteristieken bepaald worden.

Post process: De uitvoer wordt gegenereerd, zoals de laagste eigenfrequentie en de trillingsmodus (grafisch)

Er is gekozen voor een aantal van 50 elementen per x- en y-richting om de berekeningen te maken. Dit is in een voorgaand Bachelor Eindwerk bepaald. [1]. Er is aangetoond dat bij een aantal van 50 elementen per richting de Ansys eigenfrequentieberekening het nauwkeurigst overeenkomt met een gemodelleerd vlak paneel.

3.2.2 Kwadranten

Een tweedimensionaal assenstelsel bestaat uit vier kwadranten:

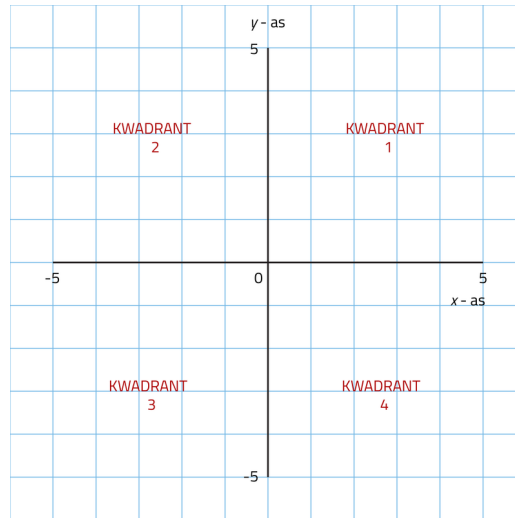


Figure 3.7: Kwadranten

Voor de vorm van de panelen is het eerste kwadrant gelijk aan het derde kwadrant en het tweede kwadrant gelijk aan het vierde kwadrant. Hoe het paneel gedraaid is maakt namelijk niets uit voor de waarde van de eigenfrequentie. Ook kan de waarde van de eigenfrequentie in elk kwadrant in de lijn $x=y$ of $x=-y$ gespiegeld worden, dit is te zien in de volgende afbeelding:

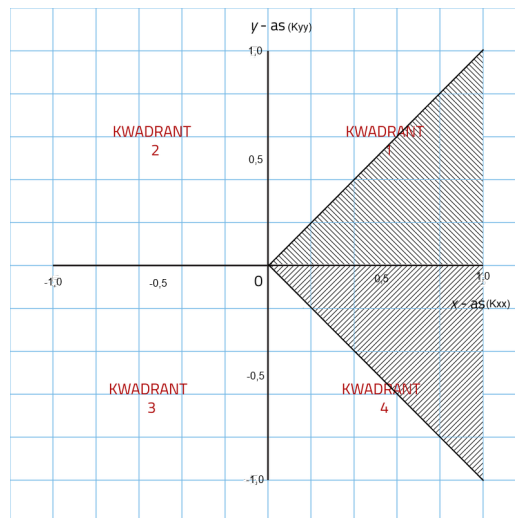


Figure 3.8: Kwadranten gearceerd

Hierdoor hoeft alleen het gearceerde gedeelte onderzocht te worden.

3.2.3 Eerste kwadrant

Aanpak

Om de waarden van de constanten A, B en C te vinden zijn veel verschillende krommingscombinaties in Ansys gemodelleerd. Er is voor gekozen om de schaal (een vierkant van 1,0 m bij 1,0 m) een kromming van 0,1 tot en met 0,9 te geven. Een dunne schaal, die hier onderzocht wordt, valt namelijk binnen de waarden:

$$30 < \frac{1}{k_{xx}t} < 4000 \quad [4]$$

Met deze krommingswaarden varieert de schaal van:

$$\frac{1}{0,9*0,005} = 222,22 \quad \text{tot} \quad \frac{1}{0,1*0,005} = 2000$$

Ook wordt de uiterste kromming van een dunne schaal getest, bij een dikte van $t = 0,005$ is dat een minimale k_{xx} van 0,05 en een maximale k_{xx} van 6,67. De maximale kromming voor deze schaal bedraagt 0,93, omdat het om ondiepe schalen gaat. Een ondiepe schaal heeft een p (zie figuur 3.9) van maximaal $\frac{1}{8}k$. Uit $R = \frac{1}{2}p + \frac{k^2}{8p}$ [4] en $k_{xx} = \frac{1}{R}$ volgt de maximale 0,93.

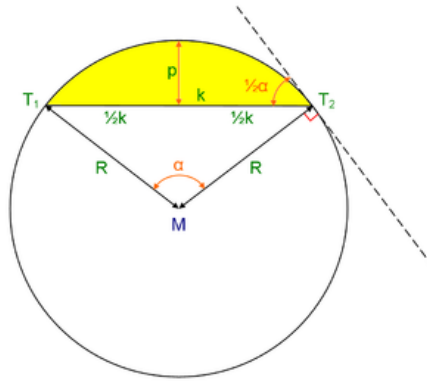


Figure 3.9: Cirkelsegment

Om de waarde van de eigenfrequentie uit Ansys te vergelijken met de eigenfrequentie van de formule is een Excelsheet opgesteld, die terug te vinden is in Appendix 2. Door de waarden van de constanten op 1 plaats in de Excel te vervangen, veranderde die waarde bij alle berekeningen met de formule, hierdoor kunnen de waarden, berekend met Python, ingevoerd worden en vergeleken worden met de waarden uit Ansys.

Zonder twist

Om een eerste indruk te krijgen hoe de formule er uit moet komen te zien, is eerst de kromming (k_{xy}) op 0 gehouden en zijn de k_{xx} en k_{yy} variabel. De resultaten staan in Appendix 3. Nadat alle waarden verkegen zijn, is in Python gepoogd geschikte waarden te vinden voor constanten A en B. Aangezien de functie een complexe vorm heeft, is dit slechts een benadering. Zie onderstaande afbeelding:

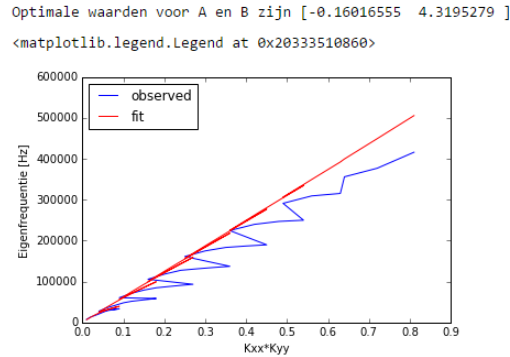


Figure 3.10: Kxx*Kyy tegen de eigenfrequentie in Python

De waarden uit de figuur geven aan dat als A een waarde van -0,16 heeft en B 4,32 als waarde heeft, de formule een goede benadering is voor de waarde verkregen uit Ansys. Als deze waarden in Excel ingevoerd worden, benadert de formule de werkelijke waarde al aardig, al zitten er nog punten boven de 20% foutmarge. Door iteratief verder waarden voor A en B te vinden is uiteindelijk A op -0,2 en B op 3,8 vastgesteld. Alle waarden van k_{xx} en k_{yy} tussen de 0,1 en 0,9 blijven dan onder de 20% foutmarge. Zie onderstaande figuur:

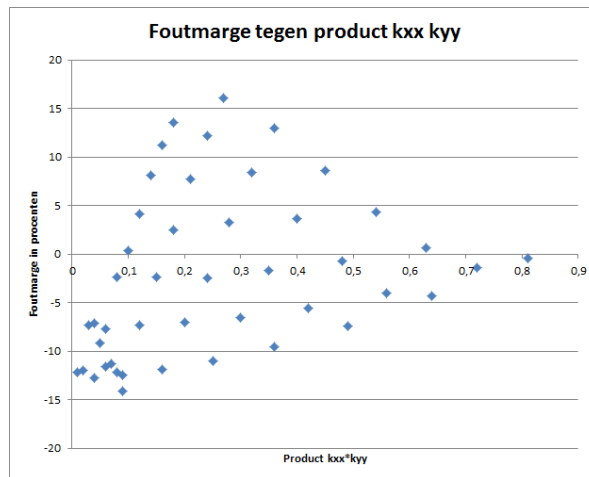


Figure 3.11: Kxx*Kyy tegen de foutmarge

De gemiddelde totale fout is 7,4%.

Met twist

Vervolgens wordt ook de twist k_{xy} toegevoegd aan de krommingen. De twist varieert tot maximaal 0,04[1]. Eerst wordt de waarde van constante C bepaald door alleen de kromming te laten oplopen en de k_{xx} en k_{yy} op 0 te houden. Hieruit volgt dat constante C een waarde heeft van 4, zoals in de originele formule[5] ook stond.

Als daarna de krommingen k_{xx} en k_{yy} en twist k_{xy} variëren en de constanten A, B en C respectievelijk de waarden -0,2, 3,8 en 4 hebben is dit de spreiding van de foutmarges:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [-0,2(k_{xx} + k_{yy})^2 + 3,8k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

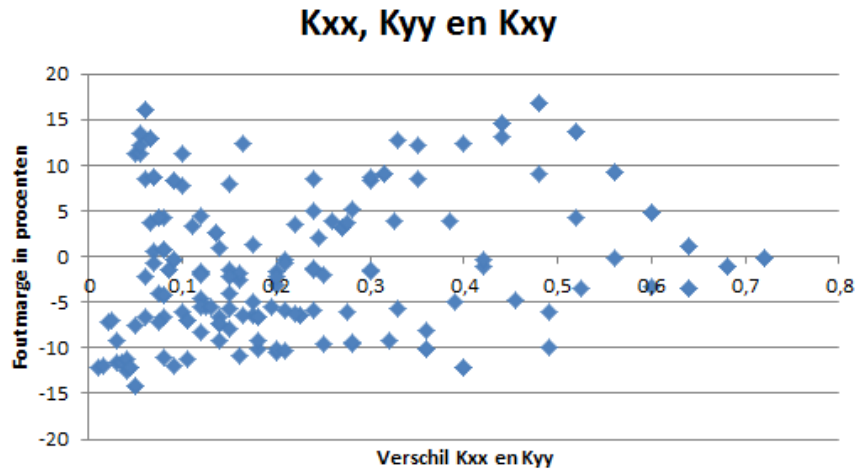


Figure 3.12: Kxx-Kyy met twist van 0,005 tot en met 0,04 tegen de foutmarge

Met als gemiddeld foutpercentage 6,70%. De waarden van de eigenfrequentie uit Ansys en van de formule zijn te vinden in Appendix 4.

Als de eigenfrequentie tegen de k_{xx} en k_{yy} waarde uitgezet wordt in een 3D plot, met een k_{xy} variërend tussen de 0,005 en 0,04, ziet dat er zo uit:

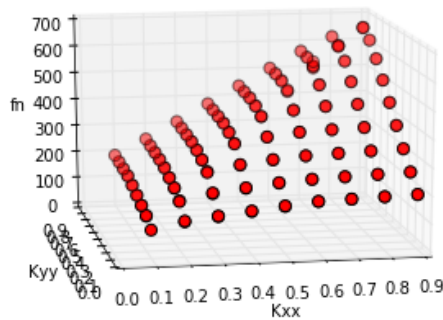


Figure 3.13: 3D plot van de eigenfrequentie tegen de kxx en kyy waarde, met twist van 0,005 tot en met 0,04

Het is goed te zien dat het oppervlak redelijk goed te beschrijven is met een formule. Ook de symmetrilijn van $x=y$ is goed herkenbaar in deze 3D plot.

3.2.4 Vierde kwadrant

Aanpak

Dezelfde Excelsheet die bij de dataset van het eerste kwadrant is gebruikt zal hier ook worden gebruikt om de foutmarge van de formule te bepalen, zie Appendix 2. Ook is weer dezelfde schaal met dezelfde eigenschappen toegepast. Alleen deze keer is de k_{xx} negatief genomen van 0,1 tot en met 0,9 en de k_{yy} positief van 0,1 tot en met 0,9.

