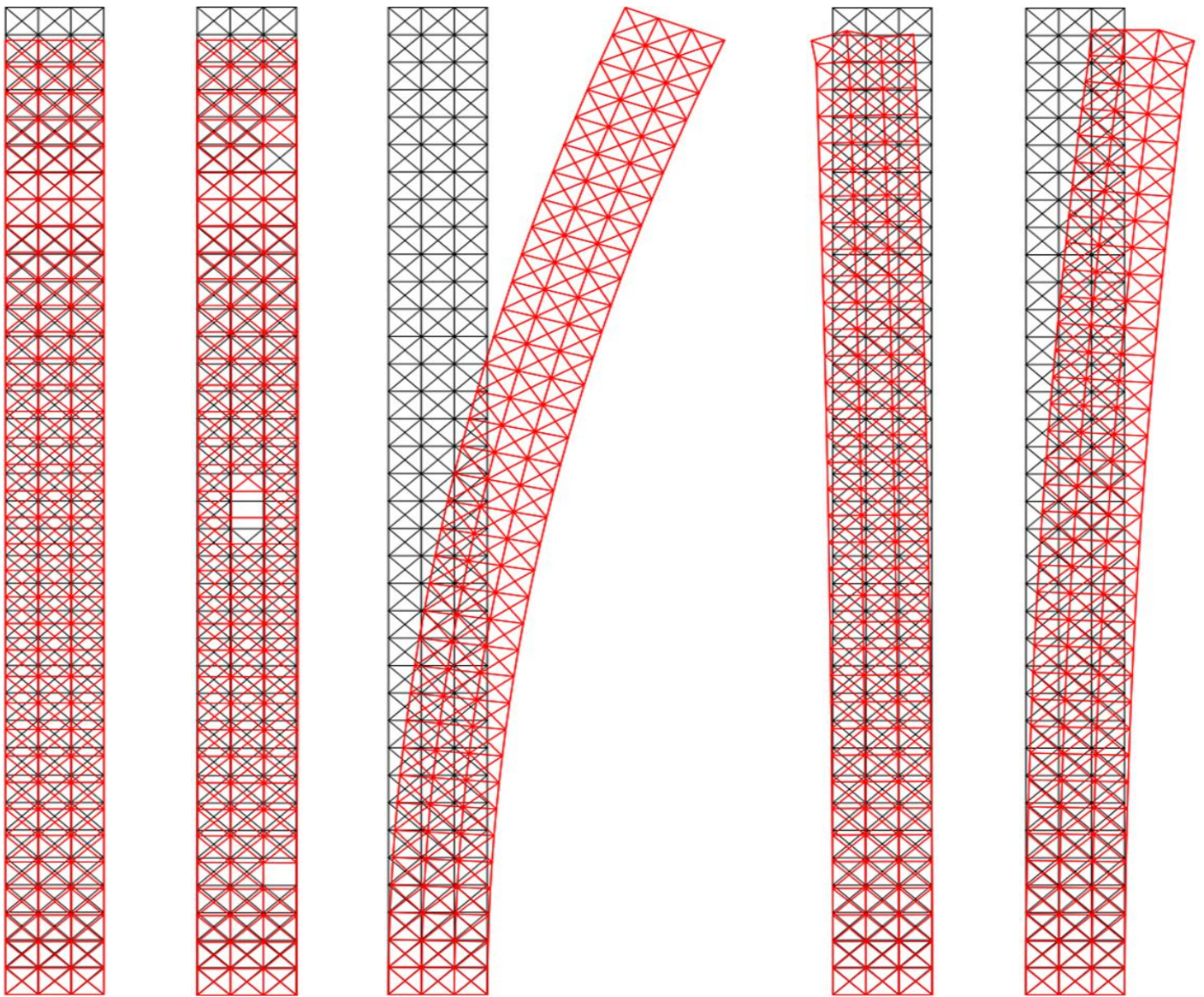




Bepaling knikcapaciteit van een kolom met interne poreuze structuren

BSc – Eindwerk (CTB3000-16)

Daan ter Meulen
4600355

Juni 2020

Voorwoord

Dit onderzoek is uitgevoerd in opdracht van het vak CTB3000-16 Bachelor eindwerk, dat gegeven wordt als afsluiting van de bacheloropleiding Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. In dit rapport is het bachelor eindwerk van Daan ter Meulen beschreven.

De doelgroep van dit onderzoek zijn personen die geïnteresseerd zijn in het vakgebied Structural Engineering van de Civiele Techniek .

Ik ben veel dank verschuldigd aan H. (Hoessein) Alkisaai, Msc. Meneer Alkisaai heeft mij gedurende het hele eindwerk zeer goed begeleid en met zijn inzichten mij op nieuwe ideeën gebracht.

Daarnaast ben ik dank verschuldigd aan de algemene coördinator van de track Structural Engineering en tevens mijn tweede begeleider Dr.ir. P.C.J. (Pierre) Hoogenboom. Meneer Hoogenboom heeft mij goed ondersteund bij het starten van dit onderzoek.

Delft, juni 2020
Daan ter Meulen

Samenvatting

Verschillende onderzoeken zijn gedaan naar de knikcapaciteit van een kolom met een interne poreuze structuur op kleine schaal. In dit onderzoek wordt voor het eerst op grote schaal de knikcapaciteit van een kolom met een interne poreuze structuur bepaald. De knikcapaciteit wordt bepaald voor vijf verschillende interne poreuze structuren.

De verschillende structuren worden met behulp van de eindige-elementenmethode CALFEM gemodelleerd en getest. De structuren worden getest door de bovenkant van de structuren een verplaatsing op te leggen. De verplaatsing wordt op vijf verschillende manieren opgelegd met behulp van vijf verschillende belastingmethodes. De F-u diagrammen van de structuren worden gemaakt per belastingmethode. De knikcapaciteit wordt met behulp van de F-u diagrammen voor elke structuur per belastingmethode bepaald.

De verschillende belastingmethodes en structuren worden met elkaar vergeleken op basis van de knikcapaciteit. De knikcapaciteit van de structuren wordt daarnaast vergeleken met de knikcapaciteit van een massieve kolom die uit even veel materiaal bestaat.

Op basis van dit onderzoek kan geconcludeerd worden dat de verschillende interne poreuze structuren verschillend reageren op de vijf belastingmethodes. Imperfecties in een structuur hebben een belangrijke invloed op de maximale knikcapaciteit. Een interne poreuze structuur bestaande uit een rechthoek met een kruis kan het beste omgaan met imperfecties en wordt als best toepasbare structuur in de praktijk aangemerkt.

Daarnaast kan op basis van dit onderzoek geconcludeerd worden dat de knikcapaciteit van een massieve kolom vele malen groter is dan de knikcapaciteit van een kolom met een interne poreuze structuur. Materiaalbesparing door het toepassen van een kolom met een interne poreuze structuur is niet bruikbaar.

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Samenvatting.....	3
1. Inleiding	5
2. Werkwijze.....	7
2.1 Structuren modelleren	7
2.2 Bepaling diameter staven.....	9
2.3 Structuren belasten	10
2.3.1 Algemene procedure	10
2.3.2 Belastingmethodes.....	11
2.4 Bepaling knikcapaciteit.....	13
2.4.1 Algemene procedure	13
2.4.2 Bepaling F en u	14
2.4.3 Bepaling staafspanningen	14
3. Resultaten.....	15
3.1 Structuur 1: rechthoek met kruis	16
3.2 Structuur 2: rechthoek	17
3.3 Structuur 3: ruit	18
3.4 Structuur 4: driehoek	19
3.5 Structuur 5: ruit 2x	20
3.6 Beschrijving resultaten per methode	21
4. Discussie	22
4.1 Methodes	22
4.2 Structuren.....	24
4.3 Knikcapaciteit massieve kolom	26
5. Conclusie	27
6. Aanbevelingen.....	28
Literatuurlijst	29
Appendix 1: Lijst van gebruikte CALFEM functies	30
Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode per structuur.....	31

1. Inleiding

Tot op heden is op kleine schaal verschillend onderzoek gedaan naar de knikcapaciteit van een kolom met een interne poreuze structuur. Deze onderzoeken tonen aan dat de knikcapaciteit gebonden is aan het type interne poreuze structuur. (Overvelde, Shan, & Bertoldi, 2012)

In tegenstelling tot de onderzoeken tot nu toe wordt in dit onderzoek de knikcapaciteit van een kolom met een interne poreuze structuur op grote schaal bepaald. Een massieve kolom van 3 meter wordt vervangen door een kolom met een interne poreuze structuur. De hoofdvraag van dit onderzoek is: 'Wat is de knikcapaciteit van een kolom met interne poreuze structuren op grote schaal?'

De knikcapaciteit is nauw verweven met de stabiliteit van het evenwicht van het systeem. Een evenwicht is stabiel of instabiel. Een stabiel evenwicht wordt als volgt gedefinieerd: "Een evenwicht is stabiel als het systeem in alle naburige kinematisch mogelijke configuraties van de evenwichtsstand de neiging heeft weer terug te keren naar de oorspronkelijke evenwichtsstand." (Welleman & Hartsuijker, 2016a)

De knikcapaciteit is de belasting waarmee een staaf ineens instabiel wordt. Deze belasting kan zowel een drukkracht, wringmoment als een spanning ten gevolge van afschuiving zijn. De instabiliteit van het evenwicht wordt gekenmerkt door grote verplaatsingen die leiden tot bezwijken van het evenwicht. (Welleman & Hartsuijker, 2016a)

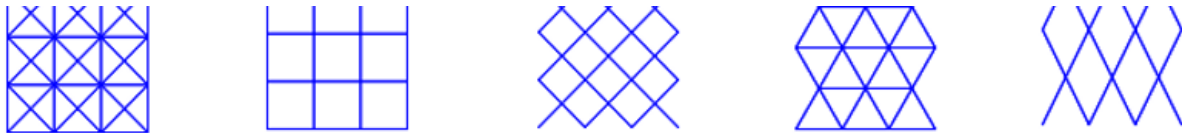
Om de knikcapaciteit te bepalen worden F-u diagrammen gemaakt van kolommen met interne poreuze structuren. In een F-u diagram kan snel gezien worden wanneer instabiliteit optreedt. Als een kleine toename in kracht tot grote verplaatsingen leidt, duidt dit op instabiliteit. De knikcapaciteit van de kolom is dan bereikt. De knikcapaciteit wordt in dit onderzoek omschreven als de maximale kracht waarbij de kolom niet bezwijkt ten gevolge van instabiliteit.

De knikcapaciteit is bepaald met behulp van CALFEM. CALFEM is een eindige-elementenmethode die voor een constructie de verplaatsingen en krachten ten gevolge van een belasting berekent. Een belasting kan zowel een verplaatsing als een kracht zijn. (Austrell, 2004) In dit onderzoek is ervoor gekozen om de verplaatsing als gegeven aan te nemen en te bepalen hoe de krachten in de kolom hierop reageren.

De knikcapaciteit van de verschillende structuren wordt met elkaar vergeleken en gekeken wordt welke structuur het best toepasbaar is in de praktijk. Om de structuren met elkaar te kunnen vergelijken wordt de porositeit van alle structuren vastgesteld op 0.5. De knikcapaciteit van de verschillende structuren wordt ook vergeleken met de knikcapaciteit van een massieve kolom bestaande uit evenveel materiaal als de verschillende structuren.

De eerste stap in het bepalen van de knikcapaciteit is het vaststellen van de eigenschappen van de structuren. Vijf verschillende interne poreuze structuren worden gebruikt om de massieve kolom te vervangen. In figuur 1.1 is een schets gegeven van de onderkant van de vijf verschillende structuren. Het betreft de volgende vijf structuren:

1. Structuur 1: rechthoek met kruis
2. Structuur 2: rechthoek
3. Structuur 3: ruit
4. Structuur 4: driehoek
5. Structuur 5: ruit 2x



Figuur 1.1: Schets structuren (v.l.n.r.: structuur 1: rechthoek met kruis, structuur 2: rechthoek, structuur 3: ruit, structuur 4: driehoek, structuur 5: ruit 2x)

De volgende randvoorwaarden zijn aan het onderzoek gekoppeld om de breedte van het onderzoek te beperken:

- De massieve kolom die vervangen wordt heeft de volgende afmetingen: 3 meter hoog, 0.25 meter breed en 0.25 diep.
- Het materiaal van de interne poreuze structuren is staal S235. Alle relevante materiaaleigenschappen van staal S235 zijn gegeven in tabel 1.1.
- De staven van de structuur zijn ronde staven waarvan de diameter in paragraaf 2.2 van dit onderzoek bepaald wordt.
- Alle staven zijn moment vast met elkaar verbonden.
- Alle figuren van de structuren zijn in 2D maar de berekeningen zijn in 3D. De figuren zijn in 2D omdat de staafdiameter niet meegenomen is in de figuren. De staafdiameter is logischerwijs wel meegenomen in de berekeningen.
- De gehele onderzijde heeft een rolinklemming. Het meest linker punt is geheel ingeklemd. Er is gekozen voor een rolinklemming om te voorkomen dat de staven aan de onderzijde als eerst bezwijken omdat ze geen bewegingsvrijheid hebben.

Tabel 1.1: Materiaaleigenschappen staal S235

Dichtheid (kg/m^3)	7.8
Elasticiteitsmodulus (N/mm^2)	210000.0
Maximaal toelaatbare spanning (N/mm^2)	235.0

De hypothese van dit onderzoek is dat met behulp van interne poreuze structuren een hogere knikcapaciteit bereikt kan worden dan met een massieve kolom. Verwacht wordt dat met sommige poreuze structuren de sterkte van de kolom toeneemt doordat het materiaal efficiënter over de kolom wordt verdeeld. Een sterkere kolom zal een hogere knikcapaciteit als gevolg hebben.

2. Werkwijze

In dit hoofdstuk is het plan van aanpak beschreven om de knikcapaciteit te bepalen van een kolom met een interne poreuze structuur. Alle berekeningen benoemd in dit hoofdstuk zijn gemaakt met behulp van CALFEM, een plug-in voor Python 3.7, en verschillende plug-ins van Python 3.7 zelf. (*Anaconda Python*, 2020; *Calfem-Python*, 2020) Alle berekeningen inclusief Python scripts kunnen opgevraagd worden bij de schrijver van dit onderzoek. In de tekst wordt regelmatig verwezen naar een functie. In Appendix 1: Lijst van gebruikte CALFEM functies is een overzicht gegeven van de gebruikte functies.

2.1 Structuren modelleren

De eerste stap in het bepalen van de knikcapaciteit is het modelleren van de vijf verschillende structuren. De vijf verschillende structuren zijn:

1. Structuur 1: rechthoek met kruis
2. Structuur 2: rechthoek
3. Structuur 3: ruit
4. Structuur 4: driehoek
5. Structuur 5: ruit 2x

Het is verstandig om een schets te maken van een structuur voordat deze structuur gemodelleerd wordt. Met behulp van een schets is het gemakkelijker om te zien uit hoeveel punten de structuur bestaat. Een punt is elke locatie waar (minimaal) twee staven elkaar kruisen. Nog een voordeel is dat de x- en y-coördinaten van elk punt eenvoudig af te lezen zijn uit een schets. Daarnaast is snel zichtbaar hoe de verschillende punten met elkaar verbonden zijn. Schetsen van de structuren zijn te zien in figuur 1.1.

De verschillende structuren worden met behulp van CALFEM geprogrammeerd en weergegeven. Drie onderdelen zijn nodig om een structuur te kunnen modelleren in CALFEM: *Dof*, *Coord* en *Edof*.

