

2016

Rekenvoorbeeld Hypar dak



Amira Roessen

4320360

14-7-2016

Inhoudsopgave

Voorwoord	iii
Samenvatting.....	iv
Symbolenlijst	v
Algemene symbolen hypar en doorsnede krachten	v
Wapening	v
1. Inleiding	1
1.1 Fabriceren Hypardaken	2
1.2 Hoofdvraag/doelstelling.....	2
1.3 Leeswijzer	3
2. SCIA.....	4
2.1 Eindige elementen methode	4
3. Ontwerp hypar dak.....	5
3.1 Belasting	5
Permanente belasting	5
Variabele belasting	5
3.2 Ontwerp vorm en bepalen doorsnede krachten.....	7
Hypar	7
Randbalken.....	9
3.3 Ontwerp wapening.....	10
Wapening hypar	10
Wapening randbalken	11
Knik controle	11
Hypar	11
Randbalken.....	12
4. Rekenvoorbeeld	13
Handberekening	13
Stap 1: Bepalen parameters	13
Stap 2: Belastingen en belastingcombinaties bepalen.....	13
Stap 3: Krachten in doorsnede bepalen	13
Stap 4: Wapening dimensioneren	13
Stap 5: Knik controle	14
Berekening met SCIA	14
Stap 1: Constructie construeren in SCIA.....	14

Stap 2: Belastingen en belastingcombinaties bepalen.....	14
Stap 3: Krachten in doorsnede bepalen	14
Stap 4: Wapening dimensioneren	15
Stap 5: Knik controle	15
5. Parameterstudie	16
6. Conclusie en aanbeveling	17
Afbeeldingenlijst.....	18
Literatuurlijst	19
Bijlage A: Installeren SCIA Engineering.....	20
Bijlage B: Spanningen en rekken uitrekenen.....	21
Bijlage C: Uitwerking windbelasting	22
Bijlage D: Belastingcombinaties	24
Bijlage E: Rekenvoorbeeld	27

Voorwoord

Dit rapport is geschreven door Amira Roessen, wonend te Rijnsaterwoude, in opdracht van het vak CTB3000 (ook wel bekend als het Bachelor eindwerk) van de opleiding Civiele Techniek aan de TU Delft.

In dit rapport zal een rekenvoorbeeld voor hypardaken gemaakt en besproken worden. Deze opdracht heb ik gekozen, omdat ik mij zeer interesseer in constructiemechanica en het ontwerpen in beton heel leuk vindt. Ook vond ik dit een uitdaging, omdat het om een hele aparte constructievorm gaat waar ik nog nooit mee gewerkt had. Het is heel erg zonde dat deze elegante daken vrijwel niet meer voorkomen, ik hoop op deze manier de hypardaken weer toegankelijker te maken voor studenten, zodat het in de toekomst weer meer gerealiseerd kan worden.

Graag zou ik Pierre Hoogenboom en Paul Lagendijk willen bedanken voor de begeleiding en hun hulp en expertise om dit rekenvoorbeeld tot stand te brengen, zonder deze hulp had het rekenvoorbeeld nooit zo geworden zoals het nu is.

Ook wil ik graag mijn vriend bedanken, omdat hij mij altijd gesteund heeft als iets niet lukte, waardoor ik weer energie kreeg om verder op onderzoek uit te gaan.

Delft, 14 juli 2016

Amira Roessen

Begeleiders: *dr.ir. P.C.J. Hoogenboom*

&

ir. P. Lagendijk

Samenvatting

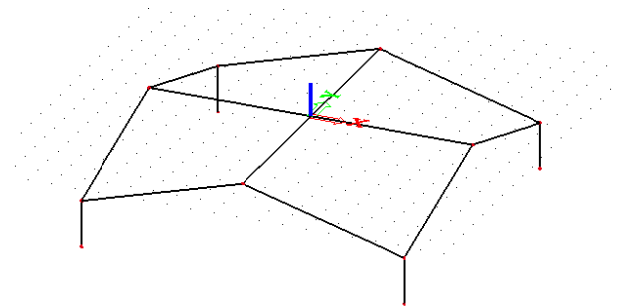
In dit rapport wordt beschreven hoe een hypardak ontworpen en berekend moet worden. Hiervoor is een rekenvoorbeeld gemaakt in Excel waarin alle ontwerp en bereken stappen doorlopen worden. Het maken van het rekenvoorbeeld was van belang om ervoor te zorgen dat het ontwerpen van hypardaken weer toegankelijk zou worden voor studenten en constructeurs. Hedendaags zijn er namelijk weinig tot geen hypardaken te vinden in Nederland en is de kennis voor het ontwerpen en berekenen van deze daken over de tijd verloren gegaan.

Het rekenvoorbeeld bestaat uit een handberekening en een berekening met SCIA. In het Excel bestand wordt met verschillend gekleurde cellen onderscheid gemaakt tussen cellen die door de gebruiker ingevuld moeten worden en cellen die Excel automatisch berekend.

In het rekenvoorbeeld wordt een hypardak ontworpen waarbij vier hyparpanelen aan elkaar geschakeld worden, waardoor een symmetrisch hypardak van twee bij twee panelen ontstaat. Zie figuur 1 voor een impressie.

Het dak wordt ontworpen in gewapend beton waarbij in het ontwerp de afmetingen van de hypar en van de randbalken bepaald wordt, de wapening in de hypar en de randbalken berekend wordt en waar de hypar en de randbalken gecontroleerd worden op knik.

Wanneer de verhouding tussen de kromtestraal en de dikte van de hypar vergeleken wordt met het gebruikte beton volume voor de hypar, wordt een exponentieel verband gevonden. Dit houdt in dat het benodigde betonvolume groter wordt naarmate de verhouding tussen de kromtestraal en de dikte toeneemt.



Figuur 1: impressie hypardak

Iets waar goed rekening mee gehouden moet worden tijdens het ontwerpen van een hypardak, is dat de NEN normen goed gevolgd moeten worden voor een betrouwbaar ontwerp. Op deze manier wordt een zo nauwkeurig mogelijk ontwerp gemaakt

Symbolenlijst

Algemene symbolen hypar en doorsnedekrachten

a = kromtestraal	[m]
b = breedte hypar	[m]
c = lengte hypar	[m]
h = hoogte hypar	[m]
n_{xy} = membraanspanning	[kN/m]
n_2 = hoofdspinning	[kN/m]
n_{cr} = knikcapaciteit hypar	[kN/m]
n_{sx} = optredende kracht x-richting	[kN/m]
n_{sy} = optredende kracht y-richting	[kN/m]
q = schuifspanning	[kN/m ²]
t = dikte hypar	[m]
p = werkende belasting	[kN/m ²]
E = Young's modulus	[N/mm ²]
m_{xx} = optredend moment in de doorsnede	[kNm/m]
m_{sx} = optredend moment x-richting	[kNm/m]
m_{sy} = optredend moment y-richting	[kNm/m]
l = overspanning hypar	[m]
l_0 = lengte randbalk	[m]
M_{Rd} = moment capaciteit	[kNm]
V_{Ed} = dwarskrachtcapaciteit	[kN]

Wapening

d = diameter staaf	[mm]
$A_{wapening}$ = oppervlakte wapening	[mm ²]
f_y = vloeispanning staal	[N/mm ²]
α = oppervlakte factor betondrukzone	[-]
β = zwaartepunt betondrukzone	[-]
γ = veiligheidsfactor	[-]
z = momentarm	[mm]

1. Inleiding

In de jaren '60 waren hypardaken zeer populair. Deze schaaldaken hadden hun populariteit te danken aan twee dingen, namelijk: de daken waren heel efficiënt in materiaal gebruik vanwege de zeer dunne dak constructie en deze daken konden ook gemakkelijk op de bouwplaats geprefabriceerd worden, waarna de geprefabriceerde elementen op hun plek gehesen konden worden.

De vorm van hypardaken is een schaalvorm, die beschreven kan worden met de volgende formule:

$$\bar{z} = h \frac{\bar{x}}{b} \cdot \frac{\bar{y}}{c} \quad (1)$$

Waarin:

x, y en $\bar{z}$ de coördinaten in een cartesisch assenstelsel zijn

h = de hoogte van het hypardak

b = de breedte van het hypardak (per paneel)

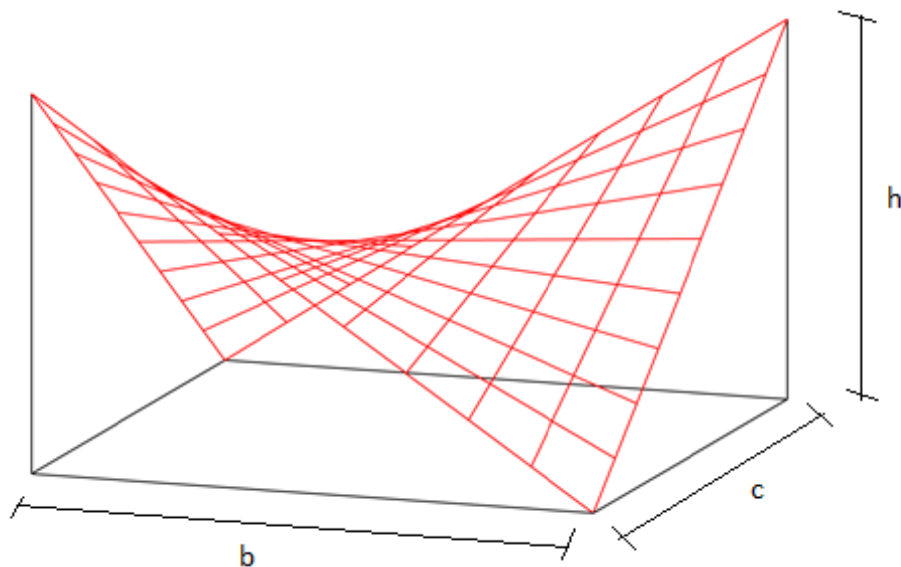
c = de lengte van het hypardak (per paneel)

Deze schaalvorm staat ook wel bekend als het zadeldak of in de wiskunde als de hyperbolische paraboloid (vanwege de samenstelling van een hyperbool en een parabool).

Vanwege de schaalvorm, kunnen uitwendige krachten efficiënt worden opgenomen door inwendige membraan krachten. Dit heet de membraan-theorie, waarbij wordt aangenomen dat er alleen normaal- en schuifkrachten aanwezig zijn.

Kenmerkend van hypardaken is de kromming van het vlak, in één richting is een positieve kromming zichtbaar en in de andere richting een negatieve kromming.

In onderstaande figuur is de vorm van een hypardak te zien. In de figuur zijn ook de parameters h , b en c aangegeven.



Figuur 2: Vorm hypardak, ook wel bekend als zadeldak of hyperbolische paraboloid. Op de wikipedia site voor hyperbolic paraboloid heeft Andrew Harvey deze afbeelding geplaatst met de titel "The hyperbolic paraboloid is a doubly ruled surface, and thus can be used to construct a saddle roof from straight beams."

1.1 Fabriceren Hypardaken

Bij het bouwen van een hypardak moet met veel dingen rekening gehouden worden. Het zijn vaak tamelijk grote constructies, dat prefab laten maken en dan over de weg vervoeren geen optie is. Vervoeren over de weg kan voor constructies die smaller dan 3 meter en korter dan 22 meter zijn.¹ Om deze reden wordt er vaak voor gekozen om de daken op de bouwplaats in-situ, oftewel op de bouwplaats te construeren.

Het in-situ bouwen van een hypardak gebeurt in verschillende fasen. De eerste fase is het bouwen van de bekisting waar later het beton in gestort dient te worden. Deze fase is heel belangrijk, omdat hier de vorm van het dak vastgelegd wordt. Wanneer dit niet correct gedaan wordt, is het onmogelijk om het dak goed te bouwen.

Wanneer het frame gebouwd is, begint de volgende fase: het aanbrengen van de wapening in de constructie. Deze wapening zal uiteindelijk de krachten in de constructie moeten opnemen, waardoor het erg belangrijk is dat deze goed geplaatst wordt. Er kan hierbij voor verschillende situaties gekozen worden. Er kan alleen wapening in het midden van de constructie geplaatst worden, dit heeft als voordeel dat het een dunne dakconstructie wordt (dunner dan 90 mm), maar als nadeel dat er een kleine moment arm is, omdat de wapening zich in het midden bevindt. Een andere optie is om voor boven- en onderwapening te kiezen. Dit heeft als voordeel dat er een grote moment arm is, maar wel een dikkere dakconstructie. Ook zou nog gekozen kunnen worden voor vezelwapening, waarbij de constructie dun wordt, en men zich ook geen zorgen hoeft te maken over een kleine moment arm.

In de laatste fase wordt het beton in het frame gestort waarna het moet drogen. Als het beton droog is, kan het gemaakte frame verwijderd worden en kan de constructie op zijn plaats gehesen worden.²

1.2 Hoofdvraag/doelstelling

Ondanks de voordelen van de hypardaken, zijn ze tegenwoordig bijna nergens meer te zien en worden de daken ook niet meer gemaakt.

