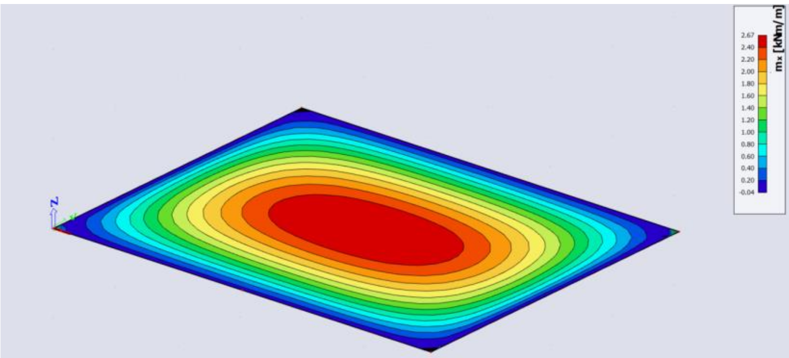
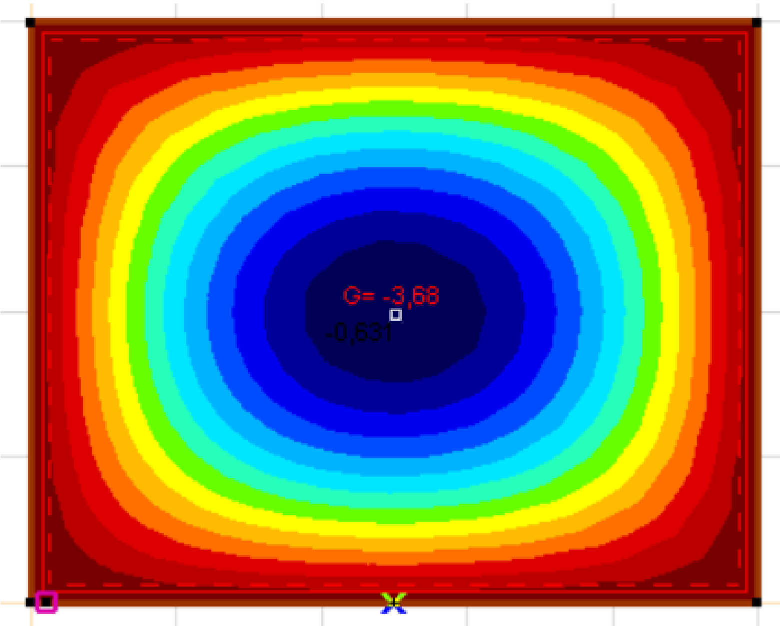
Berekening met de eindige-elementenmethode van geconcentreerde dwarskrachten in plaatranden bij de Mindlin-Reissnertheorie





Niels van der Voort

Bacheloreindproject

Technische Universiteit Delft, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen

Definitief rapport 29 juni 2023

Begeleiders: dr.ir. P.C.J. Hoogenboom en ir. T.R. van Woudenberg

Symbolen

h ………………………………. grootte van de eindige elementen

m_{xx},m_{yy},m_{xy} …………..… buigende momenten en wringend moment in een plaat

v_x,v_y …………………………. verdeelde dwarskracht in een plaat

V ………………………………. geconcentreerde dwarskracht in de rand van een plaat

t ……………………………….. plaatdikte

x,y,z …………………………… coördinaten

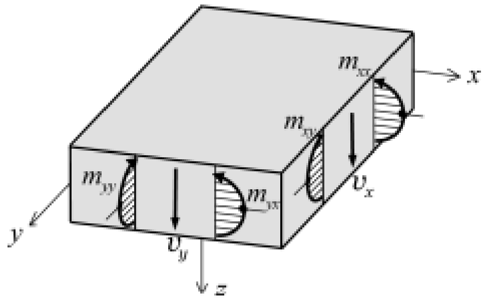
τ ………………………………… schuifspanning in een plaatrand

Inhoudsopgave

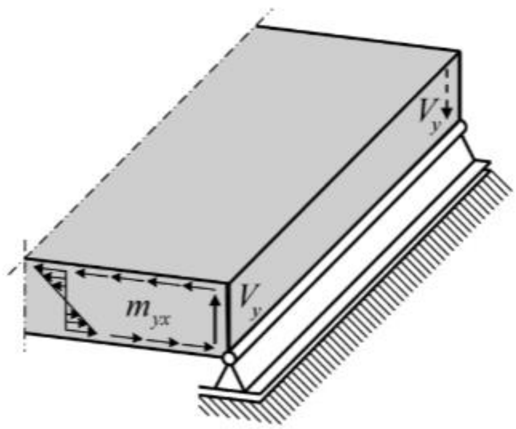
1. Inleiding

Als een plaat uit het vlak wordt belast, treden momenten (*m*) en dwarskrachten (*v*) op (afb. 1). De meeste elementenprogramma's berekenen deze grootheden met de Mindlin-Reissnertheorie. Voor voldoende nauwkeurigheid moeten heel kleine elementen worden gebruikt in de randen van de platen. Dit is niet praktisch omdat het leidt tot zeer grote rekentijden. Constructeurs kiezen daarom voor grotere elementen, met als gevolg dat verschillende constructeurs, met verschillende elementgrootten en verschillende software, verschillende resultaten berekenen. Dit leidt tot verwarring en discussie.