Dof

Dof bestaat voor elk punt van een structuur uit een rij. In deze rij is aan elke vrijheidsgraad van dit punt een getal toegekend. De rijen van alle punten van de structuur zijn samengevoegd tot een *Dof*-matrix. De *Dof*-matrix is een matrix van $n * m$. n is het aantal punten van de structuur en m het aantal vrijheidsgraden per punt. n is voor elk type structuur verschillend. m is 3 voor elk type structuur. m is 3 omdat elke staaf moment vast verbonden is en daardoor drie vrijheidsgraden heeft: kracht in x-richting, kracht in y-richting en moment of verplaatsing in x-richting, verplaatsing in y-richting en rotatie. Het maken van de *Dof*-matrix kan eenvoudig gedaan worden met behulp van functie 5: *calfem.core.createdofs(n,3)*. CALFEM genereert met functie 5 automatisch een *Dof*-matrix voor een structuur met n -aantal punten en 3 vrijheidsgraden. De *Dof*-matrix krijgt de volgende vorm:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ n * 3 - 2 & n * 3 - 1 & n * 3 \end{bmatrix}$$

Coord

Coord is een matrix die aan elk punt zijn coördinaten ten opzichte van de oorsprong van het assenstelsel toekent. De *Coord*-matrix is een matrix van $n * 2$. n geeft wederom het aantal punten weer waaruit de structuur bestaat. Per rij is de x-coördinaat in kolom 1 en de y-coördinaat in kolom 2 weergegeven. De *Coord*-matrix krijgt de volgende vorm:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & y_n \end{bmatrix}$$

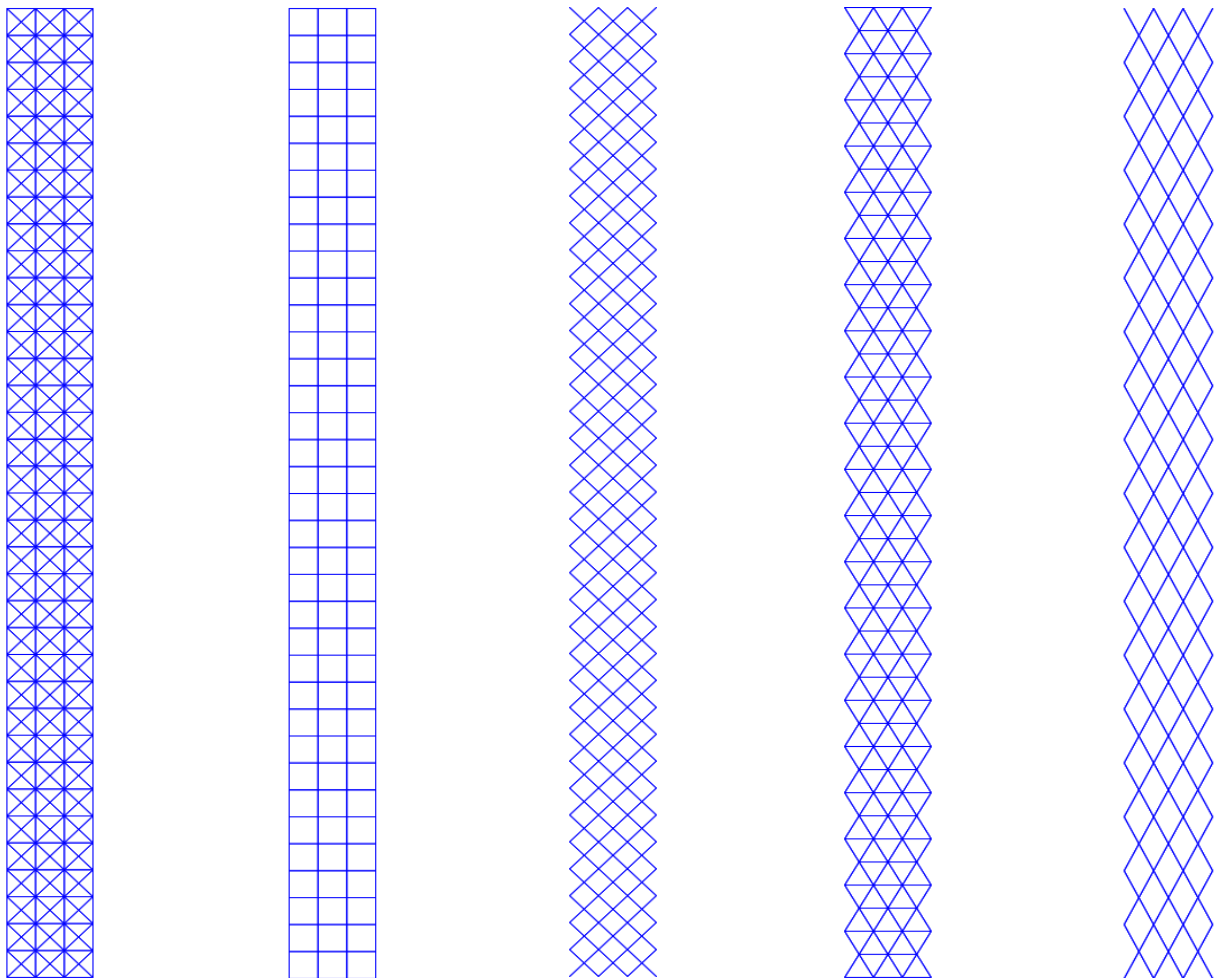
Edof

Edof is een matrix waarin de geometrie van een structuur is vastgelegd. Per staaf is aangegeven welke twee punten met elkaar verbonden zijn. Elke rij van de *Edof*-matrix is een staaf tussen twee punten. De *Edof*-matrix is een matrix van $k * 6$. k is het aantal staven waaruit de structuur bestaat. Een staaf is gedefinieerd als een *Edof*-rij van zes getallen. De eerste drie getallen zijn de getallen van de *Dof*-rij van het eerste punt en de overige drie getallen zijn de *Dof*-rij van het tweede punt. Als voorbeeld worden punt 1 en punt 2 met elkaar verbonden, dit geeft de volgende *Edof*-rij:

[1 2 3 4 5 6]

Dof, *Coord* en *Edof* worden voor de vijf verschillende structuren opgesteld. Nu deze drie onderdelen bekend zijn, kan de structuur gemodelleerd worden. CALFEM bepaalt met behulp van functie 3: *calfem.core.coordxtr(Edof, Coord, Dof)* twee matrices genaamd *Ex* en *Ey*. In de matrices *Ex* en *Ey* is voor elke staaf de lengte van de staaf en de locatie ten opzichte van de oorsprong van het assenstelsel gedefinieerd. De matrices *Ex* en *Ey* worden weergegeven met behulp van functie 8: *calfem.vis.eldraw2(Ex,Ey)*.

De weergegeven matrices *Ex* en *Ey* zijn gegeven voor alle vijf de kolommen met een verschillende interne poreuze structuur in figuur 2.1. De afmeting van elke kolom is 3 meter hoog en 0.25 meter breed, zoals beschreven is in de randvoorwaarden van dit onderzoek.



Figuur 2.1: Structuren gemodelleerd (v.l.n.r.: structuur 1: rechthoek met kruis, structuur 2: rechthoek, structuur 3: ruit, structuur 4: driehoek, structuur 5: ruit 2x)

2.2 Bepaling diameter staven

De dimensie van de structuren in figuur 2.1 is 2D. Zowel de breedte als de lengte van de kolom is gedefinieerd. Berekeningen in CALFEM zijn daarentegen altijd in 3D. De diepte van de structuur dient ook bepaald te worden. De diepte wordt aan de structuur toegevoegd door een diameter aan de ronde staven toe te wijzen. De diameter van de staven is afhankelijk van de porositeit.

In de inleiding is beschreven dat de porositeit van een kolom met een interne poreuze structuur precies 0.5 moet zijn om de verschillende interne poreuze structuren met elkaar te kunnen vergelijken. De porositeit kan op verschillende manieren bepaald worden. In dit onderzoek zijn twee methodes in overweging genomen.

Methode 1: Porositeit bepalen aan de hand van oppervlak

De kolom wordt tijdelijk als een 2D-object gezien. Een porositeit van 0.5 houdt in dit geval in dat 50% van het vooraanzicht uit staven moet bestaan en 50% leeg moet zijn. Het frontale oppervlak van de staven moet voor elke structuur $0.5 * 3.00 * 0.25 = 0.375 \text{ m}^2$ zijn. De staafdiameter is 0.375 m^2 gedeeld door de totale lengte van alle staven in meters in het frontale oppervlak.

Methode 2: Porositeit bepalen aan de hand van inhoud

De kolom wordt gezien als een 3D-object waarbij zowel de breedte als de diepte 0.25 m. Een porositeit van 0.5 houdt in dit geval in dat 50% van het volume uit staven moet bestaan en 50% leeg moet zijn. Het totale volume aan staven moet voor elke structuur $0.5 * 3.00 * 0.25 * 0.25 = 0.09375 \text{ m}^3$ zijn. Het staafoppervlak (A_{staaf}) is 0.09375 m^2 gedeeld door de totale lengte aan staven in meters in het

frontale oppervlak. De staafdiameter wordt berekend met $D_{staaf} = \sqrt{\frac{4 * A_{staaf}}{\pi}}$.

Bij methode 2 heeft elk type interne poreuze structuur hetzelfde eigen gewicht omdat elke type structuur exact hetzelfde volume heeft en uit hetzelfde materiaal bestaat. Bij methode 1 is er geen sprake van eenzelfde eigen gewicht omdat de inhoud per type structuur verschilt.

Structuren met eenzelfde eigen gewicht zijn eenvoudiger te vergelijken omdat de belasting ten gevolge van het eigen gewicht bij elke structuur even groot is. Dit is de reden dat in dit onderzoek ervoor gekozen is om de staafdiameter te berekenen met behulp van methode 2.

De staafdiameters van alle structuren zijn berekend met behulp van methode 2. De staafdiameters per type structuur zijn zichtbaar in tabel 2.1. Met de bekende staafdiameters kan direct het oppervlak en het traagheidsmoment van de staven bepaald worden. Het staafoppervlak kan bepaald worden met $A_{staaf} = \frac{1}{4} * \pi * D_{staaf}^2$ en het traagheidsmoment van de staaf met $I_{staaf} = \frac{1}{4} * \pi * \left(\frac{D_{staaf}}{2}\right)^4$. Het oppervlak en het traagheidsmoment van de staven is toegevoegd aan tabel 2.1. In tabel 2.1 zijn de staafdiameters op 2 decimalen na de komma afgerond. Het oppervlak en het traagheidsmoment zijn op hele getallen afgerond. Dit is gedaan om de tabel overzichtelijk te houden. Alle berekeningen zijn daarentegen met niet afgeronde getallen gemaakt.

Tabel 2.1: Staaf eigenschappen per structuur

	Staafdiameter (mm) (D_{staaf})	Staafoppervlakte (mm ²) (A_{staaf})	Traagheidsmoment staaf (mm ⁴) (I_{staaf})
Structuur 1: Rechthoek met kruis	50.55	2007	320170
Structuur 2: Rechthoek	74.95	4411	1548869
Structuur 3: Ruit	68.48	3683	1079339
Structuur 4: Driehoek	63.25	3142	785550
Structuur 5: Ruit 2x	77.02	4658	1726942

2.3 Structuren belasten

Alle eigenschappen van de verschillende structuren zijn nu vastgelegd. De structuren zijn te zien in figuur 2.1, de staafdiameter per structuur in tabel 2.1 en de materiaaleigenschappen zijn bepaald in de inleiding en weergegeven in tabel 1.1. Nu is het tijd om de structuren te gaan belasten. De verschillende structuren worden op vijf verschillende manieren belast.

Als eerst wordt de algemene procedure beschreven. Deze procedure is op elke belastingmethode van toepassing. Vervolgens wordt per belastingmethode aangegeven hoe de belasting wordt toegepast. De verplaatste toestand van de kolom ten gevolge van een belasting is gegeven.

In deze paragraaf is enkel structuur 1: rechthoek met kruis uitgewerkt. De overige structuren kunnen aan de hand de benoemde procedure eenvoudig gereproduceerd worden. Voor de verplaatste toestand van de overige structuren wordt verwezen naar Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode voor elke structuur.

2.3.1 Algemene procedure

In dit onderzoek berekent CALFEM de krachten in een structuur ten gevolge van een verplaatsing die op de bovenste rij is toegepast. Functie 7 van CALFEM is gebruikt: *calfem.core.solveq(K, F_T, bc, bcVal)*. De volgende vier onderdelen moeten gedefinieerd worden voordat de berekening kan starten: *K*, *F_T*, *bc* en *bcVal*.

K

K is de stijfheidsmatrix van de structuur. De stijfheidsmatrix is afhankelijk van het type structuur en de materiaaleigenschappen. De stijfheidsmatrix is in CALFEM te bepalen met behulp van functie 1: *calfem.core.assem(Edof, K, Ke1)*. *K* is hier in eerste instantie een lege matrix van het aantal vrijheidsgraden keer elkaar ($3n * 3n$). Deze lege matrix wordt opgevuld door *Ke1* met behulp van functie 1 tot de stijfheidsmatrix *K*. *Ke1* is de stijfheidsmatrix per staaf. *Ke1* is te bepalen met functie 2: *calfem.core.beam2e(Ex, Ey, Ep)*. In *Ep* zijn de verschillende eigenschappen van een staaf (*E*, *A_{staaf}* en *I_{staaf}*) vastgelegd. Dit allen gecombineerd geeft de gehele functie om de stijfheidsmatrix te bepalen van een structuur. De gehele functie van de stijfheidsmatrix krijgt de volgende vorm:

```
for i in range(len(Edof)):
    Ke1 = cfc.beam2e(ex[i,:], ey[i,:], ep)
    K = cfc.assem(Edof[i,:], K, Ke1)
```

F_T

F_T is een rij van $3n$ die per vrijheidsgraad definieert welke kracht erop toegepast wordt. Voor elk punt geef *F_T* weer of het punt belast is met een horizontale kracht, verticale kracht of een moment. In dit onderzoek is *F_T* een rij van nullen. De berekeningen die gedaan worden zijn immers ten gevolge van een toegepaste verplaatsing en niet ten gevolge van een toegepaste kracht.

bc en bcVal

Het laatste onderdeel dat nodig is voor de berekeningen zijn de randvoorwaarden. De randvoorwaarden zijn vastgelegd in *bc* en *bcVal*. *bc* is een rij met de *Dof*-nummers van vrijheidsgraden die bepaald zijn door de randvoorwaarden. *bcVal* definieert de waarde die toegekend is aan deze vrijheidsgraad. De randvoorwaarden die in dit onderzoek nodig zijn, zijn van toepassing op alle punten in de onderste rij en bovenste rij. Voor de onderste rij geldt dat voor elk punt de rotatie en verplaatsing in y-richting 0 is. Voor het meest linker punt in deze rij geldt bovendien dat de verplaatsing in x-richting 0 is. Voor de bovenste rij geldt dat elk punt een verplaatsing in de y-richting is opgelegd. Het type verplaatsing per punt verschilt per methode van belasting. *bc* en *bcVal* zien er voor elke structuur als volgt uit: (y_i is de verticale verplaatsing van een punt)

$$\begin{array}{l} bc: \quad [1 \quad 2 \quad 3 \quad 5 \quad 6 \quad 8 \quad 9 \quad 11 \quad 12 \quad (n-8) \quad (n-5) \quad (n-2) \quad (n+1)] \\ bcVal: [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad y_{n-8} \quad y_{n-5} \quad y_{n-2} \quad y_{n+1}] \end{array}$$

2.3.2 Belastingmethodes

In deze paragraaf worden de verschillende belastingmethodes uitgewerkt. Per methode is aangegeven of de structuur van de kolom verandert. Het type verplaatsing wat wordt toegepast op de structuur is per methode aangegeven. De verplaatsingen zijn uitgedrukt in x . x is de maximale verplaatsing in meters toegepast op een punt van de bovenste rij. In figuur 2.2 is een overzicht gegeven van de verplaatsingen uitgedrukt in x per belastingmethode. De waarden van x worden gebruikt om y_i van *bcVal* te bepalen. In figuur 2.3 is weergegeven wat de verplaatste toestand van structuur 1 is per belastingmethode ten gevolge van een erg grote verplaatsing x van 0.1 m. In Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode is de verplaatste toestand per methode voor elke structuur te vinden.

Methode 1: Standaard

Methode 1 is een rechttoe rechtaan methode. De structuur kent geen veranderingen en een uniforme verplaatsing is toegepast op de bovenste rij. y_i is voor elk punt op de bovenste regel gelijk aan x .

