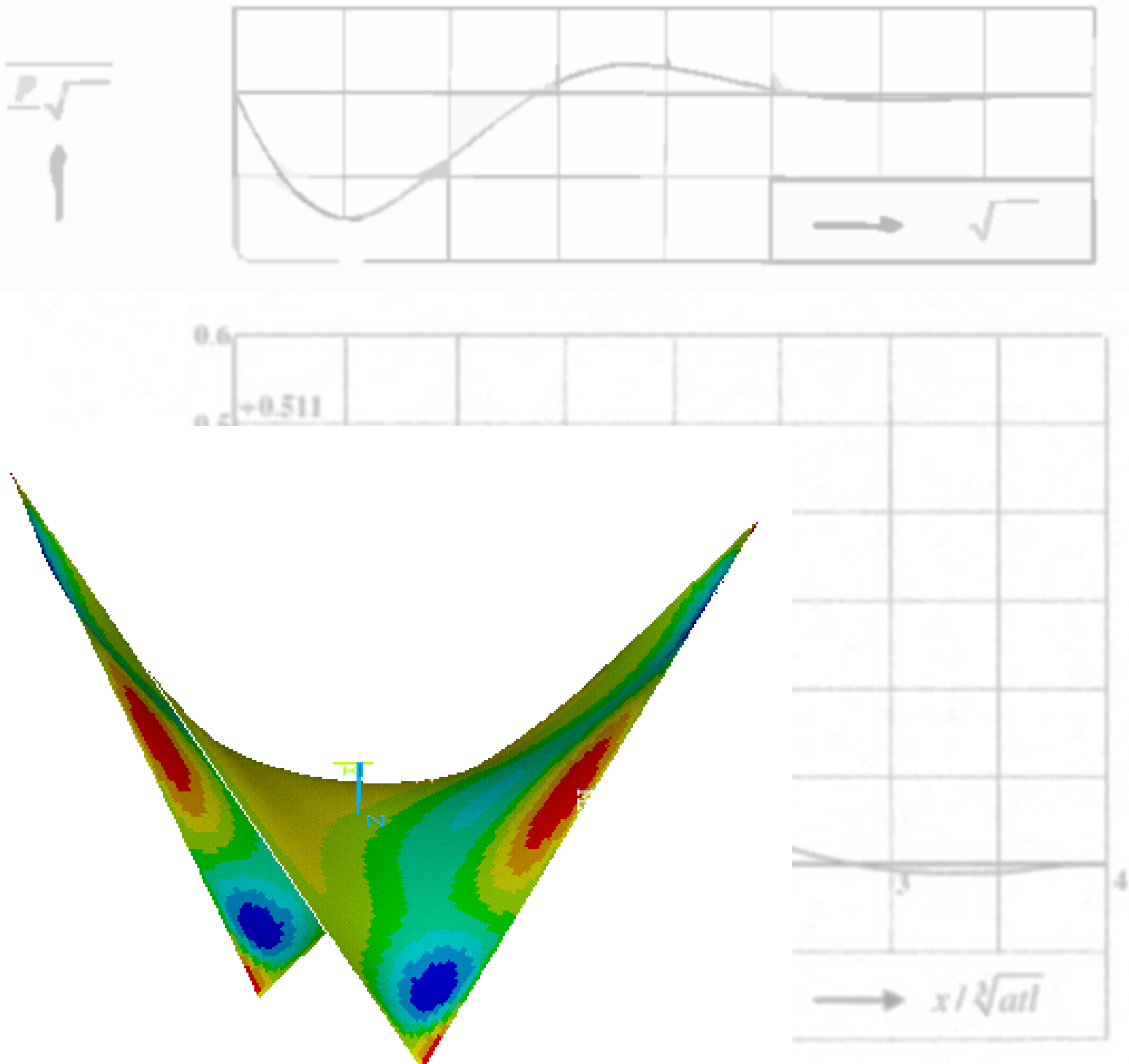


Nauwkeurigheid ontwerpformules voor buigende momenten in hypar-daken

Beoordeling Nauwkeurigheid Formules van Loof

Tu Martin Tran

4236327



Nauwkeurigheid ontwerpformules voor buigende momenten in hypar- daken

door

T.M. Tran

Studentnummer: 4236327

Civiele Techniek

CTB3000

Bachelor Eindwerk

2014-2015, Q4

1^e begeleider: dr. ir. P.C.J. Hoogenboom

2^e begeleider: dr. ir. F.P. Van der Meer

Voorwoord

Dit rapport is tot stand gekomen naar aanleiding van het onderzoek die ik heb uitgevoerd voor mijn bachelor eindwerk, vak code CTB3000 van de studie Civiele Techniek aan de TU Delft.

Dit onderzoek werd uitgevoerd in blok 4.

Dit rapport is bedoeld om de lezer een goed beeld te geven van de geldigheid van ontwerpformules voor een bepaald type schaalconstructies. Het gaat om de buigende momenten in de randen van hyperparabolische schalen. Tijdens het onderzoek is er veel gebruik gemaakt van het eindige-elementenprogramma ANSYS.

Het onderzoek is gedurende 8 weken individueel uitgevoerd onder begeleiding van dr. ir. P.J. Hoogenboom en dr. ir. F.P. Van der Meer. Ik wil hen hartelijk bedanken voor de ondersteuning en geïnvesteerde tijd. Hun expertise, geleverde advies en kennis hebben dit onderzoek tot stand laten komen. De samenwerking heeft uiteindelijk geleid tot dit rapport. Veel plezier!

Delft, 29-6-2015

Tu Martin Tran

Begeleiders: *dr.ir. P.C.J. Hoogenboom*

&

dr.ir. F.P. van der Meer

Samenvatting

Een hyparschaal kan toegepast worden in dakconstructies. Prof. H.W. Loof heeft ontwerpformules ontwikkeld, waarmee je de grootste buigende momenten kan berekenen in een hyparschaal met een verdeelde belasting loodrecht op de schaal met ingeklemde rand of scharnierende rand. Echter zijn de formules nog nooit gecontroleerd.

Het doel van dit onderzoek is om een geldigheidsgebied te bepalen en daarbij een nauwkeurighedsanalyse uit te voeren.

In dit onderzoek zijn de formules gecontroleerd met het eindige-elementenprogramma 'ANSYS'.

Voor dit onderzoek zijn meer dan 200 hyparschalen berekend met verschillende afmetingen en oplegcondities. Dit was alleen mogelijk door eindige-elementenberekeningen te automatiseren met behulp van een script (ANSYS APDL). Zowel voor ingeklemde als scharnierende randen zijn dergelijke voorwaardes met bijbehorende maximale afwijking bepaald.

De formules kunnen worden toegepast bij hyparschalen met een vierkant grondvlak als wordt voldaan aan de volgende voorwaardes:

$$0,23 < \sqrt[3]{\frac{at}{l^2}} < 0,56 \quad (\text{ingeklemd})$$

$$0,25 < \sqrt[3]{\frac{at}{l^2}} < 0,68 \quad (\text{scharnierend})$$

De maximale afwijkingen zijn 40% te groot (veilig) en 3% te klein (onveilig). Deze nauwkeurigheid is voldoende voor de initiële ontwerpberekeningen.

Bovendien zijn de formules ook toepasselijk voor rechthoekige grondvallen als wordt voldaan aan:

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}}{0,11} \quad (\text{ingeklemd})$$

$$\frac{\sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}}{1,4} < \frac{ly}{lx} < \frac{\sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}}{0,28} \quad (\text{scharnierend})$$

Inhoudsopgave

VOORWOORD	III
SAMENVATTING	IV
LIJST MET AFBEELDINGEN	VII
SYMBOLENLIJST	VIII
1. INLEIDING	1
1.1 SCHALEN	2
1.2 FORMULES VAN LOOF	4
1.3 ANSYS	5
1.4 HOOFDVRAAG	8
1.5 INDELING VERSLAG	9
2. MODELLERING	10
2.1 PROCEDURE	11
2.2 ELEMENTKEUZE	14
2.3 NAUWKEURIGHEID EN RELATIES	15
3. MODEL: INGEKLEMD	16
3.1 INGEKLEMD: KROMTESTRAAL-DIKTE (A/T)	17
3.2 INGEKLEMD: KROMTESTRAAL-LENGTE(A/L)	19
3.3 INGEKLEMD: LY/LX (LY)	21
3.4 INGEKLEMD: LY/LX (LX)	26
3.5 INGEKLEMD: MOMENTENVERDELING	28
3.6 CONCLUSIE: INKLEMMING	30
4. MODEL: SCHARNIEREND	32
4.1 SCHARNIEREND: KROMTESTRAAL-DIKTE (A/T)	33
4.2 SCHARNIEREND: KROMTESTRAAL-LENGTE(A/L)	34
4.3 SCHARNIEREND: LY/LX (LY)	35
4.4 SCHARNIEREND: LY/LX (LX)	37
4.5 SCHARNIEREND: MOMENTENVERDELING	40
4.6 CONCLUSIE: SCHARNIEREND	42

5. CONCLUSIE: GELDIGHEIDSGEBIED	44
6. TOEPASSING OP EEN ONTWERP	45
6.1 MOMENTEN BEREKENEN	45
6.2 CONCLUSIE	47
7. AANBEVELINGEN	48
8. REFERENTIES	49
8.1 WEBSITES	49
8.2 SOFTWARE EN PROGRAMMA'S	49
8.3 LITERATUUR	49
9. BIJLAGE A: ANSYS	50
9.1 ANSYS INSTALLATIE	50
9.2 ANSYS COMMANDO'S	51
9.3 MACRO SCRIPT	53
10. BIJLAGE B: ANSYS MODEL TESTS	59
10.1 ANSYS BALKMODEL	59
10.2 CONVERGENTIE, AANTAL ELEMENTEN	61
10.3 CONVERGENTIE, ELEMENTGROOTTE PER UITVOERING	62
11. BIJLAGE C: DATA	63
11.1 STRAAL VARIËREN	63
11.2 BELASTING VARIËREN	64
12. BIJLAGE D: FIGUREN	65
12.1 INGEKLEMD - A = 50M, T = 100MM, VARIËRENDE LENGTE	65
12.2 INGEKLEMD - A = 50M, T = 1000MM, VARIËRENDE LENGTE	69
12.3 INGEKLEMD - A = 50M, T = 50MM, VARIËRENDE LENGTE	71
12.4 SCHARNIEREND - A = 50M, L = 4M, VARIËRENDE DIKTE	73
12.5 SCHARNIEREND - A = 50M, L = 25M, VARIËRENDE DIKTE	76
12.6 SCHARNIEREND - A = 50M, T = 100MM, LX = 20, VARIËRENDE LY	80

Lijst met afbeeldingen

Figuur 1.1: Hypar Dak, Station in Polen, Warszawa Ochota (Bron: Wikipedia pagina: ‘Saddle Roof’) 1	
Figuur 1.2: Elpars en Hypars (Bron: Structural Shell Analysis [1] , p. 108, Fig. 8.1.)2	
Figuur 1.3: Assenstelsels Hyparmodel (Bron: Structural Shell Analysis [1] , p. 108, Fig. 8.2).....3	
Figuur 1.4: Moment vanaf het midden van de rand.....4	
Figuur 1.5: M-Lijn, vanaf midden van de rand, ingeklemd (Bron: Structural Shell Analysis [1], p. 117, Fig. 8.6)4	
Figuur 1.6: M-Lijn, vanaf midden van de rand, scharnierend (Bron: Structural Shell Analysis [1], p. 117, Fig. 8.7).....4	
Figuur 1.7: 2-D vierkant knopennetwerk voor element met acht knopen, 50 bij 50 elementen (links knopen, rechts elementen, nulpunt in het midden).....6	
Figuur 1.8: Doorbuiging vierkante schaal (20mx20m, $a_{xy} = 50m$, $t = 100mm$)7	
Figuur 1.9: Output Snedekrachten en Spanningen Element Shell281 (Bron: ANSYS Help, Tutorials, Element Reference, Shell281)7	
Figuur 2.1: Hyparschaal Model11	
Figuur 2.2: Stroomdiagram procedure onderzoek13	
Figuur 2.3: Ingeklemd – Error vs. ξ , verschillend aantal elementen (ingezoomd).....14	
Figuur 3.1: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende dikte17	
Figuur 3.2: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende dikte (ingezoomd).....17	
Figuur 3.3: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende dikte18	
Figuur 3.4: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende dikte (ingezoomd).....18	
Figuur 3.5: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly19	
Figuur 3.6: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)19	
Figuur 3.7: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende lengte (ingezoomd)20	
Figuur 3.8: Ingeklemd - Error vs. LY/LX , eerste extreem, variërende lengte ly (ingezoomd).....21	
Figuur 3.9: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)22	
Figuur 3.10: Ingeklemd - Error vs. LY/LX , tweede extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)22	
Figuur 3.11: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)23	
Figuur 3.12: Ingeklemd – LY/LX vs. ξ , variërende lengte ly24	
Figuur 3.13: Ingeklemd – Error vs. $\xi/(LY/LX)$, eerste extreem, variërende lengte ly24	
Figuur 3.14: Ingeklemd – Error vs. $\xi/(LY/LX)$, tweede extreem, variërende lengte ly25	
Figuur 3.15: Ingeklemd – Error vs. ly/lx , eerste extreem, variërende lengte lx26	
Figuur 3.16: Ingeklemd – Error vs. lx/ly , eerste extreem, variërende lengte lx26	
Figuur 3.17: Ingeklemd – Error vs. lx/ly , tweede extreem, variërende lengte lx27	
Figuur 4.1: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende dikte33	
Figuur 4.2: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende dikte (ingezoomd)33	
Figuur 4.3: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende lengte (ingezoomd)34	
Figuur 4.4: Scharnierend - Error vs. LY/LX , variërende referentielengte (ingezoomd)35	
Figuur 4.5: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende referentielengte (ingezoomd).....35	
Figuur 4.6: Scharnierend – LY/LX vs. ξ , variërende referentielengte36	
Figuur 4.7: Scharnierend – Error vs. $\xi/(LY/LX)$, variërende referentielengte36	
Figuur 4.8: Scharnierend - Error vs. LY/LX , variërende zijrand lengte37	
Figuur 4.9: Scharnierend – ly/lx vs. ξ , variërende lx , bij verschillende error.38	
Figuur 4.10: Scharnierend –Error vs. lx/ly , variërende lx39	
Figuur 6.1: Lincoln Center for performing arts. (Bron: http://www.greenroofs.com/projects/pview.php?id=423).....45	

Symbolenlijst

Symbool	Eenheid	Beschrijving
ξ	mm mm ⁻¹	dimensieloze parameter (p. 4)
a_{xy} of a	mm	kromtestraal (twist)
k_{xy}	mm ⁻¹	kromming van het x y vlak (twist)
l_c	mm	karakteristieke lengte
l_i	mm	invloedslengte
l_x	mm	lengte van de zijrand
l_y of l	mm	lengte van de (referentie)rand
m_{xx}	N of N mm mm ⁻¹	buigende moment, x-vlak of om de y-as per lengte van eenheid
p	N mm ⁻²	belasting per oppervlak
t	mm	dikte

1. Inleiding

Bij het ontwerpen van constructies, is het efficiënt om in de beginfase al een snelle berekening te kunnen maken. Bij eenvoudige constructies is zo'n sterkte of verplaatsing berekening goed te doen. Echter voor complexere constructies kost het enorm veel tijd om alles door te rekenen. Ontwerpformules komen hierbij goed van pas om meteen een idee te krijgen van de ontwerpconstructie. Een hyperbolische schaalconstructie, kortweg hypar, is een dergelijk complex geval. Prof. H.W. Loof, voormalige wetenschapper aan de TU Delft, heeft in 1961 formules ontwikkeld, waarmee je de maximale buigende momenten kan berekenen in een hyparschaal met een verdeelde belasting loodrecht op de schaal en met bepaalde randvoorwaarden met de nadruk op dakconstructies. Een dergelijke dakconstructie is afgebeeld in Figuur 1.1. Het is verleidelijk om de formules zorgeloos te gebruiken. Echter, de formules van Loof hebben natuurlijk beperkingen en zijn nog niet zo ver bekend gecontroleerd door vergelijking met moderne eindige elementenanalyse.

De nauwkeurigheid van de formules en modellen kan worden vergeleken met een exact model die van tevoren bekend is, maar die is niet altijd beschikbaar, vanwege de complexiteit en onbekendheid.



*Figuur 1.1: Hypar Dak, Station in Polen, Warszawa Ochota
(Bron: Wikipedia pagina: 'Saddle Roof')*

In dit hoofdstuk wordt eerst globaal achtergrondinformatie gegeven over schalen (1.1), de formules van Loof (1.2) en het eindige-elementenprogramma ANSYS (o)

Vervolgens wordt de onderzoeksvraag gesteld (1.4) en de indeling van het verslag toegelicht (1.5)

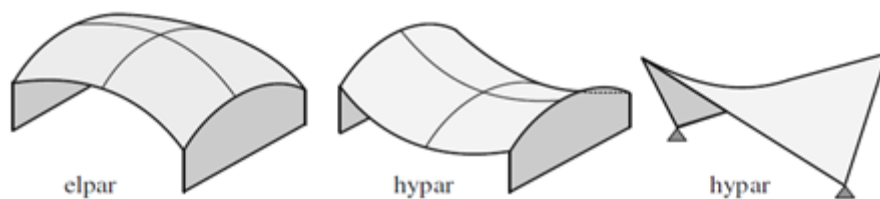
1.1 Schalen

Per definitie is een schaal (of schaalconstructie) een dunne, gekromde plaat, waarbij de verhouding tussen de kromtestraal en de dikte van de kromming klein is, vaak kleiner dan 50. Vanwege de vorm van schalen kunnen uitwendige krachten efficiënt worden gedragen door inwendig membraan krachten. Men spreekt hier over de membraan-theorie, waarbij wordt aangenomen dat er alleen normaal en schuifkrachten plaatsvinden. Er vindt echter vervorming plaats en tot een zekere a/t verhouding daarbij buigende momenten. Bij een zeer grote a/t verhouding kunnen de schalen als membranen worden beschouwd. In Tabel 1.1 wordt dit op een rij gezet.

Als buigende momenten voorkomen, werken ze lokaal in de schaal. Een eigenschap die dit kan beschrijven is de invloedslengte, die aangeeft hoe groot het bereik is van de momentwerking. In hoofdstuk 1.2 wordt dit verder toegelicht.

Een schaal wordt gekarakteriseerd door hun vlak (of middenvlak), dikte en materiaaleigenschappen. Het middenvlak wordt gekenmerkt door de kromming (k_{xx} , k_{yy} , k_{xy}) en lengtes (l_x , l_y). Schalen kunnen worden verdeeld in verschillende (functionele) vormen, elpars en hypars. In Figuur 1.2 zijn elpars en hypars weergegeven.

Hyparschalen zijn schalen, waarbij in één richting een positieve kromming zit en in een andere richting negatieve kromming. Elpars hebben in beide richtingen hetzelfde teken.



Figuur 1.2: Elpars en Hypars (Bron: *Structural Shell Analysis* [1], p. 108, Fig. 8.1.)

Schalen kunnen onderverdeeld worden in verschillende straal-dikte verhoudingen. In Tabel 1.1 wordt deze verdeling duidelijk gemaakt.

a = kromtestraal , t = dikte, l = lengte van de rand

Tabel 1.1: Schaalsoorten (Bron: CIE4143, Shell Analysis, Theory and Application, P.J. Hoogenboom, Handout 1, p. 13)

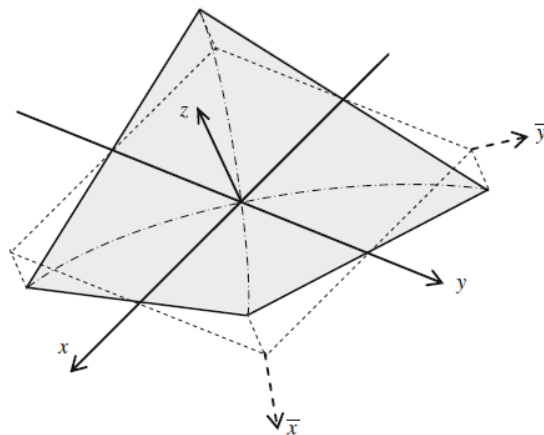
Definitie	a/t verhouding	Beschrijving
Zeer dikke schaal	< 5	Eigenlijk geen schaal
Dikke schaal	$5 < a/t < 30$	Membraam -, momenten en schuifkrachten
Dunne schaal	$30 < a/t < 4000$	Membraamkrachten en momenten
Membraan	$4000 < a/t$	Alleen membraamkrachten

In de literatuur [1] is ook bekend dat hyperschalen in dakconstructies een a/t verhouding hebben tussen 100-200 en een a/l verhouding tussen 4-10.

Bij het gebruik maken van een 3D cartesische assenstelsel, kan een hyparschaal worden beschreven met $z = k_{xy} x y$, of $z = (k_{xy}/2) * (x^2 + y^2)$. Bij het modelleren wordt van het eerste geval uitgegaan. In Figuur 1.3 wordt dit weergegeven. Merk op dat de richting van de z -as naar boven is gericht.

$$z = k_{xy}xy$$

$$z = \frac{k_{xy}}{2}(\bar{x}^2 + \bar{y}^2)$$



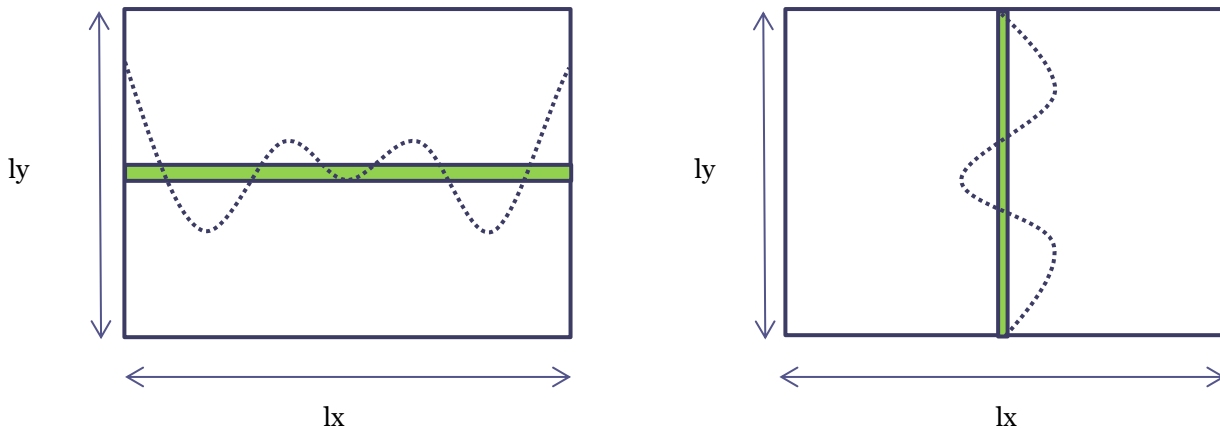
Figuur 1.3: Assenstelsels Hyparmodel
(Bron: Structural Shell Analysis [1], p. 108, Fig. 8.2)

In de hand-outs [2] van het vak CIE4143 en het boek Structural Shell Analysis [1] wordt de theorie besproken. Vanaf de differentiaalvergelijkingen worden bepaalde aannames gemaakt en wordt de algemene oplossing gepresenteerd.

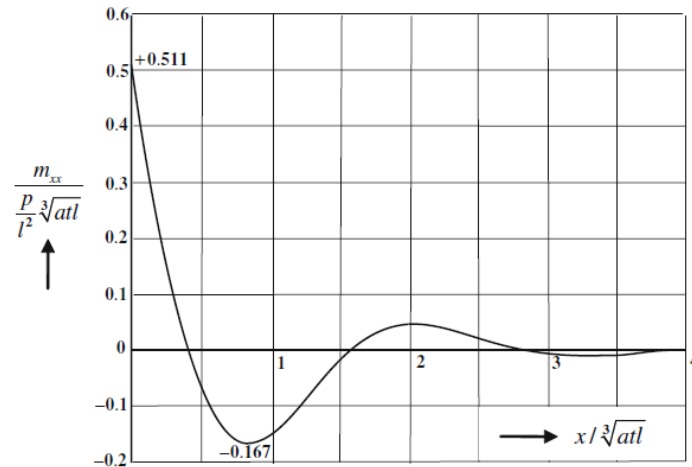
1.2 Formules van Loof

De formules van Loof beschrijven de maximale buigende momenten in een snede parallel aan een rand ten gevolge van een verdeelde belasting in de z-richting.

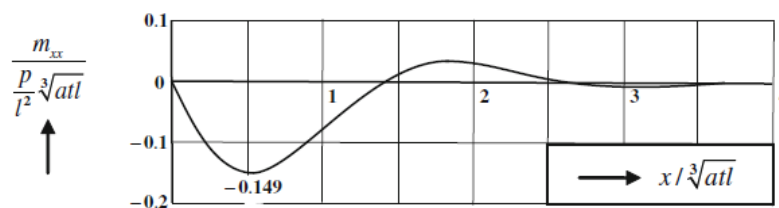
In Figuur 1.5 en Figuur 1.6 is het momentenverloop uitgezet met de extreme waarden. De assen zijn dimensie loos. De formules van Loof werken vanaf het midden van de rand. In **Error! Reference source not found.** wordt dit weergegeven voor ingeklemde randen (links) en scharnierende randen (rechts). Momenten worden gegenereerd vanuit beide randen.



Figuur 1.4: Moment vanaf het midden van de rand



Figuur 1.5: M-Lijn, vanaf midden van de rand, ingeklemd
(Bron: Structural Shell Analysis [1], p. 117, Fig. 8.6)



Figuur 1.6: M-Lijn, vanaf midden van de rand, scharnierend
(Bron: Structural Shell Analysis [1], p. 117, Fig. 8.7)

De formules van Loof zijn opgebouwd uit 4 parameters: de kromtestraal, de dikte, de lengte van de rand en de belasting. Volgens de formules is het moment opvallend genoeg onafhankelijk van de lengte van de zijranden.

De formules zijn eenvoudiger gemaakt door parameters in te voeren. Ze berekenen het moment per eenheid van lengte, m_{xx} . Bijvoorbeeld: [Nmm/mm]

$$l_c = \sqrt[3]{atl} \quad \xi = \frac{l_c}{l} = \sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}$$

l_c = karakteristieke lengte, ξ = dimensieloze parameter

a = kromtestraal, t = dikte, l = lengte van de (referentie)rand, p = belasting per oppervlak

Voor de ingeklemde rand zijn er formules voor het inklemmingsmoment en het grootste veldmoment (eerste 2 extreme waarden), bij $x = 0$ (het inklemmingsmoment) en $x = 0,85 l_c$ geldt:

$$x = 0 \quad m_{xx} = 0.511 \xi^4 p l^2 \quad \rightarrow 1^e \text{ extreem}$$

$$x = 0,85 l_c \quad m_{xx} = -0.167 \xi^4 p l^2 \quad \rightarrow 2^e \text{ extreem}$$

Voor de scharnierende opgelegde rand is er een formule voor het grootste veldmoment (1e extreme), bij $x = 0,55 l_c$:

$$x = 0,55 l_c \quad m_{xx} = -0.149 \xi^4 p l^2$$

De x-coördinaten gelden vanaf de referentierand. De tekens van de buigende momenten hangen ook af van de richting van de z-as. In de beschouwde beschrijving is de z-as in de richting van de belasting gekozen.

Een uitzonderlijke eigenschap is de invloedslengte. Deze parameter geeft aan hoe groot de lokale invloed is van de schaal door het moment vanaf de rand. Dit is afgeleid uit de algemene oplossing van een hyparschaal [1]. De invloedslengte bij een hyparschaal is gedefinieerd als:

$$l_i = 2,25 \sqrt[3]{atl} \text{ of } l_i = 2,25 l_c$$

Dit kan omgeschreven worden in

$$l_i = 2,25 l \sqrt[3]{\left(\frac{a}{l}\right)^2 \left(\frac{t}{a}\right)}$$

Voor de gebruikelijk verhoudingen bij hyperconstructies ($a/t = 100-200$, $a/l = 4-10$), heeft de invloedslengte een waarde tussen l en $2l$. Voor vierhoekige daken betekent dit dat de tegenoverstaande randen elkaar beïnvloeden, maar volgens de literatuur blijkt dit effect verwaarloosbaar als de randen ver genoeg van elkaar verwijderd zijn.

1.3 ANSYS

Om de formules te controleren op hun nauwkeurigheid, wordt het eindige-elementenprogramma ANSYS gebruikt. De eindige-elementenmethode (EEM) is gebaseerd op knopen en elementen en is een uitgediende vorm van de bekende verplaatsingsmethode van de constructiemechanica.

Het model bestaat uit een zelf gedefinieerde of geautomatiseerde (mesh) knoppennetwerk en elementen.. Dit kan worden uitgezet in 1-D, 2-D of 3-D. De elementen zijn verbonden met de knopen,

waarbij de knopen vrijheidsgraden hebben. ANSYS rekent deze vrijheidsgraden uit en berekent daarmee krachtsgrootheden. ANSYS kan naast constructieve problemen ook modellen bouwen waarbij de temperatuur of het magnetische veld een rol speelt.

De manier waarop de modellen worden uitgerekend, heeft ook te maken met nauwkeurigheid. Over het algemeen geldt dat bij een toename van het aantal elementen, wordt de exacte oplossing steeds meer benaderd. Alleen hoe meer elementen, hoe meer tijd het kost om het model op te lossen. Onderzoek waarbij veel uitvoeringen nodig zijn, is het verstandig om een voldoende aantal elementen te kiezen. Deze keuze wordt toegelicht in hoofdstuk 2.2 en 10.

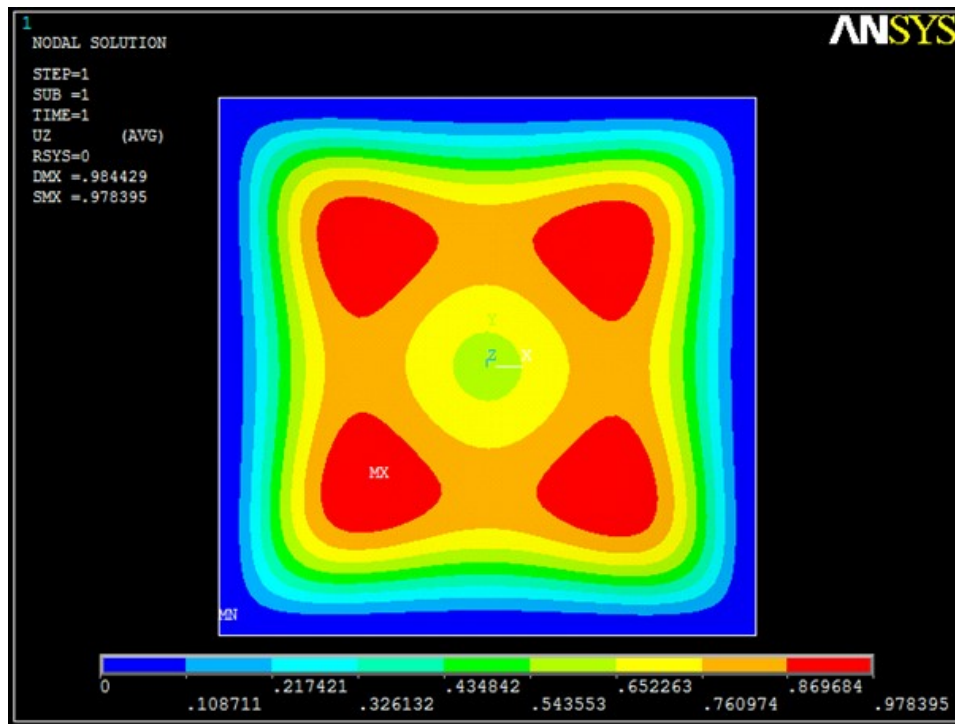
Als gebruiker kan je de GUI (grafische gebruikersinterface) gebruiken. Aan de andere kant is het ook mogelijk om via hun eigen gebruiks codetaal het programma te sturen, genaamd APDL. Deze taal kan via een teksteditor, zoals wordpad, worden uitgevoerd. Vooral bij het laatste is het handig om hiermee parameters te variëren. Er hoeft dan niet steeds opnieuw geklikt te worden.

Elementen zijn ook in allerlei types, die verschillen in fysische eigenschappen, oplossingsmethodes, berekende grootheden en aannames. In dit onderzoek wordt de shell281 (2-D) gebruikt, wat een platte vierhoek voorstelt met 8 knopen, waarvan vier in de hoeken en vier in het midden van iedere rand. In Figuur 1.7 is een knoppennetwerk gegeven, wat ook in het onderzoek als standaard model wordt genomen (50x50 elementen, zodat de knopen en elementen zichtbaar zijn).



