Inhoudsopgave

Voorwoord

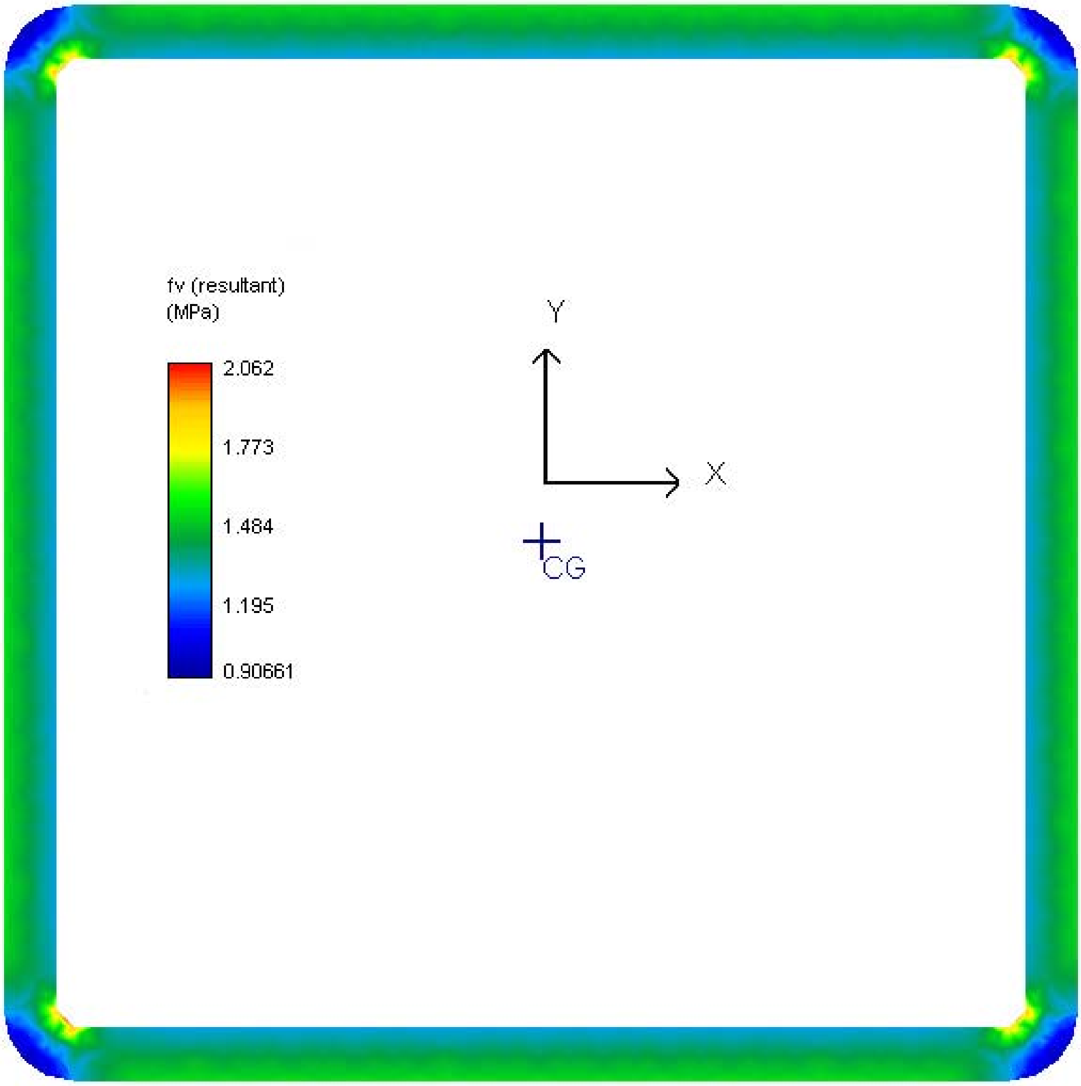
Dit rapport is tot stand gekomen in het kader van het Bachelor eindwerk (CT3000) aan de faculteit civiele techniek van de TU Delft. Het rapport is het resultaat van vijf weken zelfstandig onderzoek onder begeleiding van Dr. Ir. P. C. J. Hoogenboom en dr. ing. A. Romeijn. Gezien de beperkte onderzoeksduur moet het onderzoek vooral gezien worden als een oefening in de opleiding van de auteur. Omtrent de juistheid van de gegevens kunnen geen garanties worden gegeven. Gebruik van de onderzoeksdata en resultaten is geheel voor eigen risico en dient altijd gecontroleerd te worden met eigen berekeningen of simulaties.

Delft 17 oktober 2005

O.R. van der Meulen

Inleiding

In de hedendaagse civiel technische praktijk nemen holle staal constructies een steeds belangrijkere plaats in. Deze profielen kunnen door hun gesloten doorsnede en relatief hoge torsie constante ten opzichte van hun oppervlakte, torsie goed opnemen. Dit geldt in het bijzonder voor ronde doorsneden, maar ook vierkante en zelfs rechthoekige doorsneden zijn efficiënt. Hierbij dient echter wel een kanttekening geplaatst te worden: Ter plaatse van binnenhoeken treden soms aanzienlijke spanningsconcentraties op. Deze concentraties zijn zeer lokaal en kunnen vaak plastisch worden opgevangen door het materiaal en zullen derhalve in statisch belaste constructies niet zo gauw tot problemen leiden. Dit is echter niet zo voor dynamische belastingen en profielen met gelaste hoeken. Hier kunnen de optredende concentraties leiden tot scheurvorming door vermoeiing of zelfs brosse breuk van de las. In tegenstelling tot wat men zou verwachten, is het fenomeen nauwelijks onderzocht en bestaan er slechts twee bekende formules, die bovendien sterk verschillende uitkomsten bieden, om de concentratie te beschrijven.



Figuur 1 Voorbeeld van spanningsconcentratie in de binnenhoekpunten van een RHS profiel

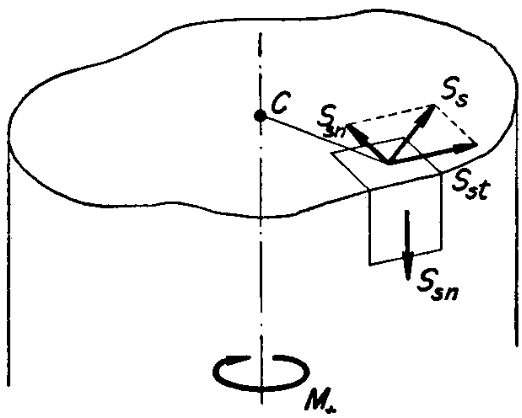
De meest recente formule is gepresenteerd in "Petersons stress concentration factors" [1] dit werk is een soort almanak om spanningsconcentraties in verschillende situaties te beschrijven en aan het onderhevige probleem is slechts één pagina gewijd. Deze behandeling bestaat slechts uit het geven van een formule en een domein van profiel eigenschappen met de daarbij horende grafiek. Zoals zal blijken schort het een en ander aan de bruikbaarheid van het domein alsmede de nauwkeurigheid en veiligheid van de formule. Deze formule, alsmede haar domein staat gegeven in Bijlage A.

De andere formule is, hoewel aanmerkelijk ouder en niet gezegend met de voordelen van eindigelementen simulatie, een stuk bruikbaarder, simpeler en in alle onderzochte situaties veilig. Het gaat hier om een in 1922 door Trefftz [2] gevonden formule welke ook vermeld staat in de opdrachtbeschrijving en bijlage A. De validatie en uitbreiding van deze formule staat centraal in de opdrachtstelling. In de uitvoering is gekozen om naast de validatie en het stellen van bruikbaarheidgrenzen voor de formule van Trefftz, de aandacht te leggen op het formuleren van alternatieve formules, welke voor een breed domein aan te verwachten profieleigenschappen een altijd veilige benadering geven voor de optredende schuifspanningsconcentratie bij binnenhoeken.
In de rapportage is ervoor gekozen de onderzoeksgegevens en resultaten te ordenen naar profiel soort en dezelfde volgorde aan te houden als waarin het onderzoek is verricht. Er zal begonnen worden met een korte uitleg van de onderliggende theorie over schuifspanningen door torsie.

Historisch analytische visualisaties en oplossingen

In het verleden is er ter visualisatie van schuifkrachten in profielen met torsie belast een aantal modellen gemaakt dat de schuifspanningsconcentraties kwalitatief inzichtelijk maakt en zelfs meetbaar met schaalmodelletjes. Om de lezer het voordeel van een makkelijke visualisatie te bieden en tevens de aard van het analytisch niet opgeloste probleem inzichtelijk te maken, zal ik beginnen met een korte introductie over de afleiding van de dominerende differentiaalvergelijking alsmede twee daaraan verwante visualisatiemethoden. Deze introductie is een samenvatting van eerste 5 paragrafen van het boek van Den Hartog [2]; "advanced strength of materials"

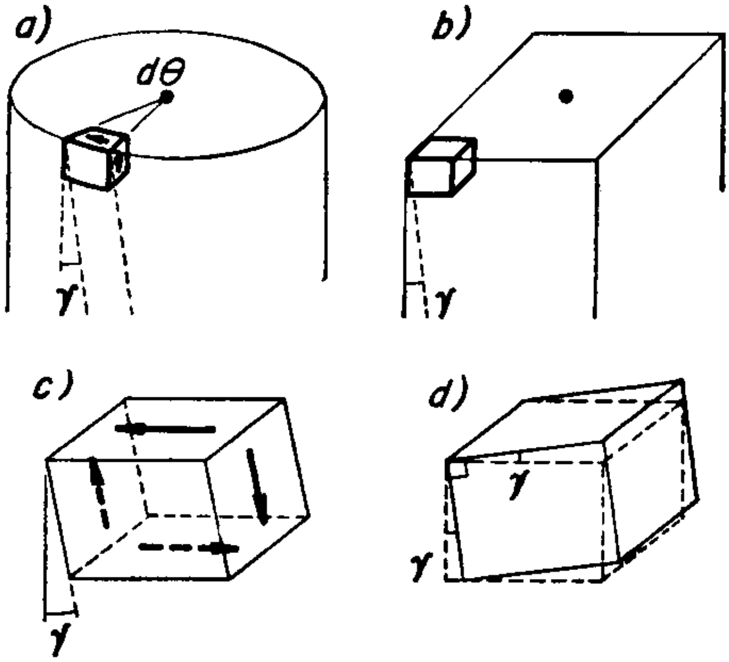
In ronde profielen bestaat voor de grootte van de schuifspanning op een bepaald punt de volgende relatie $S_s=(M_{t*}r/I_p)$. Uit puntsymmetrie overwegingen moet een vlakke doorsnede in de onbelaste toestand vlak blijven wanneer het profiel op torsie word belast. Hieruit volgt dat de etuipotentiaal lijnen voor de schuifspanning alle concentrische ringen zijn en dat de schuifspanning de omtrek van het profiel dus "volgt"
Deze argumentatie geld niet voor niet-puntsymmetrische profielen zoals rechthoeken. Om de schuifspanning netjes in cirkels te laten verlopen moet op het oppervlak een tweede schuifspanning bestaan haaks op de eerste, deze schuifspanning S_{sn} moet gepaard gaan, zoals uit figuur (2) blijkt, met een even grote spanning op de omtrek van het profiel. Deze spanning bestaat echter niet, en de schuifspanning is dus genoodzaakt de buitenomtrek van het profiel te volgen.



Figuur 2. Schuifspanningen in natuurlijk assenstelsel

bij het torderen van een cirkelvormig profiel, zal elke doorsnede door het X en Y-vlak een beetje verdraait zijn rond de Z-as ten opzichte van zijn voorganger (Z-as is aslijn) deze verdraaiing γ van een willekeurig elementje is te zien in figuur (3a).
Bij een rechthoekig profiel gebeurd er iets anders. Dit is goed te zien in de hoekpunten; om dezelfde verdraaiing als een cirkelvormige doorsnede

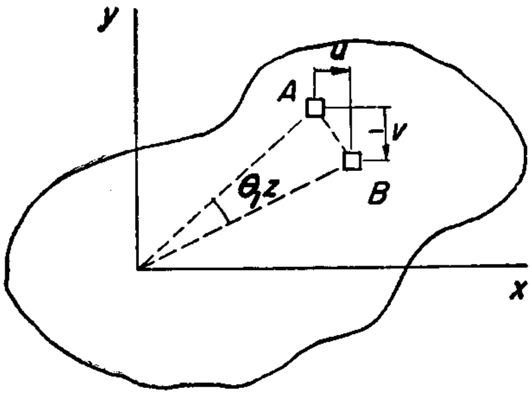
mogelijk te maken, moet het elementje in figuur (3b) ook een vervorming met hoek γ ondergaan. Dit vereist zoals blijkt in figuur (3c) schuifkrachten op de vrije buitenomtrek van de doorsnede welke niet bestaan. De enige mogelijkheid om de doorsnede toch te laten roteren is een verdraaiing conform figuur (3d). Duidelijk is dat welving van de doorsnede hierdoor noodzakelijk is. Vlakke doorsneden blijven dus niet vlak.



Figuur 3. Bewijs van optredende welving.

In de bewijsvorming zoals gegeven door den Hartog [2] zit zoals hij zelf toegeeft een gedeelte waarin hij niet volledig is. Ik zal me eenzelfde versimpeling permitteren. Deze versimpeling bestaat eruit dat aangenomen wordt dat in het X-Y vlak (haaks op de aslijn) geen vervormingen van de elementjes optreden. Deze aanname klopt, maar het bewijs is niet volledig en wordt in eerste instantie afgedaan met de opmerking dat bij een dergelijke vervorming van elementjes in het X-Y vlak, schuifspanningen nodig zijn die geen bijdrage leveren aan de opname van een opgelegd moment rond de Z-as en dat dergelijke niet nodige spanningen nooit optreden in de natuur.

Met deze theoretische basis het mogelijk de theorie van de Saint Venant [3] te bespreken. Zoals besproken zal een elementje op de X-Y doorsnede zonder eigen rotatie of vervorming rond de Z as roteren om een opgelegd moment M rond de Z as op te nemen.