Methode 2: Staven verwijderen

Bij methode 2 is de structuur van de kolom aangepast. Op 3 locaties worden staven verwijderd om een asymmetrische structuur te krijgen. De locatie waar staven verwijderd zijn, is voor elke structuur op ongeveer 20%, 50% en 80% van de hoogte. De exacte locatie per structuur kan gevonden worden in Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode voor elke structuur. In figuur 2.2 is aangegeven dat bij methode 2 een staaf aan de rechterkant verwijderd is. De locatie van de verwijderde staaf komt niet overeen met de daadwerkelijke locatie maar is ter indicatie om te laten zien dat de methodes van elkaar verschillen. De verplaatsing van de bovenste rij is een uniforme verplaatsing. y_i is voor elk punt op de bovenste regel gelijk aan x .

Methode 3: Asymmetrische belasting (vorm van driehoek)

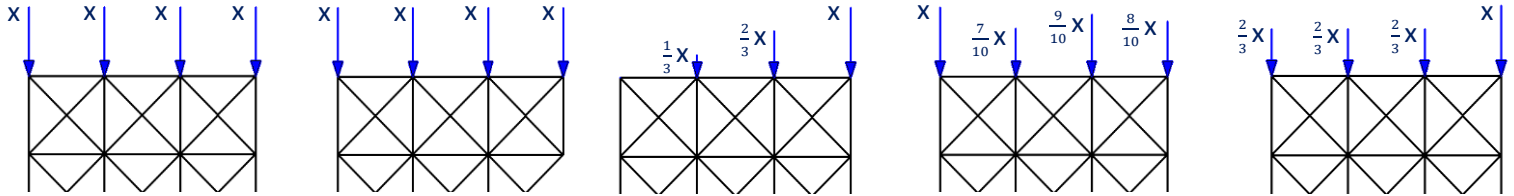
Bij methode 3 wordt een asymmetrische verplaatsing toegepast op de bovenste rij van de kolom. De asymmetrische verplaatsing is in de vorm van een driehoek. De verplaatsing van het meest linker punt van de bovenste rij is gelijk aan 0 en de verplaatsing van het meest rechter punt van de bovenste rij is gelijk aan x . De verplaatsing van de overige punten verloopt lineair tussen deze twee meest uiterste punten. y_i is voor een punt op de bovenste rij van links naar rechts is $0 - \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}x - x$.

Methode 4: Asymmetrische belasting (volkomen willekeurig)

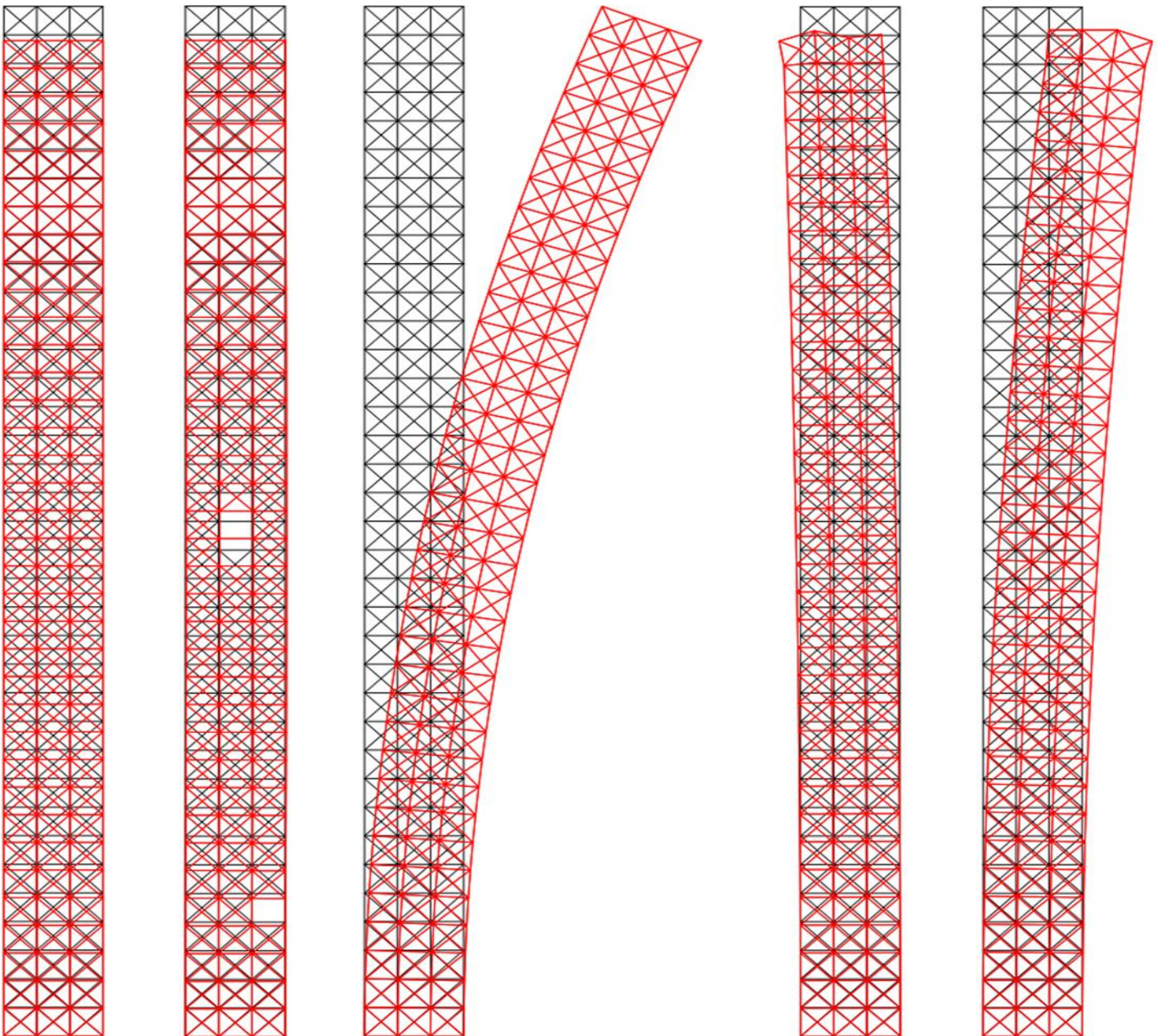
Bij methode 4 wordt een asymmetrische verplaatsing toegepast op de bovenste rij van de kolom. De asymmetrische verplaatsing is volkomen willekeurig. y_i is voor een punt op de bovenste regel van links naar rechts is $x - \frac{7}{10}x - \frac{9}{10}x - \frac{8}{10}x$.

Methode 5: Asymmetrische belasting (rechts 1.5x)

Bij methode 5 wordt een asymmetrische verplaatsing toegepast op de bovenste rij van de kolom. De verplaatsing is op het meest rechter punt na voor alle punten hetzelfde. De verplaatsing van het meest rechterpunt is anderhalf keer zo groot. y_i is voor een punt op de bovenste regel van links naar rechts is $\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}x - x$.



Figuur 2.2: Verschillende methodes van belasting (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))



Figuur 2.3: Verplaatste toestand structuur 1 per belastingmethode (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

2.4 Bepaling knikcapaciteit

In deze paragraaf wordt beschreven welke resultaten worden gegenereerd en hoe de knikcapaciteit met behulp van deze resultaten bepaald wordt.

In de inleiding is beschreven dat de knikcapaciteit van een structuur met behulp van een F-u diagram bepaald wordt. De knikcapaciteit is de maximale kracht die volgt uit het F-u diagram.

Voor elke structuur moet de F-u diagram voor elke belastingmethode bepaald worden. Om meer inzicht te krijgen in de krachtverdeling van de structuren bij de verschillende belastingmethodes dient voor elke structuur per belastingmethode aangegeven te worden welke staven bezwijken.

In het kort, de volgende resultaten worden per structuur gegenereerd:

- F-u diagram inclusief knikcapaciteit (maximale kracht) per belastingmethode
- Bezweken staven per belastingmethode

In deze paragraaf wordt een algemene procedure opgesteld om de resultaten te verkrijgen. De resultaten van een type structuur met een specifieke belastingmethode kunnen eenvoudig bepaald worden door deze procedure te volgen.

2.4.1 Algemene procedure

Een F-u diagram wordt gemaakt door de structuur te belasten. De structuur belasten met een oplopende verplaatsing is echter onvoldoende. De F-u diagram geeft in dat geval een lineaire lijn en niet een (afvlakkende) lijn die nodig is om de knikcapaciteit van de kolom te bepalen. Een procedure is gemaakt om dit lineaire gedrag te voorkomen. De procedure is gebaseerd op de eigenschappen van het gebruikte staal (S235). De maximale spanning die kan optreden in een staaf is 235 N/mm^2 vanwege de materiaaleigenschappen van S235. Als een staaf een spanning van 235 N/mm^2 bereikt wordt aangenomen dat de staaf bezwijkt en niet langer een kracht kan opnemen. Deze bezweken staaf maakt geen deel meer uit van de krachtverdeling en zal verwijderd worden uit de *Edof*-matrix. De stijfheidsmatrix *K* van de structuur zal veranderen vanwege de nieuwe *Edof*-matrix.

De procedure in stappen uitgewerkt:

1. De structuur wordt belast met een oplopende verplaatsing u van 0 tot u_1
 - a. u wordt per methode toegepast zoals beschreven is in paragraaf 2.3.2
2. u_1 is de verplaatsing waarbij een staaf van de structuur een spanning van 235 N/mm^2 bereikt
 - a. u_1 moet zo nauwkeurig bepaald worden dat enkel in één staaf de spanning 235 N/mm^2 is (soms is dit door exact gelijke spanningen onmogelijk)
3. De kracht ten gevolge van de verplaatsing u_1 wordt genoteerd als F_1
4. De staaf met een spanning van 235 N/mm^2 bezwijkt en wordt verwijderd uit de *Edof*-matrix
5. *K*-matrix van de structuur met een nieuwe *Edof*-matrix wordt bepaald
6. De structuur met nieuwe *K*-matrix wordt belast met een oplopende verplaatsing u van 0 tot u_2
7. De stappen 2 tot en met 6 worden opnieuw doorlopen totdat de kolom bezwijkt. De kolom wordt als bezweken beschouwd als:
 - Een rij opeenvolgende staven van links naar rechts bezweken is
 - Het niet langer mogelijk is om de randvoorwaarden van een verplaatsing op te leggen
8. De waarden van $u_1 \text{ t/m } u_{\text{bezwijking}}$ en $F_1 \text{ t/m } F_{\text{bezwijking}}$ vormen het F-u diagram
9. De knikcapaciteit wordt bepaald door de maximale kracht uit $F_1 \text{ t/m } F_{\text{bezwijking}}$ te bepalen
10. De bezweken staven worden verzameld in een lijst en weergegeven in een figuur met behulp van functie 3 en 8

In paragraaf 2.4.2 en paragraaf 2.4.3 is beschreven hoe de verschillende onderdelen gedefinieerd zijn die nodig zijn om deze procedure te volgen.

2.4.2 Bepaling F en u

Voor het maken van een F - u diagram zijn twee componenten nodig. De verplaatsing u en de kracht F . In dit onderzoek wordt onderzocht wat de kracht F is ten gevolge van een verplaatsing u .

De verplaatsing u in het F - u diagram is de maximale verplaatsing x toegepast op de bovenste rij van de structuur tijdens het belasten van de structuur.

De kracht F in het F - u diagram is de som van alle verticale krachten (y -richting) op de vier punten waarop een verplaatsing is toegepast. De vier punten zijn de punten van de bovenste regel. De verticale kracht per punt wordt bepaald met functie 7 zoals aangegeven in paragraaf 2.3. Functie 7 geeft van elk punt verplaatsing in x -richting, verplaatsing in y -richting, de rotatie, kracht in x -richting, kracht in y -richting en moment. Alle onderdelen die voor functie 7 nodig zijn, zijn tevens gedefinieerd in paragraaf 2.3.

2.4.3 Bepaling staafspanningen

De spanning in een staaf wordt bepaald om te bekijken of de spanning 235 N/mm² bereikt. De spanning in een staaf wordt bepaald met de vergelijking: (Hartsuijker & Welleman, 2016b)

$$\sigma = \frac{|M|}{W} + \frac{|N|}{A}$$

M = maximaal optredende moment
 N = maximaal optredende normaalkracht
 A = oppervlakte staaf ($\frac{1}{4} * \pi * D_{staaf}^2$)
 W = weerstandsmoment staaf ($\frac{I_{staaf}}{D_{staaf}/2}$)

Het weerstandsmoment en de oppervlakte van de staaf kunnen gemakkelijk bepaald worden met de gegevens van tabel 2.1. De snedekrachten van een staaf moeten berekend worden om het maximaal optredende moment en de maximaal optredende normaalkracht te bepalen. De snedekrachten worden berekend met behulp van CALFEM.

Om de snedekrachten te berekenen met behulp van CALFEM moet eerst een tussenstap gemaakt worden met functie 6: `calfem.core.extractEldisp(Edof,a)`. $Edof$ is de bekende $Edof$ -matrix en a is een rij met verplaatsingen die elk punt ondergaat berekend met functie 7. Functie 6 bepaalt aan de hand van deze $Edof$ en a de verplaatsingen en rotatie die een staaf ondergaat. De verplaatsing die een staaf ondergaat, wordt aangeduid met Ed . Nu de verplaatsing van een staaf bekend is, worden de snedekrachten met functie 3: `calfem.core.beam2s(Ex,Ey,Ep,Ed)` van een staaf berekend. Alle onderdelen die nodig zijn om de snedekrachten te berekenen zijn reeds bekend.

Nu de snedekrachten bekend zijn kan het maximaal optredende moment en de maximaal optredende normaalkracht bepaald worden. De maxima kunnen vervolgens in de spanning vergelijking ingevuld worden om de staafspanning te bepalen.

3. Resultaten

In dit hoofdstuk worden de resultaten weergegeven. De resultaten zijn verkregen door de werkwijze te volgen voor de verschillende interne poreuze structuren met verschillende belastingmethodes.

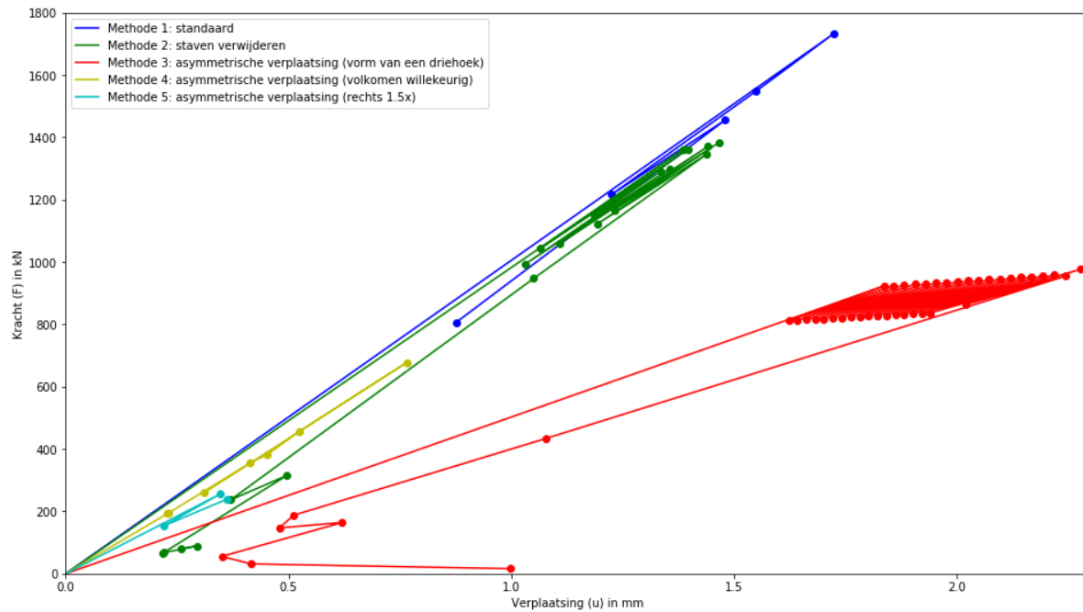
Als eerst worden de resultaten in figuren en tabellen gegeven voor de vijf interne poreuze structuren met elk vijf verschillende belastingmethodes.

