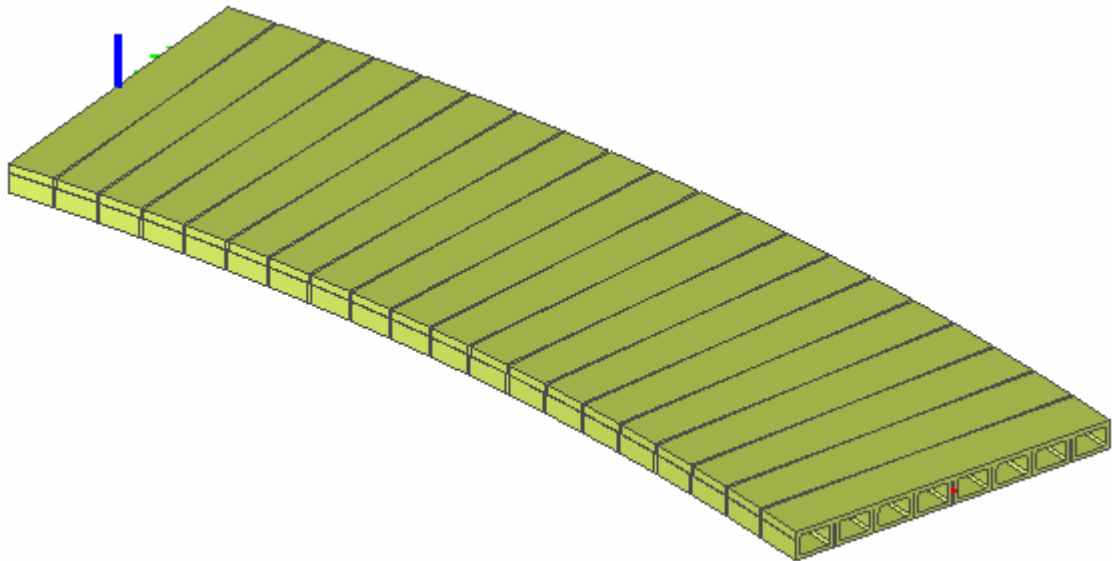


Krachtenwerking en vervorming van gekromde SKK liggers

Eindrapport Bachelor Eindwerk – CT3000



Student: Marc Romans
Studienummer: 1223836

Begeleiders:

Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
Ir. W.J.M. Peperkamp

7 juni 2007

Voorwoord

Voor u ligt het eindrapport over het onderzoek naar krachtswerking en vervorming van gekromde SKK liggers. Dit onderzoek is uitgevoerd in het kader van het Bachelor Eindwerk van de opleiding Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. Het is het resultaat van vijf weken zelfstandig onderzoek.

Graag wil ik dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en ir. W.J.M. Peperkamp bedanken voor hun begeleiding, tijd en moeite die zij in mijn Bachelor Eindwerk hebben gestoken.

Zoetermeer, juni 2007

Marc Romans

Samenvatting

Voor het Bachelor Eindwerk is er onderzoek gedaan naar de krachtswerking en vervorming van viaducten die bestaan uit gekromde SKK liggers. Allereerst is er een ontwerp gemaakt van een viaduct met twee rijstroken en een vluchtstrook dat zich bevindt ter hoogte van een knooppunt in een autosnelweg. Het viaduct bestaat uit acht naast elkaar gelegen SKK ligger met een overspanning van 35 meter en een kromtestraal van 450 meter.

Vervolgens is er onderzoek gedaan aan dit viaduct. Met behulp van het driedimensionale raamwerkprogramma ESA PT is de krachtswerking bepaald. Hiervoor is het gekromde viaduct opgedeeld in rechte elementen die de kromming van het viaduct benaderen. De nauwkeurigheid van de verkregen berekening hangt af van het aantal rechte elementen waarmee de kromming wordt benaderd. Voor verschillende overspanningen en kromtestralen is de nauwkeurigheid van de berekeningsresultaten onderzocht. Hierbij is het aantal rechte elementen gevarieerd en telkens verdubbeld. Geconcludeerd kan worden dat voor berekeningen met gekromde SKK liggers een benadering door 20 elementen voldoende is voor het verkrijgen van een afwijking in de berekening van minder dan één procent. Er bestaat een omgekeerd evenredig verband tussen de kromtestraal en het benodigde aantal elementen. Ook bij een toename van de overspanning neemt het benodigde aantal elementen toe.

Wanneer SKK liggers gekromd worden uitgevoerd in plaats van rechte neemt het torsiemoment in de liggers toe door de optredende excentriciteit. Hierdoor ontstaan grotere schuifspanningen in de flensen van de ligger. Voor verschillende overspanningen en kromtestralen is onderzocht wat de toename van deze schuifspanning is. Aan de hand van de vakwerkanalogie is gekeken of het mogelijk is of deze schuifspanning opgenomen kan worden door het toepassen van extra afschuifwapening in de vorm van beugels. Dit blijkt geen probleem te zijn, ook voor de liggers met de kleinere kromtestralen waarin de grootste torsiemomenten optreden.

Het krommen van de liggers blijkt geen invloed te hebben op het optredende buigend moment in de ligger. Deze blijft vrijwel gelijk in vergelijking met een rechte ligger. De huidige ontwerpgrafiek voor het toepassen van een geschikt SKK profiel is gebaseerd op deze optredende buigende momenten. Verondersteld wordt dat deze grafiek daarom ook toegepast kan worden voor gekromde liggers, al zullen de bovenstaande aanpassingen met betrekking tot de afschuifwapening toegepast moeten worden. Er dient echter nog onderzocht te worden of bij een grotere kromtestraal en de daaruit voortkomende excentriciteit de stabiliteit van de losse liggers gewaarborgd blijft.

Inhoud

1 Inleiding.....	5
1.1 Probleemstelling	5
1.2 Doelstelling	5
1.3 Aanpak	6
2 Ontwerp gekromd viaduct	7
2.1 Inleiding	7
2.1 Functioneel ontwerp	7
2.1.1 Horizontaal en verticaal alignement	8
2.1.2 Dwarsprofiel van het viaduct.....	9
2.2 Technisch ontwerp	9
2.2.1 Overspanning	9
2.2.2 Opleggingen	10
3 Dwarsdoorsnede eigenschappen viaduct.....	11
3.1 Inleiding	11
3.2 Automatische doorsnede berekening in ESA PT	11
3.3 Handmatige doorsnede berekening	13
3.3.1 A , A_y en A_z	13
3.3.2 I_{yy} , I_{zz} en I_w	14
3.3.3 Y_{LCS} , Z_{LCS} , $W_{y,el}$ en $W_{z,el}$	15
3.4 Overzicht	16
4 Benadering van gekromde ligger.....	17
4.1 Inleiding	17
4.2 Aanpak en resultaten	17
4.3 Analyse van de berekeningsresultaten	22
5 Constructieve grenzen.....	25
5.1 Inleiding	25
5.2 Belastingen	25
5.3 Spanningen in de doorsnede	33
6 Conclusies en aanbevelingen.....	36
7 Literatuurlijst	37
Bijlage A: Originele opdracht.....	38
Bijlage B: Ontwerptabellen ROA.....	39
Bijlage C: Ontwerpgegevens Spanbeton.....	40
Bijlage D: Matlab Code	42
Bijlage E: Evaluatie	44

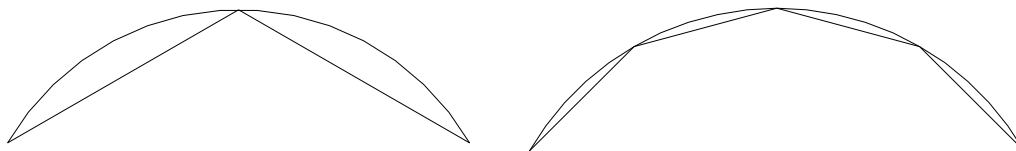
1 Inleiding

1.1 Probleemstelling

Gekromde viaducten worden al geruime tijd toegepast op allerlei plaatsen in het wegennet. Bij de aanleg van dergelijke viaducten wordt er vanwege de gunstige eigenschappen vaak voor prefab elementen gekozen, zoals SKK liggers. Sinds de jaren 90 worden deze kokerelementen ook gekromd toegepast.

De krachtswerking van viaducten met gekromde kokerliggers wordt berekend met behulp van een driedimensionaal raamwerkprogramma, zoals het programma ESA PT. Bij het invoeren van een gekromd viaduct in ESA PT wordt het viaduct opgedeeld in rechtlijnige elementen. Aan de hand van deze elementen wordt door het programma het krachtenverloop binnen de constructie bepaald, zoals het momenten- en het dwarskrachtenverloop.

Met behulp van ESA PT zullen gekromde viaducten geëvalueerd worden die eerst met slechts een paar rechtlijnige elementen worden benaderd. Vervolgens wordt deze stap meerdere malen herhaald, waarbij de lengte van deze rechtlijnige elementen telkens wordt gehalveerd. Hierdoor ontstaat een benadering van de boog die uit steeds meer losse rechtlijnige elementen bestaat.



Figuur 1.1 en 1.2: Benaderen van een boog in rechtlijnige elementen, met verschillende lengten.

Wanneer het aantal elementen wordt uitgebreid, neemt de nauwkeurigheid van de berekening toe. Op een gegeven moment wordt het punt bereikt, waarbij het aantal elementen nog steeds wordt verdubbeld maar waarbij de nauwkeurigheid van de berekeningen niet meer toeneemt ten opzichte van de voorgaande stap. Hierbij kan gedacht worden aan een toename van de nauwkeurigheid van minder dan 1 %. Bij de benadering van een boog is er dus altijd een minimaal aantal benodigde hoeveelheid rechtlijnige elementen nodig voor een nauwkeurige berekening.

1.2 Doelstelling

Het doel van dit onderzoek is het opstellen van een richtlijn om met het raamwerkprogramma ESA PT een gekromd viaduct dat bestaat uit SKK liggers nauwkeurig te kunnen evalueren. Deze richtlijn heeft betrekking op het minimaal benodigde aantal elementen dat noodzakelijk is om een nauwkeurige berekening te kunnen maken van de vervorming, het buigmoment en het wringmoment.

Daarnaast zal er gekeken worden naar de constructieve grenzen van gekromde SKK liggers. In bijlage A is de originele opdracht opgenomen.

1.3 Aanpak

Allereerst wordt er een grof ontwerp gemaakt van een gekromd viaduct dat bestaat uit SKK liggers. Omdat dit ontwerp bedoeld is voor onderzoeksdoeleinden, wordt er een ontwerp gemaakt dat als voornaamste doel heeft dat het goed is om te zetten naar een digitaal model in het raamwerkprogramma ESA PT. Daarom zullen niet, zoals bij een echt ontwerp, alle details in beschouwing worden genomen. Het ontwerp dat hier uit voort komt wordt vervolgens gebruikt gedurende het onderzoek

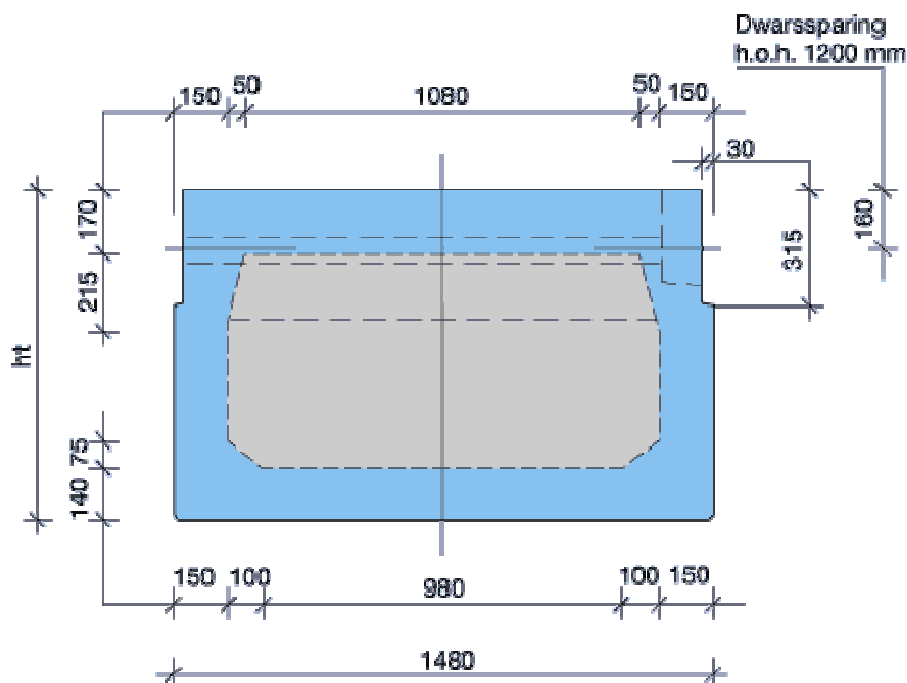
Nadat het ontwerp is vastgesteld worden de eigenschappen van het viaduct bepaald die noodzakelijk zijn voor de simulaties in ESA PT. Gekeken wordt naar het verschil in resultaat tussen ESA PT en een handberekening. Voor het bepalen van de knooppunten die noodzakelijk zijn voor het opdelen van het viaduct in rechtlijnige elementen is er gebruik gemaakt van het wiskunde programma MATLAB (zie bijlage D).

Wanneer alle voorbereidingen voltooid zijn, wordt er begonnen met het daadwerkelijke onderzoek. Voor het eerste onderzoeksgedeelte wordt er gekeken naar de benaderingsresultaten van ESA PT. Hierbij wordt er gekeken naar verschillende kromtestralen en overspanningen. Vervolgens worden voor het tweede onderzoeksgedeelte de constructieve grenzen bepaald van de toegepaste gekromde SKK liggers. Hierbij wordt er gekeken wat de invloed is op de krachtswerking bij verschillende overspanningen en kromtestralen.

2 Ontwerp gekromd viaduct

2.1 Inleiding

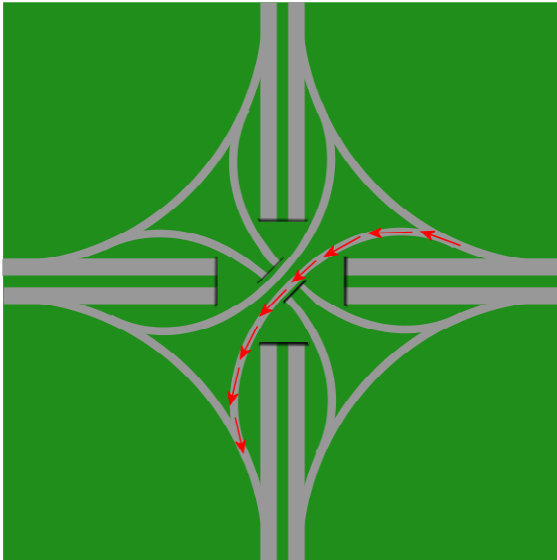
Er is een ontwerp gemaakt voor een gekromd viaduct dat zich bevindt ter plaatse van een knooppunt in een autosnelweg. De liggers van dit viaduct bestaan uit gekromde SKK liggers. Deze liggers worden door de firma Spanbeton prefab geproduceerd. SKK liggers zijn holle voorgespannen kokerliggers. Door meerdere SKK liggers naast elkaar te plaatsen wordt de gewenste breedte van de overspanning verkregen. Hierbij worden alle liggers in het dek in dezelfde boogstraal uitgevoerd. Door middel van dwarsvoorspanning in de bovenzijde van de ligger worden de losse kokerliggers met elkaar verbonden. Vervolgens wordt het oppervlak afgewerkt met een zeer dunne afwerklaag van beton.



Figuur 2.1: Afmetingen van de doorsnede van een SKK ligger. De breedte van de ligger bedraagt 1480 mm. Met voegen van 20 mm komt de totale breedte uit op 1500 mm. De hoogte van de ligger is afhankelijk van de overspanning en de belasting.

2.1 Functioneel ontwerp

Allereerst dient er een functioneel ontwerp gemaakt te worden. Hierbij worden de afmetingen van het viaduct bepaald aan de hand van de Richtlijn Ontwerp Autosnelwegen (ROA). Met behulp hiervan kan een horizontaal- en verticaal alignement, de bijbehorende verkanting en de breedte van het viaduct bepaald worden.