De verschillen treden eigenlijk alleen op in plaatranden in het wringende moment en de dwarskracht. Van het wringende moment is bekend dat deze nul zou moeten zijn, dit kan eenvoudig met de hand worden gecorrigeerd. De dwarskracht is echter wel van belang. De dwarskracht in een plaatrand heet de geconcentreerde dwarskracht (afb. 2). De geconcentreerde dwarskracht is de resultante van de schuifspanningen in de rand van de plaat.



Afbeelding 1: Momenten en dwarskrachten in een plaat [1]



Afbeelding 2: Geconcentreerde dwarskracht in een plaatrand [1]

Derhalve is er behoefte aan grootheden in plaatranden die niet of weinig afhangen van de elementgrootte. Wellicht dat de schuifspanning in plaatranden deze eigenschap heeft.

De schuifspanning in de rand van een plaat kan berekend worden met de volgende formule. Deze formule is gebaseerd op een afleiding door Blaauwendraad (zie afb. 3) [1 blz. 72][2 blz. 59].

$$\tau = \frac{3}{2}\frac{v}{t} \mp \frac{3}{2}\sqrt{10}\,\frac{m_{xy}}{t^2}$$

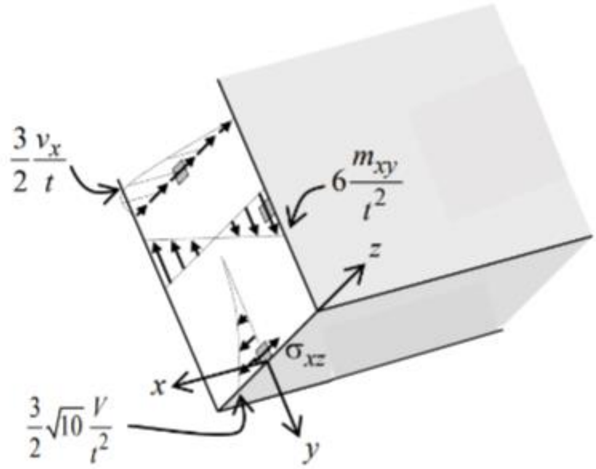
τ: grootste schuifspanning in een snede loodrecht op de plaatrand, halverwege de dikte, in de richting van de positieve z-as.

v: dwarskracht per eenheid van breedte in de plaatrand, v_x in een rand in de *x*-richting of v_y in een rand in de *y*-richting, berekend met het elementenprogramma.

t: plaatdikte

$\mp$: + als de *x*- of *y*-as loodrecht op de rand naar binnen wijst, - als de *x*- of *y*-as loodrecht op de rand naar buiten wijst (mits de tekenafspraak gelijk is aan die van de TU Delft).

m_{xy}: wringend moment in de plaatrand berekend met het elementenprogramma.



Afbeelding 3: Spanningen in een plaatrand [2]

Deze schuifspanning is met name van belang voor staalconstructies. De schuifspanning wordt niet automatisch getoetst door software zoals SCIA Engineer of Axis VM. Toetsing moet dus met de hand gebeuren.

Bij gewapend betonnen platen wordt de geconcentreerde dwarskracht gedragen met gebogen staven, genaamd haarspelden, in de plaatranden [2, blz. 60]. Het blijkt dat verschillende constructeurs verschillende haarspelden ontwerpen. Dit kan komen door een verkeerde inschatting van de geconcentreerde dwarskracht. Het moet mogelijk zijn om een formule op te stellen voor de berekening van de geconcentreerde dwarskracht die onafhankelijk is van de grootte van de Mindlin-Reissner plaatelementen. De volgende hypothese is voorgesteld door Hoogenboom:

$$V = \frac{1}{2} t v \mp m_{xy}$$

V: geconcentreerde dwarskracht in de plaatrand.

t: plaatdikte

v: dwarskracht per eenheid van breedte in de plaatrand, v_x in een rand in de *x*-richting of v_y in een rand in de *y*-richting, berekend met het elementenprogramma. Als er een piek is, neem de gemiddelde waarde over de breedte $\frac{1}{2} t$.

$\mp$: + als de *x*- of *y*-as loodrecht op de rand naar binnen wijst, - als de *x*- of *y*-as loodrecht op de rand naar buiten wijst (mits de tekenafspraak gelijk is aan die van de TU Delft).