Per structuur zijn de volgende resultaten gegeven:

- Figuur met de F-u diagrammen van alle belastingmethodes
- Tabel met de maximale verplaatsing en de knikcapaciteit van de kolom per belastingmethode
- Figuur met bezweken staven als de kolom bezwijkt per belastingmethode

Daarna worden de resultaten beschreven aan de hand van de verplaatste toestand, F-u diagram en de bezweken staven.

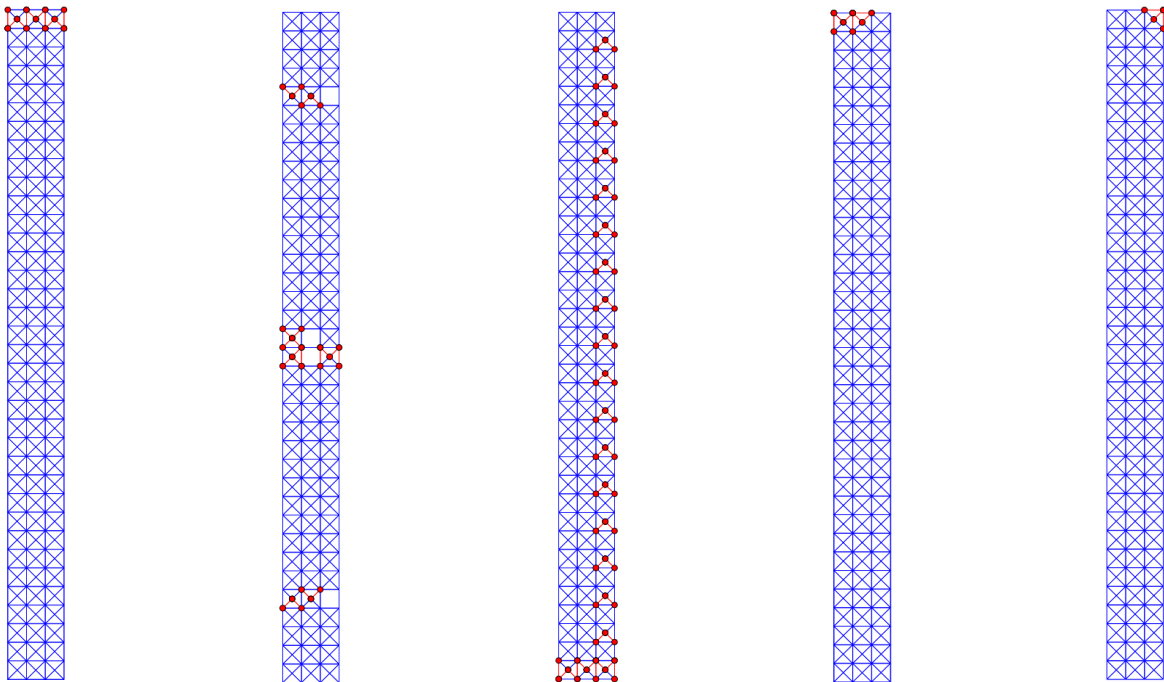
3.1 Structuur 1: rechthoek met kruis



Figuur 3.1: F-u diagram per belastingmethode structuur 1: rechthoek met kruis

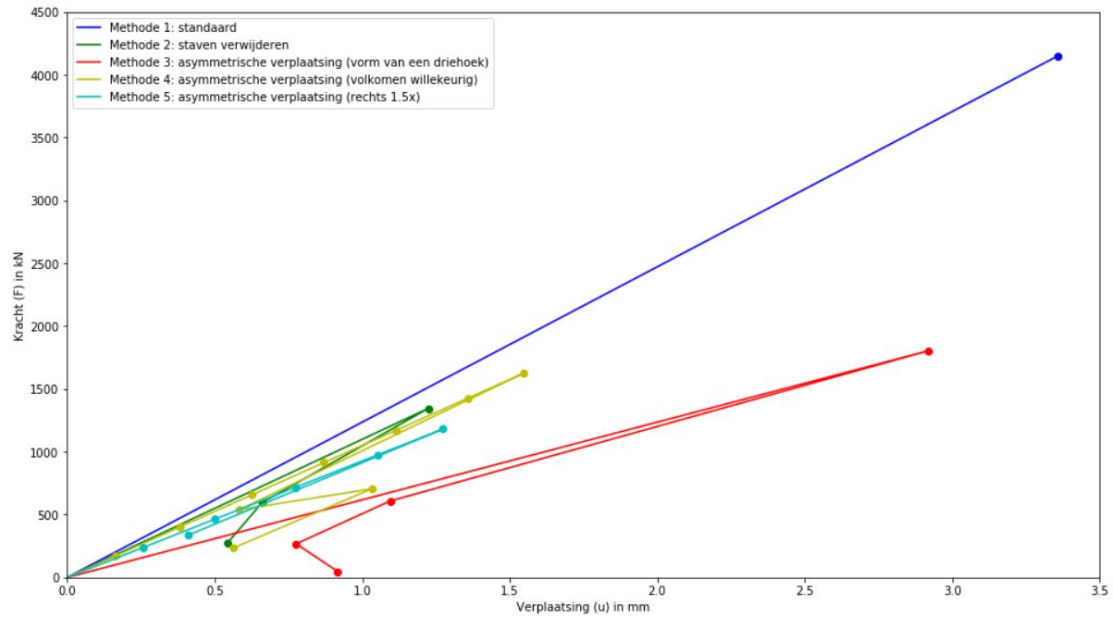
Tabel 3.1: Maximale verplaatsing (in mm) en knikcapaciteit (in kN) bij bezwijking kolom van structuur 1

Methode	Maximale verplaatsing (mm)	Knikcapaciteit (kN)
1. Standaard	1.72395	1731
2. Staven verwijderen	1.46630	1382
3. Asymmetrische verplaatsing (vorm van een driehoek)	2.27838	976
4. Asymmetrische verplaatsing (volkomen willekeurig)	0.76560	677
5. Asymmetrische verplaatsing (rechts 1.5x)	0.36202	255



Figuur 3.2: Bezweken staven structuur 1 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

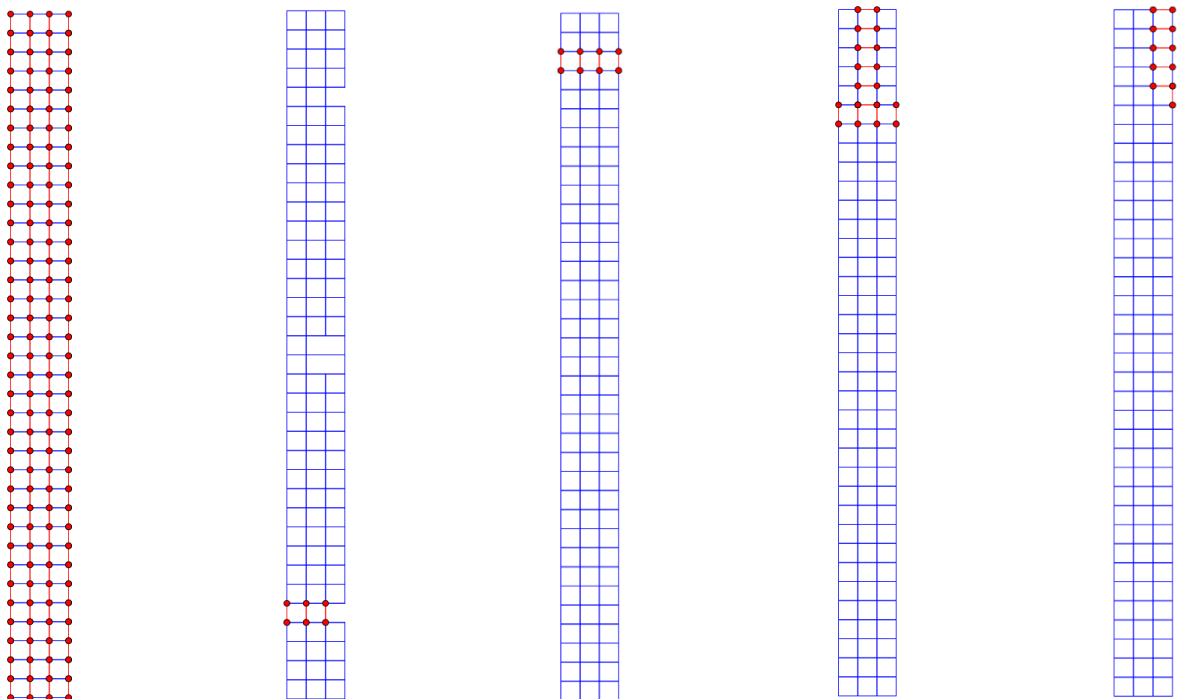
3.2 Structuur 2: rechthoek



Figuur 3.3: F-u diagram per belastingmethode structuur 2: rechthoek

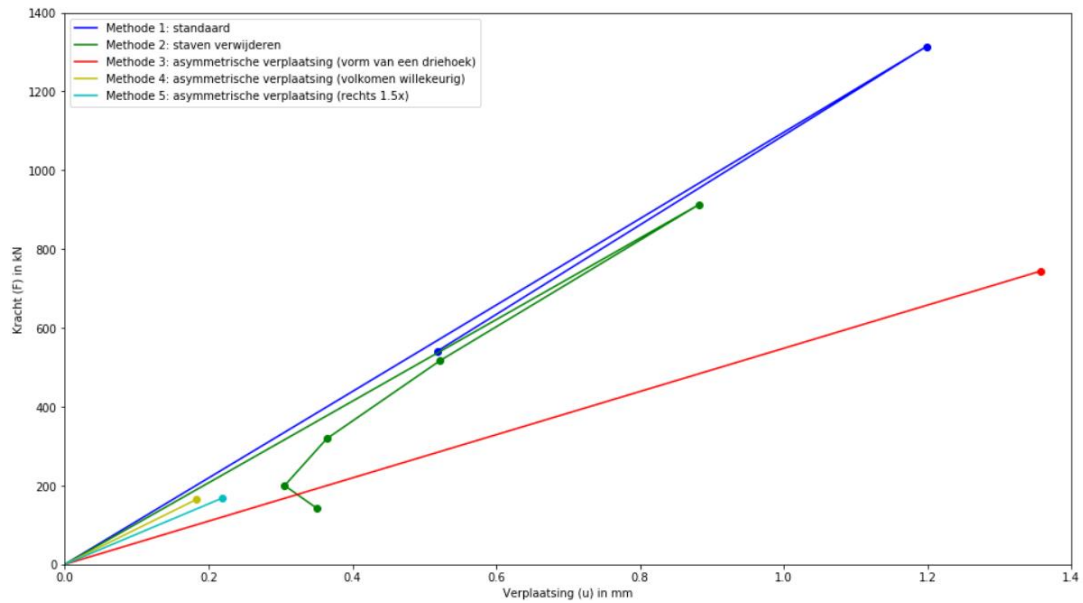
Tabel 3.2: Maximale verplaatsing (in mm) en knikcapaciteit (in kN) bij bezwijking kolom van structuur 2

Methode	Maximale verplaatsing (mm)	Knikcapaciteit (kN)
1. Standaard	3.35715	4147
2. Staven verwijderen	1.22396	1345
3. Asymmetrische verplaatsing (vorm van een driehoek)	2.91901	1803
4. Asymmetrische verplaatsing (volkomen willekeurig)	1.54822	1626
5. Asymmetrische verplaatsing (rechts 1.5x)	1.27423	1181



Figuur 3.4: Bezweken staven structuur 2 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

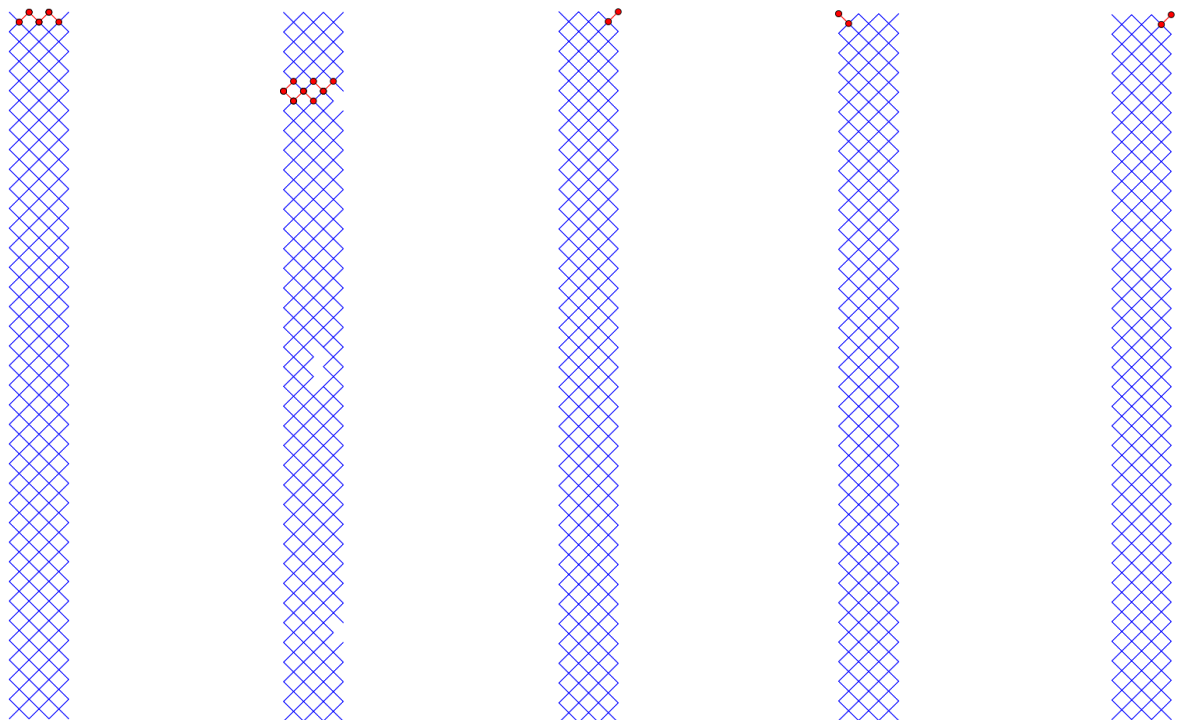
3.3 Structuur 3: ruit



Figuur 3.5: F-u diagram per belastingmethode structuur 3: ruit

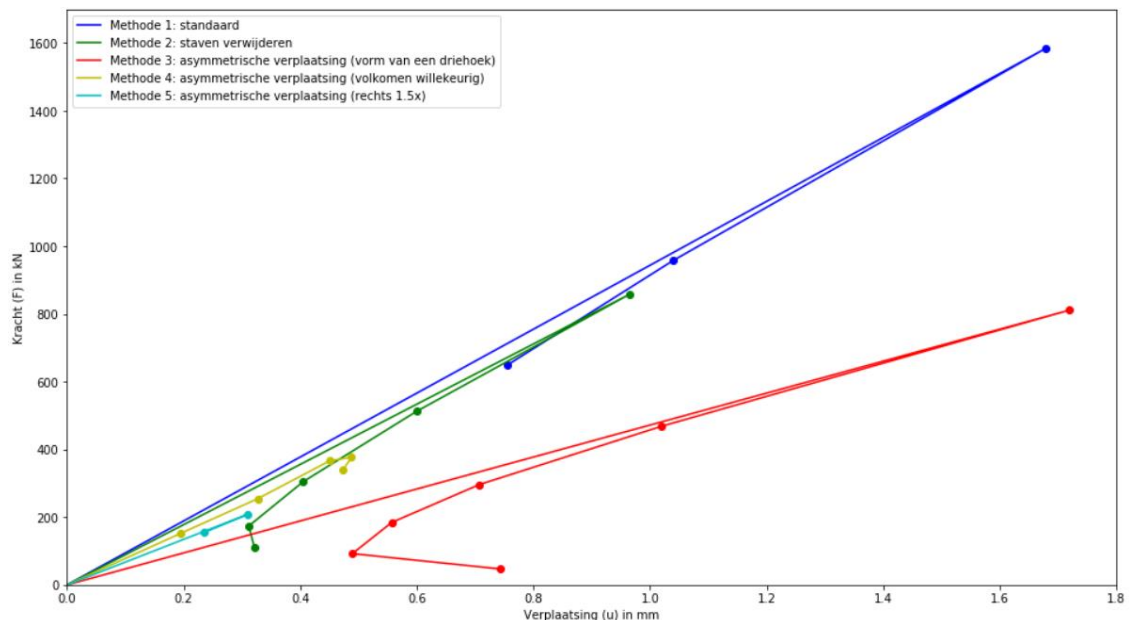
Tabel 3.3: Maximale verplaatsing (in mm) en knikcapaciteit (in kN) bij bezwijking kolom van structuur 3