Doordat de daken vroeger vaak gebruikt werden, beschikte men over heel veel kennis en ervaring op het gebied van deze daken, maar deze kennis en ervaring is met de jaren (deels) verloren gegaan. Om deze kennis weer goed te kunnen gebruiken, is het belangrijk dat er een duidelijk rekenvoorbeeld gemaakt wordt zodat studenten Civiele techniek weer toegang krijgen tot het ontwerpen van deze elegant gevormde daken.

Delen van de berekeningen voor het rekenvoorbeeld zullen gemaakt worden met de hand en andere delen van de berekening zullen gemaakt worden met de computer software SCIA Engineer 16.0. [2]

¹ RDW (2012),

[https://www.rdw.nl/SiteCollectionDocuments/Ontheffingen%20\(TET\)/Themasite%20Ontheffingen/Handleiding%20en%20B%201097b%20Overzicht%20maten%20en%20gewichten.pdf](https://www.rdw.nl/SiteCollectionDocuments/Ontheffingen%20(TET)/Themasite%20Ontheffingen/Handleiding%20en%20B%201097b%20Overzicht%20maten%20en%20gewichten.pdf)

² Carlton, W. (2013). *Material behaviour of latex-modified concrete in thin hyperbolic paraboloid shells*. Norman, Oklahoma

1.3 Leeswijzer

In dit rapport wordt eerst toegelicht hoe de computer software SCIA werkt en hoe deze software voor dit project gebruikt zal worden, dit zal gedaan worden in hoofdstuk 2. Vervolgens wordt het ontwerpen van het hypardak en van de beton wapening toegelicht. In hoofdstuk 4 zal het uiteindelijke rekenvoorbeeld besproken worden, waarna een parameterstudie zal volgen. In deze parameterstudie wordt het verband tussen het volume beton en de a/t verhouding bestudeerd. Tot slot volgt de conclusie.

In de bijlagen kan meer informatie gevonden worden over de installatie van SCIA en zullen details van de berekeningen staan.

2. SCIA

SCIA Engineering is 3D rekensoftware voor het analyseren en ontwerpen van bouwkundige en civiele constructies. De software is in België ontwikkeld door SCIA nv. Met behulp van deze software kunnen complexe berekeningen worden uitgevoerd met behulp van de eindige elementen methode. Deze methode zal hieronder toegelicht worden.

2.1 Eindige elementen methode

De eindige elementen methode deelt een constructie op in een (eindig) aantal elementen. Deze elementen worden aan elkaar gekoppeld door middel van knooppunten. Aan deze koppelingen worden bepaalde eisen gesteld, waarvan één eis is dat de knooppunten tegelijk met elkaar verplaatsen, dit vanwege continuïteit. Met het bepalen van de knooppunten, wordt een rooster bepaald.³

Door dit bepaalde rooster, is het mogelijk om matrixvergelijkingen op te stellen. Voor lineair statische berekeningen wordt gerekend met een stijfheidsmatrix en de belastingen (zowel krachten als momenten). Dit leidt tot de volgende vergelijking:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (2)$$

Waarin:

$[K]$ = stijfheidsmatrix, deze geldt voor het gehele systeem en hangt af van het materiaal in de constructie.

$\{u\}$ = de vector met onbekende verplaatsingen. Deze dient te worden opgelost, waarna uit de verplaatsingen de spanningen en rekken bepaald kunnen worden.

$\{F\}$ = de vector met de belastingen, hierin worden momenten en krachten opgenomen.

Hoe de spanningen en rekken bepaald kunnen worden vanuit de verplaatsingen is te lezen in bijlage B.

De nauwkeurigheid van deze berekening hangt af van het aantal elementen waarin de constructie wordt opgedeeld. Hoe meer elementen, hoe nauwkeuriger de berekening zal zijn.

³ Cook, R.(1995). *Finite element modeling for stress analysis* (1995). Wisconsin, United states of America.

3. Ontwerp hypar dak

3.1 Belasting

Voordat er gekeken kan worden naar de optredende krachten en vervormingen in een hypardak, zullen eerst de werkende belastingen moeten worden bepaald. Hierbij kan onderscheid gemaakt worden uit twee soorten belasting, namelijk:

- Permanente belastingen, hieronder valt het eigen gewicht van de dakconstructie en de dakbedekking en eventueel isolatie materiaal.
- Variabele belastingen, hieronder vallen belastingen zoals windbelasting, sneeuwbelasting, regenwater accumulatie, etc.

Permanente belasting

Eerst zal de permanente belasting bepaald worden. Deze belasting kan bepaald worden, wanneer de afmetingen van het hypardak bekend zijn (de lengte, breedte, hoogte en dikte). De permanente belasting bestaat uit twee onderdelen: het eigen gewicht en belasting door dakbedekking en isolatie. Voor het berekenen van het eigen gewicht wordt in dit rapport gerekend met beton sterkteklasse C30/37, wat een soortelijk gewicht van 2500 kg/m^3 heeft. Het eigen gewicht van de constructie wordt berekend in SCIA.

Het eigen gewicht kan benaderd worden door het soortelijk gewicht van beton maal de dikte van de hypar te doen, dit is onnauwkeurig omdat de zwaartekracht niet loodrecht op het dakoppervlak werkt bij een groot deel van de hypar, waardoor afwijkingen ten opzichte van de werkelijkheid zullen ontstaan.

De belasting door dakbedekking en isolatie is geheel afhankelijk van de materiaalkeuze. In dit rapport zal worden gerekend met 0.3 kN/m^2 voor isolatie en als dakbedekking wordt gekozen voor verf met een gewicht van 0.1 kN/m^2 .

Variabele belasting

Voor de variabele belasting moeten meerdere situaties behandeld worden. Hier moet namelijk rekening gehouden worden met:

- Sneeuwbelasting
- Windbelasting
- Regenaccumulatie
- Belasting t.g.v. temperatuurverschillen

Er zal gekeken worden naar verschillende belastingsituaties, waar vooral gefocust wordt op combinaties van vol belaste delen en niet belaste delen.

Sneeuwbelasting

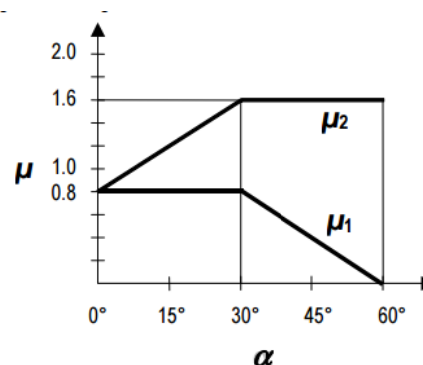
Allereerst zal de sneeuwbelasting behandeld worden. De algemene formule voor het bepalen van de sneeuwbelasting luidt [4]:

$$s = \mu_i c_e c_t s_n \quad (3)$$

Waarin:

μ_i = de sneeuwbelastingsvormcoëfficiënt (deze is af te lezen in figuur 2)

c_e = de blootstellingscoëfficiënt; 0.8 indien de constructie in een vlak en open gebied ligt waardoor het aan wind blootgesteld wordt, 1.0 in gebieden waar de sneeuw op bouwwerken slechts



Figuur 3: Sneeuwbelastingsvormcoëfficiënt

in geringe mate door de wind wordt verwijderd, 1.2 in beschutte gebieden.

c_t = de warmtecoëfficiënt; 1.0 indien de warmtedoorgang niet hoger is dan $1 \text{ W/m}^2\text{K}$

s_n = de karakteristieke waarde van sneeuwbelasting op de grond = 0.7

Bij het hypardak zullen de dakhellingen niet groter worden dan 30° , zodat een waarde voor de sneeuwbelasting vastgesteld kan worden.

$$s = 0.8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.7 = 0.56 \text{ kN/m}^2$$

Windbelasting

De windbelasting hangt van verschillende factoren af, namelijk de hoogte van de constructie, het windgebied waarin de constructie geplaatst zal worden en de vorm van de constructie. Voor hypardaken zijn geen regels in de NEN-EN-1991-4, dus zal hier worden uitgegaan van de windbelasting voor een luifel.

De algemene formule voor het bepalen van de windbelasting is:

$$F_i = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{ref} \quad (4)$$

Waarin:

$c_s c_d$ = bouwwerkfactor, voor gebouwen lager dan 15 m komt dit overeen met 1.0

c_f = krachtcoëfficiënt, dit is afhankelijk van de vorm van de constructie. In dit geval is de verdeling te zien in figuur 4, waarbij A, B en C verschillende krachtcoëfficiënten hebben.⁴

$q_p(z_e)$ = extreme stuwdruk op referentiehoogte z_e . Dit hangt af van het windgebied waarin de constructie staat. In figuur 5 zijn de windgebieden te zien. Ook moet er onderscheid gemaakt worden tussen landelijk en stedelijk gebied.⁵

A_{ref} = oppervlak waarop de krachtcoëfficiënt van toepassing is.

De windbelasting per gebied is na te lezen in bijlage C.

In dit rapport zal $q_p(z_e)$ gekozen worden in windgebied 2 in landelijk gebied, waar uit volgt dat $q_p(z_e) = 0.75 \text{ kN/m}^2$.

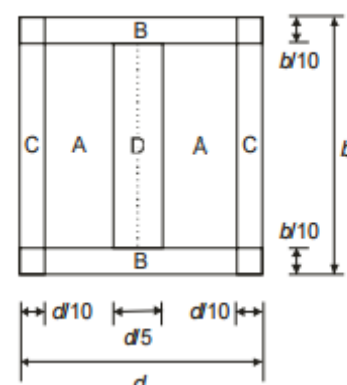
Regenaccumulatie

Dakbelasting door regenaccumulatie is zeer onwaarschijnlijk. Dit heeft te maken met de schaalvorm van het dak (waardoor afwatering goed mogelijk is). Het kleine laagje water wat wel zal blijven liggen zorgt voor dusdanig weinig belasting, dat dit verwaarloosbaar is. Belasting door regenaccumulatie zal dan ook niet worden meegenomen in de berekening voor de dakbelasting.

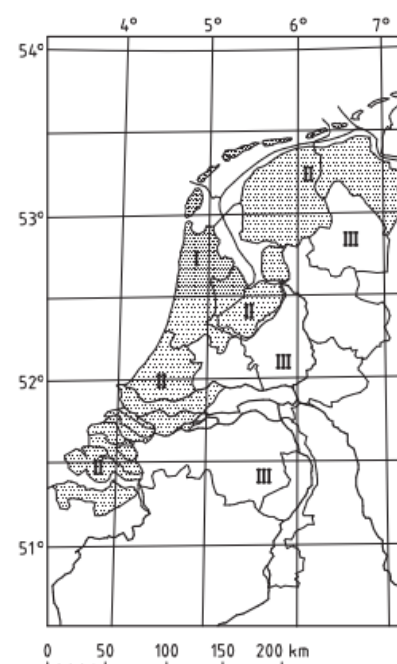
Temperatuurverschillen

Temperatuur heeft ook een invloed op de krachten in de constructie en de vervorming van de constructie, maar doordat de dikte van het dak zeer beperkt is en doordat er isolatie aangebracht kan worden, zal de temperatuurverdeling redelijk uniform zijn. Dit betekent dat alle delen van de constructie bij warmte evenveel uitzetten en bij kou weer evenveel verkorten. Omdat de constructie

Zone-indeling



Figuur 4: windbelasting hypardak opgedeeld in verschillende segmenten



Figuur 5: windgebieden volgens de eurocode

⁴ NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, tabel 7.7 Waarden voor $c_{p,net}$ en c_f voor tweezijdig hellende overkappingen

⁵ NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, figuur 4 Indeling van Nederland in drie gebieden ten aanzien van de stuwdruk

verder nergens tegengehouden wordt door stijve wanden, zal de constructie vrijwel spanningsvrij vervormen. Om deze reden zal de belasting door temperatuurverandering niet worden meegenomen in de berekening.

Uiteindelijk is met alle belastingen bepaald wat de maatgevende belastingcombinatie was. Dit is na te lezen in bijlage D.

Met deze belasting zal in het rekenvoorbeeld verder gerekend worden.