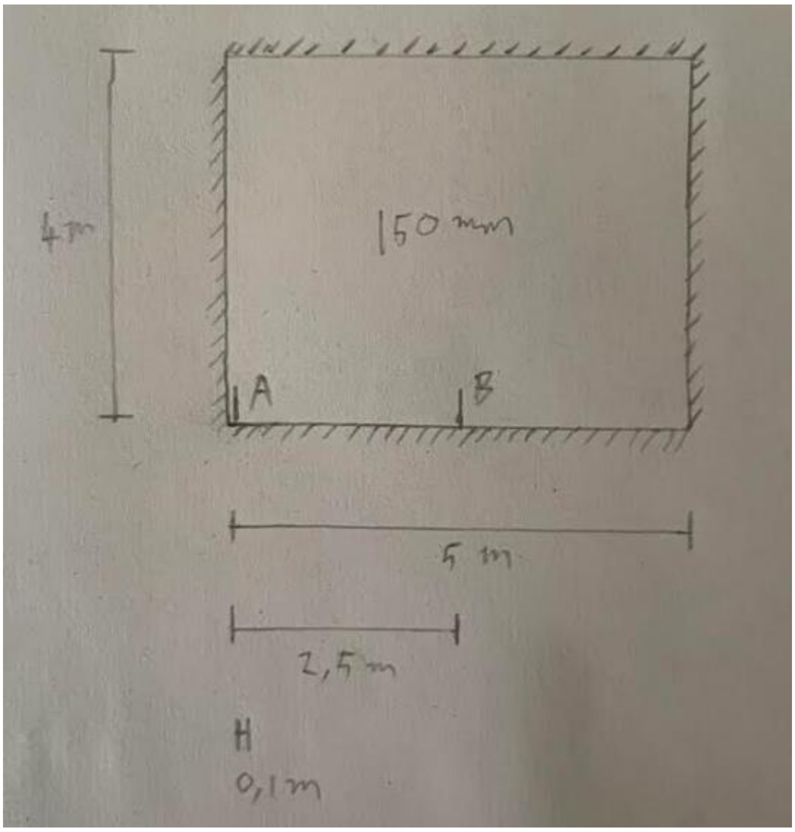
m_{xy}: wringend moment in de plaatrand berekend met het elementenprogramma.

Doelstelling

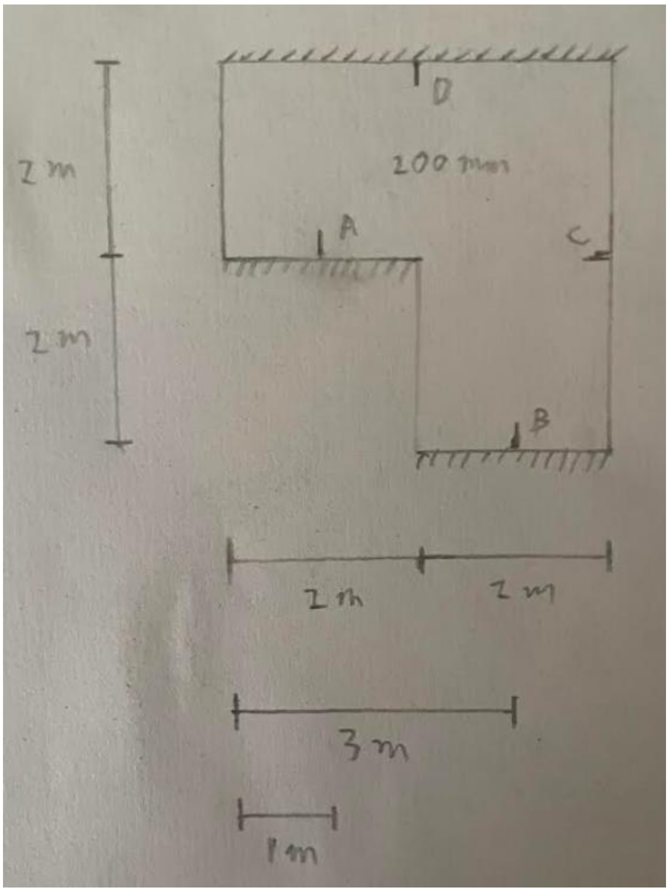
De doelstelling van dit onderzoek is het toetsen van de bovengenoemde hypothesen voor schuifspanning en geconcentreerde dwarskracht op verschillende locaties in plaatranden, voor verschillende elementgrootten en voor verschillende software. Zo nodig zal een verbeterde regel worden opgesteld.