Methode	Maximale verplaatsing (mm)	Knikcapaciteit (kN)
1. Standaard	1.19859	1314
2. Staven verwijderen	0.88169	912
3. Asymmetrische verplaatsing (vorm van een driehoek)	1.35747	744
4. Asymmetrische verplaatsing (volkomen willekeurig)	0.18285	164
5. Asymmetrische verplaatsing (rechts 1.5x)	0.21867	168



Figuur 3.6: Bezwegen staven structuur 3 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

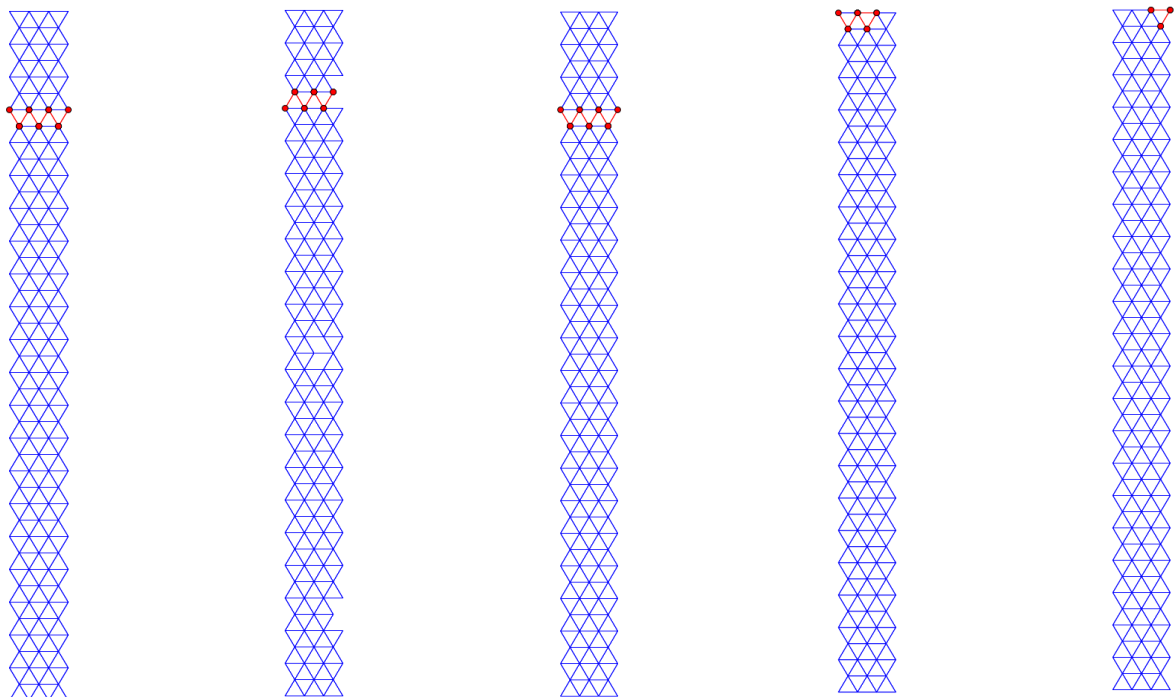
3.4 Structuur 4: driehoek



Figuur 3.7: F-u diagram per belastingmethode structuur 4: driehoek

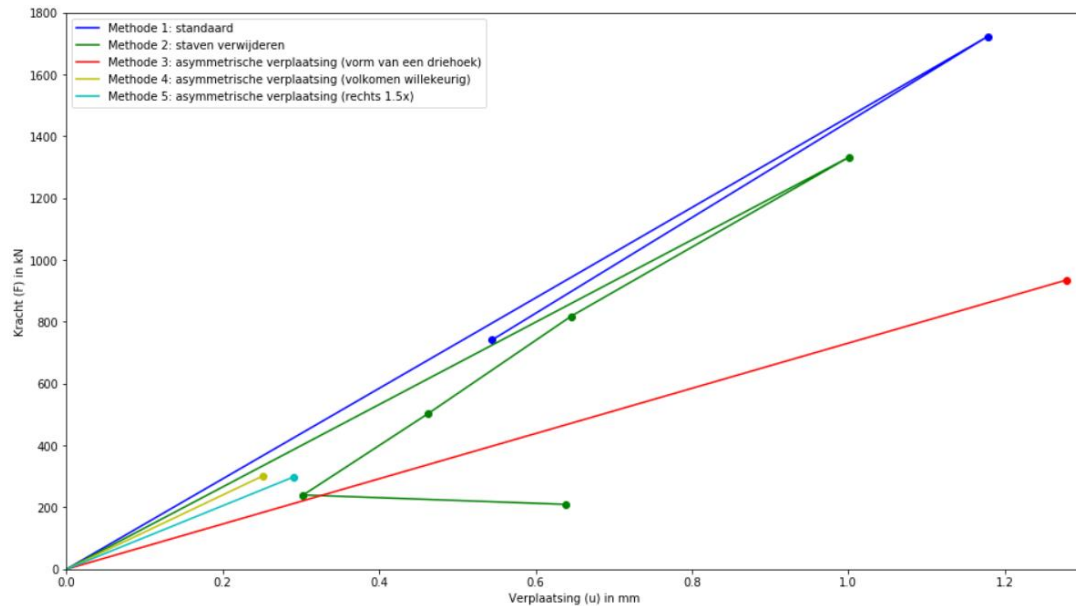
Tabel 3.4: Maximale verplaatsing (in mm) en knikcapaciteit (in kN) bij bezwijking kolom van structuur 4

Methode	Maximale verplaatsing (mm)	Knikcapaciteit (kN)
1. Standaard	1.67934	1585
2. Staven verwijderen	0.96397	857
3. Asymmetrische verplaatsing (vorm van een driehoek)	1.71886	811
4. Asymmetrische verplaatsing (volkomen willekeurig)	0.48799	377
5. Asymmetrische verplaatsing (rechts 1.5x)	0.30899	208



Figuur 3.8: Bezweken staven structuur 4 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

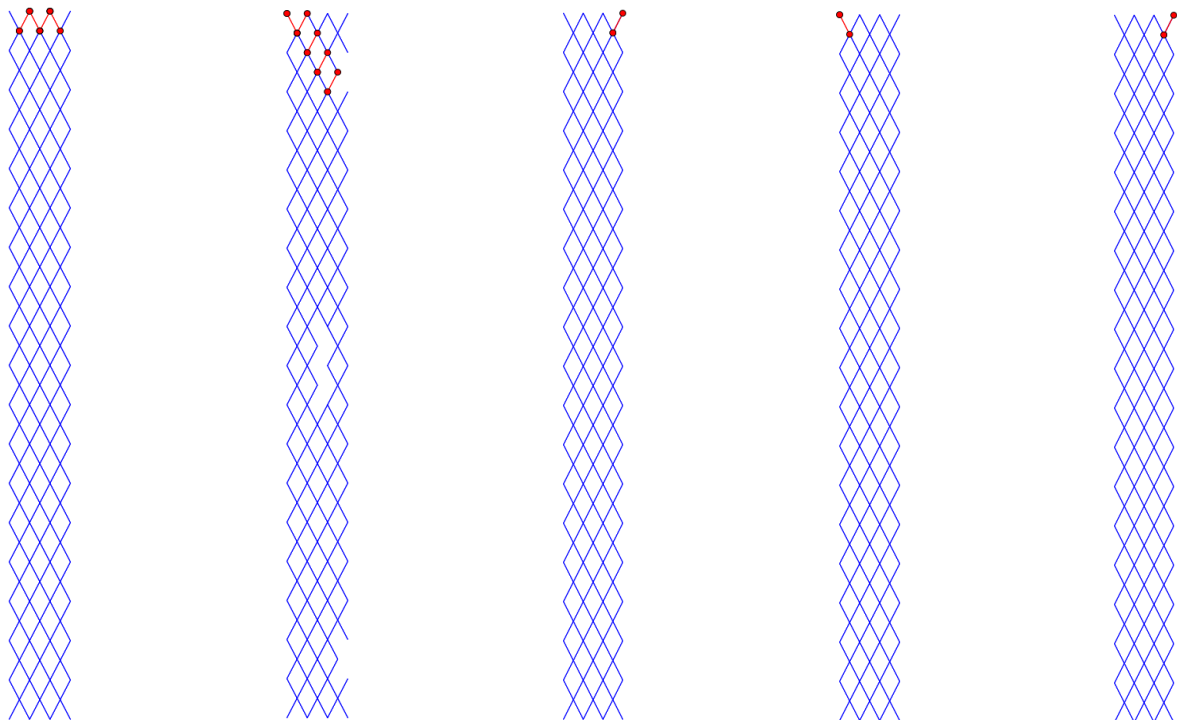
3.5 Structuur 5: ruit 2x



Figuur 3.9: F-u diagram per belastingmethode structuur 5: ruit 2x

Tabel 3.5: Maximale verplaatsing (in mm) en knikcapaciteit (in kN) bij bezwijking kolom van structuur 5

Methode	Maximale verplaatsing (mm)	Knikcapaciteit (kN)
1. Standaard	1.17835	1722
2. Staven verwijderen	1.00120	1332
3. Asymmetrische verplaatsing (vorm van een driehoek)	1.27873	935
4. Asymmetrische verplaatsing (volkomen willekeurig)	0.25135	302
5. Asymmetrische verplaatsing (rechts 1.5x)	0.29086	299



Figuur 3.10: Bezweken staven structuur 5 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))

3.6 Beschrijving resultaten per methode

Methode 1: standaard

De belasting opgelegd met methode 1 zorgt ervoor dat de kolom wordt ingedrukt in de verticale richting. De lengte van de structuur wordt korter ten gevolge van de verplaatsing. Bij enkele structuren zet de kolom ook minimaal uit in de horizontale richting.

Geen enkele F-u diagram heeft een afvlakkende curve. De kolom bezwijkt in alle gevallen direct wanneer één staaf bezwijkt.

Per iteratiestap bezwijken minimaal twee staven tegelijkertijd. De locatie van de bezweken staven wisselt per structuur.

Methode 2: staven verwijderen

De belasting opgelegd met methode 2 zorgt ervoor dat de kolom ingedrukt wordt in de verticale richting. Kleine rotaties van de structuur op de locaties waar staven ontbreken zorgen ervoor dat de structuur een knikvorm krijgt bij enkele structuren. De knikvorm is duidelijk te zien bij structuur 2 en 5 in figuur A3.2 en A3.5 in Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode per structuur.

Een afvlakkende curve van de F-u diagram is voor structuur 1 verkregen. De overige structuren hebben geen afvlakkende curve. De overige bezwijken direct wanneer één enkele staaf bezwijkt.

Per iteratiestap bezwijkt één staaf. De locatie van de bezweken staven zit in de buurt van de locatie waar de verwijderde staven zich bevonden.

Methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek)

De belasting opgelegd met methode 3 zorgt ervoor dat de kolom naast een verticale verplaatsing ook een horizontale verplaatsing ondergaat. De verplaatste toestand van de kolom lijkt op een kolom die knik ondergaat.

Een afvlakkende curve van de F-u diagram is voor structuur 1 verkregen. De overige structuren hebben geen afvlakkende curve. De overige structuren bezwijken direct wanneer één enkele staaf bezwijkt.

Per iteratiestap bezwijkt één staaf. De locatie van de bezweken staven verschilt per structuur. Bij structuur 1 bezwijken staven over de hele lengte. Bij structuur 2 en 4 bezwijken staven op een enkele hoogte. Bij structuur 3 en 5 bezwijkt één staaf op de bovenste rij.

Methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig)

De belasting opgelegd met methode 4 zorgt ervoor dat de kolom naast een verticale verplaatsing ook een kleine horizontale verplaatsing ondergaat. De verplaatste toestand van de kolom lijkt op een kolom die knik ondergaat.

Een afvlakkende curve van de F-u diagram is voor structuur 3 verkregen. De overige structuren hebben geen afvlakkende curve. In tegenstelling tot de vorige methodes bezwijken niet alle overige structuren direct wanneer één staaf bezwijkt. Structuren 1 en 2 kunnen verder belast worden en de F-u diagram wordt een lineaire lijn.

Per iteratiestap bezwijkt één staaf. De locatie van de bezweken staven is voor elk type structuur in de buurt van de bovenste rij.

Methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x)

De belasting opgelegd met methode 5 zorgt ervoor dat de kolom naast een verticale verplaatsing ook een kleine horizontale verplaatsing ondergaat. De verplaatste toestand van de kolom lijkt op een kolom die knik ondergaat.

Geen enkele F-u diagram heeft een afvlakkende curve. Net als bij methode 4 hoeft één bezwijkende staaf niet direct te betekenen dat de kolom bezwijkt. Structuren 1, 2 en 4 kunnen verder belast worden en de F-u diagram volgt een lineaire lijn.

Per iteratiestap bezwijkt één staaf. De locatie van de staven is voor elk type structuur rechts bovenin.

4. Discussie

In dit hoofdstuk wordt gereflecteerd op de verkregen resultaten.

De verschillende interne poreuze structuren zijn met behulp van verschillende methodes belast. Elke methode van belasten geeft andere resultaten, wat interessant is om te zien. De verschillende methodes worden met elkaar vergeleken en uitgelegd wordt waarom de resultaten verschillen.

De knikcapaciteiten van de verschillende interne poreuze structuren worden met elkaar vergeleken. Daarnaast worden de knikcapaciteiten van de interne poreuze structuren vergeleken met de knikcapaciteit van een massieve kolom.

4.1 Methodes

In deze paragraaf worden de resultaten vergeleken op basis van de knikcapaciteit per methode. De knikcapaciteit van een structuur is per methode verschillend. Een uitleg wordt gegeven waarom de structuren per methode een verschillende knikcapaciteit hebben. Methode 1 wordt als maatstaaf gebruikt om de overige methodes mee te vergelijken. Methode 1 is de methode die rechttoe rechtaan is. Een structuur zonder aanpassingen en een uniforme belasting. Daarnaast wordt met behulp van methode 1 de grootste knikcapaciteit gevonden.

Algemeen

Als eerst moet een notitie gemaakt worden over de bepaling van het bezwijken van de kolom. In paragraaf 2.4.1 worden twee manieren beschreven wanneer een kolom als bezwiken beschouwd wordt.

Manier 1 is vanzelfsprekend. De kolom bezwijkt wanneer een rij opeenvolgende staven bezwijkt en de kolom uit twee stukken bestaat. Een goed voorbeeld van het bezwijken van een rij staven is methode 1, 2 en 3 van structuur 4, te zien in figuur 3.8.

Manier 2 is minder vanzelfsprekend. De kolom wordt als bezwiken aangenomen wanneer punten op de bovenste rij verdwijnen. Punten van de bovenste rij verdwijnen wanneer staven van de bovenste rij bezwijken. Het is niet langer mogelijk om de kolom de randvoorwaarden van de verplaatsing op te leggen wanneer de punten op de bovenste rij verdwijnen. De structuren worden niet langer belast omdat aan de randvoorwaarden niet langer voldaan kan worden. De kolom wordt als bezwiken beschouwd ten gevolge van het niet langer kunnen belasten door het ontbreken van randvoorwaarden. Het is echter goed mogelijk dat de structuur nog niet de maximale knikcapaciteit heeft bereikt maar dat door de manier van testen geen hogere knikcapaciteit waargenomen kan worden. Een goed voorbeeld van het bezwijken van een punt op de bovenste rij is methode 3, 4 en 5 voor structuur 3, te zien in figuur 3.6.