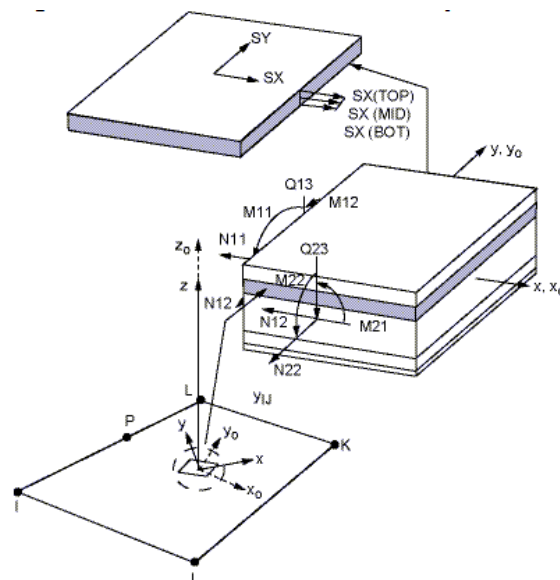
Figuur 1.7: 2-D vierkant knoppennetwerk voor element met acht knopen, 50 bij 50 elementen (links knopen, rechts elementen, nulpunt in het midden)

Nadat ANSYS het model heeft opgelost, kunt u met het programma heel veel informatie eruit halen. Via de GUI kunt u met een paar klikken de doorbuiging plotten van het model. In Figuur 1.8 is de doorbuiging weergegeven van een dergelijke vierkante schaalmodel.



Figuur 1.8: Doorbuiging vierkante schaal ($20\text{m} \times 20\text{m}$, $a_{xy} = 50\text{m}$, $t = 100\text{mm}$)

In Figuur 1.9 is de output geïllustreerd met betrekking tot normaal- en schuifspanningen en momenten. Shell281 genereert onder andere momenten van ieder element in de x en y richting (of zelf gedefinieerde assenstelsel).



Figuur 1.9: Output Snedekrachten en Spanningen Element Shell281
(Bron: ANSYS Help, Tutorials, Element Reference, Shell281)

1.4 Hoofdvraag

Het doel van dit onderzoek is om een geldigheidsgebied te bepalen en daarbij een nauwkeurighedsanalyse uit te voeren voor de formules van Loof. De hoofdvraag luidt:

Wat is de nauwkeurigheid van de formules van Loof die de buigende momenten berekenen in een hypardak met belasting loodrecht erop?

Belasting loodrecht erop wordt beschouwd als eigengewicht (vereenvoudigd) en uitwendige belasting.

Hypothetisch zal het geldigheidsgebied zich bevinden rond de verhoudingen van een dunne schaal (zie Tabel 1.1).

Bij de hoofdvraag worden deelvragen opgesteld ter ondersteuning. De deelvragen luiden:

- Wat is de invloed van verschillende parameters, zoals lengte, dikte en kromming op het moment in de schaal?
 - Deze parameters zijn afhankelijk van het moment volgens de formule van Loof.
- Wat gebeurt er met de momentenverdeling? (in de doorsnede dwars door het midden)
 - Bij de formules zijn momentenverdelingen bekend. Het is interessant om naar de verdeling te kijken die ANSYS genereert en te vergelijken met die in de literatuur.
- Gekeken vanaf de referentierand, wat is de invloed van de zijranden?
 - Opvallend is dat de lengte van de zijrand niet afhankelijk is van de waarde, wat waarschijnlijk komt door een aanname.
- Wat is de invloed van het aantal gebruikte elementen bij de oplossing van het model in ANSYS?
- Wat is de nauwkeurigheid van de formules bij de toepassing van een bestaand ontwerp?

De deelvragen worden met betrekking tot de formules van Loof behandeld. Een algemeen breed onderzoek op het probleem van een deelvraag wordt niet verricht en wordt dus niet diep op ingegaan.

1.5 Indeling Verslag

In dit rapport wordt eerst het plan van aanpak (modellering, 2) toegelicht. Vervolgens worden de resultaten gepresenteerd met commentaar betreft eerste indruk en observaties en volgt een nauwkeurighedsanalyse (3 & 4). Als laatste een afsluitende conclusie (5), toepassing van de formules (6) evaluatie betreft het onderzoek en mogelijkheden voor vervolg van het onderzoek (7).

De bijlagen bevatten ondersteuning bij het installeren van ANSYS (9.1), tips die meer in detail gaan (9.2), script(9.3), convergentietests (10), data(11) en figuren (12).

Verder worden de volgende definities als volgt gebruikt (tenzij vermeld):

Buigend moment → **moment**

Referentielengte (ly) → **lengte**

Kromtestraal → **straal**

2. Modelling

Met ANSYS worden modellen gemaakt, waarbij parameters worden gevarieerd. Door een script te schrijven is het mogelijk een dergelijk model snel te bouwen en van ANSYS de belangende waardes te geven.

In hoofdstuk [2.1](#) wordt de procedure besproken van het onderzoek.

Voor het onderzoek wordt het ANSYS model getest om de zekerheid te garanderen dat het model werkt en klopt. Dit wordt verder toegelicht in hoofdstuk [2.2](#).

De nauwkeurigheid wordt toegelicht in hoofdstuk [2.3](#).

2.1 Procedure

De momenten worden berekend op twee manieren: met ANSYS en de formules van Loof.

Bij het onderzoeken van nauwkeurigheid bij de formules wordt het schaalmodel in ANSYS als het referentiemodel gebruikt. De waarden worden vervolgens vergeleken met de waarden die berekend zijn met de formules van Loof. Het berekenen van het moment met de formules van Loof wordt gedaan met Microsoft Excel.

Twee modellen worden onderzocht:

- Aan alle randen ingeklemd
- Aan alle randen scharnierend opgelegd

Ieder model wordt aan een aantal variatieprocedures ondergaan, waarbij de volgende parameters worden gevarieerd:

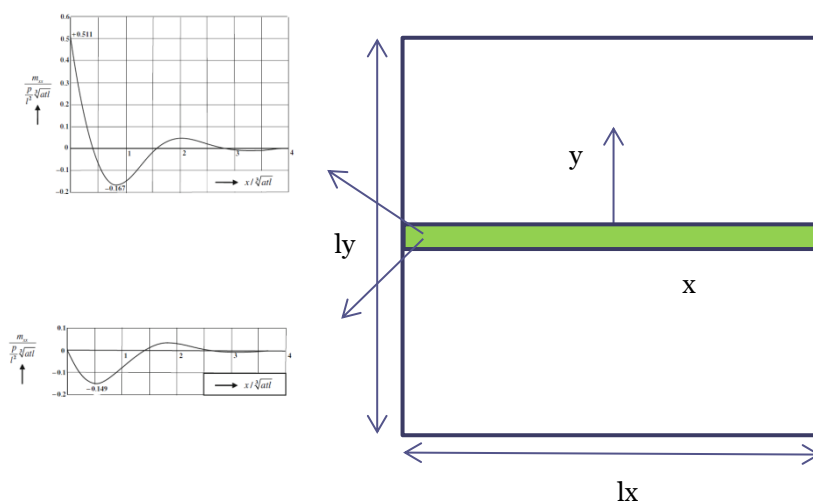
- Kromtestraal-Dikte (a/t)
- Kromtestraal-Lengte (a/l) of (a/ly)
- Referentierand-Zijrand (ly/lx)

De linker rand, evenwijdig aan de y-as, wordt de rand van referentie ('ly'). Vanaf deze rand wordt het onderzoek verricht en is tevens de parameter 'l' in de formules van Loof. In Figuur 2.1 wordt het hyparschaal model weergegeven.

Tijdens het vergelijken van de waarden wordt een nauwkeurigheid vastgesteld.

De *onnauwkeurigheidsmarge* houdt in het maximale verschil (error) tussen de waarde uit ANSYS en de waarde van de formule.

Om het doel te bereiken wordt er geprobeerd een trend te vinden bij de verandering in de nauwkeurigheid van de buigende momenten.



Figuur 2.1: Hyparschaal Model

De hoofdprocedure bij dit onderzoek is het variëren van parameters. Deze parameters houden zich aan een bepaald domein. Het is bekend tussen welke waardes hyper-daken worden geconstrueerd en daarnaast ook het domein van een dunne schaal. Om de extensie van de formules te testen, zullen de grenzen ten opzichte van de bekende waardes, worden vergroot.

- (1) De a/t verhouding zal variëren tussen: $50 \text{ mm} < a/t < 1000 \text{ mm}$.
 - De dikte variëren: De kromtestraal wordt constant gehouden, $a = 50 \text{ m}$
 $\rightarrow 50 < t < 1000$
- (2) De a/ly verhouding zal variëren tussen: $2 < a/ly < 12$.
 - Hierbij zal de lengte (van de referentierand 'ly') gevarieerd worden
 - $a = 50 \text{ m}$ en $t = 100 \text{ mm} \rightarrow 4 < l < 25$
Twee manieren:
 - Geometrisch vierkant houden
 - De zijranden constant houden (zie (3))
- (3) De lx/ly verhouding zal variëren tussen: $0,2 < lx/ly < 5$.
 - De invloed van de zijranden:
 - Lx wordt constant gehouden, ly wordt gevarieerd.
 - De invloed van de afstand tussen de referentieranden, ly
 - Ly wordt constant gehouden, lx wordt gevarieerd.

Bij (1) en (2) wordt gelijke randen genomen, $ly=lx$.

Van alle uitvoeringen (1),(2) en (3), wordt alles constant gehouden behalve de variërende parameter. Voor beter resultaat elke uitvoering minstens drie keer herhaald met een andere constante parameter. Bij (1) en (2) bevat beide verhoudingen de kromtestraal. Door deze parameter constant te houden, worden niet beide verhoudingen tegelijkertijd gevarieerd. Of deze keuze gerechtvaardigd is, wordt dit eenmalig gevarieerd en vergeleken in 11.

De belasting wordt niet gevarieerd. Om te kijken of dit een terechte keuze is, wordt de belasting eenmalig gevarieerd. Dit wordt toegelicht in 11.

Overige grootheden worden constant gehouden:

- Verdeelde belasting: $p = 0,005 \text{ N/mm}^2$
- E-modulus: $E = 1,0 \cdot 10^5$
- Poisson Coëfficiënt = 0

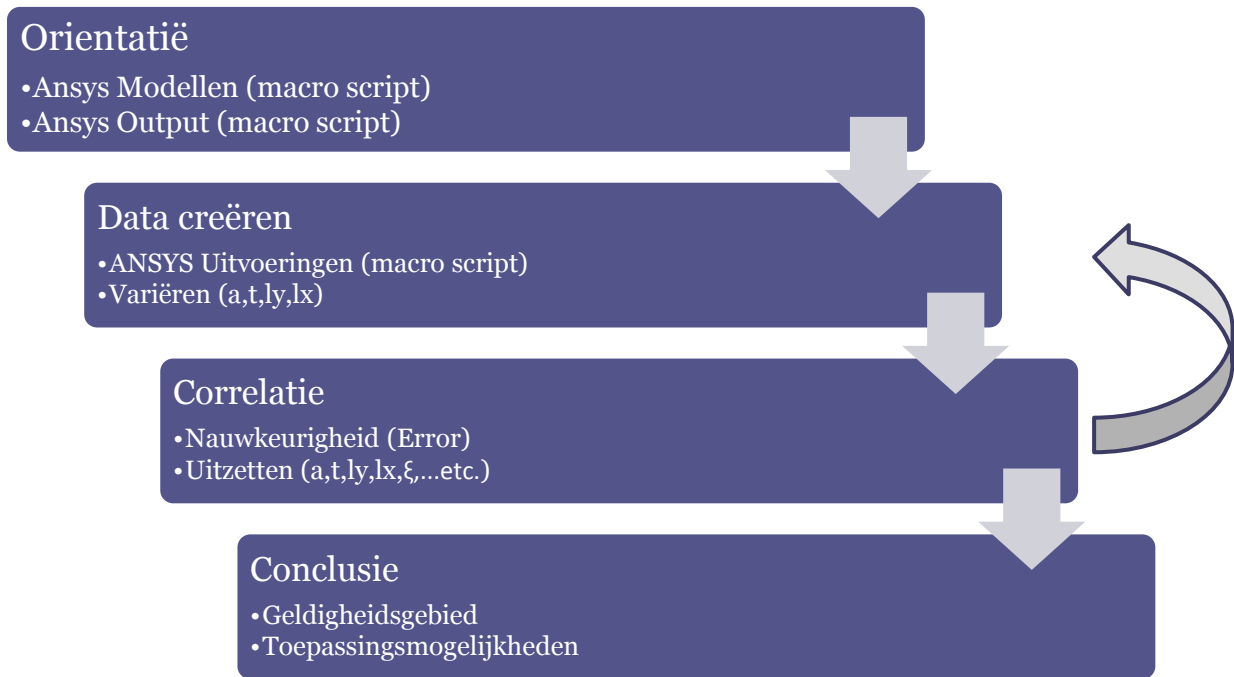
De eenheden van alle (scalair en vector) grootheden zijn in mate van grootte: **N en mm**.

ANSYS wordt gebruikt met behulp van macro scripts, om de parameters te kunnen variëren en het onderzoek sneller kan worden uitgevoerd. Het script moet na iedere verandering van een parameter opnieuw worden uitgevoerd om de output te verkrijgen van een dergelijke parameter samenstelling. De scripts kunt u vinden in 9.3

Het onderzoek zal ook terugkoppelingen ondervinden. Het is namelijk vanaf het begin niet zeker of de resultaten na de eerste uitvoeringen daadwerkelijk gebruikelijk zijn. Dit wordt bij het desbetreffende model genoteerd met indien aanwezig aanpassingen.

Bij opvallende trends worden interessante gebieden nader bekeken en wordt het onderzoeks domein vergroot tot waarden van belang.

Het stroomdiagram illustreert globaal de gang van zaken. Tijdens het onderzoek worden bevindingen meteen geïmplementeerd door middel van terugkoppelingen, om het onderzoek effectiever te laten verlopen.



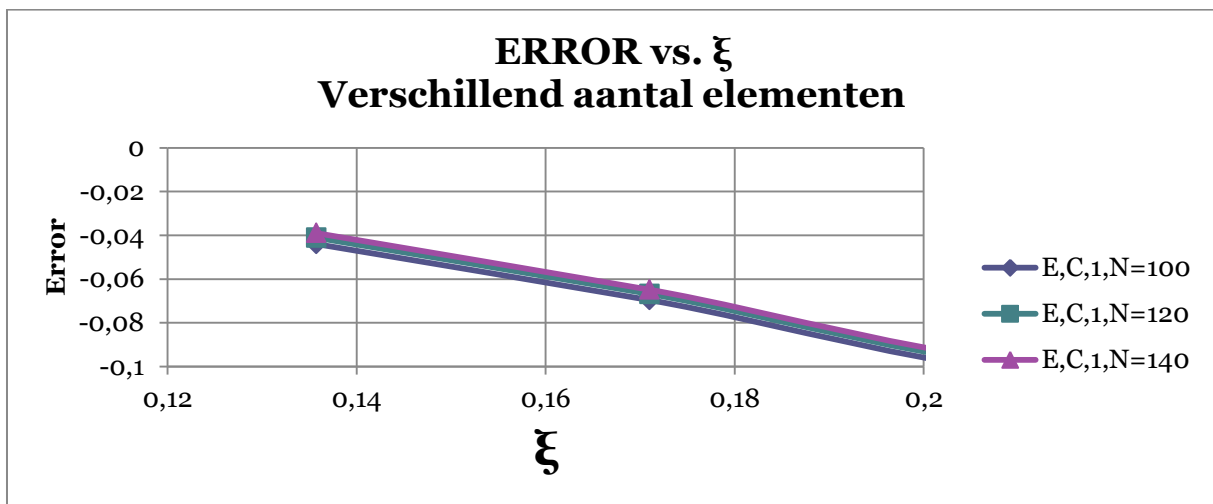
Figuur 2.2: Stroomdiagram procedure onderzoek

2.2 Elementkeuze

Voor het onderzoek wordt het model eerst gecontroleerd op zijn eigen nauwkeurigheid. Het model zal een paar checks ondergaan met de vraag ‘Wat is de invloed van het aantal elementen op de oplossing?’:

- Balkmodel vergelijken met bekende waardes (Dit is een algemene controle) (10.1)
- Convergentie momentwaardes door aantal elementen te variëren. (10.2 en 10.3)

Bij één van de convergentietests wordt een willekeurige variatiereeks opnieuw uitgevoerd waarbij iedere variatie van een parameter het aantal elementen wordt vergroot. In Figuur 2.3 wordt dit weergegeven (ingezoomd):



Figuur 2.3: Ingeklemd – Error vs. ξ , verschillend aantal elementen (ingezoomd).

Alle resultaten van convergentie controles worden meegenomen bij de keuze:

Om de efficiëntie te behouden wordt de maximale tijdsduur van een uitvoering niet langer genomen dan een half minuut. Dit resulteert in ongeveer maximaal aan elementen rond de 100 (per richting).

Voor de soepelheid tijdens het onderzoek wordt ook subjectief een element aantal gekozen wat voor het onderzoek prettig is.

Met beide analyses wordt een aantal van 100×100 (n_x, n_y) = 10000 elementen gebruikt voor het onderzoek.

De snelheid van iedere uitvoering is ook afhankelijk is van de hoeveelheid processorkracht de computer heeft en ook welke (achtergrond) programma's tegelijk bezig zijn. Bovendien, tijdens het onderzoek is gebleken dat hoe meer elementen ANSYS moet uitrekenen, hoe meer spreiding de duur kan hebben van een uitvoering, afhankelijk van de (achtergrond) programma's die op de computer draait op dat moment.

2.3 Nauwkeurigheid en relaties

De error wordt relatief bekeken en is gedefinieerd als:

$$error = \frac{m_{xx,ansys} - m_{xx,Loof}}{m_{xx,ansys}}$$

Met ANSYS als het correct referentiemodel.

Een positieve error houdt in dat de waarde van ANSYS hoger is dan de waarde van Loof.

Aan het begin van het onderzoek is de error, verschil tussen het moment uit de formule van Loof en het moment uit ANSYS, uitgezet tegen de variërende parameter en verhouding. Het bleek echter beter om de error tegen de dimensie loze parameter ξ uit te zetten en het blijkt dat de grafieken goed over elkaar vallen dat één karakteristieke trend eruit te halen is. In de aparte hoofdstukken waar de resultaten worden gepresenteerd worden deze grafieken besproken.

Andere uitzettingen zijn, indien gecreëerd, in de bijlagen toegevoegd.

De error heeft in de legenda van de grafieken de volgende notatie (E indiceert de error):

E,>randvoorwaarde<,>desbetreffende moment<,'overige informatie'.

Randvoorwaarden: C = Clamped (ingeklemd) en H = Hinged (scharnierend)

Bijvoorbeeld:

E,H,MMIN,L = 10

3. Model: Ingeklemd

Dit model is aan alle randen ingeklemd ($UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ$) = 0. Alle resultaten kunt u raadplegen in de bijlages en data files. De data is gecreëerd door middel van ANSYS. In bijlage 9.2 kunt u de benodigde commando's raadplegen.

In hoofdstuk 3.1 wordt de a/t verhouding bekeken.

In hoofdstuk 3.2 wordt de a/l verhouding bekeken.

In hoofdstuk 3.3 wordt de ly/lx verhouding bekeken, waarbij de ly wordt gevarieerd.

In hoofdstuk 3.4 wordt de ly/lx verhouding bekeken, waarbij de ly wordt gevarieerd.

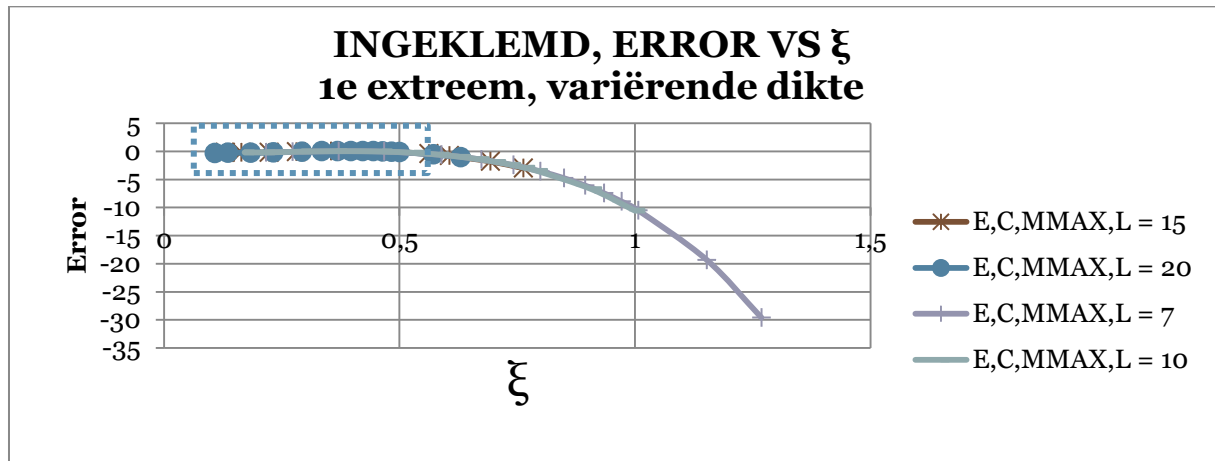
In hoofdstuk 3.5 wordt de momentenverdeling bekeken.

In hoofdstuk 3.6 wordt alles op een rij gezet en een conclusie getrokken.

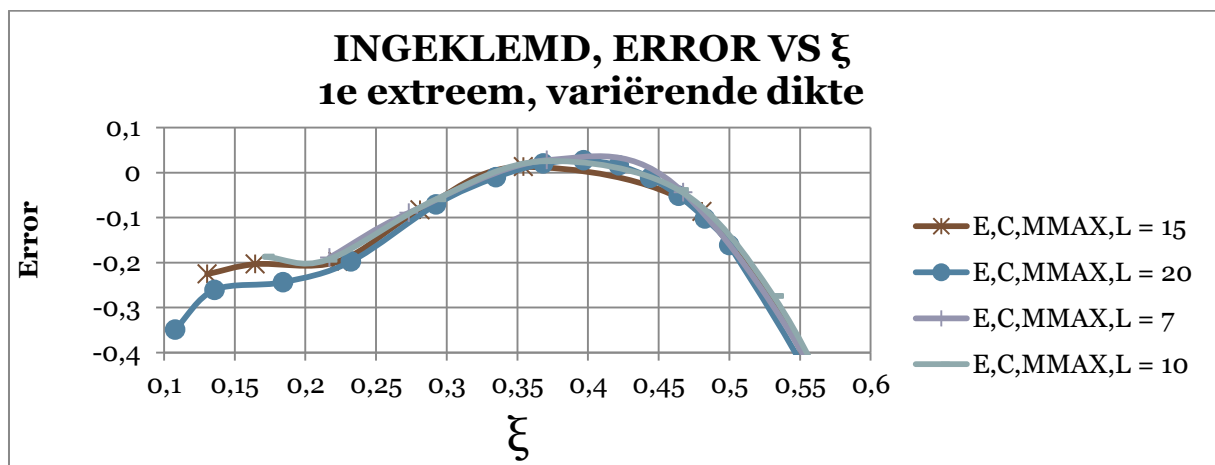
3.1 Ingeklemd: Kromtestraal-Dikte (A/T)

In deze paragraaf wordt de a/t verhouding bekeken. Om deze verhouding te variëren wordt de straal constant gehouden en de dikte gevarieerd. De straal is 50 m en de dikte wordt gevarieerd voor verschillende lengtes. In de legenda is aangegeven wat de a/l verhouding is bij die kromme.

In Figuur 3.1, is de uitzetting tussen de error en ξ gegeven voor het inklemmingsmoment (1^e extreem):



Figuur 3.1: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende dikte



Figuur 3.2: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende dikte (ingezoomd)

Ook is een benaderde trendlijn toegevoegd.

De grafieken van iedere genomen A/L verhouding vallen goed over elkaar heen tussen bepaalde ξ waarden. Bij een bepaalde minimale ξ , vindt er een vertakking plaats (ong. $\xi = 0,22$). De volgende gebieden kunnen worden gedefinieerd:

Een algemeen veilig domein met een onnauwkeurigheid van maximaal -20% (aflezen):

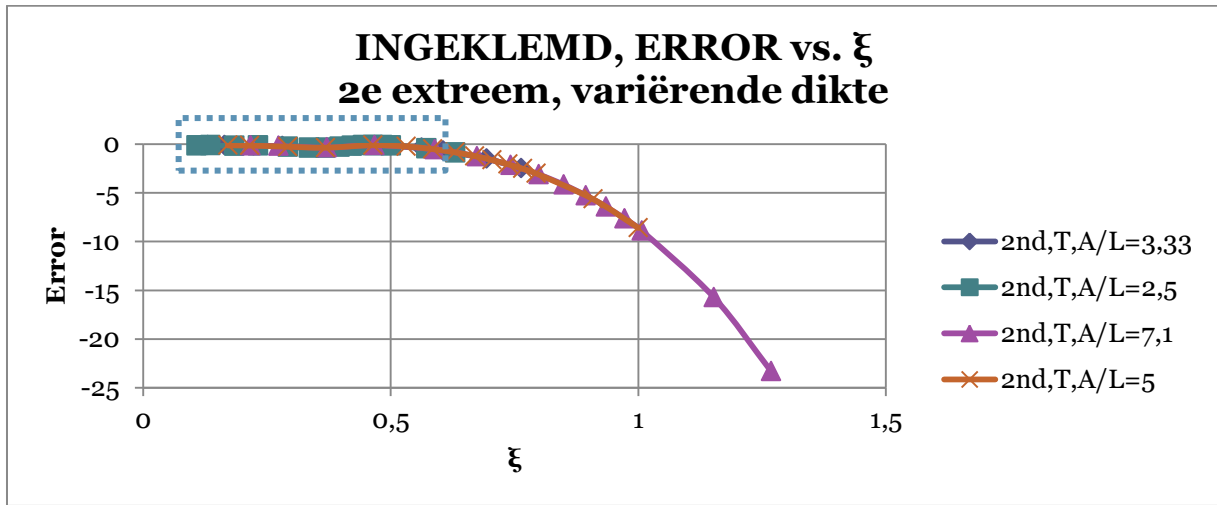
$$0,22 < \xi < 0,52$$

In dit domein is ook bij bepaalde ξ de error positief, maximaal ongeveer +3%.

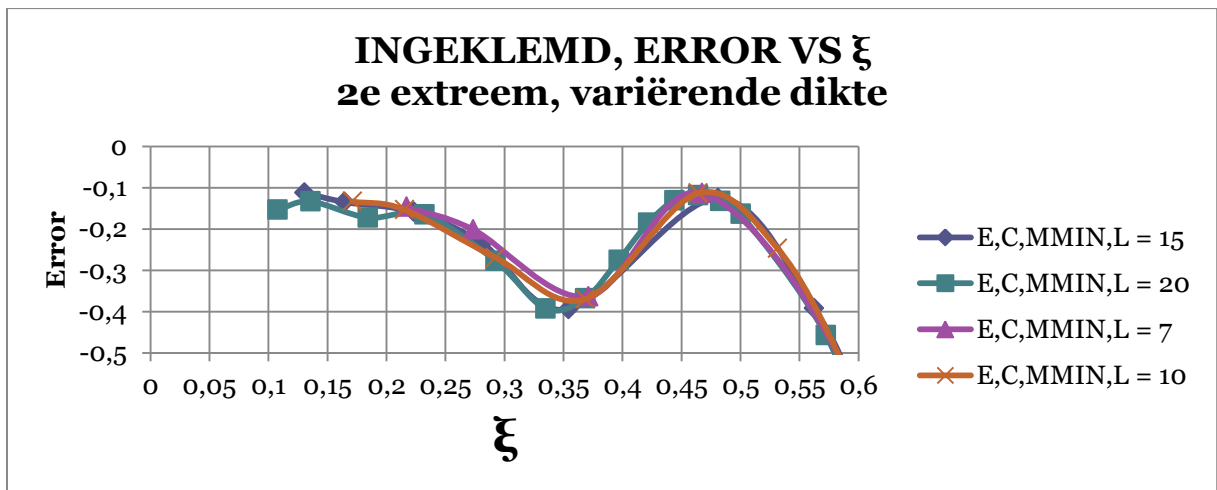
Voor een moment waarde met een afwijking van maximaal +3% (kortom, boven de waarde van Loof):

$$0,33 < \xi < 0,43$$

In Figuur 3.3 is de uitzetting tussen de error en ξ gegeven voor het 2^e extreem:



Figuur 3.3: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende dikte



Figuur 3.4: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende dikte (ingezoomd)

De grafieken van iedere genomen A/L verhouding vallen over elkaar heen.

Net als het 1^e extreem, worden domeinen gedefinieerd (aflezen).

Een veilig domein met een afwijking van maximaal -40%:

$$0,15 < \xi < 0,56$$

Voor een afwijking van maximaal -20%:

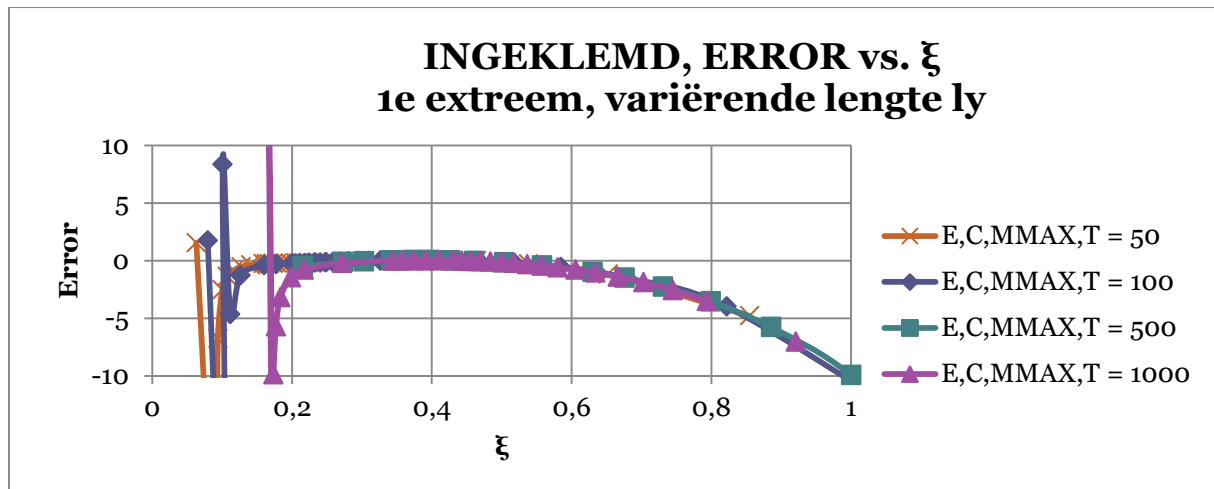
$$0,15 < \xi < 0,26 \wedge 0,42 < \xi < 0,51$$

Hier valt de error niet aan de positieve kant.

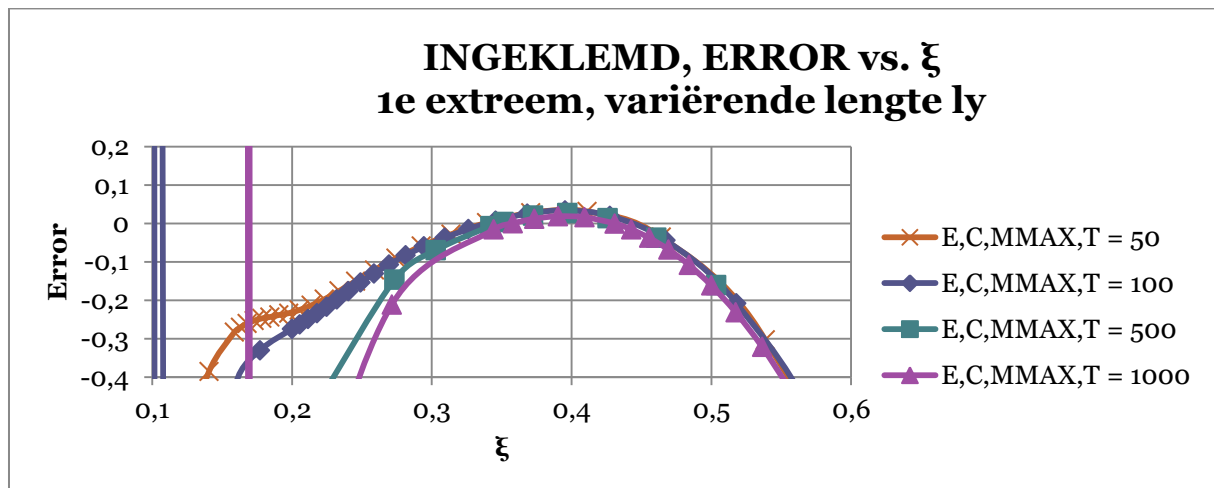
3.2 Ingeklemd: Kromtestraal-Lengte(A/L)

In deze paragraaf wordt de a/l verhouding bekeken. Hier wordt de a/l (of a'/ly) verhouding bekeken. Om deze verhouding te variëren wordt de straal constant gehouden en de lengte gevarieerd. De straal is 50 m en de lengte wordt gevarieerd voor verschillende diktes. In de legenda is aangegeven wat de a/t verhouding is bij die kromme. Het model wordt vierkant gehouden ($ly=lx$).