Zonder twist

Als de k_{xx} en k_{yy} weer gevarieerd ingevoerd worden in Ansys, de uitkomsten in de Excelsheet gegenoteerd worden en tegen de uitkomsten van de formule uitgezet worden, blijkt dat een hoop waarden uit de formule niet reële getallen zijn. De reden hiervoor is dat het gedeelte van de formule met kromming $[-0,2(k_{xx} + k_{yy})^2 + 3,8k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}$ groter aanwezig is (kan oplopen tot boven de 600 Hz) dan het gedeelte dat de buigstijfheid zonder kromming beschrijft $\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} = 24,59 \text{ Hz}$.

Met constante $A = 0,2$ en $B = 3,8$ is het gedeelte $3,8 * k_{xx} * k_{yy}$ dominant aanwezig tegenover $-0,2 * (k_{xx} + k_{yy})^2$. Hierdoor komt er een negatieve waarde onder het wortelteken en wordt de uitkomst een complex getal. Er zullen dus andere waarden bepaald moeten worden in het vierde kwadrant, waarbij B een negatieve waarde zal moeten hebben, aangezien de term $A * (k_{xx} + k_{yy})^2$ 0 zal zijn als k_{xx} en k_{yy} tegengesteld gelijk aan elkaar zijn.

Als voor A een waarde van 0,093 en voor B van -0,008 ingevoerd wordt, komen er reële waarden uit de formule. Zie Appendix 5. In de volgende 3D plot is ook te zien dat het oppervlak van eigenfrequenties in het vierde kwadrant geen mooi oppervlak is:

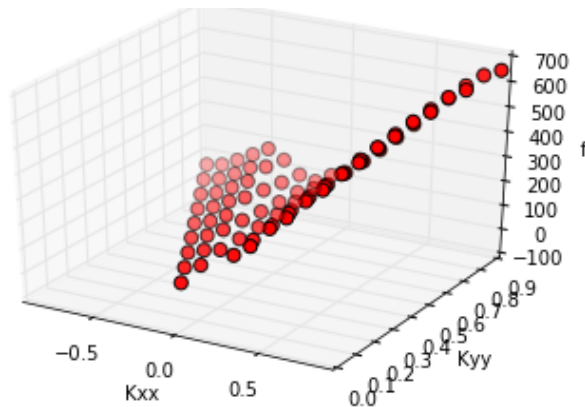


Figure 3.14: 3D plot van de eigenfrequentie tegen de -kxx en kyy waarde

De gemiddelde fout is met deze waarden dan ook 31,4%. Deze relatie is dus erg lastig om te beschrijven, maar toch is het ook interessant om de resultaten te zien als de twist wordt toegevoegd.

Met twist

Een negatieve twist heeft ten opzichte van een positieve twist geen andere invloed op de waarde van de eigenfrequentie, dus zal de twist k_{xy} opnieuw gevarieerd worden tot en met 0,04. Zie Appendix 6. De volgende 3D plot is dan het resultaat:

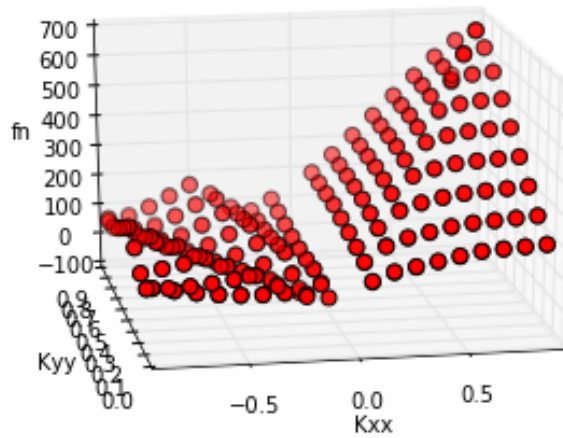


Figure 3.15: 3D plot van de eigenfrequentie tegen de $-k_{xx}$ en k_{yy} waarde, met twist van 0,005 tot en met 0,04

Er is goed te zien dat toevoeging van een twist het probleem duidelijk complexer maakt. Er is geen duidelijk patroon te herkennen als de k_{xx} negatief is. De gemiddelde fout is 30,97% als de volgende formule aangehouden wordt:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,093(k_{xx} + k_{yy})^2 - 0,008k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Met de volgende foutenspreiding:

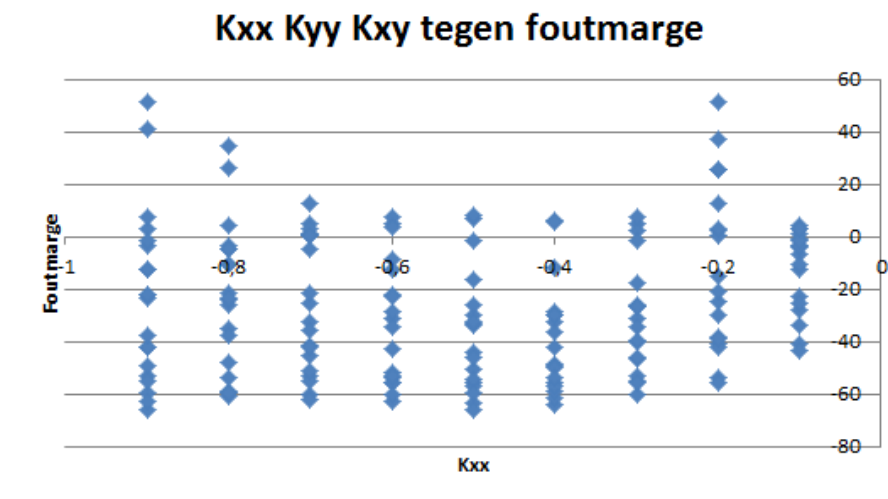


Figure 3.16: Foutmarge tegen een negatieve k_{xx} , k_{yy} en k_{xy}

Aangezien hier geen standaardformule voor opgesteld kan worden, tenzij het een complexe vorm wordt met tabellen voor verschillende waarden van A en B, zal het probleem geprobeerd op te lossen worden voor gevallen met slechts 1 buik.

3.2.5 Cilinders

Allereerst wordt nog naar het geval van cilinders gekeken. Dit is in de kwadranten de lijn $k_{xx}=0$ en $0 < k_{yy} \leq 0,9$. Aangezien $k_{xx}=0$ heeft constante B geen invloed, aangezien die term 0 is. Waarden van de eigenfrequentie uit Ansys staan in Appendix 7. Als de formule voor de eigenfrequentie als volgt gekozen wordt blijft de foutmarge binnen de 20% afwijking:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,113(0,2 + k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho}}$$

Met een foutenspreiding van:

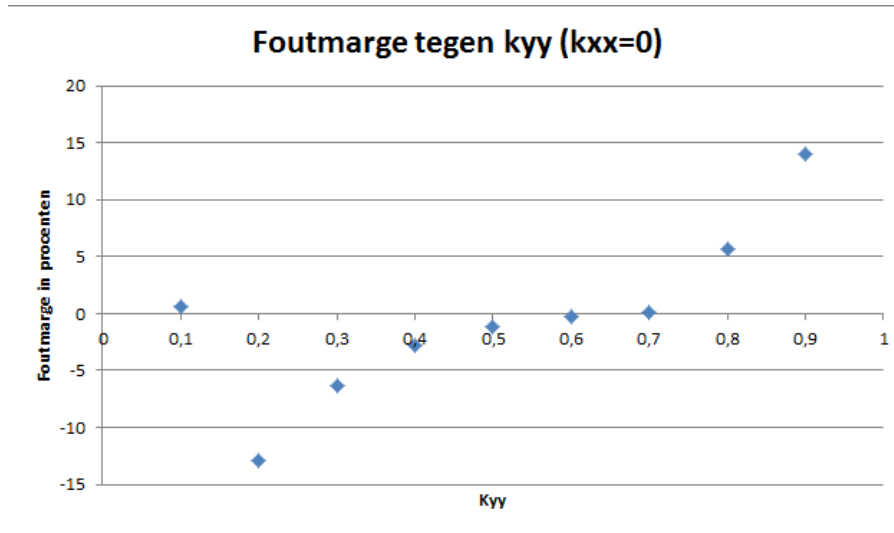


Figure 3.17: Foutmarge tegen kxx=0 en kyy

Als de twist wordt toegevoegd, variërend van 0,005 tot en met 0,04, zoals ook te zien is in Appendix 7, wordt de foutenspreiding (met dezelfde formule):

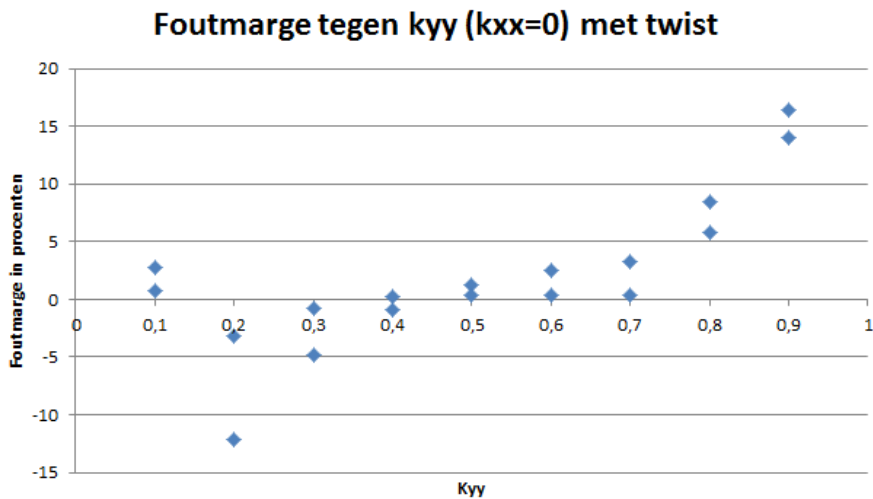


Figure 3.18: Foutmarge tegen kxx=0 en kyy, met twist van 0,005 tot en met 0,04

3.2.6 Regio's met aantal buiken

Aangezien de eigenfrequentie in het geval van een positieve k_{xx} en een negatieve k_{yy} niet goed benadert kan worden, zal het probleem herleidt worden tot een trilling waar slechts 1 buik optreedt. In de verschillende trillingsmodi van de panelen kunnen diverse knopen en buiken voorkomen. In de natuurkunde zijn knopen en buiken als volgt gedefinieerd:

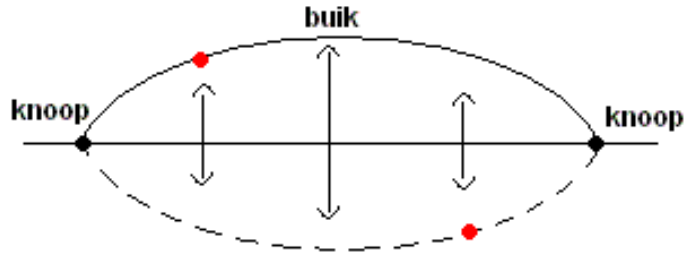


Figure 3.19: Knopen en buiken

Een gekromd paneel kan qua afmetingen altijd teruggebracht worden naar een paneel met een beperkte kromming, in het gebied met slechts 1 buik. Als we kijken naar het assenstelsel en de verkregen datapunten plotten met het aantal buiken dat optreedt krijgen we de volgende grafiek:

