

Op weg naar Safety Concrete

BACHELOR EINDWERK VAN: CELINE PEPELS, 4002830

Begeleiders: Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom & Dr. Ir. J. Weerheijm

Voorwoord

Dit rapport is een bachelor eindwerk van de faculteit civiele techniek die deel uitmaakt van de Technische Universiteit in Delft. Het idee hiervoor is tot stand gekomen aan de hand van een eerder project uitgevoerd door mej. Agar Özbek onder begeleiding van onder andere de heer Weerheijm. In overleg met hem en de heer Hoogenboom is dit project ontworpen. Het rapport is geschreven voor mensen die enige kennis van dynamica hebben die opgedaan kan worden tijdens bachelor civiele techniek.

In hoofdstuk 1 wordt als inleiding verteld wat de doelstelling van dit rapport is en hoe dat bereikt dient te worden. Vervolgens wordt in hoofdstuk 2 extra informatie gegeven over het onderwerp zelf, namelijk Safety Concrete, en het computerprogramma waar veel gebruik van zal worden gemaakt: Working Model 2d. In hoofdstuk 3 worden de stappen uitgelegd hoe het complexe 3D model vereenvoudigd wordt tot het simpele model, waar vanaf dat punt mee verder wordt gewerkt. In hoofdstuk 4 wordt een simpele handberekening uitgevoerd in een wrijvingloze omgeving. Daarna worden er experimenten uitgevoerd die verwerkt worden in hoofdstuk 5. Hoofdstuk 6 is een discussie over de resultaten waarna vervolgens in hoofdstuk 7 de conclusies en aanbevelingen gegeven worden.

Ik wil de heer Hoogenboom en Weerheijm bedanken voor het begrip dat ze getoond hebben voor mijn persoonlijke omstandigheden waardoor er veel vertraging is opgelopen met dit project. Ook wil ik de heer Hoogenboom nog eens extra bedanken voor alle tips die hij me gaf en zeker voor het feit dat ik altijd welkom was met de vragen die ik had. Als laatste wil ik mijn familie bedanken voor het helpen met de experimenten en het nalezen en eventueel verbeteren van spelling etc. van het rapport.

Samenvatting

Sinds een aantal jaren bestaat er het zogenaamde Safety Concrete. Dit beton is speciaal ontworpen om de grootte van rondvliegende betonbrokken te reduceren bij een explosie. Omdat er vaak meer schade door de grote en zware betonblokken wordt veroorzaakt aan de omgeving dan door de explosie zelf, is hiervoor een poreus beton ontworpen: Safety Concrete. Het kan toegepast worden in bijvoorbeeld munitie of explosieven opslag zodat als er een explosie optreedt, de muren niet in grote, maar kleine brokken opbreekt. Een andere mogelijkheid is de toepassing in extra beschermingsmuren om belangrijke gebouwen zoals ambassades en regeringsgebouwen waar het gevaar van explosie reëel is. Het beton is ontworpen en getest op explosie tijdens een langdurig promotieproject. Het is echter nog niet getest op dingen zoals impact van kogels. De doelstelling van dit project de volgende: onderzoeken of het computerprogramma Working Model 2D een geschikt programma is om een vereenvoudigd model van Safety Concrete te simuleren.

Aangezien dit een bacheloreindproject is en geen promotieproject, is het project ontzettend vereenvoudigd. In feite wordt het 3D model versimpeld naar een 2D model met perfect ronde cirkels; als laatste wordt het cement er uitgehaald. Dan blijven er eigenlijk alleen maar perfect ronde cirkels over. Met experimenten wordt bekeken hoe die schijven zich gedragen in de werkelijkheid. Dit wordt vervolgens gesimuleerd in het programma. Vervolgens kan worden gekeken of de uitkomsten van het programma overeenkomen met de werkelijkheid en kan er geconcludeerd worden of het een geschikt programma is.

Het programma blijkt de werkelijkheid heel nauwkeurig te benaderen, waaruit de conclusie volgt dat het programma een geschikt programma is om te simuleren, zij het dat ook voor het programma nog wat aanbevelingen zijn. Aanbevolen wordt om als volgende stap, na dit project, het cement weer toe te voegen in de opstelling. In het programma Working Model 2D kan dit goed worden nagebootst door een demper tussen de cirkels te plaatsen.

Inhoudsopgave

Voorwoord	ii
Samenvatting.....	iii
1. Inleiding.....	1
1.1 Probleemstelling	1
1.2 Doelstelling	1
1.2.1 Subvragen	1
1.3 Plan van aanpak	1
2. Safety concrete en Working Model 2D	2
2.1 Safety concrete	2
2.1.1 Tot stand koming.....	2
2.1.2 Proces van mej. Agar Özek.....	2
2.1.3 Karakteristieken safety concrete.....	3
2.2 Working Model 2D	3
2.2.1 Inleiding	3
2.2.2 Competenties “student version”	3
2.2.3 Project.....	4
3. Van 3D naar Model	6
3.1 Vereenvoudigingen	6
4. Wrijvingloos model	8
4.1 Situatie schets	8
4.2. Verwachte resultaat	8
4.3 Working Model in het luchtledige.....	9
5. Experiment	11
5.1 Opstelling proevenserie.....	11
5.2 Impuls	12
5.3 Wrijving.....	13
5.3.1 Wrijving schijf hout.....	13
5.3.2 Wrijving stalen schijf.....	16
5.3.3 Wrijving conclusie.....	17
5.4 Zes schijfjes	17
5.4.1 Restitutiecoëfficiënt	17
5.4.2 Hout	17
5.4.3 Staal	20
6. Discussie	22

6.1 Conclusies resultaten experimenten.....	22
7. Conclusie en aanbeveling	24
7.1 Doelstelling	24
7.2 Conclusie.....	24
7.3 Aanbevelingen	24
8. Literatuurlijst	26
Bijlage 1: Resultaten wrijvingloos model	27
Bijlage 2: Experiment 1	32
B2.1 Situatieschets	32
B2.2 Handberekening randvoorwaarden	34
B2.3 Handberekening.....	35
Bijlage 3: Luchtweerstand pendel	36
Bijlage 4 Python berekeningen.....	37
Bijlage 5 Optimale restitutie coëfficiënt	39
B5.1 Restitutie coëfficiënt hout	39
B5.2 Restitutie coëfficiënt staal	40
Bijlage 6: Krachten ontbinden	41
B6.1 Hout.....	41
B6.1 Staal.....	42
Bijlage 7: Resultaten Working Model 2D	43
B7.1 Hout.....	43
B7.2 Staal.....	44
Bijlage 8: Conclusie bijlages.....	46
B8.1 Resultaten verschillende rijen schijven	46
B8.2 Voorspelling	47
Bijlage 9: Resultaten experimenten van hoofdstuk 5	48
B9.1 Hout.....	48
B9.2 Staal.....	48

1. Inleiding

In dit hoofdstuk zal de probleemstelling, doelstelling en plan van aanpak gegeven worden voor het verdere rapport.

1.1 Probleemstelling

Bij een explosie dichtbij of in een betonnen constructie ontstaat er naast het gevaar van de explosie zelf ook een gevaar van rondvliegende grote brokken beton. Om deze reden zijn er beschermende constructies nodig om de gebouwen heen waar het risico op een explosie aanwezig is, zoals belangrijke gebouwen of munitieopslagplaatsen. Deze constructies moeten worden ontworpen met als doel een eventuele explosie als het ware te verzachten. Hiervoor is een project gestart om beton te ontwerpen en te testen. Dit project is in november 2016 afgerond door mej. Ayda Şafak Ağar Özbek. Hierbij is heel poreus beton, ook wel Safety Concrete genoemd, ontworpen dat bij een explosie als het ware compleet uit elkaar valt in kleine grindkorrels. In dit project is echter alleen gekeken naar de gevolgen van een explosie. Het is onbekend wat plaats vindt bij impact van een klein object met grote snelheid, met andere woorden: wat er gebeurt als er op Safety Concrete geschoten wordt met kogels. Omdat er geen fysieke experimenten met Safety Concrete meer kunnen worden gedaan omdat er geen materiaal meer van aanwezig is op Technische Universiteit Delft, moet er een goed simulatieprogramma voor worden gevonden. Dit is dan ook het doel van dit project.

1.2 Doelstelling

Onderzoeken of Working Model 2D een geschikt programma is om een vereenvoudigd model van safety concrete mee te simuleren.

1.2.1 Subvragen

- Wat zijn de eigenschappen van Safety concrete?
- Welke eigenschappen hiervan tellen mee om de doelstelling te bepalen?
- Wat is er mogelijk met het programma Working Model 2D?
- Hoe is de opstelling van de experimenten ontstaan en welke afbakeningen horen daarbij?

1.3 Plan van aanpak

- Onderzoek doen naar de mogelijkheden van het programma Working Model 2d
- Onderzoek doen naar Safety concrete en de bijbehorende eigenschappen
- De weg van realistisch beeld naar model verklaren
- Handberekening van meest simplistische model
- Experimenten uitvoeren
- Experimenten in Working Model 2D nabootsen
- Uitkomsten van Working Model extrapoleren naar (extreem simplistische) realistisch beeld van de werkelijkheid
- Conclusies opmaken en daarmee doelstelling beantwoorden
- Aanbevelingen

2. Safety concrete en Working Model 2D

Dit hoofdstuk behandelt Safety concrete: wat het is en waarvoor het gebruikt wordt. Als tweede wordt in dit hoofdstuk het programma Working Model 2D geanalyseerd: wat er allemaal mee kan en hoe het in dit project gebruikt zal worden.

2.1 Safety concrete

In dit deel van dit hoofdstuk wordt uitgelegd waarom en hoe Safety concrete tot stand is gekomen en wat de eigenschappen zijn van deze bepaalde soort beton.

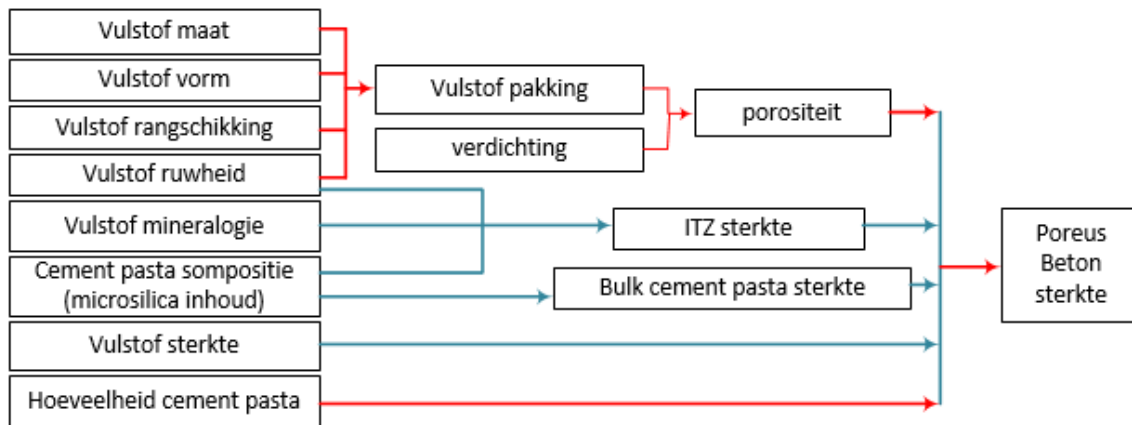
2.1.1 Tot stand koming

Bij bepaalde gebouwen, zoals munitie opslag depots of ministeries bijvoorbeeld, is de kans op explosie realistisch. Naast de schade die de explosie zelf veroorzaakt, is gebleken dat misschien nog wel meer schade werd verricht door de grote, rondvliegende brokken beton. Om belangrijk gebouwen te beschermen tegen explosies worden extra beschermingsmuren rondom die gebouwen toegepast. Om te voorkomen dat bij een explosie zo'n muur opbreekt in grote brokken en extra dreiging vormen voor het gebouw, zou deze van Safety Concrete gemaakt kunnen worden en echte bescherming bieden. Als eerste eis werd gesteld dat Safety concrete als het ware uit elkaar spat in grindkorrels bij impact. Als tweede eis werd gesteld dat, ondanks de eerste eis, de statische sterkte in dezelfde range is als "normaal" beton, namelijk 30 – 50 MPa. Een beton ontwikkelen met deze twee eisen waren in principe het doel van de PhD van mej Agar Özbek.

2.1.2 Proces van mej. Agar Özek

Oorspronkelijk werd er gezocht naar cement materiaal dat een netwerk van zogenaamde microcracks, oftewel microscheurtjes, omvat. Deze microscheurtjes zouden sluimerend zijn tijdens het gewone bestaan van de constructie maar worden geactiveerd bij een grote stoot, zoals bij een explosie. Na wat onderzoek bleek dat dit moeilijk te reguleren was en is de focus van microscheurtjes verplaatst naar poreus beton. De hoge mate van porositeit bij poreus beton wordt veroorzaakt doordat de vulstof uit voornamelijk grind bestaat, er zit nauwelijks zand bij. Poreus beton heeft hierdoor veel poriën gevuld met lucht, wat een lage sterkte als gevolg heeft. Dit kan beter gereguleerd worden met verschillende cementmixen en verdichting. Echter zegt de naam al genoeg: poreus beton heeft een lage statische sterkte. Om de poreuze beton wel te laten voldoen aan de sterkte eis, moet de vulstof eigenschappen, rangschikking en de cement eigenschappen allemaal worden aangepast, daarnaast moet er ook nog een verdichting techniek worden uitgedacht. Bij beton storten werkt men in lagen, die wordt laag voor laag gestort en ook laag voor laag, zonder de onderliggende lagen aan de tasten, verdicht. De verdichting techniek wordt aangepast door in meer lagen dan "normaal" te werken.

Vervolgens zijn verschillende aspecten getest die naar alle waarschijnlijkheid bijdragen aan de sterkte van poreus beton. Sommige aspecten hebben veel invloed terwijl andere een bijna verwaarloosbaar effect in sterkte teweegbrengen. Onderstaande tabel 1 geeft weer wat getest is en of het veel bijdraagt aan de sterkte of niet. De rode pijlen geven de aspecten weer die een effectieve bijdrage leveren aan de kracht, de blauwe de wat minder belangrijke. ITZ staat voor interfacial transition zone, een smal gebied rondom de vulstof deeltjes waarbij een deel van het water zich afsplitst van de cement pasta.



Tabel 1: opsomming van de factoren die de sterkte van safety concrete beïnvloeden. Aangepast overgenomen uit Design and Analyses of Porous Concrete for Safety Applications(p. 60) door Özbek, 2016.

2.1.3 Karakteristieken safety concrete

Het grootste verschil tussen “gewoon” beton en het zogenaamde Safety Concrete is de mate van porositeit. Bij Safety Concrete is de porositeit aanzienlijk hoger, dit wordt onder andere bereikt met gemiddeld grotere grindkorrels. Dit is gedaan om aan de eerste eis te voldoen. Daarnaast is gebleken dat de sterkte van de beton aanzienlijk hoger werd door de vulstof in één maat te houden, en die kleiner te maken.

De vulstof deeltjes met hogere ruwheid en “hoekigheid” dragen ook bij aan de sterkte doordat er meer contact oppervlakte is voor de aankleving van de cement pasta en door een hoger aantal contact punten.

De oriëntatie, de pakking van de deeltjes, en de porositeit wordt positief beïnvloed door de geconcentreerde verdichting en hele dunne lagen. Dit is essentieel om poreus beton te verkrijgen met een hogere sterkte, mits de uithardingstijd van de beton wordt gecontroleerd met een zogenaamde “set retarder”, een “uithard vertraging”.

2.2 Working Model 2D

In dit hoofdstuk zal worden uitgelegd wat het programma Working Model 2D in grote lijnen kan, waarom het handig is en met welke aspecten er in dit verslag verder gewerkt zal worden.

2.2.1 Inleiding

In dit project zal worden gewerkt met het programma Working Model 2D. De website van Working Model 2D (<http://www.design-simulation.com/WM2D>) meldt het volgende: het is het best verkochte simulatie programma ter wereld waarmee je je ontwerp kunt controleren met sterke analytische gereedschappen. Er zijn in totaal zes versies beschikbaar waarvan voor dit project de zogenaamde “Student Version” is aangeschaft. Deze versie is alleen beschikbaar voor studenten die ingeschreven staan bij een bevoegde school of instelling, in dit geval TU Delft, voor: óf één semester, óf één schooljaar. In die tijd heeft de student volledige toegang tot het hele programma onder de voorwaarde dat het programma alleen wordt geïnstalleerd op laptop of computer van de student zelf, dus niet een van de school of instelling.

2.2.2 Competenties “student version”

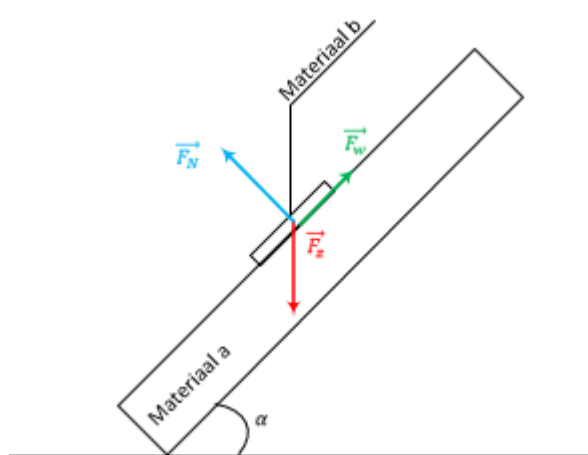
Het programma is ontzettend uitgebreid waarvan voor dit verslag helaas maar een klein deel wordt gebruikt. Men kan meerdere versies van een ontwerp testen om makkelijker de optimale versie te vinden waardoor er minder fysieke prototypes gemaakt hoeven te worden. De omgeving kan volledig

worden gecontroleerd in het programma; de zwaartekracht kan handmatig worden ingesteld of helemaal uitgeschakeld worden, hetzelfde geldt voor luchtweerstand, elektrostatica en krachtveld. Te allen tijde kunnen de volgende aspecten van het ontwerp, of bepaalde delen van het ontwerp apart, worden gemeten: tijd, positie, snelheid, versnelling, kracht, moment, luchtweerstand, zwaartekracht, grootte van elektrostatica, grootte van krachtveld, kinetische energie en zwaartekrachtspotentiaal. De nauwkeurigheid kan worden ingesteld wat betreft de tijdstappen. Vervolgens kan worden gekeken wat de simulatie doet op het moment dat er op start gedrukt wordt, of de simulatie op pauze gezet; dit alles kan ook worden bekeken per tijdstap. 2D CAD tekeningen kunnen worden geïmporteerd en bepaalde resultaten kunnen worden geëxporteerd naar MATLAB of Excel.

Wat betreft de invoer kan men kiezen uit een cirkel, een rechthoek, een polygoon, een polygoon met gekromde zijdes of een anker. Deze kan men vast zetten aan de achtergrond met alle mogelijke opleggingen en/of koppelen met elkaar op zowel de vaste en scharnierende verbinding. De systemen die hiermee geschematiseerd worden in het programma werken dan nog niet, tenzij ze reageren op de omgeving, denk aan beïnvloeding door de zwaartekracht. Voor beweging te creëren zijn weer een aantal opties mogelijk. Een aantal van de mogelijkheden zijn: een kracht of moment toevoegen, een motor eraan vast schakelen, maar ook een veer systeem, met of zonder demper.

2.2.3 Project

Voor dit project is om te beginnen de zwaartekracht uitgeschakeld. Luchtweerstand, elektrostatica en krachtvelden zijn standaard uitgeschakeld als er een nieuw project wordt begonnen. De omgeving is dus nu als het ware alsof het project in de ruimte plaatsvindt. Dit is gedaan zodat men het bovenaanzicht kan creëren aangezien het programma in principe alleen vooraanzicht heeft. Vervolgens wordt er een cirkel gecreëerd met voor het hout een straal van $0,025\text{ m}$ en een massa van $0,015\text{ kg}$, voor staal is dit een straal van $0,1\text{ m}$ en massa van zeven kg. Voor de hoofdstukken 4 t/m 5.3.3 is de statische en kinetische frictie gelijk gesteld aan nul. De elasticiteit en elektrische lading wordt voor dit gehele project gelijk gehouden aan nul.