Figuur 2.2: Schematische weergave van het boogtype dat ontworpen wordt, weergegeven met rode pijltjes. Deze pijltjes geven tevens de rijrichting van het verkeer aan.

2.1.1 Horizontaal en verticaal alignement

De horizontale boog die wordt toegepast is het basiselement van het wegontwerp. De bereikbaarheid van de boog wordt bepaald door de relatie tussen snelheid, boogstraal, zijdelingse wrijving en verkanting. In werkelijkheid zal de boog nooit direct met de aansluitende rechtstanden worden verbonden, om knikken in het wegbeeld te voorkomen. Daarom worden tussen de horizontale boog en de rechtstanden overgangsbogen toegepast, veelal met behulp van een clotoïde. Tijdens dit ontwerp is er echter voor gekozen om de aanwezigheid van clotoïden te verwaarlozen en alleen de boog in beschouwing te nemen.

Met behulp van de onderstaande formule kan de straal van boog bepaald worden. In deze formule wordt een lineair verband aangehouden tussen de snelheid en de zijdelingse wrijvingsweerstand.

$$R \geq \frac{7 \cdot v^2}{210 - v + 9 \cdot h}$$

De ontwerpsnelheid van een autosnelweg bedraagt 120 km/h. Vanwege een snelheidsreductie ter hoogte van viaducten bij knooppunten wordt een ontwerpsnelheid van 100 km/h aangehouden voor het bepalen van de boogstraal. Een verkanting dient toegepast te worden voor een reductie van de centrifugaalkracht, verhoging van het rijcomfort en het verkrijgen van voldoende afwatering. Aangenomen wordt een verkanting van 5 %.

Uit de ontwerptabellen, gebaseerd op de bovenstaande formule, kan de vereiste boogstraal worden afgelezen. Deze tabellen zijn opgenomen in bijlage B. De benodigde horizontale boogstraal bedraagt:

$$R = 450m$$

Deze boogstraal voldoet aan alle eisen die gesteld worden aan de minimale zichtafstanden zoals het wegverloopzicht, het stopzicht, het uitwijkzicht en het rijzicht.

Het verticaal alignement geeft het verloop van de hoogteligging van de weg weer. Gedurende het onderzoek is de verticale verkanting buiten beschouwing gebleven. In de praktijk worden echter hellingspercentages toegestaan tot maximaal 4 %.

2.1.2 Dwarsprofiel van het viaduct

Aangenomen is dat het gekromde viaduct bestaat uit een wegvlak met 2 rijstroken en een vluchtstrook. Met behulp van de ROA kan aan de hand van breedtes van de dwarsprofiel-elementen de totaal benodigde breedte van het viaduct bepaald worden.

- Breedte rijstrook: 3,50 m.
- Breedte kantstrook (inclusief kantstreep): 0,80 m.
- Breedte vluchtstrook: 3,45 m.
- Breedte kantstreep (aan zijde met vluchtstrook): 0,20m.

De totale benodigde verhardingsbreedte die hieruit volgt bedraagt:

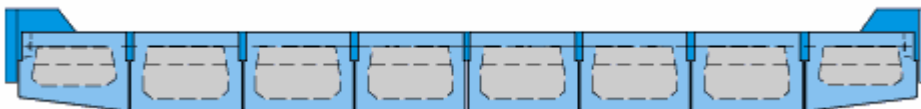
$$b_{\text{benodigd}} = 11,45\text{m}$$

2.2 Technisch ontwerp

Bij het technisch ontwerp worden de constructieve afmetingen bepaald. Hierbij wordt er gekeken naar de overspanning en de verbinding ter hoogte van de opleggingen.

2.2.1 Overspanning

Voor de overspanning tussen de opleggingen worden SKK liggers toegepast. De breedte van een SKK ligger inclusief voegen bedraagt 1500 mm, ongeacht de hoogte ervan. Uit de eerder bepaalde verhardingsbreedte volgt dat de overspanning bestaat uit acht parallel geplaatste liggers.

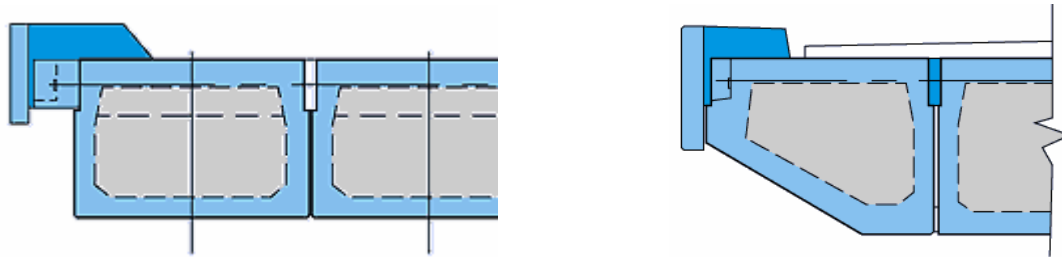


Figuur 2.3: De overspanning bestaande uit acht naast elkaar liggende SKK profielen.

De totale breedte van het viaduct bedraagt:

$$b_{\text{totaal}} = 8 \cdot 1500 = 12.000\text{mm}$$

In de bovenstaande afbeelding is er gebruik gemaakt van randliggers met een bodemafschuining. Deze worden in de praktijk vrijwel altijd toegepast voor het verkrijgen van een visueel aantrekkelijk uiterlijk. Tijdens het onderzoek is er voor de randliggers uitgegaan van een normale SKK ligger.



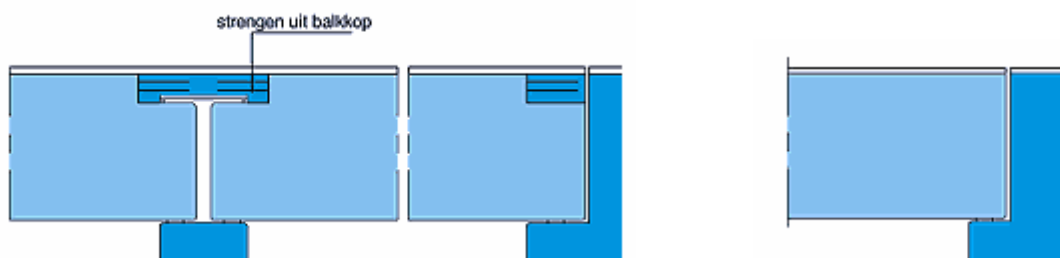
Figuur 2.4 en 2.5: Voor vereenvoudiging van de berekeningen worden normale SKK liggers gebruikt als randligger, in plaats van de veelal toegepaste afgeschuinde randliggers.

De vrije overspanning en hart op hart afstand van de kolommen bedraagt 35 meter. Bij deze kolomafstand treden ter hoogte van het knooppunt geen problemen op met de onderliggende kruisende infrastructuur. Aan de hand van de draaggrafieken kan hierbij een profiel met de geschikte hoogte gekozen worden. De minimale hoogte die hieruit volgt bedraagt 1000 mm. Deze draaggrafiek en de eigenschappen van de verschillende SKK liggers zijn opgenomen in bijlage C.

2.2.2 Opleggingen

Ter plaatse van de opleggingen worden de uiteinden van de SKK liggers door middel van wapening in de bovenzijde van de ligger met elkaar verbonden. Hierbij ontstaat een buigslappe voegconstructie. Er mag daarom niet uitgegaan worden van een doorgaande ligger ter plaatse van de oplegging. Dit zorgt voor een aantal randvoorwaarden die invloed hebben op de simulatie in ESA PT:

- Er is geen verdeling van verticale belasting mogelijk tussen de twee aangrenzende liggers. Dit geldt zowel voor het eigen gewicht als voor de variabele belasting.
- Door de buigslappe voegverbinding kan het inkelelementmoment ter hoogte van de oplegging verwaarloosd worden.



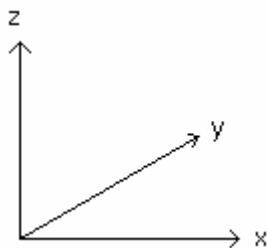
Figuur 2.6 en 2.7: Detail van het middensteunpunt en ter plaatse van het landhoofd.

Uit de bovenstaande randvoorwaarden volgt dat de opleggingen het best als scharnieren geschematiseerd kunnen worden. Door uitzetting bij temperatuursverschillen dienen de liggers uit te kunnen zetten in de lengterichting van de ligger. Daarom wordt één van de opleggingen geschematiseerd tot een roloplegging.

3 Dwarsdoorsnede eigenschappen viaduct

3.1 Inleiding

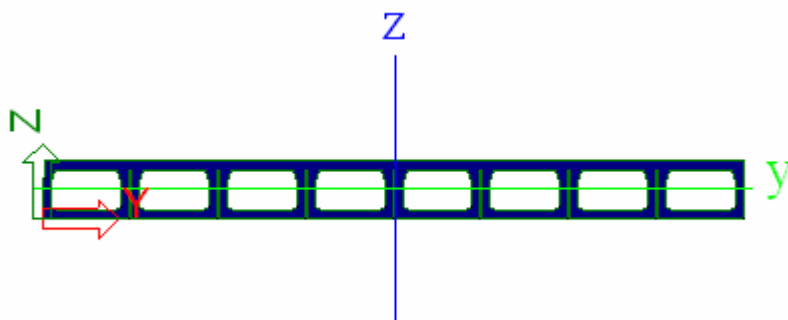
Tijdens de ontwerpfase van het viaduct is het benodigde dwarsprofiel van de overspanning vastgesteld. Aan de hand van de benodigde breedte is bepaald dat het viaduct uit acht SKK liggers bestaat met een lengte van 35 meter. ESA PT biedt de mogelijkheid om de doorsnede van het viaduct in één keer in te voeren en daarbij de bijbehorende dwarsdoorsnede eigenschappen te bepalen. Ter controle zijn de doorsnede eigenschappen ook met de hand bepaald. Deze handmatig bepaalde eigenschappen kunnen in ESA PT vervolgens weer ingevoerd worden als een numerieke doorsnede. Dit is een doorsnede waarvan ESA PT wel de eigenschappen kent, maar die het programma niet grafisch weer kan geven. Alle berekeningsresultaten in dit rapport zijn verkregen aan de hand van de door ESA bepaalde eigenschappen van de doorsnede.



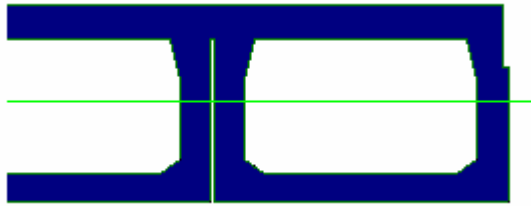
Figuur 3.1: Assenstel zoals dat door ESA PT en in de rest van dit verslag wordt aangehouden.

3.2 Automatische doorsnede berekening in ESA PT

Voor het invoeren van de gehele doorsnede in ESA PT moeten enkele vereenvoudigingen worden toegepast. Dit wordt veroorzaakt door de beperkingen van ESA PT. Omdat het viaduct als een eendimensionaal element wordt beschouwd is het onder andere niet mogelijk om de dwarsvoorspanning tussen de losse SKK liggers te simuleren en een losse afwerklaag aan te brengen. Door aan te nemen dat de liggers aan de bovenzijde met elkaar zijn verbonden wordt geprobeerd de invloed van de dwarsvoorspanning en de afwerklaag te benaderen. De dwarsvoorspanning verhindert verplaatsingen van de losse liggers ten opzichte van elkaar. Deze verplaatsingen worden veroorzaakt door wringing en buiging.

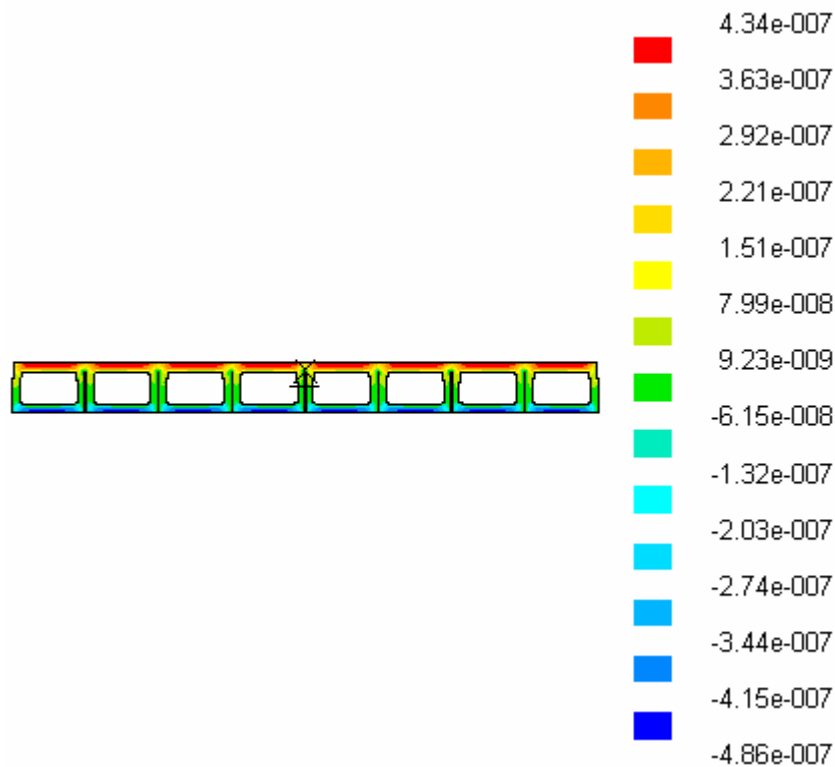


Figuur 3.2: Doorsnede van het viaduct in ESA PT, opgebouwd uit acht SKK1000 liggers.



Figuur 3.3: Vergrootte weergave van de koppeling in ESA PT tussen de losse SKK liggers.

Doordat geschematiseerd is dat de losse SKK liggers in de bovenzijde met elkaar zijn verbonden treedt er echter een verstoring op in het verloop van de schuifspanningen en bij het bepalen van het torsie traagheidsmoment I_w . De schuifstroom, veroorzaakt door bijvoorbeeld een wringend moment, loopt in dit geval niet meer rond in de koker, maar er vindt ook interactie plaats tussen de verschillende kokerliggers. Dit is in werkelijkheid niet het geval. In de onderstaande afbeelding staat weergegeven hoe ESA PT in deze situatie de schuifspanning in de y-richting heeft benaderd bij een wringend moment van 1 Nm. Duidelijk is te zien dat er wordt aangenomen dat in de bovenflensen schuifspanning tussen de kokers mogelijk is



Figuur 3.4: Voorbeeld van schuifspanningsverdeling in de y-richting veroorzaakt door een torsiemoment van 1 Nm.

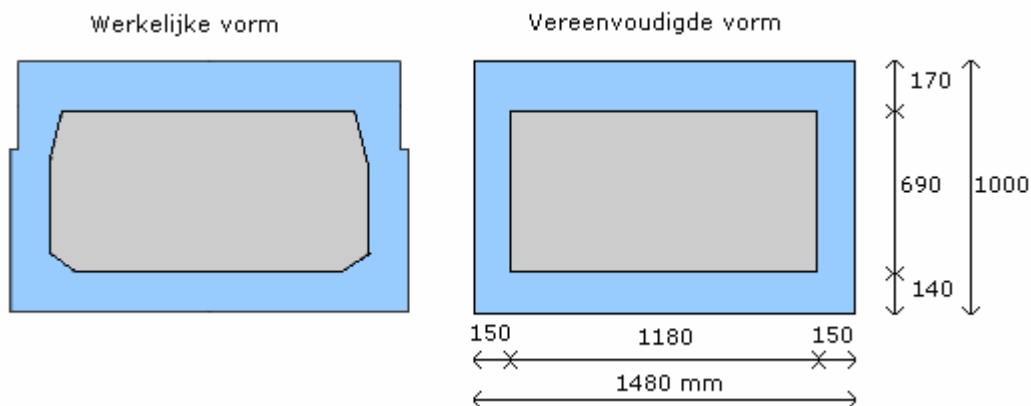
In de onderstaande tabel staan doorsnede eigenschappen weergegeven die door ESA PT voor de bovenstaande doorsnede zijn bepaald.