3.2 Ontwerp vorm en bepalen doorsnede krachten

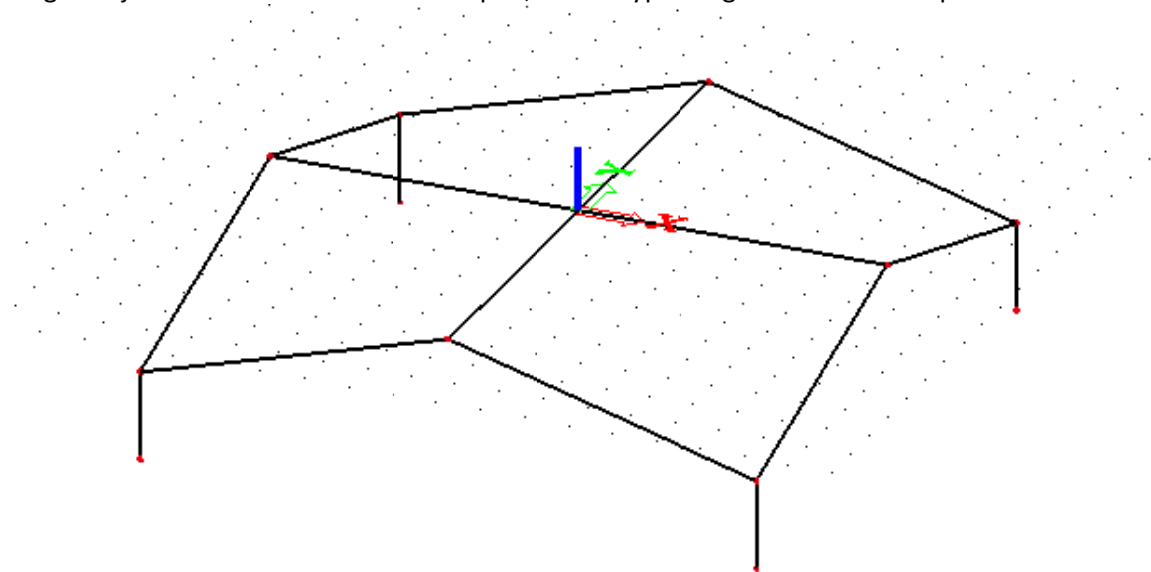
Hypar

Voor het maken van een voorbeeldontwerp, zullen van te voren de afmetingen van het hypardak bepaald worden. Hierbij is gekozen om een constructie van vier aan elkaar geschakelde hypardaken te ontwerpen, waarbij elk hypardak een lengte en breedte van 7 meter (parameters b en c in formule (1)) zal hebben en het hoogteverschil zal 2 meter bedragen (parameter h).

De formule voor dit hypardak wordt:

$$z = 2 \frac{x y}{7 \cdot 7} = \frac{2xy}{49} \quad (5)$$

In figuur 6 is te zien hoe het hypardak eruit zal komen te zien. Omdat de hoogte van twee meter te laag zal zijn om onderdoor te kunnen lopen, zal de hypar uitgevoerd worden op kolommen.



Figuur 6: Vorm hypardak

Met de gekozen waarden voor b, c en h kan de kromtestraal in de oorsprong bepaald worden:

$$a = \frac{bc}{h} = \frac{49}{2} m \quad (6)$$

Deze kromtestraal wordt hierna gebruikt in de membraan/schuifspanningen te berekenen. De schuifspanningen zullen als volgt berekend worden:

$$n_{xy} = -\frac{1}{2}pa \quad (7)$$

Waarin p de werkende belasting op de constructie is, inclusief veiligheidsfactoren.

Wanneer de membraanspanningen bekend zijn, kan de dikte van de hypar bepaald worden. Dit wordt gedaan volgens de formule:

$$t = \sqrt{1,7 \frac{-n_2 a}{E}} \quad (8)$$

Waarin:

t = de dikte van de hypar [mm]

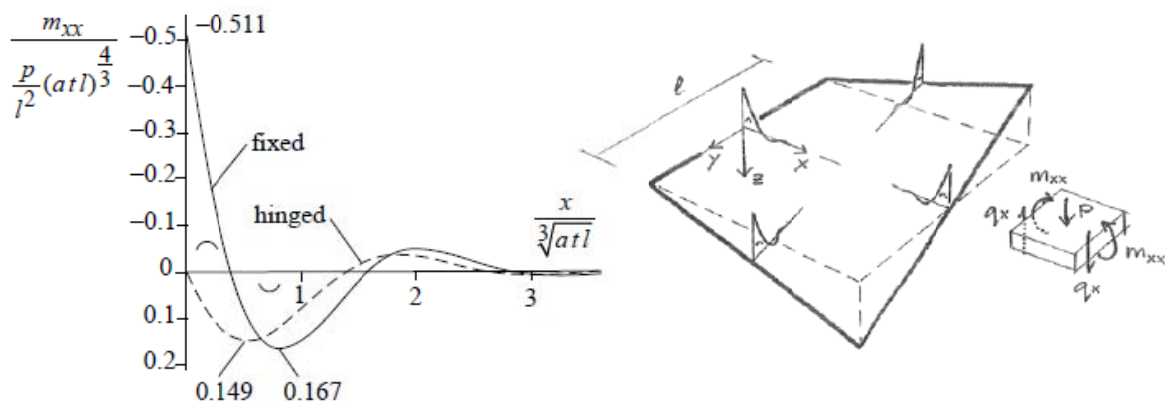
a = de kromtestraal in [mm]

E = Young's modulus (afhankelijk van gekozen betonsoort, scheuren en wapeningspercentage) [N/mm²]

n_2 = de membraanspanning voor hoofdrichting 2 is (drukkracht) [N/mm]

Er kan een zeer kleine waarde voor t uit de formule komen, dit zou niet realistisch zijn vanwege de benodigde wapening die hier ook in verwerkt moet worden. Er moet rekening gehouden worden met een minimale betondekking. De wapening en betondekking worden ontworpen volgens de eurocodes. Een realistische dikte waar ook wapening in toegepast kan worden, is 90 mm. Deze dikte zal ook aangehouden worden in het rekenvoorbeeld.

Vervolgens zal bepaald moeten worden, wat de optredende momenten in de constructie zijn. Hierbij wordt gebruik gemaakt van de formules van Loof. In onderstaande figuur is het momentverloop volgens de formules van Loof te vinden.



Figuur 7: Buigende momentenverloop m_{xx} in hypar, de gestippelde lijn is voor scharnierend opgelegde randen en de doorgetrokken lijn is voor ingeklemde randen.

Zoals in figuur 7 te zien is, treden er bij hypardaken vrijwel alleen momenten bij de ingeklemde hypar randen op, hoe verder naar het midden van de constructie gekeken wordt, hoe kleiner de momenten worden. De verschillende grafieken geven de verschillende momentverlopen voor scharnierend opgelegde hypars (gestippelde lijn) en voor ingeklemde hypars (doorgetrokken lijn). De formules die bij de maximale momenten horen zijn:

$$m_{xx} = -0.511 \frac{p}{12} (atl)^{\frac{4}{3}} \quad [\text{kNm/m}] \quad (9)$$

Voor ingeklemde hypars, voor scharnierende hypars:

$$m_{xx} = -0.149 \frac{p}{12} (atl)^{\frac{4}{3}} \quad [\text{kNm/m}] \quad (10)$$

In de y -richting wordt dit op dezelfde manier berekend.

Het moment m_{xy} zal worden berekend met SCIA.

De schuifkracht q wordt bepaald door de afgeleide van het momentverloop te nemen. De maximale schuifspanning zal optreden bij ingeklemde hypars ter plaatse van de inklemming (hier bevindt zich de grootste helling in het momentverloop).

De schuifspanning wordt berekend met:

$$q_{x, \text{ingeklemd}} = \frac{1}{l} \frac{dM}{dx} \quad [\text{kN/m}] \quad (11)$$

Om de horizontale drukkracht van de hypar op te kunnen nemen, moet er een trekkabel toegevoegd worden, in figuur 8 is de positie van deze kabel te zien. De kracht in deze kabel kan berekend worden aan de hand van gelijkvormige driehoeken. De vergelijking die hieruit volgt is:

$$T = \frac{nb}{2} \quad [\text{kN}] \quad (12)$$

Waarin:

T = trekkracht kabel

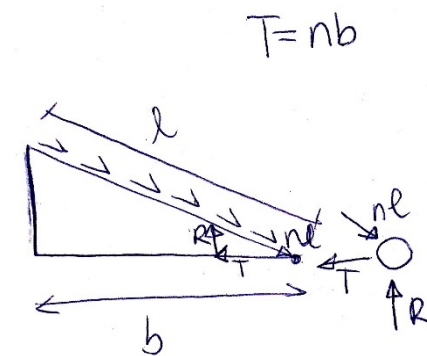
R = Oplegreactie kolom

b = breedte hypar paneel

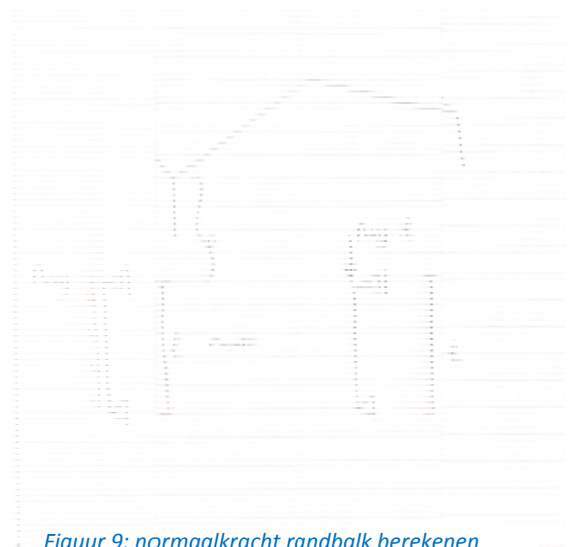
l = lengte randbalk

Randbalken

De normaalkracht in de randbalk kan bepaald worden door de schuifkracht te vermenigvuldigen met de lengte van de randbalk. In figuur 9 wordt dit geïllustreerd. Voor het berekenen van de dwarskracht en het moment, zal gebruik worden gemaakt van SCIA.



Figuur 8: kabelkracht



Figuur 9: normaalkracht randbalk berekenen

3.3 Ontwerp wapening

Wapening hypar

Normaalkrachten

Voor de wapening van de hypar is gekozen voor een dubbel wapeningsnet. Deze keuze is gemaakt om het realiseren van de wapening in de hypar op de bouwplaats goed te laten verlopen.

Op deze manier kunnen er geen fouten gemaakt worden met de positionering van verschillende soorten wapening verdeeld door het dak.

Allereerst moet de staalspanning die optreedt door de werkende normaal- en schuifspanningen bepaald worden. Dit wordt gedaan met onderstaande formules:

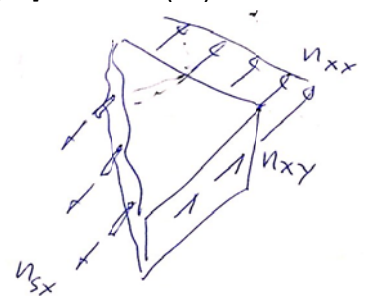
$$n_{sx, optredend} = n_{xx} + |n_{xy}| \quad [\text{kN/m}] \quad (13)$$

$$n_{sy, optredend} = n_{yy} \quad [\text{kN/m}] \quad (14)$$

Hoe deze krachten werken is in figuur 10 te zien.

Omdat er alleen schuifkrachten op zullen treden in de hypar, wordt aangenomen dat $n_{xx} = n_{yy} = 0$.

In het rekenvoorbeeld zullen aan het begin van de berekening de diameter van de wapening en de hart op hart afstand van de wapeningsstaven gekozen moeten worden. Hiermee kan de capaciteit van de wapening berekend



Figuur 10: Staalkracht

worden met onderstaande formules.

$$A_{wapening} = \frac{1}{4} \pi d^2 \quad (15)$$

$$n_{s, capaciteit} = \frac{\hat{A}_{wapening}}{f_y} \quad [\text{kN}] \quad (16)$$

Waarin:

d = diameter wapeningsstaven

f_y = de vloeispanning van het wapeningsstaal

γ = veiligheidsfactor

$A_{wapening}$ = staaloppervlakte per meter breedte

Momenten

Voor de momenten wordt ook eerst het optredende moment berekend, dit gebeurt met de formules:

$$m_{sx} \quad [\text{kNm/m}] \quad (17)$$

$$m_{sy} \quad [\text{kNm/m}] \quad (18)$$

Daarna kan de capaciteit van de gekozen wapening bepaald worden. Dit gebeurt met onderstaande formules:

$$A_{wapening, x} = \frac{1}{4} \pi d_x^2 \quad [\text{mm/m}] \quad (19)$$

$$N_s \quad [\text{kN}] \quad (20)$$

$$N_s = N_c \rightarrow \alpha x_u f_{cd} b = A_s * f_{yd} \rightarrow x_u = \frac{A_s * f_{yd}}{\alpha x_u f_{cd} b} \quad [\text{mm}] \quad (21)$$

$$z \quad [\text{mm}] \quad (22)$$

$$M_{Rd} = A_s * f_{yd} \quad [\text{kNm/m}] \quad (23)$$

Waarin:

N_s = De staalkracht

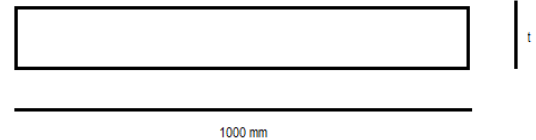
N_c = De Betonkracht

x_u = Betondrukzone

z = Moment arm

M_{Rd} = Moment capaciteit

Wordt gedimensioneerd op basis van:
een element van 1 m breed uit de hypar



Figuur 11: element uit hypar van 1 meter breed.