Figuur 1: Opstelling proef voor wrijving te vinden

Zowel de statische (μ_{stat}) als de kinetische (μ_{kin}) frictie behoort met een extra proef te worden bepaald. Deze proef houdt in dat men de twee materialen op elkaar legt en dan een steeds grotere hoek creëert met de horizontale als zoals hiernaast in figuur 1 te zien is. Zolang het niet beweegt is er evenwicht en geldt het volgende:

$$F_w = F_g \cdot \sin \alpha = \frac{F_N}{\cos \alpha} \sin \alpha = F_N \cdot \tan \alpha$$

De maximum waarde van F_w ligt vast op $\mu_{stat} \cdot F_N$. Vlak voor het moment dat materiaal b van materiaal a begint te schuiven wordt de hoek α gemeten, dus vlak voordat het evenwicht niet

meer geldt. Op dat moment is $\mu_{stat} = \tan \alpha$ van toepassing. Op het moment dat materiaal b aan het bewegen is geldt $F_w = \mu_{kin} \cdot F_N$. De kinetische frictie is altijd kleiner dan de statische frictie.

Helaas is in alle chaos van experimenten die mislukten en weer opnieuw moesten worden uitgevoerd, deze proef vergeten. De waardes voor zowel hout als staal worden daarom van de wikibooks fysica/dynamica site (<https://nl.wikibooks.org/wiki/Fysica/Dynamica#Wrijving>) gehaald.

Voor hout geldt: $\mu_{stat} = 0,42$ & $\mu_{kin} = 0,30$. Voor staal geldt: $\mu_{stat} = 0,57$ & $\mu_{kin} = 0,74$. De uiteindelijke invoer voor cirkel twee in zowel hout als staal is in figuur 2 te zien.

Property	Hout (Left)	Staal (Right)
x	-0.025000 m	-0.100000 m
y	0.043300 m	0.173210 m
Ø	0.000000 rad	0.000000 rad
Vx	0.000000 m/s	0.000000 m/s
Vy	0.000000 m/s	0.000000 m/s
VØ	0.000000 rad/s	0.000000 rad/s
material	Custom	Custom
mass	0.015000 kg	7.000000 kg
stat.fric	0.420000	0.740000
kin.fric	0.300000	0.570000
elastic	0.037475	0.053125
charge	0.000000 C	0.000000 C
density	7.639437 kg/m ²	222.816920 kg/m ²
Planar	Planar	Planar
moment	0.000005 kg-m ²	0.035000 kg-m ²

Figuur 2: Eigenschappen cirkel twee voor hout(links) en staal(rechts)

In hoofdstuk 4 is er een kracht gebruikt die voor hele korte tijd werkt, in plaats van een impuls. In hoofdstuk 5 is in plaats van een externe kracht gekozen om met behulp van behoud van impuls de beginsnelheid van de eerste cirkel te berekenen en dit als V_y in te geven bij cirkel één.

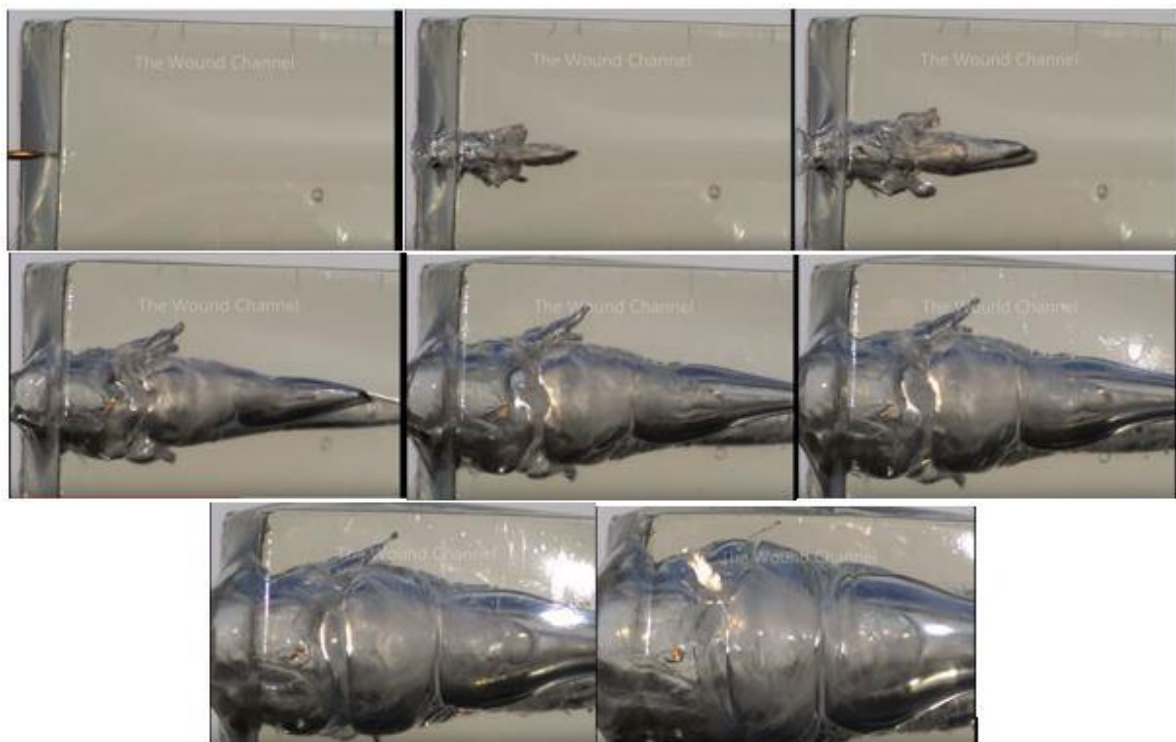
3. Van 3D naar Model

In dit hoofdstuk wordt uitgelegd hoe de weg loopt van de werkelijkheid naar het model dat verder in dit project gebruikt gaat worden.

3.1 Vereenvoudigingen

Op het moment dat een druppel in een stilwaterlichaam valt, veroorzaakt die druppel kortstondig een reactie. Op het moment van impact geeft dat waterlichaam een reactie, die vanaf de bovenkant te zien is als kringen. Een ronde golf die als het ware langzaam uitrolt. Er zijn meestal meerdere kringen te zien omdat van het druppeltje dat valt, vaak een of meerdere andere druppels omhoog spatten, die dan ook weer een kring water veroorzaken. Die kringen worden veroorzaakt doordat er energie vrijkomt door de beweging die het water moet maken om de druppel in zich op te nemen. De vormveranderingsenergie is ook onder water waar te nemen. Daar is het te zien als een kom om het moment van impact. De kom wordt steeds groter maar minder heftig. Op een punt dicht bij de impact wordt veel vormveranderingsenergie ervaren, maar op een punt een paar meter van de impactplaats af is niks meer te merken.

Precies hetzelfde gebeurt bij de impact van een kogel in een stillichaam, zoals hieronder in figuur 3 te zien is. Deze foto's zijn screenshots van een youtube video van The Wound Channel.



Figuur 3: Impact van een kogel in gellichaam

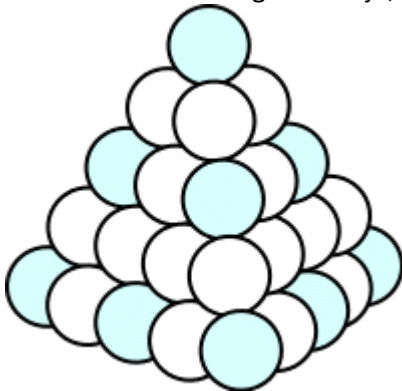
Hierboven is de impact van een kogel in een gellichaam te zien maar een muur geeft als het ware dezelfde resultaten, alleen zonder de elasticiteit. Een betonnen werk gaat kapot in plaats van weer terug te gaan naar de oorspronkelijke staat. In deze opstelling betekent dit dat elk korreltje 360° bewegingsvrijheid heeft en dat al die mogelijkheden bekeken moeten worden. Aangezien dat niet mogelijk is in de bachelor wordt dit model vereenvoudigd. De vereenvoudiging zal per stap gedaan worden. Zo kan dit traject dus later ook weer terugwerkend ontwikkeld worden waarbij er elke keer een aspect bij komt en het proces dus elke stap een stuk realistischer wordt.

Om te beginnen is beton opgebouwd uit het cement als bindmiddel met vulstoffen zoals zand, grind, etc. Deze combinatie verhardt door middel van toevoeging van water. Dan wordt het volgende resultaat verkregen.



Figuur 4: Doorsnede van beton

In figuur 4 is goed te zien dat de grindkorrels van totaal verschillende vorm en omvang zijn. Weliswaar zijn alle grindkorrels tussen de twee en zes mm, maar dat is het enige dat de korrels met elkaar gemeen hebben. Tussen de grove grindkorrels door is er ook nog zand te zien die de holtes tussen de grindkorrels opvult. Als eerste vereenvoudiging wordt de aanname gemaakt dat alle korrels van dezelfde grootte zijn, alsof het zand er als het ware uitgehaald wordt.

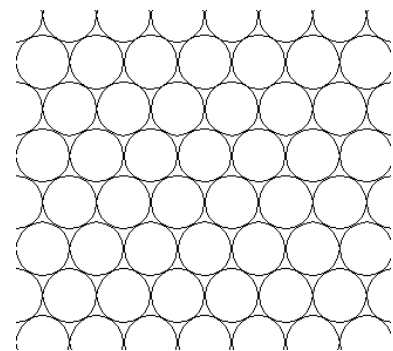


Figuur 5: Stapel perfecte bollen grind met cement

Als tweede vereenvoudiging wordt aangenomen dat alle korrels dezelfde vorm hebben, namelijk dat ze perfect rond zijn; iets dat in de natuur nooit voorkomt. Dan ontstaat er een ruimte met perfect geordende ballen die als een stapel sinaasappelen op elkaar liggen zoals te zien is in figuur 5 (Gartside, 2011) waarbij het cement er nog tussen zit als bindmiddel.

Bij de derde vereenvoudiging wordt de stap van 3D naar 2D gemaakt. In dit geval ziet men, in figuur 6 (Understanding Molecular Simulations), dan de cirkels in de meest handige vorm tegen elkaar liggen met cement er nog steeds tussenin als bindmiddel. Dit heeft als gevolg dat de vulstof in de vorm van grind en zand nog maar in een vlak kan bewegen.

Als vierde vereenvoudiging wordt het cement eruit gehaald. Dit heeft tot gevolg dat er in feite alleen maar cirkels tegen elkaar liggen.

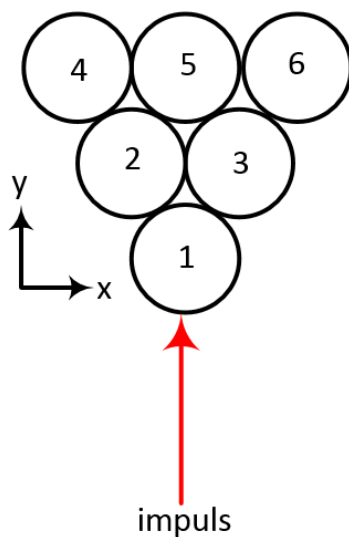


Figuur 6: Dichtste bol stapeling

Als laatste stap wordt er uit al die cirkels een kleine “opstelling” gemaakt, waarbij de impuls werkt op cirkel één in y richting. Dit wordt verder uitgewerkt in het volgende hoofdstuk.

4. Wrijvingloos model

In dit hoofdstuk wordt de opstelling bekeken, berekend en gesimuleerd in een wrijvingloze omgeving.



Figuur 7: Situatie schets met (rode) impuls

4.1 Situatie schets

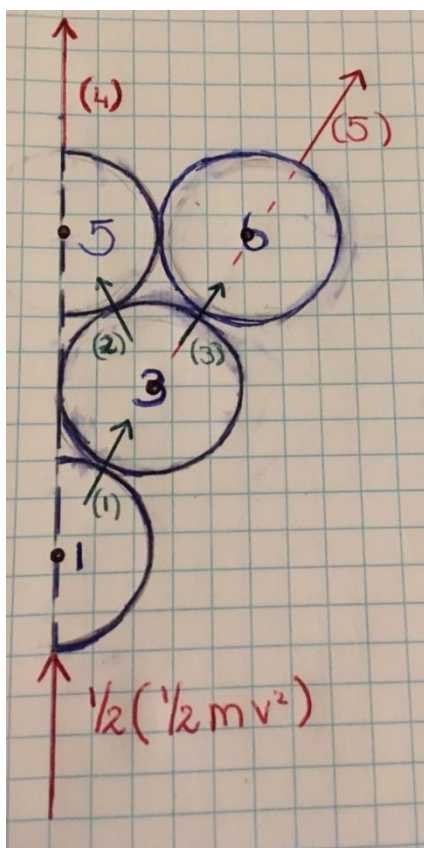
In eerste instantie wordt de aanname gemaakt dat er geen wrijving onderling of met de ondergrond is. De cirkels zweven als het ware in de ruimte maar blijven wel bij elkaar. Op de onderste cirkel, cirkel nummer één, wordt een star, klein object afgeschoten. Dit wordt geschematiseerd met een impuls, zoals te zien is in figuur 7.

4.2. Verwachte resultaat

Deze impuls ligt in de werklijn van het middelpunt van zowel cirkel één als cirkel vijf. Hieruit kan geconcludeerd worden dat cirkel één en cirkel vijf alleen maar recht omhoog kunnen gaan in positieve y richting. Impuls staat gelijk aan $p = mv$. Door de aanname van de werklijn door de middelpunten kan ook geconcludeerd worden dat bovenstaande simulatie symmetrisch is over de werklijn van de impuls. Door de aanname van geen wrijving, komt ook meteen het feit dat er geen energieverlies (kinetische energie blijft gelijk) is bij de botsingen die de cirkels gaan maken met elkaar. Dit kan worden versimpeld tot het volgende schema, afgebeeld in figuur 8.

Omdat we uitgaan van geen energieverlies betekent dit dat (1) gelijk is aan $\frac{1}{4}mv^2$. In cirkel drie worden de krachten verdeeld over cirkels vijf en zes. Echter het middelpunt van cirkel zes ligt gelijk op de werklijn van impuls(1). Dit betekent dat de gehele impuls(3) gelijk is aan impuls(1) en dat impuls(2) gelijk is aan nul.

Als dit weer wordt vertaald naar een oorspronkelijke situatie betekent dit dat de impuls van cirkel twee gelijk is aan (1) in spiegelbeeld, impuls tussen cirkels twee en vier gelijk is aan (3) en tenslotte dat de impuls tussen cirkels twee en vijf gelijk is aan (2) en dus 0 is. Dit zou als gevolg hebben dat cirkel vijf blijft liggen waar hij ligt omdat er geen impuls op werkt. Echter gaan cirkels twee, drie, vier en zes als het ware uit de weg van cirkel één. Door gebrek aan energieverlies betekent dit dat de impuls van cirkel vijf gelijk is aan de oorspronkelijke impuls waarmee alles in gang is gezet namelijk $\frac{1}{2}mv^2$. Deze impuls werkt in precies dezelfde richting, namelijk over de positieve y-as en dus loodrecht op x-as. Omdat er geen energieverlies, geen wrijving en geen verlies van massa is, betekent dit dat de cirkels in theorie oneindig door blijven bewegen met de gegeven snelheid.

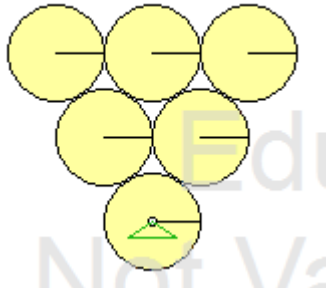


Figuur 8: Versimpelde schema met krachten

4.3 Working Model in het luchtledige

In het programma Working Model wordt dezelfde situatie geschetst. Zoals eerder vermeld werkt hierin geen zwaartekracht en is geen luchtweerstand aanwezig. Luchtweerstand wordt het gehele project verwaarloosd omdat die heel klein is in de proeven, zoals te zien is in bijlage 3. Verder wordt zowel de statische frictie als de kinetische frictie op 0 gezet. De massa van de cirkels is relatief groot,

3 kg, tegenover de kracht, 1 N, dit zodat de effecten vergroot worden. Dan wordt het schema verkregen wat te zien is in figuur 9.



Figuur 9: weergave proefopstelling in Working Model 2d

Het kleine groene driehoekje dat op cirkel nummer één werkt is de kracht. Het enige nadeel is dat het in deze versie van het programma het niet mogelijk is om een stoot weer te geven, dus de kracht werkt te allen tijde.

Vervolgens wordt de simulatie gestart terwijl de snelheden van alle cirkels in de gaten gehouden kunnen worden. De schermafbeeldingen van Working Model 2D zijn te zien in bijlage 1.

Tot $t = 0,25 \text{ s}$, werkt de kracht alleen nog maar op de eerste cirkel. Daarna zie je de snelheid en dus bewegingsenergie van cirkels twee en drie ook veranderen.

Op $t = 0,3 \text{ s}$ is de snelheid van zowel cirkel twee en cirkel drie gelijk aan $0,0433 \text{ m/s}$. Dit blijft gelijk tot $t = 0,45 \text{ s}$. De snelheid van cirkel één blijft omhoog gaan.

Op $t = 0,45 \text{ s}$ komt cirkel twee in botsing met cirkel vier en cirkel drie met cirkel zes. Dan wordt de snelheid van cirkels twee en drie kleiner en krijgen cirkels vier en vijf snelheid. Er kan nu wel al geconcludeerd worden dat de situatie volledig symmetrisch is, zoals bedacht bij de handberekening. Echter, nu blijkt dat er wel degelijk sprake is van kinetisch energieverandering. Deze verandering zal aan de hand van de volgende berekening voor cirkels twee en vier worden bepaald. Deze liggen op dezelfde botsingslijn: er is dus sprake van een centrale botsing.

Als eerste wordt de restitutiecoëfficiënt bepaald.

$$v_{2,na} - v_{4,na} = -e(v_{2,voor} - v_{4,voor})$$

$$e = -\frac{v_{2,na} - v_{4,na}}{v_{2,voor} - v_{4,voor}}$$

$$e = -\frac{0,021864 - 0,043320}{0,043311 - 0}$$

$$e = 0,495$$

$e \approx 0,5$. Dit betekent dat de botsing ongeveer half elastisch, half plastisch is. Kinetische energie voor de botsing wordt berekend als volgt:

$$E_{kin} = \left(\frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_4 v_4^2}{2}\right)_{voor}$$

$$E_{kin} = \left(\frac{3 \cdot 0,043311^2}{2} + \frac{3 \cdot 0^2}{2}\right)_{voor}$$

$$E_{kin,voor} = 0,0028137 \text{ J}$$

Nu hetzelfde voor de kinetische energie na de botsing:

$$E_{kin} = \left(\frac{m_2 v_2^2}{2} + \frac{m_4 v_4^2}{2} \right)_{na}$$

$$E_{kin} = \left(\frac{3 \cdot 0,021864^2}{2} + \frac{3 \cdot 0,043320^2}{2} \right)_{na}$$

$$E_{kin,na} = 0,00353 \text{ J}$$

Dit betekent dat er energie is vrijgekomen. Als men zou uitgaan van een stoot zou deze vrijgekomen energie niet kunnen worden verklaard. Echter is het in deze versie van het programma, zoals eerder gemeld, niet mogelijk een stoot te geven maar slechts een kracht. Deze kracht werkt nog steeds op het systeem en hierdoor wordt er in principe constant energie toegevoerd want energie is kracht x verplaatsing.