Het verschil tussen manier 1 en manier 2 kan voor enkele methodes een logische verklaring zijn voor de lagere knikcapaciteit die waargenomen is.

Methode 1: standaard

Methode 1 is de maatstaaf. Specifiek voor methode 1 is dat minimaal twee staven tegelijkertijd bezwijken. Minimaal twee staven bezwijken altijd vanwege de symmetrie van de structuren en vanwege het symmetrisch belasten van de structuur in methode 1.

Methode 2: staven verwijderen

Methode 2 berekent voor elke structuur een kleinere knikcapaciteit dan methode 1. Dit verschil is te verklaren aan de hand van de veranderde geometrie van de structuren. Door staven te verwijderen verandert de geometrie van een symmetrische structuur in een asymmetrische structuur. De asymmetrie wordt opgelegd op de locaties waar staven verwijderd zijn.

De asymmetrische structuren worden met een uniforme verplaatsing belast. Deze belasting heeft als gevolg dat de staven op locaties waar de structuur asymmetrisch is zwaarder belast worden. Deze staven zullen eerder bezwijken en als gevolg hiervan bezwijkt de kolom bij een lagere knikcapaciteit dan dat een kolom met belastingmethode 1 bezwijkt.

Deze verklaring wordt bevestigd door de figuren met bezwijken staven per belastingmethode. De bezwijken staven per structuur bevinden altijd op de locatie waar staven verwijderd zijn en de structuur door de verwijderde staven asymmetrisch is.

Methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek)

Methode 3 berekent voor elke structuur een kleinere knikcapaciteit dan methode 1. Daarentegen is met methode 3 wel een grotere verplaatsing voor elke structuur gevonden dan met methode 1 gevonden, structuur 2 uitgezonderd.

Het verschil in knikcapaciteit tussen methode 1 en 3 wordt verklaard door de bepaling van F in combinatie met de verschillende opgelegde verplaatsingen.

F wordt bepaald door alle verticale krachten werkend op de punten in de bovenste rij bij elkaar op tellen. De waarden van alle verticale krachten bij methode 1 zijn van dezelfde orde van grootte voor alle punten doordat een uniforme verplaatsing is toegepast. De waarden van alle verticale krachten bij methode 3 zijn echter verschillend van orde van grootte per punt. Een asymmetrische verplaatsing in de vorm van een driehoek is toegepast. De verticale krachten aan de rechterzijde zullen vele malen groter zijn dan de verticale krachten aan de linkerzijde ten gevolge van deze verplaatsing. De rechterzijde wordt maximaal belast waardoor de staven aan de rechterzijde als eerst bezwijken. Dit is goed te zien bij methode 3 van structuur 1 in figuur 3.2.

De maximale capaciteit van de staven aan de linkerzijde wordt niet bereikt. Als gevolg hiervan ligt de waargenomen knikcapaciteit van methode 3 lager ligt dan de knikcapaciteit waargenomen met methode 1.

De waargenomen verplaatsing u van methode 3 ligt hoger terwijl de waargenomen knikcapaciteit lager ligt. Bedacht moet worden dat u wordt bepaald door de maximale verplaatsing x werkend op de structuur te noteren. Bij methode 1 ondergaat elk punt eenzelfde maximale verplaatsing x . Bij methode 3 daarentegen ondergaat niet elk punt eenzelfde maximale verplaatsing x . Als gevolg hiervan wordt bij methode 1 bij eenzelfde verplaatsing u een grote kracht F waargenomen. Dit verklaart waarom bij eenzelfde waargenomen kracht F de verplaatsing u van methode 3 groter is.

Methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig) en methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x)

De grootste verschillen zijn met methode 4 en 5. Methode 4 en 5 nemen een veel kleinere knikcapaciteit waar. De belastingmethodes die opgelegd zijn, verklaren dit grote verschil. Methode 4 en 5 forceren de staven in de bovenste rij in een onnatuurlijke vorm. De onnatuurlijke vorm zorgt bij kleine verplaatsingen al voor hoge spanningen. De staven zullen door deze hoge spanningen bij een kleine verplaatsing bezwijken. De punten op de bovenste rij verdwijnen ten gevolge van het bezwijken van deze staven. De kolom bezwijkt door het verdwijnen van de punten volgens manier 2, zoals eerder benoemd in dit hoofdstuk. Een veel lagere knikcapaciteit wordt waargenomen omdat de structuren niet tot hun maximale capaciteit belast kunnen worden door de manier van testen.

4.2 Structuren

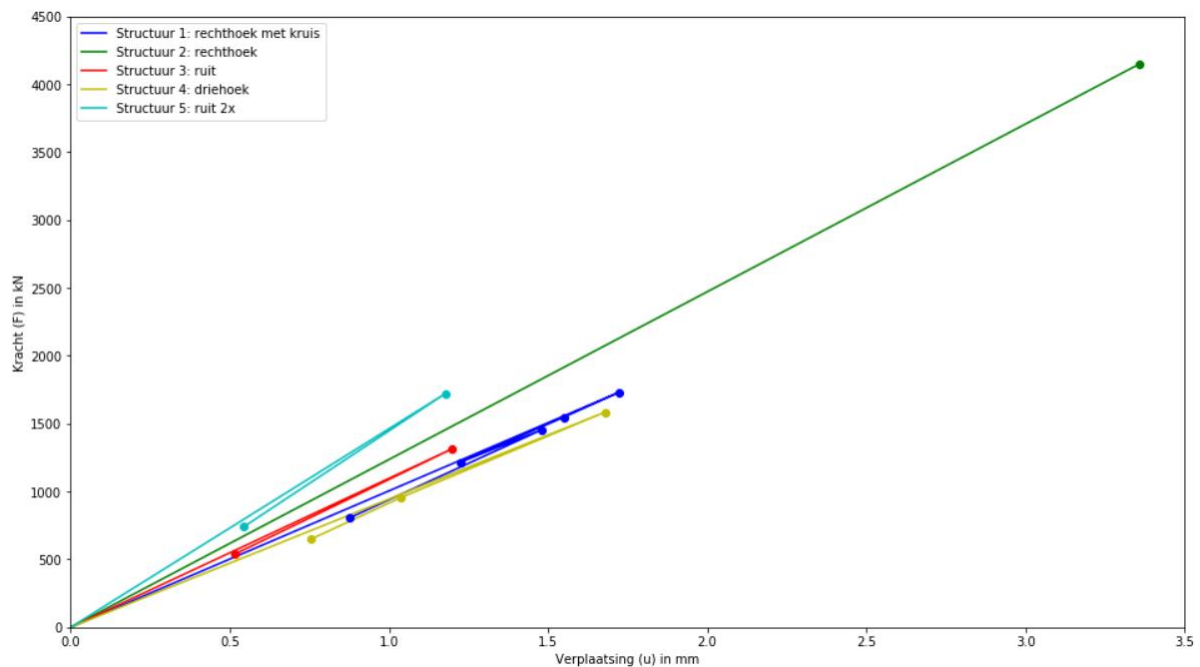
In deze paragraaf worden de verschillende structuren met elkaar vergeleken met behulp van de verschillende methodes. Per methode wordt beschreven wat er opvalt als de verschillende structuren met elkaar vergeleken worden. Methodes 4 en 5 worden in dit onderdeel van de discussie niet meegenomen. Met behulp van deze methodes de structuren vergelijken zou een vertekend beeld geven. De manier waarop deze methodes bepalen dat de kolom bezwijkt zorgt voor een waargenomen knikcapaciteit die veel lager is dan waargenomen is met de overige methodes.

Methode 1

Om de verschillende structuren met elkaar te vergelijken zijn de F-u diagrammen bepaald met methode 1 weergegeven in figuur 4.1.

Het eerste wat opvalt als de structuren met elkaar vergeleken worden is dat structuur 2 overduidelijk de grootste knikcapaciteit heeft. De knikcapaciteit van structuur 2 is meer dan twee keer zo groot (rond 4000 kN). De overige structuren hebben een knikcapaciteit tussen 1300 kN – 1750 kN.

In de resultaten staat beschreven dat elke structuur direct bezwijkt wanneer één enkele staaf bezwijkt. Bij methode 1 bezwijken vanwege symmetrie echter altijd minimaal twee staven. Bij structuur 2 bezwijken in één stap alle verticale staven. Geconcludeerd hieruit kan worden dat methode 1 structuur 2 ziet als vier losse kolommen verbonden door horizontale staven.



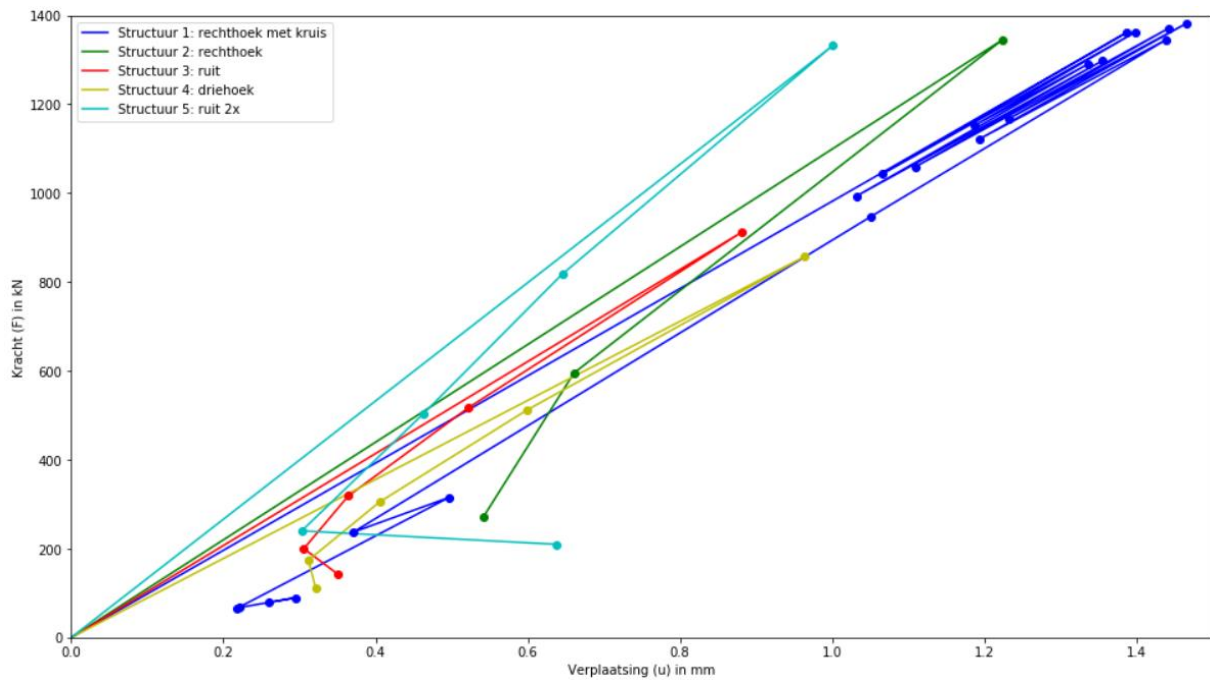
Figuur 4.1: Structuren vergelijken met behulp van methode 1

Methode 2

Om de verschillende structuren met elkaar te vergelijken zijn de F-u diagrammen bepaald met methode 2 weergegeven in figuur 4.2.

Het eerste wat opvalt als de structuren met elkaar vergeleken worden is dat structuur 1, 2 en 5 een vergelijkbare knikcapaciteit hebben. Alle drie de structuren hebben een knikcapaciteit rond 1400 kN. Structuur 3 en 4 hebben een lagere knikcapaciteit rond de 950 kN.

Een belangrijke kanttekening moet gemaakt worden bij het vergelijken met behulp van methode 2. Er is geprobeerd om per structuur evenveel staven op eenzelfde locatie te verwijderen. Dit is tot op zekere hoogte gelukt. Het volume dat verwijderd is en de positie waar de staven verwijderd zijn, verschilt echter per structuur. Het gevolg is dat alle structuren niet exact dezelfde asymmetrie opgelegd hebben gekregen. De resultaten kunnen vanwege de verschillende asymmetrie niet exact met elkaar vergeleken worden.



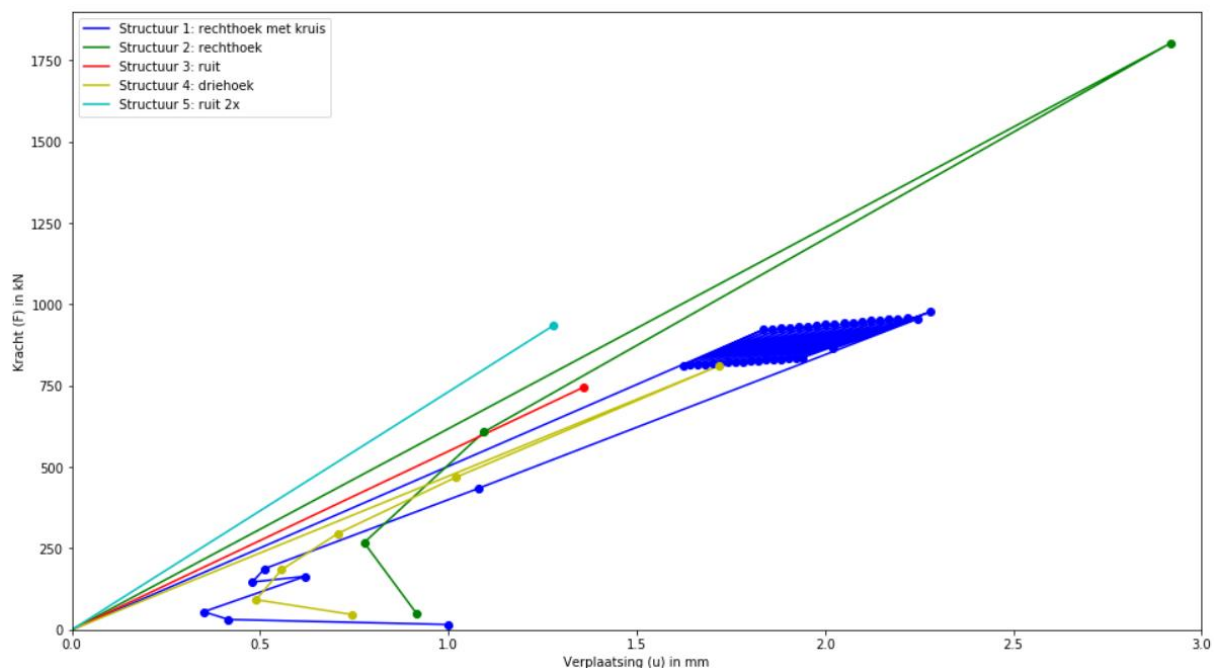
Figuur 4.2: Structuren vergelijken met behulp van methode 2

Methode 3

Om de verschillende structuren met elkaar te vergelijken zijn de F-u diagrammen bepaald met methode 3 weergegeven in figuur 4.3.

Het eerste wat opvalt als de structuren met elkaar vergeleken worden is dat structuur 2 wederom overduidelijk de grootste knikcapaciteit heeft. De knikcapaciteit die structuur 2 heeft is bijna twee keer zo groot (rond 1800 kN). De overige structuren hebben een knikcapaciteit tussen 740 kN – 960 kN.

Een belangrijke kanttekening moet gemaakt worden bij het vergelijken met behulp van methode 3. Bij structuren 3 en 5 verdwijnt een punt op de bovenste rij ten gevolge een bezwijken staaf. De waargenomen knikcapaciteit van structuur 3 en 5 kan een onderschatting zijn van de werkelijke knikcapaciteit van deze structuren.