Grootheid	Waarde	Grootheid	waarde
A [m ²]	5,4973	W _{y,el} [m ⁴]	1,1059 10 ¹
A _y [m ²]	3,7525	W _{z,el} [m ⁴]	1,4284
A _z [m ²]	2,5334	W _{y,pl} [m ³]	1,6485 10 ¹
I _{yy} [m ⁴]	6,6351 10 ¹	W _{z,pl} [m ³]	1,8800
I _{zz} [m ⁴]	7,4100 10 ⁻¹	YLCS [mm]	6000
I _w [m ⁴]	1,5760	ZLCS [mm]	519

Tabel 3.1: Resultaten van een eindige elementen berekening met een netgrootte van 0,01 m.

3.3 Handmatige doorsnede berekening

De berekeningsresultaten van ESA PT worden gecontroleerd met behulp van een handberekening. Voor het uitvoeren van de handberekening wordt uitgegaan van een vereenvoudigde doorsnede van de SKK ligger.

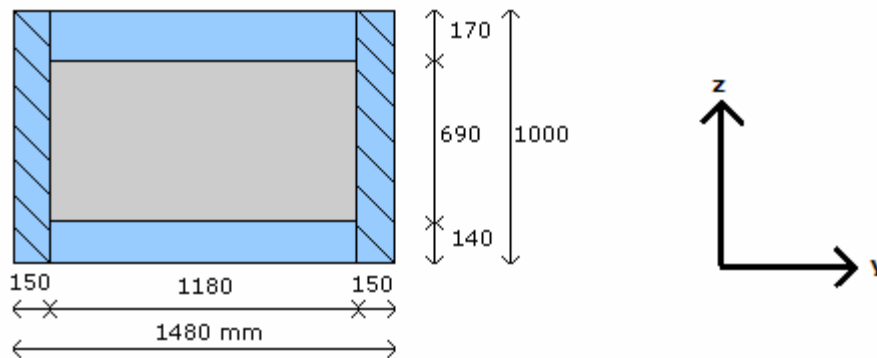


Figuur 3.5: Vereenvoudiging van het kokerprofiel voor het uitvoeren van de handberekening..

3.3.1 A, A_y en A_z

Onder het oppervlak A wordt in ESA PT de gehele oppervlakte van de doorsnede verstaan. A_y en A_z staan voor het effectieve oppervlak voor het opnemen van dwarskrachten in respectievelijk de y- en z-richting. Het oppervlak A van de vereenvoudigde doorsnede bedraagt 0,6658 m². Het oppervlak van een SKK1000 ligger bedraagt volgens de ontwerptabellen van Spanbeton 0,66492 m². Door het vereenvoudigen van de doorsnede treden dus slechts zeer kleine afwijkingen op in de dwarsdoorsnede. Het gehele oppervlak van een doorsnede dat uit acht vereenvoudigde liggers bestaat bedraagt 5,3264 m².

Voor het bepalen van A_z wordt aangenomen dat alleen de lijven een bijdrage leveren aan het afdragen van een dwarskracht in de z-richting



Figuur 3.6: Meewerkende doorsnede bij afdracht van belasting in de z-richting.

Voor A_z volgt hieruit een waarde van $0,3 \text{ m}^2$. Voor de totale dwarsdoorsnede geldt dan dat $A_z = 2,4 \text{ m}^2$. Voor het opnemen van een dwarskracht in de y-richting wordt aangenomen dat alleen de flenzen meewerken. Hieruit volgt voor A_y een waarde van $0,5032 \text{ m}^2$ voor één enkele ligger. Voor de totale doorsnede geldt vervolgens dat $A_y = 4,0256 \text{ m}^2$.

3.3.2 I_{yy} , I_{zz} en I_w

Het traagheidsmoment I_{zz} kan bepaald worden door middel van de formule voor rechthoekige doorsneden:

$$I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$$

Voor de doorsnede van één enkele vereenvoudigde ligger geldt dat $I_{zz} = 0,091 \text{ m}^4$, voor de gehele doorsnede geldt dat $I_{zz} = 0,728 \text{ m}^4$. Voor het bepalen van de I_{yy} moet de invloed van de verschuivingsregel van Steiner in beschouwing worden genomen:

$$I_{\bar{y}\bar{y}} = I_{yy} + \bar{y}_C^2 \cdot A$$

Waarin:

$$I_{yy} = \frac{1}{12} \cdot b^3 \cdot h$$

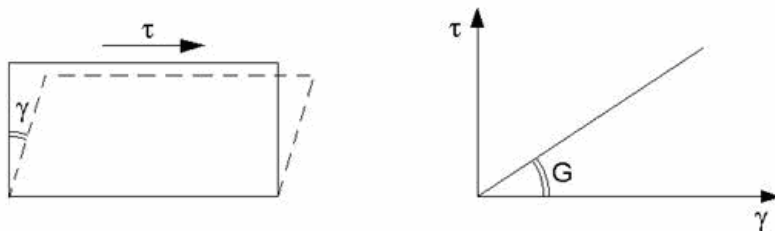
Het traagheidsmoment I_{yy} voor de totale vereenvoudigde doorsnede bedraagt volgens bovenstaande formules $62,918 \text{ m}^4$.

Door de kromming van de overspanning en excentrisch optredende belastingen ontstaat een wringend moment in de ligger. Voor het bepalen van de wringstijfheid GI_w dient het wringtraagheidsmoment I_w bepaald te worden. Hiervoor worden de benaderingsformules van Bredt toegepast. Hierin staat A_m voor het oppervlak tussen de hartlijnen van de doorsnede.

$$I_w = \frac{4 \cdot A_m^2}{\sum \frac{s_i}{h_i}}$$

Eigenlijk zijn de formules van Bredt alleen geldig voor dunwandige doorsneden. Bij een dikwandige doorsnede, zoals de beschouwde betonnen kokerligger, varieert in werkelijkheid de spanning over de flens- en de lijfdikte. In de formules van Bredt wordt echter uitgegaan van een constante wringschuifspanning over de gehele dikte van de flens of het lijf van de koker. Dit kan leiden tot een afwijking van enkele procenten. Uit de handberekening volgt voor één enkele ligger dat $I_w = 0,177 \text{ m}^4$. Voor de gehele doorsnede geldt dat $I_w = 1,416 \text{ m}^4$.

De glijdingsmodulus G is een materiaalgrootheid die de weerstand (stijfheid) van het materiaal tegen afschuiven karakteriseert. Het geeft het verband weer tussen de schuifspanning τ en de afschuifhoek γ . In een τ/γ diagram vindt men de glijdingsmodulus terug als de helling in het lineair elastische gebied:



Figuur 3.7 en 3.8: Rechthoekig element belast op zuivere afschuiving en weergave van het τ/γ diagram.

Voor een lineair-elastisch en isotroop materiaal kan de glijdingsmodulus ook als volgt gedefinieerd worden:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

De glijdingsmodulus G hoeft niet door de gebruiker zelf ingevoerd te worden, maar wordt door ESA PT zelf bepaald aan de hand van de ingevoerde materiaaleigenschappen.

3.3.3 YLCS, ZLCS, $W_{y,el}$ en $W_{z,el}$

Onder YLCS en ZLCS verstaat ESA PT de y_c en de z_c van het zwaartepunt van een doorsnede. De afstand van het zwaartepunt van doorsnede wordt in ESA PT bepaald ten opzichte van de linker onderzijde van de doorsnede. Het zwaartepunt van een doorsnede wordt met behulp van de onderstaande formules bepaald:

$$y_c = \frac{S_y}{A} \text{ en } z_c = \frac{S_z}{A}$$

Omdat de doorsnede lijnsymmetrisch is geldt dat $y_c = 6000 \text{ mm}$. De waarde van z_c bedraagt 482 mm.

Het weerstandsmoment $W_{y,el}$ en $W_{z,el}$ voor buiging rond respectievelijk de y - en de z -as wordt bepaald met de onderstaande formules:

$$W_{y,el} = \frac{I_{yy}}{y_c} \text{ en } W_{z,el} = \frac{I_{zz}}{y_z}$$

De waarde van $W_{y,el}$ voor de totale vereenvoudigde doorsnede bedraagt $10,49 \text{ m}^3$, de waarde van $W_{z,el}$ bedraagt $1,51 \text{ m}^3$.

3.4 Overzicht

In de onderstaande tabel zijn de waarden weergegeven van de doorsnede grootheden die door ESA zijn bepaald en die met behulp van een handberekening zijn verkregen.

Grootheid	EEM berekening ESA	Handberekening
A [m ²]	5,4973	5,3264
A _y [m ²]	3,7525	4,0256
A _z [m ²]	2,5334	2,4
I _{yy} [m ⁴]	6,6351 10 ¹	6,2918 10 ¹
I _{zz} [m ⁴]	7,4100 10 ⁻¹	7,28 10 ⁻¹
I _w [m ⁴]	1,5760	1,416
W _{y,el} [m ³]	1,1059 10 ¹	1,049 10 ¹
W _{z,el} [m ³]	1,4284	1,51
W _{y,pl} [m ³]	1,6485 10 ¹	-
W _{z,pl} [m ³]	1,8800	-
YLCS [mm]	6000	6000
ZLCS [mm]	519	482

Tabel 3.2: Berekeningsresultaten.

Uit de tabel volgt dat de uitkomsten van de handberekening redelijk overeenkomen met de uitkomsten van ESA PT. Over het algemeen bedraagt de afwijking tussen beide waarden 10 %. Een verklaring voor deze verschillen kan gezocht worden in het feit dat er bij beide berekeningen op een andere manier naar de doorsnede is gekeken. De eindige elementen berekening in ESA is uitgevoerd op één massieve doorsnede met de originele complexere afmetingen, terwijl bij de handberekening een vereenvoudigde doorsnede is beschouwd die bestaat uit losse liggers. Hierbij worden de eigenschappen van de totale doorsnede verkregen door superpositie van de eigenschappen van één enkele ligger. Een echt eerlijke vergelijking kan er daarom eigenlijk niet gemaakt worden. Wel kan geconcludeerd worden dat men tegenwoordig met de klassieke mechanica nog steeds een redelijke goede benadering kan maken van de berekeningsresultaten van complexe doorsneden, zonder dat hiervoor uitgebreide software noodzakelijk is. Voor nauwkeurige berekeningen dient men echter gebruik te maken van eindige elementen pakketten zoals ESA PT.

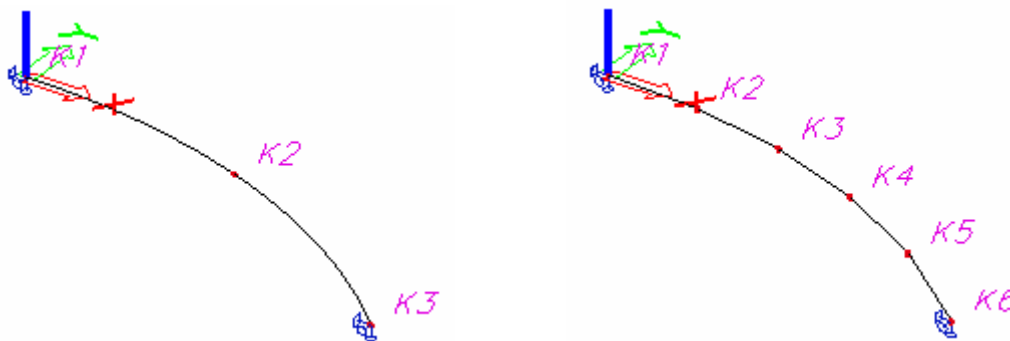
4 Benadering van gekromde ligger

4.1 Inleiding

Tijdens het onderzoek naar het benaderen van de boogvorm met behulp van rechte elementen bleek dat het mogelijk is om in het raamwerkprogramma ESA PT gekromde elementen in één keer in te voeren. Aan het begin van het onderzoek was het nog niet duidelijk dat dit programma deze mogelijkheid bezat. Daarom is de originele onderzoeksvraag bijgesteld. Er is niet alleen meer gekeken naar het aantal rechte elementen dat noodzakelijk is voor het verkrijgen van een voldoende nauwkeurige berekening. Ook is er gekeken of de uitkomsten van een benadering met een bepaald aantal rechte elementen overeenkomen met die van een element dat gekromd is ingevoerd. Voor het bepalen van de coördinaten is gebruikt gemaakt van een stukje code in Matlab. Deze code staat weergegeven in bijlage D.

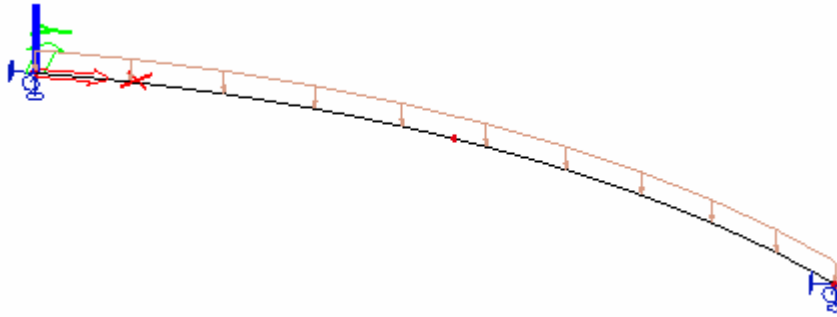
4.2 Aanpak en resultaten

In totaal zijn voor dit onderzoeksgedeelte 20 berekeningen uitgevoerd voor een overspanning van 35 meter met een kromtestraal van 50, 100, 200, 300 en 450 meter. Iedere overspanning met bijbehorende kromtestraal is benaderd door 5, 10 en 20 rechte elementen. Daarnaast is iedere gekromde overspanning ingevoerd door middel van één gekromd element. Hiervoor dienen drie coördinaten van het gekromde element ingevoerd te worden, waarna ESA PT het verloop van de kromming bepaald.

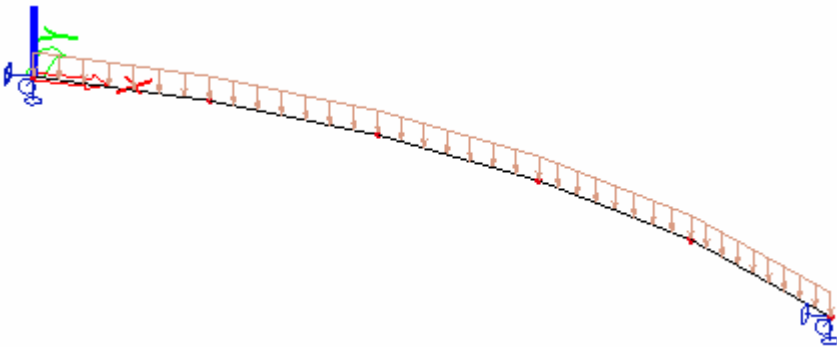


Figuur 4.1 en 4.2: De overspanning met een kromtestraal van 50 meter ingevoerd in ESA PT door middel van één gekromd element en vijf rechte elementen.

Voor dit onderzoeksgedeelte is alleen het eigen gewicht van de acht SKK liggers in beschouwing genomen. Het eigen gewicht van de constructie wordt door ESA PT automatisch bepaald aan de hand van de opgegeven doorsnede- en materiaaleigenschappen en vervolgens als verdeelde q-last op de elementen weergegeven. Tijdens alle onderzoeken is een belastingsfactor van 1,0 voor alle belastingen aangehouden.



Figuur 4.3: Eigengewicht van gekromde ligger met een kromtestraal van 50 meter, ingevoerd als één gekromd element.



Figuur 4.4: Eigengewicht van gekromde ligger met een kromtestraal van 50 meter, benaderd door vijf rechtlijnige elementen.