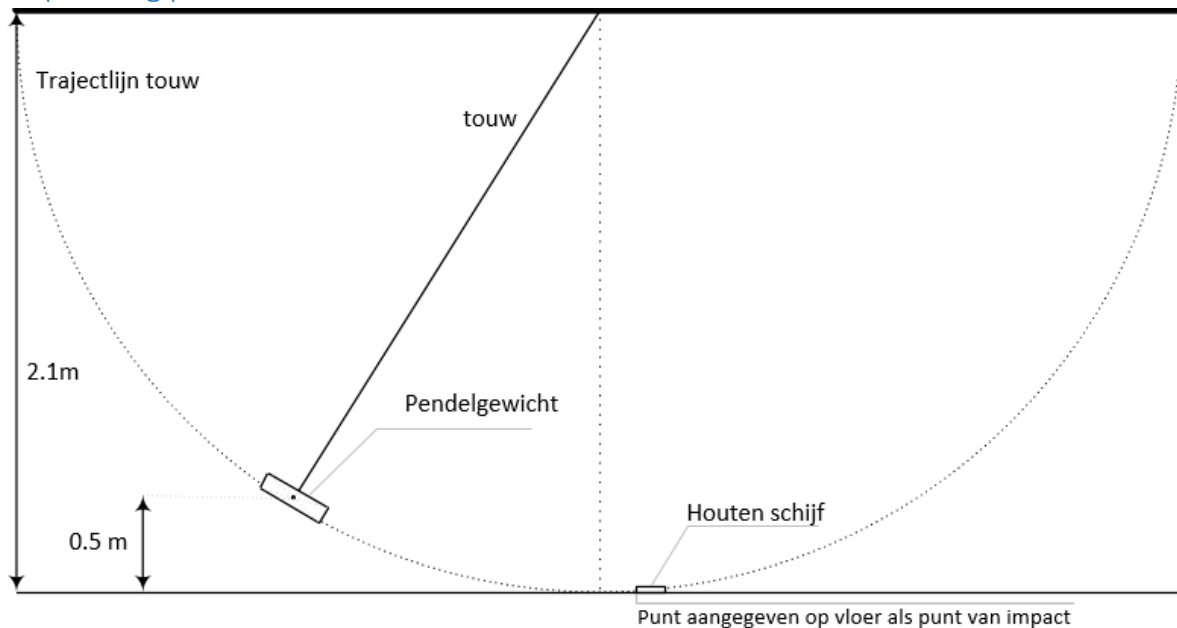
Op $t = 0,7 \text{ s}$ is de eerste verschuiving zichtbaar met het blote oog. Cirkels twee en drie “wijken” als het ware voor cirkel een. Tot die tijd gaat de snelheid van cirkel twee en drie omhoog terwijl de snelheid van cirkel vier en zes gelijk blijft op $0,04332 \text{ m/s}$. Op $t = 0,7 \text{ s}$ is ook te zien dat cirkel vijf voor het eerst een snelheid krijgt. Op $t = 0,95 \text{ s}$ gaat de snelheid van cirkels vier en zes ook omhoog naar $v = 0,717 \text{ m/s}$. Deze blijven constant, terwijl snelheid van cirkels een, twee en drie blijft oplopen, tot $t = 1,1 \text{ s}$. Vanaf dan zie je ook snel dingen gebeuren met de compositie van de cirkels.

Het eerste dat aan het einde opvalt, is dat de snelheid van cirkels een en vijf, zoals verwacht, gelijk is. Wat nog meer opvalt, is dat zowel cirkels twee en vier als cirkels drie en zes niet op hun botsingslijn blijven bewegen. Dit komt doordat er een kracht wordt uitgewerkt in plaats van een impuls. Deze kracht blijft een constante energie toevoer aan cirkel één geven en heeft daarmee de botsingslijn van cirkels twee, drie, vier en zes mede beïnvloed. Hieruit blijkt in principe dat de handberekening die hiervoor was uitgedacht klopt. Alle verschillen zijn toe te kennen aan het feit dat er een kracht in plaats van een impuls op het systeem werkt. Of er nu een impuls of een kracht werkt maakt niet uit voor het feit dat in het luchtledige deze cirkels oneindig door blijven glijden.

5. Experiment

Het experiment had oorspronkelijk een andere opzet, echter bleek aan het eind van de handberekeningen dat de snelheid van de stoot te klein was om hier gedegen conclusies aan te verbinden. Hierna is de beslissing gemaakt om nogmaals experimenten uit te voeren op een grotere schaal. Om wel aansluiting met het eerste experiment te hebben zijn deze proeven twee keer uitgevoerd: een keer met hout en een keer met staal. De uitwerkingen van het oorspronkelijke experiment is te zien in bijlage 2. Alle resultaten van de experimenten zijn te vinden in bijlage 9.

5.1 Opstelling proevenserie



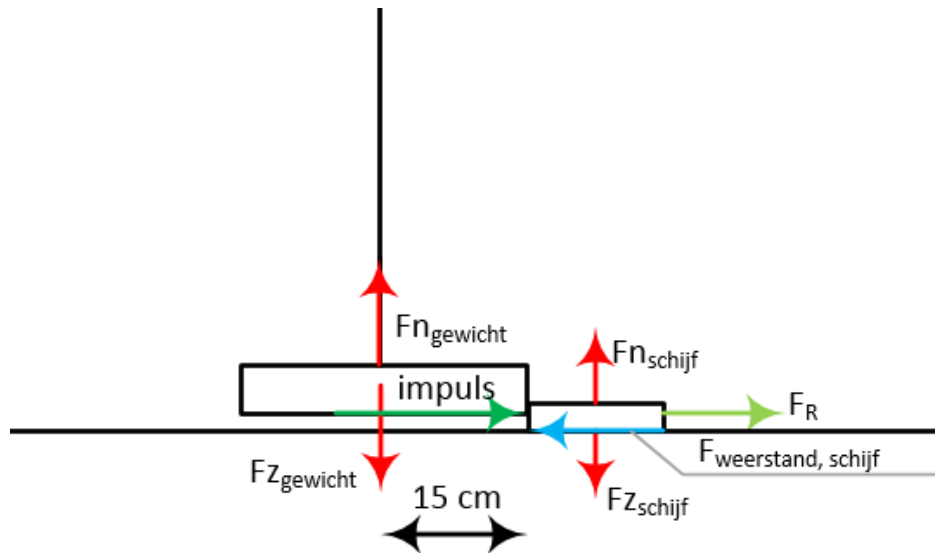
Figuur 10: opstelling experiment

Voor de tweede proef is gekozen voor een nieuwe opstelling die te zien is in figuur 10, aan de hand van een pendel. Op deze manier is relatief makkelijk de impuls te berekenen met vrij kleine kans op meetfouten. Er wordt een touw aan een haak in het plafond gehangen met nét niet op de grond een gewicht van 25 kg . Doordat het gewicht niet de grond raakt is de enige wrijving waar je rekening mee moet houden de luchtweerstand; aangezien deze verwaarloosbaar klein is, zoals te zien is in bijlage 3, zal deze ook niet mee worden genomen. Het pendelgewicht van 25 kg is een ronde schijf met een doorsnede van 30 cm .



Figuur 11: Bovenaanzicht opstelling

Het proefstuk wordt op de straal, 15 cm , van het middelpunt van het touw gelegd zoals te zien is in figuur 11. Op het moment van impact is dan de volgende situatie met bijbehorende krachten aan bod.



Figuur 12: Schematische weergave van de opstelling met alle krachten die aanwezig zijn

5.2 Impuls

Allereerst zal de impuls die de pendel aan de schijf geeft, berekend moeten worden. Impuls, p , staat gelijk aan:

$$p = m \cdot v$$

De massa van de pendel is zoals gezegd 25 kg . De snelheid is onbekend maar kan met behoud van energie worden berekend. De wet van behoud van energie is een natuurwet die aangeeft dat de totale hoeveelheid energie in een systeem constant blijft. Totale energie is opgebouwd door kinetische energie en potentiële energie, dit geeft de volgende vergelijking: $E_{kin} + E_{pot} = c$. Als in deze proef het gewicht wordt losgelaten op 50 cm hoogte, is de potentiële energie op het moment van loslaten maximaal en de kinetische energie gelijk aan nul. Echter, als de schijf precies in het middelpunt, en dus het moment van impact met de houten schijf, is, dan is de potentiële energie gelijk aan nul en is de kinetische energie maximaal.

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_{pot} = mgh$$

Op moment van loslaten is:

$$E_{kin} + E_{pot} = c \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 0^2 + 25 \cdot 9,81 \cdot 0,5 = 122,65 \text{ J}$$

Met behulp van de wet van behoud van energie volgt hier dus uit:

$$E_{kin} + E_{pot} = c \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot v^2 + 25 \cdot 9,81 \cdot 0 = 122,65 \text{ J}$$

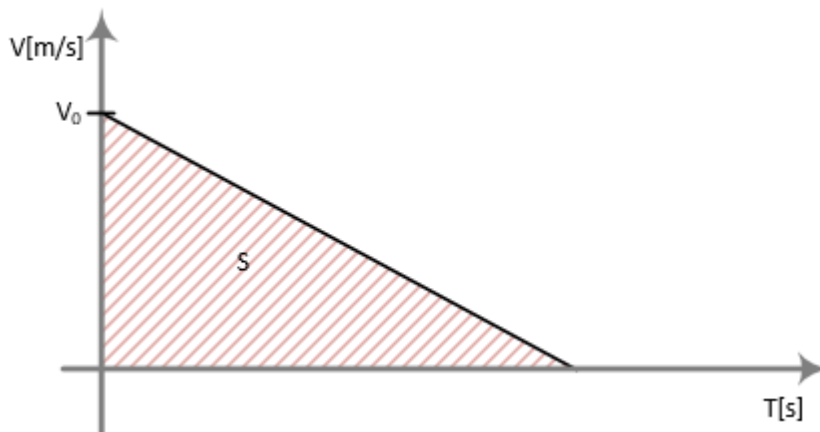
Hieruit volgt dat v op moment van impact gelijk is aan:

$$v = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{122,65}{25} \right)} = 3,132 \text{ m/s}$$

Dit is als extra zekerheid, om rekenfouten te voorkomen, geprogrammeerd in python, wat te zien is in bijlage 4.

5.3 Wrijving

Er wordt vanuit gegaan dat de snelheid recht evenredig afneemt met de tijd zoals te zien is in figuur



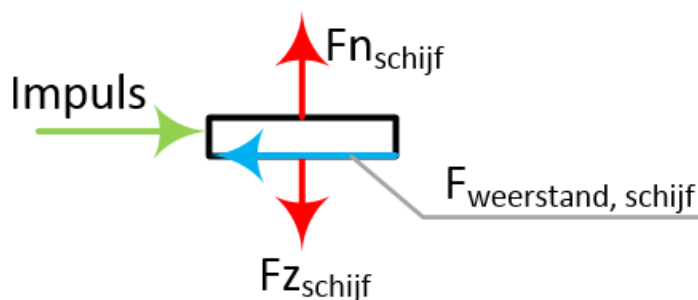
Figuur 13: Grafiek voor weergave (negatieve) acceleratie

13. Het oppervlakte onder die grafiek staat gelijk aan de totaal afgelegde afstand s . De helling van deze grafiek is de acceleratie a , die in dit geval constant is. Wrijvingskracht F_w kan berekend worden met de simpele methode $F_w = m \cdot a$. Hieruit lijkt het alsof de wrijvingskracht afhankelijk is van de beginsnelheid. Dit klopt echter niet. Stel de beginsnelheid veranderd,

dan veranderd de afstand s ook en blijft de acceleratie gelijk; dan veranderd de hele grafiek dus. Acceleratie is wel afhankelijk van onder andere materiaal en gewicht van de schijf. Omdat deze dingen in de experimenten wel gelijk blijven, is de acceleratie en de wrijvingskracht constant. Echter is de ruwheid van de ondergrond ook van invloed op de wrijvingskracht. Deze was voor met deze experimenten niet optimaal, er zaten grindkorreltjes en putjes in de vloer. Hierdoor zijn er kleine afwijkingen in de wrijvingskrachten per schijfje. De acceleratie wordt wel met behulp van de beginsnelheid en de afstand berekend worden, dit wordt gedaan in komende subhoofdstukken.

5.3.1 Wrijving schijf hout

Door de proef van 5.2 uit te voeren op een schijf hout van 15 gram is de wrijvingskracht van een schijfje op de vloer te bepalen aan de hand van de afgelegde afstand die het schijfje maakt na de impuls. Rekening moet gehouden worden met het feit dat het gewicht met de hand werd op getild

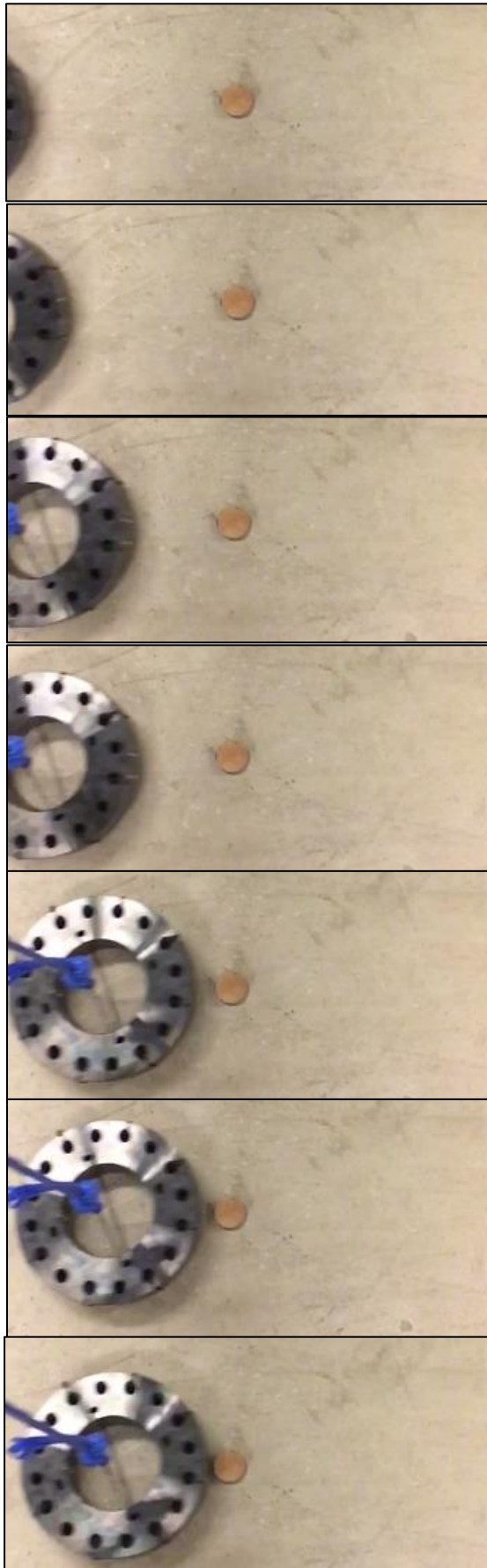


Figuur 14: Schematische weergave schijfje hout met daaropwerkende krachten

en losgelaten, dus de 0,5 m kan afwijken, wat verschillende resultaten als gevolg heeft. Ook is het schijfje heel dun, namelijk 0,8 cm dik en moet het gewicht net niet de grond raken, wat dus maar kleine marge is met een relatief zwaar pendelgewicht. Als extra randvoorwaarde wordt aangenomen dat er, ondanks de bevindingen in het vorige hoofdstuk, toch sprake is van een volkomen elastische botsing. Deze aanname houdt in dat de twee massa's

na de botsing niet samen verder gaan en dat er geen vervormingen bij het gewicht of de schijf optreedt. In dit geval wordt de impuls van het gewicht overgegeven aan het schijfje hout. De enige kracht die hier de impuls kan laten stoppen is dus de weerstandkracht.

De vloer waarop de proeven gedaan werd was helaas niet helemaal glad en de impuls was vrij groot voor het lichte schijfje, dus de proef is in totaal tien keer uitgevoerd en hieruit wordt een gemiddelde gehaald.



KEER	AFSTAND[CM]
1	258,5
2	267,0
3	251,5
4	338,5
5	327,5
6	-
7	281,0
8	249,0
9	289,0
10	288,0

Tabel 2: Experiment 1 schijfje hout voor wrijvingskracht

De zesde keer kwam het gewicht niet recht tegen de schijfje aan en is er geen afstand gemeten en de achtste keer stuiterde het schijfje, deze twee gegevens worden om die reden dus verder niet meer meegenomen.

Omdat ervan uit wordt gegaan dat het een volkomen elastische botsing is, geldt er:

$$\left(\frac{m_{\text{pendelgewicht}} \cdot v_{\text{pendelgewicht}}^2}{2} + \frac{m_{\text{schijf}} \cdot v_{\text{schijf}}^2}{2} \right)_{\text{voor botsing}}$$

=

$$\left(\frac{m_{\text{pendelgewicht}} \cdot v_{\text{pendelgewicht}}^2}{2} + \frac{m_{\text{schijf}} \cdot v_{\text{schijf}}^2}{2} \right)_{\text{na botsing}}$$

Behoud van impuls geldt altijd:

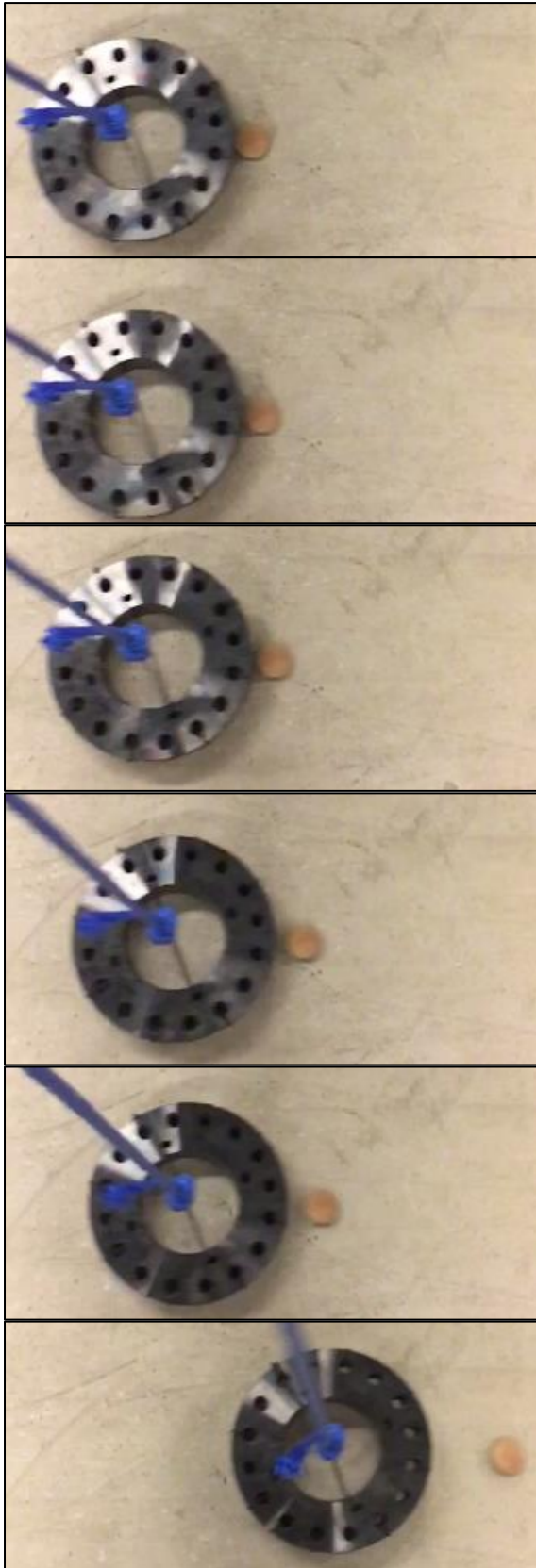
$$(m_{\text{pendelgewicht}} v_{\text{pendelgewicht}} + m_{\text{schijf}} v_{\text{schijf}})_{\text{voor botsing}}$$

=

$$(m_{\text{pendelgewicht}} v_{\text{pendelgewicht}} + m_{\text{schijf}} v_{\text{schijf}})_{\text{na botsing}}$$

Als extra informatie weten we dat $v_{\text{schijf, voor botsing}}$ gelijk is aan 0 want de schijf ligt stil. Dit geeft als waardes $v_{\text{pendelgewicht, na botsing}} = 3,128 \text{ m/s}$ en $v_{\text{schijf, na botsing}} = 6,26 \text{ m/s}$. Dit is ook

Figuur 15: Eerste helft experiment hout



Figuur 16: Tweede helft experiment hout

geprogrammeerd in python, wat te zien is in bijlage 4.