Methodologie

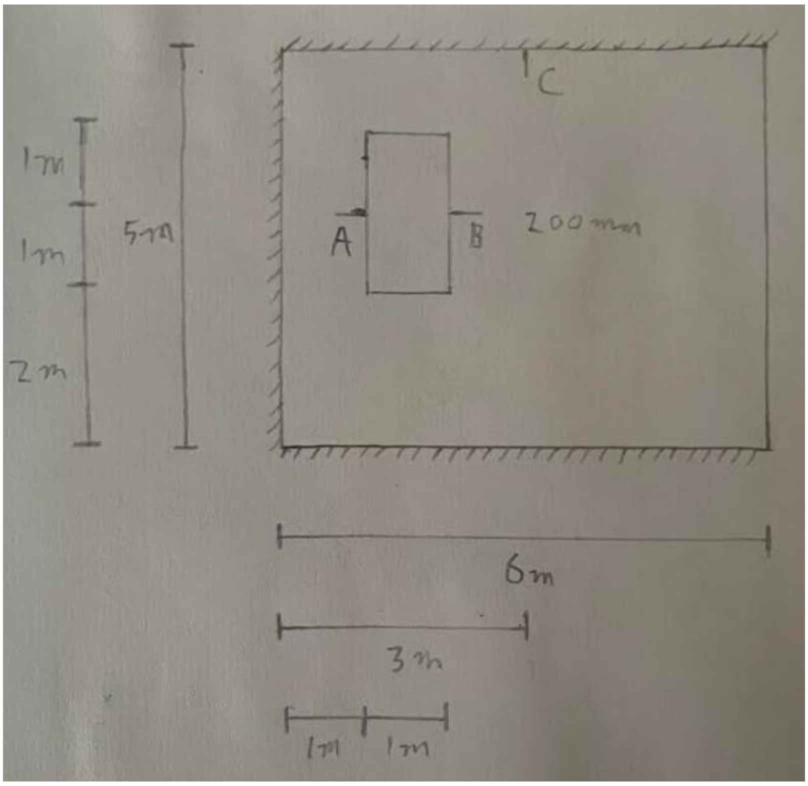
Voor dit onderzoek worden eindige elementenberekeningen gemaakt van drie platen (zie hieronder) met twee verschillende programma's (SCIA Engineer en Axis VM). Het verschil tussen deze twee programma's is dat het aantal knooppunten per element in Axis VM groter is dan in SCIA. Op verschillende interessante randlocaties zullen τ en V berekend worden als functie van de elementgrootte ($4t$, $2t$, t, $t/2$, $t/4$). Hiervan worden grafieken getekend. Uiteindelijk zullen de hypothesen aangenomen, verworpen of verbeterd worden.



Afbeelding 4: Afmetingen van plaat 1



Afbeelding 5: Afmetingen van plaat 2



Afbeelding 6: Afmetingen van plaat 3

2. Plaattheorie en modelvalidatie

De Mindlin-Reissnertheorie voor platen is gebaseerd op de volgende aannames:

- De plaat heeft een constante dikte, en het materiaal is homogeen en isotroop.
- Er vinden geen membraankrachten plaats door opleggingsrandvoorwaarden of grote vervormingen. Het midden-vlak van de plaat zal zonder rek blijven na het toepassen van de belasting. Dit is correct wanneer $w << t$.
- Het is aangenomen dat een rechte lijn loodrecht op het midden-vlak van de plaat in een onbelaste staat een rechte lijn blijft na toepassing van de belasting, maar het hoeft niet loodrecht te zijn met het midden-vlak van de plaat. Als iemand een naald kon toevoegen loodrecht op het midden-vlak van de onbelaste plaat, dan zou deze naald vrij kunnen kantelen na belasting in de x-richting en y-richting.
- De spanning σ_{zz} in de richting loodrecht op het midden-vlak is verwaarloosbaar klein vergeleken met de buigende spanningen σ_{xx} en σ_{yy} en wordt op nul gezet. De rek ε_{zz} in de z-richting wordt ook op nul gezet. Mogelijke kleine verschillen in de verplaatsing w over de dikte van de vloer worden verwaarloosd.
- De vier hierboven genoemde aannames zijn geldig voor dunne en dikke platen. Voor dunne platen wordt een aanname toegevoegd wat betreft de schuifvervorming, welke verwaarloosd zal worden wanneer vergeleken met de buigende vervorming.

De volgende kinematische vergelijkingen kunnen worden afgeleid:

$$\kappa_{xx} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, \quad \kappa_{yy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \quad \rho_{xy} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial x}$$
$$\gamma_x = \varphi_x + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_y = \varphi_y + \frac{\partial w}{\partial y}$$

De volgende constitutieve vergelijkingen kunnen worden afgeleid:

$$\begin{aligned} m_{xx} &= D_b(\kappa_{xx} + \nu\kappa_{yy}) \\ m_{yy} &= D_b(\kappa_{yy} + \nu\kappa_{xx}) \\ m_{xy} &= \tfrac{1}{2} D_b(1-\nu)\rho_{xy} \\ v_x &= D_s\gamma_x \\ v_y &= D_s\gamma_y \end{aligned}$$

De volgende evenwichtsvergelijkingen kunnen worden afgeleid:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + p = 0 \\ &\frac{\partial m_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} - v_x + q_x = 0 \\ &\frac{\partial m_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} - v_y + q_y = 0 \end{aligned}$$

Met de voorgaande vergelijkingen kunnen de differentiaalvergelijkingen voor dikke platen worden afgeleid:

$$-D_s\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)w-D_s\frac{\partial\varphi_x}{\partial x}-D_s\frac{\partial\varphi_y}{\partial y}=p$$