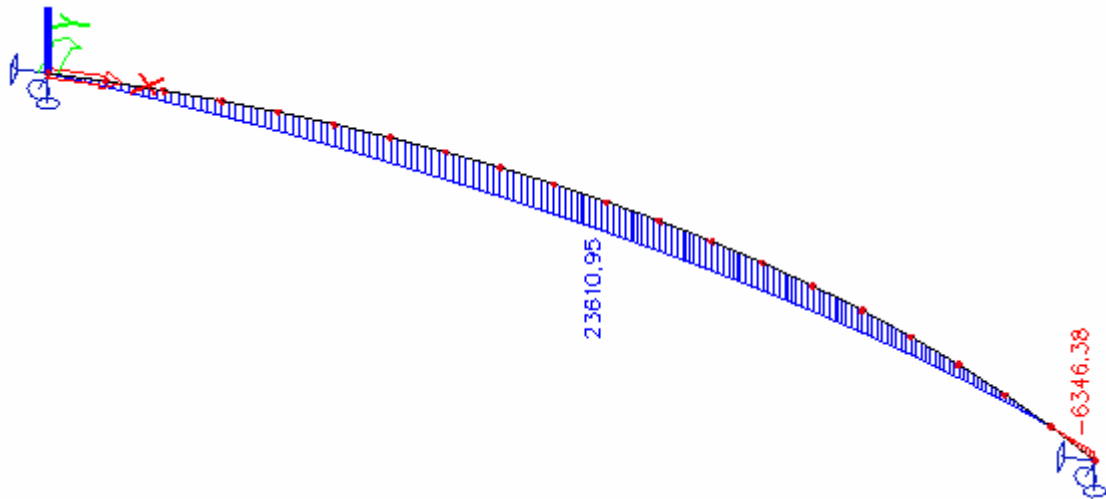
Door het eigen gewicht zal er een maximaal buigend moment M_y optreden ter hoogte van het midden van de overspanning en een maximaal torsiemoment M_x ter plaatse van de opleggingen. Omdat de elementen in de x- en z-richting scharnierend zijn opgelegd kan het maximale buigmoment M_y benaderd worden door de onderstaande formule:

$$M_y = \frac{1}{8} \cdot q \cdot l^2$$

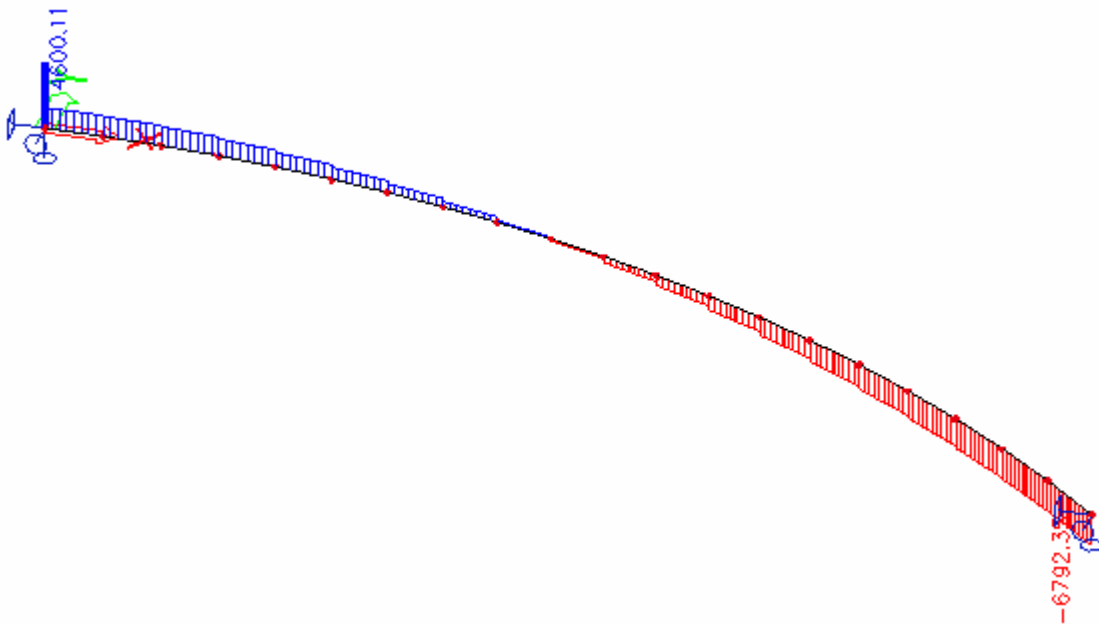
De werkelijke waarde van M_y zal iets afwijken, afhankelijk van de grootte van de kromming van de overspanning. Omdat er geen belastingen in de y of x richting werken treden er geen normaalkracht N , dwarskracht V_y , moment M_z en vervorming u_x en u_y op. Dit volgt ook uit de berekeningen in ESA PT. De maximale zakking u_z kan benaderd worden met de onderstaande formule, al geldt ook hiervoor dat de onnauwkeurigheid groter wordt naarmate de kromtestraal kleiner wordt.

$$u_z = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l^4}{EI}$$

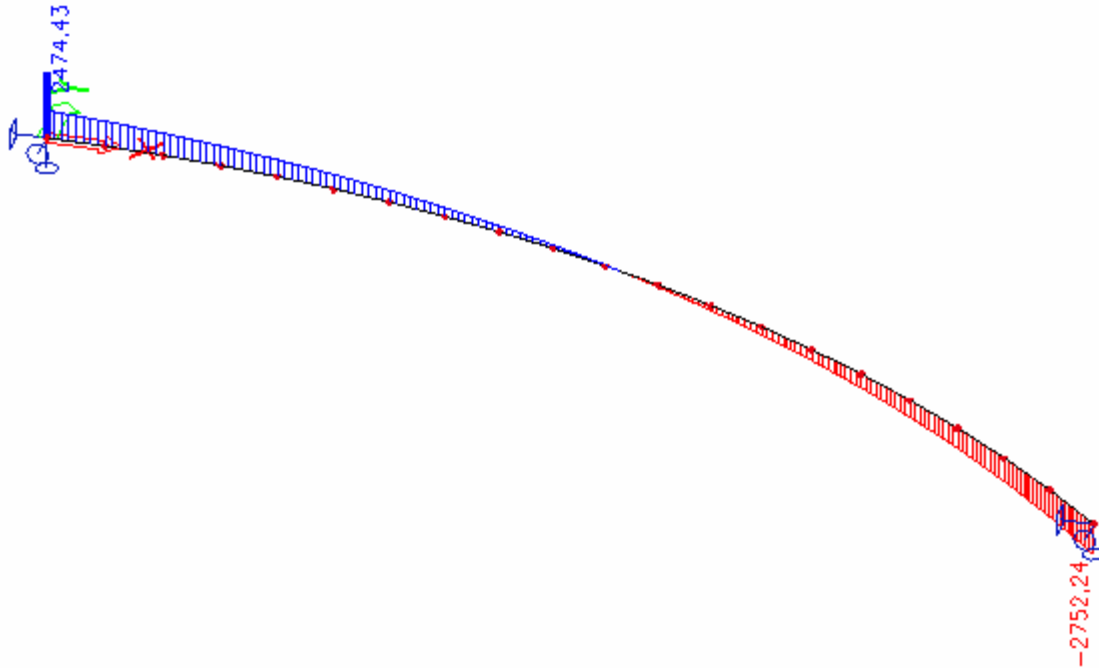
Op de volgende pagina's staan grafisch enkele berekeningsresultaten weergegeven voor de overspanning met een kromtestraal van 50 meter.



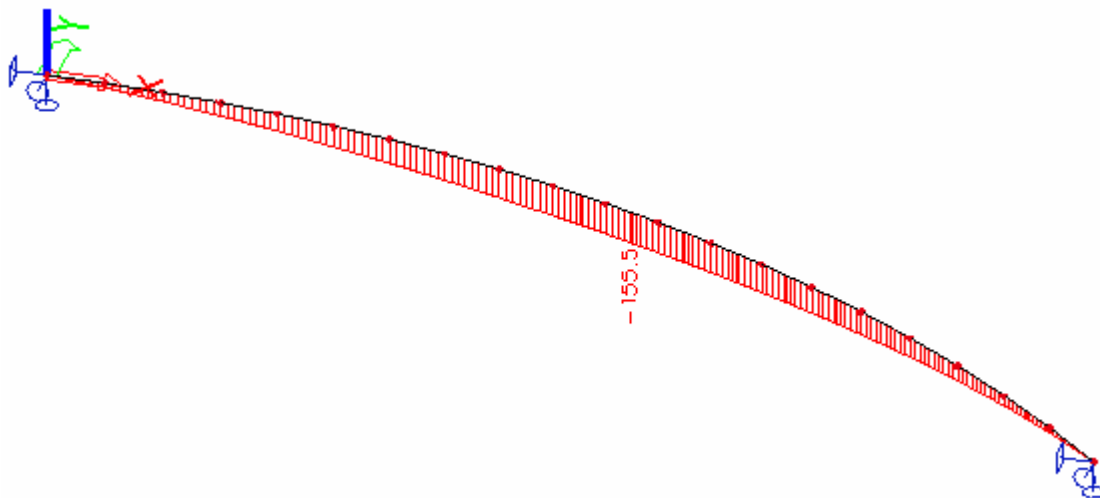
Figuur 4.5: Momentenlijn M_y voor een overspanning met een kromtestraal van 50 meter, benaderd door 20 rechte elementen. Waarden in kNm.



Figuur 4.6: Momentenlijn M_x voor een overspanning met een kromtestraal van 50 meter, benaderd door 20 rechte elementen. Waarden in kNm.



Figuur 4.7: Dwarskrachtenlijn V_z voor een overspanning met een kromtestraal van 50 meter, benaderd door 20 rechte elementen. Waarden in kN.



Figuur 4.8: Zakking u_z voor een overspanning met een kromtestraal van 50 meter, benaderd door 20 rechte elementen. Waarden in mm.

Op de volgende pagina's staan voor de verschillende kromtestralen de resultaten in tabellen weergegeven. In de tabellen staan telkens de maximale waarden weergegeven. In de derde tot en met de vijfde kolom staat weergegeven met welk aantal rechte elementen de berekening is uitgevoerd, namelijk 5, 10 of 20 elementen. In de tweede kolom staan de resultaten weergegeven van een berekening met één gekromd element.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-6801,35	-6893,50	-6876,85	-6792,35
M_y [kNm]	23592,84	23676,40	23629,13	23610,95
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-2752,71	-2743,47	-2750,48	-2752,24
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-155,3	-157,4	-156,0	-155,5

Tabel 4.1: Berekeningsresultaten voor $R=50$ m en $l=35$ m.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-2993,39	-2914,16	-2976,82	-2987,20
M_y [kNm]	21274,86	21280,93	21281,53	21278,71
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-2436,39	-2434,83	-2436,03	-2436,32
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-104,3	-104,5	-104,4	-104,4

Tabel 4.2: Berekeningsresultaten voor $R=100$ m en $l=35$ m.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-1455,08	-1405,32	-1440,44	1448,67
M_y [kNm]	20796,95	20798,08	20798,52	20797,87
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-2377,71	-2377,35	-2377,63	-2377,70
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-95,3	-95,4	-95,4	-95,3

Tabel 4.3: Berekeningsresultaten voor $R=200$ m en $l=35$ m.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-965,00	-930,96	-954,75	-960,56
M_y [kNm]	20711,86	20712,33	20712,54	20712,26
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-2367,45	-2367,29	-2367,42	-2367,45
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-93,7	-93,8	-93,8	-93,8

Tabel 4.4: Berekeningsresultaten voor $R=300$ m en $l=35$ m.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-641,91	-618,74	-634,75	-637,51
M_y [kNm]	20674,36	20674,57	20674,67	20674,57
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-2362,95	-2362,88	-2362,93	-2362,95
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-93,1	-93,1	-93,1	-93,1

Tabel 4.5: Berekeningsresultaten voor $R=450$ m en $l=35$ m.

4.3 Analyse van de berekeningsresultaten

Uit de berekeningsresultaten volgt dat bij een benadering met slechts vijf rechtlijnige elementen al resultaten worden behaald die redelijk de uitkomst van het gekromd ingevoerde element benaderen. Bij een kromtestraal van 100, 200, 300 en 450 meter neemt bij het toepassen van meer dan tien rechtlijnige elementen de nauwkeurigheid van de berekening met minder dan 1 % toe. Alleen bij de kromtestraal van 50 meter zijn voor het verkrijgen van een dergelijke nauwkeurigheid 20 elementen nodig. De gekozen kromtestraal heeft dus invloed op het benodigde aantal elementen. Gesteld kan worden dat bij een kleinere kromtestraal meer rechtlijnige elementen benodigd zijn voor het benaderen van de kromming. Een benadering met 20 rechtlijnige elementen levert in ieder geval voor elke gekromde SKK ligger een voldoende nauwkeurig berekeningsresultaat op.

Omdat het in ESA PT mogelijk is om gekromde elementen eenvoudig in één keer in te voeren zonder benadering met rechtlijnige elementen en de nauwkeurigheid van de berekening eenvoudig aan te passen is deze aanbeveling voor dit programma eigenlijk niet van belang. Voor programma's die deze mogelijkheid echter nog niet bezitten kan deze aanbeveling echter wel nuttig zijn. Het handmatig invoeren van rechtlijnige elementen is namelijk een tijdrovende bezigheid. Wanneer het aantal in te voeren elementen met een factor 2 of meer gereduceerd kan worden, kan hierbij veel kostbare tijd bespaard worden.

Ook de gekromd ingevoerde elementen worden door ESA PT voor het uitvoeren van berekeningen opgedeeld in rechtlijnige elementen. Wat ten tijde van het uitvoeren van de berekeningen nog niet bekend was, is dat niet ESA PT, maar de gebruiker zelf bepaalt in hoeveel rechtlijnige elementen een gekromd ingevoerd element door ESA PT wordt opgedeeld. Standaard staat de elementgrootte waarin een gekromd element wordt opgedeeld op 1 meter. Hierdoor zijn de gekromde elementen met een lengte van 35 meter tijdens de berekening benaderd door ongeveer 35 rechtlijnige elementen. Dit aantal kan naarmate de kromming groter wordt toenemen, omdat door de kromming de totale lengte van het gekromde element iets toeneemt. Een elementlengte van 1 meter lijkt nog steeds erg groot en kan twijfels opleveren over de nauwkeurigheid van de berekening. Ter vergelijking is er een berekening uitgevoerd voor een element met een kromtestraal van 450 meter, waarbij de instelling van de elementgrootte gewijzigd wordt naar 0,1 en 0,01 meter. Dit komt overeen met een benadering van de kromming door 351 en 3504 rechtlijnige elementen. In de tabel op de volgende pagina zijn de resultaten af te lezen. Geconcludeerd kan worden dat het kiezen voor een zeer kleine elementlengte zinloos is.

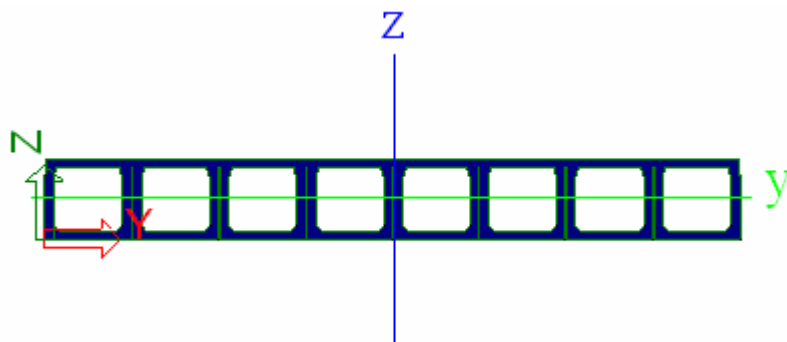
Elementlengte	1	0,1	0,01
M_x [kNm]	-641,91	-640,00	-639,99
M_y [kNm]	20674,36	20674,37	20674,37
M_z [kNm]	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0
V_z [kN]	-2362,95	-2362,95	-2362,95
N [kN]	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0
u_z [mm]	-93,1	-93,1	-93,1

Tabel 4.6: Berekeningsresultaten voor $R=450$ m en $l=35$ m bij zeer kleine elementlengten.

Een factor waar nog niet naar gekeken is, is de lengte van de overspanning. Bij de bovenstaande berekeningen is een overspanning aangehouden met een lengte van 35 meter. Wanneer men de overspanning vergroot, wordt bij een gelijkgehouden elementaantal de lengte van de elementen groter. Verondersteld wordt dat hierdoor de nauwkeurigheid afneemt.

Daarom is er gekeken naar een overspanning met een lengte van 45 meter en een kromtestraal van 100 meter. Er is voor een kleine straal gekozen omdat daarbij relatief gezien de grootste onnauwkeurigheden kunnen optreden. Omdat SKK liggers niet geproduceerd worden met een kromtestraal kleiner dan 100 is de kromtestraal van 50 meter buiten beschouwing gelaten.