Figuur 4.3: Structuren vergelijken met behulp van methode 3

4.3 Knikcapaciteit massieve kolom

Methode 1 is de methode waarmee de grootste knikcapaciteit gevonden kan worden. Deze methode wordt vanwege de grootste knikcapaciteit gebruikt om een structuur met interne poreuze structuren te vergelijken met een massieve kolom.

De massieve kolom bestaat uit hetzelfde materiaal en heeft eenzelfde inhoud als de structuren. De massieve kolom heeft een vierkant oppervlak en een lengte van 3 meter. De breedte van het vierkant is $\sqrt{\frac{0.09375}{3}} = 0.177$ m.

Met behulp van de basisknikgevallen van Euler kan de knikcapaciteit bepaald worden voor deze kolom aangezien de staaf een prismatische staaf is. De knikcapaciteit van deze kolom is: (Hartsuijker & Welleman, 2016a)

$$F_k = \frac{\pi^2 * EI_{kolom}}{4l^2}$$

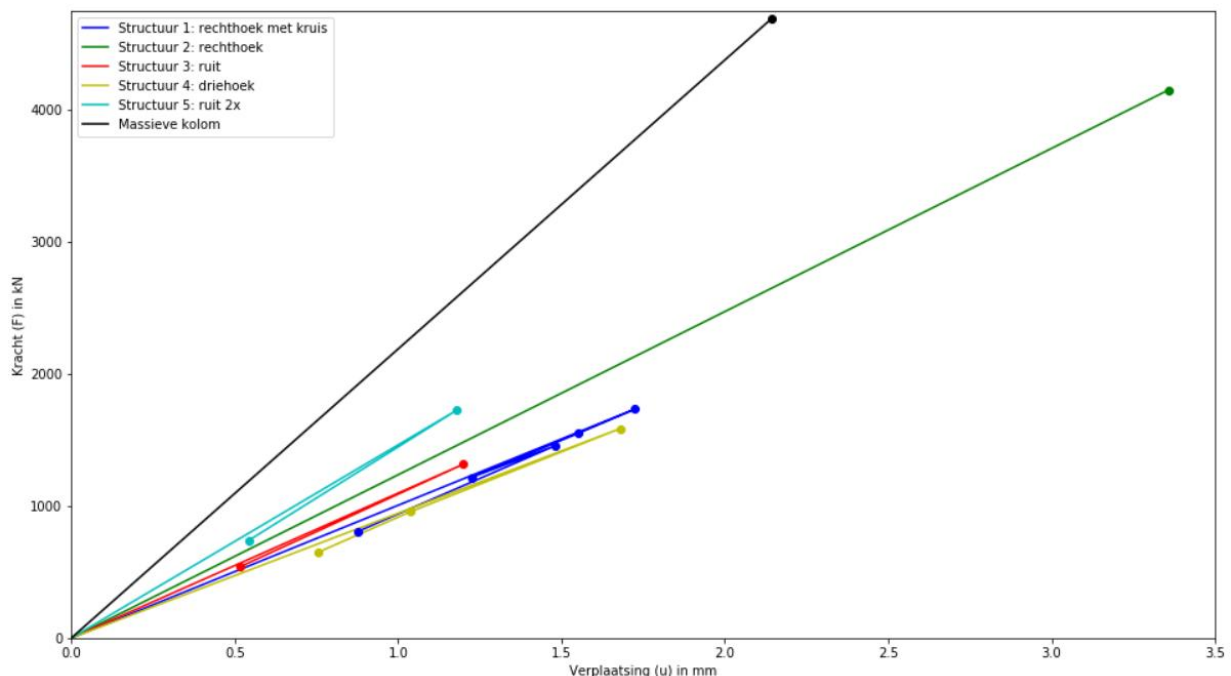
E = elasticiteitsmodulus van staal (zie tabel 1.1)

$$I_{kolom} = \text{Traagheidsmoment} \left(\frac{1}{12} b^4 \right)$$

l = lengte kolom

De knikcapaciteit van de massieve kolom bestaande uit evenveel materiaal is 4685 kN.

In figuur 4.4 zijn de F-u diagrammen van methode 1 vergeleken met een massieve kolom. Uit deze figuur blijkt dat enkel structuur 2 qua knikcapaciteit in de buurt van een massieve kolom komt (4147 kN tegenover 4685). Structuur 2 ondergaat bij eenzelfde kracht wel een grotere verplaatsing dan de massieve kolom.



Figuur 4.4: Massieve kolom vergeleken met methode 1

5. Conclusie

In dit hoofdstuk worden conclusies getrokken die volgen uit de resultaten en de discussie. Conclusies worden getrokken door de structuren onderling te vergelijken en door de verschillende structuren met een massieve kolom te vergelijken.

Structuren

De structuren zijn met verschillende methodes belast om de knikcapaciteit van de structuren op verschillende manieren te bepalen.

Methode 1 geeft voor elke structuur de grootste knikcapaciteit. Aannemen dat methode 1 realiteit is, is echter gevaarlijk. Methode 1 gaat uit van een perfecte situatie met een perfect symmetrische structuur en perfect symmetrische manier van belasten. De praktijk is helaas nooit perfect. Imperfecties kunnen altijd optreden in een structuur. Een kleine asymmetrie in de geometrie of een kleine asymmetrie in het belasten zijn voorbeelden van imperfecties uit de praktijk. De imperfecties zijn meegenomen in belastingmethode 2 tot en met 5 en geven interessante inzichten.

De structuren worden vergeleken op basis van alle methodes. De toepasbaarheid in de praktijk van de verschillende structuren wordt bepaald.

Structuur 2 heeft overduidelijk de grootste knikcapaciteit in een perfecte situatie. Aannemen dat structuur 2 de best toepasbare structuur is op basis van methode 1 is zoals eerder benoemd gevaarlijk. De knikcapaciteit van structuur 2 is namelijk erg gevoelig voor een imperfectie in de geometrie. In de praktijk zal de knikcapaciteit van structuur 2 vergelijkbaar zijn met de knikcapaciteit van structuur 1 en 5 ten gevolge van imperfecties.

Imperfecties hebben de minste invloed op de knikcapaciteit van structuur 1. Dit kan verklaard worden door de vele staven waaruit structuur 1 bestaat. Als een staaf bezwijkt is er altijd een tweede draagweg door de vele overige staven.

Samenvattend kan op basis van dit onderzoek geconcludeerd worden dat imperfecties in de geometrie in de praktijk een belangrijke invloed hebben op de maximale knikcapaciteit van de kolom. Structuur 1: rechthoek met kruis wordt gezien als best toepasbare interne poreuze structuur in de praktijk vanwege het geringe effect van imperfecties op de knikcapaciteit.

Massieve kolom

Structuur 2 is de enige structuur die in een perfecte situatie enigszins in de buurt kan komen van de knikcapaciteit van een massieve kolom. De overige structuren hebben in een perfecte situatie minder dan de helft van de knikcapaciteit van een massieve kolom.

Rekening houdend met de imperfecties, zal de knikcapaciteit van structuren in de praktijk lager zijn dan de maximale knikcapaciteit bepaald met methode 1. Op basis van dit resultaat wordt geconcludeerd dat een kolom met interne poreuze structuren niet voordelig is ten opzichte van een massieve kolom. Materiaal technisch en economisch gezien is een massieve kolom voordeliger doordat een hogere knikcapaciteit met evenveel materiaal bereikt kan worden.

De hypothese wordt verworpen dat een kolom met interne poreuze structuur een hogere knikcapaciteit heeft dan een massieve kolom bestaande uit evenveel materiaal.

6. Aanbevelingen

In dit hoofdstuk worden aanbevelingen gegeven voor een vervolgonderzoek op dit onderzoek. De aanbevelingen zijn opgedeeld in verschillende onderdelen.

Methode 2 verder uitwerken

In paragraaf 4.2 is het al benoemd. De geometrische imperfectie door het verwijderen van staven is globaal bepaald. In een vervolgonderzoek kan de geometrische imperfectie voor elke structuur exact hetzelfde bepaald worden. De verschillende structuren kunnen dan met elkaar vergeleken worden. Deze methode kan ook uitgewerkt worden door op andere locaties asymmetrie op te leggen dan nu het geval is. Dit geeft interessante inzichten in welke staven kritische staven zijn.

Verschillende porositeit

In dit onderzoek is de knikcapaciteit van de verschillende structuren en de massieve kolom bepaald voor een porositeit van 0.5. Een lagere porositeit zou nieuwe interessante resultaten kunnen geven. Wellicht dat interne poreuze structuren bij een lagere porositeit wel een hogere knikcapaciteit hebben dan een massieve kolom bestaande uit evenveel materiaal. Uit voorgaande onderzoeken kan geconcludeerd worden dat de porositeit het beste tussen 0.4 en 0.5 gekozen kan worden. Een grotere porositeit heeft een kwetsbare structuur als gevolg en een kleinere porositeit kan instabiliteit op macroschaal veroorzaken. (Bertoldi, Reis, Willshaw, & Mullin, 2010)

Scharnier in plaats van inklemming

In dit onderzoek was een randvoorwaarde van de kolom dat de gehele onderzijde ingeklemd was (één vaste inklemming en drie rolinklemmingen). In een vervolgonderzoek zouden deze randvoorwaarden aangepast kunnen worden. In plaats van een inklemming kan gekozen worden voor een scharnier.

Eigen gewicht toepassen

In de inleiding is benoemd dat tot op heden veel onderzoeken naar interne poreuze structuren zijn geweest op kleine schaal. Bij onderzoeken op kleine schaal wordt het eigen gewicht van de kolom verwaarloosd. In dit onderzoek wordt het eigen gewicht niet meegenomen in de berekeningen terwijl het eigen gewicht aanzienlijk groot is door de grote schaal van de kolom. In een vervolgonderzoek zal dit eigen gewicht meegenomen moeten worden.

Literatuurlijst

Anaconda Python (Versie 3.7) [Software]. (2020). Geraadpleegd van <https://www.anaconda.com>

Austrell, P. E. (2004). *CALFEM*. Lund, Zweden: Structural Mechanics, LTH.

Bertoldi, K., Reis, P. M., Willshaw, S., & Mullin, T. (2010). Negative Poisson's Ratio Behavior Induced by an Elastic Instability. *Advanced Materials*, 22(3), 361–366.
<https://doi.org/10.1002/adma.200901956>

Calfem-Python (Versie 3.5.3) [Software]. (2020). Geraadpleegd van <https://pypi.org>

Hartsuijker, C. , & Welleman, J. W. (2016a). Module: Stabiliteit van het evenwicht. Geraadpleegd van http://icozct.tudelft.nl/TUD_CT/CT2031/collegestof/stabiliteit/files/2016_deel1_Theorie.pdf

Hartsuijker, C., & Welleman, H. (2016b). *Mechanica* (2de editie). Amsterdam, Nederland: Academic Service.

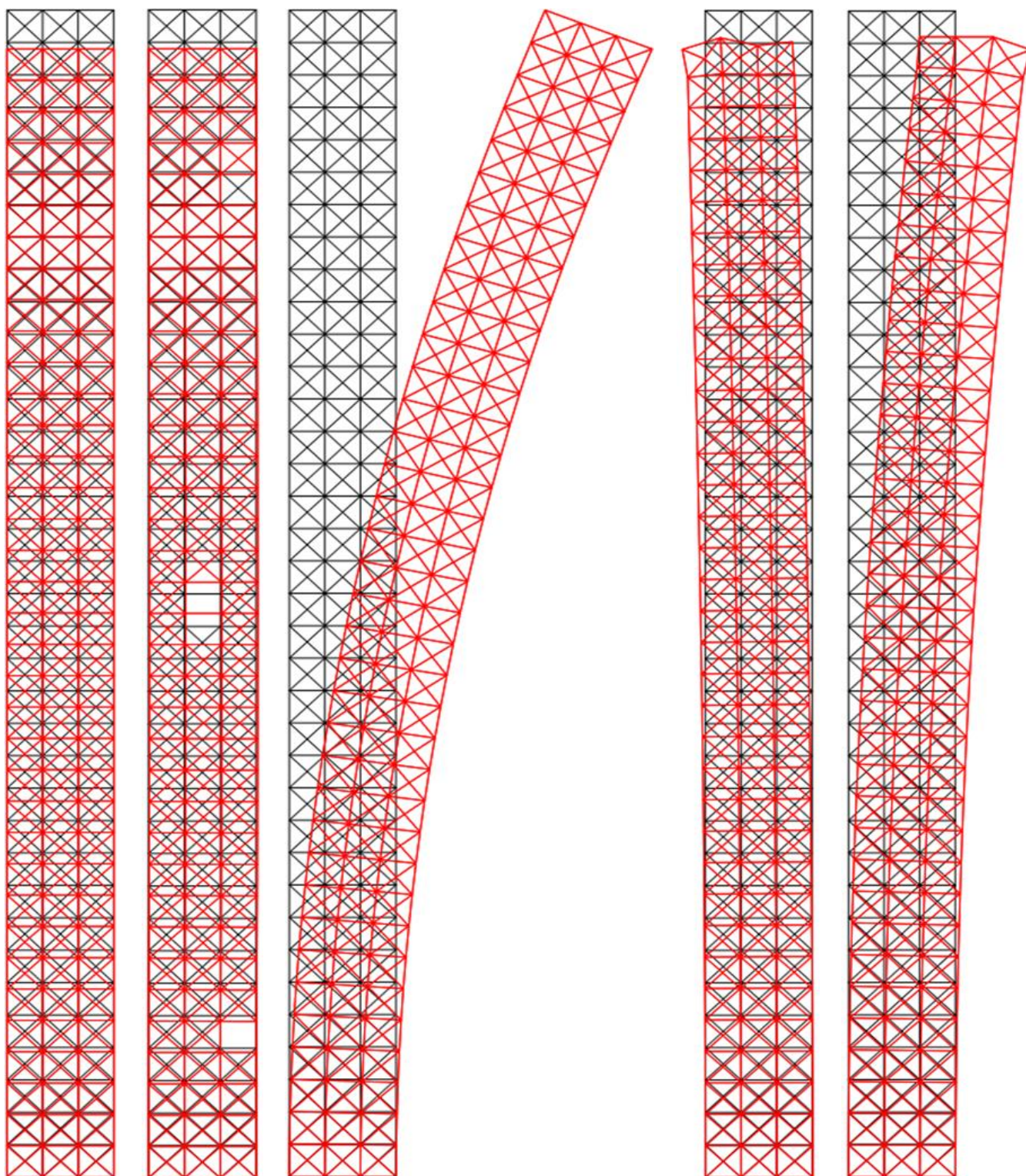
Overvelde, J. T. B., Shan, S., & Bertoldi, K. (2012). Compaction Through Buckling in 2D Periodic, Soft and Porous Structures: Effect of Pore Shape. *Advanced Materials*, 24(17), 2337–2342.
<https://doi.org/10.1002/adma.201104395>