Dwarskrachten

Er moet ook gecontroleerd worden of dwarskracht wapening toegepast moet worden. De optredende dwarskracht wordt berekend door een element van één meter breed uit het hypar dak te halen. Op deze manier kan het dak gecontroleerd worden op dezelfde manier als een balk. De optredende dwarskracht kan berekend worden door de schuifspanning te vermenigvuldigen met de breedte van het element, oftewel 1 meter.

De dwarskrachtcapaciteit van de doorsnede wordt berekend met de formules:

$$k \quad [-] \quad (24)$$

$$= 1 + \sqrt{\frac{200}{d}}$$

$$v_{min} \quad [\text{N/mm}^2] \quad (25)$$

$$= 0.035 k^{\frac{3}{2}} \sqrt{f_{ct}} \quad [\text{kN}] \quad (26)$$

$$V_{Rd,c} = v_{min} * b$$

Waarin:

d = de effectieve hoogte [mm]

v_{min} = minimale schuifspanning capaciteit [N/mm^2]

$V_{Rd,c}$ = Dwarskracht capaciteit [kN]

Wapening randbalken

De wapening voor de randbalken wordt berekend voor de optredende momenten en dwarskrachten. Dit wordt op dezelfde manier gedaan als voor de hypar.

Knik controle

Tot slot zullen de hypar en de randbalken gecontroleerd moeten worden op knik.

Hypar

Voor de hypar moet gecontroleerd worden, of de drukkracht niet groter is dan de knikcapaciteit.

De optredende drukkracht is gelijk aan de hoofdspanning:

$$n_2 = -\frac{1}{n_{xy}} \quad [\text{kN/m}] \quad (27)$$

De capaciteit van de hypar wordt beschreven met:

$$n_{cr} = -0,6 * E \quad [\text{kN/m}] \quad (28)$$

t^2

Wanneer $n_2 < n_{cr}$ zal de hypar niet knikken.

Randbalken

In de randbalken moet de optredende normaalkracht kleiner zijn dan de Eulerse knikkracht. De Eulerse knikkracht wordt bepaald met de formule:

$$N_{krik} = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2} \quad [\text{kN}] \quad (29)$$

Waarin:

l_0 = lengte randbalk [m]

Wanneer de optredende normaalkracht kleiner is dan de Eulerse knikkracht, voldoet de randbalk en zal deze niet knikken.

4. Rekenvoorbeeld

Het rekenvoorbeeld is gemaakt in het programma Excel, zodat op elk moment tijdens het dimensioneren van de hypar, parameters aangepast kunnen worden.

In het rekenvoorbeeld zal eerst een handberekening gemaakt worden, gevolgd door een nauwkeurige berekening met SCIA. De handberekening en de berekening met SCIA zullen worden opgedeeld in deelstappen om ervoor te zorgen dat het rekenwerk goed te begrijpen is voor studenten en constructeurs.

In dit hoofdstuk zullen de stappen van de berekeningen doorlopen worden, voor het complete rekenvoorbeeld, waarin ook alle gebruikte formules te zien zijn, kunt u bijlage E raadplegen.

Handberekening

De handberekening bestaat uit vijf stappen, die hieronder toegelicht worden. In het rekenvoorbeeld worden alle formules die gebruikt zijn en de omschrijvingen van de berekende waarden gegeven.

Stap 1: Bepalen parameters

Tijdens deze stap moeten alle parameters voor de hypar, randbalken en het beton en staal gedefinieerd worden. De parameters zijn gesorteerd per onderwerp (hypar, randbalken, etc.). Het is belangrijk dat er goed opgelet wordt welke cellen zelf ingevuld dienen te worden en welke automatisch berekend worden.

Stap 2: Belastingen en belastingcombinaties bepalen

Nadat de parameters gedefinieerd zijn, kunnen de belastingen die zullen werken op de hypar bepaald worden. De windbelasting is opgenomen in het rekenvoorbeeld, hier kan met behulp van de NEN norm voor windbelasting de windbelasting bepaald worden. Deze windbelasting is wel aangenomen over het gehele dak, niet per paneel.

Daarna moeten de belastingen voor de sneeuw, isolatiemateriaal en de dakbedekking zelf ingevoerd worden. Het eigen gewicht van de hypar zal benaderd worden door Excel.

Tot slot zal excel twee belastingcombinaties berekenen, namelijk voor permanente belastingen in combinatie met opwaartse windbelasting (zuiging) en permanente belasting in combinatie met sneeuwbelasting.

Stap 3: Krachten in doorsnede bepalen

Met de formules, uitgelegd in hoofdstuk 3, zullen de doorsnede krachten in de hypar en in de randbalken bepaald worden. In dit onderdeel zullen de normaalkrachten, schuifkrachten, momenten en schuifspanningen voor de hypar en de normaalkracht, dwarskracht en het moment in de randbalken worden bepaald.

Stap 4: Wapening dimensioneren

Met de bekende krachten in de hypar en randbalken, kan de wapening bepaald worden. Dit wordt gedaan door in de parameters bij stap 1 afmetingen voor de wapening te kiezen (diameter staven en hart op hart afstand), waar vervolgens de oppervlakte en de krachtencapaciteit van de wapening bepaald wordt.

De optredende krachten worden berekend en vervolgens worden de optredende krachten en de capaciteit van de wapening vergeleken met een unity check om te zien of de gekozen wapening voldoet. Wanneer de unity check niet voldoet, moet bij stap 1 andere afmetingen van de wapening gekozen worden.

Voor de randbalken wordt de wapening op dezelfde manier gedimensioneerd.

Stap 5: Knik controle

De knik controle is opgedeeld in twee stukken, namelijk de controle op knik in de hypar en de controle op knik in de randbalken. Bij de hypar wordt gecontroleerd of de optredende drukkracht kleiner is dan de kracht waarbij de hypar zal knikken. Voor de randbalken wordt de knikformule van Euler toegepast.

Zowel voor de hypar als voor de randbalken zal een unity check gedaan worden.

Berekening met SCIA

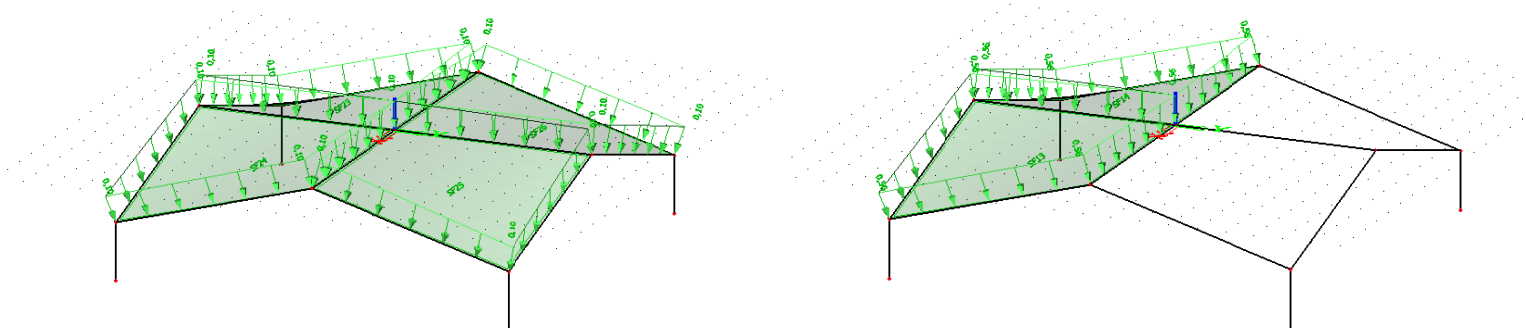
De berekening met SCIA bestaat, net als de handberekening, uit 5 stappen die hieronder toegelicht worden. In het rekenvoorbeeld worden alle formules die gebruikt zijn en de omschrijvingen van de berekende waarden gegeven.

Stap 1: Constructie construeren in SCIA

De eerste stap voor de berekening in SCIA, is het construeren van de hypar. In SCIA moeten ook de randbalken geconstrueerd worden.

Stap 2: Belastingen en belastingcombinaties bepalen

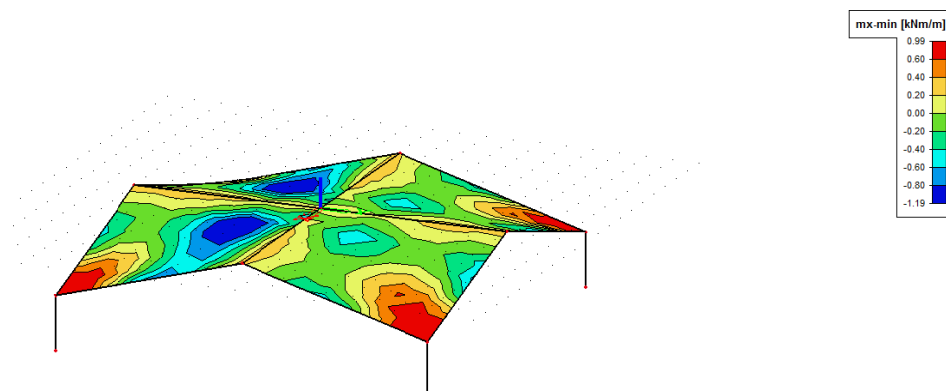
In SCIA kunnen de belastingen, in tegenstelling tot de handberekening, verdeeld worden per hypar paneel. De belasting kan dus ook op twee panelen werken, in plaats van over de volledige 4. Hiermee zijn meerdere belastingcombinaties te bepalen en kan de meest ongunstige situatie bepaald worden. In het rekenvoorbeeld zijn de belastingen niet opgenomen, omdat deze volledig in SCIA ingevoerd kunnen worden. In onderstaande figuur is te zien hoe dit eruit ziet.



Figuur 12: Invoer belasting SCIA, links belasting door dakbedekking, rechts belasting door sneeuw

Stap 3: Krachten in doorsnede bepalen

Met de in stap 2 bepaalde belastingcombinatie, rekt SCIA de optredende krachten in de hypar en in de randbalken uit. De krachtverdeling in de hypar wordt weergegeven, zoals te zien is in figuur 13.



Figuur 13: momentverdeling hypar

De maximaal optredende krachten dienen ingevuld te worden in het rekenvoorbeeld. Hiermee wordt verder gerekend.

Stap 4: Wapening dimensioneren

Met de bekende maximale krachten, bepaald bij stap 3, wordt op dezelfde manier als bij de handberekening de wapening bepaald. Ook hier wordt gerekend met de ingevoerde parameters voor de wapening.

Stap 5: Knik controle

De controle op knik voor de hypar en de randbalken, wordt op dezelfde manier berekend als in de handberekening.

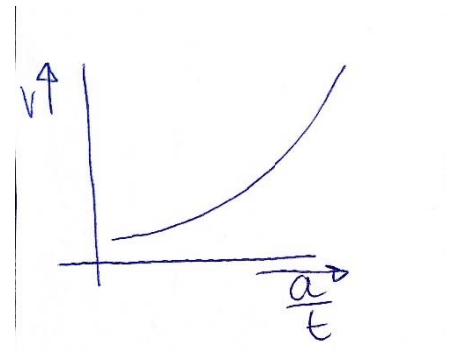
5. Verband parameters

Om te bestuderen wat er gebeurt bij andere afmetingen van hypar daken, zal in dit hoofdstuk een schatting gedaan worden voor het verband tussen de a/t verhouding en het betonvolume wat gebruikt wordt.

Als voorbeeld wordt een hypar gemaakt in Denver, Colorado gekozen. Deze hypar bestaat ook uit vier geschakelde hypar panelen van 3.35 m lang bij 2.84 m breed bij 0.7 m hoog. De dikte van de schaal bedroeg 80 mm. De a/t verhouding kan hiermee bepaald worden, namelijk 169,9 ($a = 13.6$ m, $t = 0.08$ m).

Het beton volume zal geschat worden op dezelfde manier als in de handberekening, namelijk door de lengte keer de breedte keer de dikte van de schaal te doen. Voor de hypar in Denver is $0,76 \text{ m}^3$ beton nodig per paneel.

Wanneer voor verschillende (gekozen) afmetingen deze berekening wordt gedaan, volgt onderstaande grafiek.



Figuur 14: Verloop beton volume bij verschillende kromtstraal/dikte verhouding

6. Conclusie en aanbeveling

Tijdens het schrijven van dit rapport is gebleken dat het nauwkeurig omgaan met de eurocodes een heel belangrijk onderdeel is van het maken van een ontwerp. Door alle factoren waar rekening mee gehouden moet worden, is dit een zeer uitgebreid en tijdrovend onderdeel.

Een aanbeveling is om voor de belasting op een hypardak te onderzoeken welk belastingen en belastingcombinaties de grootste krachten en momenten opleveren en dus het meest ongunstig zijn. Het nauwkeurig uitzoeken van de belastingen en belastingcombinaties zou in dit onderzoek zo veel tijd innemen, dat de rest van het onderzoek hieronder zou lijden.

Ook is het een aanbeveling om voor de knikkracht van de randbalken een onderzoek te doen naar de preciese knikkracht. De Eulerse knikkracht is een conservatieve methode waarbij de knikkracht groter zal uitvallen dan deze in werkelijkheid is. Dit kan ervoor zorgen dat een constructie met te veel materiaal gedimensioneerd wordt, wat niet efficient is.