Omdat de optredende krachten bij een overspanning van 45 meter groter worden is een zwaarder profiel noodzakelijk. Een SKK1400 profiel wordt toegepast, met een hoogte van 1400 mm.



Figuur 4.9: Doorsnede van de 8 SKK1400 liggers zoals deze zijn ingevoerd in ESA PT.

	1	5	10	20
M_x [kNm]	-7311,99	-8093,64	-7613,65	-7381,67
M_y [kNm]	42311,87	42301,30	42307,98	42310,91
M_z [kNm]	0	0	0	0
V_y [kN]	0	0	0	0
V_z [kN]	-3769,19	-3766,30	-6768,18	-3768,97
N [kN]	0	0	0	0
u_x [mm]	0	0	0	0
u_y [mm]	0	0	0	0
u_z [mm]	-163,5	-161,5	-162,8	-163,3

Tabel 4.7: Berekeningsresultaten voor $R=100$ m en $l=45$ m.

Uit de bovenstaande tabel valt af te lezen dat bij een grotere overspanning de relatieve nauwkeurigheid afneemt. Er zijn in vergelijking met de overspanning van 35 meter meer rechtlijnige elementen nodig voor het verkrijgen van eenzelfde nauwkeurigheid. Bij de overspanning van 35 meter werden bij een benadering door 10 elementen al resultaten verkregen met een afwijking van minder dan 1 %, bij de overspanning van 45 meter zijn hiervoor al 20 elementen nodig. Hieruit kan geconcludeerd worden dat bij groter wordende overspanningen het aantal benodigde elementen evenredig toeneemt.

5 Constructieve grenzen

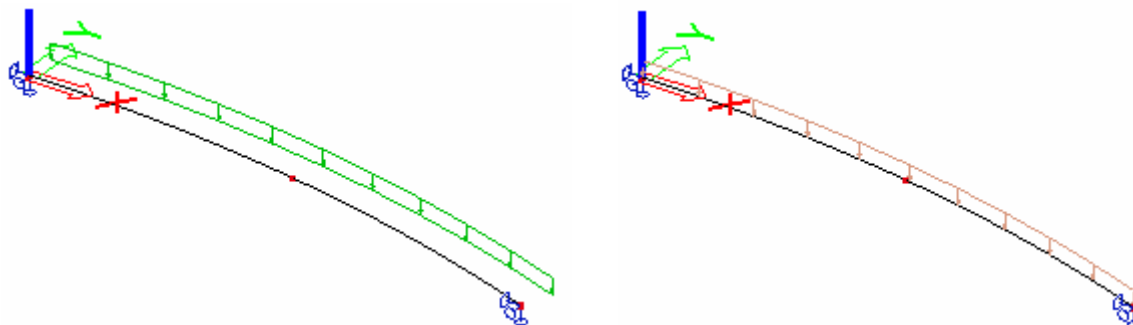
5.1 Inleiding

In het eerste gedeelte van dit Bachelor onderzoek is er in ESA PT gekeken naar de nauwkeurigheid van de berekeningsresultaten van gekromde viaducten die bestaan uit SKK liggers. In het tweede gedeelte van dit onderzoek worden met behulp van dit zelfde programma de constructieve grenzen bepaald van dit type ligger. Hierbij wordt er bij verschillende kromtestralen gekeken naar de overspanning van 35 meter die uit het ontwerp naar voren kwam. Tevens is er gekeken naar een overspanning van 25 en 45 meter.

Door de fabrikant van SKK liggers is een ontwerptabel (zie bijlage C) opgesteld voor rechte SKK liggers. Er wordt gekeken of deze ontwerprichtlijnen ook geldig zijn voor gekromde profielen. Door de kromming van het viaduct grijpen alle belastingen excentrisch aan ten opzichte van de opleggingen. Hierdoor ontstaan extra torderende momenten in de ligger. Gekeken wordt op welke punten de rechte liggers aangepast dienen te worden.

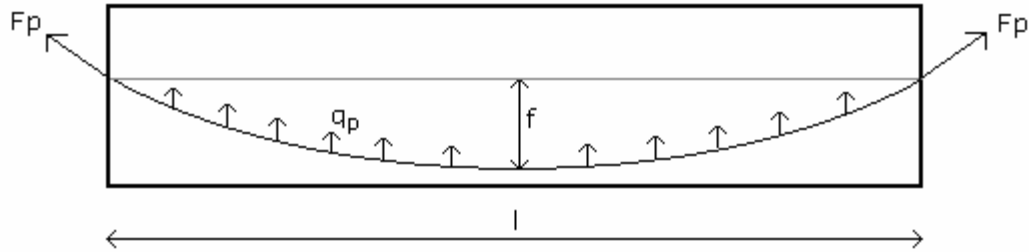
5.2 Belastingen

In het eerste onderzoeksgedeelte is alleen het eigen gewicht in beschouwing genomen. Naast het eigen gewicht werken er op de liggers een variabele verkeersbelasting en een belasting veroorzaakt door de voorspanning. De variabele belasting is geschematiseerd tot een file van vrachtwagens op de rechter rijstrook. Hiervoor is een belasting q_{variabel} aangehouden van 100 kN/m, die is afgeleid met behulp van de NEN 6723. Omdat het niet realistisch is dat deze file zich vormt in het midden van het viaduct, wordt een excentriciteit aangehouden van twee meter. Dit leidt tot een extra torsiemoment. Voor alle belastingen is een belastingfactor van 1,0 aangehouden.



Figuur 5.1 en 5.2: Belasting door excentrische variabele belasting op ligger in ESA PT (linker afbeelding), en door het eigen gewicht (rechter afbeelding).

In werkelijkheid worden SKK liggers voorgespannen met voorgerekt staal. Tijdens dit onderzoek is er gekeken naar de situatie waarin SKK liggers worden voorgespannen met nagerekt staal met over de hoogte verlopende voorspankabels. Dit leidt tot een opwaartse krommingsdruk q_p . Deze krommingsdruk compenseert voor een deel de totale neerwaartse belasting die bestaat uit het eigen gewicht en de verkeersbelasting. De dwarskracht en het buigend moment in de ligger worden hierdoor gereduceerd.



Figuur 5.3: Weergave van de opwaartse krommingsdruk, veroorzaakt door de voorspankracht F_p .

In de bovenstaande afbeelding verloopt de voorspankabel cirkelvormig met een straal R en een pijl f . Wanneer geldt dat $R \gg f$ wordt de cirkelvorm door middel van de onderstaande vereenvoudigde formule beschreven:

$$\frac{1}{R} = \frac{8 \cdot f}{l^2}$$

Voor de krommingsdruk q_p geldt het volgende verband:

$$q_p = \frac{F_p}{R}$$

Substitutie van beide vergelijkingen levert de volgende vergelijking op:

$$q_p = \frac{8 \cdot F_p \cdot f}{l^2}$$

De voorspankracht F_p leidt tevens tot een intern moment M_p in de ligger:

$$M_p = F_p \cdot f$$

De voorspankracht is afhankelijk van de overspanning en de doorsnede van de ligger. Vlak na het voorspannen op $t=0$ werkt er een initiële voorspankracht F_{pi} op de ligger. Door verliezen door krimp, kruip en elastische verkorting houdt men op $t=\infty$ een werkende voorspankracht F_{pw} over. Aangenomen wordt dat het verlies in voorspankracht ongeveer 20 % bedraagt. Voor het bepalen van de voorspankracht worden drie situaties bekeken. Op $t=\infty$ wordt de ligger belast door een extern moment M_{ext} , bestaande uit de variabele belasting en het eigen gewicht en een intern moment M_p , veroorzaakt door de voorspankracht. Voor het beperken en voorkomen van scheurgroei zijn in de onderzijde van de ligger alleen drukspanningen toegestaan:

$$-\frac{F_{pw}}{A_c} - \frac{M_p}{W_{onderzijde}} + \frac{M_{ext}}{W_{onderzijde}} \leq 0$$

Deze vergelijking leidt tot een minimale waarde van de werkende voorspankracht F_{pw} .

Op $t=0$ bestaat het moment M_{ext} alleen uit belasting door het eigen gewicht. De drukkracht die hierbij optreedt aan de onderzijde van de ligger dient kleiner te zijn dan de maximaal op te nemen drukkracht van het beton:

$$-\frac{F_{pi}}{A_c} - \frac{M_p}{W_{onderzijde}} + \frac{M_{ext}}{W_{onderzijde}} \geq -\sigma'_{bi}$$

Hieruit volgt een eerste maximale waarde voor de initiële voorspankracht F_{pi} . Daarnaast dient gecontroleerd te worden of op $t=0$ geen trekspanningen optreden aan de bovenzijde van de ligger, veroorzaakt door de krommingsdruk van de voorspanning:

$$-\frac{F_{pi}}{A_c} + \frac{M_p}{W_{bovenzijde}} - \frac{M_{ext}}{W_{bovenzijde}} \leq 0$$

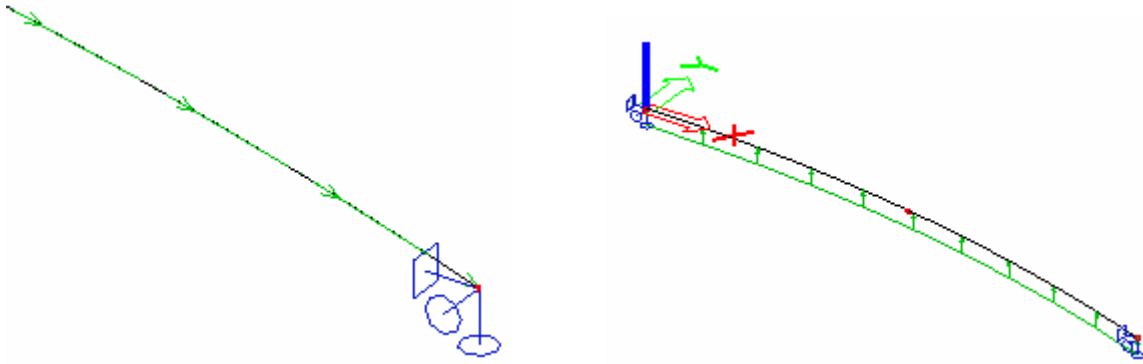
Dit leidt tot een tweede maximale waarde voor F_{pi} . Aan de hand van deze drie vergelijkingen kan een ondergrens voor F_{pw} en een bovengrens voor F_{pi} vastgesteld worden. Er ontstaat een interval waarbinnen de voorspankracht F_p dient te liggen:

$$F_{pw} \leq F_p \leq F_{pi}$$

Aan de hand van de bovenstaande theorie is de benodigde voorspankracht voor één enkele ligger bepaald bij de drie verschillende overspanningen van 25, 35 en 45 meter. In ESA PT worden de acht losse liggers als één doorsnede beschouwd, waardoor deze voorspankracht met acht vermenigvuldigd dient te worden voor het verkrijgen van de voorspankracht in de gehele doorsnede. De waarden van de grootheden die benodigd zijn voor het bepalen van de voorspankracht aan de hand van de bovenstaande formules zijn opgenomen in bijlage C. Dit leidt tot de onderstaande resultaten

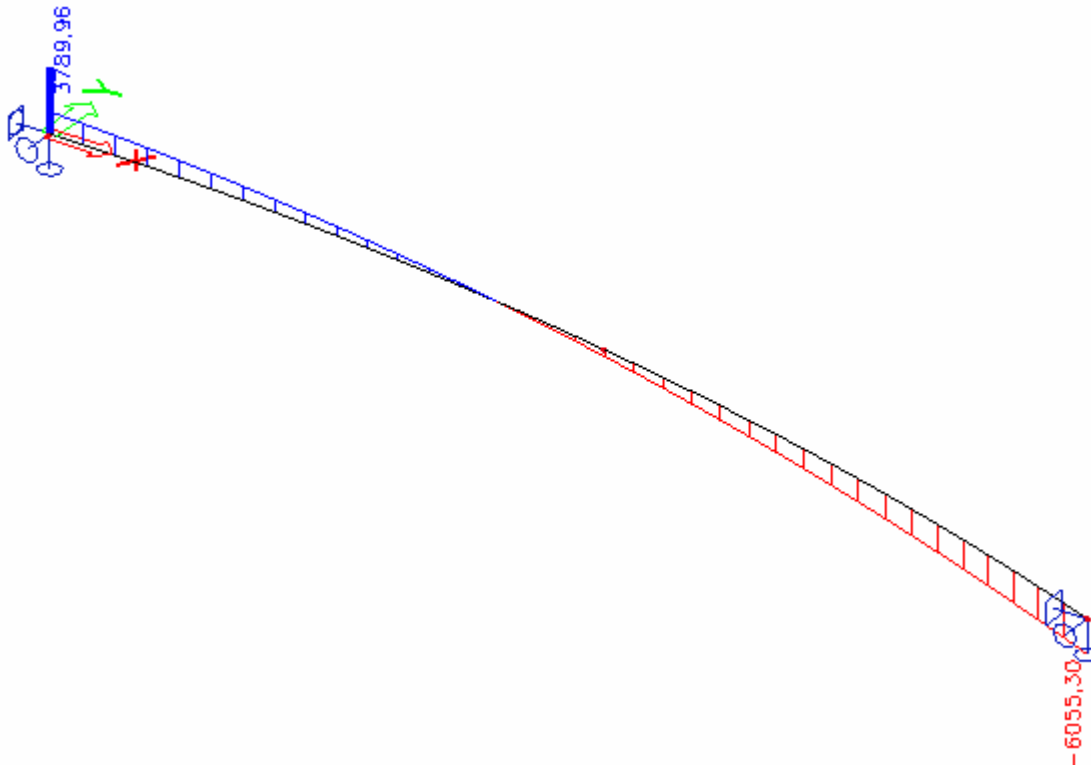
Overspanning [m]	25	35	45
Type ligger	SKK800	SKK1000	SKK1400
M_{ext} op $t=0$ voor één enkele ligger [kNm]	1244,53	2675,09	5201,71
M_{ext} op $t=\infty$ voor één enkele ligger [kNm]	9057,03	17987,59	30514,21
F_p voor één enkele ligger [kN]	6.500	10.000	12.000
F_p voor gehele doorsnede [kN]	52.000	80.000	96.000
q_p voor gehele doorsnede [kN/m]	133	157	190

Tabel 5.1: Voorspankrachten in liggers.



Figuur 5.4 en 5.5: Voorspankracht F_p aangebracht als verdeelde q -last in de x -richting (linker afbeelding, ingezoomd) en als opwaartse krommingsdruk q_p (rechter afbeelding).

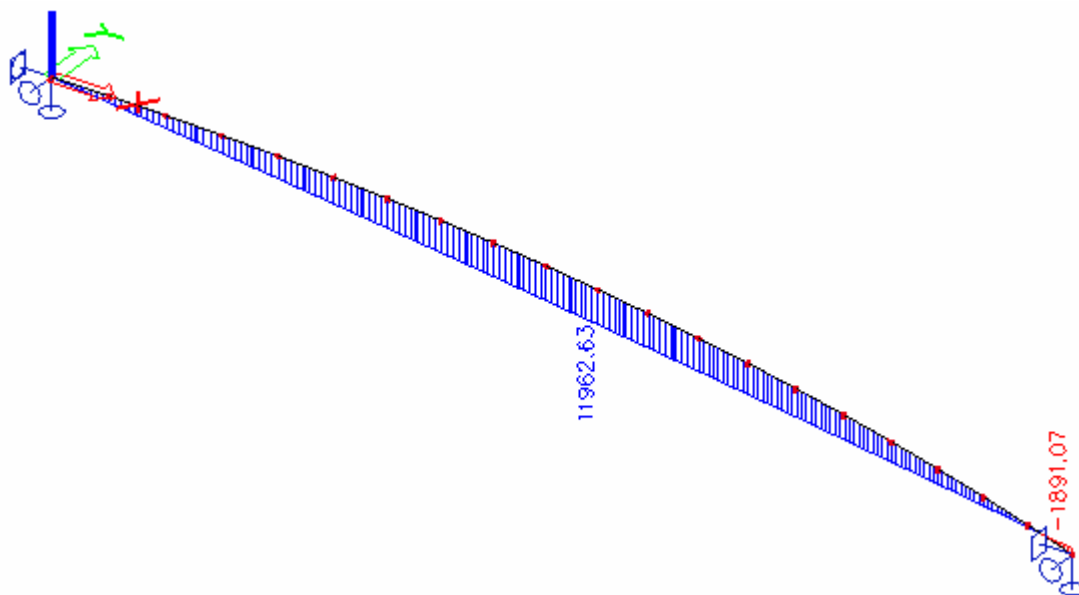
Omdat de hartlijn van de voorspankabels samen valt met de hartlijn van de gekromde ligger ontstaat er een drukboog en treden er geen extra momenten op in het horizontale xy -vlak van de ligger. Met behulp van ESA PT is aan de hand van de bovenstaande belastingen de krachtswerking bepaald. Vanwege de goede resultaten in het eerste onderzoeksgedeelte is hierbij gebruik gemaakt van gekromd ingevoerde elementen. Toch treden er bij excentrisch ingevoerde belastingen grote afwijkingen op in de berekeningsresultaten. In de onderstaande afbeelding is het momentenverloop M_x (het torsiemoment M_w) weergegeven bij een kromtestraal van 100 meter en een overspanning van 35 meter.