De wrijvingskracht is uitgerekend met behulp van het behoud van kinetische energie:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - F_w \cdot s = 0$$

In bovenstaande formule is alles bekend behalve de wrijvingskracht F_w . Voor de afstand s wordt steeds een andere afstand uit bovenstaande tabel 2 gehaald, dit geeft dus uiteindelijk acht verschillende wrijvingskrachten, variërend van 0,08683816 N, de kleinste, tot 0,1168776 N als grootste wrijvingskracht. Hiervan wordt het gemiddelde genomen en op die manier wordt gevonden voor wrijvingskracht $F_w = 0,103207518297 \text{ N}$. Deze wrijvingskracht is de totale wrijvingskracht, luchtweerstand zit hier dus ook in opgenomen.

Als extra controle is de wrijvingskracht ook berekend met behulp van de standaard snelheid-afstand formules. Er wordt uitgegaan van een recht evenredig afnemende snelheid. De volgende formules zijn bekend:

$$a = \frac{dv}{dt}, \quad v = \frac{ds}{dt} \rightarrow a \cdot ds = v \cdot dv$$

$$\int a \cdot ds = \int v \cdot dv \rightarrow a \cdot s = \frac{1}{2} \cdot v^2$$

$$\rightarrow a = \frac{v^2}{2 \cdot s}$$

Hieruit volgt dat: $F_w = m \cdot a = m \cdot \frac{v_0^2}{2 \cdot s} = 0,015 \cdot \frac{6,26^2}{2 \cdot 2,848} = 0,1032 \text{ N}$. Bij beide komt exact dezelfde wrijvingskracht uit wat een eventuele rekenfout elimineert. Als deze waarden in het programma Working Model gebruikt worden, waarbij het schijfje een beginsnelheid van 6,26 m/s krijgt en de weerstand als kracht op het middelpunt precies tegenovergesteld aan de snelheidsrichting werkt, blijkt daar een verschil in afstand van 0,0002 m uit te komen. Dit is zo klein dat het als bewezen gezien mag worden dat het model van een schijfje goed is nagebootst en dat de wrijvingskracht per schijfje gezien mag worden als 0,1032 N.

5.3.2 Wrijving stalen schijf

De wrijving voor de stalen schijf wordt op exact dezelfde manier uitgerekend als bij de houten schijf. De stalen schijf heeft een doorsnede van 20 cm en een gewicht van 7 kg. In eerste instantie werd de pendel weer 0,5 m opgetild en losgelaten, echter was de impuls hierdoor aan de kleine kant en is er dus voor gekozen om de pendel 1,0 m op te tillen. Hiermee wordt de impuls groter en de resultaten betrouwbaarder. Dit geeft de berekening voor de grootte van de impuls als volgt:

Op moment van loslaten is:

$$E_{kin} + E_{pot} = c \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 0^2 + 25 \cdot 9,81 \cdot 1,0 = 245,25 J$$

Met behulp van de wet van behoud van energie volgt hier dus uit:

$$E_{kin} + E_{pot} = c \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh \rightarrow \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot v^2 + 25 \cdot 9,81 \cdot 0 = 245,25 J$$

Hieruit volgt dat v op moment van impact gelijk is aan:

$$v = \sqrt{2 \cdot \left(\frac{245,25}{25} \right)} = 4,43 m/s$$

Dit is wederom geprogrammeerd in python, wat ook te zien is in bijlage 4.

POGING	AFSTAND[CM]
1	352
2	322
3	346
4	363
5	373

Tabel 3: Experimenten 1 schijf staal voor wrijvingskracht

Dit is de snelheid van de pendel vlak voor het moment van impact. Vervolgens is de stalen schijf weer op 15 cm van het middelpunt van de pendel gelegd. Om de wrijving te meten wordt dit in eerste instantie gedaan met maar één schijf. Deze proef is vijf keer uitgevoerd om eventuele meetfouten te elimineren.

Geheel berekend zoals voor de houten schijf, blijkt dat de snelheid, v_0 , van de stalen schijf gelijk is aan $v_{schijf, na botsing} = 6,92 m/s$. Wederom te zien in bijlage 4.

Als de formules van hoofdstuk 5.3.1 worden uitgevoerd voor de stalen schijf wordt er een Wrijvingskracht van $F_w = 47,8559441077 N$ verkregen. Door dit in Working Model te testen, blijkt het correct zoals hier onder te zien is in figuur 17.



Figuur 17: Weergave schijf staal in Working Model 2D

5.3.3 Wrijving conclusie

De wrijving die in bovenstaande paragrafen zijn gevonden zijn echter geen constanten die zomaar gebruikt kunnen worden bij de proeven met zes schijfjes. Dit heeft te maken met het feit dat de wrijving sterk afhangt van de ruwheid van de vloer. Omdat de vloer een beton gestorte vloer is, steken er steentjes uit op bepaalde plekken. Omdat de pendel met de hand werd losgelaten wordt, krijgt de opstelling elke keer vanuit een iets andere hoek een impuls, hierdoor zitten de steentjes als het ware elke keer op een ander punt van het traject van elke afhankelijk schijfje en dus een licht afwijkende wrijvingskracht. Dit betekent dat bovenstaande waardes niet als constantes gebruikt kunnen worden. Wat wel kan worden afgeleid uit de bovenstaande subhoofdstukken, is dat de methode correct is. De wrijving kan met behulp van de initiële snelheid en massa bepaald worden.

5.4 Zes schijfjes

Door de experimenten is gebleken dat de puur elastische botsing zoals voorspeld in bijlage 2.3, figuur 35 niet realistisch is. Alle schijfjes bij zowel het hout als het staal gaan bewegen. De aanname dat het een volkomen elastische botsing is tussen het pendel gewicht en het eerste schijfje wordt echter wel aangehouden omdat anders alle berekeningen veranderen waarvoor kennis nodig is die nog niet is opgedaan in de bachelor civiele techniek. Bij zowel hout als staal zijn deze proeven meerdere malen uitgevoerd en bij beide is uiteindelijk gekozen om met de tweede poging verder te werken.

5.4.1 Restitutiecoëfficiënt

Als een botsing volledig elastisch is, is de restitutiecoëfficiënt gelijk aan 1. Is de botsing volkomen onelastisch, dan is de restitutiecoëfficiënt gelijk aan 0. Dit betekent dat de restitutiecoëfficiënt e tussen de 0 en 1 zit als het een onvolkomen elastische botsing is. In dit geval gaat er iets van energie verloren in bijvoorbeeld de vorm van vervorming of warmte. Bij een additioneel experiment is gebleken dat als er een botsing tussen drie schijven is, de schijven één, twee en drie uit de opstelling van zes schijven, alle drie de schijven even ver komen. Dit betekent dat de eindsnelheid van de schijven na de botsing gelijk is, en dit betekent weer dat de kinetische energie voor alle drie de schijven hetzelfde is.

Er is voor elke e tussen 0 en 1 met tussenstappen van 0,05 gekeken naar de kinetische energie in Working Model 2D. Deze waarden zijn allemaal opgeslagen en met python geprogrammeerd om tot de ideale e , de e waarbij de kinetische energie voor alle drie de cirkels gelijk zijn, te komen. Dit is te zien in bijlage 6.

De ideale e voor hout blijkt 0,037475 te zijn. Voor staal is $e = 0,053125$. Deze e zal als eigenschap worden ingevuld voor elk schijfje in het programma Working Model 2D.

5.4.2 Hout

De opstelling zoals eerder vermeld is in het programma Working Model 2D gezet met de eigenschappen zoals vermeld in hoofdstuk 2.2. Schijf één heeft een beginsnelheid $v_o = 6.26 \text{ m/s}$ zoals berekend is in hoofdstuk 4.3.1. In Working Model 2D (wordt vanaf nu WM genoemd) wordt dit bij schijfje één als V_y ingegeven. Alle andere schijven hebben geen beginsnelheid en zoals eerder vermeld wordt de zwaartekracht als niet bestaand beschouwd. Zowel translatie-, en rotatie energie wordt bijgehouden en geeft de resultaten zoals ze in tabel 4 te zien zijn.

Schijf	$E_{\text{kin, totaal voor botsing}}$ [Joule]	$E_{\text{kin, totaal na botsing}}$ [Joule]	$E_{\text{kin, trans na botsing}}$ [Joule]	$E_{\text{kin, rot na botsing}}$ [Joule]	Bijzonderheden
1	0,293907	0,007521	0,007521	0	Ja
2	0	0,011583	0,010982	0,000601	Nee

3	0	0,011583	0,010982	0,000601	Nee
4	0	0,011648	0,010798	0,000085	Nee
5	0	0,007681	0,007681	0	Ja
6	0	0,011648	0,010798	0,000085	nee

Tabel 4: Resultaten kinetische energie bij hout met zes schijfjes

De bijzonderheden bij schijfje één en vijf komt doordat schijfje vijf in eerste instantie hele kleine kinetische translatie energie krijgt overgedragen door schijfjes twee en drie. Echter na 0,1350 s wordt schijfje vijf geraakt door schijfje één. De energie die in tabel 4 bij beide schijfjes staan zijn de waarden die na de tweede botsing verkregen zijn. Omdat de tweede botsing heel snel plaatsvindt, 0,135 s is deze met het blote oog nauwelijks waar te nemen, wordt de energie voor de botsing verwaarloosd en alleen met de energie die hierboven staat gerekend.

In bovenstaande tabel is wel goed te zien dat de voorspelling gemaakt in hoofdstuk 4 over de symmetrie volledig klopt. Echter in hoofdstuk 4 werd er geen rekening gehouden met rotatie die uiteraard kinetische energie geeft. Dit maakte de oplossing gecompliceerder dan in eerste instantie verwacht. Echter door een (tegengesteld) moment te laten aangrijpen in het centrum van de cirkels kon dit worden opgelost. Het doel was om een resultaat, verkregen met de experimenten, exact na te bootsen met WM. In tabel 5 zijn die resultaten te zien.

Schijfje	Afstand [m]
1	1,80
2	2,03
3	2,76
4	1,55
5	2,06
6	1,88

Tabel 5: Resultaten verkregen uit experiment

Ondanks dat de opstelling in theorie dus perfect symmetrisch is, blijken de resultaten dat niet te zijn. Dat is perfect te verklaren doordat het pendel gewicht met de hand wordt opgetild en dus ook losgelaten. De kans dat het pendelgewicht schijfje één precies in de werklijn zoals in hoofdstuk 4 getekend raakt, is nihil. Dit betekent dat v_x in deze experimenten niet precies 0 is geweest. Echter wordt deze aanname wel gemaakt omdat het niet te achterhalen is met hoeveel graden is afgeweken van de werklijn.

Als eerste stap is de $E_{kin,rot}$ even buiten beschouwing gelaten. De wrijvingskracht, als constante F_w , is op dezelfde wijze berekend zoals in voorgaande paragrafen is gedaan.

$$E_{kin,trans} - F_w \cdot s = 0$$

$$E_{kin,trans,1} - F_{w,1} \cdot s = 0 \rightarrow 0,007521 - F_{w,1} \cdot 1,80 = 0 \rightarrow F_{w,1} = 0,004178 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,2} - F_{w,2} \cdot s = 0 \rightarrow 0,010982 - F_{w,2} \cdot 2,03 = 0 \rightarrow F_{w,2} = 0,005409 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,3} - F_{w,3} \cdot s = 0 \rightarrow 0,010982 - F_{w,3} \cdot 2,76 = 0 \rightarrow F_{w,3} = 0,003979 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,4} - F_{w,4} \cdot s = 0 \rightarrow 0,010798 - F_{w,4} \cdot 1,55 = 0 \rightarrow F_{w,4} = 0,006966 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,5} - F_{w,5} \cdot s = 0 \rightarrow 0,007681 - F_{w,5} \cdot 2,06 = 0 \rightarrow F_{w,5} = 0,003728 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,6} - F_{w,6} \cdot s = 0 \rightarrow 0,010798 - F_{w,6} \cdot 1,88 = 0 \rightarrow F_{w,6} = 0,005744 \text{ N}$$

De wrijvingskrachten werken in precies tegengestelde richting van de bewegingsrichting van de cirkels na de botsing. Voor cirkel één en vijf is dit heel duidelijk dat $F_{x,1} = F_{x,5} = 0 \text{ N}$; $F_{y,1} = 0,004178 \text{ N}$ en $F_{y,5} = 0,003728 \text{ N}$. Voor de overige cirkels is dit een heel andere kwestie. De richting is bepaald aan de hand van de snelheid die de cirkels hebben voordat er een kracht op werkt.

Dit wordt uitgelegd in bijlage 6. De krachten zoals ze in bijlage 6 staan, zijn de uiteindelijke krachten zoals ze in WM worden ingevoerd.

De krachten werken in eerste instantie gewoon oneindig lang. Om precies te bepalen op welk tijdstip $E_{kin,trans}$ nul is, bleek echter nagenoeg onmogelijk te zijn. Het programma is nauwkeurig tot $1/1000000$ in energie. Bij de tijd is er gekozen voor een nauwkeurigheid met stappen van $0,005$ s, iets wat met het blote oog absoluut niet te zien is. Voor schijf vijf is dit probleem uitgelicht. Als eerste werd de kracht ingesteld als werkende voor $t < 3,960$ s. Dit geeft een eindsnelheid van $0,000238$ m/s en dus een $E_{kin,trans} = 4,2383 \cdot 10^{-10}$ J. Dit betekent dus dat de cirkel nog steeds heel langzaam in positieve y richting beweegt. Daarna is de kracht ingesteld als werkende voor

$t < 3,961$ s, dus de kracht werkt $0,001$ s langer dan in het vorige scenario. Dit geeft vervolgens een eindsnelheid van $-0,000186$ m/s en dus een $E_{kin,trans} = 2,5947 \cdot 10^{-10}$ J. In dit geval beweegt de cirkel dus alweer in tegengestelde richting, in negatieve y richting, zij het nog langzamer. De mogelijkheid om precies tot het exacte nulpunt van de energie te komen is, moet dus ontzettend nauwkeurig zijn en is daardoor moeilijk te doen. Om deze reden is ervoor gekozen om in dit verslag een energie kleiner dan $0,0000001$ J als verwaarloosbaar klein te zien.

Aangezien de cirkels uiteraard niet blijven draaien, wordt er zoals eerder vermeld een moment berekend welke zal aangrijpen op hetzelfde punt als de kracht: namelijk het massa middelpunt van de schijf. Op het moment dat de $E_{kin,trans}$ kleiner is dan $0,0000001$ J wordt F_w stop gezet en wordt er gekeken naar het aantal rotaties in radialen, aangeduid met θ , die de cirkel op dat moment gemaakt heeft. Aan de hand hiervan wordt het moment bepaald.

$$E_{kin,rot} - M \cdot \theta = 0$$

$$E_{kin,rot,2} - M_2 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,000601 - M_2 \cdot -26,1 = 0 \quad \rightarrow M_2 = -0,000023 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$E_{kin,rot,3} - M_3 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,000601 - M_3 \cdot 35,4 = 0 \quad \rightarrow M_3 = 0,000017 \text{ N} \cdot \text{m}$$

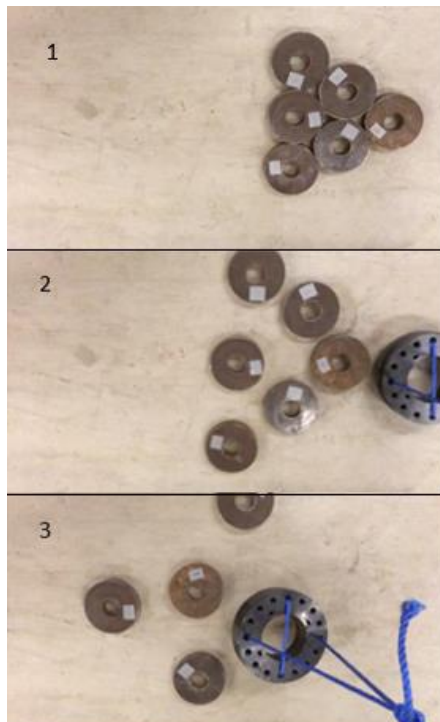
$$E_{kin,rot,4} - M_4 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,000085 - M_4 \cdot 7,1 = 0 \quad \rightarrow M_4 = 0,000012 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$E_{kin,rot,6} - M_6 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,000085 - M_6 \cdot -9,4 = 0 \quad \rightarrow M_6 = -0,000009 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Ook deze waardes worden ingevoerd in WM en ook deze werken tot op het punt dat $E_{kin,rot}$ kleiner is dan $0,0000001$ J.

De resultaten blijken te kloppen, zoals te zien is in bijlage 7. De afstanden komen overeen met de afstanden die in het experiment gemeten zijn en de schijven in WM.

5.4.3 Staal



Figuur 18: Experiment met stalen schijven

Links in figuur 18 zijn drie fasen van het experiment met de stalen schijven te zien. Er is van bovenaf gefilmd waarvan hiernaast drie belangrijke momenten te zien zijn. In één is de opstelling voor de botsing te zien. In twee heeft de opstelling net de botsing gehad. In drie is de eindfase te zien waarbij schijf vier en zes uit beeld geschoven zijn. Door de grijze stickers is te zien dat schijf één een moment mee krijgt. In de perfecte theorie gebeurt dit niet. Dit is in het experiment gebeurd doordat schijf een, net als bij het hout, niet precies door zijn werklijn geraakt is, waardoor er een rotatie optreedt. Omdat bij staal het pendelgewicht hoger werd opgetild wordt de hoek die afwijkt van de werklijn eerder groter dan kleiner. Voor de rest van dit hoofdstuk wordt deze afwijking, net als bij hout, als niet bestaand beschouwd. Er wordt gewerkt onder de aanname dat het pendelgewicht schijf een wél precies in het midden van zijn werklijn geraakt heeft.

Het principe voor zes schijfjes van staal is exact hetzelfde als voor hout. Schijf een heeft nu echter een begin snelheid $v_0 = 6,92 \text{ m/s}$ zoals berekend is in hoofdstuk 4.3.2. In WM wordt dit als v_y ingegeven, en net als bij hout hebben de andere schijven geen beginsnelheid. Bij staal wordt de kinetische rotatie energie, de kinetische translatie en de totale kinetische energie bijgehouden in een wereld waarin nog geen restricties zijn, dus geen wrijvingskrachten of zwaartekracht etc. In tabel 6 zijn die resultaten vastgelegd. Wat betreft de nauwkeurigheid gelden bij staal dezelfde regels zoals ze in het voorgaande paragraaf gehanteerd worden: kleiner dan $0,0000001 \text{ J}$ is verwaarloosbaar klein en wordt gelijkgesteld aan 0 J .

Schijf	$E_{\text{kin, totaal voor botsing [Joule]}}$	$E_{\text{kin, totaal na botsing [Joule]}}$	$E_{\text{kin, trans na botsing [Joule]}}$	$E_{\text{kin, rot na botsing [Joule]}}$	Bijzonderheden
1	167,65	6,796	6,796	0	Ja
2	0	5,511	5,190	0,321	Nee
3	0	5,511	5,190	0,321	Nee
4	0	6,019	5,994	0,026	Nee
5	0	3,619	3,619	0	Ja
6	0	6,019	5,994	0,026	Nee

Tabel 6: Resultaten kinetische energie bij staal met zes schijfjes

De bijzonderheden zijn tussen schijfje een en vijf omdat daar twee botsingen plaats vinden. Echter vindt deze tweede botsing in het experiment niet plaats zoals in figuur 18 te zien is. De wrijvingskracht is blijkbaar dermate groot dat beide schijven vrij snel stil liggen en dus niet twee keer met elkaar botsen. In tabel 6 is dan ook de energie te zien ná de eerste botsing maar vóór de tweede botsing.