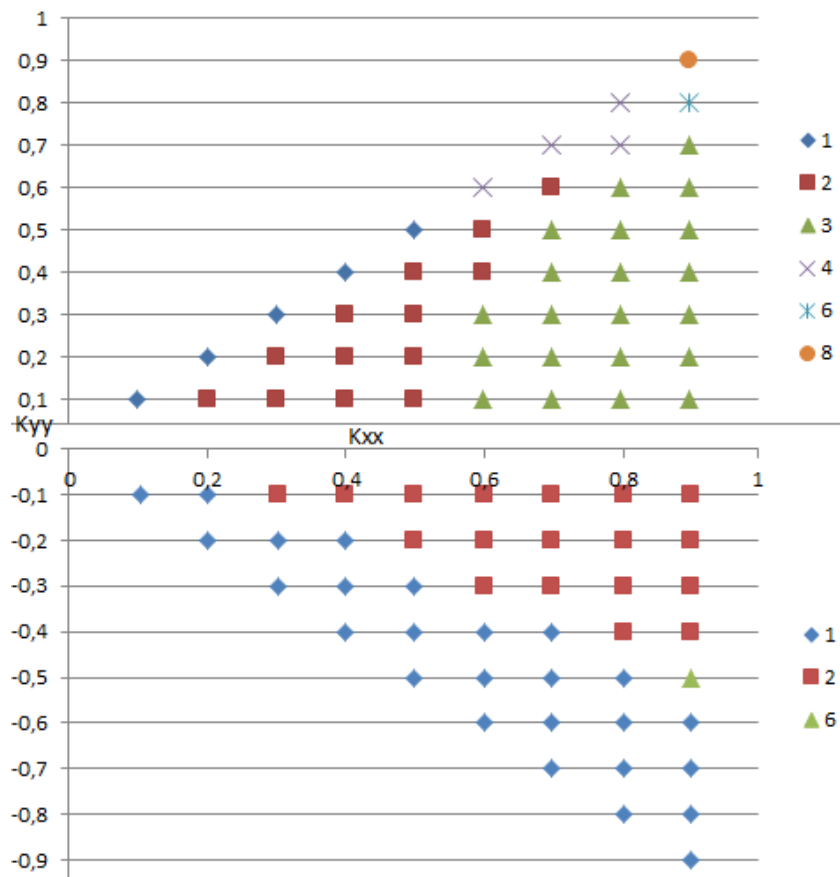


Figure 3.20: Kxx tegen Kyy met aantal optredende buiken

In het eerste kwadrant zal gekeken worden naar het gebied $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.1$ en $0.01 \leq k_{yy} \leq 0.1$ en in het vierde kwadrant wordt gekeken naar het gebied van $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.2$ en $0.01 \leq k_{yy} \leq 0.2$ en in de lijn $k_{yy} = 0$ zal worden gekeken naar het gebied van $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.1$

3.2.7 Regio met 1 buik

Eerste kwadrant

Er is voor de volgende punten in het gebied in het gebied $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.1$ en $0.01 \leq k_{yy} \leq 0.1$ gekozen om data te verzamelen:

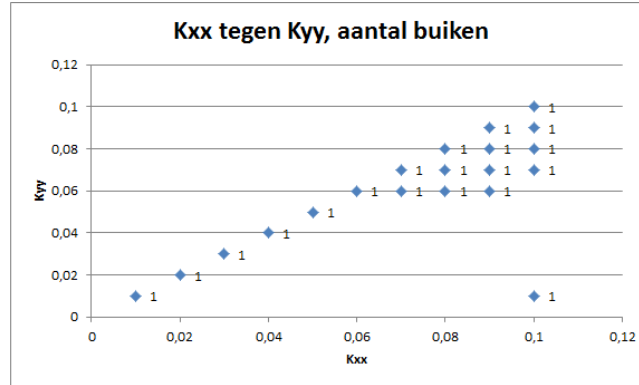


Figure 3.21: Kxx tegen Kyy, aantal buiken

Deze punten aangezien in het hoofdstuk over het eerste kwadrant hier de grootste afwijkingen zaten. Als we in het eerste kwadrant deze reeks datapunten plotten krijgen we de volgende tabellen:

Kxx	Kyy	Kxy	Frequentie Ansys	Frequentie formule	Foutmarge
0,01	0,01	0	25,9212	25,92723362	0,023276787
0,02	0,02	0	29,5865	29,58900418	0,008463933
0,03	0,03	0	34,8482	34,84712389	-0,003087981
0,04	0,04	0	41,0966	41,0933093	-0,008007238
0,05	0,05	0	47,9464	47,94291652	-0,007265363
0,06	0,06	0	55,12726	55,17165549	0,080532742
0,07	0,07	0	62,6437	62,64842413	0,007541264
0,08	0,08	0	70,2801	70,29412259	0,019952439
0,09	0,09	0	78,0318	78,05912789	0,03502148
0,06	0,07	0	58,8832	58,81290115	-0,119386932
0,06	0,08	0	62,643	62,37742988	-0,423942217
0,06	0,09	0	66,4433	65,87769591	-0,851258283
0,07	0,08	0	66,4447	66,39000974	-0,082309445
0,07	0,09	0	70,2794	70,05271147	-0,322553314
0,08	0,09	0	74,1437	74,10691326	-0,049615457
0,01	0,1	0	51,5089	44,36418252	-13,87084072
0,07	0,1	0	74,1423	73,6482995	-0,666286998
0,08	0,1	0	78,031	77,84180213	-0,242465001
0,09	0,1	0	81,9399	81,92411699	-0,019261692
0,1	0,1	0	85,8659	85,91109575	0,052635272

Figure 3.22: Kxx tegen Kyy, aantal buiken tabel zonder twist

Kxx	Kyy	Kxy	Frequentie Ansys	Frequentie formule	Foutmarge	Buiken
0,01	0,01	0,005	26,2584	26,25189683	-0,024766063	1
0,02	0,02	0,01	30,731	30,71272934	-0,059453516	1
0,03	0,03	0,015	36,9406	36,97009383	0,079841223	1
0,04	0,04	0,02	44,0808	44,26861608	0,426072293	1
0,05	0,05	0,025	51,6706	52,17316684	0,972635974	1
0,06	0,06	0,03	59,4276	60,44646181	1,714458956	1
0,07	0,07	0,035	67,173	68,95590323	2,654196221	1
0,08	0,08	0,04	74,7836	77,62386793	3,797982349	1
0,09	0,09	0,04	81,3847	84,71970637	4,097829657	1
0,01	0,01	0,04	42,2149	41,9096963	-0,722976244	1
0,02	0,02	0,035	41,3703	41,29891903	-0,172541589	1
0,03	0,03	0,03	42,5497	42,71048137	0,377867231	1
0,04	0,04	0,025	45,6597	45,95841776	0,654226289	1
0,05	0,05	0,02	50,3711	50,69096117	0,635009307	1
0,06	0,06	0,015	56,2831	56,53651355	0,450248023	1
0,07	0,07	0,01	63,0381	63,18692603	0,23608901	1
0,08	0,08	0,005	70,3571	70,41451779	0,081609086	1
0,09	0,09	0,005	78,0895	78,16756419	0,099967584	1
0,01	0,1	0,005	51,6489	44,55470048	-13,73543196	1
0,08	0,1	0,005	78,0888	77,95054075	-0,177053879	1
0,09	0,1	0,005	81,9889	82,02744412	0,047011383	1
0,01	0,1	0,04	59,5753	55,24836551	-7,262967181	1
0,08	0,1	0,04	81,3843	84,51950876	3,852350829	1
0,09	0,1	0,04	84,763	88,29361328	4,165276447	1

Figure 3.23: Kxx tegen Kyy, aantal buiken tabel met twist

Die met de volgende formule erg goed benaderd wordt:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,5(k_{xx} + k_{yy})^2 + 2k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Vierde kwadrant

Er is voor de volgende punten in het gebied in het gebied $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.2$ en $0.01 \leq k_{yy} \leq 0.2$ gekozen om data te verzamelen:

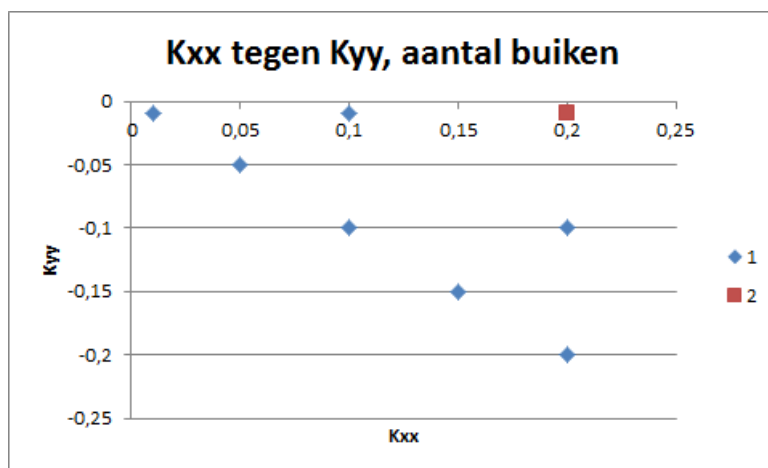


Figure 3.24: Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken 1

Zoals in de bovenstaande figuur te zien is, kan een geval met 2 buiken ontdekt worden in het punt $(k_{xx}; k_{yy}) = (0,2 ; 0,01)$. Daarom zal verder gekeken worden naar het gebied $0.01 \leq k_{xx} \leq 0.1$ en $0.01 \leq k_{yy} \leq -0.1$ en zullen hier een aantal datapunten vergeleken worden. Dat zullen de volgende zijn:

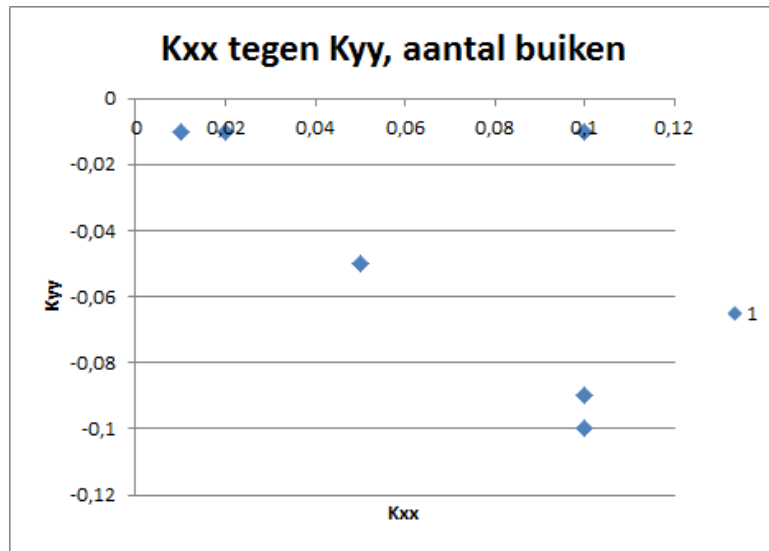


Figure 3.25: Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken 2

Zoals in de volgende tabel te zien is, kunnen alle datapunten goed benaderd worden door de volgende formule:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0,96(k_{xx} + k_{yy})^2 - 0,0033k_{xx}k_{yy} + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Kxx	Kyy	Kxy	Frequentie Ansys	Frequentie formule	Foutmarge	Buiken
-0,01	0,01	0,005	24,9349	24,92900752	-0,023631438	1
-0,05	0,05	0,005	24,9167	24,95590341	0,1573379	1
-0,1	0,1	0,005	24,86	25,03976686	0,7231169	1
-0,01	0,01	0,04	41,4941	41,0939895	-0,96425877	1
-0,05	0,05	0,04	41,4946	41,11031102	-0,92611805	1
-0,1	0,1	0,04	41,4861	41,16127405	-0,782975381	1
-0,01	0,1	0,005	44,6177	44,03706407	-1,301357817	1
-0,01	0,1	0,04	54,2649	54,83177518	1,044644288	1

Figure 3.26: Kxx tegen negatieve Kyy, aantal buiken tabel met twist

Cilindervormig

Als laatste wordt ook voor de cilindervormige panelen het gebied waarin zij trillen met maximaal 1 buik beschreven. Dit gebeurt door de k_{xx} te laten oplopen van $0,01\frac{1}{m}$ tot en met $0,1\frac{1}{m}$ en de k_{yy} op 0 te houden. Dan worden de volgende resultaten verkregen:

Kxx	Kyy	Kxy	Frequentie Ansys	Frequentie formule	Foutmarge
0,01	0	0	24,9205	29,16225327	17,0211403
0,02	0	0	25,9204	29,95318334	15,5583376
0,03	0	0	27,5062	30,78985423	11,9378694
0,04	0	0	29,5837	31,66864079	7,04759983
0,05	0	0	32,0571	32,58613585	1,6502923
0,06	0	0	34,8422	33,53916285	-3,7398246
0,07	0	0	37,8698	34,52477942	-8,8329502
0,08	0	0	41,0862	35,54027431	-13,498269
0,09	0	0	44,4501	36,58315946	-17,698364
0,01	0	0,04	41,6754	43,98452246	5,54073258
0,02	0	0,04	42,2149	44,51285649	5,44347255
0,03	0	0,04	43,0992	45,08011008	4,59616438
0,04	0	0,04	44,3078	45,68483348	3,10788051
0,05	0	0,04	45,815	46,32555937	1,11439347
0,06	0	0,04	47,5927	47,00081537	-1,2436458
0,07	0	0,04	49,612	47,70913534	-3,8354927
0,08	0	0,04	51,8448	48,44906912	-6,5498003
0,09	0	0,04	54,265	49,21919094	-9,2984595

Figure 3.27: Kxx, aantal buiken tabel met twist

Ook kan hier gezien worden dat als de twist een grote(re) invloed krijgt, de afwijking kleiner wordt, als de volgende formule toegepast wordt:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [0, 12(0, 1 + k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

3.2.8 Combinatie formules

Op aanraden van de heer Hoogenboom is gekeken of een formule in de vorm van

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}} + A(k_{xx} + k_{yy})^2(k_{xx} - k_{yy})^2$$

de 3 andere gevonden formules zou kunnen combineren. Als de voorgaande² combinaties van k_{xx} , k_{yy} en k_{xy} worden getest op de formule:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2\rho}}$$

Blijkt dat deze vorm alle kwadranten in het assenstelsel³ beschreven kunnen worden. Zie hiervoor de data in Appendix 8.

²De testen van de gebieden met 1 buik als trillingsvorm

³Zolang er een trillingsvorm met maximaal 1 buik optreedt

3.2.9 Variatie in dikte en afmetingen

Om te controleren of de formule, waarin tot nu toe de dikte als 0,005 m is aangenomen met afmetingen van 1 x 1 m, voor verschillende diktes en afmetingen ook geldt, zullen deze waarden worden gevarieerd. Dat zal eerst analytisch gebeuren en dat zal gecheckt worden met resultaten uit Ansys. Zoals eerder is vermeld voldoet een dunne schaal aan de volgende voorwaarde:

$$30 < \frac{1}{k_{xx}t} < 4000$$

en uit de formules in hoofdstuk 3.2.3 volgt⁴ dat:

$$k_{xx} \leq \frac{1}{1\frac{1}{16}l}$$

Als die formules in elkaar gesubstitueerd worden blijkt dat bij een dikte (t) van 0,005 m de lengte varieert tussen 0,14 m < l < 18,82 m.⁵ In de bovenstaande vergelijking blijkt dat als deze resultaten in Ansys worden gemodelleerd, zie Appendix 9, de maximale lengte van het paneel waarbij er een trilling met maximaal 1 buik optreedt, 2,5 m is.

Hierna wordt de dikte gevarieerd. Als we de voorwaarde voor dunne schalen hanteren en de k_{xx} op 0,1 stellen (maximale waarde) blijkt dat 0,0025 m ≤ t ≤ 0,33 m. Dit wordt ook in Ansys gemodelleerd, zie Appendix 9, en daaruit blijkt dat de lengte kan variëren tussen: 1,00 m < l < 2,00 m en de dikte kan variëren tussen: 0,0025 m < t < 0,19 m, en de formule gebruikt kan worden binnen de maximale foutmarge van 20%.

3.2.10 Variatie in materialen

Met de gevonden randvoorwaarden voor de afmeting en de dikte, gaan ook verschillende materialen getest worden met de formule. Gekozen is (naast staal) voor beton en rubber. De eigenschappen voor het gekozen beton zijn:

$$E = 3,0E10 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0,15$$

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

En die van het gekozen rubber zijn:

$$E = 3,0E9 \text{ N/m}^2$$

$$\nu = 0,49$$

$$\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$$

In appendix 10 en 11 staan de resultaten die volgen uit de formule en de modellering in Ansys. Uit de resultaten kan opgemaakt worden dat de grenzen bij een afmeting van 1 m, een dikte van 0,19 m is, en aan de andere kant een bij een afmeting van 2 m, een dikte van 0,0025 m is. Bij beton en rubber overschrijden deze gevallen (net aan) de maximale foutmarge van 20% wel, maar wel kan opgemaakt worden dat variatie in deze materialen geen grote gevolgen heeft voor de resultaten.

⁴Als de k in afbeelding 3.9 de lengte (l) van het paneel voorstelt

⁵De k_{xx} en k_{yy} hebben een waarde van $0,1 \frac{1}{m}$

3.3 Bruikbaarheidsgrenzen

De bruikbaarheidsgrenzen van de gevonden formule volgen al uit de voorgaande hoofdstukken, maar zullen hier overzichtelijk gebundeld worden.

De volgende formule kan het gehele assenstelsel beschrijven:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho}}$$

Voor deze formule geldt de volgende randvoorwaarden:

$$1,00 \text{ m} < l < 2,00 \text{ m}$$

$$0,0025 \text{ m} < t < 0,19 \text{ m}$$

$$-0,1 \frac{1}{m} \leq k_{xx} \leq 0,1 \frac{1}{m}$$

$$-0,1 \frac{1}{m} \leq k_{yy} \leq 0,1 \frac{1}{m}$$

$$-0,04 \frac{1}{m} \leq k_{xy} \leq 0,04 \frac{1}{m}$$

Wel moet vermeld worden dat juiste randvoorwaarden van een formule dimensieloos zijn. Hier was in dit Bachelor Eindwerk geen tijd meer voor. Wel denk ik dat als bruikbaarheidsgrenzen worden onderzocht in een verhouding tussen de lengte en dikte van het paneel, dat een veel breder spectrum aan panelen voldoet aan de formule. Dit omdat het paneel bij de minimale dikte van 0,0025 m het paneel een afmeting van slechts 0,14 m kan hebben, en bij een dikte van 0,33 m het paneel veel grotere afmetingen dan 2 m kan hebben, en nog steeds met maximaal 1 buik trilt.

Discussie

Deze formule is erg laat in het onderzoek gevonden, dus wellicht kan de formule een groter gebied dan alleen het gebied met een trillingsvorm van maximaal 1 buik beschrijven.

Conclusie en aanbevelingen

4.1 Conclusie

In het begin van het onderzoek is er een hoofdvraag opgesteld en twee deelvragen. Tijdens dit onderzoek is er geprobeerd daar een antwoord op te geven.

Hoofdvraag - Is het mogelijk de formule voor de eigenfrequentie van gekromde panelen compleet te maken en tevens makkelijk te gebruiken houden voor ingenieurs, met een maximale foutmarge van 20%?

Uit de resultaten blijkt dat dit mogelijk is, mits aan bepaalde eisen wordt voldaan, zoals geformuleerd in hoofdstuk 3.3 'Bruikbaarheidsgrenzen'. Voor het eerste kwadrant en de lijn $k_{xx} > 0$ & $k_{yy} = 0$ kan de formule zelfs gebruikt worden om trillingen met meer dan 1 buik te beschrijven, die vallen binnen het gebied beschreven in hoofdstuk 3.2.3. Dus met een maximale k_{xx} en k_{yy} van 0,9 en een twist k_{xy} die oploopt tot en met 0,04. Er is nog niet getest of deze formule ook dit gebied kan beschrijven voor andere diktes en afmetingen van het paneel.

Wel kan het gebied, waarin het paneel trilt met maximaal 1 buik, worden beschreven voor alle mogelijke combinaties van krommingen en twisten, zolang de krommingen de waarde van $0,1 \frac{1}{m}$ niet overschrijden. De beperkingen van de formule in dikte en lengte van het paneel staat beschreven in hoofdstuk 3.3 'Bruikbaarheidsgrenzen'. De laagste eigenfrequentie van een gekromd paneel kan als volgt worden beschreven:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho}}$$

Deelvraag 1 - Wat is de invloed van negatieve krommingen op de ontwerpformule?

De verandering in eigenfrequentie verloopt op een significant andere manier bij dubbel positief gekromde panelen dan bij een combinatie van een negatieve kromming en een positieve kromming. Dit is heel duidelijk te zien in figuur 3.15. Om deze reden is het niet gelukt om een totaalformule te vinden voor het hele gebied van $0 < k_{xx} \leq 0,9$ en $-0,9 \leq k_{yy} < 0$, $0 < k_{yy} \leq 0,9$. Doordat dit niet lukte is gekeken naar het gebied, waar het paneel slechts met 1 buik trilt. Zoals in de hoofdvraag is geconcludeerd kan dit gebied wel beschreven worden.

Deelvraag 2 - Wat zijn de bruikbaarheidsgrenzen van de ontwerpformule?

Op deze vraag is slechts deels antwoord gevonden. Er zijn in hoofdstuk 3.3 bruikbaarheidsgrenzen opgesteld, alleen zijn deze niet op de correcte manier geformuleerd. In dit Bachelor Eindwerk was er niet voldoende tijd om dit wel op een correcte manier te doen.

Discussie

De gevonden reeks formules zijn wenselijk, wanneer een paneel opgedeeld kan worden tot een afmeting die binnen de bruikbaarheidsgrenzen valt. Hierna zal de gevonden eigenfrequentie geïntegreerd moeten worden tot het volledige paneel is beschreven. Anders is het wenselijker om de formule die het gehele gebied beschrijft in gebruik te nemen, nadat deze onderzocht is op bruikbaarheidsgrenzen.

4.2 Aanbevelingen

In een volgend onderzoek is het aan te raden om voor de gevonden formule de bruikbaarheidsgrenzen op te zoeken in dimensieloze eenheden. Wanneer dit gedaan is kan gekeken worden of de formule nog steeds klopt als de membraanspanningen ook mee genomen worden. Dus van:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho}}$$

Naar:

$$f_n = \sqrt{\frac{\pi^2}{12(1-\nu^2)} \frac{Et^2}{\rho l^4} + [(k_{xx} + k_{yy})^2 + 4k_{xy}^2] \frac{E}{16\pi^2 \rho} + \frac{n_{xx} + n_{yy}}{4\rho t l^2} - \frac{(1-\nu^2)n_{xy}^2}{71,7\rho E t^4}}$$

Als deze formule accuraat is en dus binnen de 20% foutmarge valt van de resultaten verkregen uit Ansys, zal gekeken moeten worden of de panelen met de beperkte lengten samengevoegd tot een groter oppervlak kunnen worden. Op deze manier kan namelijk de eigenfrequentie van grote panelen op een relatief eenvoudige manier bepaald worden.

Bibliografie

- [1] Marie-louise Greijmans, *Eigenfrequenties van schalen; Uitbreiding van de ontwerpformule*, TU Delft, 20 juni 2016.
- [2] Roland van Dijk, *Eigenfrequenties van schalen; Uitbreiding van de ontwerpformule*, TU Delft, 11 november 2014.
- [3] Johan Blaauwendraad en Jeroen H. Hoefakker, *Structural Shell Analysis: understanding and application*, 2014.
- [4] TU Delft, CIE4143 Shell Analysis, Theory and Application, handout 1
- [5] TU Delft, CIE4143 Shell Analysis, Theory and Application, handout 9
- [6] C.M. Moerbeek, *De invloed van kromming op de eigenfrequentie van oppervlaktes*, TU Delft, 19 oktober 2012.
- [7] L. Metselaar, *Een ontwerpformule voor de laagste eigenfrequentie van gekromde panelen*, TU Delft, 5 juni 2013.
- [8] Annemette Scheltema, *Eigenfrequenties, Dubbele Krommingen & Twist*, TU Delft, 14 oktober 2013.
- [9] F.J. Noortman, *Ontwerpformule voor de eigenfrequentie van schalen*, TU Delft, 15 juni 2015.
- [10] R.D. Blevins, *Formulas for natural frequency and mode shape*, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1979.