In Figuur 3.5 en Figuur 3.6 (ingezoomd) is de uitzetting tussen de error en ξ gegeven voor de 2^e extreem.



Figuur 3.5: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly



Figuur 3.6: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)

De grafieken van iedere genomen A/T verhouding vallen over elkaar heen tussen bepaalde waarden. Bij een bepaalde minimale ξ , vindt er een vertakking plaats (ong. $\xi = 0,28$). De volgende gebieden kunnen worden gedefinieerd:

Een algemeen veilig domein met een onnauwkeurigheid van respectievelijk maximaal -40% en -20%:

$$0,23 < \xi < 0,56$$

$$0,27 < \xi < 0,51$$

Net als bij het variëren van de dikte (Figuur 3.2), kan de error ook positief zijn.

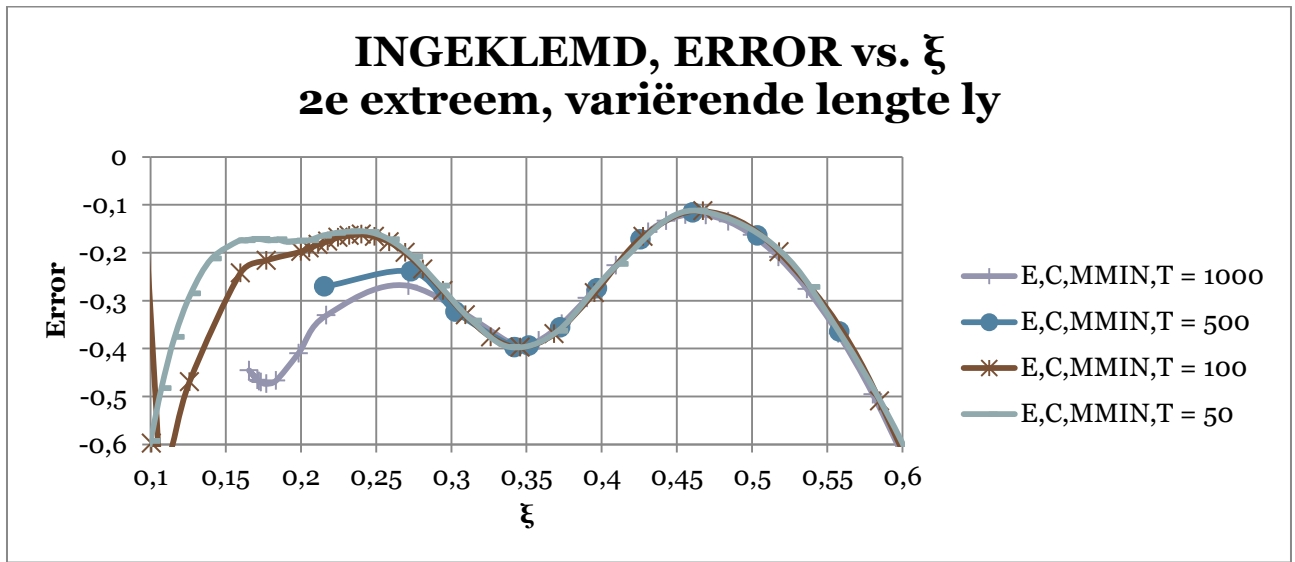
Voor een moment waarde met een afwijking van +3%:

$$0,3 < \xi < 0,49$$

Opvallend zijn de enorme veranderingen die plaatsvinden bij $\xi < 0,2$. De oorzaak hiervan is dat de momenten rond deze waarde afnemen naar nul en worden daarna negatief (andere richting).

In Figuur 3.5 is dit oscillerende effect zichtbaar.

In Figuur 3.7 is de uitzetting tussen de error en ξ gegeven voor het 2^e extreem:



Figuur 3.7: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende lengte (ingezoomd)

De grafieken van iedere genomen A/T vallen voor een groot deel over elkaar. De vertakking wordt als beperking gezien en kan worden beschouwd als een minimale grens voor het domein.

De volgende gebieden kunnen worden gedefinieerd:

Een algemeen domein met een afwijking van -40%:

$$0,21 < \xi < 0,56$$

Voor een afwijking van maximaal -20%:

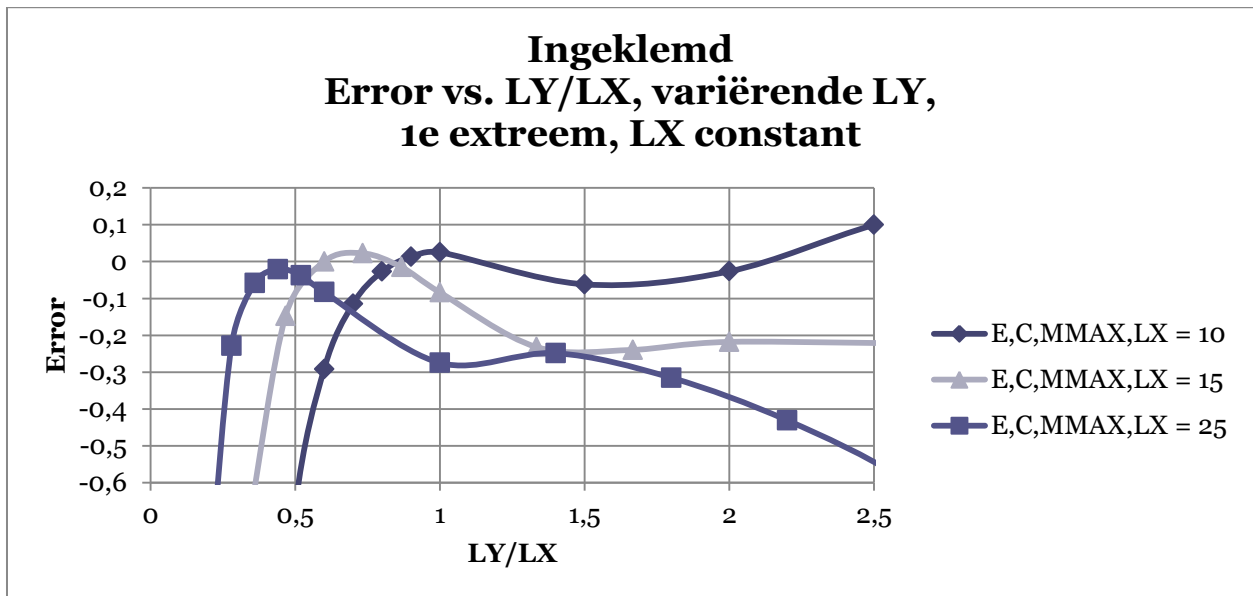
$$0,42 < \xi < 0,51$$

Hier valt de error niet aan de positieve kant.

3.3 Ingeklemd: LY/LX (LY)

In deze paragraaf wordt de Ly/Lx verhouding bekeken. Hier wordt de ly/lx of l/lx verhouding bekeken. Om deze verhouding te variëren wordt de straal, dikte en lx constant gehouden. De straal is 50 m, dikte 0,1 m en de lengte ly wordt gevarieerd voor verschillende lx . In de legenda is aangegeven wat de lengte lx is bij die kromme.

In Figuur 3.8 is het verband tussen de error en ly/lx gegeven voor het 1^e extreem (MMAX).



Figuur 3.8: Ingeklemd - Error vs. LY/LX , eerste extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)

De grafieken tonen een spreiding aan voor verschillende lx , maar hebben wel een soortgelijke trend. Het is mogelijk om een gebied te definiëren waarbij een bepaald onnauwkeurigheidsmarge wordt aangehouden. Helaas is er geen vast verband te vinden met tussen de error en LY/LX , net zo als de a/t en a/l verhoudingen.

Een domein kan bepaald worden met een afwijking van respectievelijk -60% en -40% (beide tot max +3%)

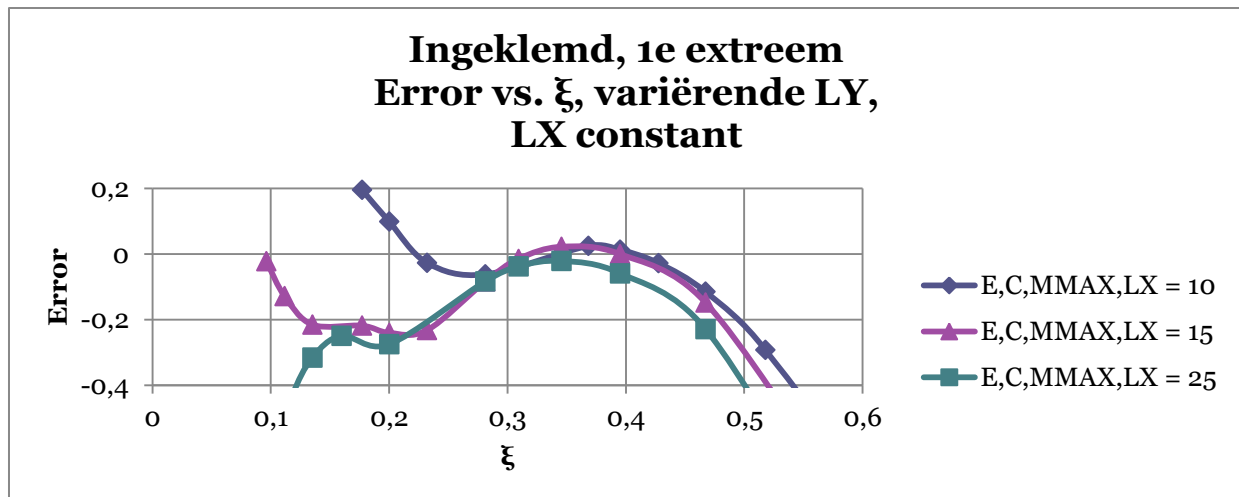
$$0,5 < LY/LX < 2,5$$

$$0,6 < LY/LX < 2$$

Nadeel is dat dit gebaseerd is op een beperkt aantal modellen. Het kan zijn dat dit niet kan kloppen.

De error kan ook worden uitgezet tegen de ξ .

In Figuur 3.9 is het verband tussen de error en ξ gegeven voor het 1^e extreem (MMAX).



Figuur 3.9: Ingeklemd - Error vs. ξ , eerste extreem, variërende lengte ly(ingezoomd)

De grafieken vallen over elkaar heen vanaf een minimum waarde.

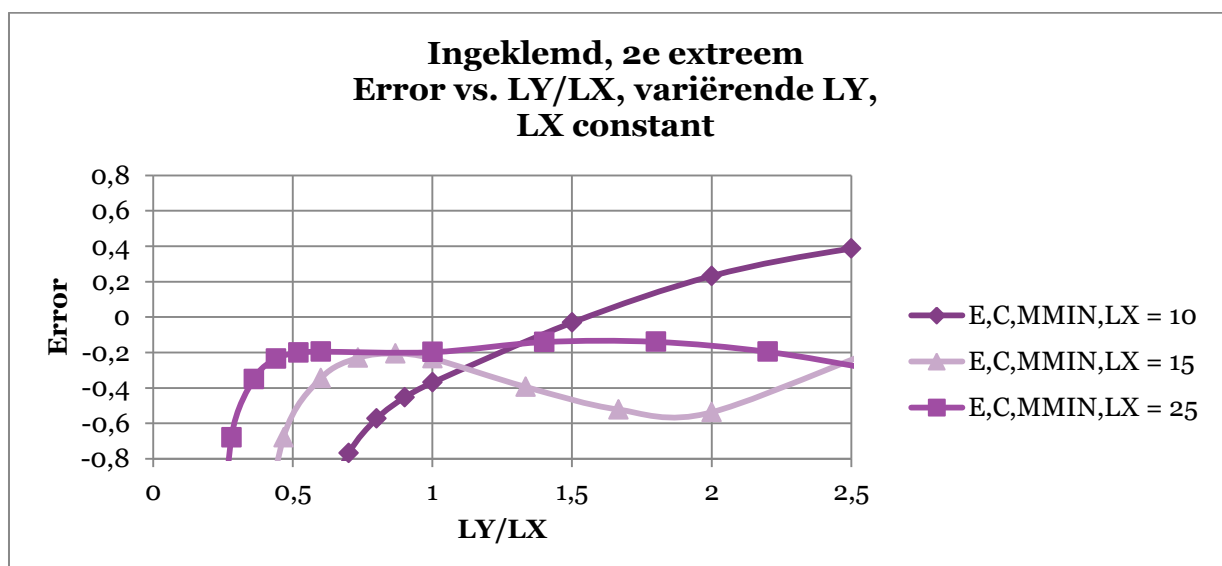
Een algemeen veilig domein met een nauwkeurigheid van -20% en -10 (beide tot +3%):

$$0,22 < \xi < 0,47$$

$$0,28 < \xi < 0,42$$

Dit komt overeen met het domein bij de a/l verhouding (Figuur 3.6 en Figuur 3.7)

In Figuur 3.10 is het verband tussen de error en LY/LX gegeven voor het 2^e extreem (MMIN).



Figuur 3.10: Ingeklemd - Error vs. LY/LX, tweede extreem, variërende lengte ly(ingezoomd)

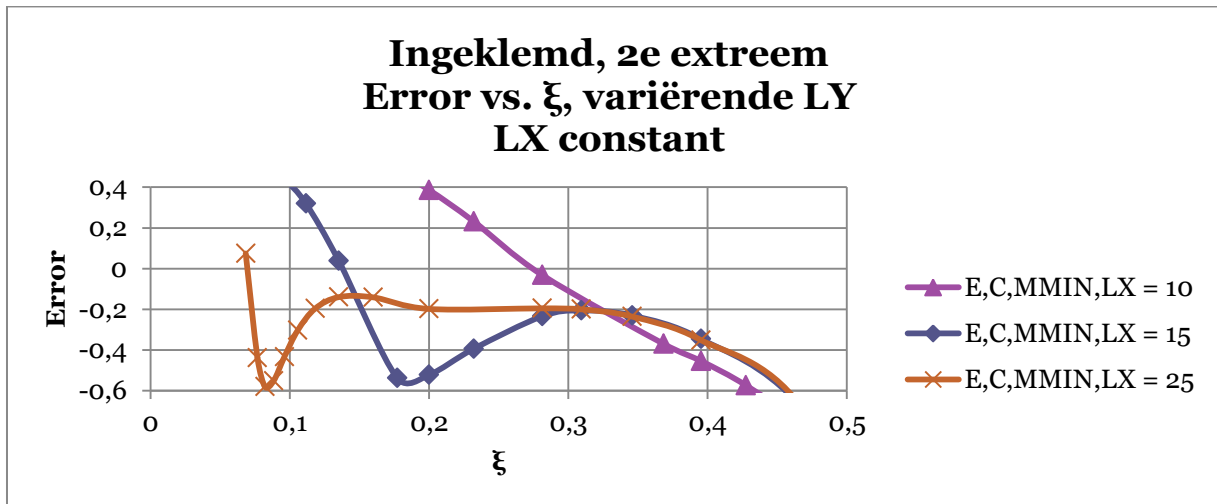
De grafieken tonen een spreiding aan voor verschillende lx. Het is mogelijk om een grof gebied te definiëren waarbij een bepaald onnauwkeurigheidsmarge wordt aangehouden. Helaas is er geen vast verband te vinden tussen de error en LY/LX, net zo als de a/t en a/l verhoudingen.

Een domein kan bepaald worden met een afwijking van respectievelijk $\pm 60\%$ tot 40% en -40% :

$$0,6 < LY/LX < 2,5$$

$$1 < LY/LX < 1,5$$

In Figuur 3.11 is het verband tussen de error en ξ gegeven voor het 2^e extreem (MMIN).



Figuur 3.11: Ingeklemd - Error vs. ξ , tweede extreem, variërende lengte ly (ingezoomd)

De grafieken komen overeen bij een minimum waarde. De vertakking wordt als beperking gezien en beschouwt als een minimale grens (bij -40%)

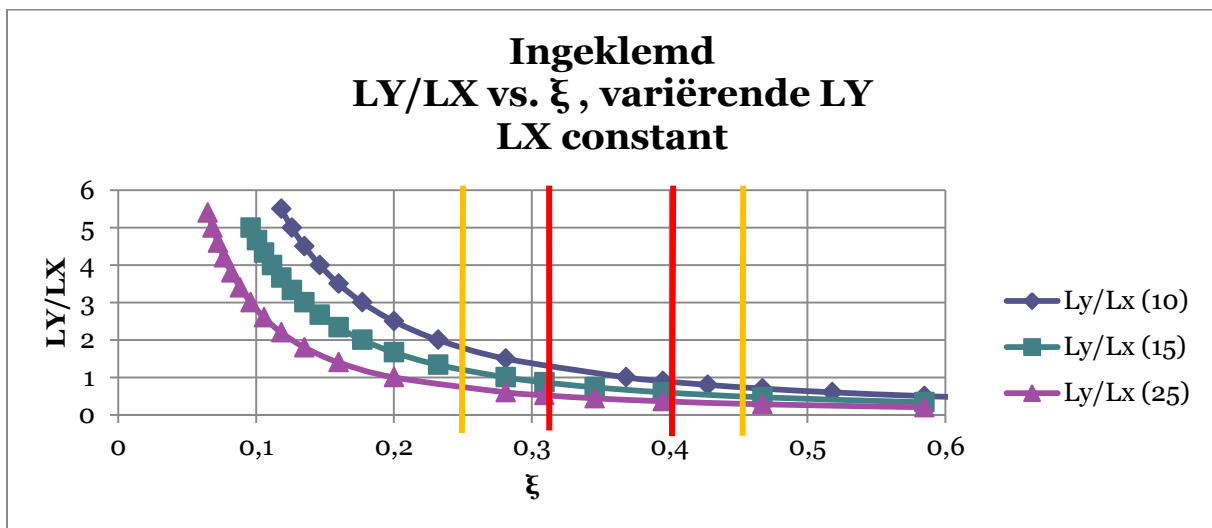
Een algemeen veilig domein met een nauwkeurigheid van -60% tot 40% en -40% :

$$0,2 < \xi < 0,42$$

$$0,32 < \xi < 0,4$$

Deze domeinen worden uitgezet in Figuur 3.12.

In Figuur 3.12 is de ly/lx uitgezet tegen de ξ .



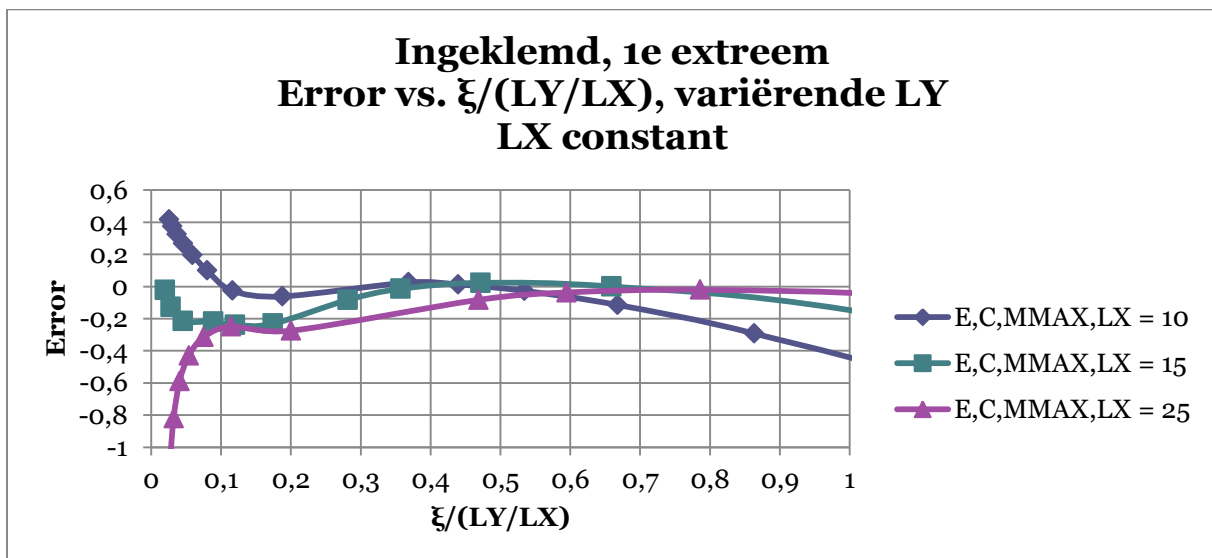
Figuur 3.12: Ingeklemd – LY/LX vs. ξ , variërende lengte ly

In de grafiek zijn ook de grenzen uitgezet van het domein bepaald hiervoor. De waardes komen ongeveer overeen met het ly/lx domein die hiervoor zijn bepaald.

De gele lijn geven de grenzen aan voor het 1^e extreem. De rode lijn geven de grenzen aan voor het 2^e extreem.

Het blijkt dat de error toch nog afhankelijk is van een samenstelling van de geometrische parameters

In Figuur 3.13 is de error uitgezet tegen $\xi/(LY/LX)$.



Figuur 3.13: Ingeklemd – Error vs. $\xi/(LY/LX)$, eerste extreem, variërende lengte ly

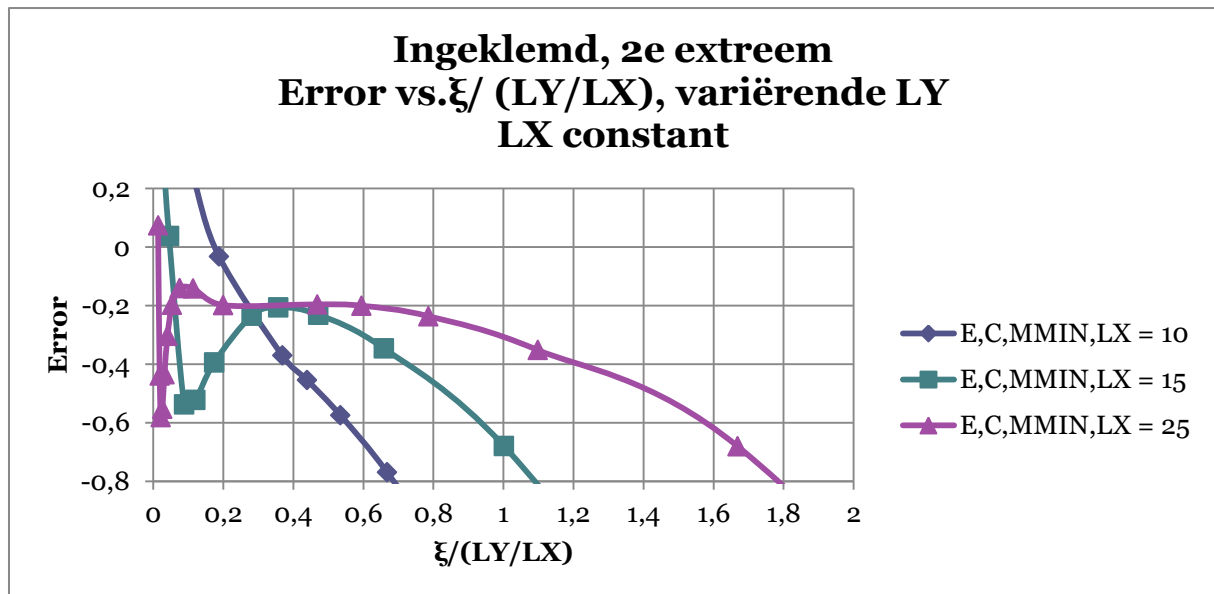
De grafieken vallen meer over elkaar heen dan de voorgaande grafieken. Uit dit resultaat kunnen domeinen worden bepaald afhankelijk van de parameter ξ .

Voor een maximale afwijking van -40% respectievelijk -20%:

$$0,11 < \frac{\xi}{\left(\frac{ly}{lx}\right)} < 0,92 \rightarrow \frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11}$$

$$0,3 < \frac{\xi}{\left(\frac{ly}{lx}\right)} < 0,75 \rightarrow \frac{\xi}{0,75} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,3}$$

In Figuur 3.13 is de error uitgezet tegen $\xi / (LY/LX)$ voor het 2^e extreem.



Figuur 3.14: Ingeklemd – Error vs. $\xi / (LY/LX)$, tweede extreem, variërende lengte ly

De grafieken vallen minder goed over elkaar vergeleken met het inklemmingsmoment. Er is ook veel spreiding tussen de grafieken.

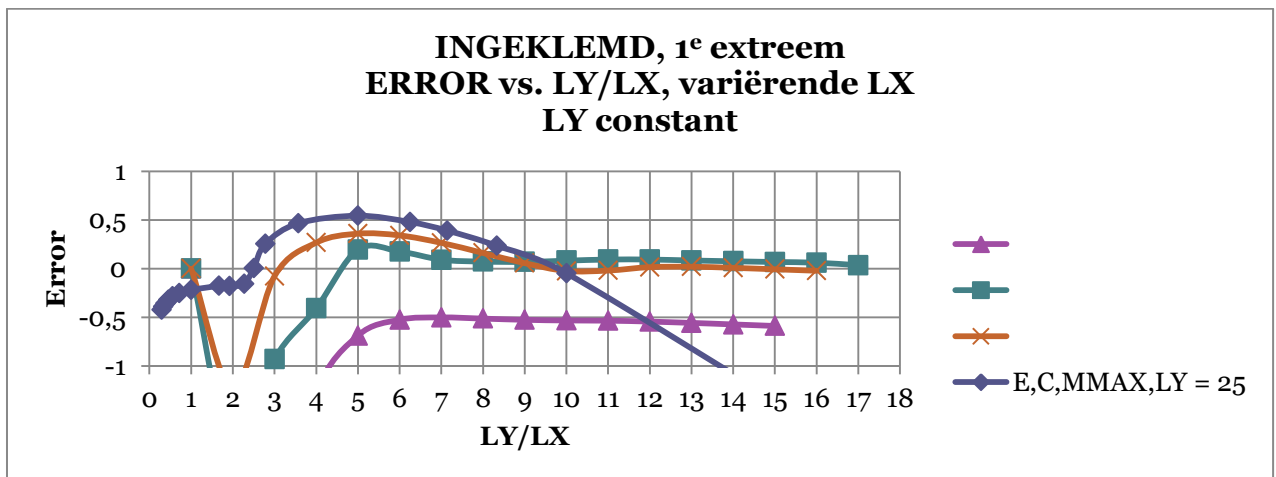
Voor het veldmoment (2^e extreem) is er geen domein bepaald.

3.4 Ingeklemd: LY/LX (LX)

In deze paragraaf wordt de Ly/Lx verhouding bekeken. Hier wordt de ly/lx verhouding bekeken, waarbij de lx wordt gevarieerd, de rest blijft constant. De straal is 50m, dikte is 0,1 m. In de legenda is aangegeven wat de lengte Ly is bij die kromme.

Deze variatieprocedure verschilt met die van de andere, vanwege alle parameters en alle verhoudingen constant blijft behalve 1 parameter, lx .

In Figuur 3.15 is het verband tussen de error en ξ gegeven voor het 1^e extreem (MMAX).



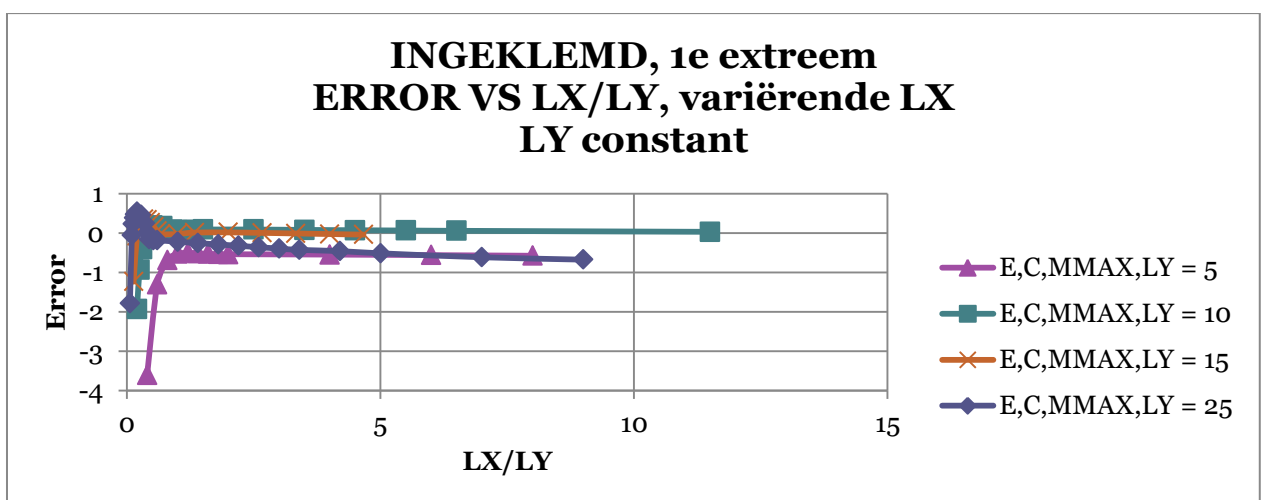
Figuur 3.15: Ingeklemd – Error vs. ly/lx , eerste extreem, variërende lengte lx

De grafieken geven een onafhankelijk verband aan en verschilt veel van elkaar qua afwijking. Een domein definiëren is niet mogelijk.

Bij het 2^e extreem is er ook een dergelijk verband gevonden (Error vs. ly/lx).

Het valt wel op dat de grafieken bij een constante waarde hangen rond $ly/lx = 1$ en lager.

In Figuur 3.16 is het verband tussen de error en lx/ly gegeven voor het 1^e extreem (MMAX)

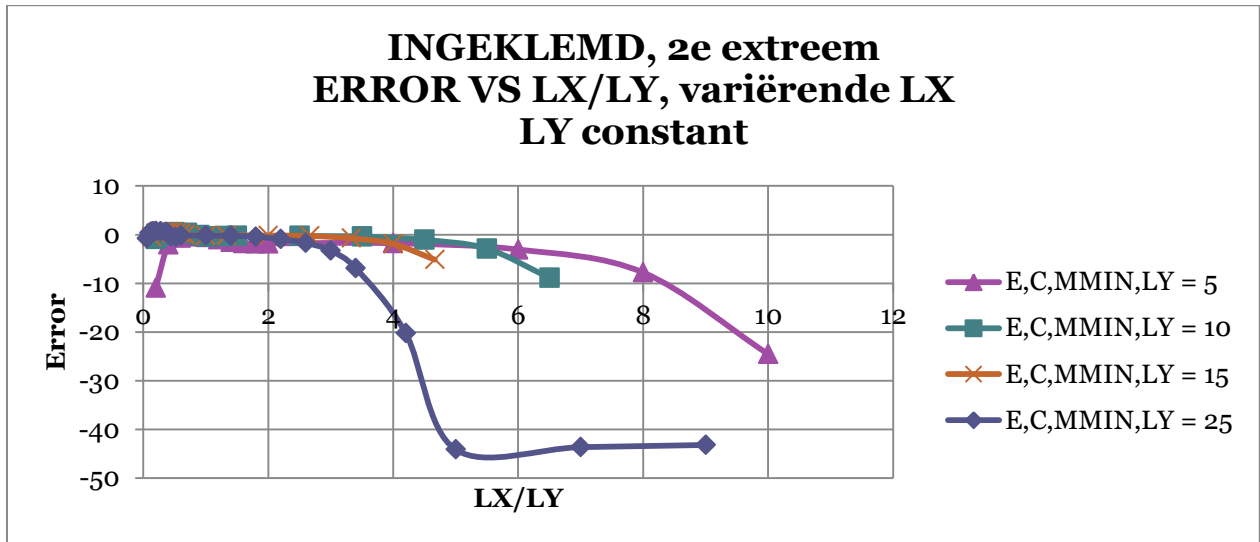


Figuur 3.16: Ingeklemd – Error vs. lx/ly , eerste extreem, variërende lengte lx

Het inklemmingsmoment benadert een maximale afwijking. Uit dit resultaat kan worden geconstateerd dat het inklemmingsmoment niet groter wordt als de lengte van de zijrand langer wordt ten opzichte van de referentierand, mits die referentierand constant blijft.

De maximale error verschilt per model. Er is geen verband gevonden tussen de maximale error en parameters verbonden aan het model.

In Figuur 3.17 is het verband tussen de error en l_x/l_y gegeven voor het 2^e extreem (MMIN).