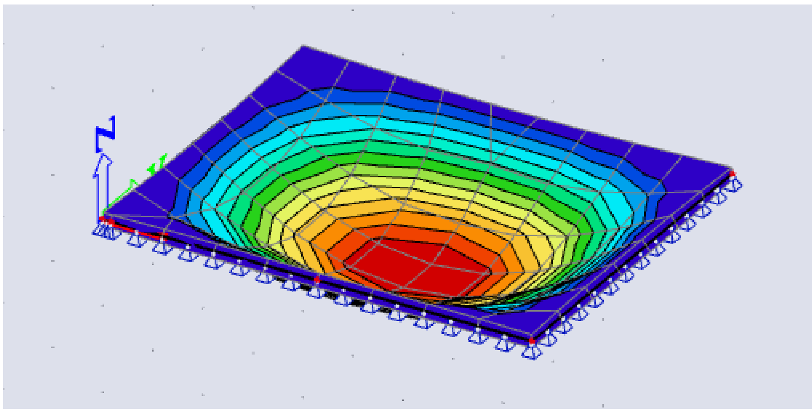
$$D_s\frac{\partial w}{\partial x}+\left(D_s-D_b\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{1}{2}(1-\nu)D_b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi_x-\frac{1}{2}(1+\nu)D_b\frac{\partial^2\varphi_y}{\partial x\partial y}=q_x$$

$$D_s\frac{\partial w}{\partial y}-\frac{1}{2}(1+\nu)D_b\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\varphi_x+\left(D_s-\frac{1}{2}(1-\nu)D_b\frac{\partial^2}{\partial x^2}-D_b\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\varphi_y=q_y$$

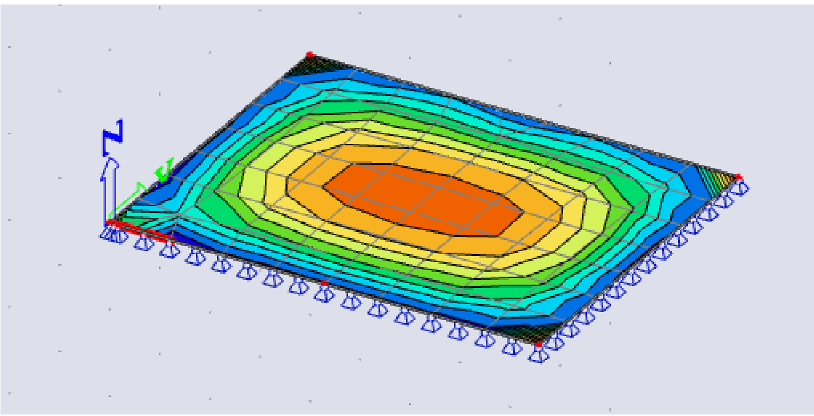
Dit is de Mindlin-Reissnertheorie [1].

Het programma SCIA Engineer is gebruikt om plaat 1 te modelleren. De dikte van de plaat is 150 mm. De randen zijn vrij opgelegd (scharnieren). De belasting van 3,68 $\mathrm{kN/m^2}$ is gelijkmatig verdeeld over de gehele plaat. De richting van de belasting is loodrecht op de plaat in de negatieve *z*-richting. Het model is lineair-elastisch. De software gebruikt standaard de Mindlin-Reissner-plaattheorie. Het is mogelijk om de Kirchhoff-plaattheorie te kiezen maar hier is geen gebruik van gemaakt. In eerste instantie is gekozen voor een elementgrootte van 600 mm. SCIA Engineer gebruikt 4-knoops rechthoekige elementen.

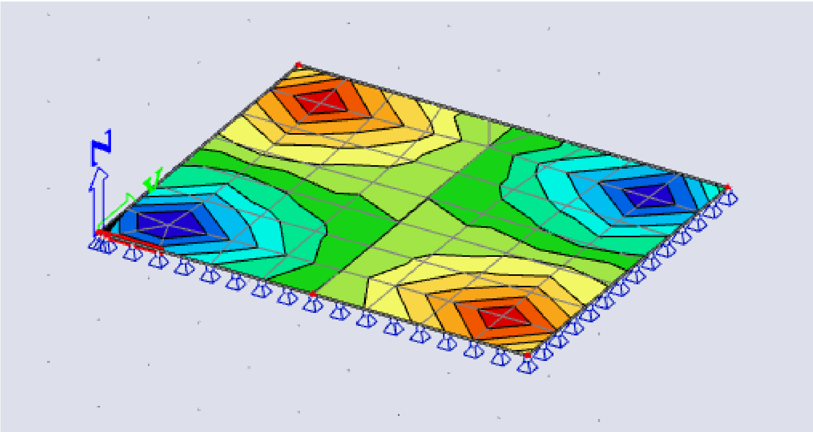
De berekening geeft een doorbuiging van 0,622 mm in het midden van de plaat (afb. 7). De doorbuiging is in de negatieve *z*-richting wat inderdaad overeenkomt met de richting van de belasting. De plaatranden verplaatsen inderdaad niet. De plaatranden roteren wat consistent is met vrije oplegging. Het maximale buigend moment m_{xx} is 3,16 kNm/m (afb. 8). Dit treedt niet zoals verwacht op in het midden van de plaat, maar in de hoeken van de plaat. Dit moment zal niet nauwkeurig zijn vanwege de grote elementen. Volgens de knoopwaarden varieert het buigend moment m_{xx} in de randen *x* = 0 en *x* = 5 m tussen 0 en 3,16 kNm/m. Dit is een benadering van de correcte waarde van 0 kNm/m. In de randen *y* = 0 en *y* = 4 m varieert het buigend moment *mxx* tussen 0 en 3,16 kNm/m. Ook dit is een correcte benadering van de waarde van 0 kNm/m. In de hoeken van de plaat treden singulariteiten op in m_{xx}. Dit kan vooralsnog niet verklaard worden. Het wringend moment is niet nul op de randen. Dit komt door de grootte van de elementen. In de contourplots van de verdeelde dwarskracht v_x en v_y is de geconcentreerde dwarskracht in de randen zichtbaar.