Figuur 4. Optredende vervorming volgens de Saint Venant

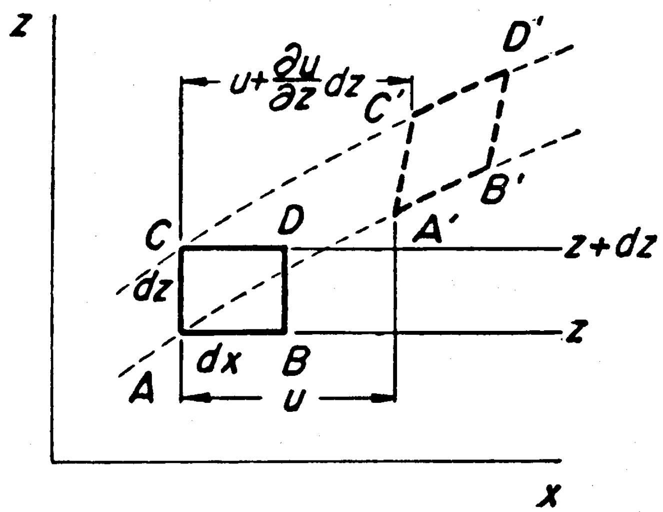
Uit figuur (4) laten zich de volgende formules voor de optredende verplaatsingen gemakkelijk afleiden.

$u = \theta_1 z * y$
$v = - \theta_1 z * x$ (1)
$w = f(x,y)$

deze verplaatsingen kunnen vertaald worden in rekken. Door eliminatie van niet optredende rekken, kan de rest in formule vorm gegoten worden. In totaal zijn er zes mogelijke rekken, 3 extensies en 3 schuifkracht vervormingen, deze zijn hieronder gegeven

$\varepsilon_x = 0$ eerste twee vergelijkingen (1) bepalen dit
$\varepsilon_y = 0$ eerste twee vergelijkingen (1) bepalen dit
$\varepsilon_z = 0$ derde vergelijking van (1) dicteert ε_z = constant (w geen functie van z) met aanname van geen normaal kracht in de staaf $\varepsilon_z = 0$
$\gamma_{xy} = 0$ eerste twee vergelijkingen (1) bepalen dit
γ_{xz} = ongelijk nul
γ_{yz} = ongelijk nul

Uit deze eliminatie blijkt dat er slechts twee vervormingen zijn te beschrijven. Deze vervormingen volgen logisch uit figuur (5). In deze afbeelding is Y constant gehouden en rechthoek ABCD gaat in deze figuur over in A'B'C'D' door oplegging van een moment M. de oorspronkelijk rechte hoek ABC gaat over in een hoek A'B'C'. Het verschil in hoek is $\delta u / \delta z + \delta w / \delta x$
Eenzelfde figuur kan ook gemaakt worden voor X=constant en de resultaten zijn analoog



Figuur 5. Afleiding formules voor rekken

De optredende schuifkracht vervormingen zijn dus.

$\gamma_{xz} = \delta u / \delta z + \delta w / \delta x$
$\gamma_{yz} = \delta v / \delta z + \delta w / \delta y$ (2)

Een substitutie van (1) in (2) levert.

$\gamma_{xz} = \theta_1 y + \delta_w / \delta_x$
$\gamma_{yz} = - \theta_1 x + \delta_w / \delta_y$ (3)

Conform de wet van Hooke produceren deze vervormingen spanningen met een grootte.

$(S_s)_{xz} = G(\theta_1 y + \delta w / \delta x)$
$(S_s)_{yz} = G(- \theta_1 x + \delta w / \delta y)$ (4)

Zoals eerder opgemerkt is de schuifspanning niet constant over de doorsnede, maar varieert deze. Per elementje zal dus een kleine verandering van spanning tussen tegenover elkaar gelegen vlakken opgenomen worden. Aangezien er geen andere spanningen zijn dan $(S_s)_{xz}$ en $(S_s)_{yz}$, moet uit evenwichtsoverwegingen gelden:

$\delta(S_s)_{xz} / \delta_x + \delta(S_s)_{yz} / \delta_y = 0$ (5)

Deze differentiaal vergelijking heeft 2 onbekenden en de truc van de Saint Venant behelst, dat hij deze beide herschrijft als partiële afgeleiden van één moederfunctie. Deze moeder functie werd door de Saint Venant als Φ(x,y) gedefinieerd. Vergelijkingen (4) gaan daardoor over in:

$(S_s)_{xz} = + \delta\Phi / \delta y$
$(S_s)_{yz} = - \delta\Phi / \delta y$ (6)

Uit substitutie van (6) in (5) blijkt dat aan (5) per definitie wordt voldaan zolang $\Phi(x,y)$ een continue functie is.

Met dit gereedschap is het mogelijk een kwalitatieve inschatting te maken van het verloop van de schuifspanningen. De functie $\Phi(x,y)$ kan worden voorgesteld als een opgeblazen membraam dat langs de randen van de doorsnede is vastgemaakt. De partiële afgeleide van de functie $\Phi(x,y)$ naar een willekeurige richting levert de waarde van de schuifspanning op dat punt in een richting daar haaks op. Dit conform (5). Uit dit laatste volgt ook dat het membraan langs de randen van het profiel een constante "hoogte" heeft, immers er bestaat geen schuifspanning normaal aan de buitenomtrek van het profiel en de partiële afgeleide van de schuifspanning langs de rand van de doorsnede is overal 0.

Zonder het bewijs te reproduceren merk ik op dat de oppervlakte integraal van $\Phi(x,y)$ de helft van het veroorzakende moment M is.

Een combinatie van (6) en (4) levert:

$$+ \delta\Phi / \delta y = G(\theta_1 y + \delta w / \delta x)$$
$$- \delta\Phi / \delta y = G(- \theta_1 x + \delta w / \delta y) \quad (7)$$

Waarbij w de welving van de doorsnede voorstelt. Hoewel onbekend is hoe deze functie er precies uitziet, is er wel duidelijk dat het een continue functie moet zijn, immers het oppervlak van de gewelfde doorsnede heeft geen plotselinge sprongen of scheuren. Per definitie is daardoor:

$$\delta^2 w / (\delta x\, \delta y) = \delta^2 w / (\delta y\, \delta x) \quad (8)$$

gewapend met (8) is het mogelijk de twee vergelijkingen (7) om te schrijven naar één vergelijking. Ee nemen daartoe de partiële afgeleide naar Y van de bovenste vergelijking en de partiële afgeleide naar X van de onderste. Na ze van elkaar af te trekken ontstaat één nieuwe relatie.

$$\delta^2\Phi / \delta y^2 + \delta^2\Phi / \delta y^2 = -2*G\, \theta_1 \quad (9)$$

Membraananalogie

Zoals al eerder opgemerkt is het verloop van de schuifspanning in een profiel op torsie belast goed te visualiseren met behulp van de membraam analogie. Het was Prandtl [4] die dit in 1903 publiceerde. Hij zag in dat vergelijking (9) in feite dezelfde was als de dominerende vergelijking voor een opgespannen membraan met overdruk.

$$\delta^2 z / \delta y^2 + \delta^2 z / \delta y^2 = - p/T \qquad (10)$$

hierin is T een in alle richting gelijke spanning op het membraan die zo hoog is dat een spanningstoename in het membraan door vervorming verwaarloosbaar is en p de overdruk onder het membraam is.
Door p en T zo te kiezen dat het quotiënt gelijk is aan 2*G $\theta_{1,}$ is het mogelijk met een proefopstelling het schuifspanning verloop door een doorsnede te simuleren met behulp van een opblaasbaar membraan. Het instellen van T bleek in de praktijk moeilijk en een "work around" werd gevonden door in plaats van alleen de te onderzoeken doorsnede vorm, tevens een tweede zuiver ronde doorsnede op te blazen. P is zo in beide doorsnede gelijk en door grote membranen te gebruiken werd de variatie in T minder belangrijk. Naderhand kon, doordat een analytische oplossing voor een ronde doorsnede bekend is, voor de andere doorsnede teruggerekend worden naar optredende schuif spanningen. Dit met behulp van:

(Volume / helling) = constante (moment / schuifspanning)

Met deze methode bleek het zelfs mogelijk gedeeltelijk plastische doorsneden te simuleren. Dit door met behulp van plankjes de maximale helling van het membraam aan een maximum te binden.

Lord Kelvins stromingsleeranalogie.

30 jaar voor Prandtl [4] zag Lord Kelvin [5] een andere analogie om de schuifspanning door torsie in te beelden. Hoewel deze methode niet praktisch is in het gebruik voor volledige doorsneden, is hij uitermate geschikt om het probleem van schuifspanning concentraties in hoekpunten inzichtelijk te maken. Lord Kelvin zag in plaatjes van schuifspanning verdelingen een gelijkenis met stroomlijnen van een ideale vloeistof met een constante vorticity. (vorticity staat gedefinieerd als de curl, of de mate van draaiing van de snelheid).

In de vloeistofmechanica staan u en v gedefinieerd als de snelheid in de X- en de Y-richting. Ψ is een onbekende stroming functie afhankelijk van X en Y
Per definitie geld:

$$u = - \delta\Psi / \delta y$$
$$v = + \delta\Psi / \delta x \qquad (11)$$

Hieruit volgt:

$\delta u / \delta x + \delta v / \delta y = 0$

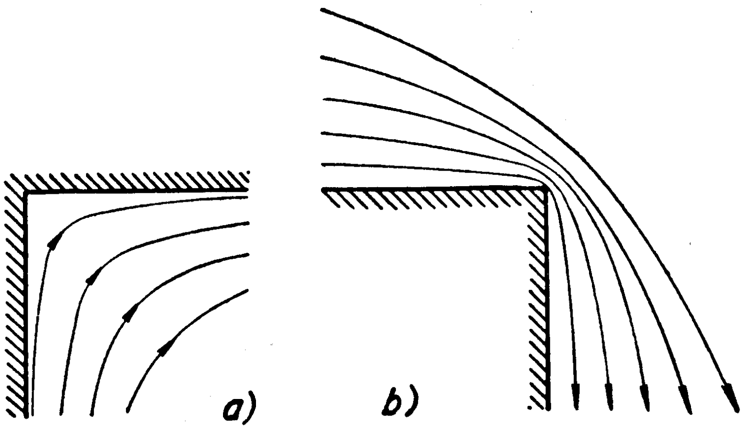
Dit is de definitie van een niet samendrukbare stroming. De vorticity ω staat gedefinieerd als:

$2\omega = \delta u / \delta y - \delta v / \delta x$ (12)

Invullen van (11) in (12) levert:

$\delta^2\Psi / \delta y^2 + \delta^2\Psi / \delta y^2 = - 2\omega$ (13)

vergelijking (13) toont wederom een grote gelijkenis met (9). Door nu de vorticity ω op G θ_1 te stellen, kan gebruik gemaakt worden van allerlei analytische oplossingen van vloeistof stromingen rond obstakels. Een schuifspanning probleem van een doorsnede met een gat erin wordt zo bijvoorbeeld vertaald naar een vloeistof stroming langs een ronde kogel. Iets waarvan de analytische oplossing al van bekend is. Van belang voor dit onderzoek is het feit dat met de vloeistofstrominganalogie snel duidelijk is wat er in een hoekpunt van een rechthoekig hol staalprofiel gebeurd. Duidelijk is dat in buitenhoeken ($\varphi > 180°$) zoals figuur (6a), de stroomlijnen divergeren en de afgeleide van de spannings functie $\Phi(x,y)$, in de richting haaks op de omtrek, wordt daardoor steeds kleiner naarmate we dichter bij het hoekpunt kijken. Het gevolg hiervan is, dat de schuifspanning in de richting haaks daar weer op, dus evenwijdig met de omtrek, ook steeds kleiner wordt. In het hoekpunt ontstaat een schuifspanning verlaging ten opzichte van de buitenrand op enige afstand van het hoekpunt. Deze verlaging is voor het dimensioneren van torsie opnemende profielen echter niet zo heel interessant.
Dit is anders met binnenhoeken ($\varphi < 180°$), hier is sprake van convergerende stroomlijnen. Die als het hoekpunt perfect scherp is, zelfs volledig samenkomen. Het vervelende gevolg hiervan is dat de afgeleide in de richting haaks op de omtrek daar oneindig wordt en daarmee ook de schuifspanning.

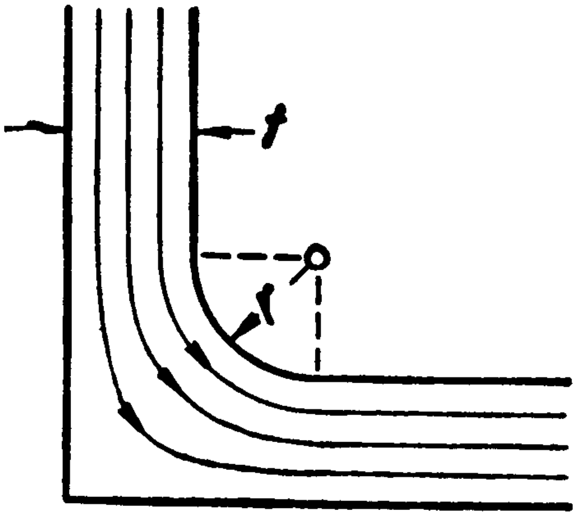


Figuur 6. Stroomlijnen rond a: een buitenhoek en b: een binnenhoek

Dit laatste effect van schuifspanningsconcentraties in binnenhoeken is het onderwerp van deze studie. Een benadering om deze concentratie te beschrijven is in 1922 door Trefttz [6] gepubliceerd. Deze luid:

$$(S_s)_{max} / (S_s) = 1{,}74 * (t/r) \wedge(1/3) \qquad (14)$$

Waarbij S_s de schuifspanning op enige afstand van het hoekpunt is, t de lijfdikte en r de afrondingsstraal.



Figuur 7. Schuifspanningsconcentratie in binnenhoek

Gekozen aanpak

De onderzoeksopdracht vraagt om het controleren van de benaderingsformule van Trefftz [6] voor een aantal profieltypen en het veralgemeniseren van de formule van Trefftz voor rechthoekige holle doorsneden met variërende lijfdikten. Dit laatste element van de opdracht is met instemming van de heer Hoogenboom verandert in het vinden van een formule voor rechthoekige holle doorsneden met variërende hoogte / breedte verhoudingen. Dit om de toepasbaarheid van de formule te vergroten, daar profielen met ongelijke hoogtes als breedtes gangbaarder zijn dan vierkante profielen met ongelijke lijfdiktes. Gangbare rechthoekige profielen hebben zelfs een NEN [12] normering en dat maakt het tevens mogelijk het domein van verschillende, al dan niet op de spanningstoename van invloed zijnde, parameters te bepalen.