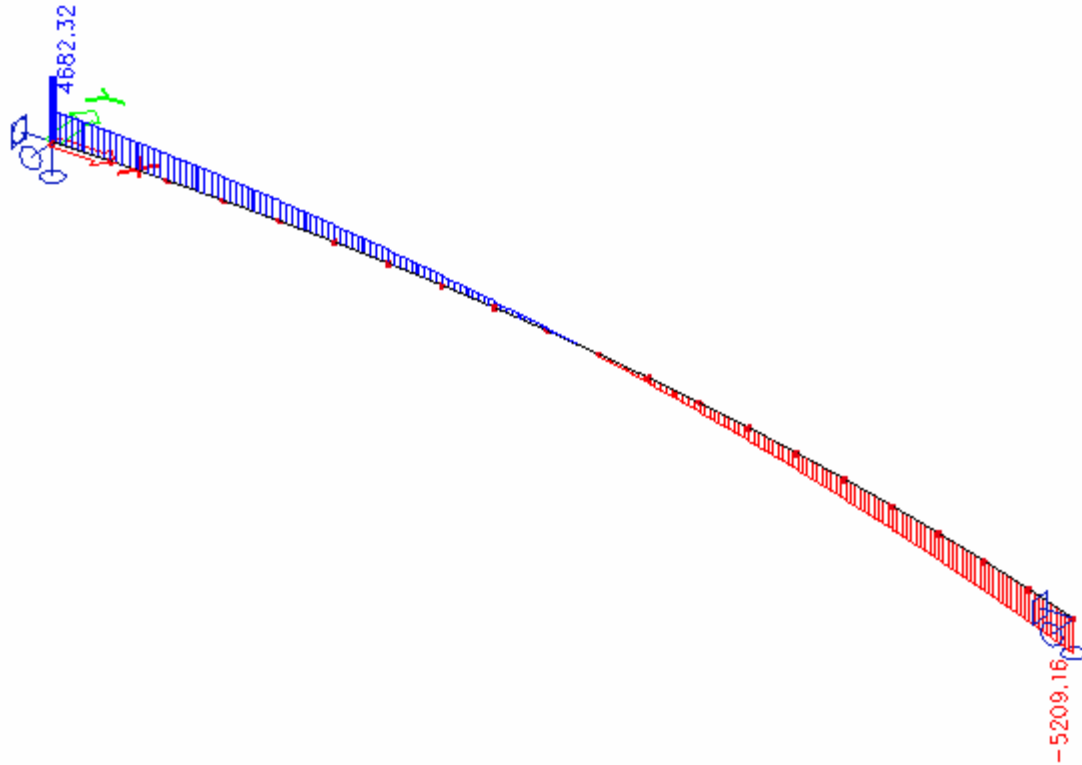
Figuur 5.6: Momenten verloop M_x bij een gekromd ingevoerde ligger, in kNm.

Uit het berekeningsresultaat van ESA PT volgt dat het inklemmoment aan de rechterzijde ongeveer 60 % groter is dan aan de linkerkant. Voor beide opleggingen geldt echter dezelfde randvoorwaarde dat rotatie in de x -richting verhinderd is. Op

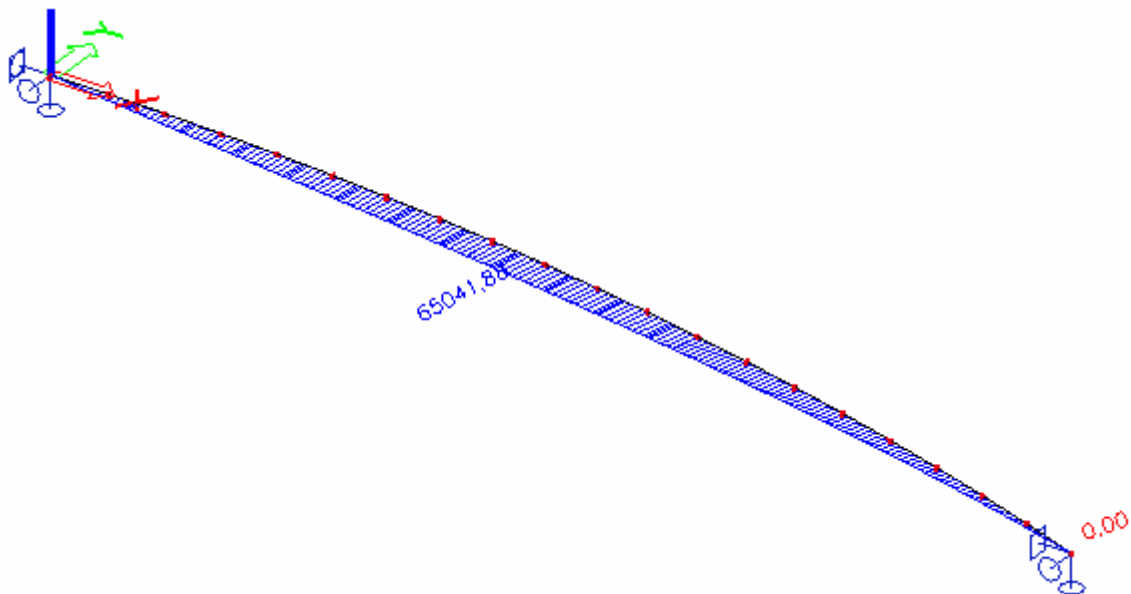
grond van de klassieke mechanica zou men daarom verwachten dat het inklemmoment M_x aan beide zijden dezelfde orde van grootte heeft, met weliswaar een tegengesteld teken. Dit is echter niet het geval. Dit verschijnsel blijkt afhankelijk te zijn van de kromtestraal. Bij een straal van $R=450$ m bedraagt het verschil namelijk nog maar 1,47 %, terwijl het bij een straal van $R=200$ m 15 % bedraagt. Deze verstoring in het resultaat van ESA PT heeft ook gevolgen voor de berekeningen van de spanningen in de doorsnede, die af te leiden zijn uit de optredende momenten. Dit kan bijvoorbeeld leiden tot onjuiste wapeningsberekeningen. Wat de oorzaak is van deze voorstoring is niet bekend. Voor het verkrijgen van betere berekeningsresultaten is daarom overgestapt op een benadering door 20 rechtlijnige elementen. Uit het eerste onderzoeksgedeelte volgt dat met dit aantal een nauwkeurigheid met een afwijking van minder dan 1 % wordt verkregen. In de afbeeldingen op de volgende pagina's zijn grafisch de krachtswerking en vervorming weergegeven voor een ligger met een kromtestraal van 100 meter en een overspanning van 35 meter.



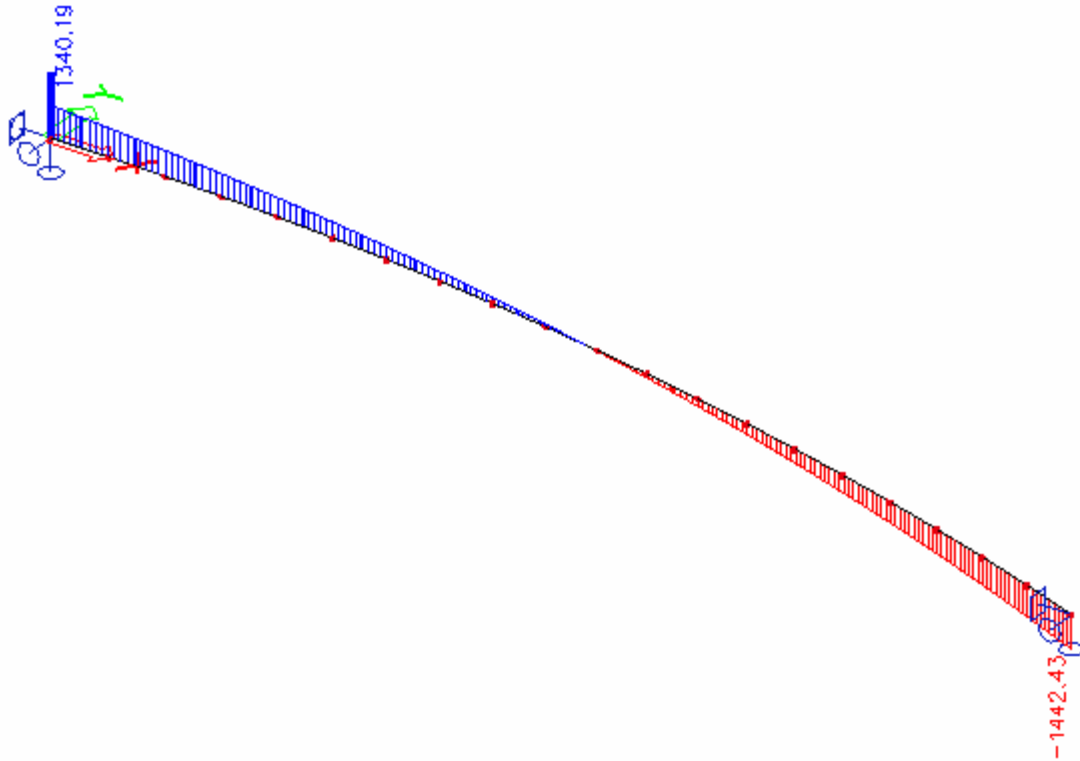
Figuur 5.7: Buigend moment M_y , in kNm.



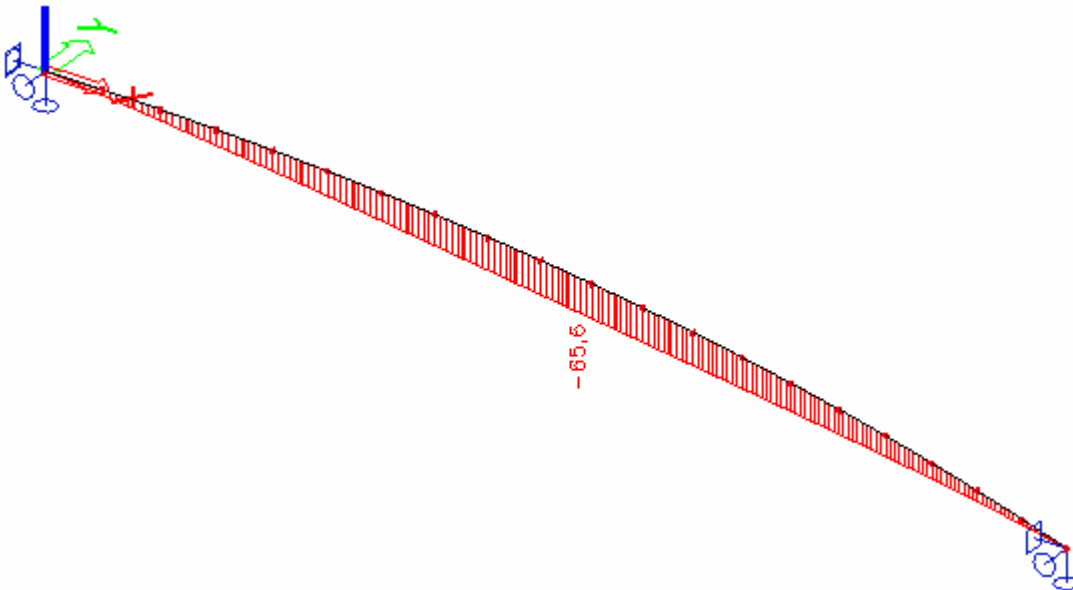
Figuur 5.8: Torsiemoment M_x , in kNm.



Figuur 5.9: Buigend moment M_z , in kNm, veroorzaakt door de voorspankracht F_p in de doorsnede.



Figuur 5.10: Dwarskracht V_z in kN.



Figuur 5.11: Zakking u_z in mm.

Uit de berekeningen van ESA PT volgt dat er een buigend moment M_z in de ligger optreedt in het horizontale xy-vlak. Dit moment wordt enkel veroorzaakt door de voorspankracht die als een verdeelde q-last in de x-richting is aangebracht, zoals weergegeven is in figuur 5.4. Dit moment treedt in werkelijkheid niet op, omdat de

hartlijn van de voorspankracht samen valt met de hartlijn de gekromde ligger en de drukkracht door middel van boogwerking wordt afgedragen. Ook de bijbehorende dwarskracht V_y en verplaatsing u_y treden daardoor in werkelijkheid niet op. Bij simulaties in ESA PT met gekromde voorgespannen liggers kan de normaalkracht daarom het beste niet ingevoerd worden, omdat hierbij onjuiste berekeningsresultaten verkregen worden. Bij het bepalen van normaalspanningen in de ligger mag deze belastingcomponent echter nooit verwaarloosd worden.

In de onderstaande tabellen staan de krachtswerking en vervorming weergegeven voor de overspanningen van 25, 35 en 45 meter bij verschillende kromtestralen. Ter vergelijking is ook een rechte overspanning bekeken, $R=\infty$. De belastingen en vervormingen die in het grijs zijn weergegeven treden in werkelijkheid niet op. De verplaatsing u_x ontstaat door elastische verkorting van de ligger onder invloed van de voorspankracht F_p .

Straal R	∞	100	200	300	450
M_x [kNm]	-2500	-3242,76	-2868,05	-2745,11	-2663,37
M_y [kNm]	7018,06	6963,00	6965,45	6977,32	6988,25
M_z [kNm]	0	21172,88	10443,83	6947,15	4627,22
V_y [kN]	0	4055,88	2012,30	1339,59	839,88
V_z [kN]	-1122,89	-1166,39	-1139,86	-1133,19	-1129,32
N [kN]	52000,00	52026,32	52006,53	52002,90	52001,26
u_x [mm]	3,4	3,4	3,4	3,4	3,4
u_y [mm]	0	-0,6	-0,3	-0,2	-0,1
u_z [mm]	-28,5	-31,5	-29,6	-29,1	-28,9

Tabel 5.2: Krachtswerking en vervorming bij een overspanning van 25 m.

Straal R	∞	100	200	300	450
M_x [kNm]	-3500	-5209,16	-4333,34	-4053,24	-3749,52
M_y [kNm]	11916,38	11962,63	11851,13	11853,48	11865,59
M_z [kNm]	0	65041,88	31628,26	20987,48	13988,61
V_y [kN]	0	8825,48	4342,20	2888,18	1924,95
V_z [kN]	-1361,87	-1442,43	-1390,08	-1378,24	-1371,72
N [kN]	79999,85	80080,96	80019,73	80008,61	80003,74
u_x [mm]	6,6	7,3	6,8	6,7	6,6
u_y [mm]	0	-3,2	-1,6	-1,0	-0,7
u_z [mm]	-53,4	-65,6	-57,7	-55,9	-54,9

Tabel 5.3: Krachtswerking en vervorming bij een overspanning van 35 m.

Straal R	∞	100	200	300	450
M_x [kNm]	-4500	-7660,76	-6004,58	-5494,19	-5160,25
M_y [kNm]	17448,28	17841,25	17415,46	17377,59	17379,25
M_z [kNm]	0	132277,80	63096,67	41730,85	27728,12
V_y [kN]	0	13817,13	6722,91	4463,92	2959,85
V_z [kN]	-1550,96	-1686,02	-1593,87	-1574,86	-1565,88
N [kN]	96000	96161,28	96039,33	96017,18	96007,54
u_x [mm]	8,7	11,2	9,2	8,9	8,8
u_y [mm]	0	-9,2	-4,3	-2,8	-1,9
u_z [mm]	-55,6	-81,7	-64	-60,4	-58,4

Tabel 5.4: Krachtswerking en vervorming bij een overspanning van 45 m.