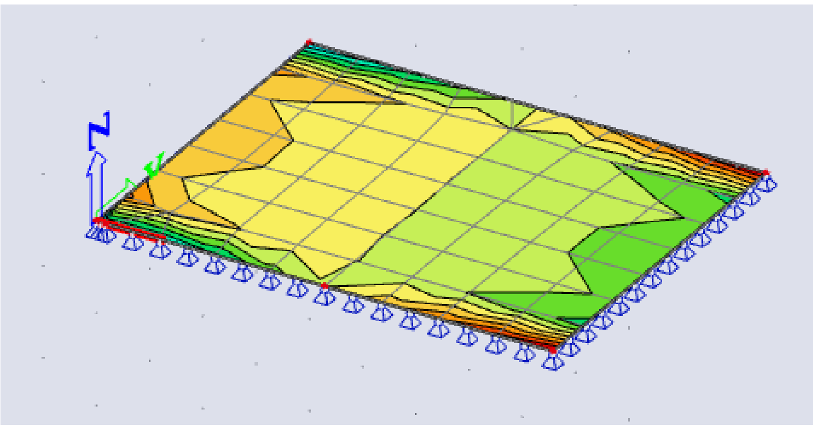
Afbeelding 7: Doorbuiging van plaat 1 volgens SCIA Engineer



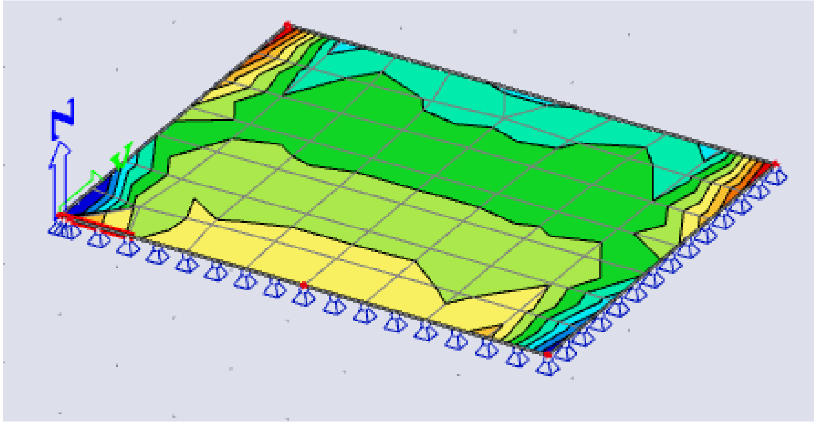
Afbeelding 8: Buigend moment m_{xx} in plaat 1 volgens SCIA Engineer, met als maximale veldmoment 2,11 kNm/m



Afbeelding 9: Wringend moment m_{xy} in plaat 1 volgens SCIA Engineer, met een grootste waarde van 2,70 kNm/m