Figuur 3.17: Ingeklemd – Error vs. l_x/l_y , tweede extreem, variërende lengte l_x

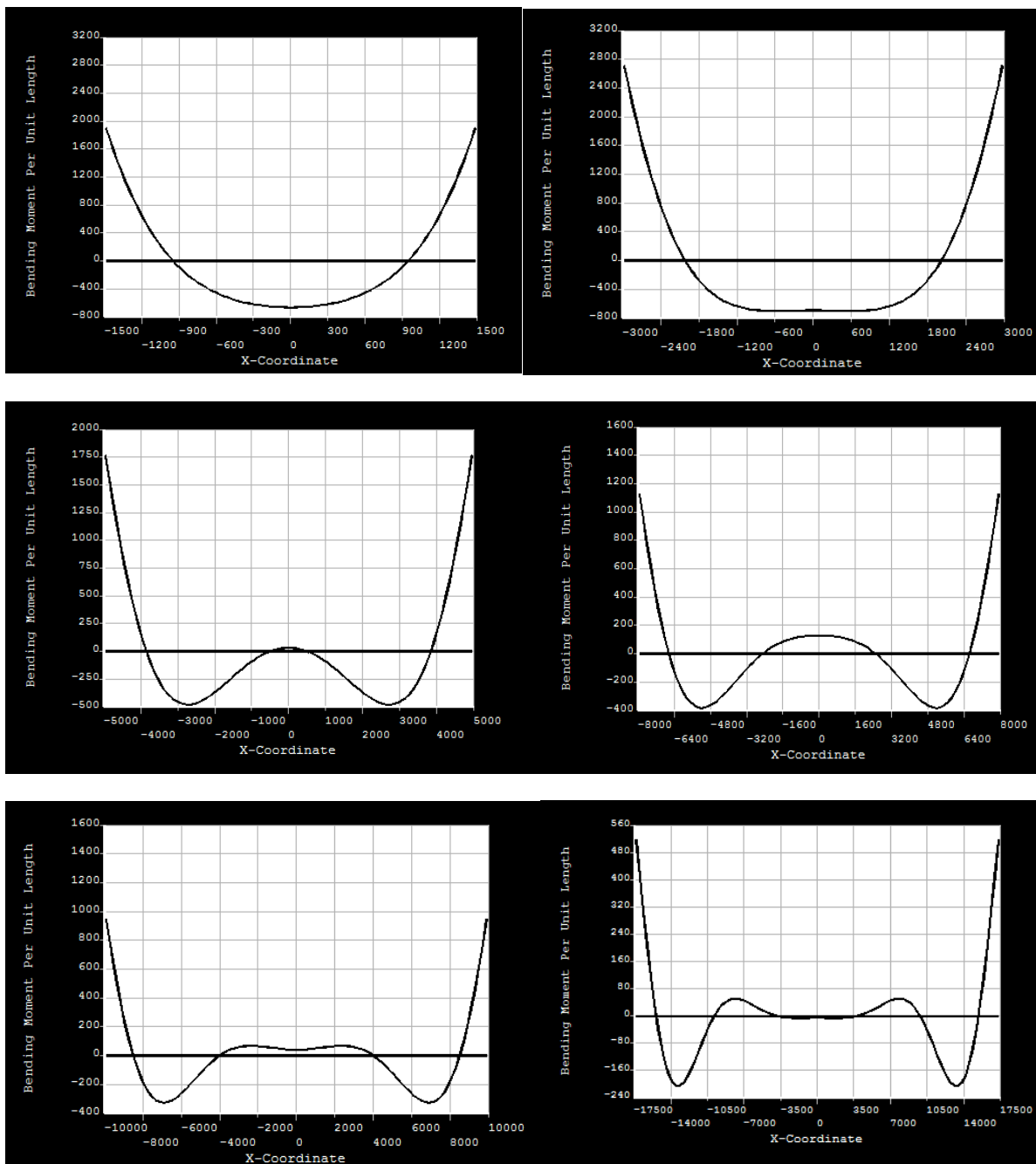
Het veldmoment heeft ten opzichte van het inklemmingsmoment geen vast verband als de lengte van de zijrand groter wordt. De error kan ook heel groot worden (bijna -5000%), afhankelijk van je parameters.

3.5 Ingeklemd: Momentenverdeling

Hoe zit het met de momentenverdeling bij de ingeklemde randen? De volgende figuren laten globaal de verandering zien tijdens het variëren van een parameter. Het moment $\left[\frac{Nmm}{mm}\right]$ is uitgezet tegen de x-coördinaat over de zijrand lx. De grafieken zijn gemaakt met ANSYS. In hoofdstuk 9.2 staan de benodigde commando's om een dergelijke grafiek te maken.

Bij deze uitvoering wordt de a/l verhouding bekeken → lengte ly variëren. De straal is 50 m, dikte is 0,1 m en lx = ly.

Ze hebben een lengte in meters van respectievelijk: 3, 6, 10, 16, 20 en 35. Vanwege de variërende lengte, is het domein van de x-as bij elke grafiek anders.



De figuren gaan vanaf de bovenste rij, links naar rechts en dan de de volgende rij, links naar rechts etc.

Ze hebben een lengte in meters van respectievelijk: 3, 6, 10, 16, 20 en 35. Vanwege de variërende lengte, is het domein van de x-as bij elke grafiek anders.

De verdeling kan in 3 fasen worden verdeeld:

- De schaal werkt bijna als een plaat en heeft een soortgelijke verdeling als de momentenverdeling van een plaat of ligger (vergeet me nietje)
- Er ontstaat een top in het midden, waardoor een minimale extreme verschijnt en een extra maxima in het midden. De momenten aan de randen worden kleiner.
- Er ontstaat een dal in de top in het midden. Deze dal werkt dempend en uiteindelijk splitst de grafiek door midden.

Dit fenomeen is ook zichtbaar bij het variëren van de dikte, maar dan andersom (van kleine naar hoge dikte). Een toename in de lengte zorgt voor een afname in de parameter ξ . Bij toename van de dikte werkt het andersom. Dit is ook te zien in de formule van Loof.

In Tabel 3.1 zijn de error waardes gegeven met de lengtes die bij de grafieken horen:

Tabel 3.1: Lengte l_y met de error en invloedslengte voor $a=50$ m, $t = 0,1$

l_y [m]	3	6	10	16	20	35
Error	-4,0080844	-0,2079269	0,025196719	-0,10729414	-0,1979050	-0,41975474
l_i [m]	6,289	7,923	9,394	10,988	11,836	14,263

Uit de gegevens blijkt ook als de momentenverdeling een dempende sinusoïde voorstelt (bij bepaalde lengtes), de onnauwkeurigheid kleiner is dan bij andere lengtes. Hoewel deze uitspraak niet klopt na een bepaalde lengte. De reden hiervoor is dat de straal en dikte constant blijft en de parameter ξ te groot wordt.

De invloedslengte neemt ook toe, maar langzamer dan de toename van de lengte. Er is gekeken naar de verhouding tussen de invloedslengte en de lengte van de zijrant (l_x , wat nu ook l_y is). De kleinste error is al bereikt, voordat de grafieken als het waren uit elkaar groeien (dus de zijrand is veel langer dan de invloedslengte).

Bij bovenstaande grafieken was dit bij ongeveer $l_y = l_x = 30$ m.

In bijlage D (hoofdstuk 12) zijn dergelijke variaties van parameters geïllustreerd met hun momentenverdeling.

3.6 Conclusie: Inklemming

Uit voorgaande paragrafen werd een mogelijk domein bepaald voor ieder bekeken verhouding (één variërende variabele). Ze worden hier op een rij gezet met bijbehorende maximale onnauwkeurigheid.

1 ^e extreem:		Onnauwkeurigheid
a/t:	$0,22 < \xi < 0,52$	-20%
	$0,33 < \xi < 0,43$	+3%
a/l:	$0,23 < \xi < 0,56$	-40%
	$0,27 < \xi < 0,51$	-20%
	$0,3 < \xi < 0,49$	+3%
ly/lx:	$0,5 < LY/LX < 2,5$	-60%
	$0,6 < LY/LX < 2$	-40%
	$0,22 < \xi < 0,47$	-20%
	$0,28 < \xi < 0,42$	-10%
	$\frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11}$	-40%
	$\frac{\xi}{0,75} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,3}$	-20%
2 ^e extreem:		Onnauwkeurigheid
a/t:	$0,15 < \xi < 0,56$	-40%
	$0,15 < \xi < 0,26 \wedge 0,42 < \xi < 0,51$	-20%
a/l:	$0,21 < \xi < 0,56$	-40%
	$0,42 < \xi < 0,51$	-20%
ly/lx:	$0,6 < LY/LX < 2,5$	-60% tot 40%
	$1 < LY/LX < 1,5$	-40%
	$0,2 < \xi < 0,42$	-60% tot 40%
	$0,32 < \xi < 0,4$	-40%

De a/t en a/l analyses kunnen samen gevoegd worden om een gezamenlijk domein te bepalen dat geldt voor vierkante hyparschalen (meest beperkte grenzen zijn maatgevend).

Daarnaast zijn de ly/lx domeinen grove benaderingen. Het blijkt dat de zijrand lx wel afhankelijk is van de geometrische parameters. Daarom worden de domeinen, waarbij de ξ waarde de grenzen bepalen, als maatgevend beschouwd. Bij het veldmoment (2^e extreem) is het niet mogelijk geweest om zo'n domein te bepalen.

Uit Figuur 3.16 kan worden geconstateerd dat het inklemmingsmoment een maximale error nadert en ook niet groter wordt als de lengte van de zijrand lx langer wordt, mits de referentierand ly constant blijft. Dit blijkt echter niet te zijn voor het veldmoment (2^e extreem). Een verband tussen de grootte van de onnauwkeurigheid en een specifiek model is niet gevonden.

In tabel Tabel 3.2 en Tabel 3.3 is een overzicht gegeven van de domeinen, uiteindelijk bepaald.

Tabel 3.2: Ingeklemd - Domeinen voor ξ met maximale error.

Maximale onnauwkeurigheid → ξ Randvoorwaarde ↓	-40%	-20%	+3%
Ingeklemd (inklemmingsmoment)	$0,23 < \xi < 0,56$	$0,22 < \xi < 0,52$	$0,33 < \xi < 0,43$
Ingeklemd (veldmoment)	$0,15 < \xi < 0,56$	$0,42 < \xi < 0,51$	-

Tabel 3.3: Ingeklemd - Domeinen voor ly/lx met maximale error.

Maximale onnauwkeurigheid → ly/lx Randvoorwaarde ↓	-60%	-40%	-20%
Ingeklemd (inklemmingsmoment)	$0,5 < LY/LX < 2,5$	$\frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11}$	$\frac{\xi}{0,75} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,3}$
Ingeklemd (veldmoment)	$0,6 < LY/LX < 2,5$ (error tot +40%)	$1 < LY/LX < 1,5$	

Bij Tabel 3.3 kan gebruik worden gemaakt van de ξ domeinen bepaald bij de ly/lx domeinen.

4. Model: Scharnierend

Dit model is aan alle randen scharnierend opgelegd. $(U_X, U_Y, U_Z) = 0$. Alle resultaten kunt u raadplegen in de bijlages en data files.

In hoofdstuk 4.1 wordt de a/t verhouding bekeken.

In hoofdstuk 4.2 wordt de a/l verhouding bekeken.

In hoofdstuk 4.3 wordt de ly/lx verhouding bekeken, waarbij de ly wordt gevarieerd.

In hoofdstuk 4.4 wordt de ly/lx verhouding bekeken, waarbij de ly wordt gevarieerd.

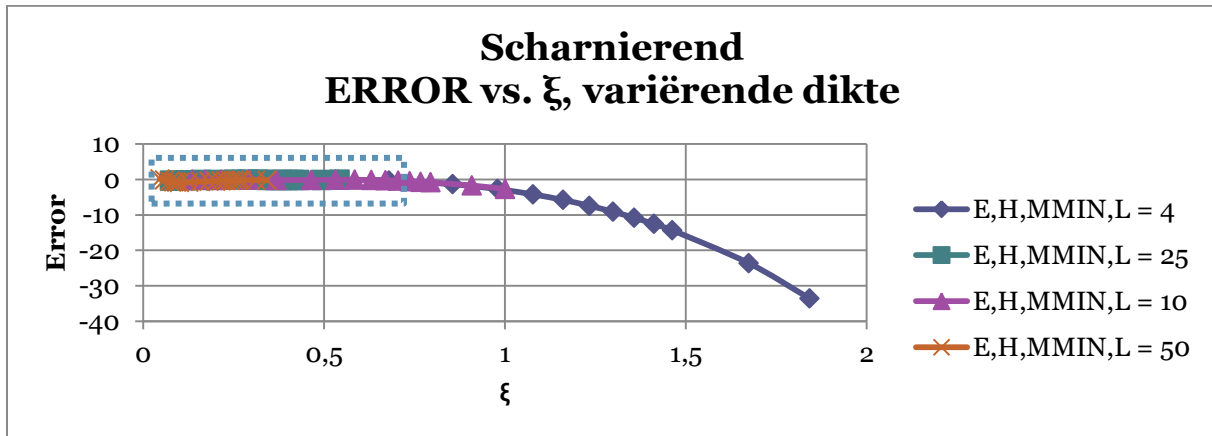
In hoofdstuk 4.5 wordt de momentenverdeling bekeken.

In hoofdstuk 4.6 wordt alles op een rij gezet en een conclusie getrokken.

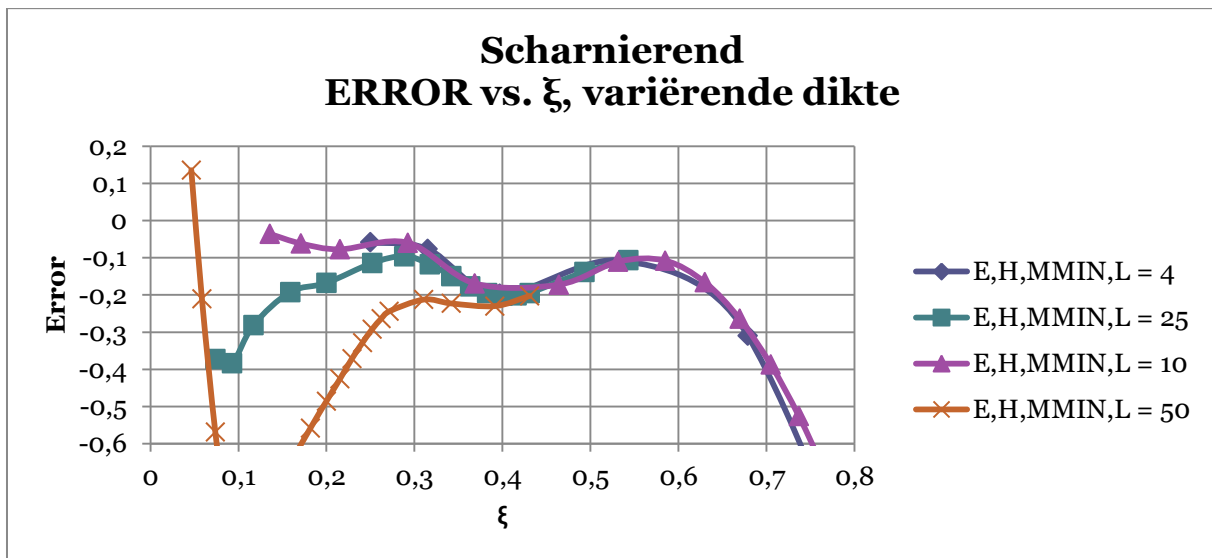
4.1 Scharnierend: Kromtestraal-Dikte (A/T)

In deze paragraaf wordt de a/t verhouding bekeken. Om deze verhouding te variëren wordt de straal constant gehouden en de dikte gevarieerd. De straal is 50 m en de dikte wordt gevarieerd voor verschillende lengtes. In de legenda is aangegeven wat de a/l verhouding is bij die kromme.

In Figuur 4.1 is de uitzetting tussen de error en ξ gegeven voor het grootste veldmoment (1^e extreem) en in Figuur 4.2 is de grafiek ingezoomd.



Figuur 4.1: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende dikte



Figuur 4.2: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende dikte (ingezoomd)

De grafieken van iedere genomen A/T verhouding komen overeen tussen bepaalde waarden. Bij een bepaalde minimale ξ , vindt er een vertakking plaats (ong. $\xi = 0,36$). Er is hier eenmalig voor een zeer groot lengte gekozen (L=50), om te kijken wat voor invloed dit heeft op de Error- ξ verdeling. Praktisch gezien is deze verhouding niet gebruikelijk.

Een algemeen domein met een onnauwkeurigheid van maximaal -40%:

$$0,22 < \xi < 0,7$$

Een domein met een onnauwkeurigheid van maximaal -20%:
(hierbij wordt de grafiek van $L = 50$, verwaarloosd)

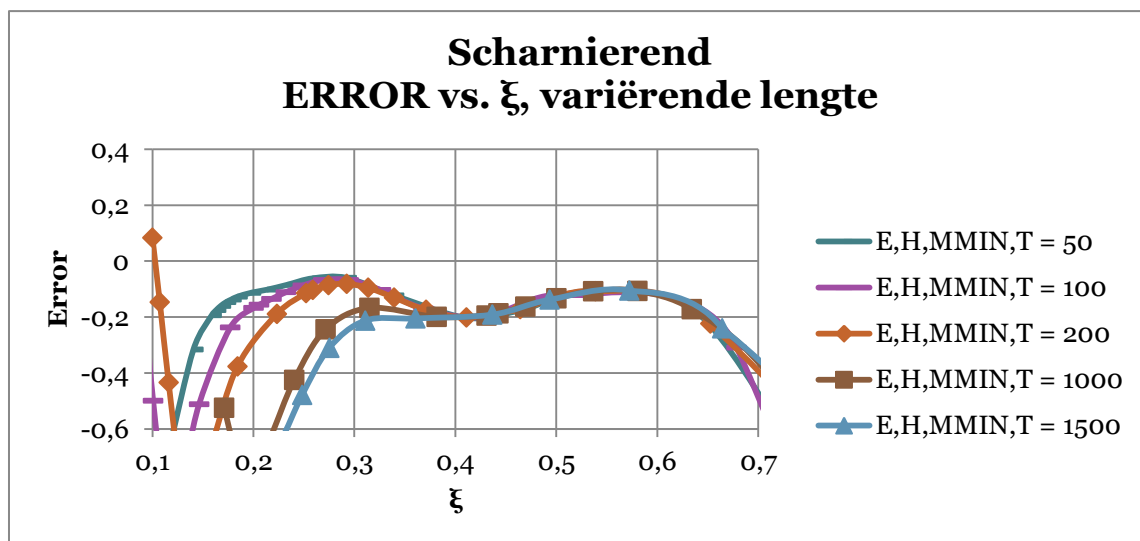
$$0,36 < \xi < 0,63$$

4.2 Scharnierend: Kromtestraal-Lengte(A/L)

In deze paragraaf wordt de a/l (of a/ly) verhouding bekeken. Om deze verhouding te variëren wordt de straal constant gehouden en de lengte gevarieerd. De straal is 50 m en de lengte wordt gevarieerd voor verschillende diktes. In de legenda is aangegeven wat de a/t verhouding is bij die kromme.

Het model wordt vierkant gehouden ($ly=lx$).

In Figuur 4.3 is de uitzetting (ingezoomd) tussen de error en ξ gegeven van het veldmoment (MMIN)



Figuur 4.3: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende lengte (ingezoomd)

De grafieken van ieder genomen A/L verhouding komen overeen tussen bepaalde waarden. Bij een bepaalde minimale ξ , vindt er een vertakking plaats (ong. $\xi = 0,38$). De volgende gebieden kunnen worden gedefinieerd:

Een algemeen domein met een nauwkeurigheid van -40%:

$$0,25 < \xi < 0,68$$

Een algemeen domein met een nauwkeurigheid van -20%:

$$0,36 < \xi < 0,64$$

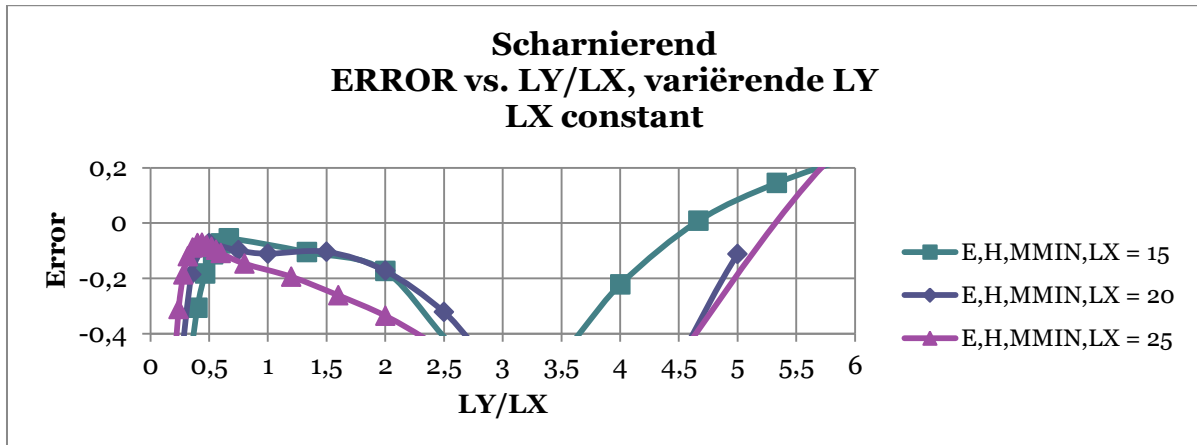
Het oscillerende gedrag komt hier ook in terug bij lagere waarden vanaf de vertakking. Dit is ook te zien in Figuur 3.5.

4.3 Scharnierend: LY/LX (LY)

In deze paragraaf wordt de Ly/Lx verhouding bekeken.

Om deze verhouding te variëren wordt de straal, de dikte en de lengte van de zijrand constant gehouden. De straal is 50 m, de dikte is 0,1 m en de lengte van de referentierand wordt gevarieerd bij verschillende lengte van de zijrand. In de legenda is aangegeven wat lx is bij die kromme.

In Figuur 4.4 is het verband tussen de error en LY/LX gegeven (MMIN).



Figuur 4.4: Scharnierend - Error vs. LY/LX, variërende referentielengte (ingezoomd)

De grafieken tonen een spreiding aan voor verschillende lx, maar hebben wel een soortgelijke trend. Het is mogelijk om een gebied te definiëren waarbij een bepaald onnauwkeurigheidsmarge wordt aangehouden. Helaas is er geen vast verband te vinden met tussen de error en LY/LX, net zo als de a/t en a/l verhoudingen.

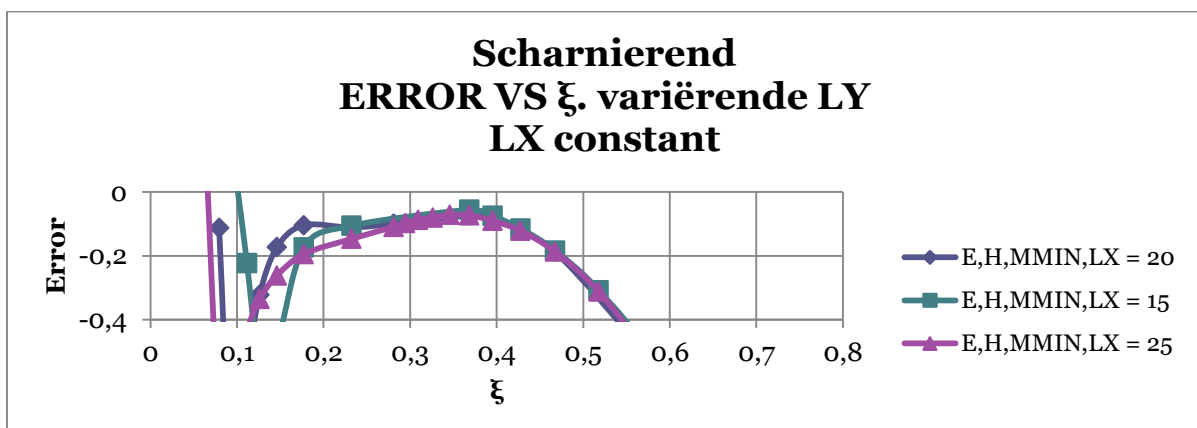
Een domein kan bepaald worden met een afwijking van -40 %

$$0,4 < LY/LX < 2,2$$

Een domein kan bepaald worden met een afwijking van -20 %

$$0,5 < LY/LX < 1,2$$

De error kan ook worden uitgezet tegen de ξ . In Figuur 4.5 is het verband tussen de error en ξ gegeven voor het 1^e extreem (MMIN).



Figuur 4.5: Scharnierend - Error vs. ξ , variërende referentielengte (ingezoomd)

De grafieken komen goed overeen bij een minimum waarde. De vertakking wordt als beperking gezien en beschouwt als een minimale grens.

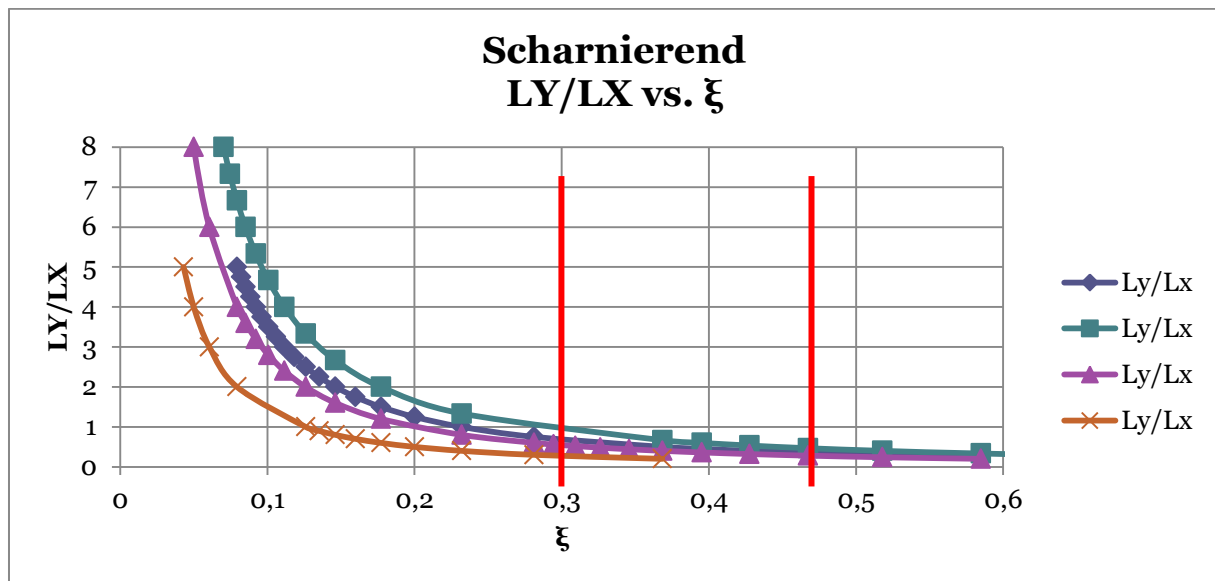
Een domein met een nauwkeurigheid van -40%:

$$0,15 < \xi < 0,54$$

Een domein met een nauwkeurigheid van -20%:

$$0,3 < \xi < 0,47$$

In Figuur 4.6 is de het verband tussen de error en LY/LX gegeven (MMIN).

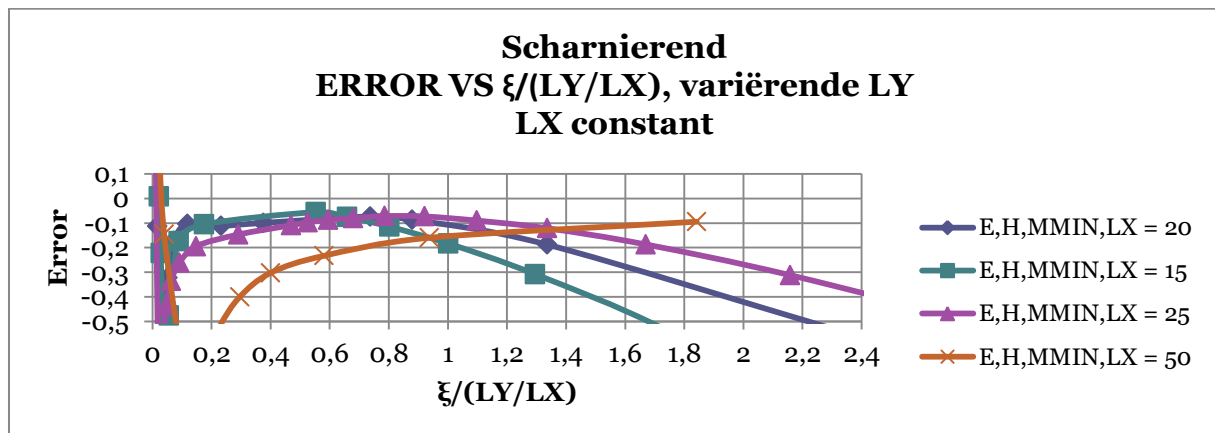


Figuur 4.6: Scharnierend – LY/LX vs. ξ , variërende referentielengte

In de grafiek zijn ook de grenzen uitgezet van het domein bepaald hiervoor. De waardes komen ongeveer overeen met het LY/LX domein die is bepaald.

Het blijkt dat de error toch nog afhankelijk is van een samenstelling van de geometrische parameters

In Figuur 4.7 is de error uitgezet tegen $\xi / (LY/LX)$.



Figuur 4.7: Scharnierend – Error vs. $\xi / (LY/LX)$, variërende referentielengte

De grafieken vallen voor een groot deel over elkaar (behalve $LX = 50$). Net als uit Figuur 3.13 kunnen uit dit resultaat domeinen worden bepaald afhankelijk van de parameter ξ .

Voor een maximale afwijking van -40% respectievelijk -20%:

$$0,28 < \frac{\xi}{\left(\frac{ly}{lx}\right)} < 1,4 \rightarrow \frac{\xi}{1,4} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,28}$$

$$0,7 < \frac{\xi}{\left(\frac{ly}{lx}\right)} < 1 \rightarrow \xi < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,7}$$

4.4 Scharnierend: LY/LX (LX)

In deze paragraaf wordt de ly/lx verhouding bekeken, met lx als de variërende variabele.

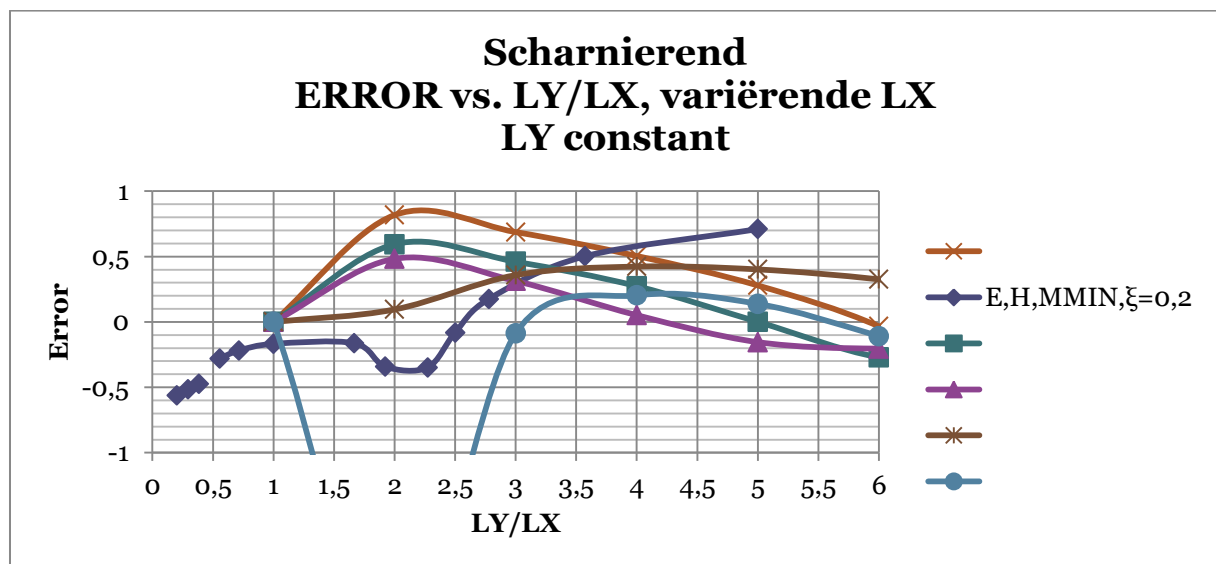
Om deze verhouding te variëren wordt de straal, de dikte en de ly constant gehouden.

De straal is 50 m, de dikte is 0,1 m en de lengte van de zijrand wordt gevarieerd bij verschillende lengte van ly .

Deze variatieprocedure verschilt met die van de andere, vanwege alle parameters en alle verhoudingen constant blijft behalve 1 parameter.