Om de opdracht uitdagender te maken en omdat de benodigde data toch nagenoeg voorhanden was, is er voor gekozen naast de controle op de juistheid van de formule van Trefftz, ook telkens een eigen benaderingsformule te formuleren. Voor het eerste gedeelte van de opdracht; het controleren van de formule van Trefftz voor vierkante gesloten doorsneden, was dit een proces van "trial and error". Gaandeweg de rest van de profieltypen ontstond meer routine en fingerspitzengefuhl. Ondanks de evolutie van vooral de efficiëntie van de onderzoeksmethoden kan toch gesproken worden van een algemeen geldende mannier van aanpak. Deze algemene aanpak zal ik hieronder puntsgewijs kort uiteenzetten, bijzonderheden die optreden bij de verschillende profielen staan later vermeld, bij het profiel in kwestie.

1: Het vinden van relevante normen.

De formule van Trefftz kent één dimensieloze parameter t/r. het ligt voor de hand dat in een eigen benaderingsformule deze parameter ook een belangrijke rol speelt. In de norm bladen van de NEN staat deze dimensieloze parameter niet als zodanig vermeld. Wel wordt voor sommige profielen een minimum en maximum afrondingsstraal gespecificeerd. Voorts bevatten de normbladen vaak een groot aantal gespecificeerde standaardprofielen. Waar ik de keuze had wat betreft welke profielsoorten te onderzoeken, heb ik gekozen voor profielen waarbij ofwel de afrondingstraal genormeerd was, ofwel de standaardprofielen een duidelijk domein van afrondingstralen vertoonden.

2: Bepalen van de domeinen van al dan niet relevante parameters.

In een spreadsheet heb ik telkens alle gespecificeerde profielen alsmede eventuele minimum en maximum waarden van parameters verzameld.

3: keuze tussen ééndimensionaal en meerdimensionaal.

Hoewel voor de verhouding t/r in alle gevallen een hoofdrol in de benaderings formule is weggelegd, is een afhankelijkheid van alleen deze parameter niet in alle gevallen voldoende om de optredende concentratie nauwkeurig genoeg te beschrijven. Waar dit zo was, bleek dat een tweede dimensieloze parameter toevoegen leidde tot veel betere resultaten en een op het oog ook logischere trend van "meetwaarden". De gebruikte tweede dimensieloze parameter was in alle gevallen H/t waar H de profielhoogte voorstelt. Het moment van inzicht, dat één dimensionaal niet afdoende was, verschilde van profiel tot profiel. Soms leidde inleidend "spelen met een profiel" al tot deze realisatie, soms was dit inzicht het resultaat van het langdurig onderzoeken van schijn trends. Naarmate het onderzoek vorderde en meer handigheid was verkregen, gebruikte ik vooraf specifieke controles op dit onderwerp.

4: Bepalen van te simuleren profieleigenschappen.

De kennis omtrent het domein van parameters en het benodigd aantal dimensies leidde in deze fase tot de keuze van de, te simuleren, profieleigenschappen. Aangezien het toepassen van een eindigelementen-simulatie tijd kost en zelfs veel tijd als voldoende nauwkeurigheid gevraagd wordt bij scherpe hoeken, moest het aantal te voeren simulaties niet onnodig hoog liggen en waar mogelijk al eerder gebruikte simulaties hergebruiken. Vooral bij meerdimensionale problemen moest op deze mannier op tijd gelet worden. Een proef run van elk profiel was een belangrijk hulpmiddel om de te simuleren t/r waarden te identificeren. In latere profielonderzoeken bij niet gesloten doorsneden is er tevens voor gekozen om in ieder geval de in de norm vermelde standaard profielen te simuleren.

5: Eindige elementen analyse.

Nadat de vorige fase is afgesloten met een tabel van profielgegevens werden in deze fase de profielgegevens ingevoerd in een gespecialiseerd eindigelementen pakket genaamd Shapebuilder [7] Dit pakket bied van de meest gangbare profielen standaardobjecten die met behulp van een aantal in te voeren profieleigenschappen aangepast kunnen worden zodat ze overeenkomen met de te onderzoeken profielen. Soms was het nodig zelf profielen samen te stellen uit andere profielen, een iets tijdrovender project. Nadat het profiel juist gedefinieerd was, werd begonnen met eindigelementen simulatie. Het pakket bied helaas niet de mogelijkheid tot het verfijnen van de mesh op specifieke punten. Ook is de gebruikte mesher niet geheel foutloos wat curieus genoeg vooral bij ingebouwde profielen tot lagunes in het mesh leidde, deze lagunes ontstonden steevast op plekken waar ze een merkbare invloed op de nauwkeurigheid veroorzaakten. Na iedere simulatie werd dan ook eerst verdergegaan door de gebruikte mesh te gecontroleerd op fijnheid en de nette spreiding van de elementen. Sommige simulaties zijn meermalen overgedaan met verschillende instellingen voor de mesher om de lagunes te laten verdwijnen. Een fijnere mesh was hierbij lang niet altijd de juiste oplossing. Wanneer ik vertrouwen had in de gebruikte mesh noteerde ik de berekende spanning op een aantal specifieke punten. Eerst werd dit per profiel op een viertal plekken gedaan, later verminderde ik tot twee daar de ander twee nooit nodig bleken. Deze meetwaarden werden genoteerd in de tabel uit fase twee en eventuele fouten vielen direct op daar trendbreuken in de optredende spanningen snel zichtbaar waren.

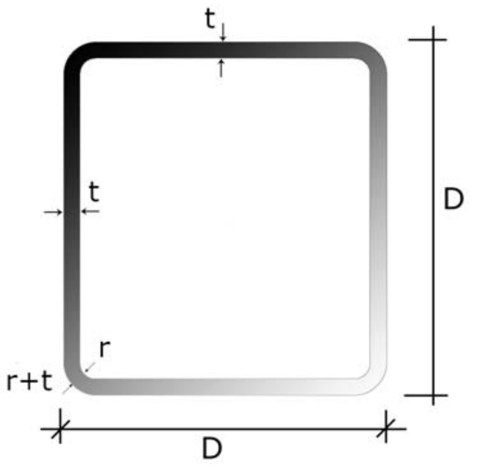
6: Verwerking meetwaarden.

De gevonden meetwaarden werden in grafieken uitgezet tegen de van invloed geachte dimensieloze parameters (r/t of r/t en H/t), tezamen met de voorspellingen van eventueel beschikbare beschrijvende formules. Voor alle profielen is in ieder geval de formule van Trefftz gecontroleerd, welke voor alle gesloten profielen veilige, maar soms overdreven veilige oplossingen bood. Soms bleek dat de resulterende grafiek geen duidelijke trend liet zien, maar eerder een wolk van meetwaarden. Door verschillende profiel eigenschappen tegen elkaar uit te zetten kon, wanneer dit voorkwam, altijd een tweede dimensieloze parameter worden gevonden. Door vervolgens stappen vier, vijf en zes te herhalen kon de aanvankelijke wolk altijd omgezet worden in een continue-ogend driedimensionaal vlak.

7: Toepassen van niet lineaire regressie.

Het resultaat van stap zes is een grafiek waarin op het oog duidelijk een logische trend zit. Om deze drie dimensionale of twee dimensionale puntenverzamelingen te beschrijven is gebruik gemaakt van een niet lineair regressie programma genaamd Datafit [8]. Dit programma, waarvan op de werking later zal worden ingegaan, probeert de meetwaarden te beschrijven met polynomen met daarin de gekozen dimensieloze parameters alsmede door het regressieprogramma te vinden constanten. Het programma gebruikt hiervoor een ingebouwde verzameling functies, waarvan telkens door iteratie de constanten zo worden ingesteld dat de gesommeerde, gekwadrateerde afwijking zo laag mogelijk is. Deze lijst van polynomen en de behaalde nauwkeurigheid wordt aan de gebruiker gepresenteerd, waaruit de simpelste polynoom met een goede beschrijving van de meetwaarden gekozen is. Na controle op juistheid van de "curve-fit", werd de gevonden polynoom teruggekoppeld naar de spreadsheet. Aangezien ik geïnteresseerd ben in een altijd veilige beschrijvende formule en niet in een zo net mogelijke beschrijvende, heb ik een truc toegepast om de "curve-fit" met behulp van iteratie naar de onveilige waarden "toe te trekken." het resultaat hiervan is dat de gevonden polynoom als een dekentje boven de meeste meetwaarden ligt met een paar onveilige meetwaarden nog net aan de onveilige kant. Een verhoging van de polynoom met een constante zorgde er vervolgens voor dat de beschrijvende voor alle meetwaarden veilig was.

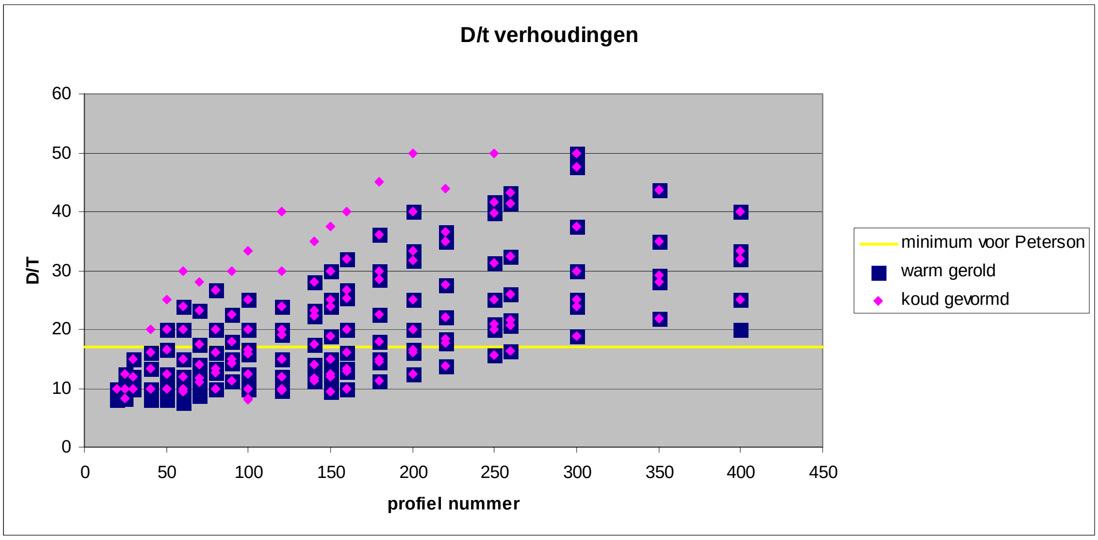
Spanningsconcentratie in een vierkante holle doorsnede



Figuur 8. Definitie schets van vierkante holle doorsnede

Als eerste gedeelte van de onderzoeksopdracht is het vierkante holle staalprofiel tevens het begin geweest van het onderzoek. Om mij te oriënteren heb ik een aantal proef simulaties gedaan om te verifiëren of de verhouding r/t wel degelijk een zo dominante invloed heeft op de schuifspanningsconcentratie in de binnenhoekpunten. Dit bleek al snel het geval. Een volgende stap was een controle of de buitenafmeting van het profiel boven een bepaalde grens nog invloed had op de schuifspanningsconcentratie. Het vermoeden bestond bij mij dat, aangezien de lange rechte zijden van het profiel een uniforme spanningstoestand lieten zien, dit niet het geval was. Een consequentie van een eventuele onafhankelijkheid van de buitenafmeting D zou zijn geweest dat daardoor in eindigelementen simulaties bespaard zou kunnen worden op deze afmeting D en dus ook op het te meshen oppervlak. Deze reductie in elementen aantal zou kwadratische reducties in simulatieduur opleveren, dus een zeer profijtelijke weg om te bewandelen als het vermoeden van D-onafhankelijkheid bevestigd zou zijn. Het mocht echter niet zo zijn en een reeks simulaties lieten D-afhankelijkheid over de hele range van mogelijke waarde van D zien. Dit leverde een probleem op, was er eerst één parameter r/t, nu moest D ook worden meegenomen en waarschijnlijk ook t zelf. In een inleidend gesprek met de heren Hoogenboom en Romeijn kwam het idee naar voren om twee dimensieloze parameters te gebruiken r/t en D/t dit zou het probleem driedimensionaal maken, maar gelukkig niet vierdimensionaal, wat zeer ingewikkeld zou zijn geweest. Om D/t te gebruiken als parameter, moest de schuifspanningsconcentratie bij verschillende profielen met identieke r/t en D/t waarden wel ongeveer gelijk zijn voor variërende waarden van t. Verdere simulaties lieten zien dat de oplossingen, nadat de belasting M geschaald was om te corrigeren voor de veranderende torsie constante, identiek waren en niet meer van elkaar te onderscheiden.

Aangemoedigd door dit resultaat ben ik opzoek gegaan naar relevante normen voor rechthoekige holle staalprofielen. Deze bleken geleverd in twee smaken, warm gerold en koud gevormd met elk een eigen (concept) norm. resp. [9] en [10]. Om een domein te vinden voor de parameter D/t, heb ik alle in de norm gespecificeerde profielen in een spreadsheet geplaatst een plot daarvan, te zien in figuur (9) gemaakt. Deze plot laat tevens een probleem zien met de door Peterson afgeleide formule voor schuifspanning concentratie, de D/t verhouding dient minimaal 17 te zijn om de formule te mogen gebruiken en een groot aantal gangbare profielen voldoet hier niet aan.