Afbeeldingenlijst

Figuur 1: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 2: Harvey, A. *The hyperbolic paraboloid is a doubly ruled surface, and thus can be used to construct a saddle roof from straight beams*. Geraadpleegd op 15 mei 2015, van <https://en.wikipedia.org/wiki/Paraboloid>

Figuur 3: Sneeuwbelastingsvormcoëfficiënt. Geraadpleegd van <https://connect.nen.nl/standard/openpdf/?artfile=536014&RNR=160688&token=2d9ab84e-bb62-4117-821e-07bcb241c48f&type=pdf#pagemode=bookmarks>

Figuur 4: NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, tabel 7.7 Waarden voor $c_{p,net}$ en c_f voor tweezijdig hellende overkappingen

Figuur 5: NEN-EN 1991-1-4+a1+C2:2011 nl, figuur 4 Indeling van Nederland in drie gebieden ten aanzien van de stuwdruk

Figuur 6: Vorm hypardak, figuur is gemaakt m.b.v. SCIA

Figuur 7: Hoogenboom, P. *Bending moment m_{xx} in a hypar shell* (2016, Maart). Delft, Nederland.

Figuur 8: Figuur is zelf getekend

Figuur 9: Figuur is zelf getekend

Figuur 10: Figuur is zelf getekend

Figuur 11: Figuur is zelf getekend

Figuur 12: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 13: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 14: NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, figuur 7.15 – luchtstroming over overkappingen

Figuur 15: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 16: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 17: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 18: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 19: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 20: Figuur is gemaakt met SCIA

Figuur 21: Hoogenboom, P. *b17_handout_1*. Delft, Nederland

Literatuurlijst

RDW (2012), Overzicht maten en gewichten in Nederland, geraadpleegd op 8 juni, 2016, van [https://www.rdw.nl/SiteCollectionDocuments/Ontheffingen%20\(TET\)/Themasite%20Ontheffingen/Handleidingen/2%20B%201097b%20Overzicht%20maten%20en%20gewichten.pdf](https://www.rdw.nl/SiteCollectionDocuments/Ontheffingen%20(TET)/Themasite%20Ontheffingen/Handleidingen/2%20B%201097b%20Overzicht%20maten%20en%20gewichten.pdf)

Carlton, W. (2013). *Material behaviour of latex-modified concrete in thin hyperbolic paraboloid shells*. Norman, Oklahoma

Cook, R.(1995). *Finite element modeling for stress analysis* (1995). Wisconsin, United states of America.

NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl algemene windbelasting

NEN-EN 1991-1-4+a1+C2:2011 nl sneeuwbelasting

Hoogenboom, P. *b17_handout_1*. Delft, Nederland

Hoogenboom, P. *b17_handout_2*. Delft, Nederland

Hoogenboom, P. (2016). *Notes on shell structures*. Delft, Nederland.

Bijlage A: Installeren SCIA Engineering

In deze bijlage zal in stappen uitgelegd worden, hoe SCIA Engineering gedownload en geïnstalleerd kan worden.

1. Om van SCIA Engineering Software gebruik te maken, zal ten eerste een studentenlicentie aangevraagd dienen te worden. Deze is aan te vragen op:
<https://www.scia.net/nl/forms/gratis-engineering-software-studentenlicentie-aanvraagformulier>
Wanneer dit formulier ingevuld is, wordt er een mail naar het opgegeven mail adres verstuurd met daarin een bestand (SCIA123456.lid file, waarbij de 6 cijfers zullen verschillen)
2. In de ontvangen mail staat installatie handleiding en een link naar de site waar het installatiebestand gedownload kan worden. Deze site is:
<https://www.scia.net/en/scia-engineer-setup?lang=UK>
3. Volg de installatiehandleiding om de installatie te voltooien en om de licentie te activeren.

Bijlage B: Spanningen en rekken uitrekenen

Wanneer de verplaatsingen van de constructie bekend zijn, kunnen de rekken en spanningen hieruit bepaald worden. Dit wordt gedaan met de volgende formules⁶:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} - k_{xx}u_z + k_x u_y \quad (30)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} - k_{yy}u_z + k_y u_x \quad (31)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} - 2k_{xy}u_z - k_x u_x - k_y u_y \quad (32)$$

Waarin:

ε_{ij} = De rek, waarbij i het vlak is waarin de rek plaatsvindt en j de richting van de rek is.

k_{ij} = De kromming in vlak i in richting j

In deze formules wordt met behulp van de bekende verplaatsing de rek uitgerekend. Hierna worden de membraanspanningen berekend, waarmee tot slot de spanningen in de schaal bepaald kunnen worden:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{Et} (n_{xx} - \nu n_{yy}) \quad (33)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{Et} (n_{yy} - \nu n_{xx}) \quad (34)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{Et} n_{xy} \quad (35)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{n_{ij}}{t} \quad (36)$$

Waarin:

n_{ij} = De membraanspanning in vlak i in richting j. [kN/m]

ν = Poisson's ratio

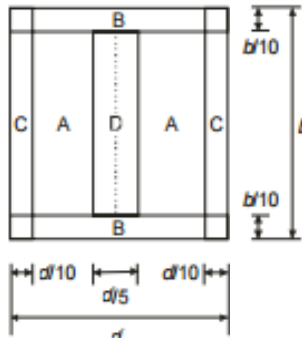
σ_{ij} = De spanning in vlak i in richting j. [kN/m²]

⁶ B17_handout_2, Hoogenboom,P

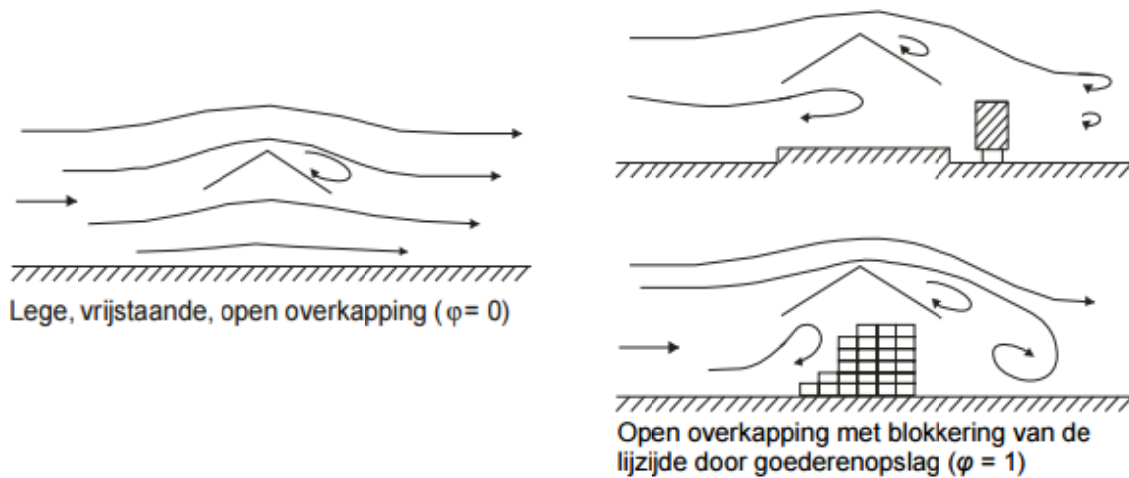
Bijlage C: Uitwerking windbelasting

Voor het bepalen van de windbelasting wordt gebruik gemaakt van NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, tabel 7.7.

Tabel 7.7 — Waarden voor $c_{p,net}$ en c_f voor tweezijdig hellende overkappingen

Dakhelling α [°]	Blokking ϕ	Globale kracht- coëfficiënt c_f	Nettodrukcoëfficiënten $c_{p,net}$ Zone-indeling 			
			Zone A	Zone B	Zone C	Zone D
- 20	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,7	+ 0,8	+ 1,6	+ 0,6	+ 1,7
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,7	- 0,9	- 1,3	- 1,6	- 0,6
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,5	- 2,4	- 2,4	- 0,6
- 15	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,5	+ 0,6	+ 1,5	+ 0,7	+ 1,4
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,6	- 0,8	- 1,3	- 1,6	- 0,6
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,4	- 1,6	- 2,7	- 2,6	- 0,6
- 10	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,4	+ 0,6	+ 1,4	+ 0,8	+ 1,1
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,6	- 0,8	- 1,3	- 1,5	- 0,6
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,4	- 1,6	- 2,7	- 2,6	- 0,6
- 5	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,3	+ 0,5	+ 1,5	+ 0,8	+ 0,8
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,5	- 0,7	- 1,3	- 1,6	- 0,6
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,5	- 2,4	- 2,4	- 0,6
+ 5	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,3	+ 0,6	+ 1,8	+ 1,3	+ 0,4
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,6	- 0,6	- 1,4	- 1,4	- 1,1
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,3	- 2,0	- 1,8	- 1,5
+ 10	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,4	+ 0,7	+ 1,8	+ 1,4	+ 0,4
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,7	- 0,7	- 1,5	- 1,4	- 1,4
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,3	- 2,0	- 1,8	- 1,8
+ 15	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,4	+ 0,9	+ 1,9	+ 1,4	+ 0,4
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,8	- 0,9	- 1,7	- 1,4	- 1,8
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,3	- 2,2	- 1,6	- 2,1
+ 20	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,6	+ 1,1	+ 1,9	+ 1,5	+ 0,4
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 0,9	- 1,2	- 1,8	- 1,4	- 2,0
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,4	- 2,2	- 1,6	- 2,1
+ 25	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,7	+ 1,2	+ 1,9	+ 1,6	+ 0,5
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 1,0	- 1,4	- 1,9	- 1,4	- 2,0
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,4	- 2,0	- 1,5	- 2,0
+ 30	Maximaal voor alle ϕ	+ 0,9	+ 1,3	+ 1,9	+ 1,6	+ 0,7
	Minimaal voor $\phi = 0$	- 1,0	- 1,4	- 1,9	- 1,4	- 2,0
	Minimaal voor $\phi = 1$	- 1,3	- 1,4	- 1,8	- 1,4	- 2,0
OPMERKING Positieve waarden duiden op een netto neerwaartse windbelasting, negatieve waarden duiden op een netto opwaartse windbelasting.						

Zoals in de figuur rechts bovenin te zien is, wordt een dakpaneel opgedeeld in zones A, B, C en D. Voor elk van deze zones moet een krachtcoëfficiënt bepaald worden. Dit hangt af van de dakhelling en van de graad van blokkering. Zie figuur 15.⁷



Figuur 15: blokkering van luifel

Voor de helling wordt een gemiddelde helling berekend, waarbij in dit geval 2 meter gestegen wordt over een lengte van 7 meter. Dit geeft een helling van 15 graden, maar omdat dit over het gehele dag verloopt van 0 tot 15 graden, zal gerekend worden met het gemiddelde hiervan. Dit betekent dat de gemiddelde helling van het dak 7,5 graden wordt aangenomen, wat in de tabel afgerond zal worden naar 10 graden.

De kracht per zone kan berekend worden door:

$$F_i = c_s c_d \cdot c_f \cdot q_p(z_e) \cdot A_{ref} \quad (37)$$

De oppervlakten per zone:

$$A_A = 0,3d \cdot 0,8b \quad (38)$$

$$A_B = 0,8d \cdot 0,1b \quad (39)$$

$$A_C = 0,1d \cdot 0,8b \quad (40)$$

$$A_D = 0,2d \cdot 0,8b \quad (41)$$

De krachten per zone:

$$F_A = c_{fA} \cdot 0,75 \cdot A_A \quad (42)$$

$$F_B = c_{fB} \cdot 0,75 \cdot A_B \quad (43)$$

$$F_C = c_{fC} \cdot 0,75 \cdot A_C \quad (44)$$

$$F_D = c_{fD} \cdot 0,75 \cdot A_D \quad (45)$$

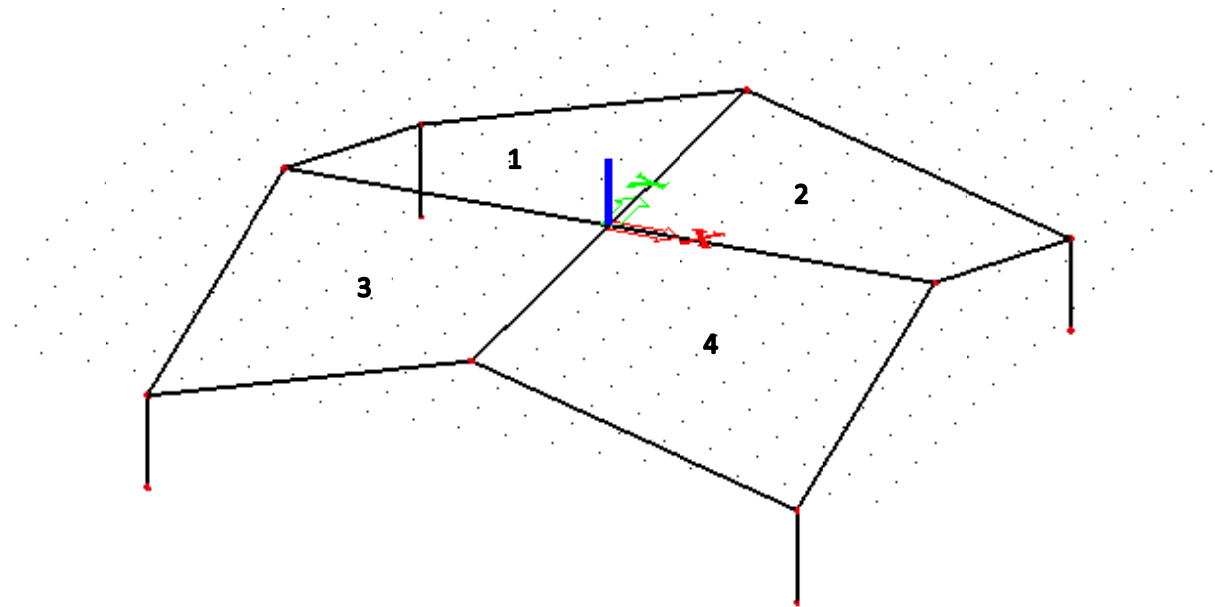
De gemiddelde kracht over het dakoppervlak:

$$F_{gem} = \frac{F_A + F_B + F_C + F_D}{A_A + A_B + A_C + A_D} \quad (46)$$

⁷ NEN-EN 1991-1-4+A1+C2:2011 nl, figuur 7.15 – luchtstroming over overkappingen

Bijlage D: Belastingcombinaties

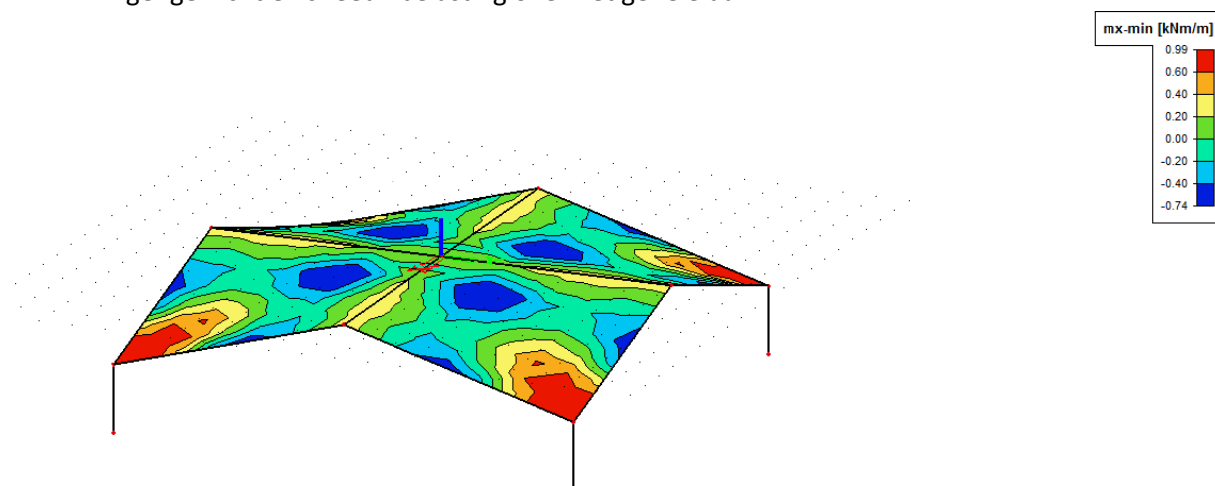
De belastinggevallen zijn uitgewerkt in SCIA. Hieronder zullen alle belastinggevallen besproken worden die in dit rapport bekeken zijn. Om het overzichtelijk te houden is er gekozen om elk hypar paneel een nummer van 1 tot 4 te geven, zie figuur 16.



Figuur 16: nummering hypardak panelen

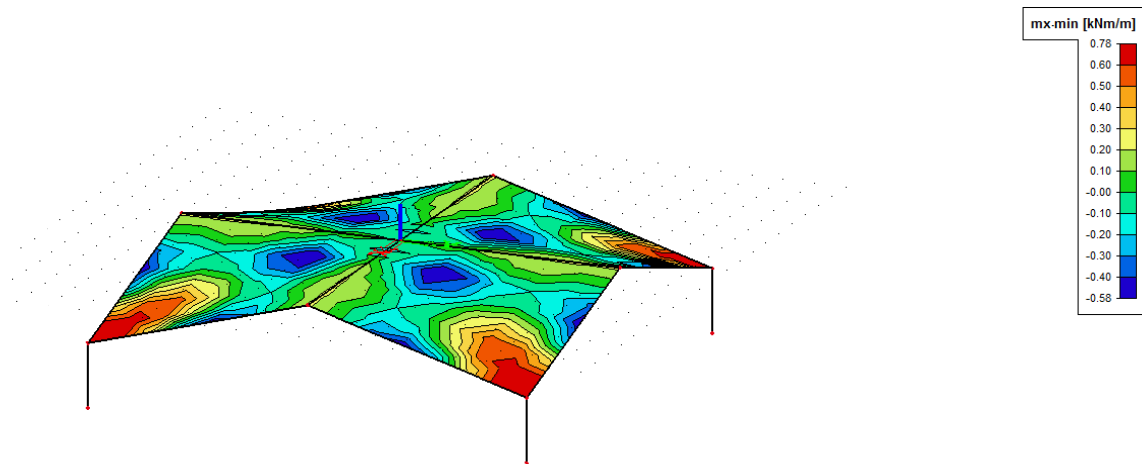
In SCIA zijn voor alle belastinggevallen de krachten en momenten bepaald. De maximale optredende zijn in de tabellen dik gedrukt.

1. Eigengewicht en sneeuwbelasting over het gehele dak:



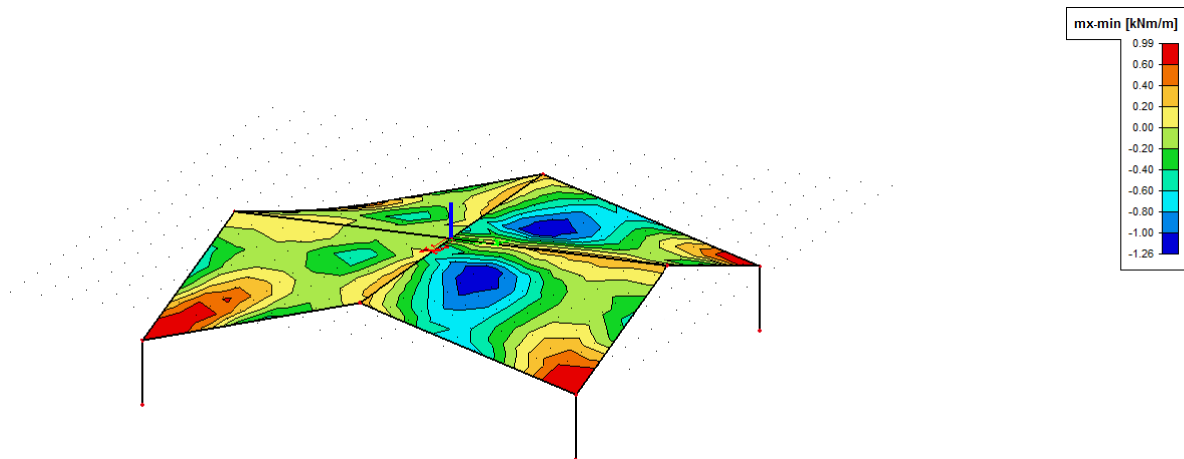
Figuur 17: Eigengewicht en sneeuwbelasting

2. Eigengewicht en windbelasting over het gehele dak:



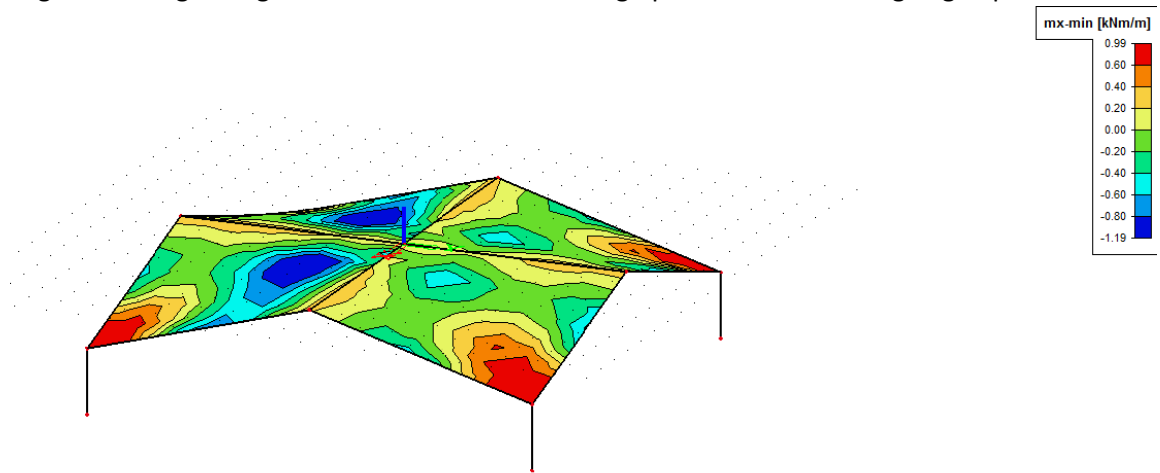
Figuur 18: Eigengewicht en windbelasting

3. Eigenbelasting over gehele dak en windbelasting op twee naast elkaar gelegen panelen



Figuur 19: Eigengewicht en windbelasting op twee panelen

4. Eigenbelasting over gehele dak en sneeuwbelasting op twee naast elkaar gelegen panelen



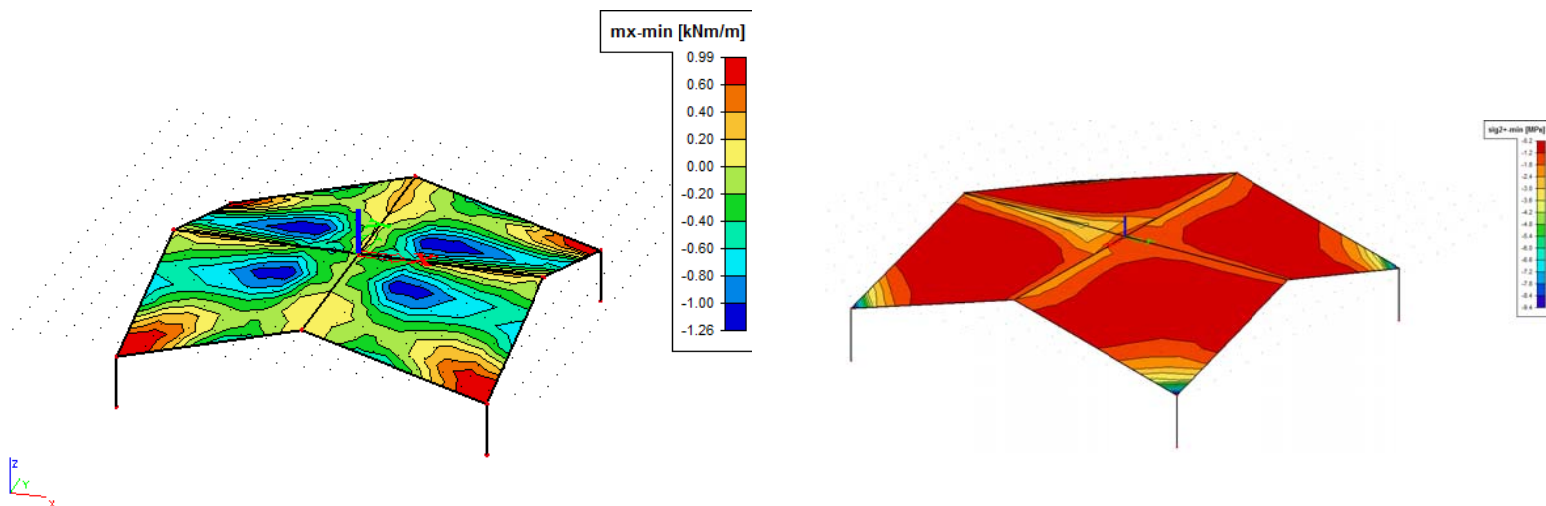
Figuur 20: Eigengewicht en sneeuwbelasting

Hieruit volgt dat belasting geval 4 maatgevend is en hier zal verder mee gerekend worden.