In de legenda is aangegeven wat ξ is bij iedere kromme.

In Figuur 4.8 is het verband tussen de error en LY/LX gegeven (MMIN).



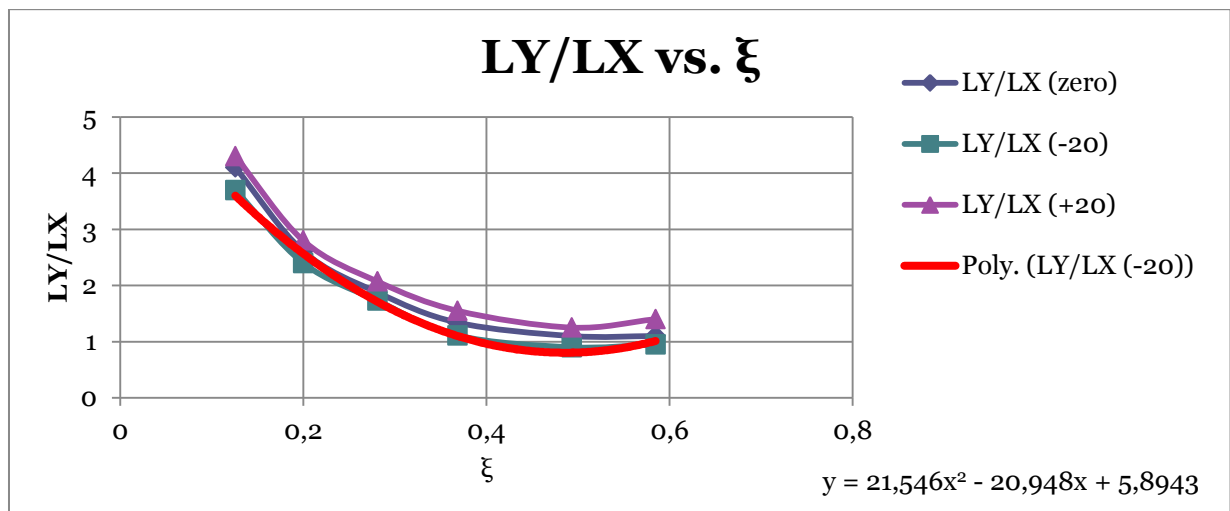
Figuur 4.8: Scharnierend - Error vs. LY/LX, variërende zijrand lengte

De grafieken geven een onafhankelijk verband aan. Direct een domein bepalen door af te lezen is niet mogelijk. Het valt wel op dat iedere kromme wel de x-as ($y=0$) passeert. Dit bracht op het idee om van iedere kromme het snijpunt te bepalen en dit is ook gedaan voor -0,2 en 0,2:

Tabel 4.1: Snijpunt krommen met y waarden in Figuur 4.9

ξ	LY/LX (zero)	LY/LX (-20%)	LY/LX (+20%)
0,1259	4,1	3,7	4,3
0,2	2,61	2,4	2,8
0,281144	1,875	1,73	2,07
0,368403	1,339	1,11	1,55
0,493242	1,1	0,9	1,25
0,584804	1,1	0,95	1,4

In Figuur 4.9 is bovenstaande tabel uitgezet, LY/LX tegen ξ .



Figuur 4.9: Scharnierend – ly/lx vs. ξ , variërende lx, bij verschillende error.

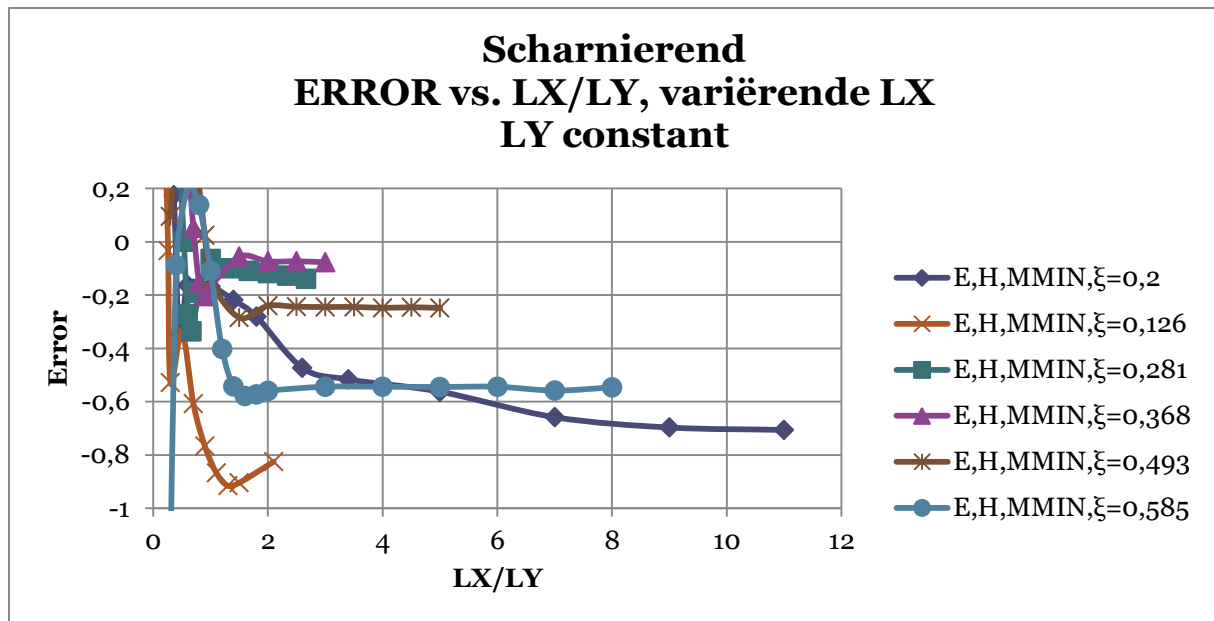
De grafieken hebben een soortgelijke trend. Uit deze grafieken kan een trendlijn opgesteld worden (van de -20% dataset).

$$\frac{ly}{lx} = 21,55 \xi^2 - 20,95 \xi + 5,89$$

Dit geeft een ideaal verband tussen de parameter ξ en de verhouding ly/lx, waarbij de afwijking maximaal ongeveer -20% is.

Het valt wel op in Figuur 4.9 dat de grafieken bij een constante waarde hangen rond ly/lx = 1 en lager.

In Figuur 4.10 is het verband tussen de error en lx/ly gegeven voor het 1^e extreem (MMAX)



Figuur 4.10: Scharnierend –Error vs. l_x/l_y , variërende l_x .

De grafiek komt overeen met Figuur 3.16.

Alle grafieken naderen een maximale error bij toenemende lengte van de zijrand l_x , behalve bij $\xi = 0,126$ (hier is niet verder gekeken).

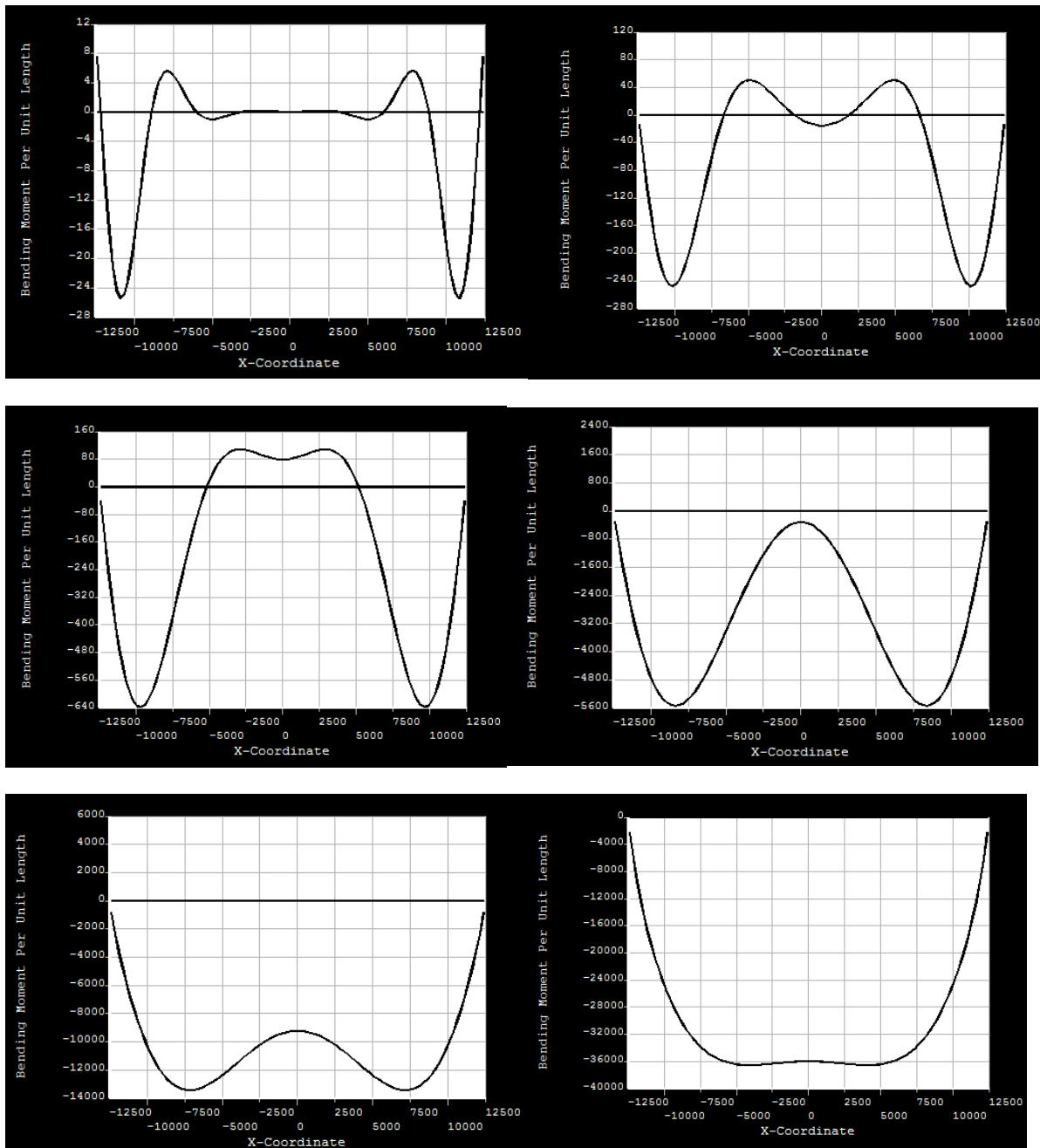
Uit dit resultaat kan worden geconstateerd dat het veldmoment niet groter wordt als de lengte van de zijrand langer wordt ten opzichte van de referentierand, mits die referentierand constant blijft.

De maximale error verschilt per model. Er is geen verband gevonden tussen de maximale error en parameters verbonden aan het model.

4.5 Scharnierend: Momentenverdeling

Hoe zit het met de momentenverdeling bij de scharnierende randen? De volgende figuren laten globaal de verandering zien tijdens het variëren van een parameter. Het moment $\left[\frac{Nmm}{mm}\right]$ is uitgezet tegen de x-coördinaat over de zijrand l_x . De grafieken zijn gemaakt met ANSYS. In hoofdstuk 9.2 staan de benodigde commando's om een dergelijke grafiek te maken.

Bij deze uitvoering wordt de a/t verhouding bekeken $\rightarrow$ dikte variëren. De straal is 50 m, de lengte l_y 25 m en $l_x = l_y$.



De figuren gaan vanaf de bovenrij, links naar rechts en dan de 2^e rij, links naar rechts.

Ze hebben een dikte van respectievelijk in mm: 10,50,100,500,1000 en 2000.

De verdeling kan in 3 fasen worden verdeeld:

- De grafiek kan als 2 delen worden gezien, waarbij alleen moment optreedt aan de randen.
- Beide grafieken ontmoeten elkaar in het midden. Er ontstaat een top in het midden. De momenten aan de randen worden kleiner.
- De schaal werkt bijna als een plaat en heeft een soortgelijke verdeling als de momentenverdeling van een plaat of ligger (vergeet me nietje).

Dit fenomeen is ook zichtbaar bij het variëren van de lengte, maar dan andersom (van klein naar hoge lengte), vergeleken met hoofdstuk 3.5. Een toename in de dikte zorgt voor een toename in de parameter ξ . Bij toename van de lengte werkt het andersom. Dit is ook te zien in de formule van Loof.

Uit de gegevens blijkt ook als de momentenverdeling een dempende sinusoïde voorstelt (bij bepaalde diktes) , de onnauwkeurigheid klein is dan bij grote diktes. Vergeleken met de ingeklemde randen, is er een groot verschil, namelijk dat de error nog kan afnemen bij lagere ξ waardes, zie Figuur 4.1. Betreft de momentenverdeling is hier sprake van een sinusoïde (eerste grafieken hierboven). Hier is geen verklaring van kunnen vinden.

In bijlage D (hoofdstuk 12) zijn dergelijke variaties van parameters geïllustreerd met hun momentenverdeling.

4.6 Conclusie: Scharnierend

De grafieken met rekenresultaten berekend met ANSYS vallen goed over elkaar als de juiste dimensieloze parameters worden uitgezet. Uit voorgaande paragrafen mogelijk domeinen voor iedere bekeken verhouding (één variabel) bepaald. De gevonden domeinen worden hier op een rij gezet:

		Onnauwkeurigheid
a/t:	$0,22 < \xi < 0,7$	-40%
	$0,36 < \xi < 0,63$	-20%
a/l:	$0,25 < \xi < 0,68$	-40%
	$0,36 < \xi < 0,64$	-20%

ly variëren:

ly/lx:	$0,4 < LY/LX < 2,2$	-40%
	$0,5 < LY/LX < 1,2$	-20%
	$0,15 < \xi < 0,54$	-40%
	$0,3 < \xi < 0,47$	-20%
	$\frac{\xi}{1,4} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,28}$	-40%
	$\xi < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,7}$	-20%

lx variëren:

ly/lx:	$0,9 < LY/LX < 2,3$	-40 %
	$0,9 < LY/LX < 2$	-20 %
	$ly/lx = 21,55 \xi^2 - 20,95 \xi + 5,89$	-20% (ideale ly/lx)

De a/t en a/l analyses kunnen samen gevoegd worden om een gezamenlijk domein te bepalen dat geldt voor vierkante hyparschalen. (meest beperkte grenzen zijn maatgevend).

Daarnaast zijn de ly/lx domeinen grove benaderingen. Het blijkt dat de zijrand lx wel afhankelijk is van de geometrische parameters. Daarom worden de domeinen, waarbij de ξ waarde de grenzen bepalen, als maatgevend beschouwd. Bovendien kan de (ideale) formule gebruikt worden om te zien wat de ideale verhouding is bij een dergelijk ξ waarde.

Uit [Figuur 3.16](#) kan worden geconstateerd dat het veldmoment een maximale error nadert en ook niet groter wordt als de lengte van de zijrand l_x langer wordt, mits de referentierand l_y constant blijft. Een verband tussen de grootte van de onnauwkeurigheid en een specifiek model is niet gevonden.

In [Tabel 3.2](#) is een overzicht gegeven van de domeinen, uiteindelijk bepaald.

Tabel 4.2: Scharnierend - Domeinen voor ξ met maximale error.

Maximale onnauwkeurigheid → ξ	-40%	-20%
Randvoorwaarde ↓		
Scharnierend	$0,25 < \xi < 0,68$	$0,36 < \xi < 0,63$

Tabel 4.3: Scharnierend - Domeinen voor l_y/l_x met maximale error.

Maximale onnauwkeurigheid → l_y/l_x	-40%	-20%
Randvoorwaarde ↓		
Scharnierend	$\frac{\xi}{1,4} < \frac{l_y}{l_x} < \frac{\xi}{0,28}$	$\frac{\xi}{0,92} < \frac{l_y}{l_x} < \frac{\xi}{0,11}$

Bij [Tabel 4.3](#) kan gebruik worden gemaakt van de ξ domeinen bepaald bij de l_y/l_x domeinen.

5. Conclusie: Geldigheidsgebied

In hoofdstuk 163 en hoofdstuk 4 werd een mogelijk domein bepaald voor ieder bekeken verhouding (één variabel). Door de analyses bij elkaar te brengen wordt een geldigheidsgebied gedefinieerd.

De formules van Loof om de buigende momenten te bepalen aan de randen in een hyparschaal correct. Met zijn expertise heeft Prof. H.W. Loof resultaten behaald die overeenkomen met berekeningen via ANSYS, een modern eindige elementen programma.

De formules kunnen worden toegepast bij hyparschalen met een vierkant grondvlak, mits

$0,23 < \xi < 0,56$ (ingeklemde randen) met $\xi = \sqrt[3]{\frac{at}{l^2}}$ waarbij a = kromtestraal, t = dikte en l = lengte van de rand. De maximale afwijkingen zijn 40% te groot (veilig) en 3% te klein (onveilig). Deze nauwkeurigheid is voldoende voor de beginfase van een ontwerp.

De formules kunnen ook worden toegepast bij rechthoekige grondvlakken, mits

$\frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11}$ (ingeklemd), waarbij ly = lengte van onderzochte rand en lx = lengte van aangrenzende rand. Hierbij kan een maximale onnauwkeurigheid zijn van 40% te groot (veilig).

Het blijkt ook dat het moment een maximale afwijking nadert (verschilt per schaal) als de lengte van de aangrenzende rand toeneemt, mits de lengte van de onderzochte rand constant blijft.

Zowel voor inklemmende als scharnierende randen zijn dergelijke voorwaardes met bijbehorende maximale afwijking bepaald. Voor dit onderzoek zijn meer dan 200 hyparschalen berekend met verschillende afmetingen en oplegcondities. Dit was alleen mogelijk door eindige-elementenberekeingen te automatiseren met behulp van een script gebruikmakend van de codetaal van ANSYS (APDL).

De grafieken met rekenresultaten vallen grotendeels op elkaar als op de assen de juiste dimensieloze parameters worden uitgezet. Dit is erg handig voor het interpreteren van de resultaten. Hieruit konden voorwaardes worden bepaald.

6. Toepassing op een ontwerp

In dit hoofdstuk wordt de formule van Loof toegepast op een bestaand ontwerp. In Figuur 6.1 is het dak weergegeven van het cultureel centrum 'Lincoln Center of performing arts hypar pavillion' gevestigd in New York, Verenigde Staten. Dit gebouw behoort tot één van de meerdere gebouwen, wat het Lincoln Center voorstelt. De formules worden meteen hard op de proef genomen. Het dak is namelijk rechthoekig.

6.1 Momenten berekenen



Figuur 6.1: Lincoln Center for performing arts.
(Bron: <http://www.greenroofs.com/projects/pview.php?id=423>)

Het dak heeft de volgende afmetingen: 45, 1104 meter bij 22, 2504 meter met een hoogteverschil van 3,6576 meter (de originele afmetingen waren in feet gegeven, omzetten $\rightarrow 1 \text{ feet} = 0,3048 \text{ meter}$).

Met het programma 'Maple' zijn de parameters ingevoerd in de formules van Loof. Vervolgens wordt het dak ook in Ansys gemodeleerd en vergeleken.

Uiteindelijk kan het moment gebruikt worden om de wapening in het dak te controleren.

Met de gegevens kan de kromming berekend worden. Als de randen als ingeklemd worden beschouwd:

Voor de korte rand:

$$ly := 22.2504 : lx := 45.1104 : f := 0.3048 \cdot (23 - 11) : t := 0.3 : p := 0.005 : \\ eq1 := k_{xy} \cdot lx \cdot ly = f : eq1;$$

$$ks := solve(eq1, k_{xy}) : as := \frac{1}{ks} : k_{xy} = ks, a_{xy} = as; \\ k_{xy} = 0.003644028022, a_{xy} = 274.4215999$$

$$l_c := \sqrt[3]{as \cdot t \cdot ly} : \xi := \frac{l_c}{ly} :$$

$$\xi' = \xi, \frac{ly}{lx} = \frac{ly}{lx};$$

$$\xi = 0.5499053779, \frac{ly}{lx} = 0.4932432432$$

$$m_{xx, cl} := 0.511 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot (ly \cdot 1000)^2 : m_{xx, inkl} = m_{xx, cl};$$

$$m_{xx, c2} := -0.167 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot (ly \cdot 1000)^2 : m_{xx, inkl, veld} = m_{xx, c2};$$

$$m_{xx, inkl} = 1.156693827 \cdot 10^5$$

$$m_{xx, inkl, veld} = -37801.93134$$

Voor de lange rand:

$$lx := 22.2504 : ly := 45.1104 : f := 0.3048 \cdot (23 - 11) : t := 0.3 : p := 0.005 : \\ eq1 := k_{xy} \cdot lx \cdot ly = f : eq1;$$

$$ks := solve(eq1, k_{xy}) : as := \frac{1}{ks} : k_{xy} = ks, a_{xy} = as; \\ k_{xy} = 0.003644028022, a_{xy} = 274.4215999$$

$$l_c := \sqrt[3]{as \cdot t \cdot ly} : \xi := \frac{l_c}{ly} :$$

$$\xi' = \xi, \frac{ly}{lx} = \frac{ly}{lx};$$

$$\xi = 0.3432907201, \frac{ly}{lx} = 2.027397260$$

$$m_{xx, cl} := 0.511 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot (ly \cdot 1000)^2 : m_{xx, inkl} = m_{xx, cl};$$

$$m_{xx, c2} := -0.167 \cdot \xi^4 \cdot p \cdot (ly \cdot 1000)^2 : m_{xx, inkl, veld} = m_{xx, c2};$$

$$m_{xx, inkl} = 72209.19691$$

$$m_{xx, inkl, veld} = -23598.70036$$

In tabel Tabel 6.1 zijn de momenten berekend met ANSYS.

Tabel 6.1: Onnauwkeurigheid vanuit beide randen

L (ly)	mxx clamped inkl	mxx clamped , veld	MMAX ANSYS	MMIN ANSYS	E,C,MMAX	E,C<MMIN
45110	72209,19691	-23598,70036	93666	-46749	0,229078	0,495204
22250,4	115669,3828	-37801,93138	79204	-15852	-0,4604	-1,38468

De voorwaarden behorende tot inklemmende randen luidt (-40%):

$$0,23 < \xi < 0,56$$

Beide modellen voldoen hieraan. Echter zijn de modellen rechthoekig. Voor de korte rand ($l = 22$):

Inklemmingsmoment: $\frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11} \rightarrow 0,6 < \frac{ly}{lx} < 5$. Verhouding valt niet in het domein. De error komt daarentegen wel in de buurt

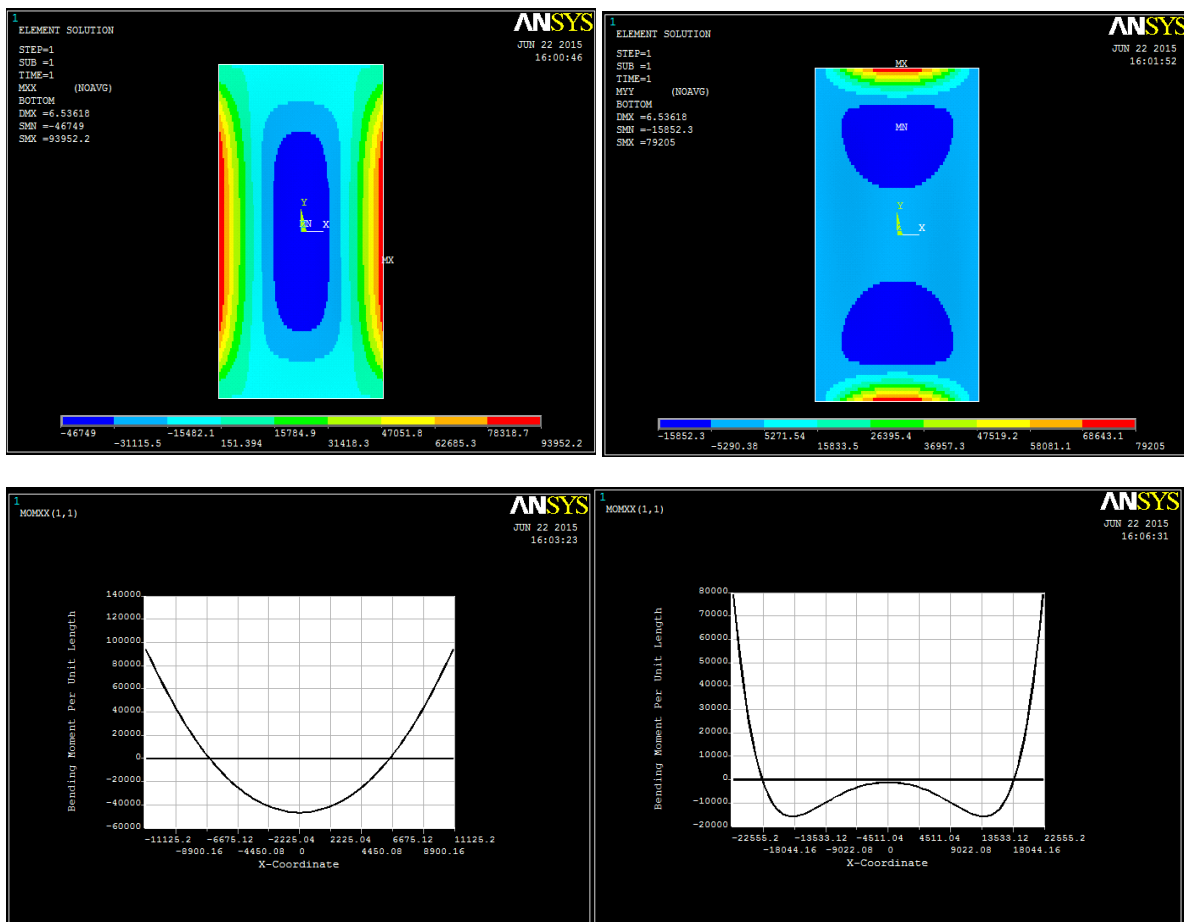
Veldmoment: $0,6 < LY/LX < 2,5$. De verhouding valt in het domein, maar de error is veel groter.

Voor de lange rand:

Inklemmingsmoment: $\frac{\xi}{0,92} < \frac{ly}{lx} < \frac{\xi}{0,11} \rightarrow 0,37 < \frac{ly}{lx} < 3,12$. De verhouding valt in het domein, maar de error komt niet overeen. Bovendien is de error positief en zeer groot (vergeleken met +3%)

De linker figuren behoren tot de lange rand en de rechter figuren van de korte rand.

$T = 300 \text{ mm}$, $A = 274 \text{ m}$



6.2 Conclusie

Het blijkt dat de voorwaarden met bijbehorende error niet overeen komen met de waardes van het rechthoekige hypardak. Dit is een goede indicatie dat de verhoudingen beperkt zijn aan een bepaalde samenstelling van geometrische parameters.

7. Aanbevelingen

De formules van Loof zijn over het algemeen geschikt voor het ontwerpen van hypar-daken. Een groot deel van de output van de formules zijn hoger dan het moment berekend met ANSYS. Hierbij kunnen de waardes worden beschouwd als een 'altijd hoger dan de echte waarde'. Helaas is er net één gebied waar dit niet geldt en met maar liefst 3% geeft de formule van Loof een lagere waarde dan de werkelijke (onveilig). In dit geval moet de ontwerper extra voorzichtig zijn bij het dimensioneren.

De 3% onveiligheid is met geluk ontdekt. Als er minder elementen zijn gebruikt, dan zaten de waardes allemaal aan de veilige kant.

De l_y/l_x voorwaardes zijn zeer grof bepaald en niet zo zeker als de voorwaardes bij de vierkante schalen. De domeinen zijn dus niet correct voor elk model.

Tijdens het onderzoek kwamen ook de volgende vragen naar boven, die voor vervolgonderzoek mogelijk zijn:

- Wat als de zijranden andere randvoorwaarden hebben ten opzichte van de referentierand(en)?

Hierbij kan gekeken worden naar zowel verschil bij randen tegenover elkaar en de randen aangrenzend.

- De x-coördinaat komt niet altijd overeen met de x-coördinaat volgens de formule?

Er is niet gekeken naar de locatie van de extreme waardes, die wel waren gegeven.

- Hoe zijn de formules ontstaan, wat waren de aannames van Prof. H.W. Loof?

Het geeft wellicht een helder beeld van de formules en dit kunnen de resultaten verklaren.

- De voorwaardes voor rechthoekige schalen zijn vooralsnog een grove benadering. Zijn deze met een zekere resultaat te bepalen? Uit hoofdstuk [Tabel 6.1](#) bleek dat de voorwaarde niet waar is.

Er moest naar meer verschillende datasets gekeken worden. Hierbij kan ook gekeken worden naar de keuze van de uitzetting op de assen.

Met betrekking tot ANSYS zijn er verbeterpunten:

Het model is nauwkeuriger gemaakt, maar belasting op iedere knoop. Dit kan langere running time veroorzaken. Ook is er geen gebruik gemaakt van symmetry boundaries.

Het valt ook op dat het veldmoment (ingeklemde randen) grote afwijkingen kan krijgen bij het toenemen van l_x , mits l_y constant blijft. Vergeleken met de andere randvoorwaardes blijft de afwijking constant. Dit kan een fout zijn geweest.

8. Referenties

8.1 Websites

Toepassingen van hyper constructies -

http://en.wikipedia.org/wiki/Hyperboloid_structure

Toepassing EEM bij constructies -

http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method_in_structural_mechanics

Lincoln Center for Performing Arts Hyper Pavillion -

<http://www.greenroofs.com/projects/pview.php?id=423>

.....

Handige links:

<https://www.youtube.com/watch?v=r0InwnVVKHc>

Data array maken:

<http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/PP/DataPlotting/DataPlotting.html>

Parameter tutorial en vector/matrix, plots, handige tutorials:

http://mostreal.sk/html/guide_55/g-bas/GBASToc.htm

http://mostreal.sk/html/prog_55/g-apdl/AS3.htm

http://mostreal.sk/html/guide_55/g-bas/gbas13.htm

.....

8.2 Software en programma's

Microsoft Word

Microsoft Excel

ANSYS

Maple

Wordpad

8.3 Literatuur

1. Hoefakker, J.H. and J. Blaauwendraad, *Structural Shell Analysis Understanding and Application*. Solid Mechanics and Its Applications. 2014, Dordrecht: Springer Netherlands. 300 blz.
2. Hoogenboom P.J, Handouts , CIE4143, Shell Analysis, Theory and Application, 2013, Delft [link](#)

9. BIJLAGE A: ANSYS

9.1 ANSYS Installatie

Bij het installeren van ANSYS 14.0 met m4gnitude, kun je gerust het bijbehorende stappenplan volgen (een txt-bestand). Dit is gebaseerd op een Windows computer. Benodigdheden:

- ANSYS 14.0 (twee iso bestanden)
- Een virtueel station, waarmee je een iso bestand (CD-rom) kan draaien. Een bekende virtueel station is DEAMON Tools (gratis).

Opmerkingen bij het stappenplan:

- Voor het installeren, moet u niet verbonden zijn met het internet.
- Zorg ervoor dat er niets van ANSYS op uw computer is, als u ANSYS al een keer geïnstalleerd heeft
- U moet (indien aangeven) setups uitvoeren als administrator
- (Stap 4) De calculator bevindt zich in de iso-bestand. Als u het iso-bestand in het virtueel station heeft gekoppeld, kunt u met rechts klik het iso-bestand openen en vervolgens opent u 'm4gnitude'. Zorg ervoor dat u deze uit de iso-bestand haalt. U kunt het bijvoorbeeld in uw bureaublad kopiëren.
- Voordat u de computer herstart, moet u bij het starten niet verbonden zijn met het internet

Na installatie

Als u het volgende probleem ondervindt bij het opstarten van Mechanical APDL 14.0. U krijgt het volgende error bericht:

Could not create the file required to determine which products are to be displayed in the License dropdown list.

Path: C:\Users\'uw gebruikersnaam'\AppData\Local\Temp\... etc.

Error: child process exited abnormally

This is a fatal error, exiting.

Dit is op te lossen door naar uw taakbeheer te gaan (CTRL+SHIFT+ESC) en alle processen te vertonen. Zoek lmgrd.exe en eindig het proces.

Open uw license manager , (Server) ANSLIC_ADMIN (Utility), klik

- START THE ANSYS LIC MANAGER, daarna
- STOP THE ANSYS LIC MANAGER en daarna
- START THE ANSYS LIC MANAGER

Als het goed is, moet FLEXlm runnen (in het blok linksonderin) en nu werkt Mechanical APDL.

9.2 ANSYS Commando's

Ansyes kan naast de interactieve GUI ook met de zogenaamde macro script file worden uitgevoerd. Het is eenvoudig te bewerken in een tekst-editor, zoals wordpad.

Over het algemeen wordt de uitvoering verricht in 3 fases:

- de pre processor, het model wordt gemaakt en de randvoorwaarden/krachten worden gedefinieerd.
- de solution, ANSYS zal het model met bijbehorende vrijheidsgraden oplossen
- de post1, met eigen voorkeur kun je je resultaten op verschillende manieren opvragen.