5.3 Spanningen in de doorsnede

Uit resultaten van de bovenstaande tabellen volgt dat wanneer men de SKK liggers gekromd in plaats van recht uitvoert dit vrijwel alleen invloed heeft op het torsiemoment M_x . Wanneer de kromtestraal kleiner wordt, neemt het torsiemoment evenredig toe. Ook volgt uit de tabel dat het buigend moment M_y vrijwel onafhankelijk is van de kromming van de ligger. Bij een overspanning van 35 meter neemt het buigend moment M_y bij de kleinste kromtestraal van $R=100$ m met slechts 0,4 % toe ten opzichte van een rechte ligger. Deze toename is dusdanig klein in vergelijking met een rechte ligger dat er verondersteld wordt dat voor opname van het buigend moment M_y geen constructieve maatregelen genomen hoeven te worden. Wel dient er rekening gehouden te worden met grotere torsiemomenten en de daaruit voortkomende schuifspanningen.

Voor het bepalen van de constructieve grenzen moet daarom gekeken worden naar de situatie ter plaatse van de opleggingen. Door het toenemende torsiemoment M_x en de gelijk gebleven dwarskracht V_z treden hier grotere schuifspanningen op in vergelijking met de originele rechte ligger. De maatregel die daarom bij gekromde liggers genomen moet worden is het aanbrengen van voorzieningen voor het opnemen van de extra schuifspanningen, in de vorm van extra beugels.

De schuifspanning die veroorzaakt wordt door de dwarskracht V_z wordt met de onderstaande formule berekend:

$$\tau = \frac{V_z}{A_z}$$

De maximaal optredende schuifspanning door het torsiemoment wordt bepaald met behulp van de formules van Bredt:

$$\tau = \frac{M_w}{2 \cdot A_m \cdot b_m}$$

Aangenomen wordt dat iedere ligger van de totale doorsnede een gelijk aandeel van het torsiemoment en de dwarskracht op neemt. Door superpositie van beide componenten wordt de totaal optredende schuifspanning in één van de flensen van een kokerligger verkregen.

Straal R	∞	100	200	300	450
τ door V_z [N/mm ²]	0,58	0,61	0,59	0,59	0,59
τ door M_x [N/mm ²]	1,21	1,57	1,39	1,33	1,29
τ totaal [N/mm ²]	1,79	2,18	1,98	1,92	1,88

Tabel 5.5: Maximaal optredende schuifspanning in één enkele SKK ligger voor $l=25$ m.

Straal R	∞	100	200	300	450
τ door V_z [N/mm ²]	0,57	0,60	0,58	0,57	0,57
τ door M_x [N/mm ²]	1,30	1,93	1,61	1,50	1,39
τ totaal [N/mm ²]	1,87	2,53	2,19	2,07	1,96

Tabel 5.6: Maximaal optredende schuifspanning in één enkele SKK ligger voor $l=35$ m.

Straal R	∞	100	200	300	450
τ door V_z [N/mm ²]	0,46	0,50	0,47	0,47	0,47
τ door M_x [N/mm ²]	1,13	1,92	1,51	1,38	1,30
τ totaal [N/mm ²]	1,59	2,42	1,98	1,85	1,77

Tabel 5.7: Maximaal optredende schuifspanning in één enkele SKK ligger voor $l=45$ m.

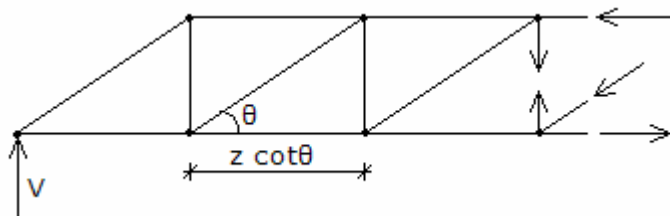
De betonnen doorsnede zal in staat zijn om een deel van de optredende schuifspanning op te nemen.

$$\tau_1 = 0,4 \cdot f_b = 0,86 \text{ N/mm}^2$$

Door de voorspankracht ontstaat een verhoogde normaalspanning σ_b' in de doorsnede waardoor de op te nemen schuifspanning mag worden verhoogd met de onderstaande component:

$$\tau_n = 0,15 \cdot \sigma_b'$$

Gekeken wordt echter naar de gescheurde doorsnede, waarbij de schuifwapening de door het scheuren weggevalen kracht over neemt en er voor zorgt dat een verdere toename van de belasting mogelijk is. Het gedrag van de schuifspanning en de afschuifwapening kan beschreven worden met de vakwerkanalogie van Mörsch.



Figuur 5.12: vakwerkmodel voor een op afschuiving belaste ligger.

De drukzone en de langswapening worden in dit model geschematiseerd door de onder- en bovenrand van het vakwerk. Deze liggen op een afstand z van elkaar. Daarnaast bevat het model trekverticalen op een afstand $z \cot \theta$ en drukdiagonalen onder een hoek θ . De trekverticalen stellen de schuifwapening voor. Uit de vakwerkanalogie is de onderstaande formule af te leiden waarmee de benodigde schuifwapening per eenheid van lengte bepaald kan worden. Deze schuifwapening wordt in de vorm van beugels toegepast.

$$\frac{A_{\text{schuif}}}{t} = \frac{V}{z \cdot \cot \theta \cdot f_s}$$

De afschuifkracht V uit de bovenstaande formule wordt veroorzaakt door afschuiving en wringing, waarin b_m de afstand tussen de hartlijnen van de flensen is.

$$V = \frac{1}{2} \cdot V_z + \frac{M_x}{2 \cdot b_m}$$

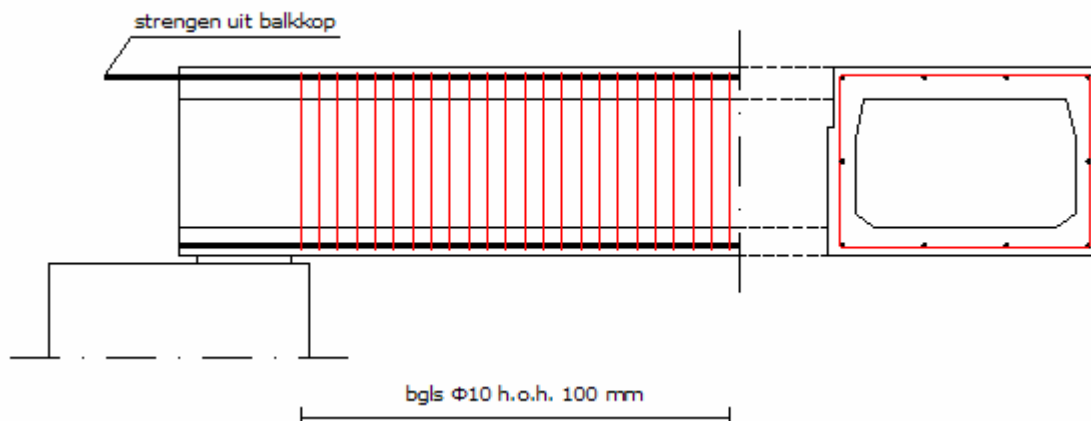
Hieruit kan de onderstaande formule afgeleid worden waarmee in één keer met de gegevens uit ESA PT de benodigde afschuifwapening voor een gekromde ligger bepaald kan worden.

$$\frac{A_{\text{schuif}}}{t} = \frac{0,5 \cdot (V_z + M_x / b_m) - A_{\text{beton}} \cdot (\tau_1 + \tau_n)}{z \cdot \cot \theta \cdot f_s}$$

Dit is gedaan voor een SKK1000 ligger met een overspanning van 35 meter en een kromtestraal van 100 meter. Uit de berekeningen van ESA PT volgt dat in deze situatie de grootste schuifspanning optreedt ter plaatse van de opleggingen. Wanneer een toelaatbare trekspanning in de wapening wordt toegestaan van 435 N/mm² en voor z 0,9 x de hoogte van de ligger wordt aangehouden volgt uit de bovenstaande vergelijking:

$$\frac{A_{\text{schuif}}}{t} = 1,55$$

Bij een beugelafstand t van 100 mm dient de doorsnede van de beugels 155 mm² te bedragen. Hiervoor zijn beugels $\Phi 10$ mm geschikt. Geconcludeerd kan worden dat het constructief gezien geen probleem is om de extra torsiemomenten, veroorzaakt door de kromming, op te nemen.



Figuur 5.13: De aan te brengen afschuifwapening (in rood weergegeven) ter hoogte van de opleggingen.

Deze extra wapening is alleen ter hoogte van de opleggingen nodig, omdat het torsiemoment naar het midden toe van de overspanning afneemt. Daar kan een grotere beugelafstand toegepast worden van maximaal 300mm.

6 Conclusies en aanbevelingen

Uit het onderzoek naar de benadering van krommingen is naar voren gekomen dat de nauwkeurigheid van de berekening omgekeerd evenredig is met de kromtestraal van de ligger. Dit wil zeggen dat bij een kleiner wordende kromtestraal een benadering met meer rechte elementen noodzakelijk is. Ditzelfde geldt voor een toenemende lengte van de overspanning. Voor een berekening met SKK liggers verkrijgt men bij een benadering met 20 elementen altijd voldoende nauwkeurige berekeningsresultaten.

Met de huidige onderzoeksresultaten is het echter nog niet mogelijk om een richtlijn in de vorm van een formule op te stellen waarmee men het aantal elementen direct kan bepalen. Hiervoor dienen nog een aantal factoren onderzocht te worden die in dit onderzoek nog niet zijn meegenomen, maar waarvan wel verondersteld wordt dat ze een zekere mate van invloed hebben op de nauwkeurigheid van de berekeningsresultaten. Aanbevolen wordt om de invloed van de onderstaande factoren verder te onderzoeken:

- De invloed veroorzaakt door het toepassen van andere doorsneden of andere liggertypen.
- De invloed veroorzaakt door het aanbrengen van andere typen belastingen.
- De invloed van het type oplegging ter plaatse van de ondersteuning.

De functie in ESA PT waarmee direct gekromde liggers ingevoerd kunnen worden levert bij eenvoudige belastingen snelle resultaten op. Tijdens het onderzoek is echter gebleken dat in de berekeningsresultaten van het torsiemoment zeer grote afwijkingen optreden. Wanneer de kromming benaderd wordt door rechte elementen blijft deze afwijking echter beperkt. Het is daarom aan te raden om constructies waarin gekromde elementen een belangrijke rol spelen te blijven benaderen door rechte elementen. Dit levert de meest betrouwbare resultaten op.

Uit het onderzoek naar de constructieve grenzen van gekromde SKK liggers volgt dat het gekromd uitvoeren van liggers alleen invloed heeft op het optredende torsiemoment. Deze neemt bij een kleiner wordende kromtestraal evenredig toe. Hierdoor ontstaan grotere schuifspanningen in de ligger ter hoogte van de opleggingen. Deze extra schuifspanningen kunnen zonder problemen opgenomen worden door het aanbrengen van extra afschuifwapening in de vorm van beugels.

De invloed van de kromming heeft vrijwel geen invloed op het optredende buigend moment en de daarmee samenhangende zakking van de ligger. Hieruit wordt verondersteld dat de huidige ontwerptabel voor rechte liggers ook toegepast kan worden voor gekromde liggers. Er dient echter nog verder onderzoek gedaan te worden naar de onderstaande factoren:

- De invloed van verschillende belastingen dient onderzocht te worden
- Bij een groter wordende overspanning en een kleiner wordende kromtestraal neemt de excentriciteit in vergelijking met de rechte ligger sterk toe. Er treedt een punt op waarbij de ligger zijn stabiliteit verliest en om de x-as uit het horizontale xy-vlak weg draait. Verwacht wordt dat er een verband bestaat tussen de kromming, overspanning en optredende instabiliteit. Dit verband is nog niet bekeken.

7 Literatuurlijst

1. Calavera, J., "Precast concrete bridges", 2004
2. Hansen, I.A., "Functioneel & constructief ontwerp van wegen en spoorwegen", 2006
3. Hartsuijker, C., "Toegepaste Mechanica: Spanningen, vervormingen, verplaatsingen", 2003
4. Hoogenboom, P.C.J., "Aantekeningen over wringing", 2006
5. Walraven, J.C. "College Gewapend Beton: CT3051", 2006
6. Walraven, J.C., Galjaard, J.C., "Voorgespannen Beton", 1997
7. Delft University, Faculty of Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, "Matlab Manual", 2005
8. NEN, "NEN 6723: Voorschriften beton – Bruggen (VBB 1995) – Constructieve eisen en rekenmethoden", 1995
9. SCIA Scientific Software, "Handleiding SCIA ESA PT", 2006
10. SCIA Scientific Software, "SCIA.ESA PT – Tutorial Frame Concrete", 2006
11. SCIA Scientific Software, "SCIA.ESA PT – Getting Started Plate Concrete", 2006
12. <http://www.spanbeton.nl>: Site van de fabrikant van SKK liggers met technische informatie over dit type ligger.

Bijlage A: Originele opdracht

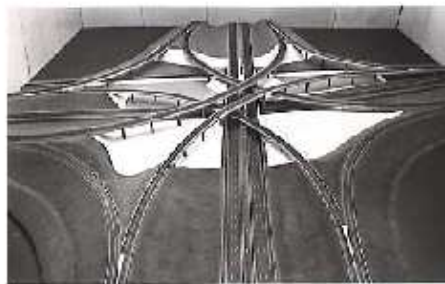
BSc – eindwerk

Structural
Engineering

Krachtswerking en vervorming van gekromde viaducten

Toelichting

Veel moderne viaducten zijn gekromd. De krachtswerking wordt hiervoor berekend met een driedimensionaal raamwerkprogramma (bijvoorbeeld ESA PT). De gekromde brugdelen worden daarbij gemodelleerd met vele rechte raamwerkelementen. De constructieve beperkingen van dit constructietype zijn niet bekend. Wat is bijvoorbeeld de maximale overspanning die kan worden toegepast? Dit hangt af van de kromtestraal, de doorsnedeform (kokerligger, trogligger, wanddikte) en de belasting (file van vrachtwagens op één rijbaan).



Figuur: Maquette van het Prins Claus Plein (foto Rijkswaterstaat)

Opdracht

Ontwerp een gekromd viaduct en bereken de krachtswerking met ESA PT. Bepaal het aantal elementen dat nodig is voor voldoende nauwkeurige berekening van vervorming, buig- en wringmoment. Formuleer hiervoor een richtlijn. Bepaal de constructieve grenzen van dit constructietype.

Secties

Constructiemechanica en betonconstructies

Nadere info

dr.ir. P.C.J. Hoogenboom kamer 6.48 tel. 015 278 8081
P.Hoogenboom@citg.tudelft.nl
ir. W.J.M. Peperkamp

Bijlage B: Ontwerptabellen ROA

De minimaal benodigde boogstraal wordt bepaald met de onderstaande formule.

$$R \geq \frac{7 \cdot v^2}{210 - v + 9 \cdot h}$$

Waarin:

R: boogstraal [m]

v: ontwerpsnelheid [km/h]

h: verkanting [centesimale graden, %]

Aan de hand van deze formule zijn ontwerptabellen afgeleid.

R[m]/ v[km/h]	1500	1100	900	750	600	550	500	450	400	350	300	250
120	2,5	3,8	4,5	5								
110		2,5	3,5	4,3	5							
100			2	3,5	4	4,5	5					
90					2,5	3	3,5	4	4,5	5	7	
80									2	3	4	5

R[m]/ v[km/h]	300	250	185	170	150	130	100	85	80	75	50	40	30
70	2,5	3,6	5	7									
60			2	3	4	5							
50						2,5	4,2	5	6,5	8			
40										2	5		
30												2	5

Tabel B.1: Samenhang tussen snelheid, straalgrootte en verkanting.