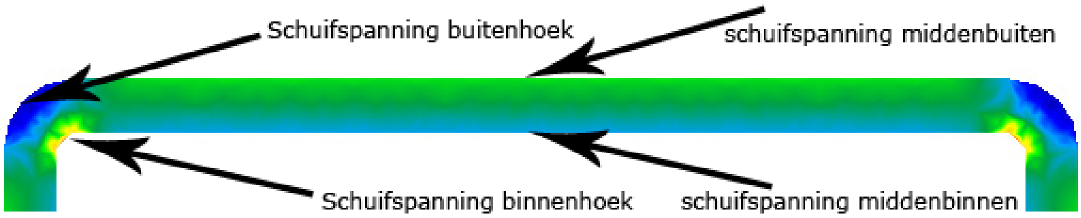
Figuur 9. Optredende D / t verhoudingen

De norm beslaat profielen tot maximaal 800 mm, terwijl het grootste gedefinieerde profiel een buitenmaat kent van 400 mm. Gezien de trend van hoger worden D/t verhoudingen is ervoor gekozen het maximum van de D/t domein op 60 te stellen. Het minimum komt overeen met het minimum van alle profielen: 7,5

De maximale afrondingsstraal r die de normen toestaan is tweemaal de lijfdikte t. Dit geeft een maximum voor het r/t domein van 2. voor het minimum is bij gebrek aan normering gekozen voor 0,1. Dit is echter al zo onrealistisch klein voor een afronding dat feitelijk al van een scherpe hoek gesproken kan worden.

Toen het te bestrijken domein van parameters bekend was, moest een keuze gemaakt worden voor het aantal meetpunten binnen de domeinen en daarmee dus het aantal uit te voeren simulaties. Gekozen is voor 49 simulaties wat dus alle combinaties toestaat van zeven r/t en D/t waarden. De te controleren waarden zijn niet evenredig verdeeld over de domeinen. Bij het bepalen van de te controleren D/t waarden heb ik naast de keuze voor gemakkelijke getallen ook relatief veel lage waarden gebruikt, wat aansluit bij het relatief veel voorkomen van deze verhoudingen wat te zien is in figuur (9). de waarden voor r/t zijn zo gekozen om met een beperkt aantal meetpunten de uit proefsimulaties gebleken grafiek voor r/t en de schuifspanningsconcentratie zo net mogelijk te beschrijven.

De aldus verkregen lijst van te simuleren profielen is met het eindigelementen programma Shapebuilder [7] allemaal gesimuleerd. Daarbij is tevens gekeken naar de gevoeligheid voor mesh-grootte. Deze invloed bleek nauwelijks merkbaar en zeker niet significant te zijn. Bij deze simulaties is de gesommeerde schuifspanning in twee loodrecht op elkaar staande richtingen (hierna de schuifspanning genoemd) op een aantal vaste punten genoteerd. Deze punten staan gedefinieerd in figuur (10).

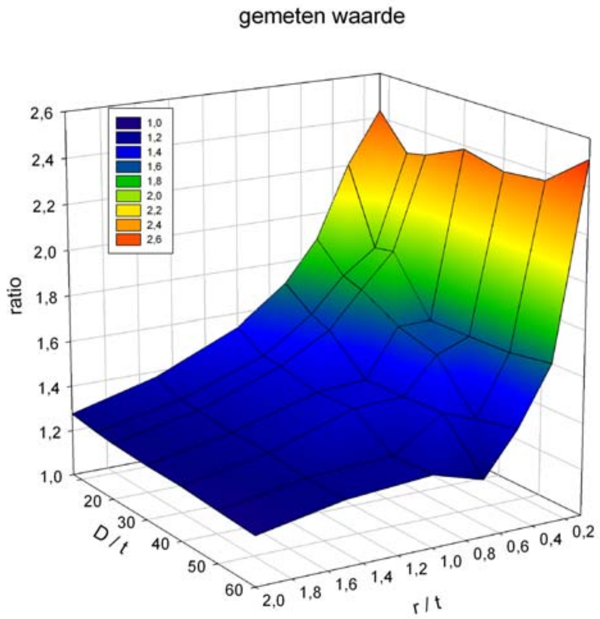


Figuur 10. Definitie meetpunten

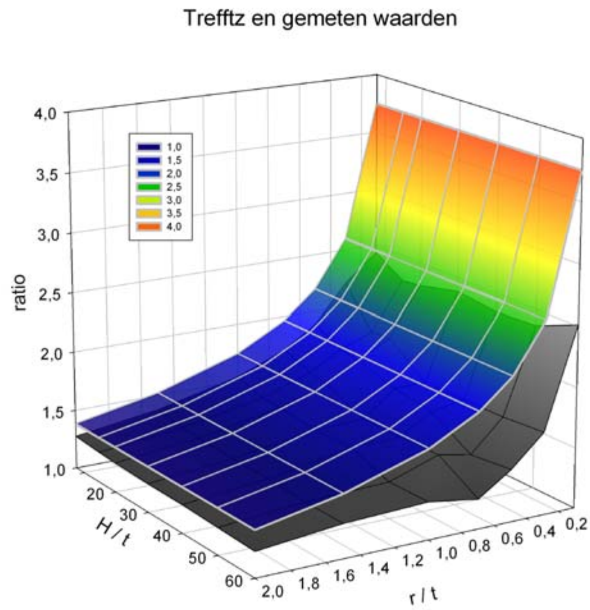
Om de concentratie van de schuifspanning te beschrijven, relateren de formule van Trefftz en Peterson de waarde van de "schuifspanning binnenhoek" aan die van "schuifspanning middenbuiten". Het aldus verkregen quotiënt wordt de schuifspanningsconcentratie-factor of kortweg ratio genoemd. de twee overige meetpunten bleken niet nodig en zijn bij later profiel soorten dan ook achterwege gelaten. De verzamelde data is in grafieken geplaatst tezamen met de verschillende beschikbare beschrijvende formules. Deze formules zijn. Deze staanuitgebreider in bijlage A

- Trefftz ratio=1,74 * (t/r) ^(1/3)
- Peterson ratio=3,962-7,359*(r/h) + 6,801*$(r/t)^2$-2,153*$(r/t)^3$
- Boresi ratio= tabelwaarde, zie Bijlage B

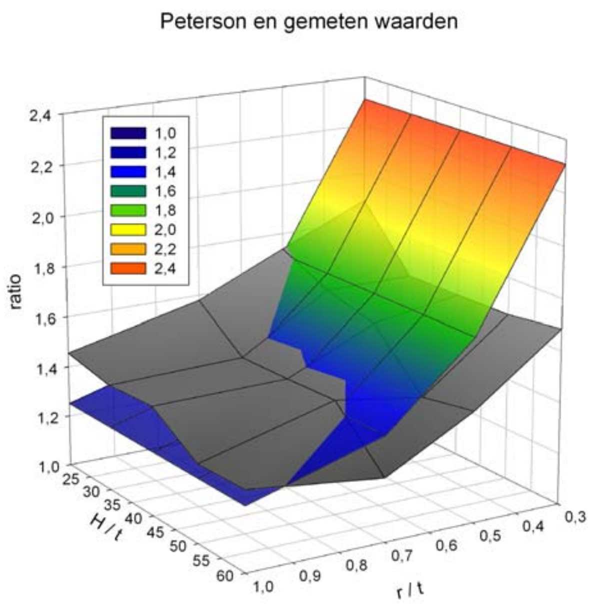
Het resultaat van deze inspanningen staat gegeven in figuren (11 a, b, c en d)



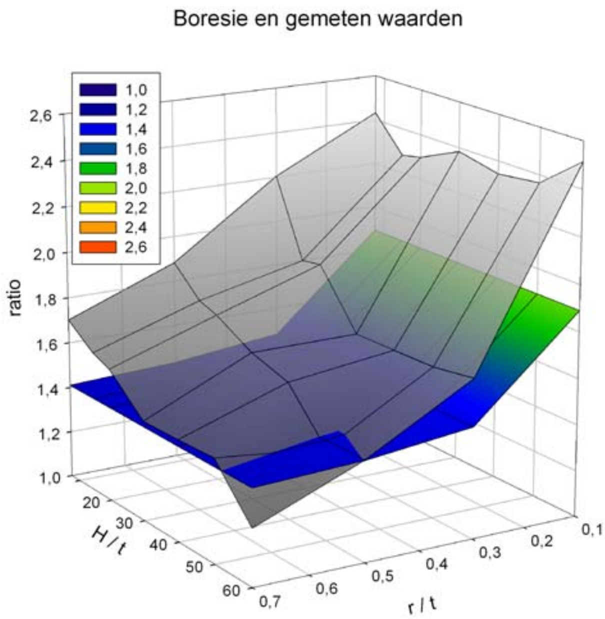
Figuur 11a. Meetwaardes



Figuur 11b. Meetwaardes en Trefftz



Figuur 11c. Meetwaardes en Peterson



Figuur 11d. Meetwaardes en Boresi

In figuur 10 b t/m is in grijstinten het meetwaardenvlak als referentie gegeven. Op het oog is al duidelijk is dat de tabelwaarden van Boresi falen wat betreft veiligheid en het vermogen de trend van meetwaarden te volgen. Niet veel beter presteert de formule van Peterson die zowel onveilige als overdreven veilige waarde levert. De formule van Trefftz presteert redelijk goed. Nergens zijn onveilige waarden en de overschatting van de schuifspanningsconcentratie valt voor de meeste waarden van r/t mee.

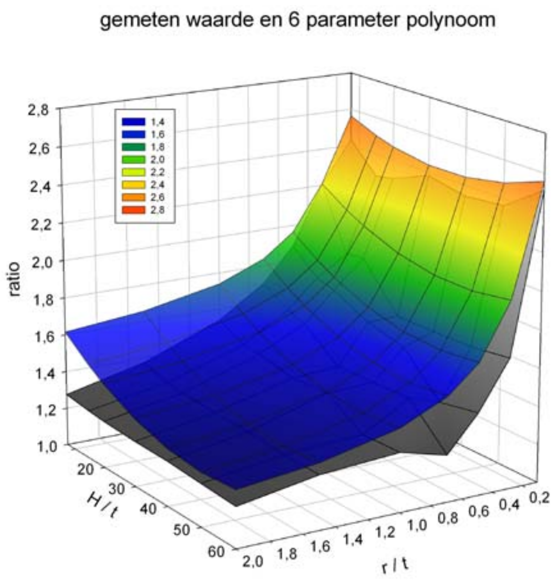
Om de verschillende modellen op een objectieve mannier te kunnen vergelijken is het grootste verschil tussen model- en meetwaarde van de onveilige meetwaarden genomen en als er geen onveilige meetwaarde waren, het kleinste verschil tussen model en werkelijkheid. Deze waarde is vervolgens gebruikt om het model zo in de ratiorichting te verschuiven dat nergens onveilige waarden voorkomen en op minimaal één plek een samenvallen van model- en meetwaarde. Dit komt overeen met een constante toevoegen of veranderen aan de desbetreffende formule. Vervolgens is de gemiddelde fout tussen model en meetwaarden berekend. Met opzet is ervoor gekozen niet de gangbare kwadratische afstand te nemen. Dit omdat er geen negatieve afstanden zijn om rekening mee te houden en om zo de gebruikte methode van vergelijking minder gevoelig te maken voor het relatief veel afwijken van enkele waarden. De resultaten van de genoemde formules en tevens die van de nog te beschrijven eigen formules zijn hieronder gegeven in tabel (1).

formule	***verschuiving***	***gem. Afwijking***
Trefftz	0,11	0,45
Peterson	-0,20	0,45
Boresi	-0,72	1,01
6 - parameter	-0,06	0,15
4 - parameter	-0,27	0,34

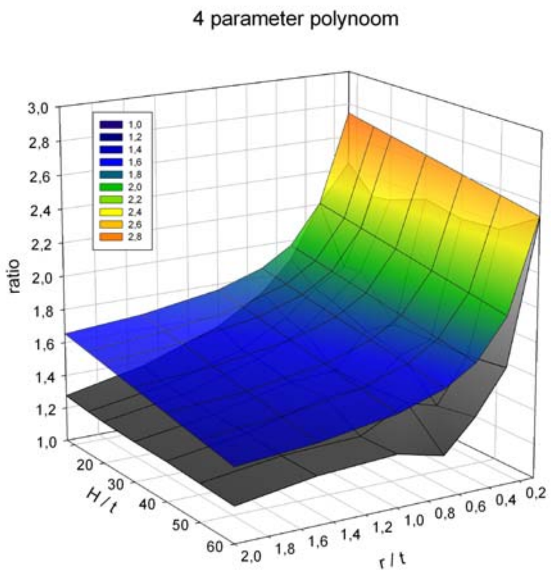
tabel 1. Prestaties van de verschillende beschrijvende formules

Deze uitkomsten bevestigen hetgeen al eerder werd opgemerkt op basis van een visuele vergelijking van de grafieken, opvallend is wel dat Petersons formule nog redelijk lijkt te presteren. Hierbij dient opgemerkt te worden dat de formule van Peterson niet op het volledige D/t en r/t domein gebruikt mag worden en dat daardoor de gemiddelde fout lager is. Dit daar de grootste fout bij alle formules zit bij r/t = 0,1 en deze waarde net buiten het door Peterson gestelde domein valt. Een andere verklaring is theoretischer van aard en dat is dat van een willekeurige functie die eerst zó verschoven wordt dat geen enkele waarde lager is dan een bepaald referentievak, de verwachtingswaarde van de gemiddelde afstand tot het referentie vak, ook toeneemt bij een toenemend domein. Dit is aannemelijk te maken door een functie met 1 meetpunt in gedachten te houden.