Bij het model worden altijd de commando's gebruikt, ook te zien in het (basis)script. Een regel begint met een commando en volgt met bijbehorende inputs. De bovengenoemde fases zijn in verdeeld in aparte processoren. Bij iedere processor kan een bepaalde groep aan commando's gebruikt worden.

Er zijn ook commando's die altijd gebruikt kunnen worden, ongeacht welke processor actief is.

Ook is het mogelijk om zelf parameters te definiëren, zolang deze parameters niet hetzelfde zijn als een bestaande commando. Dit kunt u doen door een zelf gekozen parameternaam, gevolgd door het =-teken, gevolgd met de gewenste waarde. Dit is een vervanging op de commando*SET.

Een regel na een uitroepteken (!), zal niet gelezen worden door ANSYS.

Een commando begint altijd met de karakteristieke naam of letter, gevolgd met unieke parameters om de commando te specificeren. Hieronder zijn de belangrijkste commando's globaal toegelicht met processor.

/PREP (Definiëren van parameters die het model karakteriseren en compleet maakt)

N	Creëert één knoop, met knoopnummer op locatie x,y,z.
E	Creëert één element met (gedefinieerd door gekozen elementtype) hoekpunt locaties.
D	Definieert voorwaardes aan een knoop betreft vrijheidsgraden
F	Voegt een kracht toe op een knoop in bepaalde richting

/SOLVE (Lost het model op)

- geen commando's

/POST1 (Het model is opgelost, afhankelijk van de elementtype en oplossingsmethode kan informatie opgevraagd worden)

*GET	vraagt een bepaalde parameter op en definieert het met een zelfgekozen naam
ETABLE	vraagt een tabel met waardes op die berekend is (afhankelijk van elementtype)
PLESOL	plot grafiek met contouren van een bepaalde tabel met waardes

/PBC plot de randvoorwaardes en reactiekrachten

Het uitvoeren van uw macro script kan op verschillende manieren:

- a. Door op het  - teken (open ansys file) te klikken, uw script selecteren en te openen.
- b. Door eerst de standaard directory te veranderen naar de map waar uw macro script zich bevindt (bij File → Change Directory) OF uw macro script in de standaard directory plaatsen van ANSYS. Vervolgens kunt u de command window gebruiken naast de  - teken (command prompt). Hier vult u de naam in van uw macro script. Let op: Zorg ervoor dat uw file een MAC file is.

Na een uitvoering kunt u bij Parameters → Scalar Parameters een output lijst met parameters opvragen, die (door u en het script) zijn gedefinieerd.

Voor een overzicht van alle commando's met uitleg:
(het is heel handig is om de commando referentie lijst erbij te houden):

ANSYS APDL, Help → Tutorials → Command Reference.

9.3 Macro script

FINISH ! welke (processor) actief was op ansys, kon crashes leveren.

/CLEAR,START

t = 100 ! mm thickness

axy = 50000 ! 1/mm twist curvature, zet axy = 0 for oneindig groot (PLAAT)

E = 1.0e5 ! N/mm2 Young's modulus

nu = 0.0 ! - Poisson's ratio

p = 0.005 ! N/mm2 distributed load

ly = 15000 ! mm span in the x direction

lx = 15000 ! mm span in the y direction

nx = 100 ! - number of elements in the x direction

ny = 100 ! - number of elements in the y direction

! write output (0 of 1)? ! zie script onderaan

wri = 1

alx = lx ! boven aan de scalar lijst (alfabet)

aly = ly

*IF,axy,NE,0,THEN !als axy 0 is, dan wordt een plaat gemaakt

kxy=1/axy

*ELSE

kxy=0

*ENDIF

/PREP7

MPTEMP,,,,,,,, ! materiaal: isotroop

MPTEMP,1,0

MPDATA,EX,1,E

MPDATA,PRXY,1,,nu

ET,1,SHELL281 ! element type: 8 knopen rechthoek

R,1,t,t,t,t, , , ! element dikte

```

ty=1                ! insert nodes, assenstelsel nulpunt in het midden de schaal!

*DO,j,-ny,ny

ty=-ty

tx=1

*DO,i,-nx,nx

tx=-tx

*IF,tx+ty,LT,1,THEN

x=i*lx/nx/2

y=j*ly/ny/2

z=x*y*kxy

N,,x,y,z,,

*ENDIF

*ENDDO

*ENDDO


SHPP,OFF            ! no warning aspect ratio

*DO,j,1,ny          ! insert elements

*DO,i,1,nx

k1=1+(i-1)*2+(j-1)*(3*nx+2)      !o Van element: Knoop linksonder (ZuidWest)

k2=1+i+(2+(j-1)*3)*nx+(j-1)*2    !o " : Knoop links midden (MidWest)

k3=1+(i-1)*2+j*(3*nx+2)          !o " : Knoop links boven (NoordWest)

E,k3,k3+2,k1+2,k1,k3+1,k2+1,k1+1,k2

*ENDDO

*ENDDO


*DO,i,1,2*nx+1      ! insert boundary conditions

hallo = i

!D,i,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,    ! Over de hele rand, evenw. x-as, beneden

*ENDDO


*DO,j,1,ny+1

```

D,(j-1)*(3*nx+2)+1,,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,

! Over de hele y-as rand links, Hoekpunten van de elementen

*ENDDO

*DO,j,1,ny

D,2*nx+2+(j-1)*(3*nx+2),,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,

!o Over de hele y-as rand links, Midpunten van de elementen

*ENDDO

*DO,j,1,2*nx+1

i=(3*nx+2)*ny+j

!D,i,,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,

*!o Over de uiterste rand in de x-richting (m.a.w. ter hoogte
van $(x,y)=(x,0.5*ly)$)*

*ENDDO

*DO,j,o,ny

i=2*nx+1+j*(3*nx+2)

D,i,,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,

*!o Over de uiterste rand in de y-richting, hoekpunten
elementen (ter hoogte van $(x,y)=(0.5*lx,y)$)*

*ENDDO

*DO,j,1,ny

i=j*(3*nx+2)

D,i,,o,,,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ,

*!o Uiterste rand, y-richting, midpunten elementen
 $(x,y)=(0.5*lx,y)$*

*ENDDO

*GET,maxN,NODE,o,COUNT

! parameter voor maximaal aantal knopen

F,ALL,FZ,p*lx*ly/maxN

! add load, op ALLE knopen.

FINISH

```

/SOLU                                ! compute

SOLVE

FINISH

/POST1

ETABLE,MXX,SMISC,4                    ! vraagt data uit de output in een tabel, 4 = Mxx (zie element
type handleiding)

ETABLE,MYX,SMISC,5                    ! 5 = Myx of MX (om x-as)

PLESOL,SMISC,4                        ! plot de (contour) momenten verdeling, Mxx


*GET,maxE,ELEM,o,COUNT                ! middelste rij aan elementen

*IF,a1,EQ,o,THEN

  minv = (maxE/2)-nx+1

  maxv = (maxE/2)+nx

*ELSE

  minv = (maxE/2)-nx/2+1                ! bij oneven aantal elementen, zijn de posities anders

  maxv = (maxE/2)+nx/2

*ENDIF


*DIME,MOMXX,TABLE,nx,2,                ! Creer een table (voor plot)

*DIME,MMXX,ARRAY,nx,                  ! Creër een array (voor output txt)


*VGET,MOMXX(1,o),ELEM,1,CENT,X,,,,

*VGET,MOMXX(1,1),ELEM,minv,ETAB,MXX, ! vul 2e kolom met momenten

*VFILL,MOMXX(1,2),RAMP,o,o

*VGET,MMXX(1,1),ELEM,minv,ETAB,MXX


mx1 = MMXX(1,1)                        ! Moment bij x = 0


! zoekt min in middengebied

```

! hoe groot deel zoeken (tussen 0-1)? Zodat de randmomenten niet worden bekeken

f = 0.8

$q1 = 1 + nx * ((1-f)/2)$

$q3 = nx * 5/8$

! zoekt alleen tot (iets meer) de helft) *bleek beter te zijn om niet het hele gebied te doorzoeken

mmin = 1000000

indi = 1 ! Minimale waarde zoeken

*DO,i,q1,q3

*IF,MMXX(i,1),LT,mmin,THEN

mmin = MMXX(i,1)

indi = i

*GET,LOCMIN,ELEM,i,CENT,X,,,

*ENDIF

*ENDDO

LOCMIN1 = indi/nx*lx ! definieert locatie van de extreem

! zoekt max in middengebied

Mm1 = -1000000 ! Max waarde zoeken

*DO,i,indi,nx-indi

*IF,MMXX(i,1),GT,mmax,THEN

Mm1 = MMXX(i,1)

*ENDIF

*ENDDO

```

/AXLAB,X,X-Coordinate          ! x en y as namen wijzigen
/AXLAB,Y,Bending Moment Per Unit Length
/GROPT,DIG1,6                  ! verandert aantal getallen voor de komma
/XRANGE,-lx/2,lx/2,
*IF,plotter,EQ,1,THEN
/COLOR,GRBAK,WHIT
/COLOR,CURVE,BLAC,1,
/COLOR,CURVE,BLAC,2,

*VPLLOT,MOMXX(1,0),MOMXX(1,1),2      ! Plot de momentenlijn
*ENDIF

kromlen = axy/ly                  ! geef verhoudingen
kromthi = axy/t

*IF,wri,EQ,1,THEN
*CFOPEN,rep,txt,,APPEND          ! open file out.txt
*VWRITE,'axy:',axy,'t:',t,'a/l:a/t',kromlen,kromthi,'l,n:',lx,ly,nx,ny,
      !b,maxN,F8.1,F12.4,'wmid:',w,A10,F9.5
(A4,F10.0,A8,F5.0,A10,F7.2,F9.2,A15,F8.0,F8.0,F8.0,F8.0) <-- code dat vaststelt hoe de output
wordt georganiseerd
*VWRITE,mmax,mmin,mm1,(lx/2)+LOCMIN,LOCMIN1
(F10.2,F13.2,F13.2,F13.2,F10.2,F10.2)
*CFCLOS                          ! close out.txt
*ENDIF
FINISH

*UILIST,rep,txt                  ! pop up out.txt

! Randvoorwaardes, belasting en reactiekrachten plotten:

```

10. BIJLAGE B: ANSYS model tests

10.1 ANSYS Balkmodel

Het schaalmodel is omgezet in een balkmodel, waarbij de randvoorwaardes bij de zijranden weg zijn gehaald of anders gezegd, alle vrijheidsgraden zijn aanwezig. Dit resulteert in randvoorwaardes alleen aan de referentieranden. Het model is hieronder weergegeven.

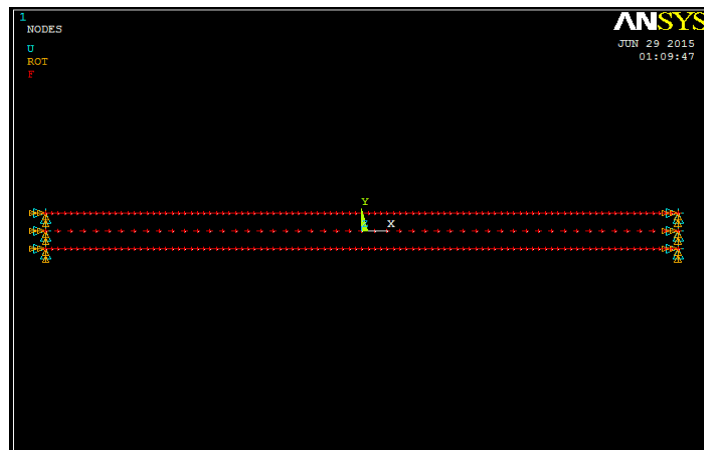
De bekende vergeet-me-nietjes voor een ingeklemde ligger bij een verdeelde belasting q :

$$x = 0 \text{ en } x = L \quad M = \frac{1}{12} q l^2$$

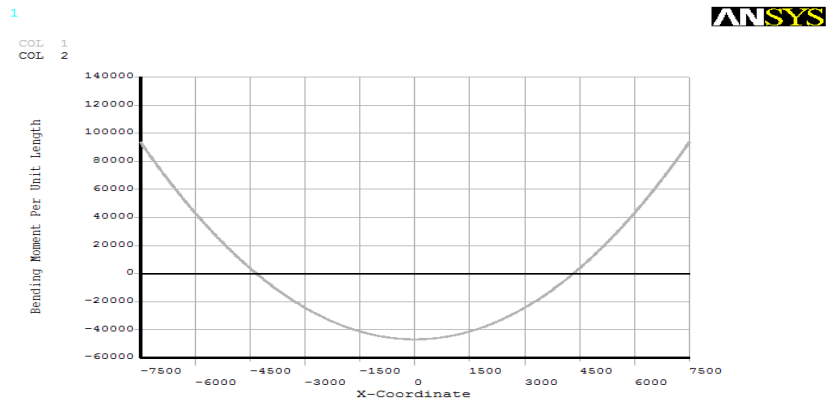
$$x = L/2 \quad M = \frac{1}{24} q l^2$$

De balk heeft de volgende eigenschappen:

- Aan beide kanten ingeklemd.
- Het aantal elementen in de y-richting reduceren naar 1, en in de x-richting heel hoog, (van 1000 - 32000).
- De $l_y = 1000$ mm en de l_x (lengte van de balk) zo lang mogelijk.
- De balk lengte is 15 m, dikte is 100 mm.
- Een verdeelde belasting van 0,005 N/mm



De exacte waarde van het moment bij de randen is 93750 Nmm en in het midden: 46875 Nmm. Het model resulteert in de volgende momentenverdeling:



De berekening wordt een aantal keren uitgevoerd en het aantal elementen wordt toegenomen. Vervolgens wordt de berekende waarde vergeleken met de exacte waarde. Dit resulteert in een waarde van de verhouding en de afwijking.

#elem	Mmax,s	Mmax,out	Mmin,out	error,s	error,out	error,out	
50	-92601,3	87154,15	-46245,1	0,012253	0,070356	0,013438735	
100	-93181,5	90413,77	-46576,8	0,006064	0,035586	0,006361829	
250	-93524	92406,23	-46759,8	0,00241	0,014334	0,002458099	
500	-93637,3	93076,56	-46818,1	0,001203	0,007183	0,001214545	
1000	-93693,7	93412,89	-46846,7	0,000601	0,003596	0,000603622	
2000	-93721,9	93581,34	-46860,9	0,0003	0,001799	0,000300962	
4000	-93735,8	93665,52	-46867,9	0,000151	0,000901	0,000151741	
8000	-93743,1	93707,98	-46871,6	7,32E-05	0,000448	7,27381E-05	
16000	-93745,8	93728,12	-46872,6	4,45E-05	0,000233	5,08834E-05	

10.2 Convergentie, aantal elementen

Toename in aantal elementen met bijbehorende uitvoertijd en momenten.

Een vierkante schaalmodel met parameters: $L = 15\text{m}$, $A = 50\text{m}$ en $t = 0,1\text{ m}$.

n	#elem	MXXmax	MXXmin	MXXscript	t(sec)	eMxxmax	eMxxmin	LOOFERROR
50	2500	8605	-2091,49	-9547	4,5			-0,051750007
60	3600	8799	-2100,86	-9593	6,32	0,022545	0,00448	-0,028561065
70	4900	8939	-2106	-9625	8,58	0,015911	0,002447	-0,012452043
80	6400	9046	-2112,13	-9650	10,56	0,01197	0,002911	-0,000476323
90	8100	9129	-2117,59	-9669	13,12	0,009175	0,002585	0,008619913
100	10000	9196	-2121,51	-9684	16,3	0,007339	0,001851	0,015842887
110	12100	9251	-2124,48	-9696	20,26	0,005981	0,0014	0,021693999
120	14400	9298	-2126,75	-9706	23,47	0,005081	0,001068	0,02663919
130	16900	9337	-2128,55	-9715	22,4	0,004194	0,000846	0,03070485
150	22500	9400	-2131,18	-9728	37,26	0,006747	0,001236	0,03720119
200	40000	9503	-2136,49	-9751	267,8	0,010957	0,002492	0,047636661

In de kolom LOOFERROR is te zien wat de percentuele afwijking is van de ANSYS output met de waarde berekend met de formule van Loof. Het blijkt dat het moment blijft stijgen, ondanks de waarde steeds minder toeneemt.

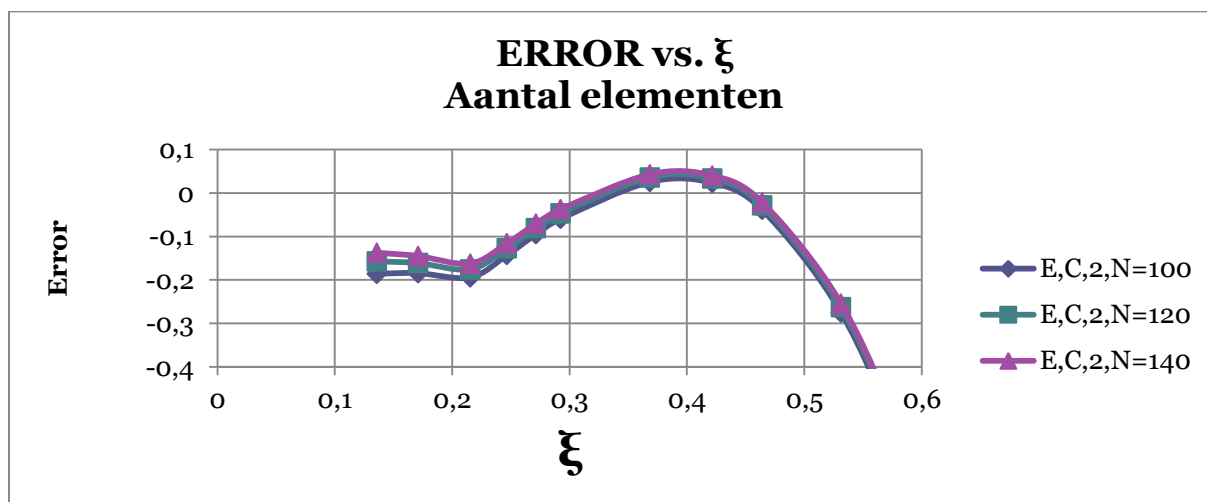
Door te kijken naar de tijdsduur en het verschil van de waardes wordt een efficiënt aantal elementen gekozen.

10.3 Convergentie, elementgrootte per uitvoering

In deze bijlage wordt hetzelfde principe toegepast bij bijlage 10.2.

Tabel 10.1: Error bij verschillend aantal elementen

		n=100	n=120	n=140
t	ξ	E,C,N=100	E,C,N=120	E,C,N=140
5	0,135721	-0,18577	-0,15728	-0,13739
10	0,170998	-0,18446	-0,16122	-0,14503
20	0,215443	-0,19418	-0,17549	-0,16238
30	0,246621	-0,1429	-0,1269	-0,11573
40	0,271442	-0,09483	-0,08065	-0,07066
50	0,292402	-0,0594	-0,04663	-0,03745
100	0,368403	0,025195	0,035568	0,04289
150	0,421716	0,023271	0,033074	0,039997
200	0,464159	-0,03892	-0,02875	-0,02159
300	0,531329	-0,27501	-0,26284	-0,25431
400	0,584804	-0,60293	-0,58795	-0,57734
500	0,629961	-0,99172	-0,97328	-0,96023
1000	0,793701	-3,51971	-3,47929	-3,45069
1500	0,90856	-6,76067	-6,69307	-6,6452
2000	1	-10,5689	-10,4698	-10,3998



De grafieken vallen goed over elkaar.

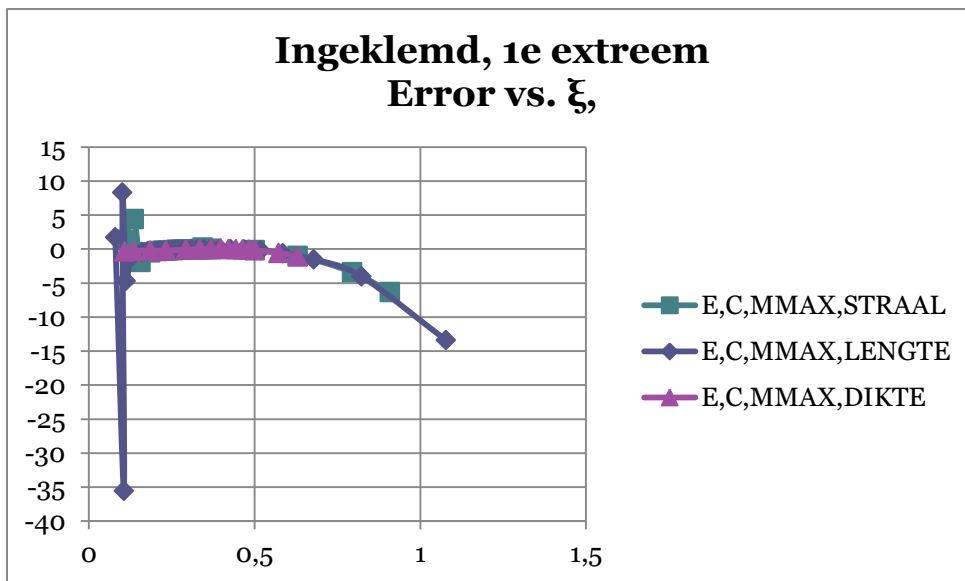
De error waardes nemen af met een paar procent. Respectievelijk duren de uitvoeringen steeds 2x zo lang.

11. BIJLAGE C: Data

De aangemaakte data kunt u vinden in de excel sheet en txt- bestanden.

11.1 Straal variëren

Het variëren van de straal is gedaan met lengte = 20m en dikte 100 mm. De grafiek is vergeleken met grafieken waarbij andere parameters zijn gevarieerd. Bij LENGTE is de straal 50m en dikte 100mm en bij DIKTE is de straal 50m en de lengte 20m



De grafieken vallen goed op elkaar.

11.2 Belasting variëren

De belasting is gevarieerd van 0,0001 tot 0,01 N/mm². De straal is 50m, dikte 100m en lengte 20m.

De volgende tabel laat zien dat de afwijking vrijwel constant blijft.

p	E,C,MMAX,P	E,C,MMIN,P
0,0001	-0,1979	-0,16388
0,001	-0,19795	-0,16423
0,002	-0,19794	-0,1642
0,003	-0,19795	-0,16421
0,004	-0,19795	-0,1642
0,005	-0,19794	-0,1642
0,006	-0,19831	-0,1642
0,007	-0,19795	-0,1642
0,008	-0,19794	-0,1642
0,009	-0,19795	-0,1642
0,01	-0,19795	-0,1642

De belasting heeft geen invloed op de nauwkeurigheid

12. BIJLAGE D: Figuren

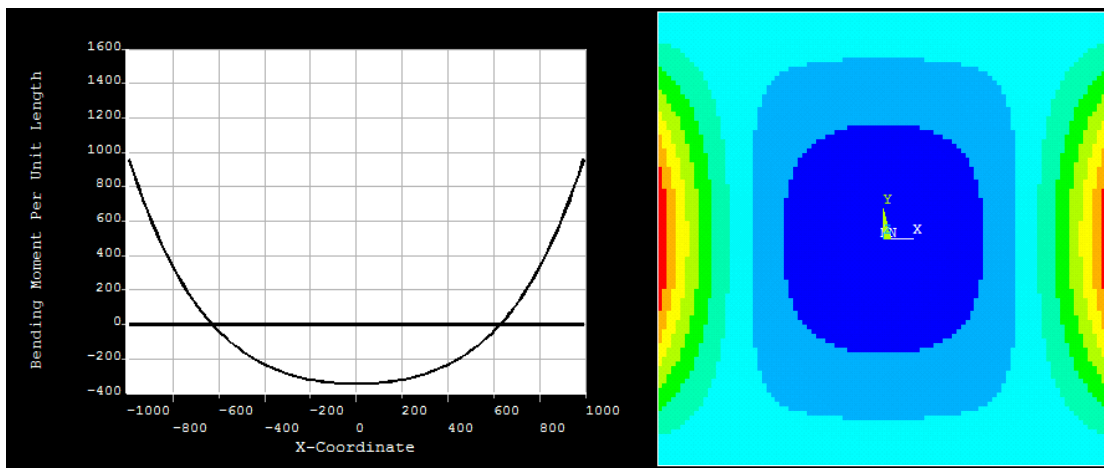
Onderstaande figuren visualiseren de momentenverdeling bij bepaalde variërende parameters.

Indien gegeven, is ook de momentenverdeling te zien van de hele schaal (mxx)

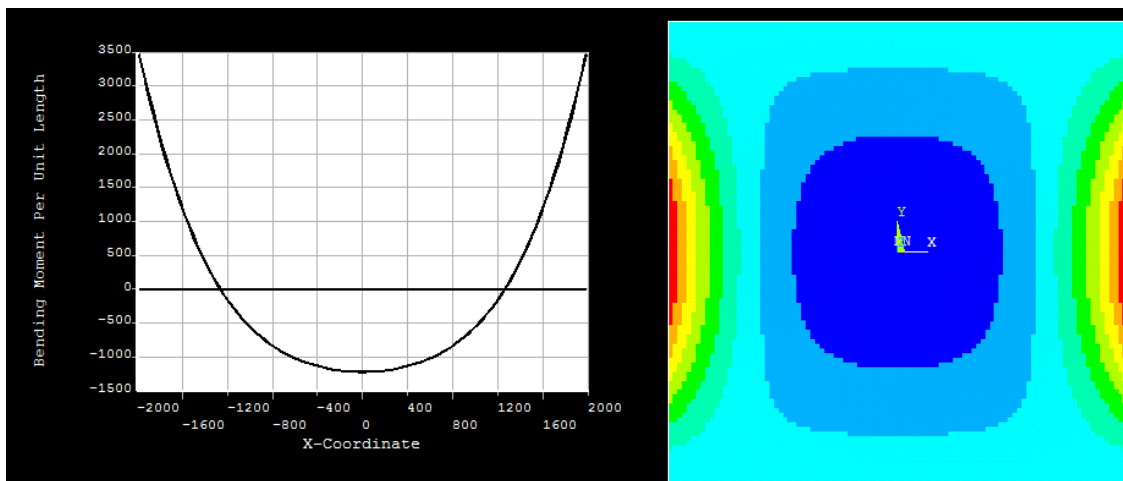
De figuren zijn gemaakt met ANSYS.

12.1 Ingeklemd - $A = 50\text{m}$, $t = 100\text{mm}$, variërende lengte

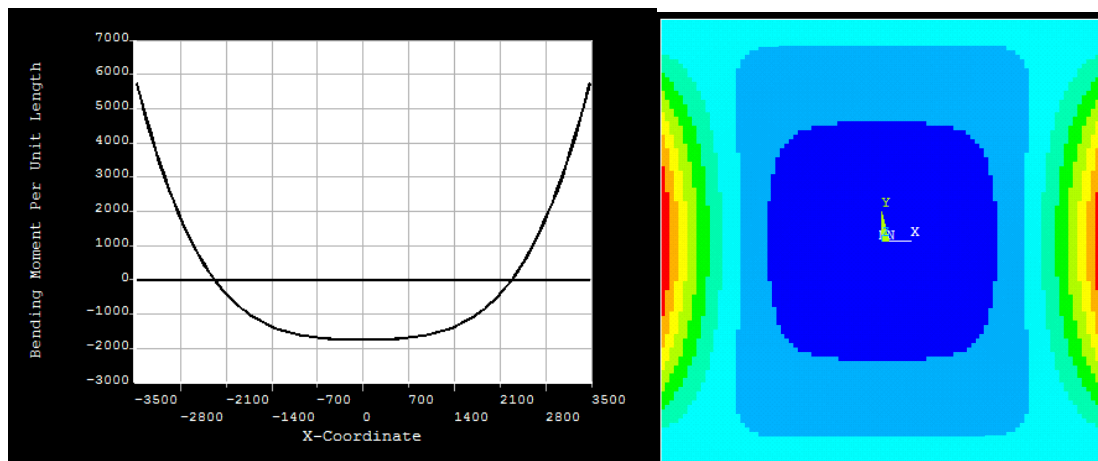
$L = 2000$



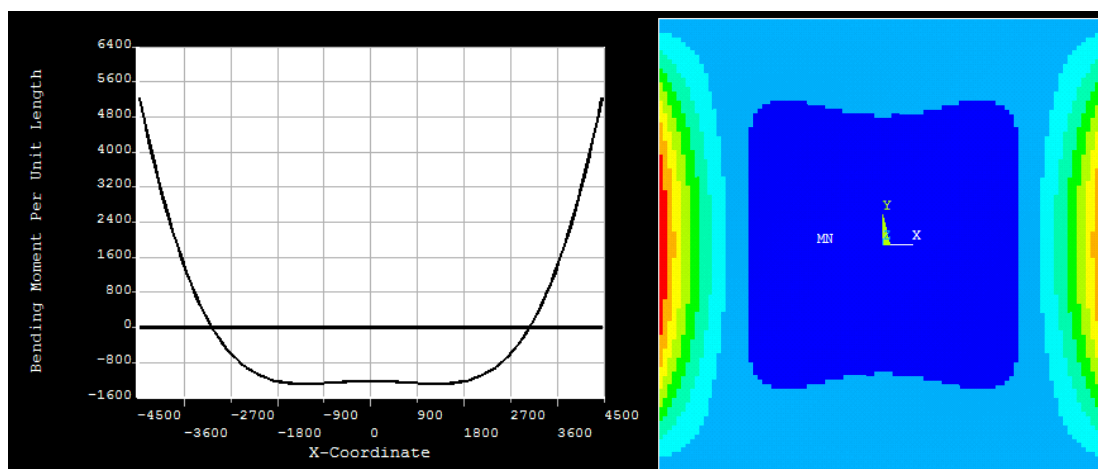
$L = 4000$



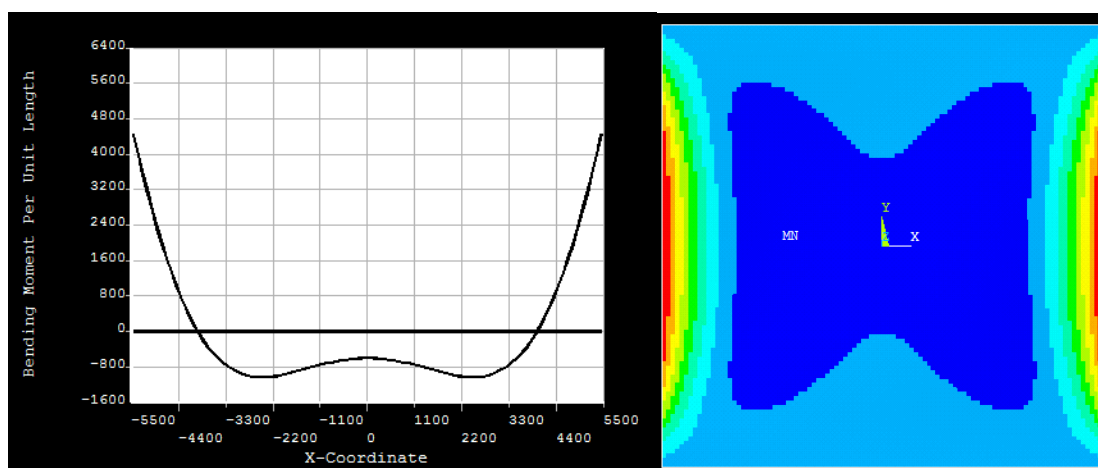
$L = 7000$



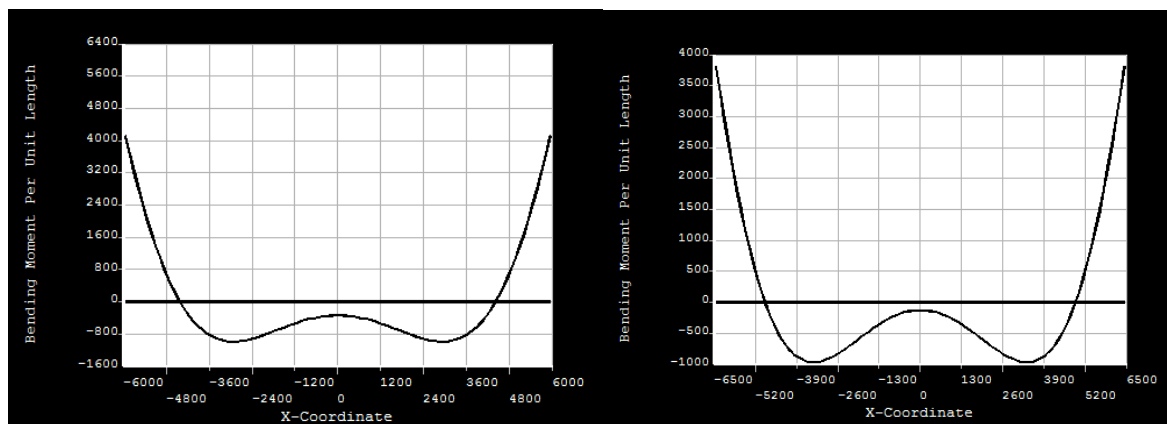
$L = 9000$



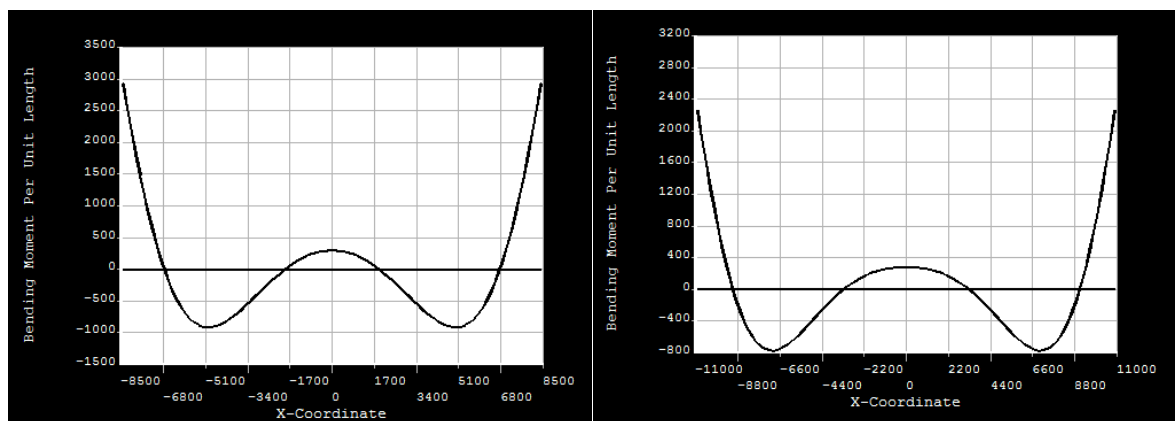
$L = 11000$



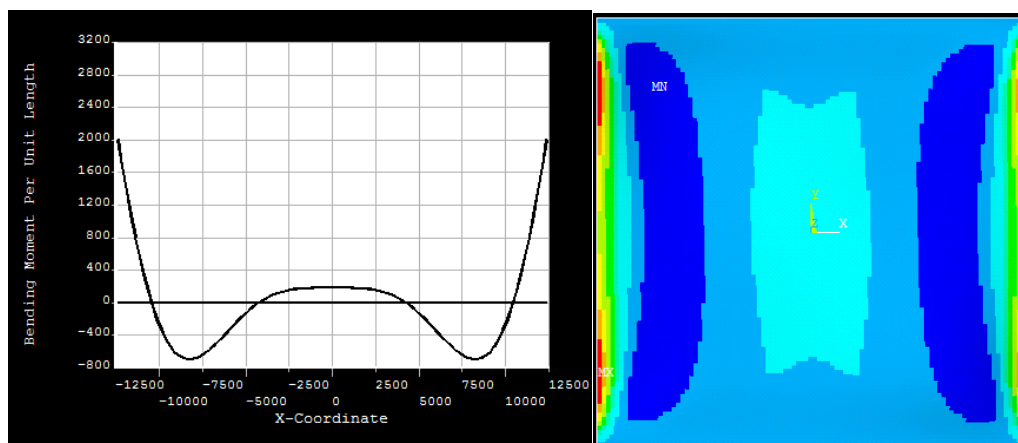
L = 12000 (links) en 13000 (rechts)