Appendix A

Appendix 1

```

k10.35
! Eigenfrequenties van een gekromd paneel
! Luuk Metselaar 5 mei 2013
! Gewijzigd Pierre Hoogenboom 7 mei 2013
! Gewijzigd Pierre Hoogenboom 9 september 2013
! gewijzigd Pierre Hoogenboom 23 september 2013
! gewijzigd Pierre Hoogenboom 26 september 2013
! gewijzigd Pierre Hoogenboom 9 september 2014
! gewijzigd Pierre Hoogenboom 12 september 2014

lx = 1.00 ! m lengte in de x-richting
ly = 1.00 ! m breedte in de y-richting
h = 0.005 ! m dikte
kxx = -0.40 ! 1/m kromming
kyy = 0.30 ! 1/m
kxy = 0.015 ! 1/m
E = 2.1e11 ! N/m2 elastiteitsmodulus
nu = 0.3 ! - dwarscontractiecoefficient
rho = 7850 ! kg/m3 massadichtheid
n = 50 ! - aantal elementen in beide richtingen
nxx = 0.0 ! N/m membraankrachten
nyy = 0.0 ! N/m
nxy = 0.0 ! N/m

pz = -kxx*nxx-2*kxy*nxy-kyy*nyy ! N/m2 belasting loodrecht op het oppervlak

/PREP7
MPTEMP,,,,,,,, ! isotroop materiaal
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,E
MPDATA,PRXY,1,,nu
MPDATA,DENS,1,,rho
ET,1,SHELL181 ! element type: 4 node quadrilateral
R,1,h,h,h,h, , , ! element dikte

*DO,i,0,n ! plaats knopen
*DO,j,0,n
x=lx/n*i-lx/2
y=ly/n*j-ly/2
z1=0.5*x*x*kxx
z2=x*y*kxy
z3=0.5*y*y*kyy
z=z1+z2+z3
N,,x,y,z,,
*ENDDO
*ENDDO

*DO,i,1,n ! plaats elementen
*DO,j,1,n
k=i+(j-1)*(n+1)
E,k,k+1,k+n+2,k+n+1
*ENDDO
*ENDDO
```

```

*DO,i,1,(n+1)*(n+1)      ! roteer de assenstelsels van alle knopen
xx=1
xy=0
xz=NX(i)*kxx+NY(i)*kxy
lx=SQRT(1+xz*xz)
zx=-NX(i)*kxx-NY(i)*kxy
zy=-NX(i)*kxy-NY(i)*kyy
zz=1
lz=SQRT(zx*zx+zy*zy+1)
NANG,i,xx/lx,xy/lx,xz/lx,,,,zx/lz,zy/lz,zz/lz
*ENDDO

*DO,i,2,n                ! roteer de assenstelsels van de knopen in de rand
x=-lx/2
yx=0
yy=1
yz=NX(i)*kxy+NY(i)*kyy
ly=SQRT(1+yz*yz)
zx=-NX(i)*kxx-NY(i)*kxy
zy=-NX(i)*kxy-NY(i)*kyy
zz=1
lz=SQRT(zx*zx+zy*zy+1)
NANG,i,,,,yx/ly,yy/ly,yz/ly,zx/lz,zy/lz,zz/lz
*ENDDO

*DO,i,2,n                ! roteer de assenstelsels van de knopen in de rand
x=lx/2
j=n*(n+1)+i
yx=0
yy=1
yz=NX(j)*kxy+NY(j)*kyy
ly=SQRT(1+yz*yz)
zx=-NX(j)*kxx-NY(j)*kxy
zy=-NX(j)*kxy-NY(j)*kyy
zz=1
lz=SQRT(zx*zx+zy*zy+1)
NANG,j,,,,yx/ly,yy/ly,yz/ly,zx/lz,zy/lz,zz/lz
*ENDDO

*DO,i,1,n                ! randvoorwaarde: geen verplaatsing loodrecht op het
vlak
j=i
D,j,UZ,0
j=i*(n+1)
D,j,UZ,0
j=i+n*(n+1)+1
D,j,UZ,0
j=i*(n+1)+1
D,j,UZ,0
*ENDDO

```

k10.35

*DO,i,1,n+1 ! randvoorwaarde: geen verplaatsing in de richtingen van
de randen

D,i,UY,0

*ENDDO

DO,i,n(n+1)+1,(n+1)*(n+1)

D,i,UY,0

*ENDDO

DO,i,1,n(n+1)+1,n+1

D,i,UX,0

*ENDDO

DO,i,n+1,(n+1)(n+1),n+1

D,i,UX,0

*ENDDO

FINISH

/SOLU

ANTYPE, 0

/STATUS,SOLU

SOLVE

FINISH

/SOLU

ANTYPE,MODAL

MODOPT, LANB, 20,,,

MXPAND,20

PSTRES,ON

SOLVE

FINISH

/POST1

/SHOW,WIN32C

SET,FIRST

/PLOPTS,INFO,3

/CONTOUR,ALL,18

/PNUM,MAT,1

/NUMBER,1

/REPLOT,RESIZE

PLNSOL,U,Z

SET,,,,,,1

PLNSOL,U,Z

SET,,,,,,1

PLNSOL,U,Z

Appendix B

Appendix 2

	Test 1		Test 2	
E	2,10E+11	N/m2	2,10E+11	N/m2
v	0,3		0,3	
rho	7850	kg/m3	7850	kg/m3
l	1	m	1	m
t	0,005	m	0,005	m
kxx	0,1		0,2	
kyy	0,1		0,2	
kxy	0,005		0,01	
abs(kxx-kyy)	0		0	
kxx*kyy	0,01		0,04	
(kxx+kyy)*kxy*10	0,01		0,04	
A nieuw	-0,2		-0,2	
B nieuw	3,8		3,8	
C nieuw	4		4	
A	0,5		0,5	
B	2,1		2,1	
C	4		4	
fn	75,522133	Hz	144,9172	Hz
fn (ansys)	85,9066	Hz	165,599	Hz
Buiken (positief)	1		1	
Buiken (negatief)	0		0	
Totaal	1		1	
Vorm	Rond		Rond	
Verschil	-12,08809	%	-12,48909	%

Appendix C

Appendix 3

Kxx	Kyy	Kxx*Kyy	Verschil Kxx Kyy	Foutmarge	Frequentie Ansys	Frequentie formule
0,1	0,1	0,01	0	-12,17713524	85,8659	75,40989323
0,1	0,2	0,02	0,1	-12,01288061	116,071	102,1275293
0,1	0,3	0,03	0,2	-7,315224701	129,901	120,39845
0,1	0,4	0,04	0,3	-7,099806521	143,951	133,7307575
0,1	0,5	0,05	0,4	-9,200017985	158,048	143,5075556
0,1	0,6	0,06	0,5	-11,61891625	170,199	150,4237207
0,1	0,7	0,07	0,6	-11,27363634	174,54	154,8629951
0,1	0,8	0,08	0,7	-12,1690565	178,793	157,0355788
0,1	0,9	0,09	0,8	-14,1563101	182,932	157,0355788
0,2	0,2	0,04	0	-12,77838773	165,88	144,6832104
0,2	0,3	0,06	0,1	-7,684028499	189,98	175,3818827
0,2	0,4	0,08	0,2	-2,404271394	204,688	199,766745
0,2	0,5	0,1	0,3	0,366373822	219,145	219,9478899
0,2	0,6	0,12	0,4	4,175622775	227,502	237,0016253
0,2	0,7	0,14	0,5	8,149670034	232,608	251,5647845
0,2	0,8	0,16	0,6	11,20226502	237,45	264,0497783
0,2	0,9	0,18	0,7	13,52707674	242,004	274,7400668
0,3	0,3	0,09	0	-12,50750902	246,052	215,2770239
0,3	0,4	0,12	0,1	-7,295156209	266,967	247,4913403
0,3	0,5	0,15	0,2	-2,339296824	281,321	274,7400668
0,3	0,6	0,18	0,3	2,504919098	291,095	298,3866942
0,3	0,7	0,21	0,4	7,750594789	296,27	319,2326872
0,3	0,8	0,24	0,5	12,20253076	301,06	337,7969391
0,3	0,9	0,27	0,6	16,04296821	305,437	354,4381608
0,4	0,4	0,16	0	-11,91377967	324,927	286,2159131
0,4	0,5	0,2	0,1	-7,074458811	343,536	319,2326872
0,4	0,6	0,24	0,2	-2,474139445	357,002	348,1692727
0,4	0,7	0,28	0,3	3,297746685	362,035	373,9739972
0,4	0,8	0,32	0,4	8,393149345	366,497	397,2576406
0,4	0,9	0,36	0,5	12,96247873	370,425	418,4412618
0,5	0,5	0,25	0	-10,9941513	401,428	357,2943983
0,5	0,6	0,3	0,1	-6,54668023	418,186	390,8086998
0,5	0,7	0,35	0,2	-1,700282639	428,143	420,8633589
0,5	0,8	0,4	0,3	3,688209997	432,214	448,15496
0,5	0,9	0,45	0,4	8,628502305	435,578	473,1618578
0,6	0,6	0,36	0	-9,581039997	473,842	428,4430085
0,6	0,7	0,42	0,1	-5,575989327	489,596	462,2961793
0,6	0,8	0,48	0,2	-0,753580039	496,892	493,1475211
0,6	0,9	0,54	0,3	4,337933358	499,847	521,5300298
0,7	0,7	0,49	0	-7,394307858	539,526	499,6317866
0,7	0,8	0,56	0,1	-4,01562763	556,06	533,730701
0,7	0,9	0,63	0,2	0,658626752	561,481	565,1790641
0,8	0,8	0,64	0	-4,308664476	596,549	570,8457052
0,8	0,9	0,72	0,1	-1,419091574	613,842	605,1310199
0,9	0,9	0,81	0	-0,44045992	644,917	642,0763991