Uit tabel (1) bleek al dat een tweetal zelf geformuleerde formules voor de schuifspanningsconcentratie van een hol vierkant profiel binnen de gestelde domein grenzen beter presteert dan de bestaande formules. Deze formules zijn afgeleid door middel van een proces dat niet lineaire regressie heet. Het gebruikte software pakket Datafit [8] heeft een database met een paar honderd standaardformules, waarvan de parameters nog onbekenden zijn. Het programma zal bij elke formule in zijn database de parameters zo instellen dat de som van de kwadratische fouten met de te beschrijven meetwaarden het laagst is. Het gebruikt daartoe een neuraal netwerk en zal aan de genoemde parameters, startwaarden toekennen. Het neurale netwerk traint zichzelf in de volgende stap door, in dit geval, gebruik te maken van het Levenberg-Marquardt [11] algoritme. Wat ontwikkeld is om te zoeken naar oplossingen met een zo laag mogelijke kwadratische fout. Het algoritme gebruikt een Taylor ontwikkeling van de foutfunctie om de vector met parameter waardes aan te passen in de richting van een lagere totale kwadratische fout. Na de functie wederom geëvalueerd te hebben met de nieuwe parameter waarden vector, zal wederom de parameter vector worden aangepast middels het Levenberg-Marquardt algoritme. Dit proces herhaald zich tot de verkleining van de totale kwadratische fout onder een vooraf ingestelde waarde komt. Dan stopt het proces en wordt de volgende formule in de database op gelijke wijze behandeld. Zodra alle formules zijn geoptimaliseerd, kan de gebruiker een tabel opvragen met alle onderzochte formules en de mate waarin deze in staat zijn de meetwaarden te beschrijven. Het licht voor de hand dat hoge orde polynomen het best in staat zijn een verzameling meetwaarden te beschrijven. Omwille van simpliciteit en het vermeiden van schijnprecisie, is uit deze lijst de laagste orde polynoom gekozen die de meetpunten goed beschrijft. Ook is er een tweede hogere orde polynoom gekozen daar deze beter in staat leek bepaalde features van de meetwaarden grafiek te volgen. De twee gevonden polynomen, een met vier parameters en een met zes, zijn in een grafiek geplaatst tezamen met de te beschrijven meetwaarden en een nette “fit” bleek gerealiseerd. Als de beschrijvende formule in staat is het te kwantificeren effect goed te beschrijven, moeten de verschillen tussen de formule en de meetwaarde random verdeeld zijn. Wanneer dit niet zo is, is dat een sterke aanwijzing dat de formule niet klopt. Het regressie pakket bied de gebruiker de mogelijkheid om te controleren op deze eventuele “afwijking van de normaliteit” middels een zogenaamde “risidual normal probability plot”. De punten in deze grafiek dienen alle zo net mogelijk op een rechte diagonaal lijn te liggen. Als dit zo is, dan laat de optredende fout zich beschrijven door een normale of Gaussische verdeling. Iets wat voor beide formules, maar vooral voor de zes parameter variant in voldoende mate het geval was. In figuur (12a) en (12b) zijn de grafieken voor de twee gevonden polomen met, ter referentie, de meetwaarden gegeven.



Figuur 12a. Zes parameter polynoom

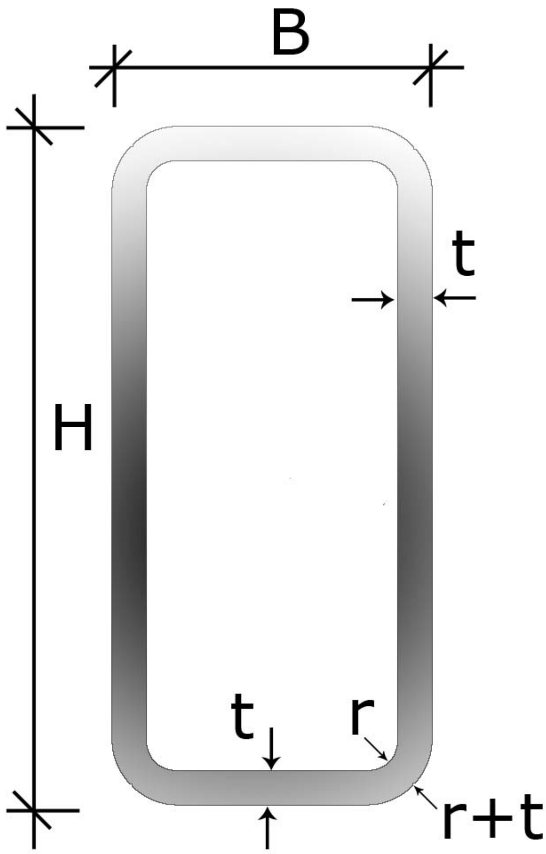


Figuur 12b. Vier parameter polynoom

Uit de grafieken met daarin de beide gevonden functies en de meetwaarden kwam wel een ander probleem naar voren. Door "curve fitting", waar regressie onder valt, toe te passen, is de gevonden beschrijvende een functie met een zo laag mogelijke gesommeerde kwadratische fout. Het gevolg is dat de functie midden tussen de meetwaarden door gaat en niet een altijd veilig bovengrens benadering is. Om dit op te lossen kan de functie lineair naar boven verschoven worden, wat de functie de verlangde bovengrens benadering maakt. Dit verhoogd echter gemiddelde fout meer dan nodig is. Om een lagere gemiddelde fout bij een toch altijd veilige bovengrens te verkrijgen is een handmatig iteratie algoritme toegepast. Voor en na elke stap wordt de gemiddelde afwijking berekend en zo kan getoetst worden of het waarschijnlijk is of een volgende stap nog zin heeft of dat de reductie van de gemiddelde fout minimaal is. Het algoritme verschoof alle meetwaarden die zich onder de beschrijvende polynoom van die stap bevonden in de Y-richting tot en punt op de grafiek. Hiervan werd dan weer een nieuwe, hoger liggende, beschrijvende polynoom gemaakt middels regressie en vervolgens werden onveilige waarden weer verschoven, net zolang tot de reductie in minimale fout de moeite niet meer waard was. Deze functie met enkele onveilige waarden is vervolgens nog een beetje in de Y-richting verschoven zodat alle punten op of onder de grafiek lagen. Het gebruik van deze formules met inachtneming van een uit de kansberekening verkregen verhogingsfactor, om een bepaalde mate van zekerheid omtrent het overschrijden van de realiteit te verkrijgen, lijkt dan ook reëel.

Hierbij dient wel opgemerkt te worden dat de beschrijvende polynomen zijn gevonden door regressie en dat hoewel geïnterpoleerd mag worden, extrapolatie over de domeingrenzen van vooral de 6 parameter variant tot desastreus falen kan leiden. Dit is een probleem dat vooral eigen is aan door regressie gevonden polynomen met hogere orde machten erin. Als controle hierop hadden een paar extra meetpunten buiten het domein uitkomst kunnen bieden. Waarschijnlijk gedraagt de 4 parameter variant zich op een veel groter domein netjes, maar hier is niets met zekerheid over te zeggen.

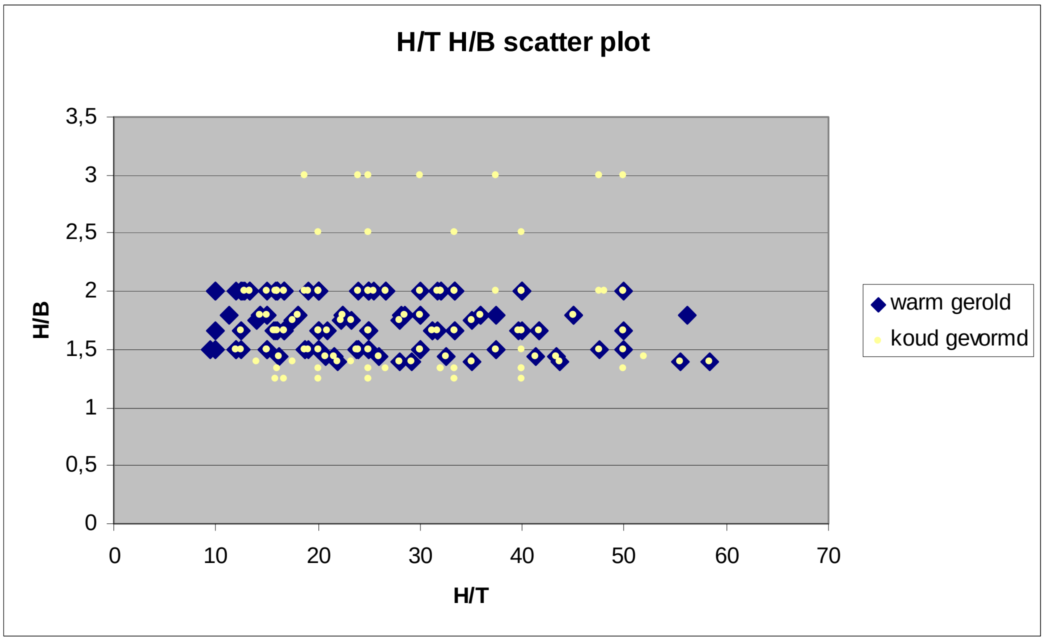
Rechthoekige koker profielen



Figuur 13. Definitie schets rechthoekig koker profiel

De originele opdrachtbeschrijving sprak van het veralgemeniseren van de formele van Trefftz naar profielen met ongelijke lijf diktes. Dit is in samenspraak met de heer Hoogenboom veranderd in het vinden van een beschrijvende formule voor profielen met wisselende B/H verhoudingen. In eerste instantie ging ik er van uit dat de verhouding B/H een dermate grote invloed op de optredende schuifspanning concentratie zou hebben dat het effect van een variërende D/t verhouding ondergeschikt zou zijn. Waarbij D een nog te vinden waarde tussen H en B was. En aangezien het vinden van een goede beschrijvende formule op een niet analytische mannier voor meer dat twee van invloed zijnde parameters bijzonder lastig is, was ik van plan de parameter D/t te laten vallen.

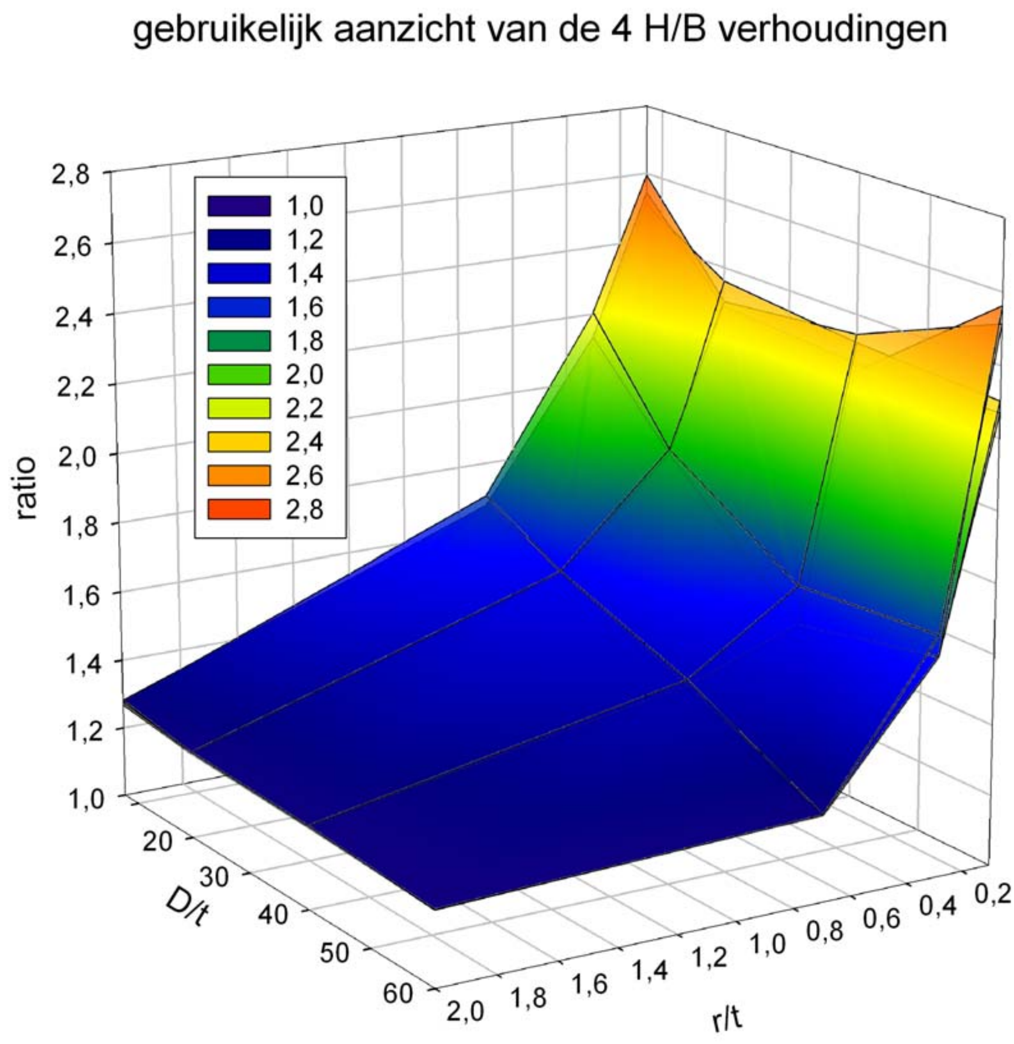
Het onderzoek naar deze profielvorm is analoog aan het eerste profiel verlopen en er is dan ook begonnen met het vinden van benodigde domeinen van de van invloed geachte parameters. Daarom zijn wederom alle in de norm geplaatste profielafmetingen verzameld in een tabel in is daaruit het noodzakelijke domein bepaald met behulp van figuur (14).



figuur 14. Verspreiding van H/t en H/B waarden

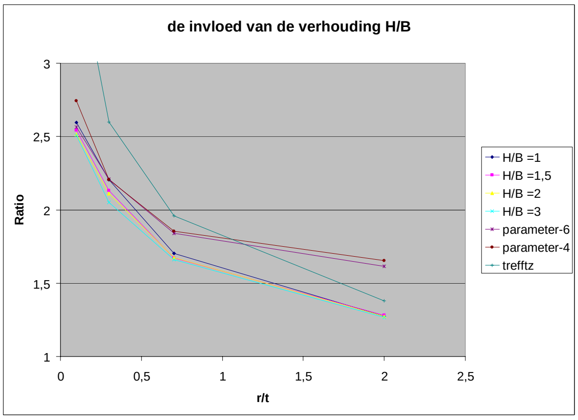
De verhouding H/t varieert van 10 tot 60, maar om oude meetwaarden te kunnen hergebruiken is het minimum onveranderd op 7,5 geplaatst. Het maximum van 60 is gehandhaafd. De H/B verhouding varieert voornamelijk tussen de 1,5 en de 2, met uitschieters naar 3 en een minimum van 1,3.