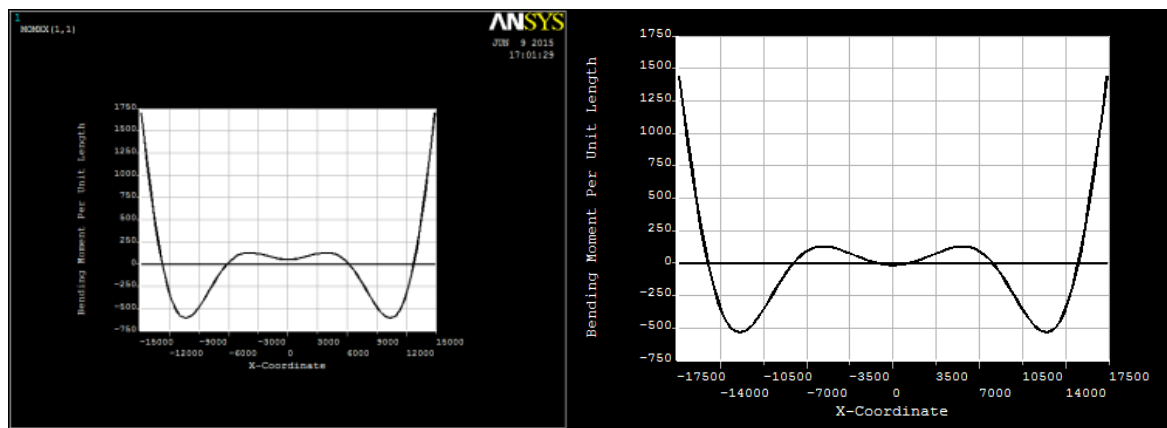
L = 17000 (links) en 22000 (rechts)



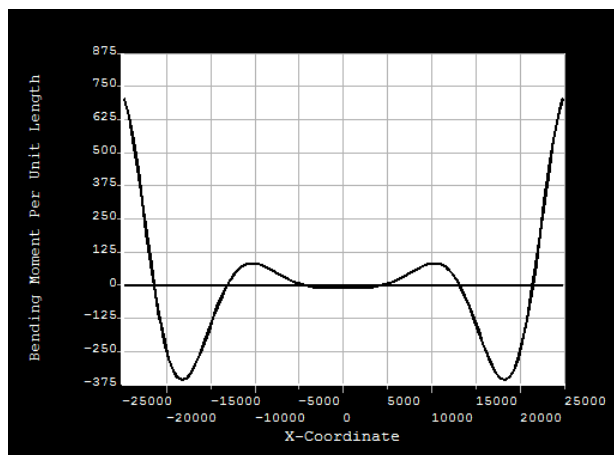
L = 25000



L = 30000 (links) en 35000 (rechts)



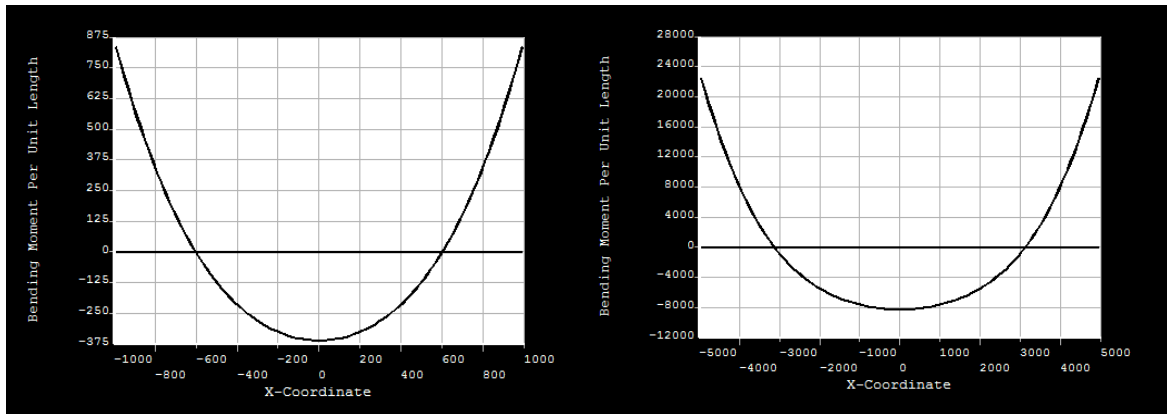
L=50000



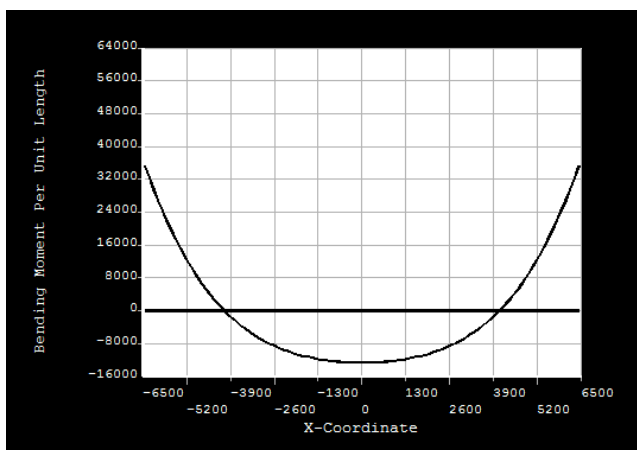
12.2 Ingeklemd – $A = 50\text{m}$, $T = 1000\text{mm}$, variërende lengte

IN METERS

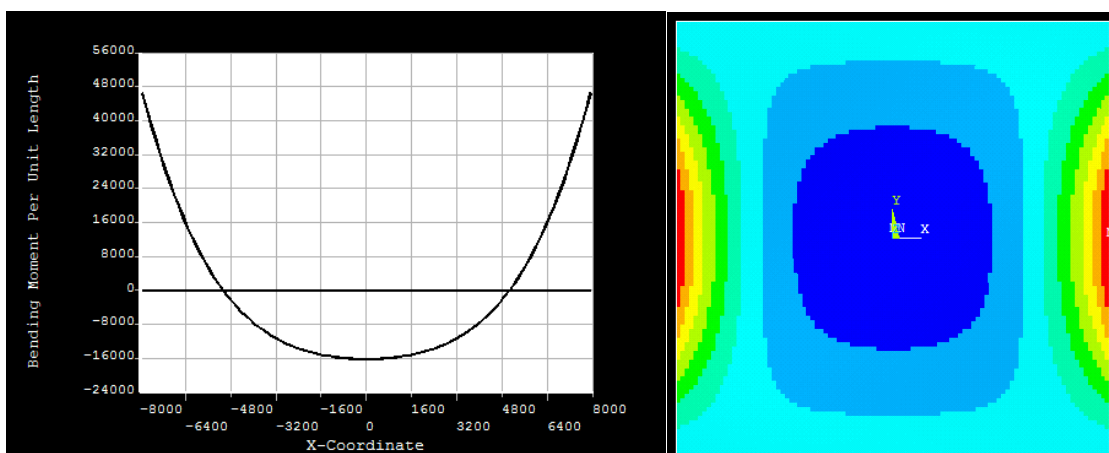
$L = 2\text{ m}$ (links) en 10 m (rechts)



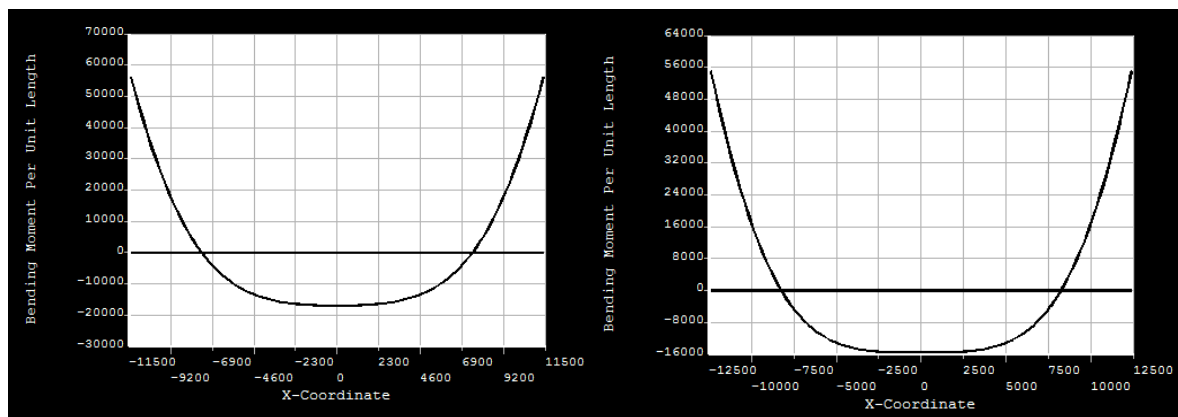
$L = 13\text{ m}$



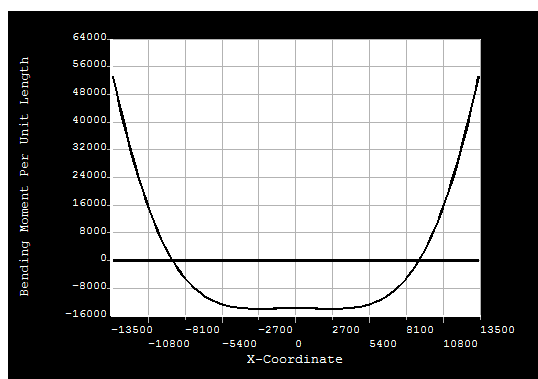
$L = 16$



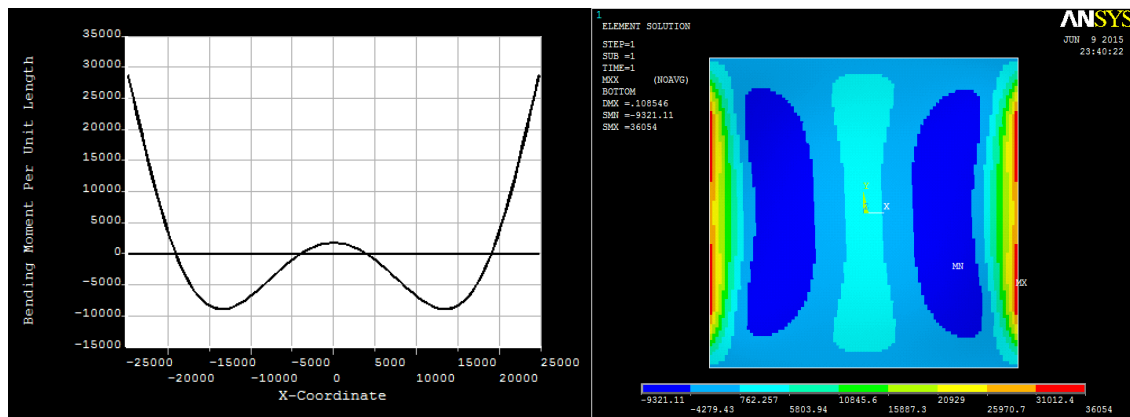
$L = 23$ (links) en 25 (rechts)



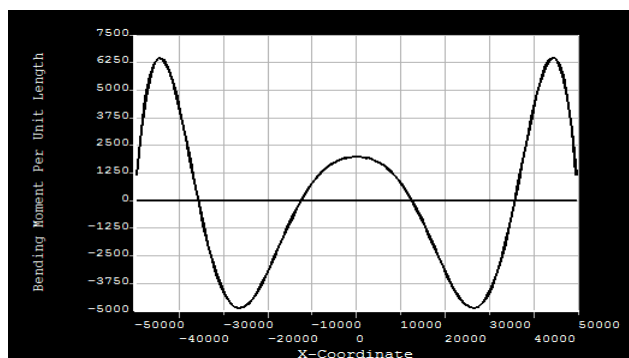
$L = 27$



$L = 50$



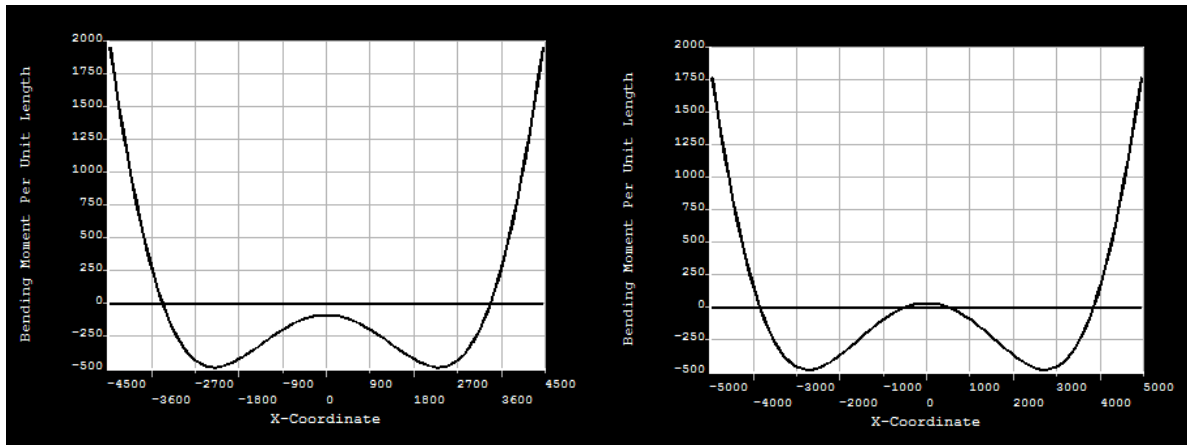
$L = 100$



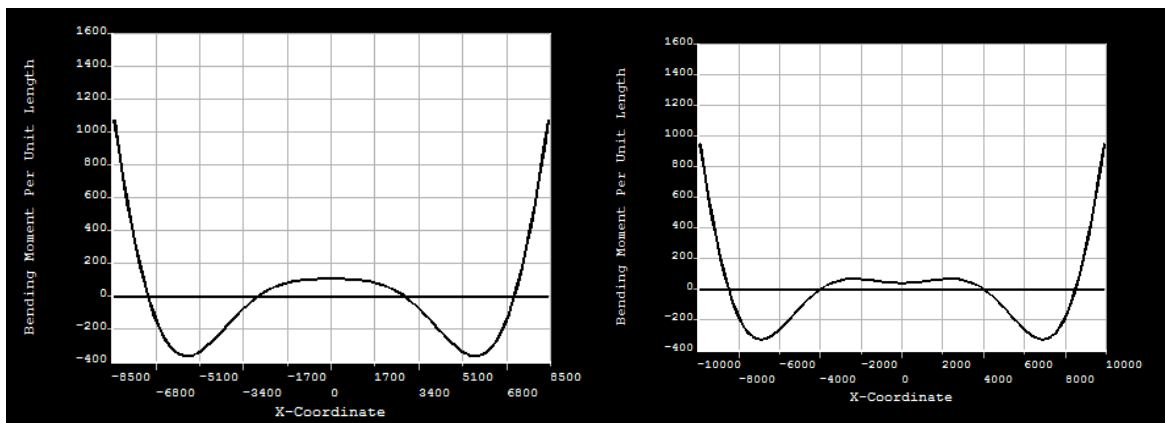
12.3 Ingeklemd – $A = 50\text{m}$, $T = 50\text{mm}$, variërende lengte

In meters

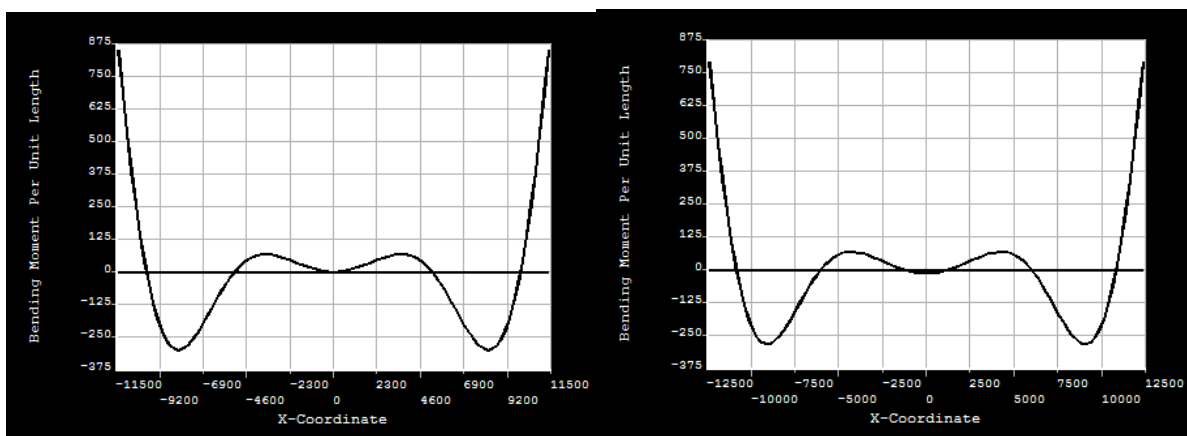
$L = 9$ en 10



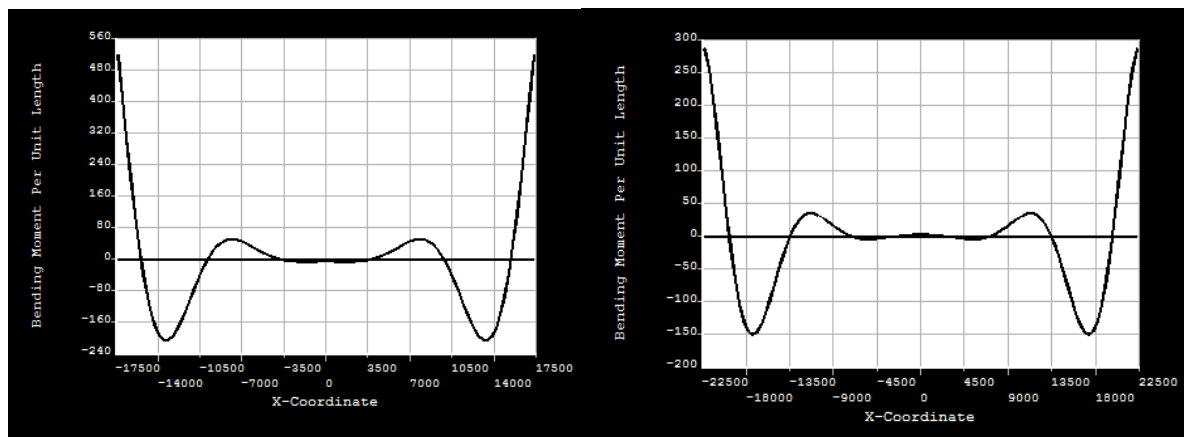
$L = 17$ en 20



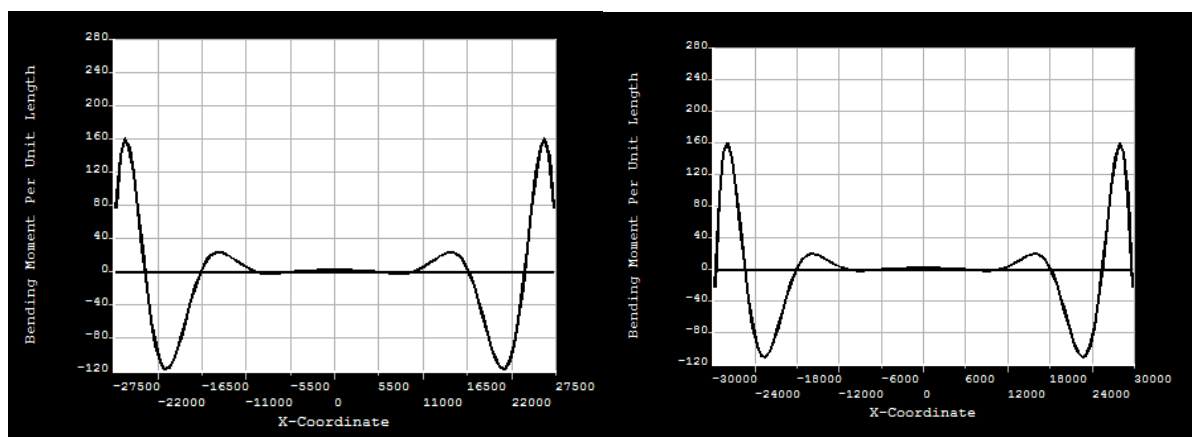
$L = 23$ en 25



$L = 35$ en 45



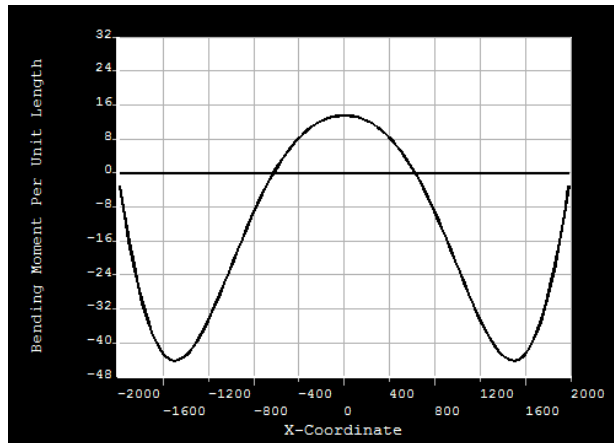
$L = 55$ en 60



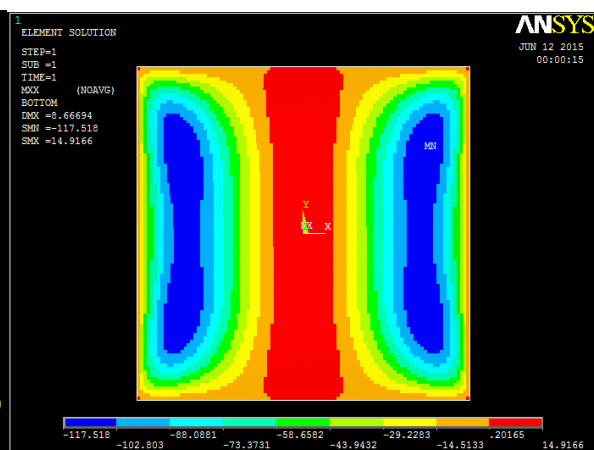
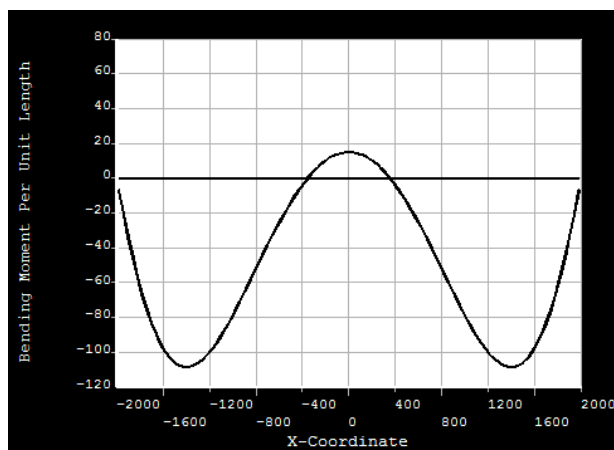
12.4 Scharnierend – $A = 50\text{m}$, $L = 4\text{m}$, variierende dikte

In mm

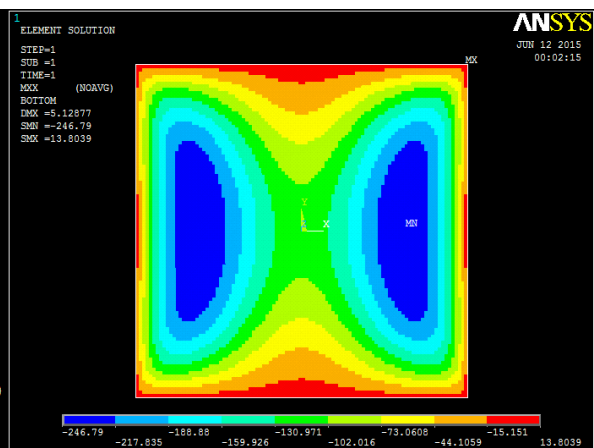
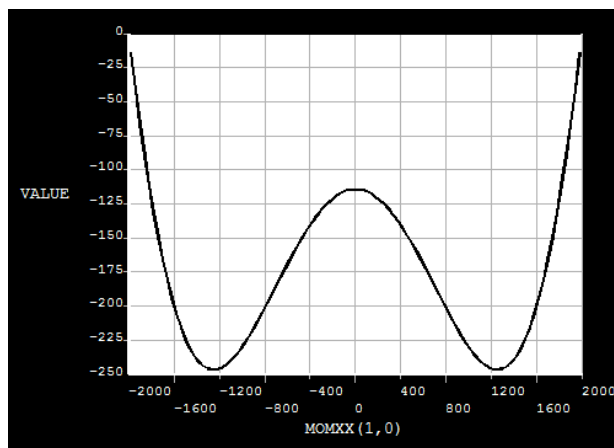
$T = 5$