Appendix 1: Lijst van gebruikte CALFEM functies

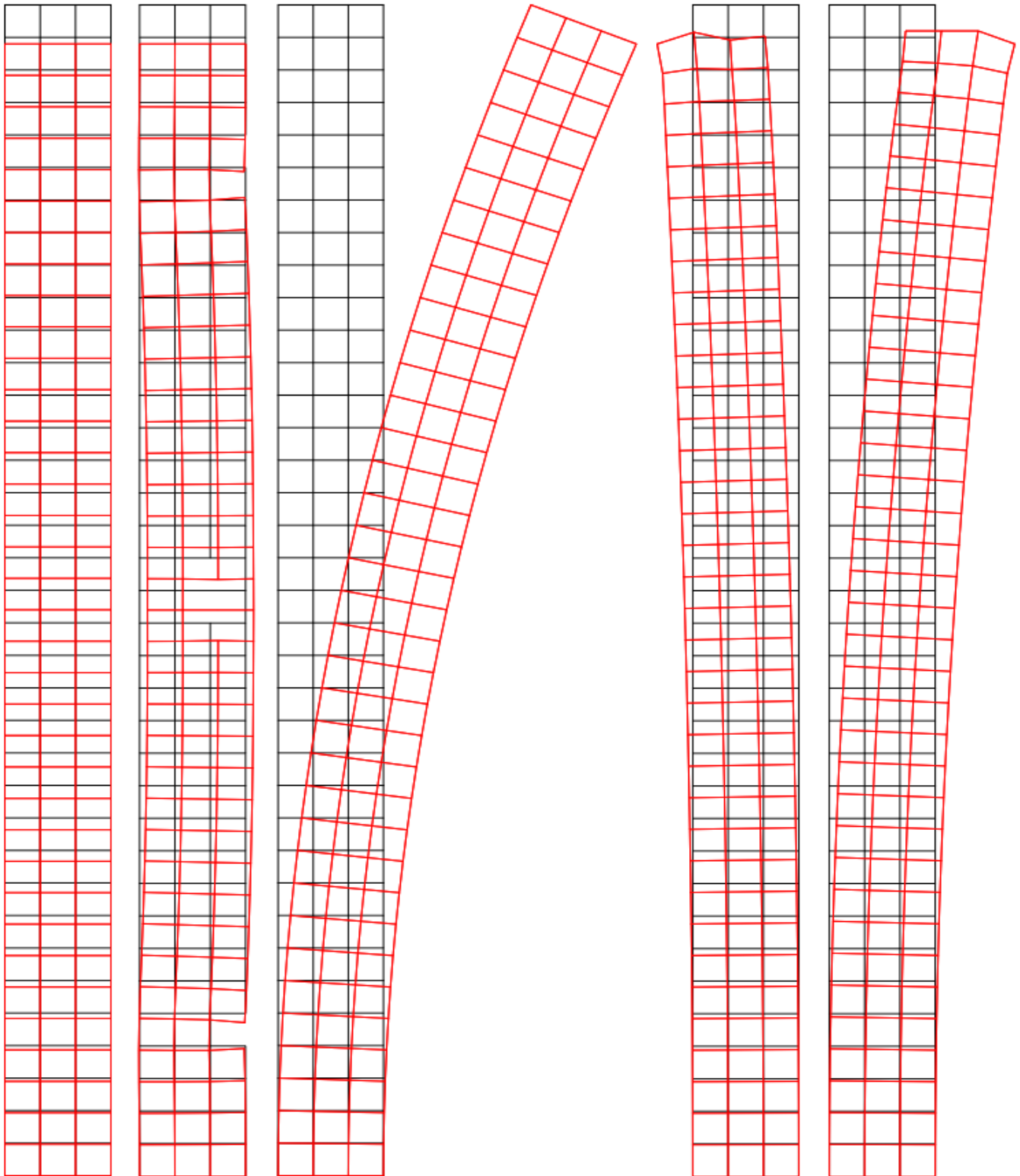
Tabel A1.1: Gebruikte CALFEM functies met beschrijving (nummering functies is op alfabetische volgorde)

Nummer	Naam	Beschrijving
Functie 1	<i>calfem.core.assem(Edof, K, Ke1)</i>	Samenvoegen van stijfheidsmatrices van staven tot stijfheidsmatrix <i>K</i>
Functie 2	<i>calfem.core.beam2e(Ex, Ey, Ep)</i>	Bepalen stijfheidsmatrix <i>Ke1</i> van een staaf
Functie 3	<i>calfem.core.beam2s(Ex,Ey,Ep,Ed)</i>	Bepalen van krachten van een staaf
Functie 4	<i>calfem.core.coordxtr(Edof, Coord, Dof)</i>	Berekenen van matrices <i>Ex</i> en <i>Ey</i>
Functie 5	<i>calfem.core.createdofs(n,m)</i>	Automatisch genereren van een Dof-matrix van $n * m$
Functie 6	<i>calfem.core.extractEldisp(Edof,a)</i>	Bepalen van verplaatsingen van een staaf
Functie 7	<i>calfem.core.solveq(K,F_T,bc,bcVal)</i>	Oplossen van $\{F\} = K * \{u\}$
Functie 8	<i>calfem.vis.eldraw2(Ex,Ey)</i>	Plotten van matrices <i>Ex</i> en <i>Ey</i>

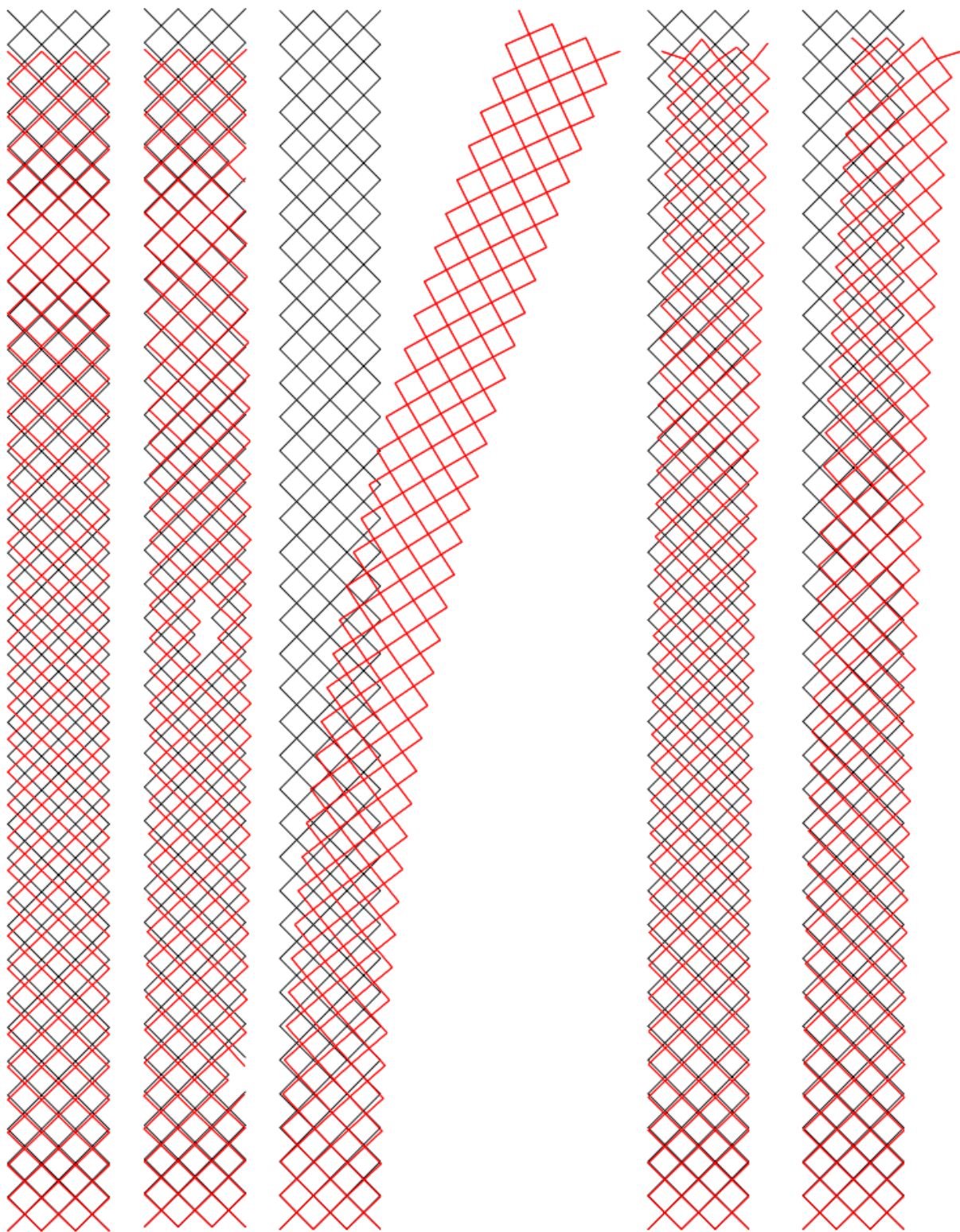
Appendix 2: Verplaatste toestand per belastingmethode per structuur



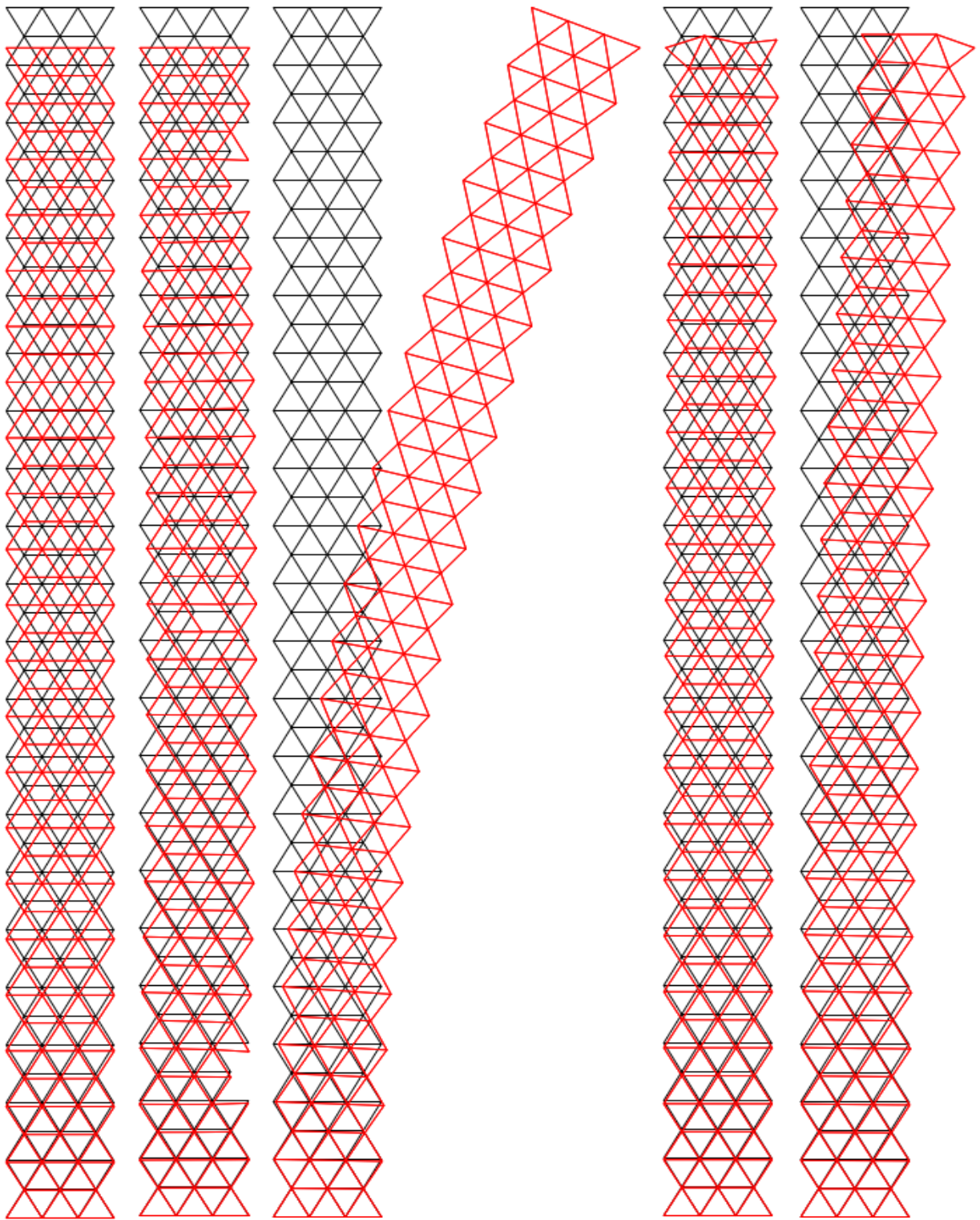
Figuur A2.1: Verplaatste toestand structuur 1 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))



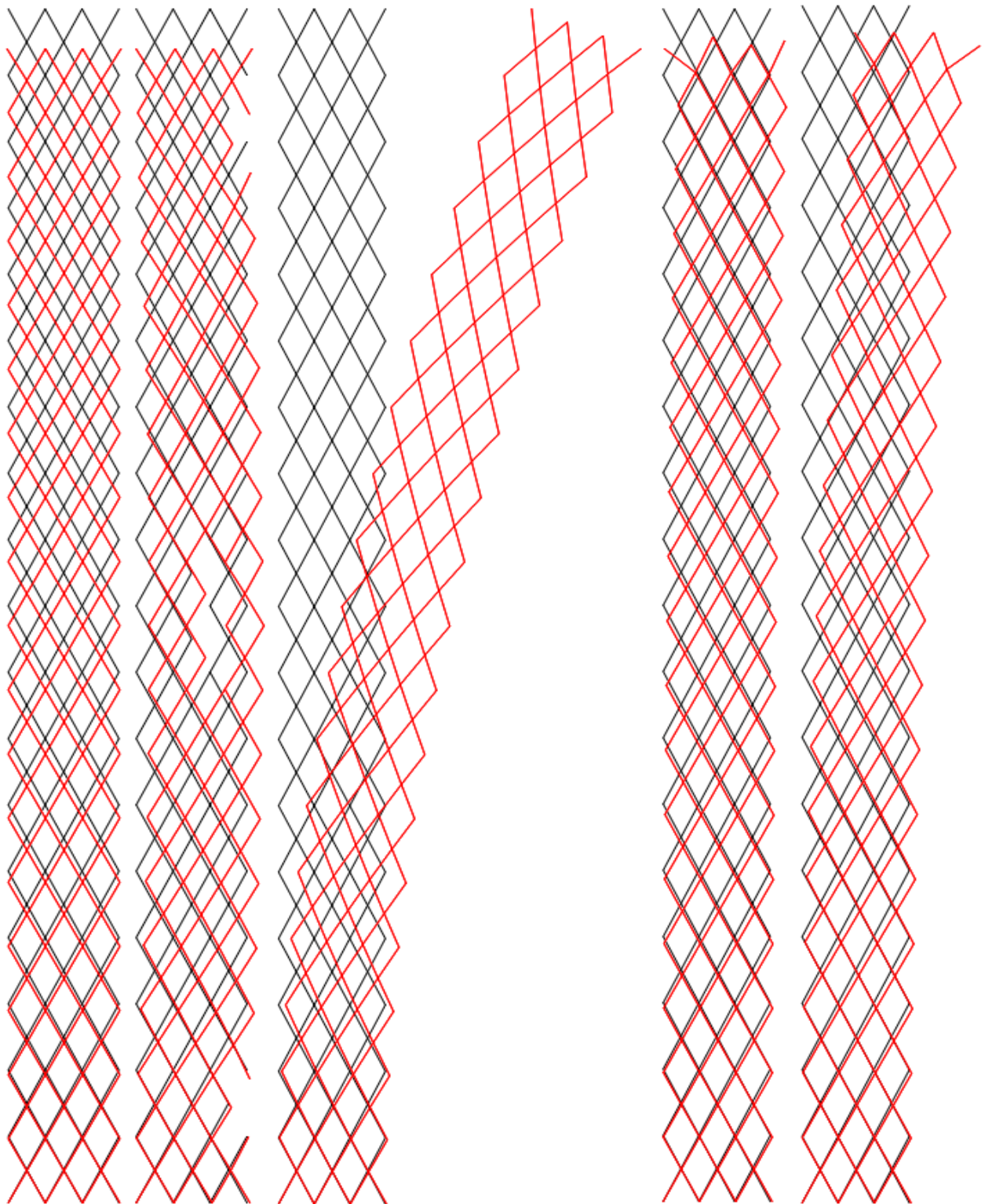
Figuur A2.2: Verplaatste toestand structuur 2 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))



Figuur A2.3: Verplaatste toestand structuur 3 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))



Figuur A2.4: Verplaatste toestand structuur 4 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))



Figuur A2.5: Verplaatste toestand structuur 5 (v.l.n.r.: methode 1: standaard, methode 2: staven verwijderen, methode 3: asymmetrische belasting (vorm van een driehoek), methode 4: asymmetrische belasting (volkomen willekeurig), methode 5: asymmetrische belasting (rechts 1.5x))