Door het hergebruik van al eerder verkregen meetwaarden voor vierkante profielen behoeften profielen met de verhouding H/B = 1 niet nogmaals gesimuleerd te worden. Om het aantal te maken simulaties weer rond de vijftig te laten uitkomen, wat bij het vorige profiel naar voren kwam als een redelijk aantal, is er voor gekozen bij voor alle combinaties van vier verschillende waarden voor r/t , vier verschillende waarde voor H/B (inclusief de reeds genoemde H/B = 1) en vier verschillende waarden voor D/t simulaties uit te voeren (D is hier gelijk gesteld aan B). Het resultaat van deze simulaties is telkens in een tabel geplaatst aan de hand van nu nog maar twee waarden; de "schuifspanning binnenhoek" en de "schuifspanning midden binnen" van de lange zijde van het profiel. Tevens zijn in deze tabel de voorspellingen van de verschillende beschikbare formules geplaatst, ditmaal inclusief de twee gevonden polynomen voor vierkante holle doorsneden. Van de verzamelde data is een driedimensionale grafiek gemaakt met daarin vier elkaar nagenoeg overlappende oppervlakten. Deze grafiek is gegeven in figuur (15).

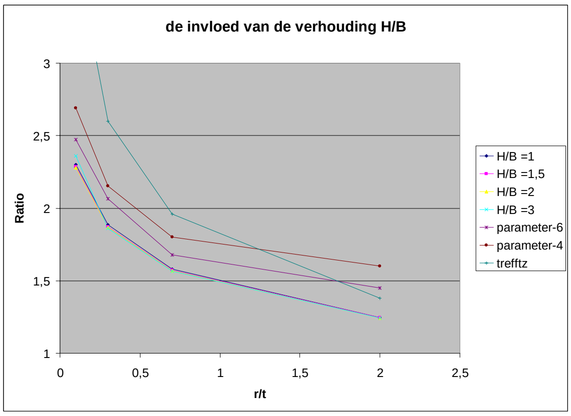


Figuur 15. Grafiek van vier verschillende H/b verhoudingen en de resulterende ratio

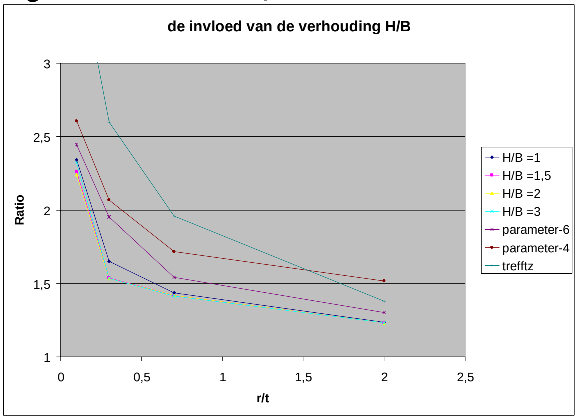
Uit figuur(15) blijkt dat de H/B verhouding een ondergeschikte rol speelt aan de parameters D/t en r/t. Hierdoor is een verschil of trend veroorzaakt door de H/B verhouding in de drie dimensionale grafiek niet (goed) zichtbaar. Daarom is een viertal tweedimensionale grafieken gemaakt (één voor elke D/t verhouding) met daarin de optredende ratio als gevolg van de r/t verhouding voor vier verschillende H/B verhoudingen, alsmede de voorspellingen op basis van de formule van Trefftz en de twee, uit het onderzoek naar vierkante holle doorsneden gevonden, polynomen. Deze grafieken staan gegeven in figuur (16 a, b, c en d)



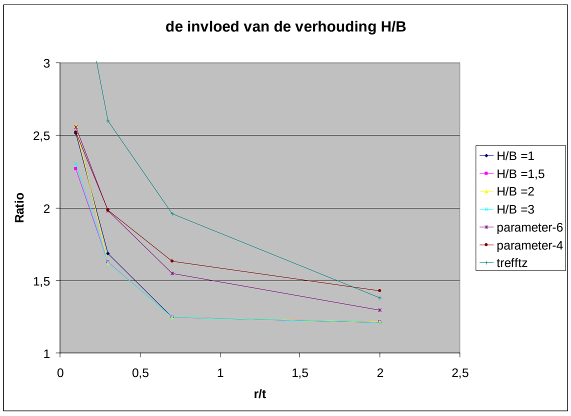
Figuur 16a. D/t = 7,5



Figuur 16b. D/t = 20



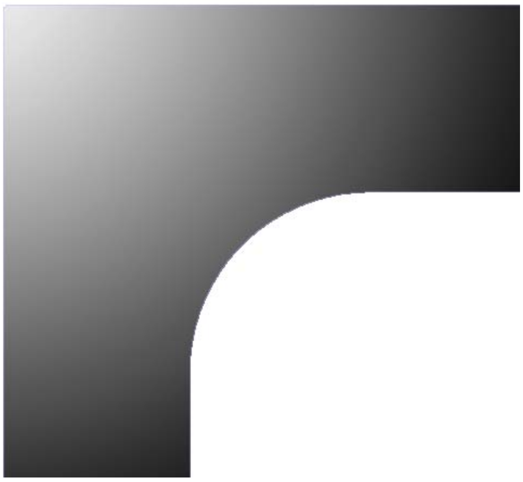
Figuur 16c. D/t = 40



Figuur 16d. D/t =60

Uit de figuren (16 a, b, d en d) blijkt dat de verhouding H/B niet alleen ondergeschikt is aan de andere gebruikte parameters, maar zelfs geen significante invloed heeft op de optredende schuifspanning concentratie. De grafieken laten ook zien dat de twee voor vierkante doorsneden gevonden formules in voldoende mate in staat zijn ook voor niet-vierkante, rechthoekige profielen het schuifspanningsconcentratiegedrag te voorspellen. Twee net onveilige waarden kunnen ondervangen worden door het toepassen van een veiligheidsfactor, iets wat ook zonder het optreden van onveilige waarden zou moeten gebeuren om een voldoende statistisch verantwoorde veiligheid te bieden. Het gelijkstellen van D aan B en niet aan H of een waarde ertussen was een gelukkige gok, het was de opzet dit gedeelte van het onderzoek meermalen te herhalen voor verschillende definities voor D, de gelijkstelling aan B was echter direct een schot in de roos.

Het verschil tussen scherpe en afgeronde buitenhoeken

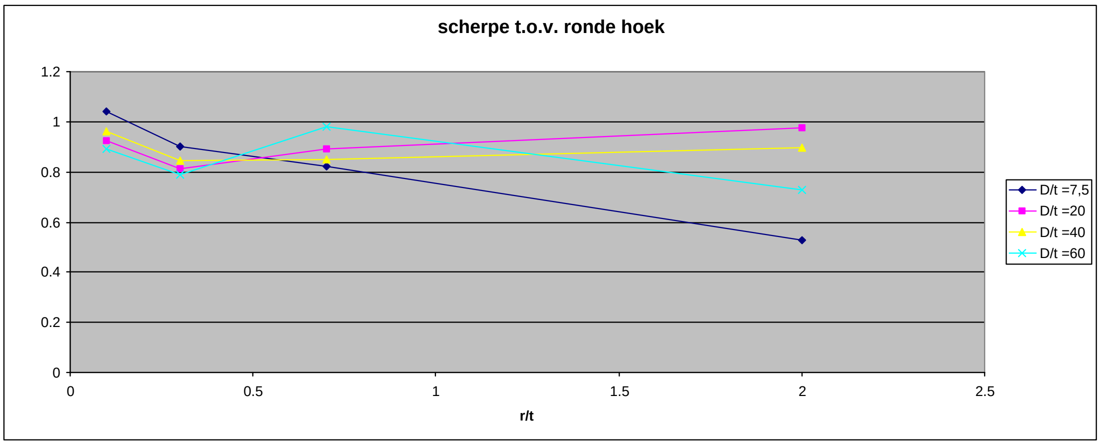


Figuur 17a. Scherpe buitenhoek

Figuur 17b. Afgeronde buitenhoek

In beide voorgaande deelonderzoeken is stilzwijgend de aanname gedaan dat de buitenhoek van het profiel gelijk is aan de binnenhoek vermeerderd met de lijf dikte. Dit is een aanname die al verwerkt zit in de standaard beschikbare profielen in het eindigelementen-pakket en is daarom gebruikt. De NEN bladen geven voor deze parameter geen minimum of maximum waarde en de aangenomen waarde lijkt reëel voor warm gerolde profielen. Voor koud vervaardigde profielen is een vierkante buitenhoek juist plausibeler. In een poging de onzekerheid verbandhoudende met deze onbekende waarde voor de buitenstraal te verminderen heb ik een apart deelonderzoek gewijd aan dit onderwerp.

Het vermoeden bestond dat de buitenhoekstraal niet een zeer belangrijke rol zou spelen in de spanningsconcentratie bij de binnenhoek. Immers de buitenhoek is een zogenaamd dood gebied, vergelijkbaar met een scherpe buitenhoek in een vloeistof stroming. Toch zou de toename van de doorsnede lengte van een doorsnede door het midden van de afgeronde hoek, mogelijkerwijs een significante vermindering in de schuifspanningsconcentratie teweeg kunnen brengen. Het doel van dit deelonderzoek was dan ook om een reductiefactor of formule voor scherpe buitenhoeken bij rechthoekige open buisprofielen te vinden. Wederom is uit het oogpunt van datarecycling gekozen voor eerder gebruikte waarden voor de parameters D/t en r/t. Het resultaat van de simulaties is gegeven in figuur (18)



Figuur 18. Effect van een scherpe- t.o.v. een afgeronde buitenhoek

Figuur (18) laat een sterk wisselend beeld zien voor het effect van scherpe buitenhoeken in plaats van de, telkens gesimuleerde, afgeronde buitenhoek. Een trend is voor individuele D/t verhoudingen wel te vinden, maar het totaal beeld blijft duister. Een driedimensionale grafiek verergerde de onduidelijkheid enkel. Het vermoeden van rekenfouten was sterk maar controlesimulaties met net andere waarden voor de parameters leverde eenzelfde beeld op. waarschijnlijk is het beter alle simulaties voor rechthoekige holle staalprofielen nogmaals te doen, maar ditmaal met de niet-afgeronde scherpe buitenhoeken. Een reductiefactor voor scherpe buitenhoeken lijkt er niet in te zitten.

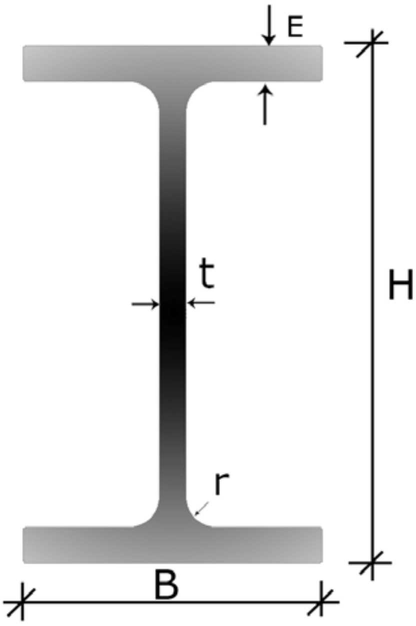
Controle van de formule van Trefftz voor andere niet gesloten doorsneden

Trefftz claimde dat, hoewel onbewezen, de door hem gevonden formule voor schuifspanningtoename in vierkante holle profielen ook opgaat voor niet-gesloten, open profielen zoals IPE, HE, UNP en hoekstaal. Onderdeel van de onderzoek opdracht is om dit te controleren voor een aantal verschillende open profieltypen. Om ervoor te zorgen dat de conclusies en gevonden formules relevantie hebben dienen ze algeheel geldig te zijn binnen een definieerbaar gebied van parameters. Daarvoor zijn normen nodig, die maxima en minima van toe te passen boogstralen en andere parameters specificeren. Daarom heb ik een groot aantal NEN normen aangaande open stalen profiel typen doorgezocht en diegene met de best gedefinieerde of, door profiellijsten definieerbare, parameters uitgezocht. In deze keuze speelde mee, dat de verschillende gekozen profielen wezenlijk van elkaar moesten verschillen. De keus is uiteindelijk gevallen op drie profiel soorten.

- IPE of I-profiel
- UNP of U-profiel
- Gelijkbenig hoekstaal

Van deze profielen is op de gebruikelijke wijze een beschrijvende functie geformuleerd. Per paragraaf zal een profiel uitgewerkt worden.

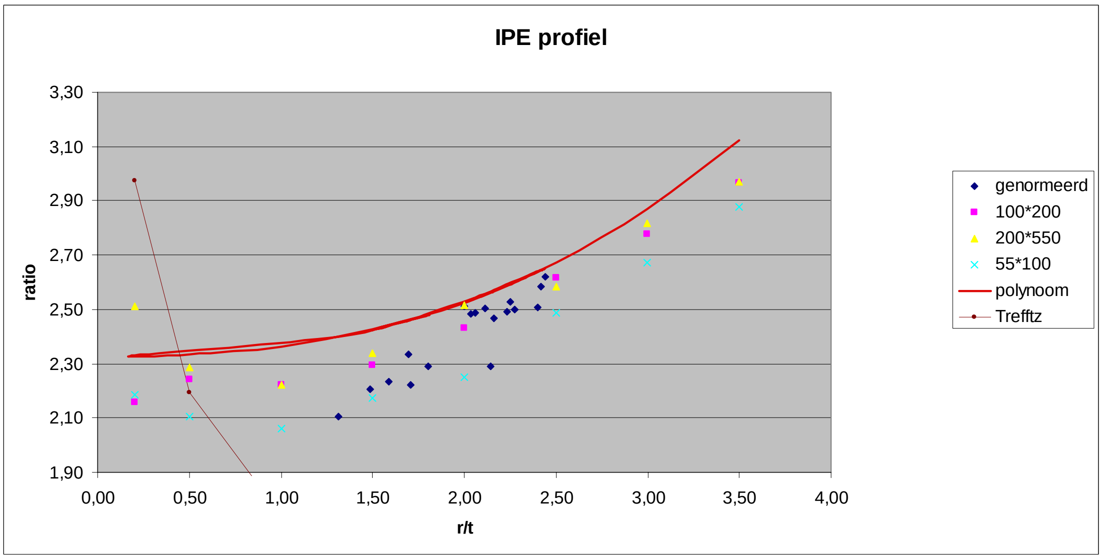
Het IPE-profiel



Figuur 19. Definitie schets IPE-profiel

Het IPE- of vaak aangeduid met I-profiel, is een profiel dat toegepast wordt bij het voornamelijk in één richting optreden van belastingen. Het opnemen van een torderend moment is geen functie die vaak geassocieerd wordt met het IPE-profiel, maar bijvoorbeeld als gevolg van kip of een licht excentrische belasting of oplegging is een klein moment zeer wel denkbaar. Een in de tijd variërend moment, dat zou kunnen leiden door falen door vermoeiing, lijkt in genoemde gevallen niet waarschijnlijk en de praktische waarde van een beschrijvende voor de schuifspanningsconcentratie als gevolg van een torderend moment lijkt met in dit geval niet zo groot. Het onderzoek naar dit profiel moet dan ook vooral gezien worden als een academisch geval, interessant om de bewering dat de formule van Trefftz ook opgaat voor niet gesloten doorsneden te controleren.