Ook bij staal is het doel om het experiment perfect na te bootsen in WM. In tabel 7 staan de resultaten zoals ze verkregen zijn uit de experimenten. Hoewel ook hier geen perfecte symmetrie bereikt is, is de werkelijkheid wel vrij dicht in de buurt bij symmetrie. Waarschijnlijk heeft dat

Schijf	Afstand [m]
1	0,51
2	0,73
3	0,64
4	1,17
5	0,75
6	1,19

Tabel 7: Resultaten experiment

voornamelijk te maken met het feit dat het pendelgewicht qua vorm en gewicht min of meer in dezelfde klasse zit als de schijven zelf. Dit betekent dat dit experiment meer zegt over de werkelijkheid dan het experiment met hout zoals bovenstaand beschreven is, aangezien de oorspronkelijke probleemstelling het probleem onderzoekt wat er gebeurt als er met een kogel op een Safety Concrete geschoten wordt. Een kogel en een grindkorrel zitten redelijk bij elkaar in de buurt qua gewicht en afmeting.

Als eerste stap wordt de rotatie energie weer tijdelijk verwaarloosd. Met dezelfde methode als bij hout wordt de wrijvingskracht F_w berekend van elke schijf.

$$E_{kin,trans} - F_w \cdot s = 0$$

$$E_{kin,trans,1} - F_{w,1} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 6,796 - F_{w,1} \cdot 0,51 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,1} = 13,325 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,2} - F_{w,2} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 5,190 - F_{w,2} \cdot 0,73 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,2} = 7,110 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,3} - F_{w,3} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 5,190 - F_{w,3} \cdot 0,64 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,3} = 8,109 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,4} - F_{w,4} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 5,994 - F_{w,4} \cdot 1,17 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,4} = 5,123 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,5} - F_{w,5} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 3,619 - F_{w,5} \cdot 0,75 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,5} = 4,225 \text{ N}$$

$$E_{kin,trans,6} - F_{w,6} \cdot s = 0 \quad \rightarrow \quad 5,994 - F_{w,6} \cdot 1,19 = 0 \quad \rightarrow \quad F_{w,6} = 5,037 \text{ N}$$

Deze krachten worden op dezelfde manier ontbonden net als bij hout, dit is te zien in bijlage 6. Vervolgens worden de krachten zoals ze in die bijlage berekend worden, ingevoerd in WM en wordt weer zo nauwkeurig mogelijk bepaald wanneer $E_{kin,trans}$ kleiner dan 0,0000001 J is en dus de krachten worden stopgezet.

Op dat moment wordt gekeken hoeveel rotaties de schijven gemaakt hebben en aan de hand daarvan wordt het moment dan in het massamiddelpunt aangrijpt berekend volgens de bekende methode. Zoals eerder vermeld wijkt dit af van de werkelijkheid omdat in de werkelijkheid schijf één een rotatie heeft door een afwijkende graad van botsing met het pendelgewicht. Dit wordt hier buiten beschouwing gelaten.

$$E_{kin,rot} - M \cdot \theta = 0$$

$$E_{kin,rot,2} - M_2 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,321 - M_2 \cdot 2,641 = 0 \quad \rightarrow \quad M_2 = 0,122 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$E_{kin,rot,3} - M_3 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,321 - M_3 \cdot 2,375 = 0 \quad \rightarrow \quad M_3 = 0,135 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$E_{kin,rot,4} - M_4 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,026 - M_4 \cdot 3,953 = 0 \quad \rightarrow \quad M_4 = 0,0066 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$E_{kin,rot,6} - M_6 \cdot \theta = 0 \quad \rightarrow \quad 0,026 - M_6 \cdot 4,001 = 0 \quad \rightarrow \quad M_6 = 0,0065 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Wederom worden deze waardes ingevoerd in WM en werken tot op het punt dat $E_{kin,rot}$ kleiner is dan 0,0000001 J.

In bijlage 7 zijn de resultaten te zien, waaruit blijkt dat ze kloppen met de werkelijkheid.

6. Discussie

In dit hoofdstuk worden de resultaten zoals ze beschreven zijn in het vorige hoofdstuk bekeken en geanalyseerd.

6.1 Conclusies resultaten experimenten

Als er gekeken wordt naar de resultaten van tabel 4 en tabel 6, is te zien dat er zowel bij hout als bij staal na de initiële botsing $\pm 80\%$ E_{kin} resteert, dus dat er $\pm 20\%$ E_{kin} verloren gaat.

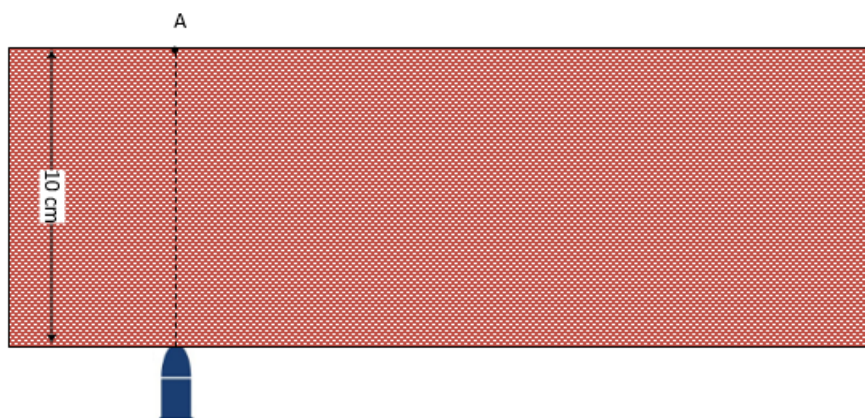
$$\text{Hout} \rightarrow \frac{\sum E_{kin, na \text{ botsing}}}{\sum E_{kin, voor \text{ botsing}}} \cdot 100\% = \frac{0,007521 + 0,011583 \cdot 2 + 0,011648 \cdot 2 + 0,007681}{0,293907} \cdot 100\% = \pm 21\%$$

$$\text{Staal} \rightarrow \frac{\sum E_{kin, na \text{ botsing}}}{\sum E_{kin, voor \text{ botsing}}} \cdot 100\% = \frac{6,796 + 5,511 \cdot 2 + 6,019 \cdot 2 + 3,619}{167,65} \cdot 100\% = \pm 20\%$$

Hieruit kan de conclusie getrokken worden dat hout en staal nagenoeg gelijk zijn en dat dus conclusies voor staal ook voor hout gelden. Echter, beide hebben zes schijven in drie rijen opgesteld. Naar alle waarschijnlijkheid verschilt het percentage als er minder of meer rijen, en dus schijven, zijn. In WM worden nog twee opstellingen gemaakt, allemaal zonder wrijvingskracht. Deze opstellingen bestaan uit twee rijen van de schijven van staal en vier rijen met alle andere waardes zoals ze in bovenstaand hoofdstuk staan; hiervan wordt $E_{kin, totaal}$ bijgehouden voor alle schijven. Deze resultaten worden geëxtrapoleerd. Zowel de resultaten als de extrapolatie zijn te zien in bijlage 8.

Opmerkelijk is dat de hoeveelheid kinetische energie in alle verschillende scenario's ongeveer gelijk is verdeeld over de schijven: de buitenste schijven hebben meer kinetische energie maar het verschil is verwaarloosbaar klein. Grindkorrels maat $\varnothing 16 \text{ mm}$ worden als maatgevende grootte korrels genomen omdat dat vrij grote korrels zijn, hetgeen een vereiste is voor Safety Concrete, maar wel nog een enigszins normale maat voor een muurtje.

Om een beter idee te krijgen van wat dit inhoudt, wordt er een voorbeeld genomen. Als voorbeeld wordt een kogel op een muur afgeschoten. Deze kogel geeft een vergelijkbare impuls met de experimenten zoals ze in dit rapport zijn uitgevoerd. Om schade toe te brengen aan de menselijke huid is er volgens een artikel van de NCBI een minimumsnelheid van 70 m/s van de kogel vereist om penetratie van de huid en onderliggend weefsel te veroorzaken (DiMaio, 1981).



Figuur 19: schematische weergave kogel bij muurtje van 10 cm

Als er dan een muur van 10 cm dik zou moeten komen, zijn er dus $\frac{10 \text{ cm}}{1,6 \text{ cm}} = 6,25$ rijen nodig. Dit wordt in de gefitte lijn van bijlage 8.2 ingevoerd: $y(6,25) = 101,74 \cdot (6,25)^{-1,475} = 6,82\%$. Dit houdt in dat een kogel aan de ene kant een muurtje van 10 cm dik, gemaakt van Safety Concrete

met grindkorrels $\emptyset 16 \text{ mm}$, ingaat, er aan de andere kant, bij A, nog maar 6,82% van de initiële kinetische energie over is.

Stel dat men precies bij A staat tegen het muurtje zoals te zien is in figuur 19. Een grindkorrel van 16 mm heeft ongeveer een massa van 0,1 g. Bij een snelheid van 70 m/s hoort dan een $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 70^2 = 0,245 \text{ J}$. Dit houdt in dat, wil er penetratie van de huid ontstaan, een kogel met $\pm 3,6 \text{ J}$ de muur van 10 cm in moet gaan. Volgens een artikel van hyper textbook kan een geweer een kogel van 4,2g afschieten met een snelheid van 965 m/s, dit geeft een $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 4,2 \cdot 10^{-3} \cdot 965^2 = 1955,57 \text{ J}$. Dit is overduidelijk veel meer en is dus schadelijk.

Stel dat deze kogel met een snelheid van 965 m/s in de muur wordt geschoten en er toch geen schade wordt opgelopen door de persoon die bij A staat, dan zou de muur 7,144 m dik moeten zijn. De formules hieronder geven een verklaring voor deze dikte.

$$\frac{0,245}{1955,57} \cdot 100\% = 0,0125\%$$

$$101,74 \cdot (\text{aantal rijen nodig})^{-1,475} = 0,0125 \quad \rightarrow \text{aantal rijen nodig} = 446,5$$

$$446,5 \cdot 1,6 = 714,4 \text{ cm} = 7,144 \text{ m}$$

In eerste instantie lijkt dit uiteraard een bizar dikke muur en moet er haast wel een fout gemaakt zijn. Men moet wel in gedachte houden dat deze zogenaamde muur op dit moment alleen maar uit grindkorrels bestaan die op een magische manier op elkaar blijven liggen volgens de packing zoals is beschreven in hoofdstuk 3. Voor deze stap van het experiment is het cement namelijk tussen de korrels weggehaald. Dit houdt dit dat de korrels geen bindmiddel hebben en dus veel sneller wegschieten.

Echter zelfs met dat in gedachte is de muur ontzettend dik. Dit kan twee dingen betekenen, namelijk dat de extrapolatie niet correct is of dat WM toch geen goed programma is om te gebruiken voor dit soort experimenten.

7. Conclusie en aanbeveling

In dit hoofdstuk wordt de conclusie getrokken en de doelstelling beantwoord. Daarnaast worden nog aanbevelingen gedaan.

7.1 Doelstelling

De doelstelling voor dit rapport is de vraag of het programma Working Model 2D een realistisch programma is om een vereenvoudigd model van Safety Concrete mee te simuleren. In bovenstaande hoofdstukken zijn alle subvragen beantwoord en daardoor zou het dus mogelijk moeten zijn om de doelstelling te beantwoorden.

7.2 Conclusie

Working Model kan het gedrag van botsende schijven die wrijving ondervinden nauwkeurig beschrijven. (Zie de figuren en tabellen in bijlage 7). Het dynamische gedrag kan in kleine tijdstapjes worden gesimuleerd en dit gedrag komt goed overeen met de resultaten van de experimenten die zijn uitgevoerd.

In Working Model kunnen deeltjes met veren en dempers verbonden worden. Voor deze veren en dempers kunnen niet lineaire eigenschappen ingevoerd worden. Er was geen tijd in dit project om deze eigenschappen te onderzoeken, niettemin laat het zich aanzien dat ook de eigenschappen van Safety Concrete kunnen worden beschreven zoals: breuk bij een lage trekkracht en samendrukken bij een hoge drukkracht.

Hoewel nog niet alles onderzocht is, zijn in dit project geen beperkingen van Working Model gevonden waardoor het modelleren van Safety Concrete onmogelijk is. In de nabije toekomst zou Working Model een gereedschap kunnen zijn om het ingewikkelde gedrag van Safety Concrete te simuleren en te optimaliseren.

Working Model beschrijft een tweedimensionale ruimte. Er bestaat ook een driedimensionale versie genaamd SimWise4D. Hiermee is niet gewerkt in dit project. Om van een tweedimensionale realiteit naar een driedimensionale realiteit te gaan, komen uiteraard een aantal extra problemen op. In het bijzonder hoeveel tegelijk bewegende deeltjes kunnen worden gesimuleerd en hoeveel rekentijd dit kost. Wat dit laatste betreft is de jaarlijks toenemende computercapaciteit een gunstige factor.

7.3 Aanbevelingen

Er zijn twee aanbevelingen wat betreft het programma Working Model 2D bedacht die de simulatie in het programma nog beter laten aansluiten op de realiteit. Dit zijn mijn persoonlijke aanbevelingen, met als uitgangspunt dat er niet wordt overgestapt op SimWise 4D maar wordt verder gegaan met het 2D model zoals bereikt in hoofdstuk 3.

Het programma geeft in 2D alleen een vooraanzicht. Het programma heeft al ontzettend veel instelling, maar als die uitgebreid zouden kunnen worden met een bovenaanzicht, zou dit heel handig zijn. In dit project wordt er namelijk gewerkt met bovenaanzicht; omdat het niet mogelijk was om het bovenaanzicht aan te klikken in het programma, heb ik in het programma gedaan alsof het bovenaanzicht een vooraanzicht was. Hiervoor heb ik de zwaartekracht moeten uitzetten, anders zouden mijn schijven de hele tijd naar beneden vallen. Door deze keuze was de optie frictie beperkt. De frictie die is ingevuld, was enkel van toepassing als er twee cirkels met elkaar botsten, omdat er geen ondergrond in mijn project was. Dit probleem is opgelost door krachten te laten aannemen op het massamiddelpunt van de cirkels, deze representeerde de wrijvingskracht met de ondergrond. Dit heeft veel werk gekost. Als er dus een bovenaanzicht optie was geweest, zou hier nagenoeg geen tijd

in zijn gaan zitten en zou er al een volgende stap, schijven met verbindingen in de vorm van dempers bijvoorbeeld, gedaan kunnen zijn in dit project.

De laatste aanbeveling wat betreft het programma heeft betrekking op de duur van de krachten en momenten. Zoals in hoofdstuk 5.4.2 en 5.4.3 wordt aangegeven, is het moment waarop de kinetische energie gelijk is aan 0, nauwelijks vast te stellen omdat het programma verder ontzettend nauwkeurig is. Een verschil van 0,001 s geeft opeens een relatief enorme stap in snelheid, zoals hoofdstuk 5.4.2 laat zien aan de hand van het voorbeeld van cirkel vijf. In dit project is het wenselijk dat de kracht of het moment stopt met werken zodra de kinetische energie gelijk is aan nul, of het nu over translatie- of rotatie-energie gaat.

Naast de twee aanbevelingen voor het programma zijn er nog aanbevelingen voor het huidige project maar ook voor het toekomstige project in het algemeen.

De eerste en belangrijkste aanbeveling hierin volgt uit hoofdstuk 3. De laatste vereenvoudiging was daarbij de cement weg te halen tussen de korrels. Als eerste volgende stap raad de auteur aan om de cement weer toevoegen. Zoals eerder vermeld kan dit goed worden gesimuleerd in Working Model 2D met behulp van een demper, die voor bepaalde tijd werkt.

Stel dat de aanbevelingen zoals ze hierboven beschreven staan worden opgevolgd, dan zou het simuleren van schijven met dempers een goede representatie zijn van de alsnog sterk vereenvoudigde werkelijkheid.

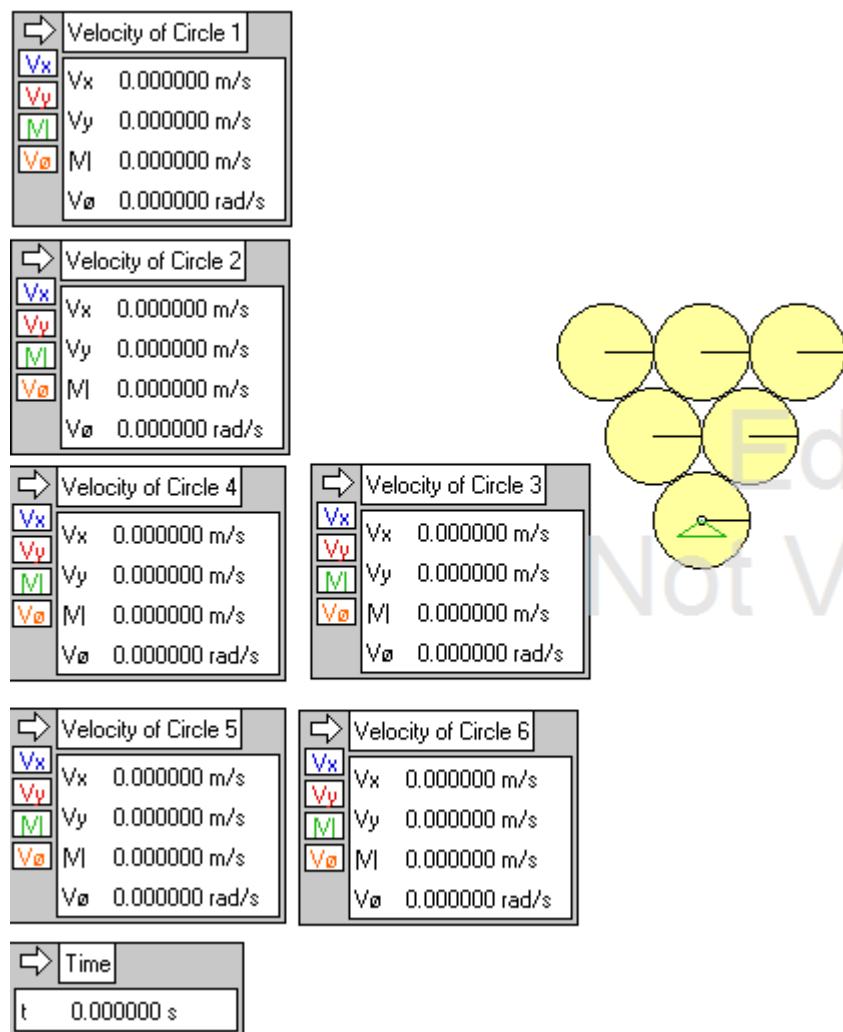
De volgende aanbeveling volgt uit persoonlijke errors. Zoals beschreven in hoofdstuk 2.2.3 is er geen experiment uitgevoerd om de statische en kinetische wrijving van zowel het hout als het staal vast te stellen. Dit zijn randvoorwaarden die belangrijk zijn om zelf vast te stellen, in plaats van uit een tabel te halen. Dit om zeker te weten dat de conclusies die uit een project gehaald worden, geloofwaardig zijn en dus kloppen.

Als laatste aanbeveling wordt aanbevolen om de situatie, in welke de experimenten die eventueel in de toekomst voor dit project gedaan worden, in beter gecontroleerde omstandigheden uit te voeren. In de experimenten zoals ze in dit project zijn uitgevoerd waren de omstandigheden niet optimaal zoals bijvoorbeeld een niet perfect gladde ondergrond, wat voor extra wrijving zorgde. Het was ook, zelfs met vijf mensen, onmogelijk om alles bij te houden, zoals bijvoorbeeld tijd. Als laatste minder optimale omstandigheid bij de uitgevoerde experimenten waren de kleine dingen zoals bijvoorbeeld het optillen van het pendelgewicht met de hand. Het is dus heel goed mogelijk dat de hoogte van 0,5 m en 1 m licht afwijkt en daarmee ook de impuls die de pendel aan de schijven gaf.