Appendix D

Appendix 4

kxx	kyy	kxy	Foutmarge	Frequentie ansys	Frequentie formule
0,1	0,1	0,005	-12,08808933	85,9066	75,52213345
0,2	0,2	0,01	-12,48908695	165,599	144,9171969
0,3	0,3	0,015	-11,91370392	244,795	215,6308485
0,4	0,4	0,02	-10,94346113	321,918	286,6890288
0,5	0,5	0,025	-9,645136548	396,09	357,8865786
0,6	0,6	0,03	-8,019542879	466,571	429,1541386
0,7	0,7	0,035	-6,021328411	532,527	500,4618005
0,8	0,8	0,04	-3,545868227	592,815	571,7945613
0,9	0,9	0,04	-0,097873092	643,55	642,9201377
0,1	0,1	0,04	-6,691212224	88,1859	82,28519428
0,2	0,2	0,035	-9,213781216	162,496	147,5239741
0,3	0,3	0,03	-10,19046414	241,276	216,6888557
0,4	0,4	0,025	-10,42850834	320,364	286,9548135
0,5	0,5	0,02	-10,10179164	397,865	357,6735067
0,6	0,6	0,015	-9,150451554	471,792	428,6209016
0,7	0,7	0,01	-7,304769533	539,078	499,6995945
0,8	0,8	0,005	-4,3044126	596,538	570,8605432
0,9	0,9	0,005	-0,43594427	644,901	642,089591
0,1	0,2	0,035	-7,075100513	114,193	106,1137305
0,1	0,3	0,03	-4,594606318	128,824	122,9050444
0,1	0,4	0,025	-5,556166699	143,265	135,3049578
0,1	0,5	0,02	-8,363829306	157,633	144,448845
0,1	0,6	0,015	-11,29507392	170,148	150,9296576
0,1	0,7	0,01	-11,1381944	174,52	155,0816231
0,1	0,8	0,005	-12,13643622	178,788	157,0895084
0,1	0,9	0,005	-14,12448222	182,927	157,0895084
0,1	0,2	0,01	-11,60643683	115,912	102,4587469
0,1	0,3	0,015	-6,633573127	129,629	121,0299655
0,1	0,4	0,02	-6,111472692	143,511	134,7403644
0,1	0,5	0,025	-7,894082942	157,401	144,9756345
0,1	0,6	0,03	-10,32567005	169,99	152,4373935
0,1	0,7	0,035	-9,621733541	174,29	157,5202806
0,1	0,8	0,04	-10,10821988	178,493	160,4505351
0,1	0,9	0,04	-12,15410069	182,65	160,4505351
0,2	0,1	0,04	-5,577645581	113,643	107,3043962
0,2	0,3	0,03	-5,746356831	187,91	177,1120209
0,2	0,4	0,025	-1,37025259	203,614	200,8239739
0,2	0,5	0,02	0,916544016	218,56	220,5631986
0,2	0,6	0,015	4,375178861	227,375	237,3230629
0,2	0,7	0,01	8,229423934	232,561	251,6994306
0,2	0,8	0,005	11,22045774	237,44	264,0818548
0,2	0,9	0,005	11,22045774	241,995	274,7708954
0,2	0,1	0,005	-11,91109758	116,031	102,2104344
0,2	0,3	0,015	-7,198574127	189,454	175,8160134
0,2	0,4	0,02	-1,742648803	203,999	200,4440139
0,2	0,5	0,025	1,226473011	218,232	220,9085566
0,2	0,6	0,03	4,977278052	226,987	238,2847741
0,2	0,7	0,035	9,132987336	232,019	253,2092659
0,2	0,8	0,04	12,38111603	236,779	266,0948827

0,2	0,9	0,04	14,6217904	241,408	276,7061718
0,3	0,1	0,04	-2,487561359	128,004	124,819822
0,3	0,2	0,035	-5,04872022	187,183	177,732654
0,3	0,4	0,025	-6,370226278	265,242	248,3454844
0,3	0,5	0,02	-1,885445803	280,522	275,2329097
0,3	0,6	0,015	2,664242583	290,892	298,6420685
0,3	0,7	0,01	7,812612867	296,198	319,3388031
0,3	0,8	0,005	12,21645049	301,045	337,8220134
0,3	0,9	0,005	16,05573166	305,424	354,4620579
0,3	0,1	0,005	-7,238945226	129,87	120,4687818
0,3	0,2	0,01	-7,468425071	189,746	175,5749622
0,3	0,4	0,02	-6,702701674	265,858	248,0383314
0,3	0,5	0,025	-1,630011086	280,075	275,5097465
0,3	0,6	0,03	3,145942465	290,275	299,4068845
0,3	0,7	0,035	8,514151538	295,381	320,530186
0,3	0,8	0,04	13,1002303	300,086	339,3979571
0,3	0,9	0,04	16,86249866	304,601	355,9643396
0,4	0,1	0,04	-3,155299061	142,212	137,7247861
0,4	0,2	0,035	-0,376264251	202,596	201,8337037
0,4	0,3	0,03	-5,964408324	264,496	248,7203786
0,4	0,5	0,02	-6,628886922	342,351	319,6569393
0,4	0,6	0,015	-2,286375317	356,54	348,3881574
0,4	0,7	0,01	3,350458978	361,938	374,0645842
0,4	0,8	0,005	8,404586897	366,478	397,278962
0,4	0,9	0,005	12,97282299	370,409	418,4615039
0,4	0,1	0,005	-7,037734661	143,923	133,7940811
0,4	0,2	0,01	-2,238820001	204,515	199,9362773
0,4	0,3	0,015	-6,961687699	266,341	247,7991714
0,4	0,5	0,025	-6,378491056	341,69	319,8953339
0,4	0,6	0,03	-1,720660529	355,155	349,0439881
0,4	0,7	0,035	3,950696735	360,827	375,0821805
0,4	0,8	0,04	9,139470845	365,239	398,6199119
0,4	0,9	0,04	13,63101441	369,384	419,7347863
0,5	0,1	0,04	-5,861351818	156,404	147,2366113
0,5	0,2	0,035	2,053183852	217,364	221,8268825
0,5	0,3	0,03	-1,317309358	279,53	275,8477252
0,5	0,4	0,025	-6,378491056	341,69	319,8953339
0,5	0,6	0,015	-6,356060181	417,543	391,0037156
0,5	0,7	0,01	-1,652538228	428,017	420,9438555
0,5	0,8	0,005	3,698341005	432,19	448,17386
0,5	0,9	0,005	8,637350844	435,559	473,179759
0,5	0,1	0,005	-9,147734513	158,022	143,566567
0,5	0,2	0,01	0,504058643	218,998	220,1018783
0,5	0,3	0,015	-2,084088563	280,871	275,0173996
0,5	0,4	0,02	-6,628886922	342,351	319,6569393
0,5	0,6	0,03	-5,78012122	415,611	391,5881804
0,5	0,7	0,035	-1,099228624	426,537	421,8483832
0,5	0,8	0,04	4,343586534	430,657	449,3629595
0,5	0,9	0,04	9,200078291	434,346	474,3061721
0,6	0,1	0,04	-9,32275388	169,817	153,985379

0,6	0,2	0,035	5,268781604	226,797	238,7464386
0,6	0,3	0,03	3,145942465	290,275	299,4068845
0,6	0,4	0,025	-1,95183102	355,72	348,7769467
0,6	0,5	0,02	-6,20720997	417,042	391,1553274
0,6	0,7	0,01	-5,514897585	489,357	462,3694626
0,6	0,8	0,005	-0,744730095	496,865	493,1646968
0,6	0,9	0,005	4,34577518	499,825	521,5462708
0,6	0,1	0,005	-11,58324033	170,194	150,4800199
0,6	0,2	0,01	4,264565181	227,445	237,1445403
0,6	0,3	0,015	2,664242583	290,892	298,6420685
0,6	0,4	0,02	-2,140118057	356,181	348,5583061
0,6	0,5	0,025	-6,015357785	416,398	391,3501705
0,6	0,7	0,035	-4,807752543	486,587	463,1931011
0,6	0,8	0,04	-0,160277227	495,039	494,2455652
0,6	0,9	0,04	4,840580672	498,441	522,5684387
0,7	0,1	0,04	-9,118409121	174,21	158,3248195
0,7	0,2	0,035	9,132987336	232,019	253,2092659
0,7	0,3	0,03	8,310515906	295,619	320,186464
0,7	0,4	0,025	3,62892518	361,424	374,5398065
0,7	0,5	0,02	-1,508006195	427,634	421,1852528
0,7	0,6	0,015	-5,438017231	489,056	462,4610505
0,7	0,7	0,01	-7,304769533	539,078	499,6995945
0,7	0,8	0,005	-4,005350413	556,017	533,7465708
0,7	0,9	0,005	0,665060885	561,46	565,1940508
0,7	0,1	0,005	-11,23976219	174,535	154,9176811
0,7	0,2	0,01	8,229423934	232,561	251,6994306
0,7	0,3	0,015	7,890161138	296,108	319,4713983
0,7	0,4	0,02	3,509301582	361,645	374,3362137
0,7	0,5	0,025	-1,398362427	427,342	421,36621
0,7	0,6	0,03	-5,015323834	487,4	462,9553116
0,7	0,7	0,035	-9,970911378	555,889	500,4618005
0,7	0,8	0,04	-3,342259307	553,236	534,7454183
0,7	0,9	0,04	1,093801142	560,012	566,1374177
0,8	0,1	0,04	-10,10821988	178,493	160,4505351
0,8	0,2	0,035	12,10447256	236,937	265,6169742
0,8	0,3	0,03	12,70600234	300,515	338,6984429
0,8	0,4	0,025	8,683210811	366,009	397,7903331
0,8	0,5	0,02	3,850178633	431,831	448,4572649
0,8	0,6	0,015	-0,67350025	496,647	493,3020812
0,8	0,7	0,01	-3,974682474	555,889	533,7941773
0,8	0,8	0,005	-4,3044126	596,538	570,8605432
0,8	0,9	0,005	-1,414723442	613,829	605,1450172
0,8	0,1	0,005	-12,13643622	178,788	157,0895084
0,8	0,2	0,01	11,27550394	237,409	264,1780611
0,8	0,3	0,015	12,32820927	300,924	338,0225405
0,8	0,4	0,02	8,578330677	366,186	397,598646
0,8	0,5	0,025	3,941767852	431,614	448,6272219
0,8	0,6	0,03	-0,426419423	495,88	493,7654714
0,8	0,7	0,035	-3,504693491	553,921	534,5077668
0,8	0,8	0,04	-3,545868227	592,815	571,7945613

0,8	0,9	0,04	-1,084239969	612,669	606,0261978
0,9	0,1	0,04	-12,15410069	182,65	160,4505351
0,9	0,2	0,04	14,6217904	241,408	276,7061718
0,9	0,3	0,04	16,86249866	304,601	355,9643396
0,9	0,4	0,04	13,63101441	369,384	419,7347863
0,9	0,5	0,04	9,200078291	434,346	474,3061721
0,9	0,6	0,04	4,840580672	498,441	522,5684387
0,9	0,7	0,04	1,093801142	560,012	566,1374177
0,9	0,8	0,04	-1,084239969	612,669	606,0261978
0,9	0,9	0,04	-0,097873092	643,55	642,9201377
0,9	0,1	0,005	-14,12448222	182,927	157,0895084
0,9	0,2	0,005	13,54403825	241,995	274,7708954
0,9	0,3	0,005	16,05573166	305,424	354,4620579
0,9	0,4	0,005	12,97282299	370,409	418,4615039
0,9	0,5	0,005	8,637350844	435,559	473,179759
0,9	0,6	0,005	4,34577518	499,825	521,5462708
0,9	0,7	0,005	0,665060885	561,46	565,1940508
0,9	0,8	0,005	-1,414723442	613,829	605,1450172
0,9	0,9	0,005	-0,43594427	644,901	642,089591