Ook bij dit onderzoek is begonnen met het vinden van een bruikbaar domein van parameters. Bij deze profielvorm en tevens bij de twee komende is dat efficiënter gedaan dan bij de voorgaande. Voor alle gedefinieerde profielen is de schuifspanningsconcentratie berekend op de gebruikelijke mannier. Dit is in een twee dimensionale grafiek geplaatst zoals te zien in figuur (20)

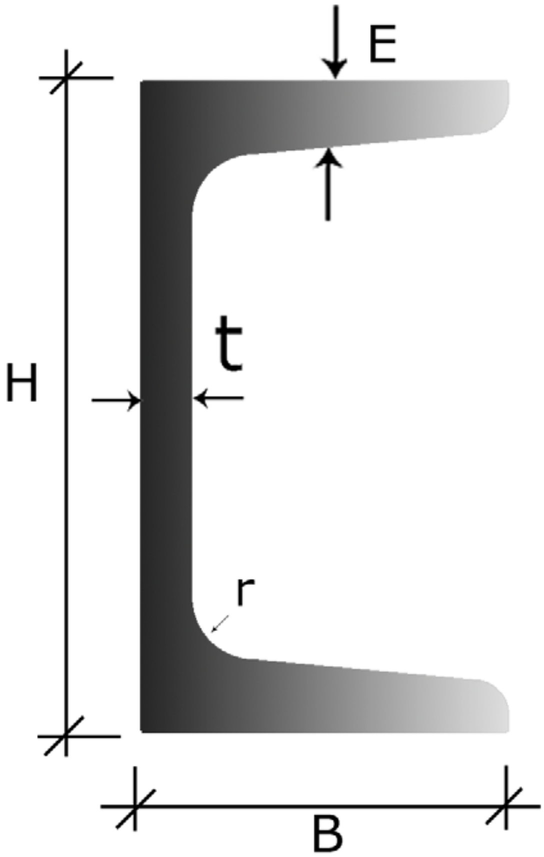


Figuur 20. Optredende schuifspanning concentratie bij het IPE profiel

In deze figuur (20) is een wolk van meetwaarden te zien. Hoewel een trend waarneembaar is, is het waarschijnlijk dat er nog een andere parameter invloed heeft op de ratio. Om toch een functie afhankelijk van een enkele parameter te kunnen maken als beschrijvende, is van een drietal bestaande profielen, die hoog, laag en midden in de wolk lagen, de r/t verhouding gevarieerd onder gelijkhouding van andere parameters. Deze drie verzamelingen van meetwaarden staan tevens gegeven in figuur (20) en hebben een veel groter bereik dan de meetwaarden. Van al deze meetpunten samen is op de gebruikelijke wijze een veilige beschrijvende polynoom gevonden welke ook te zien is in de grafiek. Deze formule gaat niet mee met de vrij abrupte verhoging van de ratio bij kleine r/t verhoudingen. Maar daar werkelijk bestaande profielen gekenmerkt worden door hogere r/t verhoudingen is dit geen bezwaar zolang r/t > 1

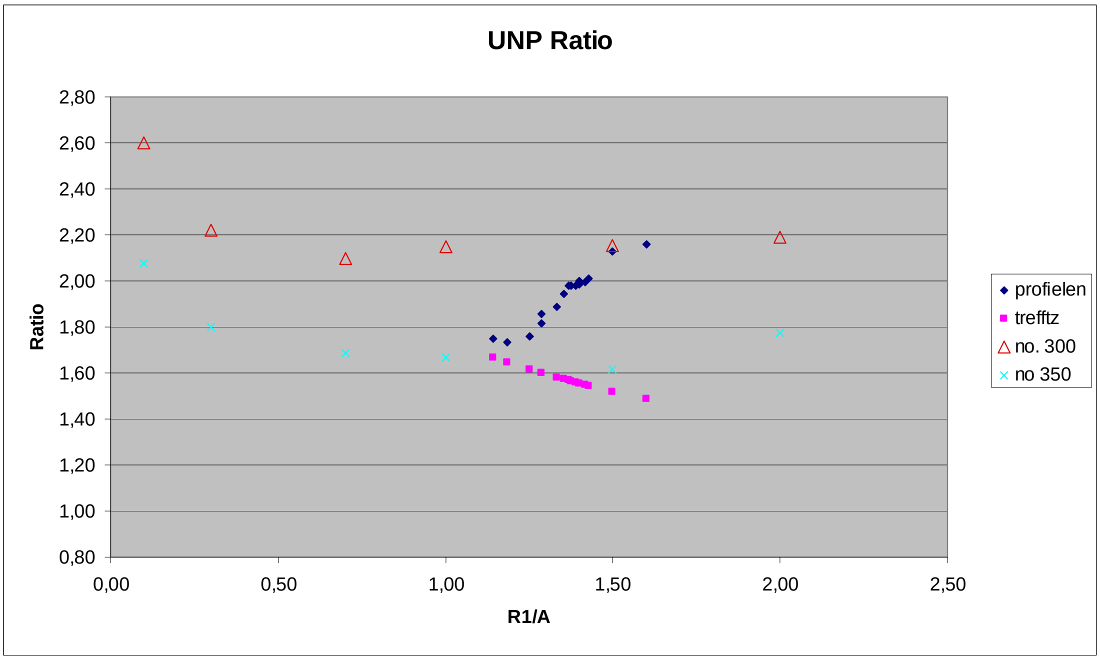
Duidelijk is dat de formule van Trefftz faalt het gedrag van de schuifspanning concentratie goed te beschrijven. Het lijkt erop dat er een tweetal verschillende oorzaken zijn die leiden tot een verhoogde schuifspanning in de afgeronde hoeken. En dat de formule van Trefftz het voor het beschouwde domein niet relevante effect van concentratie door erg scherpe hoeken beschrijft. De gevonden polynoom is een soms wat over conservatieve maar veilige beschrijvende.

Het UNP-profiel



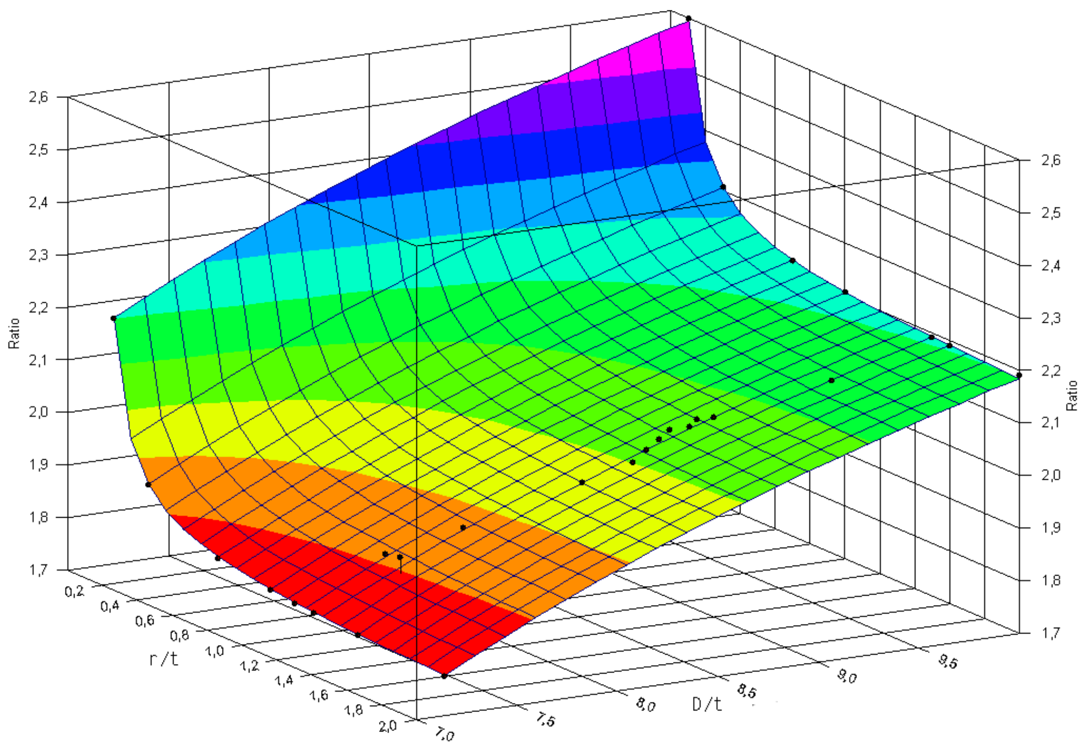
Figuur 21. Definitie schets UNP-profiel

Het UNP-profiel, of U-profiel, liet zich aanvankelijk moeilijker beschrijven dan de eerder genoemde profielen. De efficiëntere domeinbepaling, genoemd bij het IPE profiel, is ook gebruikt en de resultaten van de gevoerde simulaties voor alle gedefinieerde profielen en een tweetal kunstmatige profielen met hoge en lage waarden voor de ratio zijn gegeven in figuur (22)



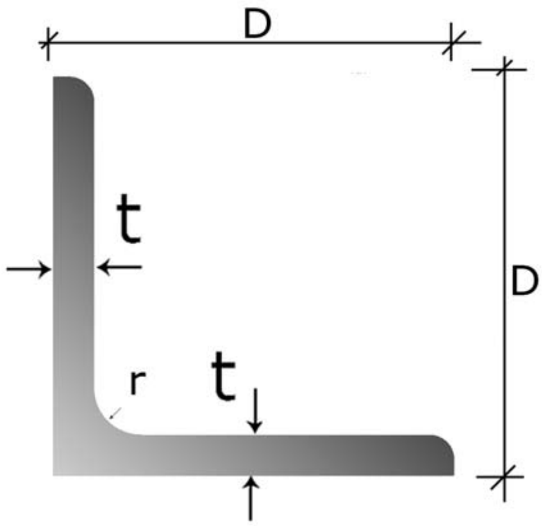
Figuur 22. Schuifspanning concentratie bij UNP profiel op torsie belast.

Het veelvuldig tegen elkaar uitzetten van verschillende, het profiel beschrijvende, parameters, leidde uiteindelijk tot het vermoeden dat een tweede dimensieloze parameter B/t naast r/t in staat zou zijn de gevonden meetwaarden bevredigend te beschrijven. Figuur (23) met de grafiek met daarin de meetpunten en de door regressie gevonden beschrijvende formule bevestigde dit vermoeden.



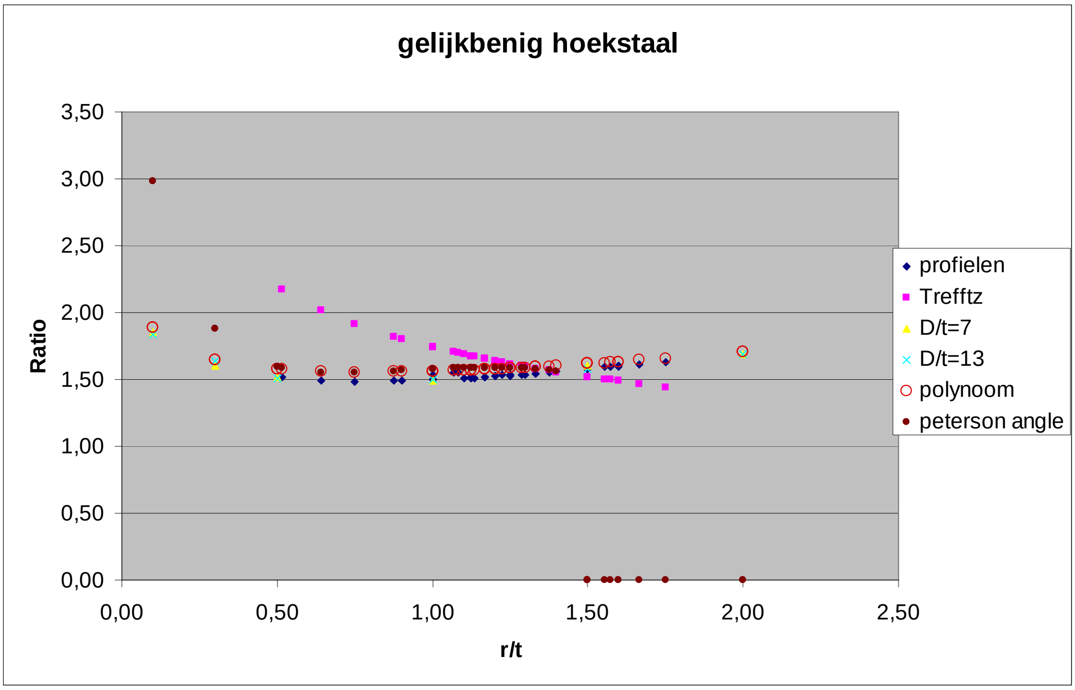
Figuur 23. Optredende schuifspanning concentratie bij het UNP profiel

Het gelijkbenig hoekstaal



Figuur 24. Definitie schets gelijkbenig hoekstaal

Het derde open profiel dat in het kader van het Bachelor eindwerk is onderzocht is gelijkbenig hoekstaal. Behalve de formule van Trefftz is er tevens een beschrijvende formule van Peterson beschikbaar om te controleren. Deze beschrijvende staat in de grafiek en bijlage A vermeld als Peterson angle. De inmiddels gebruikelijk geworden methode is weer gevolgd en het resultaat is gegeven in figuur (25)



Figuur 25. Optredende schuifspanningsconcentratie bij gelijkbenig hoekstaal

De formule Peterson angle is de formule van Peterson voor hoekprofielen zoals gegeven in bijlage A. De punten op ratio is 0 zijn waarden die buiten het domein vallen.