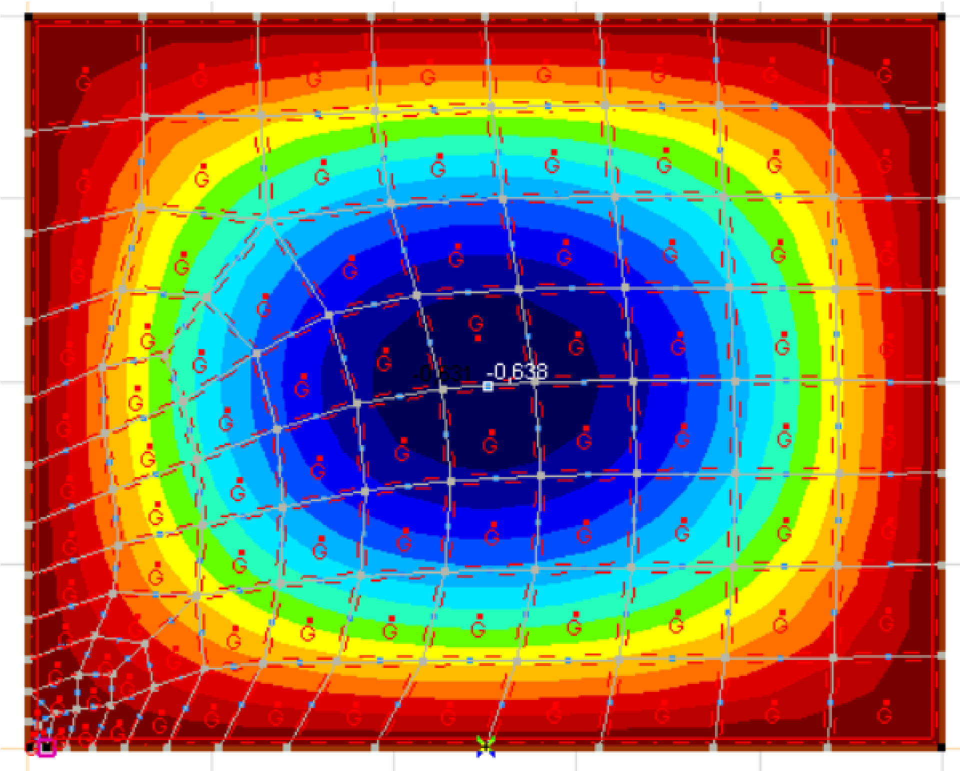
Afbeelding 10: Verdeelde dwarskracht v_x in plaat 1 volgens SCIA Engineer



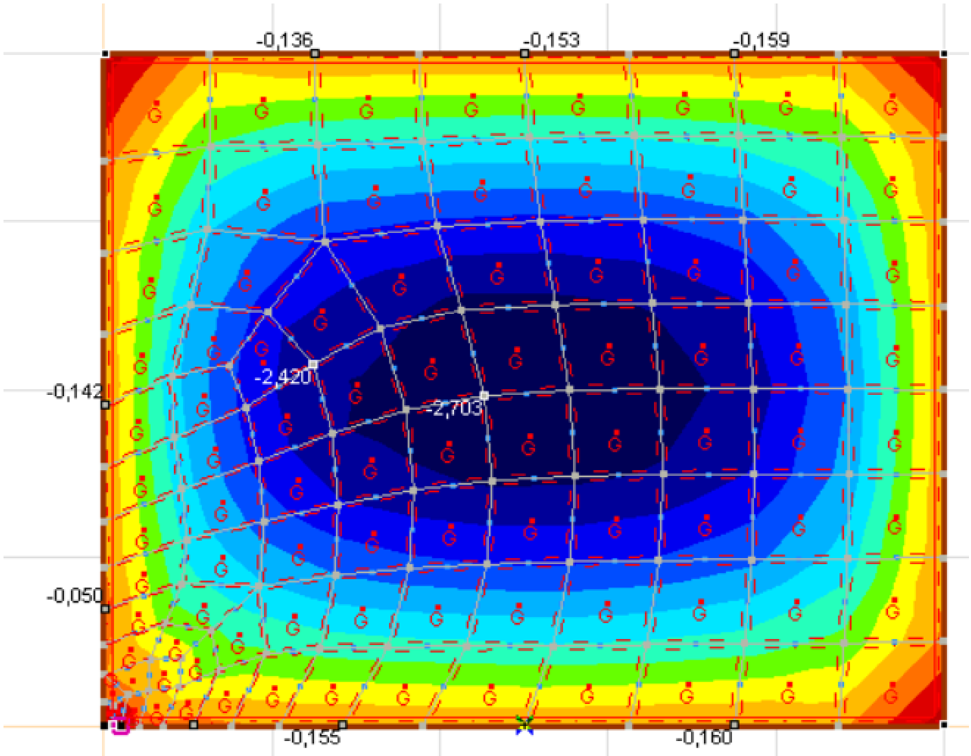
Afbeelding 11: Verdeelde dwarskracht v_y in plaat 1 volgens SCIA Engineer

Vervolgens is het programma Axis VM gebruikt om plaat 1 te modelleren. Dezelfde elementgrootte van 600 mm is gekozen. Axis VM gebruikt de Mindlin-Reissner plaattheorie met 8-knoops vierhoekige elementen.