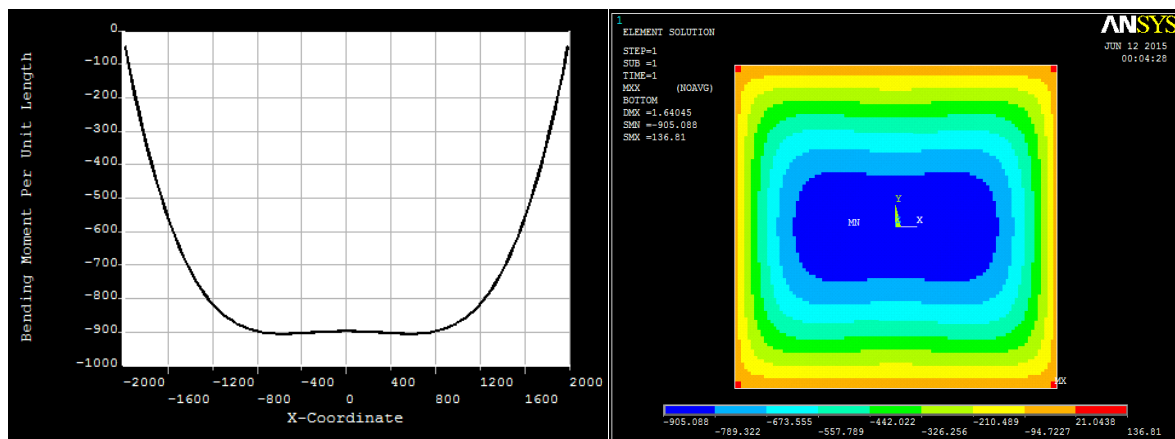
$T = 10$



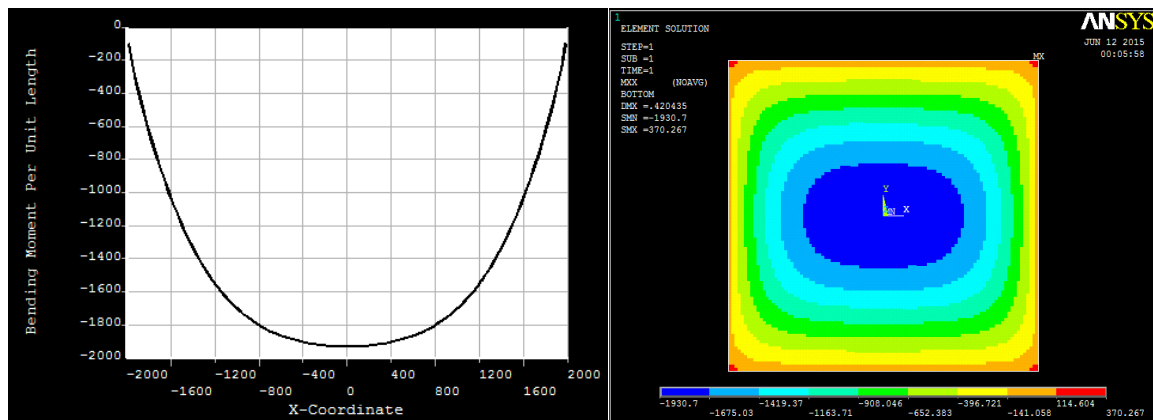
$T = 20$



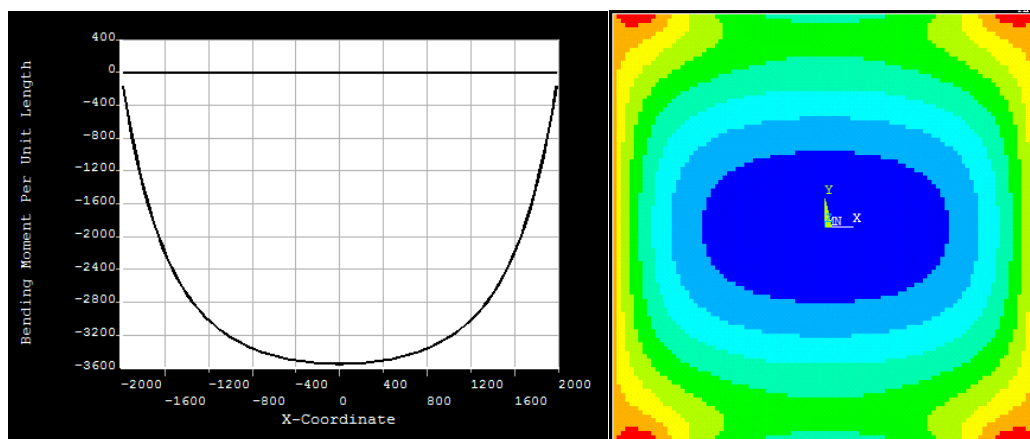
$T = 50$



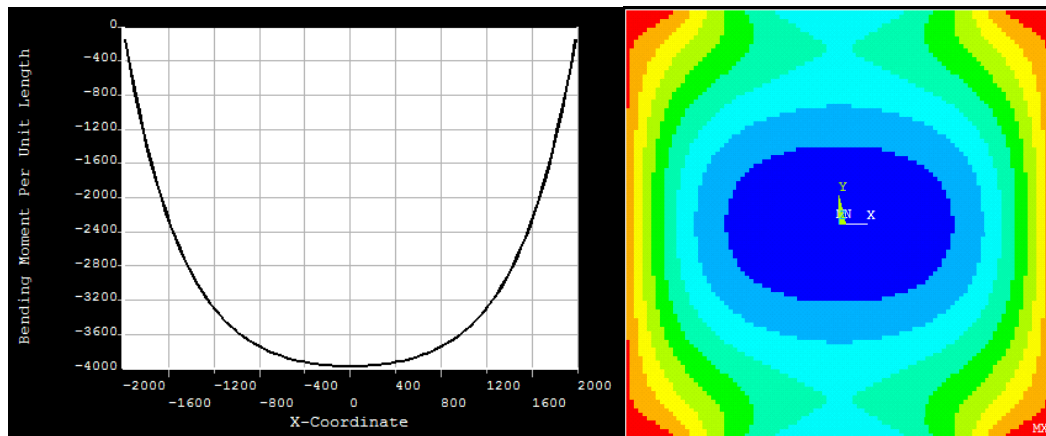
$T = 100$



$T = 1000$

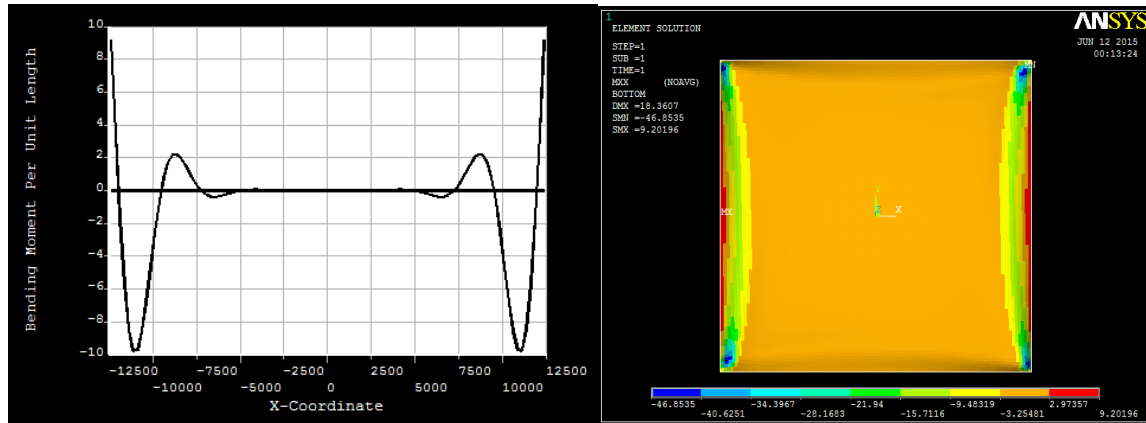


$T = 2000$

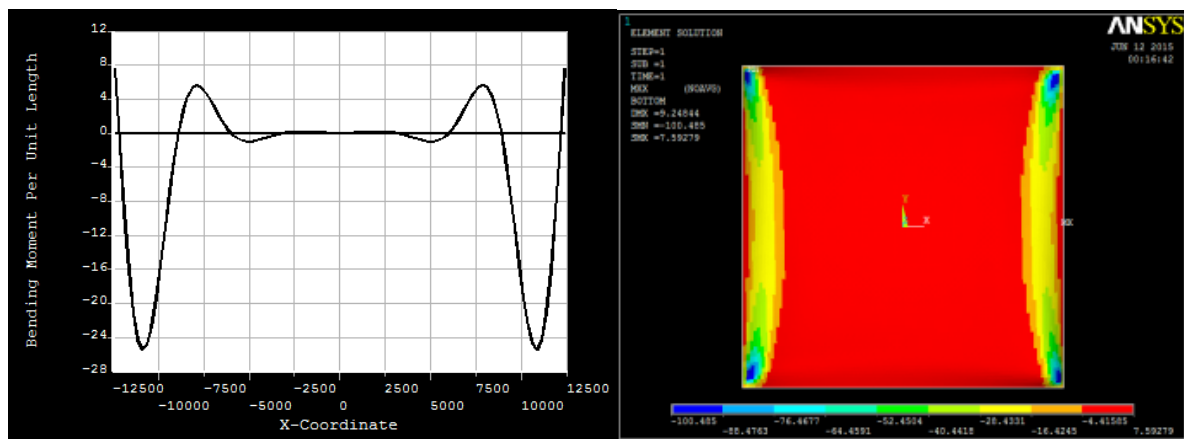


12.5 Scharnierend - $A = 50\text{m}$, $L = 25\text{m}$, variierende dikte

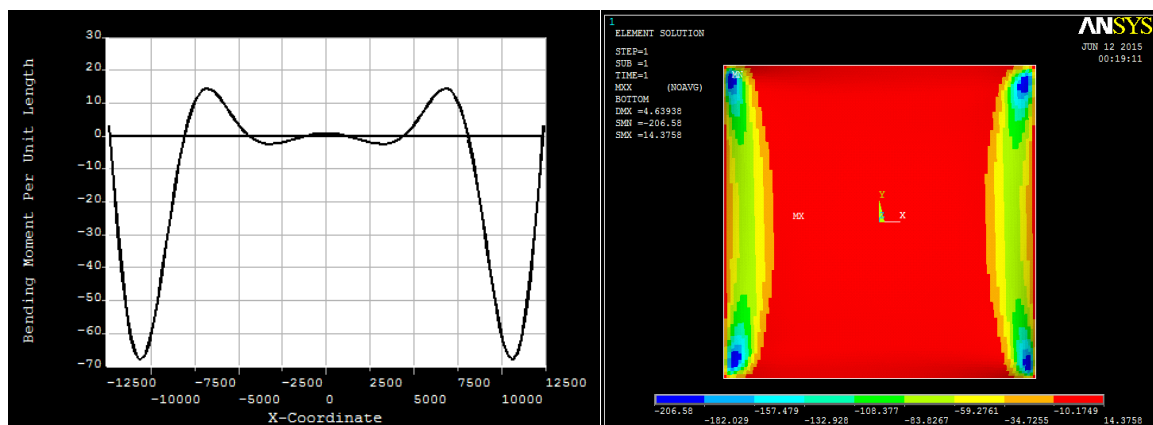
$T = 5$



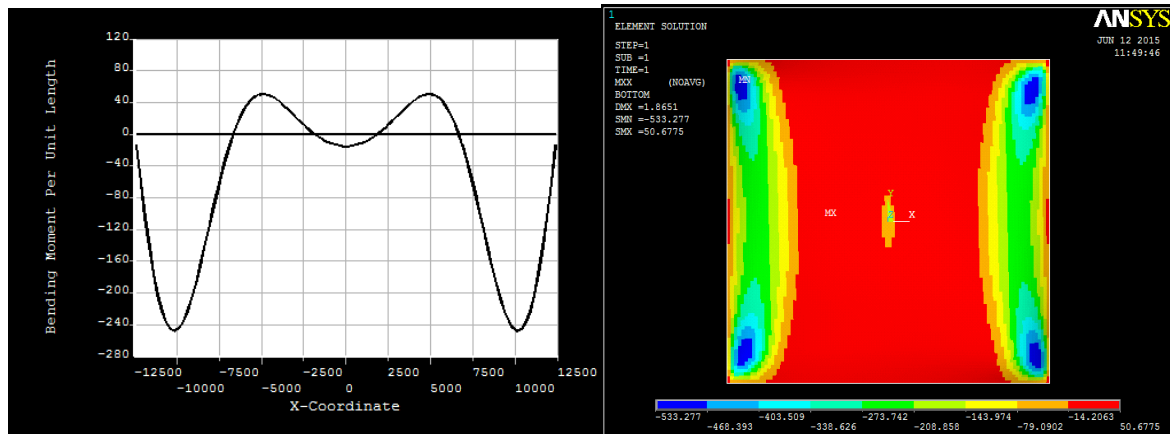
$T = 10$



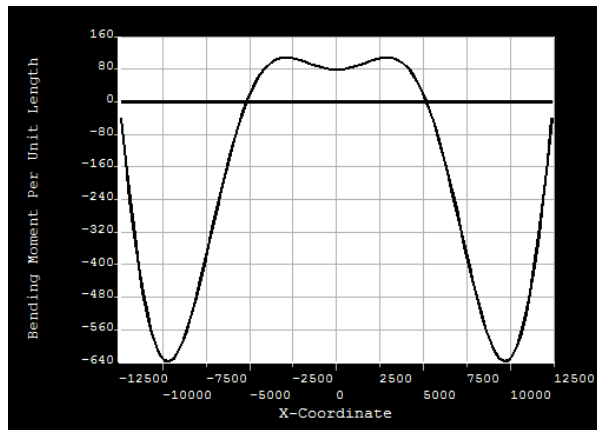
$T = 20$



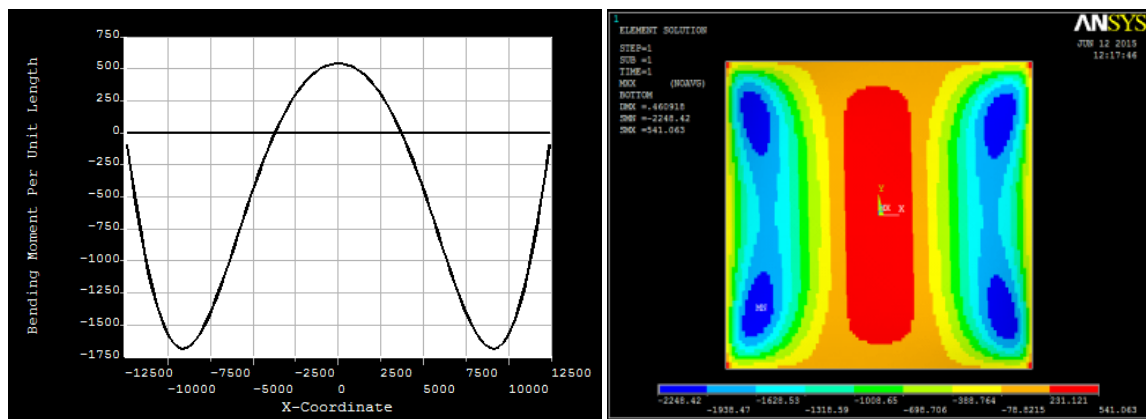
$T = 50$



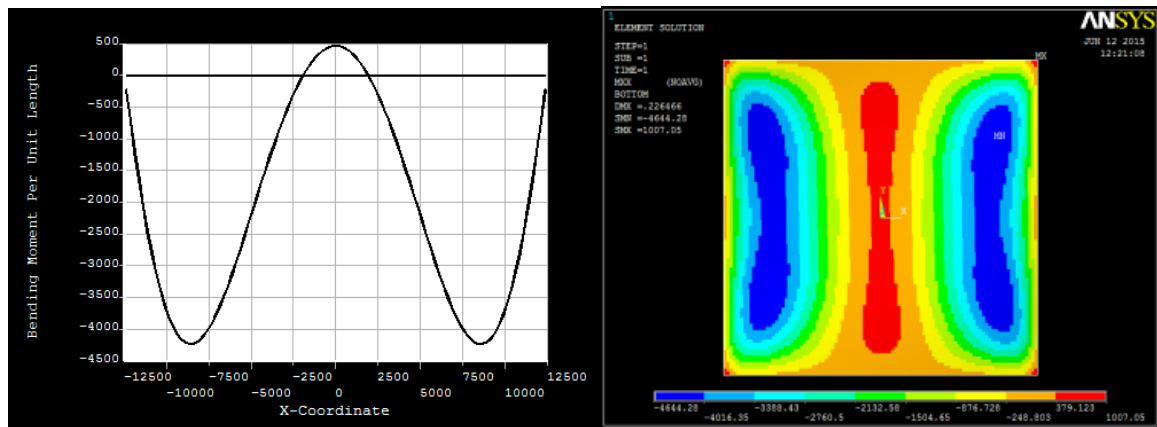
$T = 100$



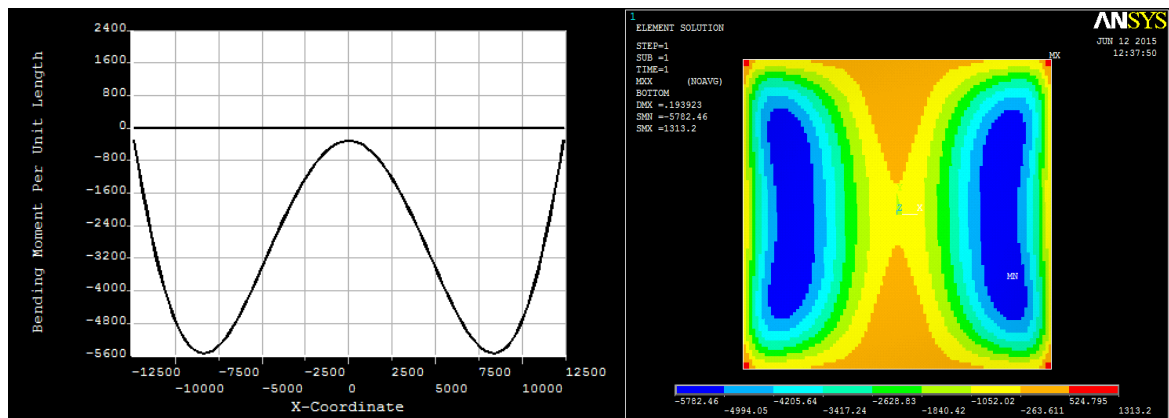
$T = 200$



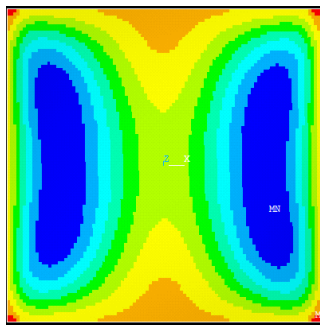
T = 300



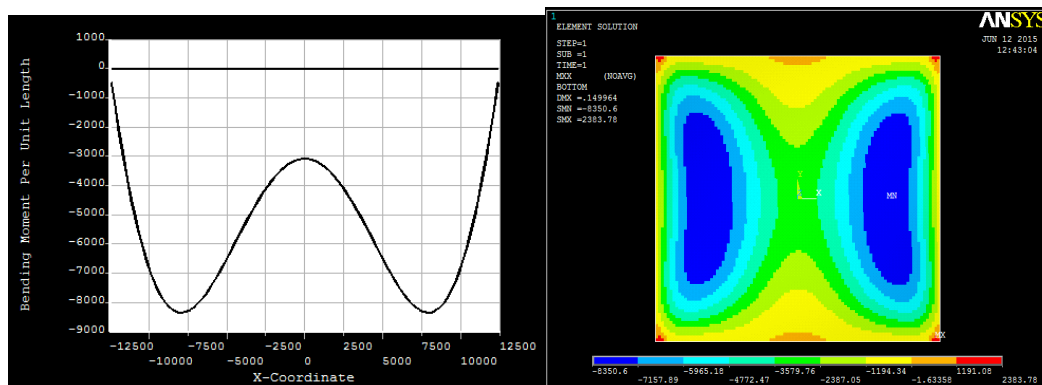
T = 500



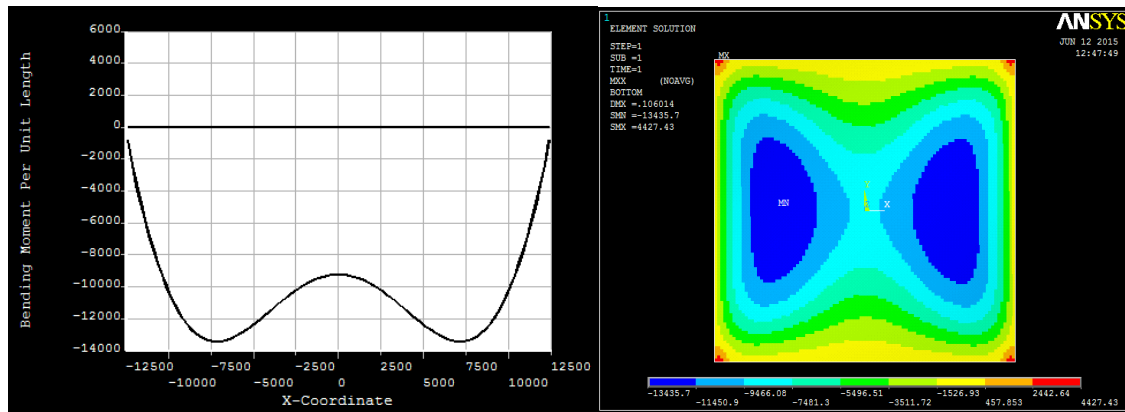
T = 600



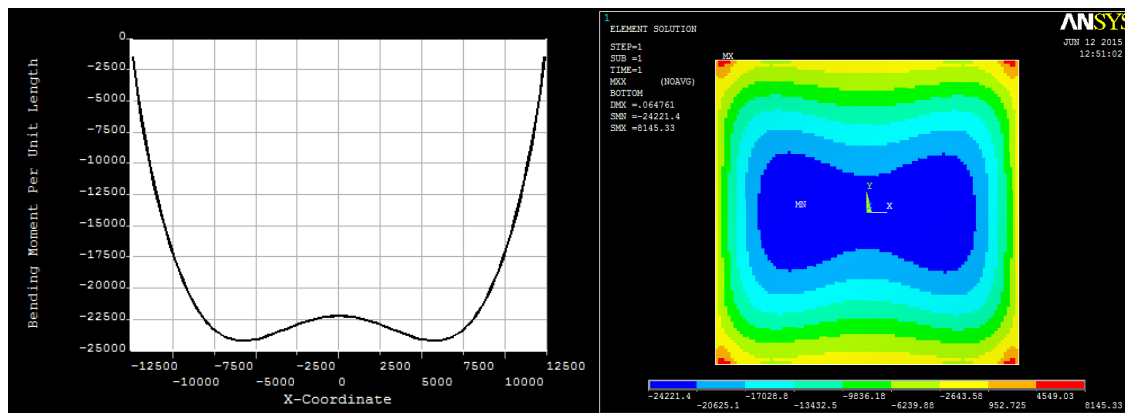
T = 700



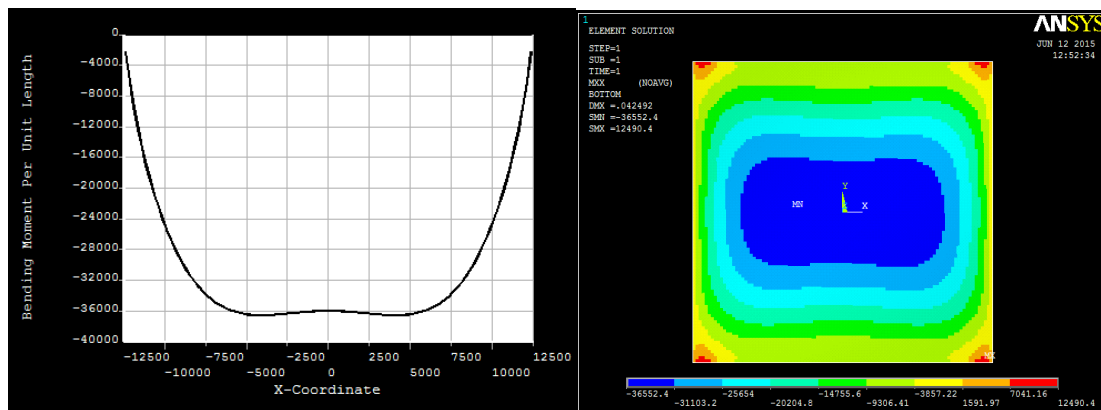
T= 1000



T = 1500



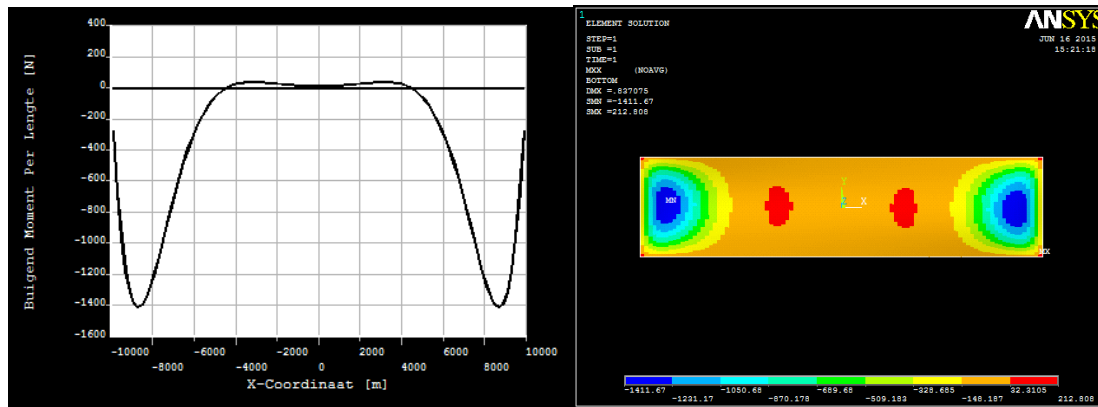
T = 2000



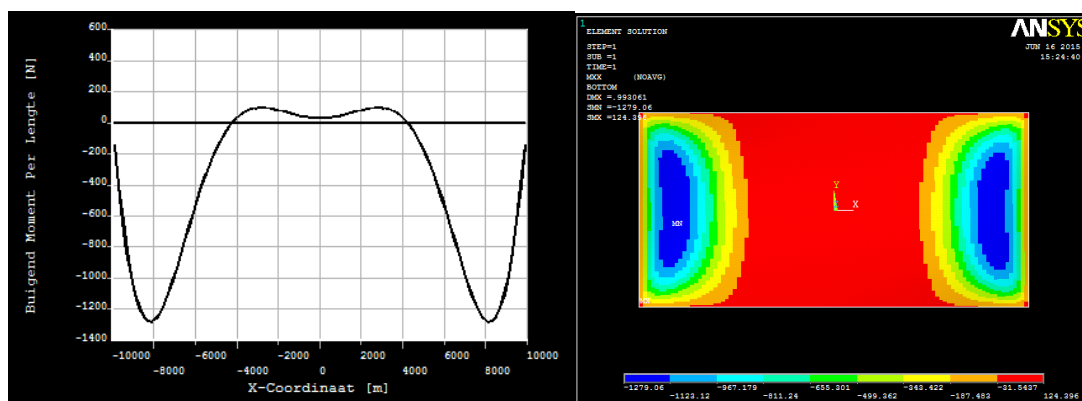
12.6 Scharnierend - $A = 50\text{m}$, $T = 100\text{mm}$, $LX = 20$, variërende LY

In meters

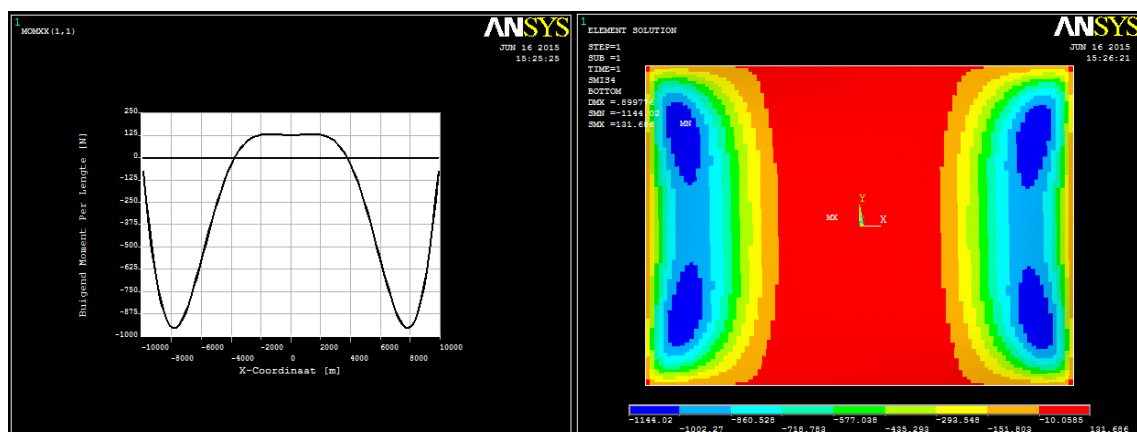
$L = 5$



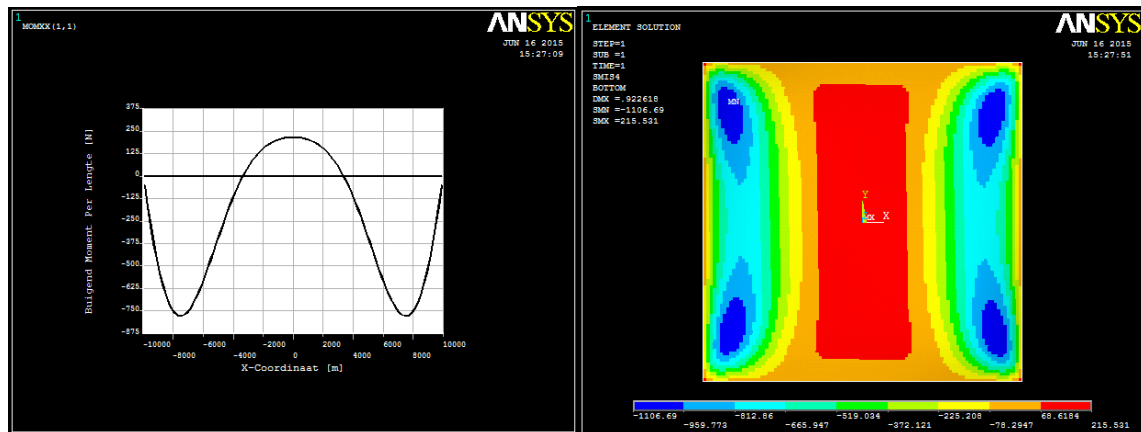
$L = 10$



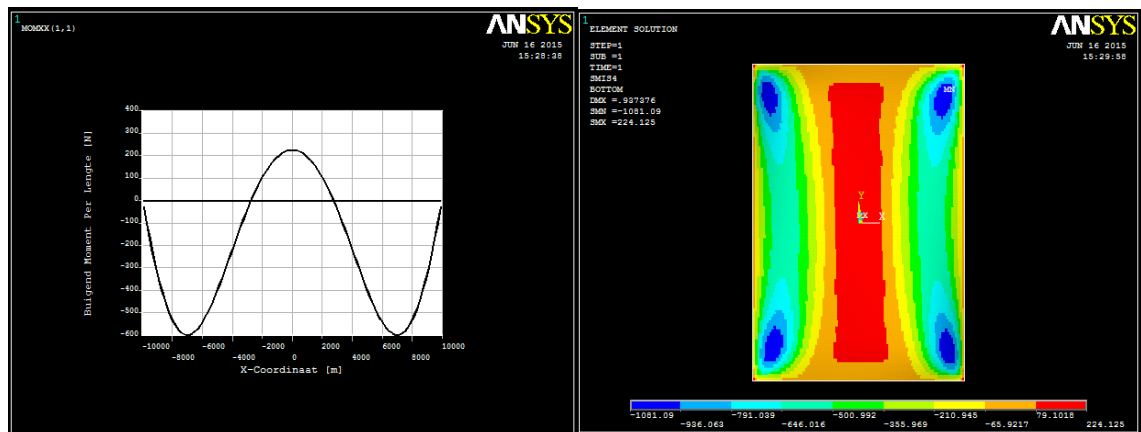
$L = 15$



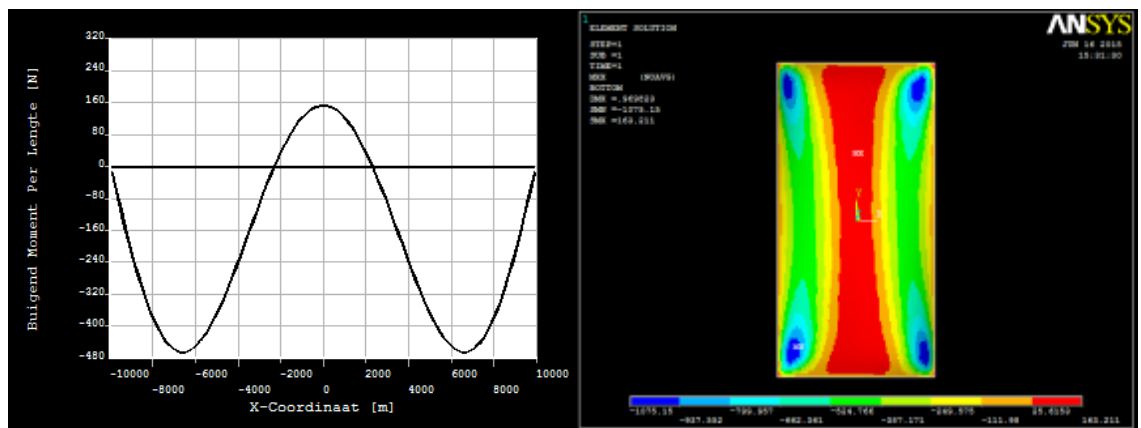
L = 20



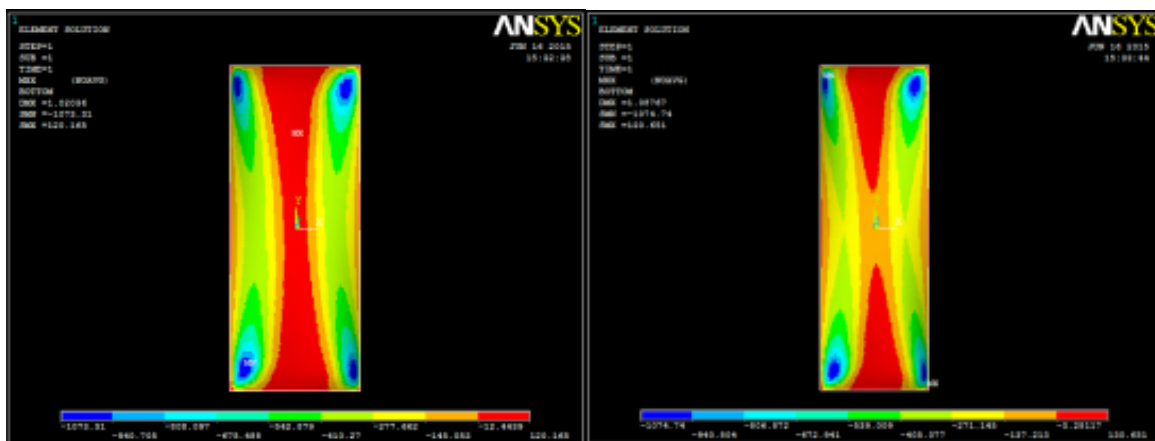
L = 30



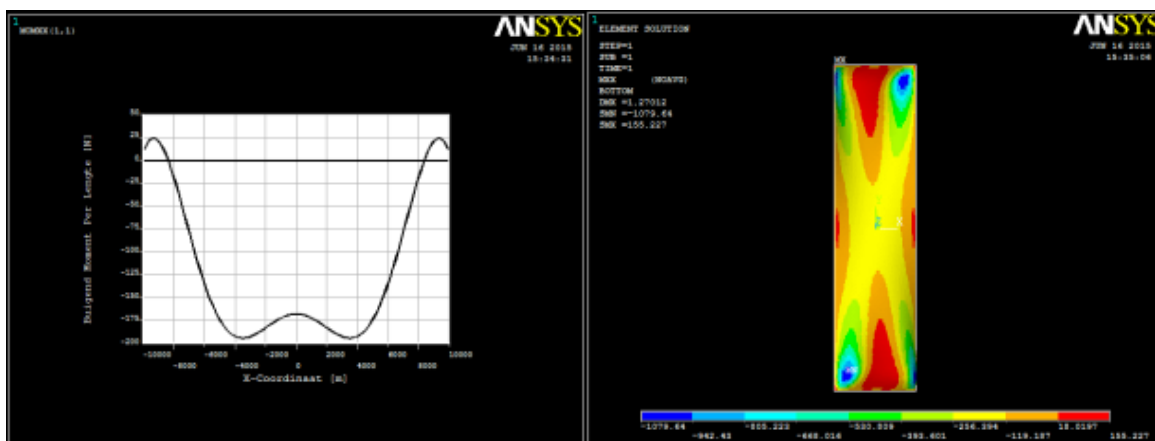
L = 40



L = 50 (links) en 60 (rechts)



L = 80



L = 100