De formule van Trefftz faalt ook voor dit open profiel en de claim dat de formule van Trefftz tevens van toepassing zou zijn op open profielen lijkt dan ook afdoende bewezen, niet op waarheid berustend te zijn. Wat opvalt is dat de formule van Peterson voor dit profiel wel in staat is een nette beschrijving te geven voor de ratio. Echter het domein is wederom te beperkt om alle standaardprofielen te beschrijven. Voor waarden buiten het domein faalt de formule direct dramatisch, dus de domein grenzen zijn goed gesteld.

Conclusie

De belangrijkste conclusie die getrokken kan worden uit het onderzoek is dat de formule van Trefftz voor alle rechthoekige gesloten doorsneden zoals gedefinieerd door de NEN normen, voldoende veilig is, zij het overdreven veilig bij vooral lage r/t verhoudingen. Het gebruik van de in dit onderzoek gevonden benaderingsformules zal in vrijwel alle gevallen lagere, en tevens veilige waarden opleveren.

Voor niet gesloten doorsneden kan de formule van Trefftz niet gebruikt worden, ook een simpele aanpassing van de formule om hem geschikt te maken voor dergelijke profielen is niet mogelijk. De grafiek van de optredende schuifspanningsconcentratie vertoond bij dergelijke profielen duidelijk twee poten. Het eerste gedeelte van de grafiek met zeer lage r/t waarden tot ongeveer 0,3 zou eventueel met een wortel functie benaderd kunnen worden, echter alle standaardprofielen worden gekenmerkt door veel hogere r/t waarden. Dit gedeelte van de grafiek laat een traag stijgende trend zien. Dit kan verklaard worden doordat bij grotere afrondingsstralen tevens een relatief groter gedeelte van de profieloppervlakte rond deze afrondingen komt te liggen. Deze verschuiving van de oppervlakte verdeling zal er toe leiden dat ten opzichte van het schuifspanningmeetpunt in het midden van de doorsnede, de schuifspanning bij de afronding hoger wordt en daarmee dus ook de schuifspanningsconcentratie factor.

Bij de gesimuleerde open profielen blijkt dat de afrondingsstraal hoger is dan op grond van alleen de optredende spanningsconcentratie bij torsie raadzaam zou zijn. De gesimuleerde profielen laten een optimum zien rond $r \approx 0{,}7t$

Uit het onderzoek naar het verschil in optredende schuifspanningsconcentratie tussen al dan niet afgeronde buitenhoeken komt naar voren dat scherpe buitenhoeken een reductie van de concentratie factor laten zien tussen de nul en vijftig procent. Een duidelijk verband is echter niet gevonden.

Voor rechthoekige kokerprofielen zijn de optredende spanningsconcentraties vrijwel gelijk aan die voor vierkante holle doorsneden. Dezelfde benaderings formules kunnen dus gebruikt worden. Bij het gebruik van de benaderings formules moet de kleinste afmeting van H en B als de parameter D genomen worden.

Bij elk onderzocht profiel is een eigen formule gevonden die voor in de praktijk voorkomende profielen een veilige benadering biedt. Van alle onderzochte profielen en formules is een overzicht gemaakt in tabel (2) van Bijlage A hierin staan de tevens de domeinen vermeld waarbinnen gebruik van de formule reëel is.

Considerans

Voor het tot stand komen van dit bachelor eindewerk zijn geen laboratorium proeven uitgevoerd. Dit betekend dat de juistheid van de resultaten afhankelijk is van de juistheid van het gebruikte eindigelementen-pakket, Shapebuilder [7]. Het programma is lang en vaak genoeg gebruikt door andere mensen om voor dit bachelor eindwerk aan te mogen nemen dat de resultaten kloppen. Bij het toepassen van de resultaten op echte praktijkgevallen, is validatie van de meetgegevens door gebruik van andere software zoals Ansys [14] en mogelijkerwijs laboratorium proeven noodzakelijk.

Het verfijnen van de mesh (de grootte van de elementen waarin het te simuleren profiel wordt opgedeeld ter simulatie), heeft bijna altijd tot geval dat de resultaten dichter bij de werkelijk optredende situatie komen te liggen. Een aantal keer per profiel is gecontroleerd of het veranderen van de mesh grootte invloed had op de resultaten, dat was nooit het geval. Om problemen te voorkomen, is er voor gezorgd dat, waar mogelijk, het aantal elementen in de breedte richting naast elkaar in een profiel nooit minder dan tien was. Voor D/t = 60 was dit niet altijd mogelijk, in die gevallen is extra gecontroleerd op mesh grootte gevoeligheid van de resultaten.

Een probleem bij eindigelementen-simulatie is het fenomeen "Shearlocking". Het kan optreden bij tweedimensionale elementen met vier knopen, dat wil zeggen elementen met vier hoekpunten in de gegenereerde stijfheidsmatrix. De elementen gedragen zich dan te stijf voor dwarskracht vervorming omdat het onvoldoende vrijheidsgraden bezit om juist te vervormen voor normaal- en dwarskracht vervorming. Het verraderlijke is dat het probleem verergert bij fijnere meshes, dat wil zeggen dat de oplossing lijkt te convergeren naar een bepaalde "juiste" oplossing voor de limiet mesh grootte gaat naar nul, terwijl dit niet noodzakelijkerwijs zo is. Van het programma shapebuilder is mij niet bekend wat voor elementen precies gebruikt worden en of er wel sprake is van een zuiver tweedimensionale berekening. Wel is duidelijk dat ze vierhoekig en dus potentieel gevaarlijk zijn.

Vervolgstudies

De veiligheid van de geformuleerde beschrijvende functies is nooit statistisch gecontroleerd. Telkens werd aangenomen dat als alle meetpunten onder de beschrijvende lagen, de beschrijvende dus veilig is. dat is natuurlijk niet waar en een vervolg studie met een aantal simulaties met behulp van ander programma's zoals Ansys [14] en extra simulaties met shapebuilder op meetpunten tussen de door mij gebruikte punten en een juiste statistische onderbouwing zal de waarde van de onderzoeksresultaten aanmerkelijk vergroten. Om verder onderzoek mogelijk te maken heb ik alle gebruikte spreadsheets toegevoegd. Uiteraard ben ik beschikbaar om deze en door mij gemaakte keuzes op verzoek toe te lichten. Daarvoor kan contact opgenomen worden op mijn email adres tapcow@gmx.net danwel mijn vaste telefoon nummer 015-2141755.

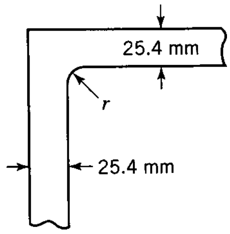
Bijlage A. Formules en de domeinen

Profiel naam	Formule naam	Formule	Parameters	min(r/t)	max(r/t)	min(D/t)	max(D/t)	min(H/B)	max(H/B)
vierkante holle doorsnede	Trefftz	1,74*(t/r)^(1/3)		0,1	2	7,5	60		
	Boresi	Tabel zie bijlage B		onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig
	Peterson	A – B*(r/t)+C*(r/t)^2 – D*(r/t)^3	A = 3,962 B = 7,359 C = 6,801 D = 2,153	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig
	4-parameter	A + B/(r/t) – C*(D/T) – D/(r/t)^2	A = 1,567346 B = 0,241336 C = 0,004246 D = 0,012048	0,1	2	7,5	60		
	6-parameter	B/(r/t) – C*(D/T) – D/(r/t)^2 + E*(D/t)^2 + F*((D/t) / (r/t))	A = 1,6124 B = 0,267 C = 0,0185 D = 0,01639 E = 0,0001796 F = 0,0006322	0,1	2	7,5	60		
rechthoekige holle doorsnede	Trefftz	1,74*(t/r)^(1/3)		0,1	2	7,5	60	1	3
	4-parameter	A + B/(r/t) – C*(D/T) – D/(r/t)^2	A = 1,567346 B = 0,241336 C = 0,004246 D = 0,012048	0,1	2	7,5	60	1	3
	6-parameter	B/(r/t) – C*(D/T) – D/(r/t)^2 + E*(D/t)^2 + F*((D/t) / (r/t))	A = 1,6124 B = 0,267 C = 0,0185 D = 0,01639 E = 0,0001796 F = 0,0006322	0,1	2	7,5	60	1	3
IPE	Trefftz	1,74*(t/r)^(1/3)		onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig
	polynoom	A + B*(r/t)^2,5	A = 2,33 B = 0,03456	1	3,5				
UNP	Trefftz	1,74*(t/r)^(1/3)		onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig
	polynoom	A + B/(r/t) – C/(H/t)	A = 3,215 B = 0,04318 C = 10,2	0,1	2	7,5	10		
Gelijkbenig Hoekstaal	Trefftz	1,74*(t/r)^(1/3)		onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig	onveilig
	polynoom	A * B^(r/t) *(r/t)^C	A = 1,28 B = 1,22 C = – 0,16	0,1	2				
	peterson	A – B * (r/t)^(1/2) + C*(r/t) – D*(r/t)^(3/2)	A = 6,554 B = 16,077 C = 16,987 D = 5,886	0,1	<1,5				

tabel 2. Overzicht van de beschikbare beschrijvende formules en de werkbare domeinen

Bijlage B. Tabel van Boresi

De waarden gegeven int het boek van Boresi [13] zijn gevonden doormiddel van de membraam meet methode zoals beschreven in het hoofdstuk "Historisch Analytische visualisaties en oplossingen" deze waarden zijn ontleend aan onderzoek van Griffith en Taylor, 1917



Figuur 26 Definitie schets

Radius r of fillet (see Figure)	Ratio: maximum stress in
2.54	1.89
5.08	1.54
7.62	1.48
10.16	1.44
12.70	1.43
15.24	1.42
17.78	1.41

tabel 3. Tabel van meetwaarden uit Boresi [13]

Bijlage C. Eigen ervaringen

Het onderwerp sprak mij aan vanwege de geringe beschikbare informatie over schuifspanning concentraties bij torsie in profielen. Dit maakt alles wat je doet nieuw en verassend. Een nadeel is wel dat ik mezelf onmogelijk kon controleren. Het bij een later profiel exact overeenkomen van een formule van Peterson met mijn meetwaarde beschrijvende was in die context een prettige steun in de rug. De mate van zelfstandig werken en de flexibiliteit waarmee met de opdracht werd omgegaan door de begeleiders was verfrissend en moedigde extra inzet dat alleen de zuivere letter van de opdracht aan. Wel viel vooral de rapportage mij zwaar doordat na een aantal weken van simulaties doen en nadenken hoe een bepaalde “rare” grafiek aan te pakken het nieuwe van de opdracht af was. Het simuleren ging aanvankelijk vrij traag daar ik mij moest bekwamen in verschillende programma’s en methoden. Later kon een redelijke dag productie gehaald worden.

Bijlage D. Zelfevaluatie

Bespreking Startnotitie d.d. donderdag 15 September 15:00

Mijzelf gestelde doelen werden gezien als over ambitieus. Afgesproken werd om regelmatig voortgang schriftelijk te laten zien.

Bespreking Conceptrapport d.d. dinsdag 18 Oktober 16:00

Bespreking is alleen met de heer Hoogenboom, Kritiek op conceptrapport van de heer Romeijn volgt per email. Punten van kritiek staan geschreven in het concept rapport. Deze zal ik tezamen met het definitieve rapport inleveren bij de heer Hoogenboom. Belangrijkste punten van inhoudelijke kritiek waren een tweetal conclusies die wel getrokken waren, maar niet bij de conclusies waren vermeld. Ook werd opgemerkt dat bronvermeldingen en inhoudsopgave nog niet aanwezig waren en dat samenstellingen consequent los werden geschreven. Ook was ik er op punten nog niet in geslaagd om de gebruikte grootheden consequent te benoemen.

zelfevaluatie

De door de heer Hoogenboom geuite punten van kritiek zijn in de finale versie van dit rapport allen verwerkt. Het belangrijkste wat ik vind missen aan het onderzoek is, de in vervolgstudies al gemelde, berekening van statistische veiligheids factor. Ook heb ik gekozen voor een verhalende stijl van rapporteren die wellicht beter vervangen had kunnen worden voor een meer zakelijke stijl. Voordeel van de verhalende stijl is echter wel dat het mijn overwegingen en beslissingen inzichtelijk maakt en derhalve een betere inschatting van het door mij verrichte werk mogelijk maakt.
Door bij elk te onderzoeken profiel ook te komen tot een benaderingsformule heb ik de spanne van de opdracht overschreden. Het afstemmen van domeinen en meetpunten op standaardprofielen wil ik ook noemen als positief punt.

Bijlage E. Bronvermelding

Lijst van afbeeldingen

Figuur 2 tot acht zijn overgenomen uit den Hartog [2] de overige afbeeldingen zijn gemaakt door de auteur.

Lijst van Tabellen

Tabel 3 is overgenomen uit Boresi [13] tabel 1 en 2 zijn gemaakt door de auteur.

overzicht van gebruikte Bronnen

[1]Peterson's stress concentration factors by Walter D. Pilkey
[2] voor meer informatie ADVANCED STRENGTH OF MATERIALS by Den Hartog
[3]Jean Claude Saint-Venant, http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Saint-Venant.html
[4] Ludwig Prandtl (1875-1953) http://www.fluidmech.net/msc/prandtl.htm
[5]Kelvin, Lord William Thomson (1824-1907) http://scienceworld.wolfram.com/biography/Kelvin.html

[6] publicatie en biografie onbekend, beschreven in den Hartog [2]
[7] shapebuilder www.iesweb.com/shapebuilder.htm
[8] datafit http://www.oakdaleengr.com
[9] NEN (-EN) 10210 (-2) (relevante informatie staat in deel 2 van de norm)
[10] NEN (-EN) 10219 (-2) (relevante informatie staat in deel 2 van de norm)
[11] Levenberg-Marquardt zie exploratory analysis of metallurgical process data with neural networks and related methods door c. Aldrich
[12]NEN www.nen.nl
[13] P. Boresi R.J. Schmidt: advanced mechanics of materials
[14]www.ansys.com