Bijlage E: Rekenvoorbeeld

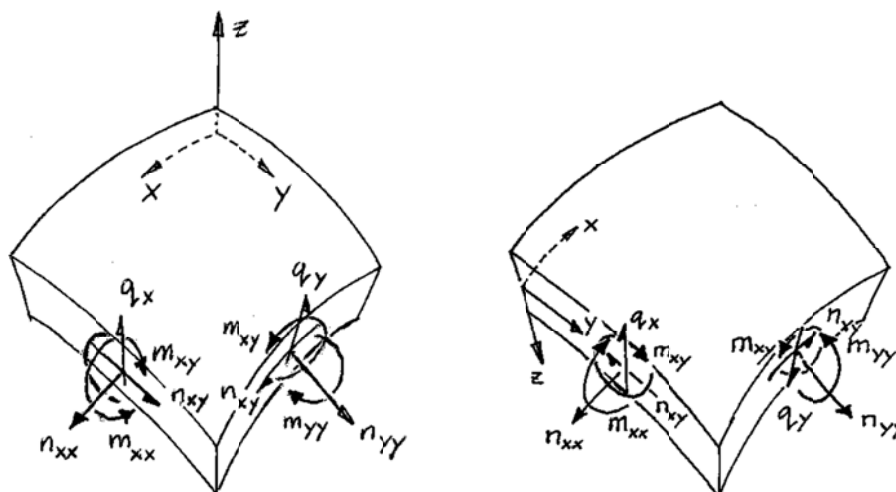
Het eerste deel van het rekenvoorbeeld bestaat uit een handberekening, waarna een berekening met SCIA gemaakt wordt. De handberekening wordt aangevuld met een paar elementen uit SCIA, wat aangegeven staat in het rekenvoorbeeld (zie pagina's hierna).

De in Excel met de hand berekende krachten, momenten en wapening zullen vergeleken worden met de momenten en krachten berekend in SCIA. In SCIA zijn voor het maatgevende belastinggeval, bepaald in hoofdstuk 3, de krachten en momenten berekend. Hieruit volgden onderstaande figuren.



Figuur 21: Links de momenten in de hypar, rechts de spanningen in de hypar

Het maximale moment bedraagt -1,26 kNm/m en de maximale spanning bedraagt -9.4 MPa. In onderstaande figuren zijn positieve doorsnedekrachten aangehouden zoals te zien is in figuur 22⁸.



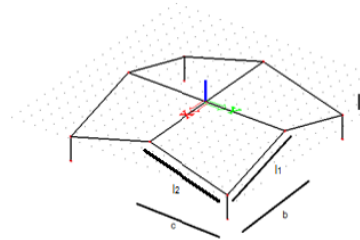
Figuur 22: positieve doorsnedekrachten in hypar, de linker figuur is de formatie die SCIA aanhoudt.

Hierbij is te zien dat de positieve richting afhankelijk is van de richting van de z-as.

⁸ B17_handout_1, Hoogenboom, P.(2016)

De waarden voor het berekende moment met SCIA en met de handberekening komen niet overeen. Uit de handberekening volgt een grotere waarde voor het moment dan in de berekening met SCIA. Het berekende moment met de handberekening is een factor 1.3 groter dan de met SCIA berekende waarde. Dit komt doordat de belasting bij de handberekening over het gehele dak gerekend wordt, terwijl bij de berekening met SCIA de belasting over verschillende panelen gerekend kan worden. Dit zorgt voor een andere krachtsverdeling.

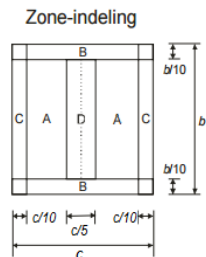
Hieronder zal het rekenvoorbeeld getoond worden.

Rekenvoorbeeld hypar				
Introductie				
Dit rekenvoorbeeld is gemaakt voor een symmetrisch gekoppeld hypardak, zie de afbeelding hieronder				
			=	zelf invoeren
			=	wordt automatisch berekend
Handberekening, deels met SCIA				
Invoeren parameters				
hypar				
b =	breedte hypar		7 m	
c =	lengte hypar		7 m	
h =	hoogte hypar		2 m	
l ₁ =	schuine zijde		7,280109889 m	
l ₂ =			7,280109889 m	
$a = \frac{bc}{h} =$	kromtestraal hypar		24,5 m	
t =	gekozen dikte hypar		0,09 m	
				$t = \sqrt{1,7 \frac{-n_2 \cdot a \cdot 1000}{E}} = 7,445394459 \text{ mm}$
				Als berekende dikte erg klein is, is dit niet realistisch voor wapening, kies grotere realistischere dikte
Wapening hypar				
$d_{x,veld}$	diameter wapening veld		6 mm	
h.o.h. afstand wapening veld x-richting			200 mm	
$d_{y,veld}$	diameter wapening veld		6 mm	
h.o.h. afstand wapening veld y-richting			200 mm	
$d_{beugel} =$	diameter beugel		0	
$d = t - c_{beton} - d_{beugel} - \frac{1}{2}d_{x,veld} - d_{y,veld}$	effectieve hoogte		51	

Randbalken			
hoogte randbalk		250	mm
breedte randbalk		150	mm
$I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3$	Traagheidsmoment	195312500	mm ⁴
$l_0 = \text{langste randbalklengte}$	Kniklengte	7,28	m
Wapening randbalken			
$d_{randbalk} =$	diameter wapening rand	8	mm
$d_{beugel.randbalk} =$	diameter beugels	0	mm
Aantal staven wapening randbalk		2	
$d = h - c_{beton} - d_{beugel} - \frac{1}{2}d_{hoofd}$	effectieve hoogte randbalk	216	mm
Beton			
$c_{beton} =$	dekking beton	30	mm
$E =$	Young's modulus	37000	Nmm ⁻²
$\alpha =$	Oppervlaktefactor betondruk	0,75	
$\beta =$	Zwaartepuntfactor betondruk	0,39	
$f_{cd} =$	Druksterkte	20	Nmm ⁻²
$f_{ck} =$	Cilinderdruksterkte	30	Nmm ⁻²
Staal			
$f_y =$	Vloeispanning staal	500	Nmm ⁻²
$\gamma =$	Veiligheidsfactor	1,15	
$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma}$		434,7826087	Nmm ⁻²

Windbelasting bepalen volgens tabel 7.7 NEN-EN 1991-1-4-A1+C2:2011

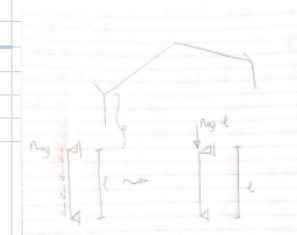
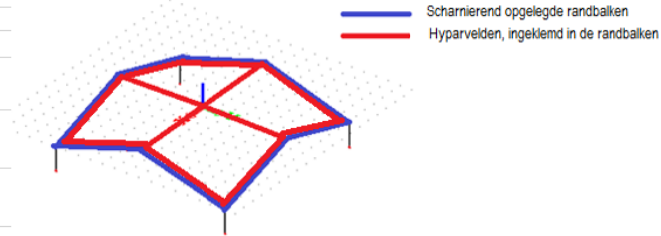
Zone A	$c_f =$	-0,7
Zone B	$c_f =$	-1,5
Zone C	$c_f =$	-1,4
Zone D	$c_f =$	-1,4
	$c_s c_d$	1
$N_{max} =$	$q_p(z_e) =$	0,75
Opp A = $0,3 * c * 0,8 * b$		11,76 m ²
Opp B = $0,8 * c * 0,1 * b$		3,92 m ²
Opp C = $0,8 * b * 0,1 * c$		3,92 m ²
Opp D = $0,2 * c * 0,8 * b$		7,84 m ²
Opp totaal = $2 * \text{Opp A} + 2 * \text{Opp B} + 2 * \text{Opp C} + \text{Opp D}$		47,04 m ²
$F_A = q_p(z_e) * c_{fA} * \text{Opp A}$		-6,174 kN
$F_B = q_p(z_e) * c_{fB} * \text{Opp B}$		-4,41 kN
$F_C = q_p(z_e) * c_{fC} * \text{Opp C}$		-4,116 kN
$F_D = q_p(z_e) * c_{fD} * \text{Opp D}$		-8,232 kN
Gemiddelde kracht = $(2 * F_A + 2 * F_B + 2 * F_C + F_D) / \text{Opp totaal}$		-0,8 kNm ⁻²



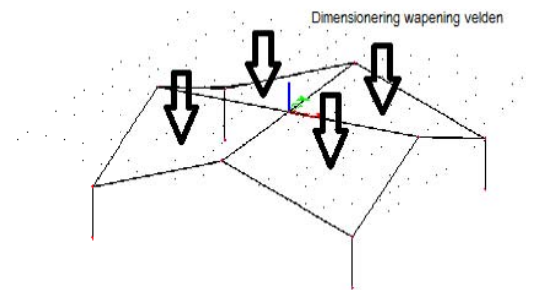
Windbelasting werkt verdeeld over gehele dak, niet per paneel!
geeft opwaartse belasting aan indien negatief

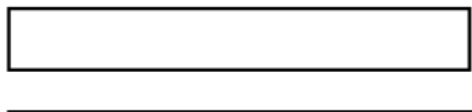
Belasting					
Beschrijving					
$p_{sneeuw} =$	Sneeuwbelasting	0,56	kNm^{-2}		
$p_{isolatie} =$	Belasting isolatiemateriaal	0,3	kNm^{-2}		
$p_{dakbedekking} =$	Belasting dakbedekking	0,1	kNm^{-2}		
$p_{eigen} = (2500 \cdot t) \cdot 10 / 1000 =$	Belasting eigen gewicht	2,25	kNm^{-2}		
$p = p_{eigen} + p_{sneeuw} + p_{isolatie} + p_{dakbedekking} + p_{wind}$	totale belasting	4,02	kNm^{-2}		
Belasting gevallen					
$p_{permanent+wind} = 0,9p_{permanent} + 1,2p_{wind} =$		1,425	kNm^{-2}	Alleen permanente belasting + wind	Kies de maatgevende belasting en vul deze in!
$p_{permanent+sneeuw} = 1,2p_{permanent} + 1,5p_{sneeuw} =$		4,02	kNm^{-2}	Alleen permanente belasting + sneeuw	

Krachten in doorsnede					
Hypar					
$n_{xx} = 0$		0	kN/m	Deze wordt nul aangenomen in hypar	
$n_{yy} = 0$		0	kN/m	Deze wordt nul aangenomen in hypar	
$n_{xy} = -0,5ap =$	membraanspanning	-49,245	kNm^{-1}		
$n_1 = n_{xy} $	krachten/ eenheid lengte	49,245	kNm^{-1}		
$n_2 = - n_{xy} $	krachten/ eenheid lengte	-49,245	kNm^{-1}		
$m_{xx,ingeklemd} = -0,511 \frac{p}{l_1^2} (atl)^{\frac{4}{3}} =$	max. moment inklemming	-1,611114421	kNm/m		
$m_{xx,scharnierend} = -0,149 \frac{p}{l_1^2} (atl)^{\frac{4}{3}} =$	max. moment scharnierend	-0,469777003	kNm/m		
$m_{yy,ingeklemd} = -0,511 \frac{p}{l_2^2} (atl)^{\frac{4}{3}} =$	max. moment inklemming	-1,611114421	kNm/m		
$m_{yy,scharnierend} = -0,149 \frac{p}{l_2^2} (atl)^{\frac{4}{3}} =$	max. moment scharnierend	-0,469777003	kNm/m		
$m_{xy} =$		0,68	kNm/m	Berekenen met SCIA	
$q_{x,ingeklemd} = 1,732 \frac{pat}{l_1}$	schuifspanning in x richting	2,1932316	kNm^{-1}		
$q_{y,ingeklemd} = 1,732 \frac{pat}{l_2}$	schuifspanning in y richting	2,1932316	kNm^{-1}		
Krachten randbalken					
$N_{max,1} = n_{xy} \cdot l_1$		-358,5090115	kN		
$N_{max,2} = n_{xy} \cdot l_2$		-358,5090115	kN		
$V_{max} =$	maximale dwarskracht	6,82	kN		
$M_{y,max} =$		6,38	kNm		



Wapening				
Wapening veld				
Normaalkrachten				
Optredend				
$n_{sx,optredend} = n_{sx} + n_{xy} $	spanning in x-richting	-49,245	kNm^{-1}	Wapening wordt onder en boven aangebracht
$n_{sy,optredend} = n_{sy} + n_{xy} $	spanning in y-richting	-49,245	kNm^{-1}	Wapening wordt onder en boven aangebracht
$n_c = 2 n_{xy} $	betonspanning	-98,49	kNm^{-1}	
Capaciteit gekozen wapening				
$A_{wapening,x} = \frac{1}{4} \pi d_x^2 * \frac{1000}{h.o.h \text{ afstand}}$	Oppervlakte wapening	141,3716694	mm^2/m	
$A_{wapening,y} = \frac{1}{4} \pi d_y^2 * \frac{1000}{h.o.h \text{ afstand}}$	Oppervlakte wapening	141,3716694	mm^2/m	
$n_{sx,capaciteit} = A_{wapening,x} * \frac{f_y}{\gamma}$	Staalkracht	61,46594322	kNm^{-1}	
$n_{sy,capaciteit} = A_{wapening,y} * \frac{f_y}{\gamma}$	Staalkracht	61,46594322	kNm^{-1}	
U.C.				
$\frac{Optredend}{capaciteit} =$		0,801175373		Voldoet indien U.C. ≤ 1
$\frac{Optredend}{capaciteit} =$		0,801175373		Voldoet indien U.C. ≤ 1
$\frac{n_c}{t} \leq f_{ck} \rightarrow$		-0,001094333		<