Wanneer twee vlakke gestrekte wegvakken waarvan het verloop over een afstand van 0,5 à 2 km kan worden overzien op elkaar aangesloten dienen te worden moet de onderstaande formule toegepast te worden voor het bepalen van de minimale boogstraal.

$$R \geq \frac{v^2}{18 \cdot \tan(\alpha)}$$

Waarin:

R: boogstraal [m]

v: ontwerpsnelheid [km/h]

α : richtingsverandering tussen twee wegvlakken [centesimale graden, %]

Bijlage C: Ontwerpgegevens Spanbeton

In de onderstaande tabellen staan gegevens van diverse SKK profielen weergegeven:

Gewicht en hoogten			
	eigen gewicht [kN/m]		afmetingen [mm]
	hol	massief	h_t
SKK 700	15,16	24,91	700
SKK 800	15,93	28,54	800
SKK 900	16,70	32,17	900
SKK 1000	17,47	35,79	1000
SKK 1100	18,24	39,42	1100
SKK 1200	19,01	43,04	1200
SKK 1300	19,78	46,67	1300
SKK 1400	20,55	50,30	1400
SKK 1500	21,32	53,92	1500
SKK 1600	22,09	57,55	1600

Tabel C.1 Gewicht en hoogten SKK liggers.

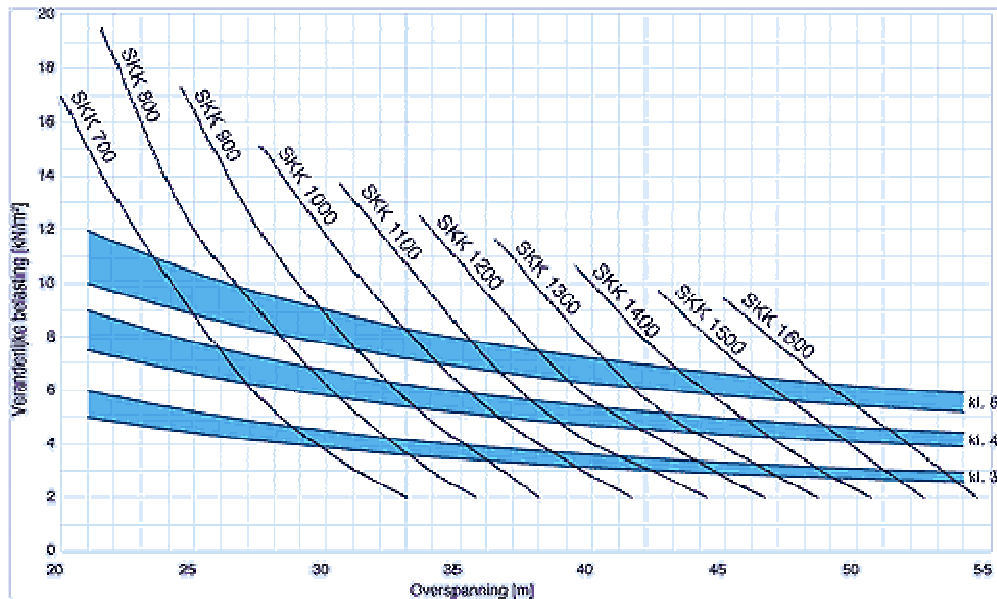
Grootheden samengestelde constructie						
	$I_b \cdot 10^9$ [mm ⁴]	Z_b [mm]	$A_b \cdot 10^3$ [mm ²]	$W_b \cdot 10^3$ [mm ³]	$W_{1b} \cdot 10^6$ [mm ³]	$W_{11b} \cdot 10^6$ [mm ³]
SKK 700	38,30	365	574,92	106,37	116,02	144,09
SKK 800	53,40	406	604,92	131,35	135,89	168,77
SKK 900	72,30	457	634,92	157,91	163,42	202,96
SKK 1000	94,60	508	664,92	186,22	192,42	238,98
SKK 1100	120,60	558	694,92	215,88	222,60	276,45
SKK 1200	150,30	608	724,92	246,85	254,11	315,59
SKK 1300	183,90	658	754,92	279,35	286,74	356,11
SKK 1400	221,30	709	784,92	312,08	320,32	397,82
SKK 1500	263,30	758	814,92	346,95	355,22	441,16
SKK 1600	308,40	810	844,92	380,40	390,72	485,25

Tabel C.2: Doorsnede grootheden SKK liggers.

Hierin is:

- I_b = Traagheidsmoment van de balk.
- z_b = Afstand van het zwaartepunt van de balk tot de onderkant van de balk.
- A_b = Betonoppervlak van de doorsnede.
- W_b = Weerstandsmoment van de onderkant van de balk.

In de onderstaande grafiek staat het verband tussen de overspanning, de belasting en de hoogte van het SKK profiel weergegeven:



Figuur C.1: Draaggrafiek SKK liggers.

De draaggrafiek is gebaseerd op:

- Statisch bepaalde constructies.
- Een eigen gewicht van de slijtlaag van $1,5 \text{ kN/m}^2$.
- Een randbelasting van $3,2 \text{ kN/m}^1$.
- Voorschriften beton NEN 6720 (VBC).
- Voorschriften beton bruggen NEN 6723 (VBB).
- Betonkwaliteit balken: B65.
- Betonkwaliteit voegen: B35.
- Milieuklasse 3 volgens NEN 5950 (VBT).

De grafiek geeft het verband aan tussen de grootte van de brugoverspanning en de toelaatbare veranderlijke belasting per profiel. De blauwe banden in de grafiek geven de equivalente belasting per m^2 brug aan, die ontstaat bij de verschillende belastingklassen, bij een aangenomen lastspreiding. De lastspreiding is afhankelijk van de stand van het laststelsel ten opzichte van de brugrand. De onderste begrenzing van de blauwe band is erop gebaseerd dat een laststelsel op 2,00 m van de brugrand is geplaatst. Bij de bovenste begrenzing is de afstand 0,50 m. De lijnen per element geven het maximale draagvermogen aan. De grafiek geeft slechts een globale aanduiding van de afmetingen.

Bijlage D: Matlab Code

Voor het bepalen van de coördinaten van de knooppunten in ESA PT is een stukje code geschreven waarmee deze coördinaten snel bepaald kunnen worden. De code is gebaseerd op de onderstaande formule:

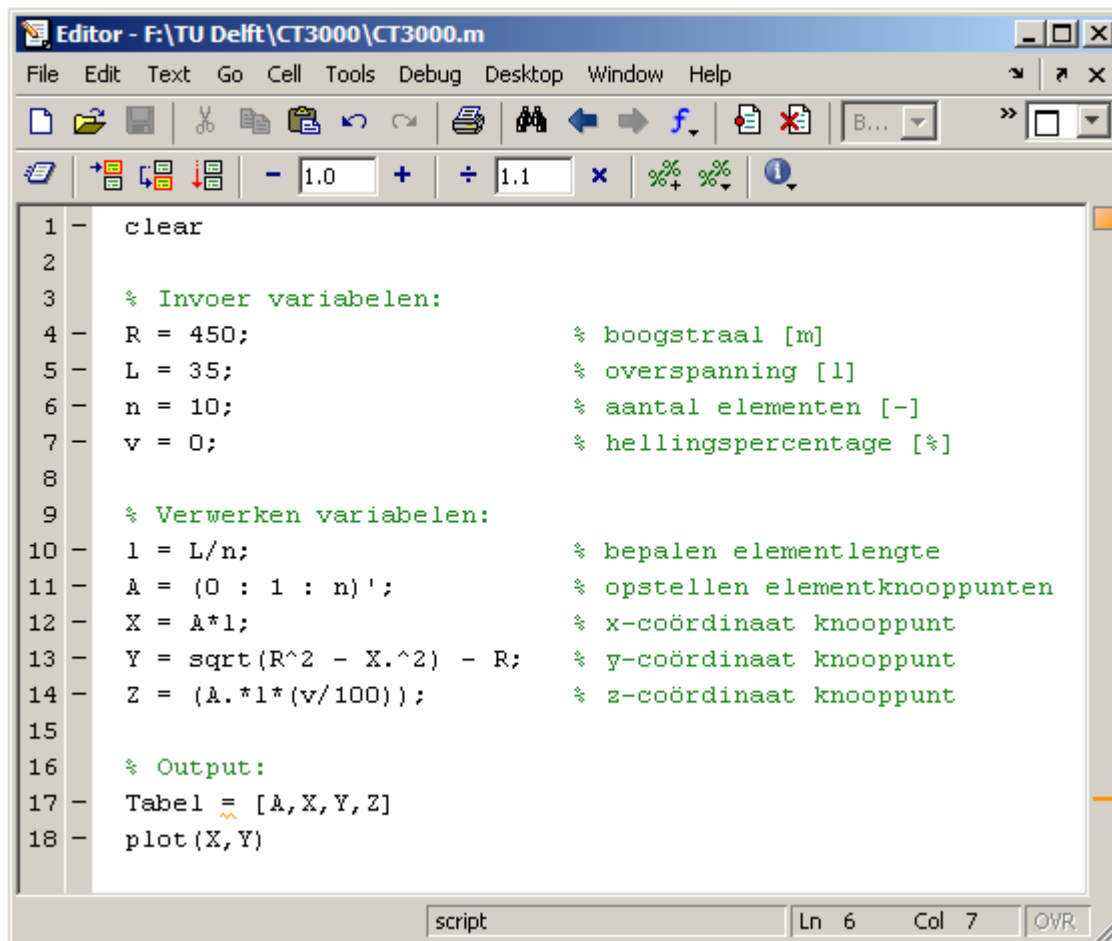
$$y = \sqrt{R^2 - x^2} - R$$

Waarin:

x: coördinaat op de x-as.

y: coördinaat op de y-as.

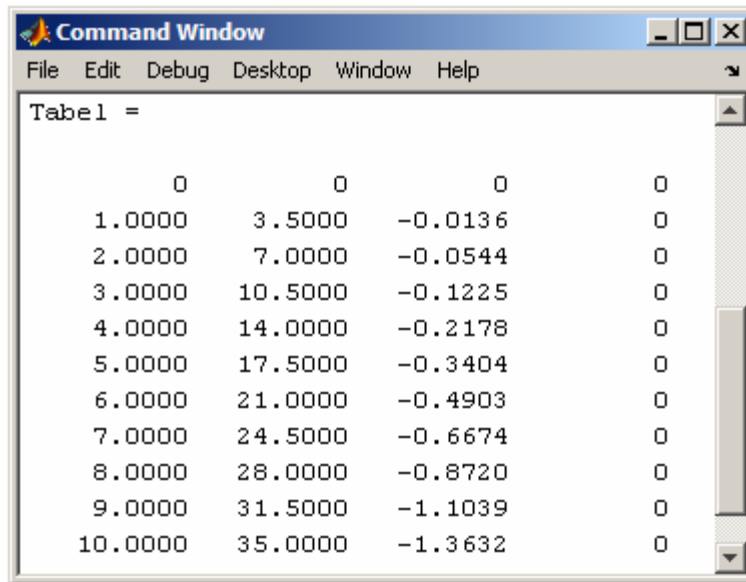
R: straal van de boog.



```

1 - clear
2
3 - % Invoer variabelen:
4 - R = 450;           % boogstraal [m]
5 - L = 35;           % overspanning [l]
6 - n = 10;           % aantal elementen [-]
7 - v = 0;            % hellingspercentage [%]
8
9 - % Verwerken variabelen:
10 - l = L/n;          % bepalen elementlengte
11 - A = (0 : 1 : n)'; % opstellen elementknooppunten
12 - X = A*l;          % x-coördinaat knooppunt
13 - Y = sqrt(R^2 - X.^2) - R; % y-coördinaat knooppunt
14 - Z = (A.*l*(v/100)); % z-coördinaat knooppunt
15
16 - % Output:
17 - Tabel = [A,X,Y,Z]
18 - plot(X,Y)
  
```

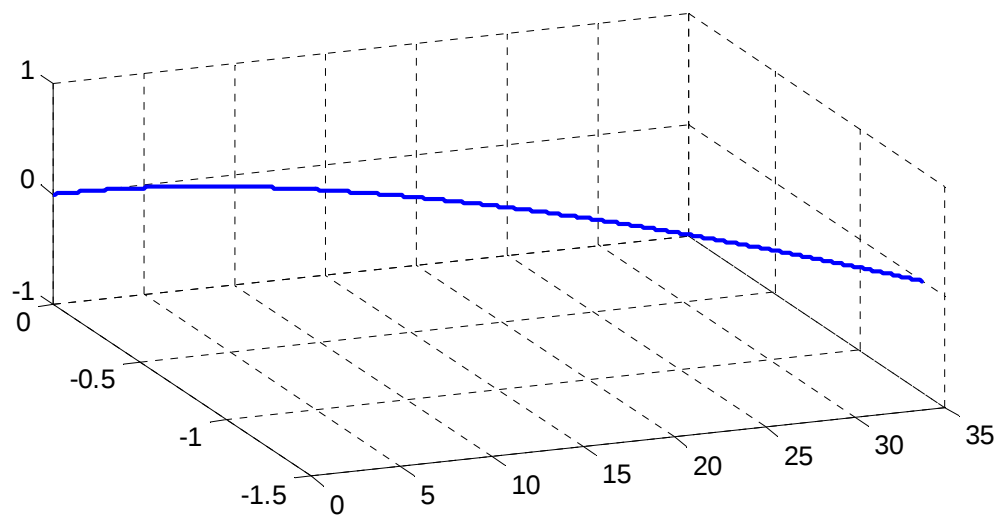
Figuur D.1: Matlab code.



The image shows a MATLAB Command Window with a menu bar (File, Edit, Debug, Desktop, Window, Help) and a scrollable text area. The text area displays the output of a MATLAB command, which is a table of data. The table has four columns and ten rows of data. The first column contains values from 0 to 10.0000 in increments of 1.0000. The second column contains values from 0 to 35.0000 in increments of 3.5000. The third column contains values from 0 to -1.3632 in increments of -0.0136. The fourth column contains the value 0 for all rows.

0	0	0	0
1.0000	3.5000	-0.0136	0
2.0000	7.0000	-0.0544	0
3.0000	10.5000	-0.1225	0
4.0000	14.0000	-0.2178	0
5.0000	17.5000	-0.3404	0
6.0000	21.0000	-0.4903	0
7.0000	24.5000	-0.6674	0
8.0000	28.0000	-0.8720	0
9.0000	31.5000	-1.1039	0
10.0000	35.0000	-1.3632	0

Figuur D.2: Output van MATLAB. De eerste kolom geeft de knooppuntnummers weer, de 2^e de x-coördinaten, de 3^e de y-coördinaten en de 4^e de z-coördinaten.



Figuur D.3 x-, y- en z-coördinaten uitgezet in het 3d-vlak, waardoor de benadering van het gekromde viaduct zichtbaar wordt.

Bijlage E: Evaluatie

Wanneer ik terug kijk op het onderzoek moet ik concluderen dat het iets anders is verlopen dan ik zelf had gepland. Doordat ik pas relatief laat de beschikking kreeg over de vereiste software is er in het begin een kleine achterstand ontstaan. Daarnaast heeft het verkennen van het programma vervolgens nog ruim een week geduurd, waardoor het uiteindelijke onderzoek wat vertraging heeft opgelopen. Vooral de interpretatie van de berekeningsresultaten van ESA PT heeft in het begin voor wat problemen gezorgd. De tijdsduur van zeven weken die voor het Bachelor Eindwerk stond leek in het begin erg lang, maar achteraf bleek het toch te kort om alles goed te kunnen onderzoeken.

Wel vond ik het leuk om eens gewerkt te hebben met te hebben met een uitgebreider eindige elementenprogramma, naast het programma Matrixframe waar al eerder mee gewerkt was. Ook het doen van onderzoek en het trekken van conclusies sprak mij erg aan. Doordat dit feitelijk mijn eerste onderzoek was verliep het in mijn ogen soms wel nog wat moeizaam.

Een nadeel van het onderzoek vond ik dat het onderwerp vrij breed was. Er is erg veel tijd gaan zitten in het simuleren in ESA PT, waardoor ik zelf het gevoel heb dat er wat minder technische diepgang in het onderzoek en het eindrapport zit dan dat ik van te voren had verwacht. Dit komt misschien enerzijds door mijn verwachtingen aan het begin van mijn Bachelor Eindwerk, en anderzijds door de aard van de opdracht.