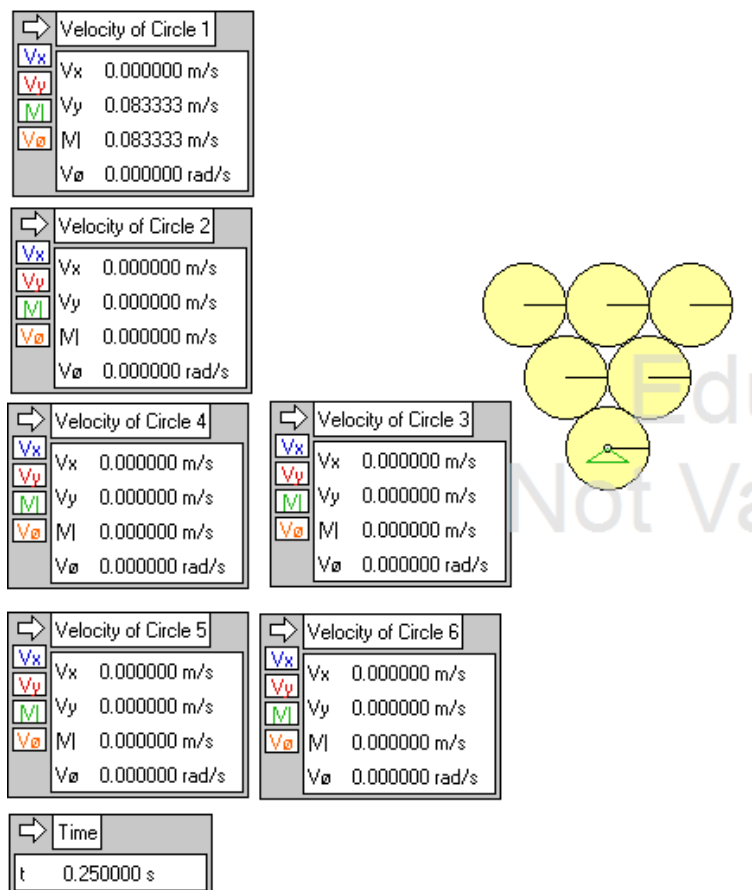
8. Literatuurlijst

- Özbek, A. Ş. A. (2016), *Design and Analyses of Porous Concrete for Safety Applications*, Faculteit Civiele Techniek, Technische Universiteit Delft, Delft, PhD.
- The Wound Channel, (14 December 2015). *Incredible Super Slow Motion Bullet Impact! - M855A1* [youtube]. Geraadpleegd op 26 juli 2018 van <https://www.youtube.com/watch?v=fX4ODh1g4eM>
- Gartside, P. (Najaar 2011). Cannonballs and Honeycomb [illustratie]. Geraadpleegd op 26 juli 2018 van <http://www.math.pitt.edu/articles/cannonOverview.html>.
- Understanding Molecular Simulations: GeneralMatlab/hcp.m File Reference [Illustratie]. (z.d.). Geraadpleegd op 26 juli 2018, van http://www.cchem.berkeley.edu/chem195/hcp_8m.html
- DiMaio, V. (2 juni 1981). Penetration and perforation of skin by bullets and missiles. A review of the literature. Geraadpleegd op 23 november 2018 van <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/7304523>
- Zitzewitz, Paul W. & Robert F Neff. (1995). Merill Physics: Principles and Problems. Geraadpleegd op 23 November 2018 van <https://hypertextbook.com/facts/2000/ShantayArmstrong.shtml>

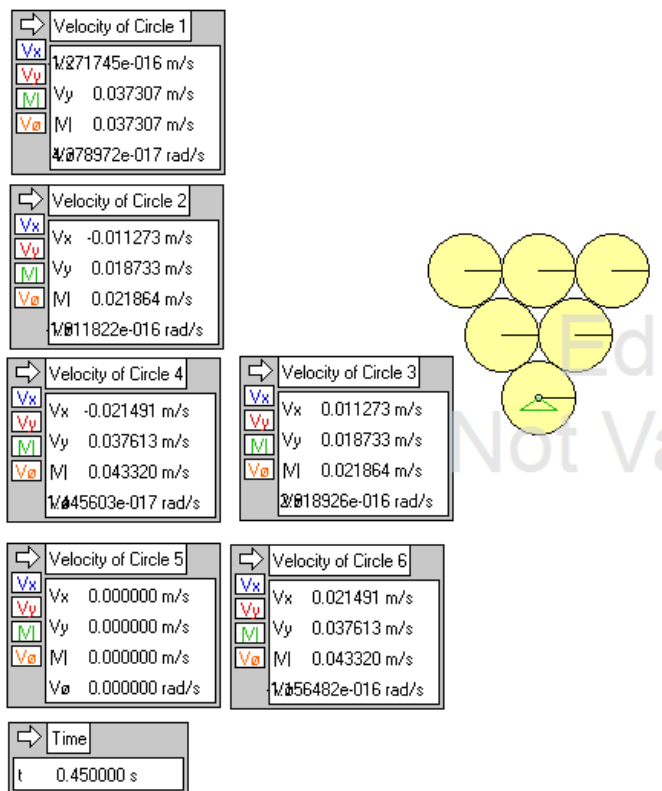
Bijlage 1: Resultaten wrijvingloos model



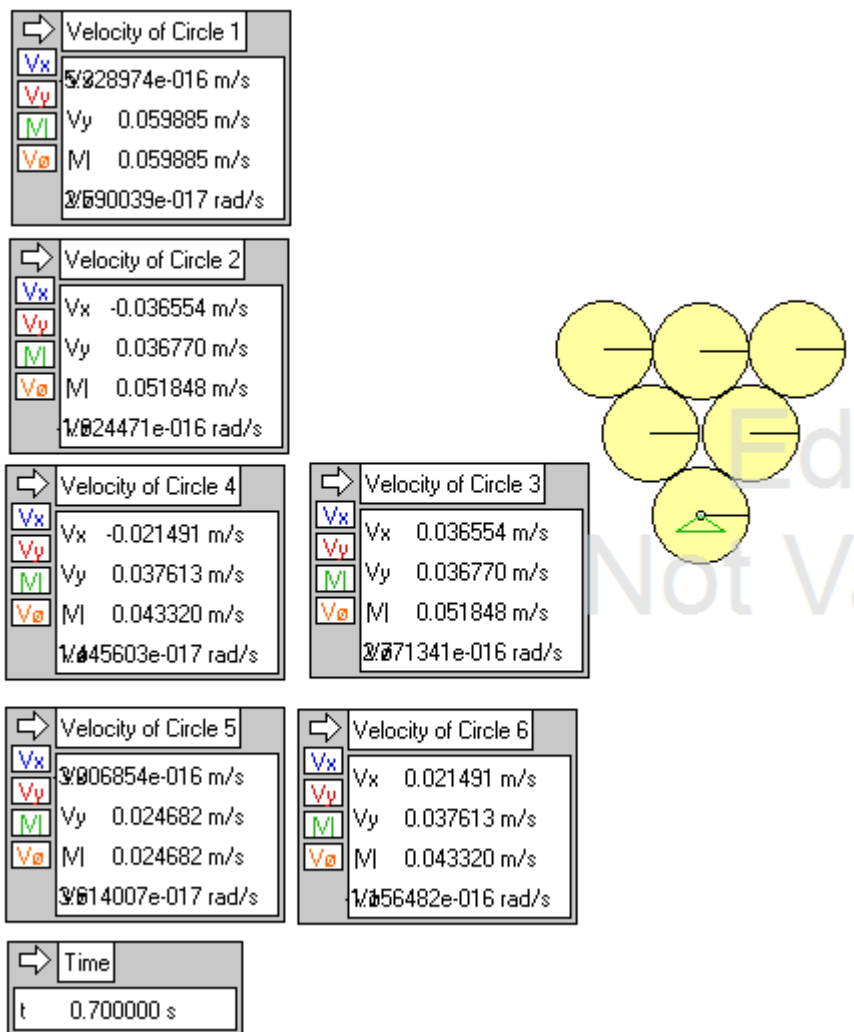
Figuur 20: simulatie voor de start



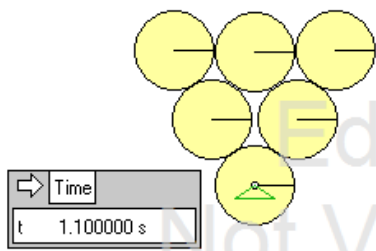
Figuur 21: simulatie op $t=0.25$ s



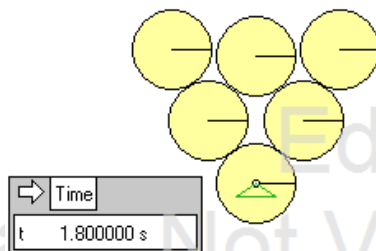
Figuur 22: simulatie op $t=0.45$ s



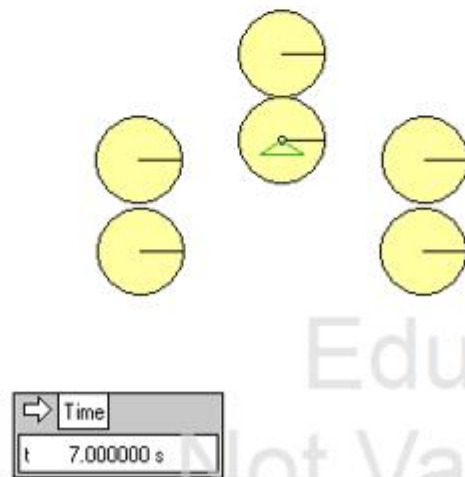
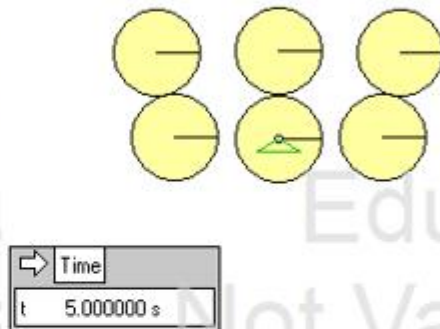
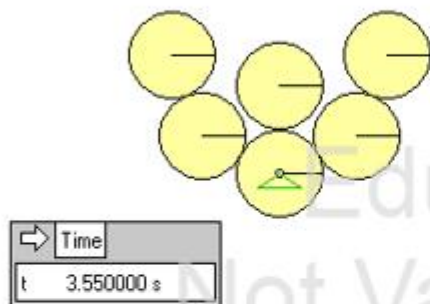
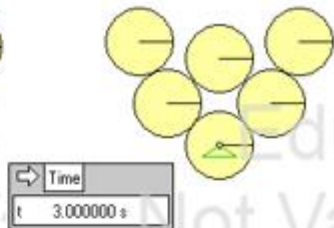
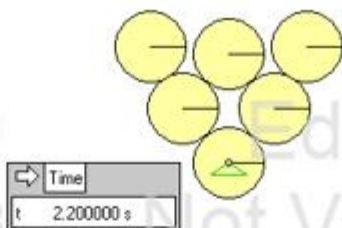
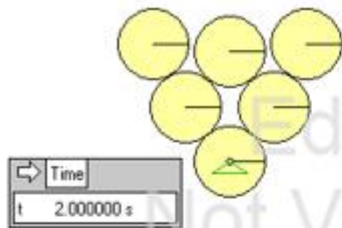
Figuur 23: simulatie op t=0.7 s



Figuur 25: simulatie op $t = 1.10$ s



Figuur 24: simulatie op $t=1.8$ s



Figuur 26: simulatie op verschillende tijdstippen tussen 2.0 s en 7.0 s

Bijlage 2: Experiment 1

Experiment één was de oorspronkelijke opzet, echter blijkt aan het eind van de berekeningen dat de snelheid van de stoot te klein was om hier gedegen conclusies aan te verbinden. Vandaar dat de experimenten nogmaals in ietwat andere opstelling gedaan zijn, dit is te lezen in hoofdstuk 5.

B2.1 Situatieschets

In eerste instantie was het plan om bovenstaande met biljartballen te simuleren. Hier zijn ook proeven voor uitgevoerd, met jeu de boules ballen. In dezelfde opstelling als hierboven worden zes jeu de boules ballen neergelegd en daar wordt een zevende bal op losgelaten. Echter gebeurt er dan nog iets, wat niet vergelijkbaar is met beton. Hier beneden is de oorspronkelijke opstelling (de ballen moesten worden vastgehouden omdat ze anders kleine stukjes wegrolde, vlak voor moment van impact werden ze losgelaten) te zien en wat er uiteindelijk gebeurt.



Figuur 27: Oorspronkelijke opstelling ballen



Figuur 28: Opstelling ballen einde experiment

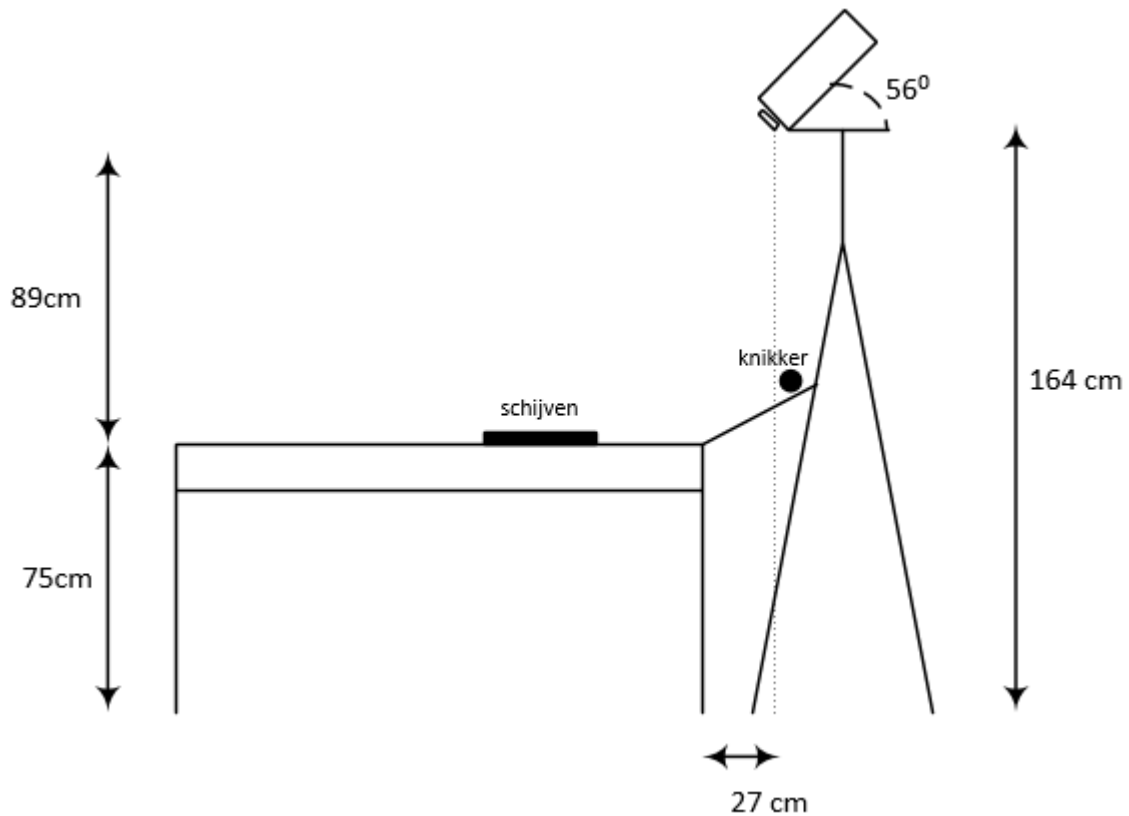
Zoals met de foto's naast elkaar goed te zien is, ondergaan de ballen niet alleen een translatie maar ook een rotatie. Als dit vergeleken wordt met beton, is het uiteraard niet realistisch dat de



Figuur 29: Totale proefopstelling

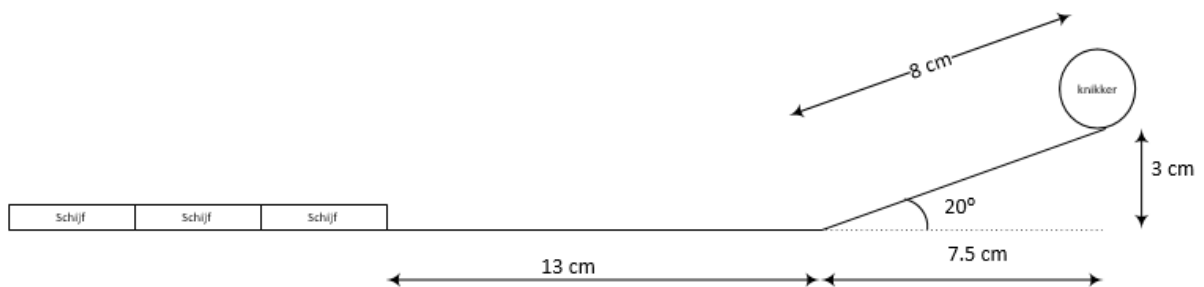
grindkorrels een rotatie ondergaan terwijl ze nog in de beton zitten. Vandaar dat er vervolgens gekozen is om het te simuleren met houten schijven. Deze werden weer in bovenstaande opstelling neergelegd. Het zijn houten schijven van 15 gram met een diameter van 5 cm. In deze opstelling wordt precies in de lijn van de loodrechte afstand van schijven een en vijf een knikker van 96 gram en een diameter van 4,15 cm losgelaten. Er werd een camera boven gehangen om alles van bovenaf te filmen. Hier links een foto van de proefopstelling, weliswaar met de jeu de boules-ballen, maar de opstelling is, op het verschil met schijven in plaats van ballen na, exact hetzelfde gebleven.

Hieronder een situatieschets van de proefopstelling, niet op schaal.



Figuur 30: Situatie schets volledige proefopstelling

De situatieschets voor de proef zelf ziet er uit zoals te zien is in figuur 31, wederom niet op schaal.

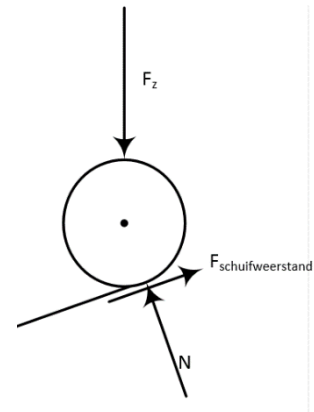


Figuur 31: Proefopstelling ingezoomd

De totaal afgelegde weg van de knikker tot de schijven is dus 21 cm.

B2.2 Handberekening randvoorwaarden

Om te weten met welke impuls de knikker tegen de schijven aan zal komen, is de snelheid van de knikker op het moment van impact nodig. Eerst zal er dus gekeken worden naar de krachten die op de knikker werken, zoals hiernaast weergegeven. Echter gaat het over een knikker die over hout rolt, de rolweerstand hiervan is verwaarloosbaar klein. Door deze vereenvoudiging kan gesteld worden dat voor elk punt moet gelden $E_{kin} + E_{pot} = \text{constant}$. Hieruit volgt: $E_{kin} + E_{pot} = c \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh = c$. Op het punt van de knikker loslaten is de kinetische energie gelijk aan 0 en is de potentiële energie maximaal. Onder aan de helling is de potentiële energie gelijk aan 0 en is de kinetische energie dus maximaal.