Appendix E

Appendix 5

Kxx	Kyy	Kxx*Kyy	Verschil Kxx Kyy	Foutmarge	Frequentie Ansys	Frequentie formule
0,1	-0,1	-0,01	0	1,463329454	24,5013	24,85983474
0,2	-0,1	-0,02	0,1	-41,23316385	47,801	28,09113535
0,3	-0,1	-0,03	0,2	-43,37823599	63,0702	35,7114598
0,4	-0,1	-0,04	0,3	-24,65645377	60,4826	45,56973569
0,5	-0,1	-0,05	0,4	-9,04584601	62,1264	56,50654152
0,6	-0,1	-0,06	0,5	0,624107571	67,5817	68,00348251
0,7	-0,1	-0,07	0,6	5,175273724	75,8913	79,81888251
0,8	-0,1	-0,08	0,7	6,686408071	86,0746	91,829899
0,9	-0,1	-0,09	0,8	6,772716453	97,3739	103,9687581
0,2	-0,2	-0,04	0	5,688049544	24,2833	25,66454613
0,3	-0,2	-0,06	0,1	-38,94194241	47,5613	29,04000595
0,4	-0,2	-0,08	0,2	-56,9772592	85,1827	36,64793222
0,5	-0,2	-0,1	0,3	-39,7955746	77,1594	46,45337341
0,6	-0,2	-0,12	0,4	-14,98395541	67,4459	57,33983642
0,7	-0,2	-0,14	0,5	13,38615664	60,6741	68,79603007
0,8	-0,2	-0,16	0,6	39,50930491	57,7591	80,57931893
0,9	-0,2	-0,18	0,7	56,63024424	59,0977	92,56487185
0,3	-0,3	-0,09	0	12,30070281	24,0002	26,95239328
0,4	-0,3	-0,12	0,1	-35,68819154	47,2819	30,40784496
0,5	-0,3	-0,15	0,2	-55,25396678	84,7453	37,92016009
0,6	-0,3	-0,18	0,3	-58,02231742	113,408	47,60605026
0,7	-0,3	-0,21	0,4	-41,12263616	99,1786	58,39374517
0,8	-0,3	-0,24	0,5	-18,78143607	85,909	69,77405609
0,9	-0,3	-0,27	0,6	10,04811945	74,0577	81,49910616
0,4	-0,4	-0,16	0	20,04036444	23,8739	28,65831657
0,5	-0,4	-0,2	0,1	-31,79715082	47,1259	32,1412065
0,6	-0,4	-0,24	0,2	-53,18283335	84,3616	39,49571086
0,7	-0,4	-0,28	0,3	-60,19041275	123,108	49,00878668
0,8	-0,4	-0,32	0,4	-57,25197653	139,554	59,65657667
0,9	-0,4	-0,36	0,5	-42,86712861	124,149	70,9298885
0,5	-0,5	-0,25	0	26,20701428	24,3352	30,71272934
0,6	-0,5	-0,3	0,1	-27,84374029	47,3757	34,18453313
0,7	-0,5	-0,35	0,2	-50,91874001	84,2275	41,33991826
0,8	-0,5	-0,4	0,3	-58,6909151	122,59	50,64080718
0,9	-0,5	-0,45	0,4	-61,59574371	159,137	61,11538133
0,6	-0,6	-0,36	0	27,20569028	25,9821	33,05070965
0,7	-0,6	-0,42	0,1	-24,64977467	48,4216	36,48578471
0,8	-0,6	-0,48	0,2	-48,68109823	84,6054	43,41856212
0,9	-0,6	-0,54	0,3	-57,13654727	122,437	52,48072562
0,7	-0,7	-0,49	0	21,30698394	29,3606	35,61645833
0,8	-0,7	-0,56	0,1	-23,0679274	50,6932	38,99932943
0,9	-0,7	-0,63	0,2	-46,73518838	85,7971	45,69966369
0,8	-0,8	-0,64	0	10,5156842	34,7139	38,3643041
0,9	-0,8	-0,72	0,1	-23,56924913	54,5419	41,68678371
0,9	-0,9	-0,81	0	-1,661357663	41,9549	41,25787905

Appendix F

Appendix 6

kxx	kyy	kxy	Foutmarge	Frequentie ansys	Frequentie formule
-0,1	0,1	0,005	0,7231169	24,86	25,03976686
-0,2	0,2	0,01	2,558398196	25,6975	26,35494438
-0,3	0,3	0,015	4,843817721	27,0993	28,4119407
-0,4	0,4	0,02	6,465062613	29,1774	31,06373718
-0,5	0,5	0,025	6,739243261	32,0146	34,17214177
-0,6	0,6	0,03	4,732055369	35,9242	37,62415303
-0,7	0,7	0,035	0,630976237	41,0746	41,33377097
-0,8	0,8	0,04	-4,912944942	47,575	45,23766644
-0,9	0,9	0,04	-12,50273627	52,8887	46,27616532
-0,1	0,1	0,04	-0,782975381	41,4861	41,16127405
-0,2	0,2	0,035	0,195872545	38,0949	38,16951745
-0,3	0,3	0,03	2,310852188	34,7585	35,56171756
-0,4	0,4	0,025	5,359914235	31,7273	33,42785607
-0,5	0,5	0,02	8,072344707	29,4833	31,86329361
-0,6	0,6	0,015	7,502091726	28,7943	30,9544748
-0,7	0,7	0,01	0,891101817	30,4879	30,75957823
-0,8	0,8	0,005	-10,47114489	34,9518	31,29194638
-0,9	0,9	0,005	-22,23731166	42,1479	32,77534012
-0,1	0,2	0,035	-27,71039419	54,8604	39,65836691
-0,1	0,3	0,03	-34,1435169	63,3272	41,70506677
-0,1	0,4	0,025	-22,72278257	60,6108	46,8383397
-0,1	0,5	0,02	-12,80941087	62,1489	54,18799205
-0,1	0,6	0,015	-6,770267185	67,5566	62,98283768
-0,1	0,7	0,01	-4,17267527	75,8659	72,70026235
-0,1	0,8	0,005	-3,542384091	86,0657	83,01692234
-0,1	0,9	0,005	-3,633619478	97,3633	93,82548817
-0,1	0,2	0,01	-41,20987904	48,424	28,46852817
-0,1	0,3	0,015	-43,28975422	63,1347	35,80384354
-0,1	0,4	0,02	-25,39955785	60,5646	45,18145938
-0,1	0,5	0,025	-10,59298135	62,1618	55,57701212
-0,1	0,6	0,03	-1,435130982	67,4834	66,51492482
-0,1	0,7	0,035	2,886670123	75,5848	77,76668384
-0,1	0,8	0,04	4,328650287	85,5121	89,21361976
-0,1	0,9	0,04	2,671734	96,765	99,35030341
-0,2	0,1	0,04	-24,76183309	56,8092	42,74220072
-0,2	0,3	0,03	-29,88511778	52,8845	37,07990489
-0,2	0,4	0,025	-53,86832278	86,1897	39,7607542
-0,2	0,5	0,02	-41,00586132	77,213	45,5511443
-0,2	0,6	0,015	-20,81174668	67,4972	53,44985372
-0,2	0,7	0,01	3,241242222	60,6973	62,66464651
-0,2	0,8	0,005	25,85395265	57,7628	72,69676696
-0,2	0,9	0,005	25,85395265	59,0981	83,35294547
-0,2	0,1	0,005	-42,52948493	47,9576	27,56147973
-0,2	0,3	0,015	-38,12393132	48,9537	30,29062503
-0,2	0,4	0,02	-55,9644633	85,8281	37,79486448
-0,2	0,5	0,025	-38,90062952	77,2431	47,19504784
-0,2	0,6	0,03	-14,90099008	67,6504	57,5698206
-0,2	0,7	0,035	12,33705873	60,9573	68,4776379
-0,2	0,8	0,04	37,41392709	57,9999	79,6999403

-0,2	0,9	0,04	51,40910621	59,1288	89,52638759
-0,3	0,1	0,04	-25,93600566	63,5254	47,04944866
-0,3	0,2	0,035	-26,93446784	54,6623	39,93930039
-0,3	0,4	0,025	-31,5147844	51,0457	34,9587577
-0,3	0,5	0,02	-55,12936469	85,3767	38,3090677
-0,3	0,6	0,015	-60,51073234	113,279	44,73304752
-0,3	0,7	0,01	-46,42104127	99,1568	53,12718095
-0,3	0,8	0,005	-27,01018616	85,9095	62,70518412
-0,3	0,9	0,005	-1,273404783	74,0616	73,11849604
-0,3	0,1	0,005	-46,32248246	63,0774	33,85838245
-0,3	0,2	0,01	-40,1096193	48,1857	28,85859917
-0,3	0,4	0,02	-34,22978708	49,7269	32,70548801
-0,3	0,5	0,025	-53,05181762	85,7325	40,24985046
-0,3	0,6	0,03	-56,08459526	112,905	49,58268772
-0,3	0,7	0,035	-39,47264325	98,9196	59,87341919
-0,3	0,8	0,04	-17,73003897	85,9427	70,7050258
-0,3	0,9	0,04	7,77760887	74,3056	80,08479894
-0,4	0,1	0,04	-12,14188318	60,8113	53,42766299
-0,4	0,2	0,035	-48,84443447	87,1485	44,58130802
-0,4	0,3	0,03	-28,6618942	52,6079	37,52947936
-0,4	0,5	0,02	-32,63603166	49,555	33,38221451
-0,4	0,6	0,015	-55,83677007	84,7026	37,40740399
-0,4	0,7	0,01	-63,88757136	122,977	44,40998137
-0,4	0,8	0,005	-61,84023478	139,486	53,22753011
-0,4	0,9	0,005	-49,05186414	124,122	63,2378452
-0,4	0,1	0,005	-30,10821334	60,4877	42,27593424
-0,4	0,2	0,01	-58,9869475	85,3444	35,00234357
-0,4	0,3	0,015	-36,64079511	48,6738	30,83933267
-0,4	0,5	0,025	-30,026465	50,8659	35,59266834
-0,4	0,6	0,03	-49,7400401	85,7334	43,08957246
-0,4	0,7	0,035	-57,07975512	121,838	52,29316796
-0,4	0,8	0,04	-54,14714194	136,204	62,4534268
-0,4	0,9	0,04	-41,92502976	122,562	71,17784502
-0,5	0,1	0,04	-1,587136327	62,2206	61,23307425
-0,5	0,2	0,035	-33,62664376	77,3232	51,32200299
-0,5	0,3	0,03	-50,67567416	86,1679	42,50173577
-0,5	0,4	0,025	-30,026465	50,8659	35,59266834
-0,5	0,6	0,015	-33,45262753	48,7319	32,42979901
-0,5	0,7	0,01	-56,03131978	84,3689	37,09589184
-0,5	0,8	0,005	-63,6129396	122,551	44,59270639
-0,5	0,9	0,005	-66,11567609	159,088	53,90589322
-0,5	0,1	0,005	-16,63918775	62,1278	51,79023871
-0,5	0,2	0,01	-43,94111345	77,1728	43,2622124
-0,5	0,3	0,015	-56,84059785	85,1002	36,72873754
-0,5	0,4	0,02	-32,63603166	49,555	33,38221451
-0,5	0,6	0,03	-26,10888437	52,5733	38,84699789
-0,5	0,7	0,035	-46,22195089	85,989	46,24320665
-0,5	0,8	0,04	-54,2449036	120,815	55,27901971
-0,5	0,9	0,04	-59,6095183	156,058	63,03257793
-0,6	0,1	0,04	3,825808594	67,4108	69,98980818