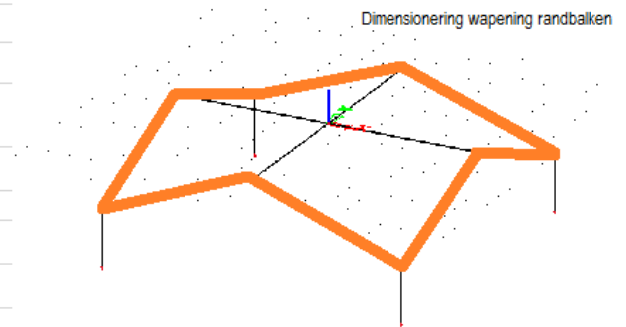
Momenten				
Optredend				
$m_{sx,ingeklemd} = m_{xx} + m_{xy} $	Kracht moment	-0,931114421	kNm/m	
$m_{sx,scharnierend} = m_{xx} + m_{xy} $	Kracht moment	0,210222997	kNm/m	
$m_{sy,ingeklemd} = m_{yy} + m_{xy} $	Kracht moment	-0,931114421	kNm/m	
$m_{sy,scharnierend} = m_{yy} + m_{xy} $	Kracht moment	0,210222997	kNm/m	
Capaciteit gekozen wapening				
$m_{max} =$	Maximaal optredend momen	0,93111442	kNm/m	Kies boven het grootste moment uit optredende momenten
$A_{wapening,x} = \frac{1}{4} \pi d_x^2 * \frac{1000}{h.o.h\ afstand}$	gebruikt staal	141,3716694	mm ²	vul bijbehorende wapeningoppervlak in
$N_s = A_s * f_{yd} =$		61465,94322	N	Wordt gedimensioneerd op basis van een element van 1 m breed uit de hypar 
$N_s = N_c \rightarrow \alpha x_u f_{cd} b = A_s * f_{yd} \rightarrow x_u = \frac{A_s * f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} =$		4,097729548	mm	
$z = d - \beta x_u =$		49,40188548	mm	
$M_{Rd} = A_s * f_{yd} * z =$		3,036533488	kNm	
U.C.				
$\frac{m_{max}}{M_{Rd}} =$		0,306637297		Voldoet indien U.C. <= 1

Dwarskracht				
Optredend				
$V_{Ed,x} = q_x$	maximale dwarskracht	2,1932316	kN	
$V_{Ed,y} = q_y$	maximale dwarskracht	2,1932316	kN	
Capaciteit				
$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} =$		2,980295086	mm ^{0,5}	
$v_{min} = 0,035k^{\frac{3}{2}}\sqrt{f_{ck}} =$	schuifspanning	0,986319392		
$V_{Rd,c} = v_{min} * b * d =$	Dwarskracht capaciteit	50,30228898	kN	
U.C.				
$\frac{V_{Ed,x}}{V_{Rd,c}} =$		0,04360103		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1
$\frac{V_{Ed,y}}{V_{Rd,c}} =$		0,04360103		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1
Wapening randbalken				
Globale ontwerpberkening				
Aanwezig met gekozen diameter				
$A_{s,aanwezig} = \text{aantal staven} * \frac{1}{4}\pi d^2 =$	Aanwezige opp wapening	100,5309649	mm ²	
Benodigd				
$A_{s,benodigd} = \frac{M_{y,max}}{f_{yd} * 0,9d} =$	benodigde opp staal	75,48353909	mm ²	Verander de effectieve hoogte d of aantal staven in parameters om juiste wapeningsdiameter te vinden
U.C.				
$\frac{A_{s,benodigd}}{A_{s,aanwezig}} =$	Unity check	0,750848648		Voldoet indien U.C. ≤ 1

Wordt gedimensioneerd op basis van een element van 1 m breed uit de hypar



Nauwkeurige berekening				
Optredend				
$N_c = \alpha x_u f_{cd} b$	Betonkracht			
$N_s = A_s * f_{yd} =$	Staalkracht	43709,11518	N	
$N_s = N_c \rightarrow \alpha x_u f_{cd} b = A_s * f_{yd} \rightarrow x_u = \frac{A_s * f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} =$	betondruk zone	19,42627341	mm	
$z = d - \beta x_u =$	Moment arm	208,4237534	mm	
Capaciteit				
$M_{Rd} = A_s * f_{yd} * z =$	Moment capaciteit	9,110017842	kNm	
U.C.				
$\frac{M_{y,max}}{M_{Rd}} =$	Unity check	0,700327937		Voldoet indien U.C. =< 1
Dwarskracht wapening				
Optredend				
$V_{Ed} = V_{max}$	maximale dwarskracht	6,82	kN	
Capaciteit				
$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} =$		1,962250449	mm ^{-0,5}	
$v_{min} = 0,035 k^{\frac{3}{2}} \sqrt{f_{ck}} =$	schuifspanning	0,526938981		
$V_{Rd,c} = v_{min} * b * d =$	Dwarskracht capaciteit	19,76021179	kN	
U.C.				
$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} =$		0,345138001		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. =< 1



Knik controle				
<i>hypar</i>				
Optredend				
$n_2 = - n_{xy} =$	Drukkracht	-49,245	kNm^{-1}	
Capaciteit				
$n_{cr} = -0,6 * E * \frac{t^2}{a}$	Knikkracht hypar	-7339,591837	kN/m	
U.C.				
$\frac{n_2}{n_{cr}} =$		0,006709501		Voldoet indien U.C. ≤ 1
Randbalken				
Optredend				
$N_{max,11} =$	maximale normaalkracht	358,5090115	kN	
$N_{max,12}$	maximale normaalkracht	358,5090115	kN	

Randbalken				
Optredend				
$N_{max,l1} =$	maximale normaalkracht	358,5090115	kN	
$N_{max,l2}$	maximale normaalkracht	358,5090115	kN	
Capaciteit				
$N_{knik,1} = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$	Knikkracht randbalk x-richting	1345,722888	kN	
$N_{knik,2} = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$	Knikkracht randbalk y richting	1345,722888	kN	
U.C.				
$\frac{N_{max}}{N_{knik}} =$		0,266406267		Voldoet indien U.C. ≤ 1
$\frac{N_{max}}{N_{knik}} =$		0,266406267		Voldoet indien U.C. ≤ 1

SCIA berekening

Optredende krachten

In veld

$n_{xx} =$		-569,22 kN/m	Bepaal deze waarden met SCIA
$n_{yy} =$		-1434,92 kN/m	
$n_{xy} =$		145,44 kN/m	
$n_2 =$		-326,79 kN/m	
$m_{xx} =$		-1,19 kNm/m	
$m_{xy} =$		0,68 kNm/m	
$m_{yy} =$		1,93 kNm/m	
$q_x =$		1,17 kN/m	
$q_y =$		7,95 kN/m	

Randbalken

$N_{max} =$	maximale normaalkracht	-172,51 kN	
$V_{max} =$	maximale dwarskracht	6,82 kN	
$M_{y,max} =$	maximaal moment	6,38 kNm	

Wapening				
Wapening veld				
Normaalkrachten				
Optredend				
$n_{sx,optredend} = n_{sx} + n_{xy} $	spanning in x-richting	-423,78	kNm^{-1}	
$n_{sy,optredend} = n_{sy} + n_{xy} $	spanning in y-richting	-1289,48	kNm^{-1}	
$n_c = 2 n_{xy} $	betonspanning	290,88	kNm^{-1}	
Capaciteit gekozen wapening				
$A_{wapening,x} = \frac{1}{4} \pi d_x^2 * \frac{1000}{h.o.h\ afstand}$	Oppervlakte wapening x-richting	141,3716694	mm^2/m	Wapening wordt onder en boven aangebracht
$A_{wapening,y} = \frac{1}{4} \pi d_y^2 * \frac{1000}{h.o.h\ afstand}$	Oppervlakte wapening y-richting	141,3716694	mm^2/m	Wapening wordt onder en boven aangebracht
$n_{sx} = A_{wapening,x} * \frac{f_y}{\gamma}$	x-richting	162,5774198	kNm^{-1}	
$n_{sy} = A_{wapening,y} * \frac{f_y}{\gamma}$	y-richting	162,5774198	kNm^{-1}	
U.C.				
$\frac{n_{sx,optredend}}{n_{sx, capaciteit}} =$		2,606635045		Voldoet indien U.C. ≤ 1
$\frac{n_{sy,optredend}}{n_{sy, capaciteit}} =$		7,931482745		Voldoet indien U.C. ≤ 1
$\frac{n_c}{t} \leq f_{ck} \rightarrow$		3,232	<	30

Momenten				
Optredend				
$m_{sy} = m_{xx} + m_{xy} $		-0,51		
$m_{sy} = m_{yy} + m_{xy} $		2,61		
Capaciteit gekozen wapening				
$m_{max} =$		2,61	kNm	Kies boven het grootste moment uit optredende momenten
$A_s =$		141,3716694	mm ²	Vul bijbehorende wapening oppervlakte in
$N_s = A_s * f_{yd} =$		61465,94322	N	
$N_s = N_c \rightarrow \alpha x_u f_{cd} b = A_s * f_{yd} \rightarrow x_u = \frac{A_s * f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} =$		4,097729548	mm	
$z = d - \beta x_u =$		49,40188548	mm	
$M_{Rd} = A_s * f_{yd} * z =$		3,036533488	kNm	
U.C.				
$\frac{m_{max}}{M_{Rd}} =$		0,859532757		Voldoet indien U.C. ≤ 1
Dwarskracht				
Optredend				
$V_{Ed,x} = q_x$	maximale dwarskracht	1,17	kN	
$V_{Ed,y} = q_y$	maximale dwarskracht	7,95	kN	
Capaciteit				
$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} =$		2,980295086	mm ^{-0,5}	
$v_{min} = 0,035k^{\frac{3}{2}}\sqrt{f_{ck}} =$	schuifspanning	0,986319392		
$V_{Rd,c} = v_{min} * b * d =$	Dwarskracht capaciteit	50,30228898	kN	
U.C.				
$\frac{V_{Ed,x}}{V_{Rd,c}} =$		0,023259379		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1
$\frac{V_{Ed,y}}{V_{Rd,c}} =$		0,158044498		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1

Wapening randbalken				
Globale ontwerpberekening				
Benodigd				
$A_s = \frac{M_{y,max}}{f_{yd} * 0,9d} =$	benodigde opp staal	75,48353909	mm ²	
Aanwezig met gekozen diameter				
$A_s = \text{aantal staven} * \frac{1}{4} \pi d^2 =$	Aanwezige opp wapening	100,5309649	mm ²	
U.C.				
$\frac{A_{s,benodigd}}{A_{s,aanwezig}} =$		0,750848648		Verander de effectieve hoogte d of aantal staven in parameters om juiste wapeningsdiameter te vinden
Nauwkeurige berekening				
Optredend				
$N_c = \alpha x_u f_{cd} b$	Betonkracht			
$N_s = A_s * f_{yd} =$	Staalkracht	43709,11518	N	
$N_s = N_c \rightarrow \alpha x_u f_{cd} b = A_s * f_{yd} \rightarrow x_u = \frac{A_s * f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} =$	betondruk zone	19,42627341	mm	
$z = d - \beta x_u =$	Moment arm	208,4237534	mm	
Capaciteit				
$M_{Rd} = A_s * f_{yd} * z =$	Moment capaciteit	9,110017842	kNm	
U.C.				
$\frac{M_{y,max}}{M_{Rd}} =$		0,700327937		Voldoet indien U.C. ≤ 1

Dwarskracht wapening				
Optredend				
$V_{Ed} = V_{max}$	maximale dwarskracht	6,82	kN	Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1
Capaciteit				
$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} =$		1,962250449	mm ^{-0,5}	
$v_{min} = 0,035k^{\frac{3}{2}}\sqrt{f_{ck}} =$	schuifspanning	0,526938981		
$V_{Rd,c} = v_{min} * b * d =$	Dwarskracht capaciteit	17,07282299	kN	
U.C.				
$\frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c}} =$		0,399465279		Geen dwarskrachtwapening nodig indien U.C. ≤ 1

Knik controle				
hypar				
Optredend				
$n_2 =$		-326,79	kN/m	
Capaciteit				
$n_{cr} = -0,6 * E * \frac{t^2}{a}$	Knikkracht hypar	-7339,591837	kN/m	
U.C.				
$\frac{n_2}{n_{cr}} =$		0,044524274		Voldoet indien U.C. =< 1
Randbalken				
Optredend				
$N_{max} =$	maximale normaalkracht	172,51	kN	
Capaciteit				
$N_{knik} = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$	Knikkracht randbalken	1345,763515	kN	
U.C.				
$\frac{N_{max}}{N_{knik}} =$		0,128187455		Voldoet indien U.C. =< 1