Figuur 32: Schematische weergave knikker met daarop werkende krachten

Op moment van loslaten:

$$\frac{1}{2} 0.096 \cdot 0^2 + 0.096 \cdot 9.81 \cdot 0.03 = c$$

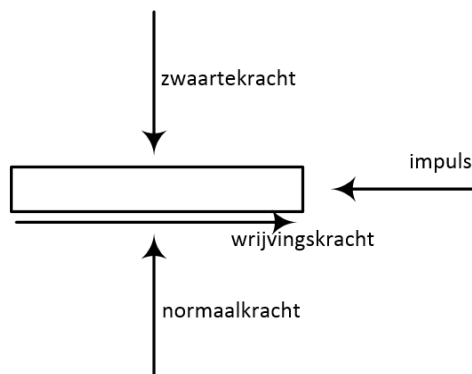
$$c = 0.02825 \text{ J}$$

Einde van de helling:

$$\frac{1}{2} 0.096 \cdot v^2 + 0.096 \cdot 9.81 \cdot 0 = 0.02825 \rightarrow v = 0.59 \text{ m/s}$$

Eerder is vastgesteld dat zowel luchtweerstand als rolweerstand verwaarloosbaar klein zijn. Dit betekent dat bovenstaande snelheid ook de snelheid is, die de knikker zal hebben op moment van impact.

De kinetische wrijvingscoëfficiënt van de schijven op de houten tafel is vastgesteld door de knikker tegen een schijf op te laten vallen en dan te kijken hoe ver de schijf schoof. Aan de hand van de volgende vergelijking is dan de wrijvingskracht te berekenen.



Figuur 33: Schematische weergave schijfje hout met daarop werkende krachten

De schijf kwam na 0.32m tot stilstand. Volgens het principe van behoud van energie kan de wrijvingscoëfficiënt worden uitgerekend:

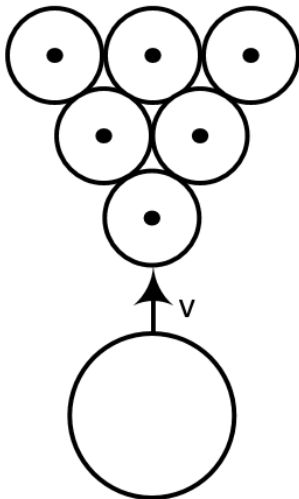
$$\frac{1}{2}mv^2 - F_{wr} \cdot s = 0$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0.096 \cdot 0.59^2 - F_{wr} \cdot 0.32 = 0$$

Hieruit volgt dat $F_{wr} = 0.0522 \text{ N}$. $F_{wr} = N \cdot \mu$ en $N = F_z$, hieruit volgt dat $\mu = \frac{0.0522}{m \cdot g} = \frac{0.0522}{0.015 \cdot 9.81} = 0.35$.

Aangezien elke schijf dezelfde massa heeft, uit hetzelfde materiaal bestaat en op hetzelfde materiaal beweegt is de wrijvingskracht voor elke schijf hetzelfde.

B2.3 Handberekening



Figuur 34: boven aanzicht
oorspronkelijke situatie

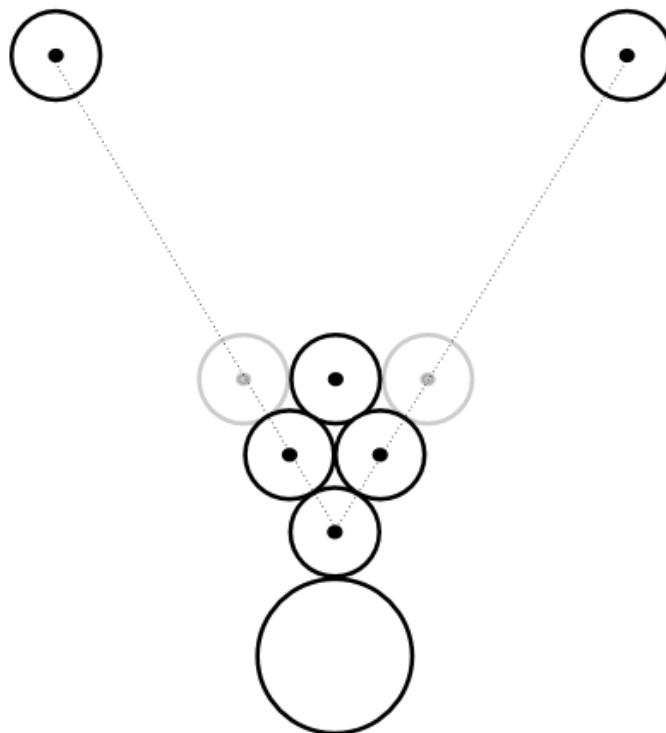
In figuur 34 is een bovenaanzicht te zien van de situatie vlak voor de botsing. Wet van behoud van impuls geeft aan dat $((mv)_{knikker} + (mv)_{schijf1})_{voor} = ((mv)_{knikker} + (mv)_{schijf1})_{na}$. Als er wordt uitgegaan van geen kinetisch energieverlies; betekent dit dat er gesproken kan worden van een pure elastische botsing. Dit heeft als gevolg dat de snelheid van de knikker gelijk is aan 0 vlak na het moment van impact. In dit geval geldt ook nog

$$((\frac{1}{2}mv^2)_{knikker} + (\frac{1}{2}mv^2)_{schijf1})_{voor} = ((\frac{1}{2}mv^2)_{knikker} + (\frac{1}{2}mv^2)_{schijf1})_{na} \rightarrow$$

$$(\frac{1}{2}0.096 \cdot 0.59^2 + \frac{1}{2}0.015 \cdot 0)_{voor} = \frac{1}{2}0.096 \cdot 0 + \frac{1}{2}0.015 \cdot v_{schijf1}^2_{na}$$

Hieruit volgt: $v = 1.49 \text{ m/s}$. Via behoud van kinetische energie en behoud van impuls betekent dit dat de impuls die schijf een nu heeft wordt doorgegeven aan schijven twee en drie. Zoals eerder is

vastgesteld, is er sprake van symmetrie en wordt de impuls gehalveerd doorgegeven aan schijf twee en drie. Dit betekent dat de impuls tussen schijven een en twee en impuls tussen schijven twee en drie gelijk is aan $\frac{1}{2}(\frac{1}{2}0.015 \cdot 1.49^2) = 0.00835 \text{ J}$. Schijf twee en schijf drie geven exact dezelfde impuls door aan respectievelijk schijf vier en schijf zes. Dit betekent dat volgens behoud van energie kan worden uitgerekend waar de schijven terecht zouden moeten komen aangezien deze nergens hun impuls aan kunnen doorgeven. $\frac{1}{2}mv^2 - F_{wr} \cdot s = 0 \rightarrow 0.00835 - 0.0522 \cdot s = 0 \rightarrow s = 0.16 \text{ m}$. in figuur 35 is een boven aanzicht te zien van uiteindelijke situatie, niet op schaal.



Figuur 35: Voorspelling uiteindelijke situatie aan de hand van de handberekeningen

Bijlage 3: Luchtweerstand pendel

```
def lucht(v, rho = 1.293,Cw=1.05):  
    A = 0.01 * 0.025  
    Fw1 = 0.5 * v ** 2 * A * Cw  
    return Fw1  
print("De luchtwrijvingskracht is gelijk aan ",lucht(vs2), "N")
```

De luchtwrijvingskracht is gelijk aan 0.00628692626953 N

Figuur 36: Berekening luchtweerstand

Bijlage 4 Python berekeningen

```
def Snelg1(h , mg =25, g = 9.81):  
    Epot = mg * g * h  
    vg1 = np.sqrt( Epot / (0.5 * mg))  
    theta = math.acos((2.1 - h) / 2.1)  
    t = (vg1) / (g * math.sin(theta))  
    a = g * math.sin(theta)  
    F = mg * a  
    return vg1, t, a, F  
  
print( 'De snelheid van het gewicht bij impact is gelijk aan', Snelg1(0.50)[0], 'm/s')  
print( 'Het gewicht doet er', Snelg1(0.50)[1], 's over om te vallen')
```

De snelheid van het gewicht bij impact is gelijk aan 3.13209195267 m/s
Het gewicht doet er 0.492945523224 s over om te vallen

Figuur 37: Berekening snelheid pendel voor hout

```
vg1 = Snelg1(0.5)[0]  
ag1 = Snelg1(0.5)[2]  
Fg = Snelg1(0.5)[3]  
def Botsing(vg1, mg = 25, ms = 0.015):  
    vs2 = vg1 / ((ms / (2 * mg)) + 0.5)  
    vg2 = vg1 - ms / mg * vs2  
    deltat = (mg * (vg1 - vg2)) / Fg  
    return vs2, vg2, deltat  
  
v0 = Botsing(vg1)[0]  
print( 'De snelheid van een schijfje na botsing is gelijk aan', v0, 'm/s')  
print( 'De snelheid van het gewicht na botsing is gelijk aan', Botsing(vg1)[1], 'm/s')
```

De snelheid van een schijfje na botsing is gelijk aan 6.26042764876 m/s
De snelheid van het gewicht na botsing is gelijk aan 3.12833569608 m/s

Figuur 38: Berekeningen voor begin snelheid schijfje een in hout

```
def Snelg1(h , mg =25, g = 9.81):  
    Epot = mg * g * h  
    vg1 = np.sqrt( Epot / (0.5 * mg))  
    theta = math.acos((2.1 - h) / 2.1)  
    t = (vg1) / (g * math.sin(theta))  
    a = g * math.sin(theta)  
    F = mg * a  
    return vg1, t, a, F  
  
print( 'De snelheid van het gewicht bij impact is gelijk aan', Snelg1(1.0)[0], 'm/s')  
print( 'Het gewicht doet er', Snelg1(1.0)[1], 's over om te vallen')
```

De snelheid van het gewicht bij impact is gelijk aan 4.42944691807 m/s
Het gewicht doet er 0.530059716213 s over om te vallen

Figuur 39: Berekening snelheid pendel voor staal

```

vg1 = Snelg1(1.0)[0]
ag1 = Snelg1(1.0)[2]
Fg = Snelg1(1.0)[3]
def Botsing(vg1, mg = 25, ms = 7):
    vs2 = vg1 / ((ms / (2 * mg)) + 0.5)
    vg2 = vg1 - ms / mg * vs2
    deltat = (mg * (vg1 - vg2)) / Fg
    return vs2, vg2, deltat

v0 = Botsing(vg1)[0]
print( 'De snelheid van een schijfje na botsing is gelijk aan', v0, 'm/s')
print( 'De snelheid van het gewicht na botsing is gelijk aan', Botsing(vg1)[1], 'm/s')

```

De snelheid van een schijfje na botsing is gelijk aan 6.92101080948 m/s
De snelheid van het gewicht na botsing is gelijk aan 2.49156389141 m/s

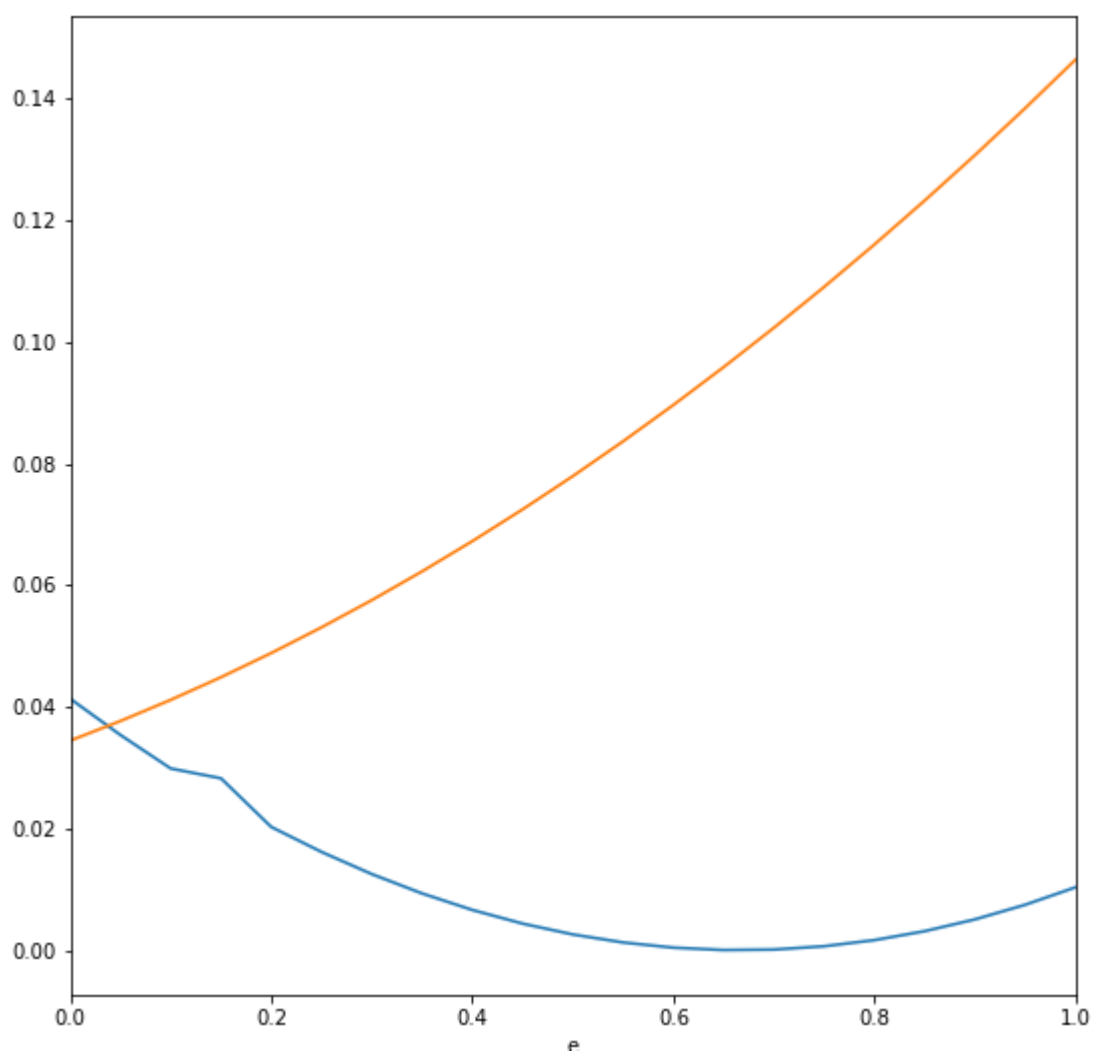
Figuur 40: Berekeningen voor begin snelheid schijfje een in staal

Bijlage 5 Optimale restitutie coëfficiënt

B5.1 Restitutie coëfficiënt hout

	cirkel 1 voor	cirkel 1 na	cirkel 2 na	cirkel 3 na	totaal	verschil	totaal verloren gegaan[%]	Ekin van cirkel 1 verloren[%]
e								
0.00	0.293907	0.041331	0.034442	0.034442	0.110215	0.183692	62.500043	85.937388
0.05	0.293907	0.035364	0.037667	0.037667	0.110698	0.183209	62.335705	87.967622
0.10	0.293907	0.029862	0.041141	0.041141	0.112144	0.181763	61.843712	89.839643
0.15	0.293907	0.028245	0.044865	0.044865	0.117975	0.175932	59.859752	90.389817
0.20	0.293907	0.020252	0.048839	0.048839	0.117930	0.175977	59.875063	93.109385

Figuur 41: Voorbeeld van waardes van hout voor eerste vijf stappen

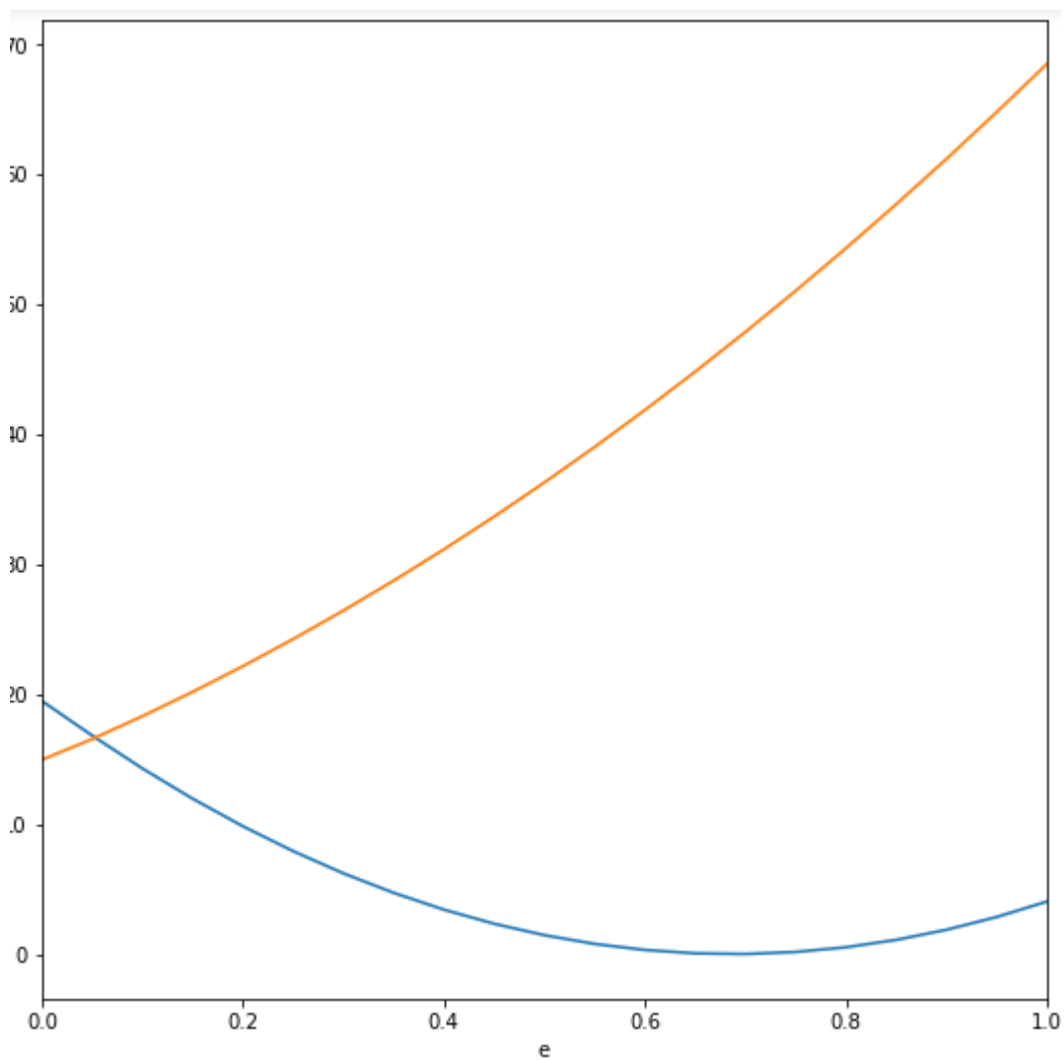


Figuur 42: voor hout: Kinetische energie uitgezet tegen e waarbij kruising optimale e is

B5.2 Restitutie coëfficiënt staal

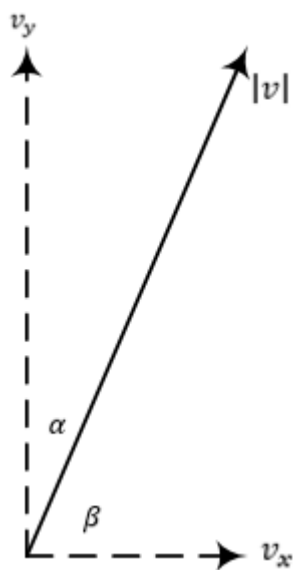
	cirkel 1 voor	cirkel 1 na de botsing	cirkel 2 na de botsing	cirkel 3 na de botsing	totaal Ekin na botsing	verlies[%]
e						
0.00	137.1566	19.487395	14.960792	14.960792	49.408979	63.976229
0.05	137.1566	16.826303	16.557536	16.557536	49.941375	63.588063
0.10	137.1566	14.289256	18.320884	18.320884	50.931024	62.866516
0.15	137.1566	11.959416	20.192439	20.192439	52.344294	61.836110
0.20	137.1566	9.837820	22.172200	22.172200	54.182220	60.496090

Figuur 43: Voorbeeld van waardes van staal voor eerste vijf stappen



Figuur 44: voor staal: Kinetische energie uitgezet tegen e waarbij kruising optimale e is