-0,6	0,2	0,035	-12,2142365	67,7237	59,45176712
-0,6	0,3	0,03	-56,08459526	112,905	49,58268772
-0,6	0,4	0,025	-52,09344397	85,3121	40,87008899
-0,6	0,5	0,02	-31,25015849	49,7591	34,20930239
-0,6	0,7	0,01	-34,38026921	49,0051	32,15701469
-0,6	0,8	0,005	-55,82384394	84,6368	37,38928486
-0,6	0,9	0,005	-62,8552755	122,391	45,46179976
-0,6	0,1	0,005	-8,406916308	67,5789	61,89759844
-0,6	0,2	0,01	-21,96154615	67,4687	52,65153031
-0,6	0,3	0,015	-60,51073234	113,279	44,73304752
-0,6	0,4	0,02	-54,14756805	84,9687	38,96021535
-0,6	0,5	0,025	-28,7523117	51,0466	36,36952246
-0,6	0,7	0,035	-23,0882488	55,1073	42,38398947
-0,6	0,8	0,04	-42,73105393	86,6979	49,6509736
-0,6	0,9	0,04	-53,4747316	120,327	55,98245971
-0,7	0,1	0,04	5,153402118	75,4932	79,38366817
-0,7	0,2	0,035	12,33705873	60,9573	68,4776379
-0,7	0,3	0,03	-41,4010032	98,9866	58,00515457
-0,7	0,4	0,025	-60,57318617	122,377	48,24935196
-0,7	0,5	0,02	-53,13272244	84,796	39,74157668
-0,7	0,6	0,015	-32,73244064	49,724	33,44812122
-0,7	0,7	0,01	0,891101817	30,4879	30,75957823
-0,7	0,8	0,005	-35,90177256	50,8297	32,58093671
-0,7	0,9	0,005	-55,14665963	85,8227	38,49434775
-0,7	0,1	0,005	-4,6583873	75,8849	72,34988746
-0,7	0,2	0,01	3,241242222	60,6973	62,66464651
-0,7	0,3	0,015	-45,60816558	99,1297	53,91846228
-0,7	0,4	0,02	-61,96103196	122,618	46,64262183
-0,7	0,5	0,025	-51,1087955	85,1188	41,61560658
-0,7	0,6	0,03	-25,68628777	53,4236	39,70106037
-0,7	0,7	0,035	0,630976237	41,0746	41,33377097
-0,7	0,8	0,04	-21,42862609	58,722	46,13868219
-0,7	0,9	0,04	-42,33736119	87,5582	50,48836862
-0,8	0,1	0,04	4,328650287	85,5121	89,21361976
-0,8	0,2	0,035	34,76905872	57,9432	78,08950523
-0,8	0,3	0,03	-21,71644782	85,9275	67,2670993
-0,8	0,4	0,025	-58,76766719	138,044	56,91876151
-0,8	0,5	0,02	-61,19067742	122,023	47,35629969
-0,8	0,6	0,015	-53,8700964	84,8901	39,1597213
-0,8	0,7	0,01	-34,90639094	51,2366	33,3517521
-0,8	0,8	0,005	-10,47114489	34,9518	31,29194638
-0,8	0,9	0,005	-37,93781156	54,6643	33,92586087
-0,8	0,1	0,005	-3,542384091	86,0657	83,01692234
-0,8	0,2	0,01	26,43313257	57,774	73,04547801
-0,8	0,3	0,015	-25,76640135	85,9135	63,77668278
-0,8	0,4	0,02	-59,89570774	138,547	55,5632938
-0,8	0,5	0,025	-59,8018787	121,746	48,93960476
-0,8	0,6	0,03	-47,97451705	85,7643	44,61929127
-0,8	0,7	0,035	-23,97942879	56,9549	43,29744031
-0,8	0,8	0,04	-4,912944942	47,575	45,23766644

-0,8	0,9	0,04	-23,81498767	61,8206	47,09803173
-0,9	0,1	0,04	2,733842508	96,7065	99,35030341
-0,9	0,2	0,04	51,40910621	59,1288	89,52638759
-0,9	0,3	0,04	7,77760887	74,3056	80,08479894
-0,9	0,4	0,04	-41,92502976	122,562	71,17784502
-0,9	0,5	0,04	-59,6095183	156,058	63,03257793
-0,9	0,6	0,04	-53,4747316	120,327	55,98245971
-0,9	0,7	0,04	-42,33736119	87,5582	50,48836862
-0,9	0,8	0,04	-23,81498767	61,8206	47,09803173
-0,9	0,9	0,04	-12,50273627	52,8887	46,27616532
-0,9	0,1	0,005	-3,633619478	97,3633	93,82548817
-0,9	0,2	0,005	41,04166711	59,0981	83,35294547
-0,9	0,3	0,005	-1,273404783	74,0616	73,11849604
-0,9	0,4	0,005	-49,05186414	124,122	63,2378452
-0,9	0,5	0,005	-66,11567609	159,088	53,90589322
-0,9	0,6	0,005	-62,8552755	122,391	45,46179976
-0,9	0,7	0,005	-55,14665963	85,8227	38,49434775
-0,9	0,8	0,005	-37,93781156	54,6643	33,92586087
-0,9	0,9	0,005	-22,23731166	42,1479	32,77534012

Appendix G

Appendix 7

Kxx	Kyy	Kxy	Foutmarge	Frequentie Ansys	Frequentie formule
0	0,1	0	0,651426403	47,9301	48,24232933
0	0,2	0	-12,91927499	69,5429	60,55846151
0	0,3	0	-6,294337138	78,3495	73,41791832
0	0,4	0	-2,832417629	89,1027	86,57893942
0	0,5	0	-1,137370869	101,072	99,92243652
0	0,6	0	-0,320878139	113,749	113,3840043
0	0,7	0	0,114434543	126,781	126,9260813
0	0,8	0	5,731328331	132,908	140,5253939
0	0,9	0	14,02869549	135,2	154,1667963
0	0,1	0,005	0,688947994	48,0863	48,4175896
0	0,2	0,01	-12,08835941	69,5191	61,11538133
0	0,3	0,015	-4,875960661	78,2652	74,44901964
0	0,4	0,02	-0,871963857	88,9056	88,1303753
0	0,5	0,025	1,299413265	100,711	102,0196521
0	0,6	0,03	2,527093341	113,182	116,0422148
0	0,7	0,035	3,313190773	125,981	130,1549909
0	0,8	0,04	8,44085103	133,097	144,3315195
0	0,9	0,04	16,4644201	135,358	157,6439098
0	0,1	0,04	2,743151835	56,8488	58,4082489
0	0,2	0,035	-3,179107611	69,2648	67,06279747
0	0,3	0,03	-0,714182401	78,0172	77,46001489
0	0,4	0,025	0,220024874	88,7958	88,99117285
0	0,5	0,02	0,425082993	100,841	101,2696579
0	0,6	0,015	0,393783166	113,607	114,0543652
0	0,7	0,01	0,377017961	126,715	127,1927383
0	0,8	0,005	5,774282814	132,911	140,585657
0	0,9	0,005	14,06763887	135,202	154,2217291

Appendix H

Appendix 8

Kxx	Kyy	Kxy	Frequentie Ansys	Frequentie formule	Foutmarge	Buiken
0,01	0,01	0,005	26,2584	26,25189683	-0,0247661	1
0,02	0,02	0,01	30,731	30,71272934	-0,0594535	1
0,03	0,03	0,015	36,9406	36,97009383	0,07984122	1
0,04	0,04	0,02	44,0808	44,26861608	0,42607229	1
0,05	0,05	0,025	51,6706	52,17316684	0,97263597	1
0,06	0,06	0,03	59,4276	60,44646181	1,71445896	1
0,07	0,07	0,035	67,173	68,95590323	2,65419622	1
0,08	0,08	0,04	74,7836	77,62386793	3,79798235	1
0,09	0,09	0,04	81,3847	84,71970637	4,09782966	1
0,01	0,01	0,04	42,2149	41,9096963	-0,7229762	1
0,02	0,02	0,035	41,3703	41,29891903	-0,1725416	1
0,03	0,03	0,03	42,5497	42,71048137	0,37786723	1
0,04	0,04	0,025	45,6597	45,95841776	0,65422629	1
0,05	0,05	0,02	50,3711	50,69096117	0,63500931	1
0,06	0,06	0,015	56,2831	56,53651355	0,45024802	1
0,07	0,07	0,01	63,0381	63,18692603	0,23608901	1
0,08	0,08	0,005	70,3571	70,41451779	0,08160909	1
0,09	0,09	0,005	78,0895	78,16756419	0,09996758	1
0,01	0,1	0,005	51,6489	51,68382247	0,06761513	1
0,08	0,1	0,005	78,0888	78,16756427	0,100865	1
0,09	0,1	0,005	81,9889	82,07905892	0,10996479	1
0,01	0,1	0,04	59,5753	61,14309497	2,63161909	1
0,08	0,1	0,04	81,3843	84,71970645	4,09834139	1
0,09	0,1	0,04	84,763	88,34156706	4,22185041	1
0,01	0	0,04	41,6754	41,29891903	-0,903365	1
0,02	0	0,04	42,2149	41,9096963	-0,7229762	1
0,03	0	0,04	43,0992	42,90834258	-0,4428329	1
0,04	0	0,04	44,3078	44,26861608	-0,0884357	1
0,05	0	0,04	45,815	45,95841776	0,31303669	1
0,06	0	0,04	47,5927	47,94291652	0,73586184	1
0,07	0	0,04	49,612	50,18716582	1,15932803	1
0,08	0	0,04	51,8448	52,65796492	1,56845995	1
0,09	0	0,04	54,265	55,32496917	1,95332013	1
-0,01	0,01	0,005	24,9349	24,92788623	-0,0281283	1
-0,05	0,05	0,005	24,9167	24,92788623	0,04489452	1
-0,1	0,1	0,005	24,86	24,92788623	0,27307415	1
-0,01	0,01	0,04	41,4941	41,0933093	-0,965898	1
-0,05	0,05	0,04	41,4946	41,0933093	-0,9670914	1
-0,1	0,1	0,04	41,4861	41,0933093	-0,9468007	1
-0,09	0,1	0,005	25,205	25,2653945	0,23961318	1
-0,01	0,02	0,005	25,2712	25,26539443	-0,0229731	1
-0,01	0,1	0,005	44,6177	44,64965571	0,07162114	1
-0,09	0,1	0,04	41,6693	41,29891907	-0,8888581	1
-0,01	0,02	0,04	41,6755	41,29891903	-0,9036028	1
-0,01	0,1	0,04	54,2649	55,32497006	1,95350965	1

Appendix I

Appendix 9

Kxx (1/m)	Kyy (1/m)	Kxy (1/m)	Afmeting (m)	Dikte (m)	Formule (Hz)	Ansys (Hz)	Foutmarge (%)
0,09	0,09	0	10	0,005	74,0866319	56,7625	30,5203821
0,05	0,05	0	18,82	0,005	41,1590718	30,0596	36,92488202
6,72	6,72	0	0,14	0,005	5672,20863	5179,07	9,521760239
0,1	0,1	0	2,5	0,005	82,411963	81,9287	0,589858057
0,1	0,1	0	0,14	0,005	1257,0729	1234,6	1,820257929
0,1	0,1	0	2	0,0025	82,3753736	82,0845	0,354358731
0,1	0,1	0	2	0,33	413,932584	357,413	15,81352227
0,1	0,1	0	1	0,19	937,877851	787,167	19,14598185
0,1	0,1	0	0,14	0,0025	632,566411	628,649	0,623147643
-0,1	0,1	0	1	0,0025	12,2928726	12,2571	0,291852171
-0,1	0,1	0	1	0,19	934,258319	782,116	19,4526539
-0,1	0,1	0	2	0,0025	3,07321815	3,04705	0,858802879
-0,1	0,1	0	2	0,19	233,56458	215,361	8,452588741

Appendix J

Appendix 10

Kxx (1/m)	Kyy (1/m)	Kxy (1/m)	Afmeting (m)	Dikte (m)	Formule (Hz)	Ansys (Hz)	Foutmarge (%)
0,1	0,1	0	1	0,0025	56,850868	56,8325	0,032320375
0,1	0,1	0	1	0,19	618,7466	517,447	19,57680767
0,1	0,1	0	2	0,0025	56,306264	56,116	0,339055041
0,1	0,1	0	2	0,19	164,00108	152,612	7,462767945
-0,1	0,1	0	1	0,0025	8,1076666	8,08296	0,305662845
-0,1	0,1	0	1	0,19	616,18266	513,793	19,92819326
-0,1	0,1	0	2	0,0025	2,0269167	2,00918	0,882780606
-0,1	0,1	0	2	0,19	154,04567	141,27	9,043438455

Appendix K

Appendix 11

Kxx (1/m)	Kyy (1/m)	Kxy (1/m)	Afmeting (m)	Dikte (m)	Formule (Hz)	Ansyz (Hz)	Foutmarge (%)
0,1	0,1	0	1	0,0025	25,49841	25,4861	0,048299555
0,1	0,1	0	1	0,19	313,55075	261,126	20,07641754
0,1	0,1	0	2	0,0025	25,185598	25,0893	0,383822556
0,1	0,1	0	2	0,19	82,087199	76,634	7,115899998
-0,1	0,1	0	1	0,0025	4,1123592	4,10106	0,275518711
-0,1	0,1	0	1	0,19	312,5393	259,714	20,33979618
-0,1	0,1	0	2	0,0025	1,0280898	1,01944	0,84848514
-0,1	0,1	0	2	0,19	78,134825	72,2565	8,135357463