Bijlage 6: Krachten ontbinden



Figuur 45: Opbouw totale snelheid met richting

De hoek waarop de F_w moet aangrijpen is afhankelijk van de richting waarop de cirkels bewegen. Deze is exact hetzelfde, hetzij in tegengestelde richting, als de hoek die de snelheid geeft. De resultante van de snelheid wordt opgebouwd uit de x-, en y-component volgens de stelling van Pythagoras.

$$v_x^2 + v_y^2 = v^2 \quad \rightarrow \quad \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = |v|$$

Dit geeft vervolgens $\cos \alpha = \frac{v_y}{|v|}$ en $\cos \beta = \frac{v_x}{|v|}$. De hoeken moeten voor de krachten exact hetzelfde zijn als voor de snelheid en aangezien de resultante bekend is, is het nu makkelijk om $F_{w,x}$ en $F_{w,y}$ te bepalen.

$$F_{w,x} = \cos \beta \cdot F_w \quad \& \quad F_{w,y} = \cos \alpha \cdot F_w$$

B6.1 Hout

De verhoudingen tussen de snelheden is te zien in tabel 6.

cirkel	v_x [m]	v_y [m]	$ v $ [m]	$\cos \beta$	$\cos \alpha$
1	-	0,865222	0,865222	-	1
2	-0,448181	1,123987	1,210047	0,370383	0,928879
3	0,448181	1,123987	1,210047	0,370383	0,928879
4	-0,664100	0,999322	1,199864	0,553479	0,832863
5	-	1,148158	1,148158	-	1
6	0,664100	0,999322	1,199864	0,553480	0,832863

Tabel 8: Verhouding snelheden hout

Dit geeft de verhoudingen voor de krachten zoals ze te zien zijn in tabel 7.

cirkel	F_w	$F_{w,x}$	$F_{w,y}$
1	0,004178	0	0,004178
2	0,005409	0,002003	0,005024
3	0,003979	0,001474	0,003696
4	0,006966	0,003856	0,005802
5	0,003728	0	0,003728
6	0,005744	0,003180	0,004783

Tabel 9: Verhouding krachten hout in N

B6.1 Staal

De verhoudingen tussen de snelheden zijn te zien in tabel 10.

cirkel	v_x [m]	v_y [m]	$ v $ [m]	$\cos \beta$	$\cos \alpha$
1	-	1,393482	1,393482	-	1
2	-0,372743	1,159309	1,217758	0,306090	0,952003
3	0,372743	1,159309	1,217758	0,306090	0,952003
4	-0,714919	1,096049	1,308600	0,546324	0,837537
5	-	1,016814	1,016814	-	1
6	0,714919	1,096049	1,308600	0,546324	0,837537

Tabel 10: verhouding snelheden staal

Dit geeft de verhouding voor de krachten zoals ze te zien zijn in tabel 12

cirkel	F_w	$F_{w,x}$	$F_{w,y}$
1	13,325	0	13,325
2	7,110	2,176	6,769
3	8,109	2,482	7,720
4	5,123	2,799	4,291
5	4,225	0	4,225
6	5,037	2,752	4,219

Tabel 11: verhouding krachten staal in N

Bijlage 7: Resultaten Working Model 2D

B7.1 Hout

Kinetic Energy of Circle 1 Trans 0.293907 J Rot 0.000000 J Total 0.293907	Position of Circle 1 x 0.000000 m y 0.000000 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 2 Trans 0.000000 J Rot 0.000000 J Total 0.000000	Position of Circle 2 x -0.025000 m y 0.043300 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 3 Trans 0.000000 J Rot 0.000000 J Total 0.000000	Position of Circle 3 x 0.025000 m y 0.043300 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 4 Trans 0.000000 J Rot 0.000000 J Total 0.000000	Position of Circle 4 x -0.050000 m y 0.086600 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 5 Trans 0.000000 J Rot 0.000000 J Total 0.000000	Position of Circle 5 x 0.000000 m y 0.086600 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 6 Trans 0.000000 J Rot 0.000000 J Total 0.000000	Position of Circle 6 x 0.050000 m y 0.086600 m rot 0.000000 rad

Figuur 46: Begin situatie hout

Kinetic Energy of Circle 1 Trans 5.043261e-009 J Rot 6.675015e-034 J Total 5.043261e-009	Position of Circle 1 x 1.141233e-015 m y 1.796725 m rot 5.099566e-014 rad
Kinetic Energy of Circle 2 Trans 9.445662e-007 J Rot 1.17536e-008 J Total 9.445662e-007	Position of Circle 2 x -0.743786 m y 1.893851 m rot 25.917778 rad
Kinetic Energy of Circle 3 Trans 1.5023083e-009 J Rot 6.50987e-008 J Total 1.5023083e-009	Position of Circle 3 x 1.032676 m y 2.569952 m rot -35.848587 rad
Kinetic Energy of Circle 4 Trans 1.6662736e-007 J Rot 8.88286e-009 J Total 1.6662736e-007	Position of Circle 4 x -0.845091 m y 1.302371 m rot -7.114382 rad
Kinetic Energy of Circle 5 Trans 1.910289e-007 J Rot 1.53728e-035 J Total 1.910289e-007	Position of Circle 5 x 6.878242e-020 m y 2.065352 m rot 1.668877e-014 rad
Kinetic Energy of Circle 6 Trans 1.921591e-007 J Rot 1.68289e-012 J Total 1.921591e-007	Position of Circle 6 x 1.025696 m y 1.578439 m rot 9.639743 rad

Figuur 47: Eindsituatie hout

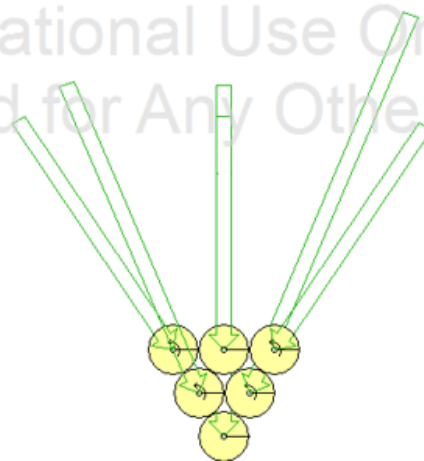
Cirkel	x[m]	y[m]	$\sqrt{x^2 + y^2}$ [m]	Gemeten afstand
1	0	1,797	1,797	1,80
2	-0,744	1,894	2,035	2,03
3	1,033	2,570	2,770	2,76
4	-0,845	1,302	1,552	1,55
5	0	2,065	2,065	2,06
6	1,026	1,578	1,882	1,88

Tabel 12: Vergelijking gemeten afstanden tegenover WM afstanden

B7.2 Staal

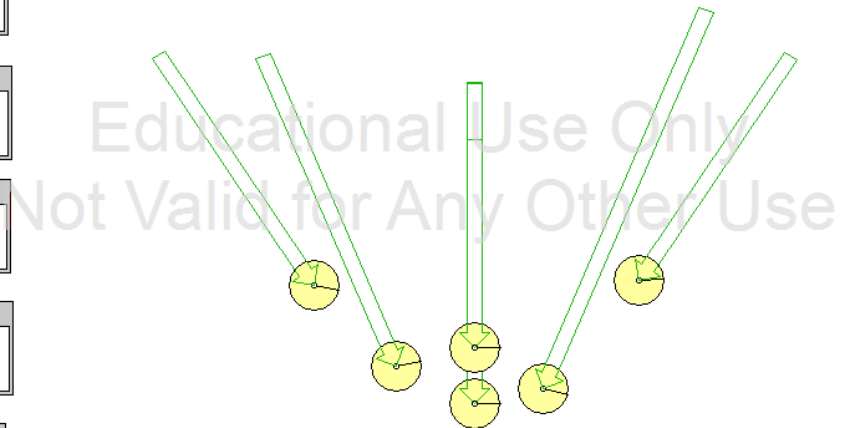
Kinetic Energy of Circle 1 Tra 67.651376 J Rot 0.000000 J Tot 67.651376	Position of Circle 1 x -0.000000 m y 0.000000 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 2 Tra 0.000000 J Rot 0.000000 J Tot 0.000000	Position of Circle 2 x -0.100000 m y 0.173210 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 3 Tra 0.000000 J Rot 0.000000 J Tot 0.000000	Position of Circle 3 x 0.100000 m y 0.173210 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 4 Tra 0.000000 J Rot 0.000000 J Tot 0.000000	Position of Circle 4 x -0.200000 m y 0.346420 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 5 Tra 0.000000 J Rot 0.000000 J Tot 0.000000	Position of Circle 5 x 0.000000 m y 0.346420 m rot 0.000000 rad
Kinetic Energy of Circle 6 Tra 0.000000 J Rot 0.000000 J Tot 0.000000	Position of Circle 6 x 0.200000 m y 0.346420 m rot 0.000000 rad

Educational Use Only
Not Valid for Any Other Use



Figuur 48: Begin situatie zes schijven staal

Kinetic Energy of Circle 1 Tra 3.950770e-008 J Rot 2.94225e-008 J Tot 6.89302e-007	Position of Circle 1 x -0.000116 m y 0.513933 m rot -0.002564 rad
Kinetic Energy of Circle 2 Tra 2.60713e-007 J Rot 2.43410e-007 J Tot 5.04123e-007	Position of Circle 2 x -0.309469 m y 0.662116 m rot 0.218871 rad
Kinetic Energy of Circle 3 Tra 5.97944e-007 J Rot 6.82514e-007 J Tot 1.280459e-006	Position of Circle 3 x 0.270832 m y 0.572391 m rot -0.216722 rad
Kinetic Energy of Circle 4 Tra 2.62667e-007 J Rot 7.6786e-009 J Tot 2.69346e-007	Position of Circle 4 x -0.632681 m y 0.983355 m rot -0.240629 rad
Kinetic Energy of Circle 5 Tra 2.67070e-007 J Rot 8.31742e-008 J Tot 2.80244e-007	Position of Circle 5 x -0.000060 m y 0.736507 m rot 0.001744 rad
Kinetic Energy of Circle 6 Tra 2.67629e-007 J Rot 3.7735e-008 J Tot 2.81403e-007	Position of Circle 6 x 0.643388 m y 0.998682 m rot 0.066906 rad



Figuur 49: eind situatie zes schijven staal

Cirkel	x[m]	y[m]	$\sqrt{x^2 + y^2}$ [m]	Gemeten afstand
1	0	0,514	0,514	0,51
2	-0,309	0,662	0,731	0,73
3	0,271	0,572	0,633	0,64
4	-0,633	0,983	1,169	1,16
5	0	0,737	0,737	0,75
6	0,643	0,999	1,188	1,19

Tabel 13: vergelijking gemeten afstanden tegenover WM afstanden

Bijlage 8: Conclusie bijlages

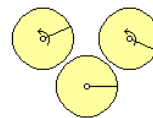
B8.1 Resultaten verschillende rijen schijven

	Kinetic Energy of Circle 1
Tra	Trans20.318211 J
Rot	Rot0.043401e-031 J
Tot	Total20.318211

	Kinetic Energy of Circle 2
Tra	Trans20.385674 J
Rot	Rot 1.247251 J
Tot	Total21.632925

	Kinetic Energy of Circle 3
Tra	Trans20.385674 J
Rot	Rot 1.247251 J
Tot	Total21.632925

Educational Use Only
Not Valid for Any Other Use



Figuur 50: kinetische energie voor twee rijen

$$\sum E_{kin, na \text{ botsing nog aanwezig}} \% = \frac{20,32 + 21,63 + 21,63}{167,65} \cdot 100\% = \pm 38\%$$

	Kinetic Energy of Circle 1
Tra	Trans 4.999282 J
Rot	Rot0.013349e-031 J
Tot	Total 4.999282

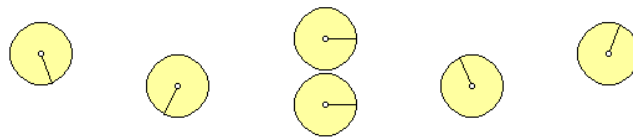
	Kinetic Energy of Circle 2
Tra	Trans 5.190268 J
Rot	Rot 0.320816 J
Tot	Total 5.511084

	Kinetic Energy of Circle 3
Tra	Trans 5.190268 J
Rot	Rot 0.320816 J
Tot	Total 5.511084

	Kinetic Energy of Circle 4
Tra	Trans 5.993515 J
Rot	Rot 0.025781 J
Tot	Total 6.019296

	Kinetic Energy of Circle 5
Tra	Trans 5.168091 J
Rot	Rot0.053372e-032 J
Tot	Total 5.168091

	Kinetic Energy of Circle 6
Tra	Trans 5.993515 J
Rot	Rot 0.025781 J
Tot	Total 6.019296



Educational Use Only
Not Valid for Any Other Use

Figuur 51: kinetische energie voor drie rijen

$$\sum E_{kin, na \text{ botsing nog aanwezig}} \% = \frac{4,99 + 5,51 \cdot 2 + 6,01 \cdot 2 + 5,16}{167,65} \cdot 100\% = \pm 20\%$$

Kinetic Energy of Circle 1	
Trans	3.224217 J
Rot	0.005134 J
Total	3.229351

Kinetic Energy of Circle 2	
Trans	2.417332 J
Rot	0.113792 J
Total	2.531124

Kinetic Energy of Circle 15	
Trans	2.741650 J
Rot	0.000017 J
Total	2.741667

Kinetic Energy of Circle 3	
Trans	2.414160 J
Rot	0.144381 J
Total	2.558541

Kinetic Energy of Circle 14	
Trans	1.044534 J
Rot	0.000438 J
Total	1.044972

Kinetic Energy of Circle 4	
Trans	2.443815 J
Rot	0.049925 J
Total	2.493740

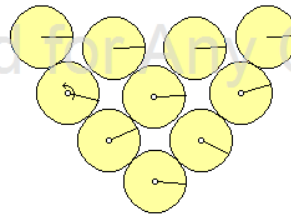
Kinetic Energy of Circle 13	
Trans	1.039120 J
Rot	0.000670 J
Total	1.039790

Kinetic Energy of Circle 5	
Trans	1.168706 J
Rot	0.000849 J
Total	1.169555

Kinetic Energy of Circle 16	
Trans	2.745107 J
Rot	0.000121 J
Total	2.745229

Kinetic Energy of Circle 6	
Trans	2.441561 J
Rot	0.076719 J
Total	2.518280

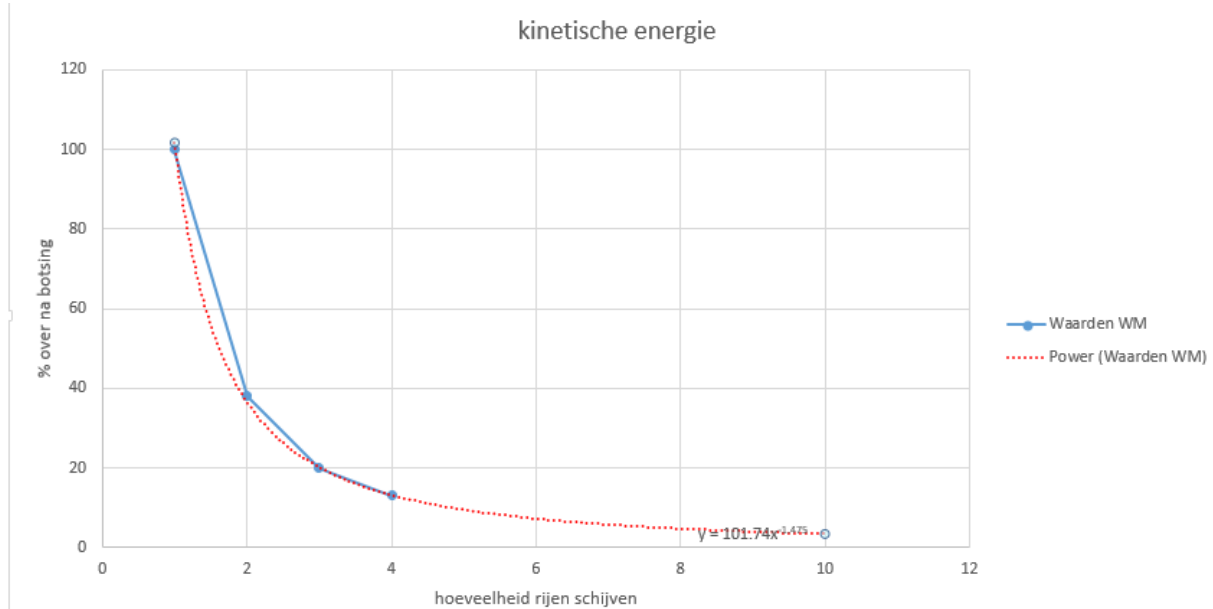
Educational Use Only
Not Valid for Any Other Use



Figuur 52: kinetische energie voor vier rijen

$$\begin{aligned}
 \sum E_{kin, na \text{ botsing nog aanwezig}} \% &= \frac{3,22 + 2,53 + 2,55 + 2,49 + 1,17 + 2,44 + 2,74 + 1,04 + 1,04 + 2,75}{167,65} \cdot 100\% \\
 &= \pm 13\%
 \end{aligned}$$

B8.2 Voorspelling



Figuur 53: lijn fit met extrapolatie

In figuur 52 zijn bovenstaande resultaten geplott, waar een lijn doorheen gefit is, dat is de gestippelde rode lijn. Deze lijn is vervolgens geëxtrapoleerd met als formule $y = 101,74(x)^{-1,475}$.

Bijlage 9: Resultaten experimenten van hoofdstuk 5

In deze bijlage worden de resultaten gegeven zoals ze zijn gevonden tijdens de experimenten die in hoofdstuk 5 gebruikt werden.

B9.1 Hout

Voor hout werd de pendel 0,50 m opgetild. Voor 1 schijfje kwamen daar de volgende resultaten uit.

Keer	Afstand[cm]
1	258,5
2	267,0
3	251,5
4	338,5
5	327,5
6	-
7	281,0
8	249,0
9	289,0
10	288,0

Bij de zesde keer kwam de pendel scheef tegen het schijfje aan en is de afstand daarom niet gemeten. Bij de achtste proef stuiterde het schijfje, deze afstand is wel gemeten maar wijkt door die reden af van de rest van de resultaten.

Tabel 14: Resultaten botsing met 1 schijfje

Vervolgens is de proef met zes schijfjes 2 keer uitgevoerd, zoals hieronder beschreven staat. In het rapport is gekozen voor poging 2 omdat bij poging 1 schijfje 4 tegen de kant aan is gekomen.

	Afstand in cm					
	Schijfje 1	Schijfje 2	Schijfje 3	Schijfje 4	Schijfje 5	Schijfje 6
Poging 1	212,5	172,0	251,0	144,0	155,0	236,0
Poging 2	180,0	203,0	276,0	155,0	206,0	188,0

Tabel 15: Resultaten botsing met 6 schijfjes

B9.2 Staal

Bij staal werd bij de eerste proef ook een hoogte van 0,50 m aangehouden voor de pendel. Dit gaf een afstand van 1,78 m. Met het vooruitzicht op het experiment met zes schijven is toen bedacht dat het handiger zou zijn om een hoogte van 1,0 m aan te nemen voor de pendel. Dat gaf de volgende resultaten met 1 schijf.

Poging	Afstand[cm]
1	352
2	322
3	306
4	346
5	363
6	373

Bij het derde experiment kwam het touw van de pendel over de grond. Hierdoor neem de kinetische energie van de pendel af en is dus de kinetische energie zoals hij wordt overgedragen op de schijf ook lager. Deze poging is in het rapport dan ook niet meegenomen.

Het experiment met 6 schijven is bij staal drie keer uitgevoerd. De resultaten zijn hieronder te zien.

Tabel 16: Resultaten 1 schijf staal

	Afstand in cm					
	Schijfje 1	Schijfje 2	Schijfje 3	Schijfje 4	Schijfje 5	Schijfje 6
Poging 1	63,0	67,0	56,0	145,5	90,5	91,0
Poging 2	51,0	73,0	64,0	117,0	75,0	119,0
Poging 3	46,0	60,0	68,5	128,0	70,5	110,5

Tabel 17: Resultaten botsing met 6 schijfjes