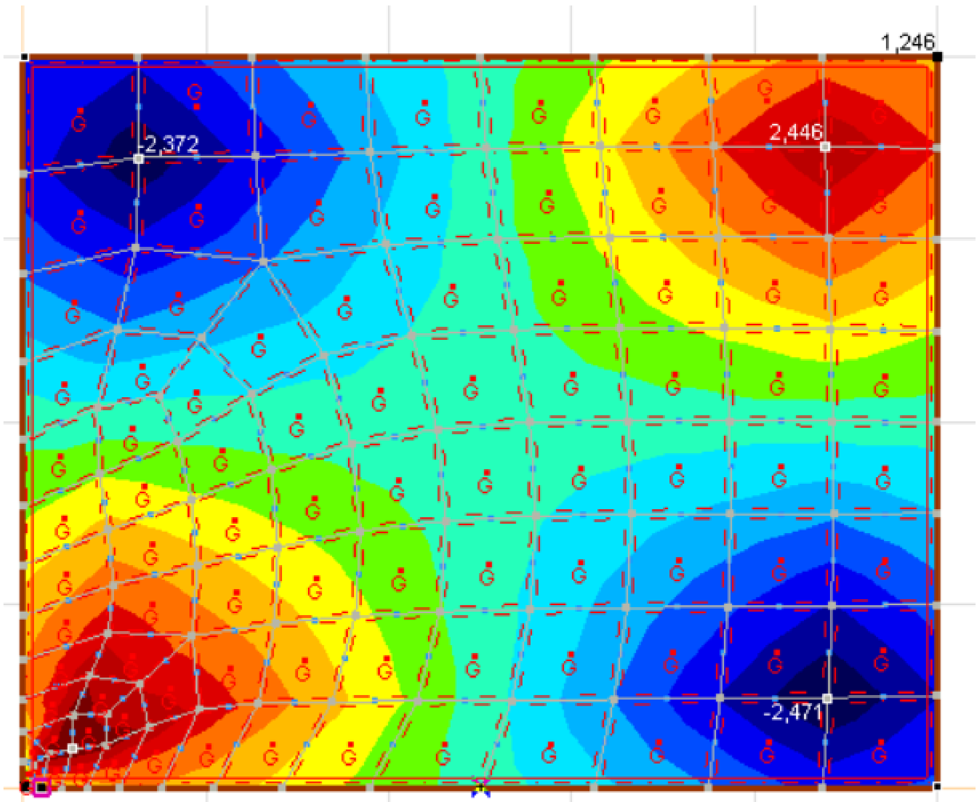
De berekening geeft een doorbuiging van 0,638 mm in het midden van de plaat (afb. 12). De doorbuiging is in de negatieve *z*-richting wat inderdaad overeenkomt met de richting van de belasting. De plaatranden verplaatsen inderdaad niet. De plaatranden roteren wat consistent is met vrije oplegging. Het maximale buigend moment m_{xx} is 2,703 kNm/m (afb. 13). Dit treedt zoals verwacht op in het midden van de plaat. Dit moment zal niet nauwkeurig zijn vanwege de grote elementen. Volgens de contourplot varieert het buigend moment in de randen *x* = 0 en *x* = 5 m tussen 0 en 0,5 kNm/m. Dit is een benadering van de correcte waarde van 0 kNm/m.



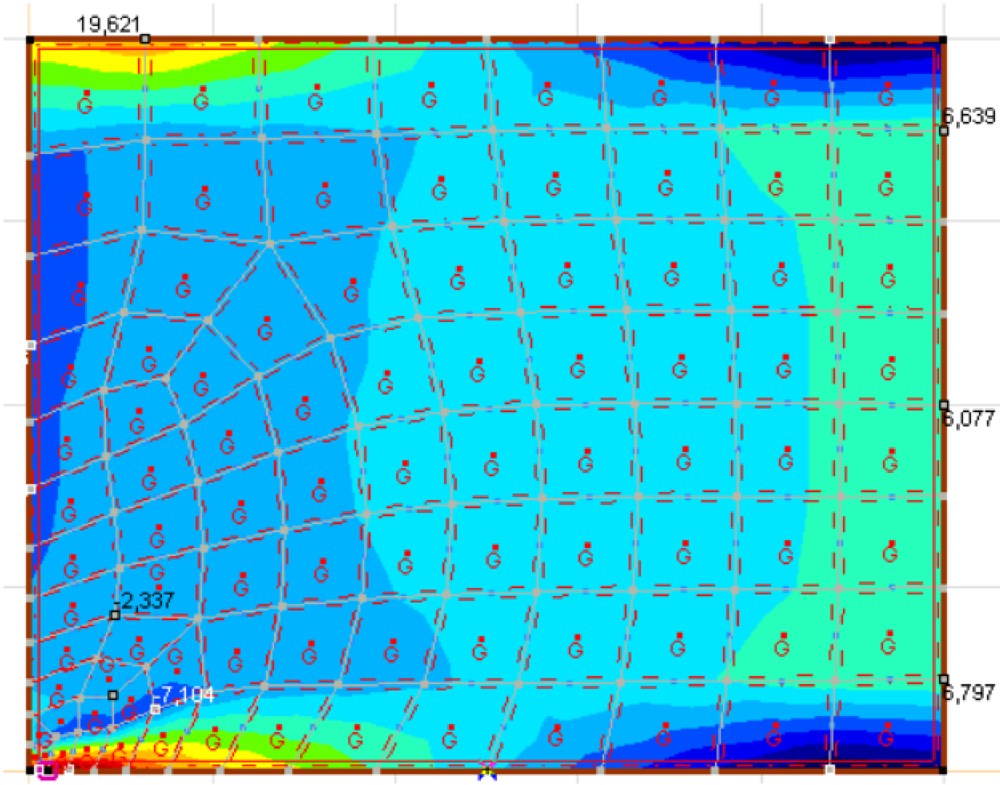
Afbeelding 12: Doorbuiging van plaat 1 volgens Axis VM



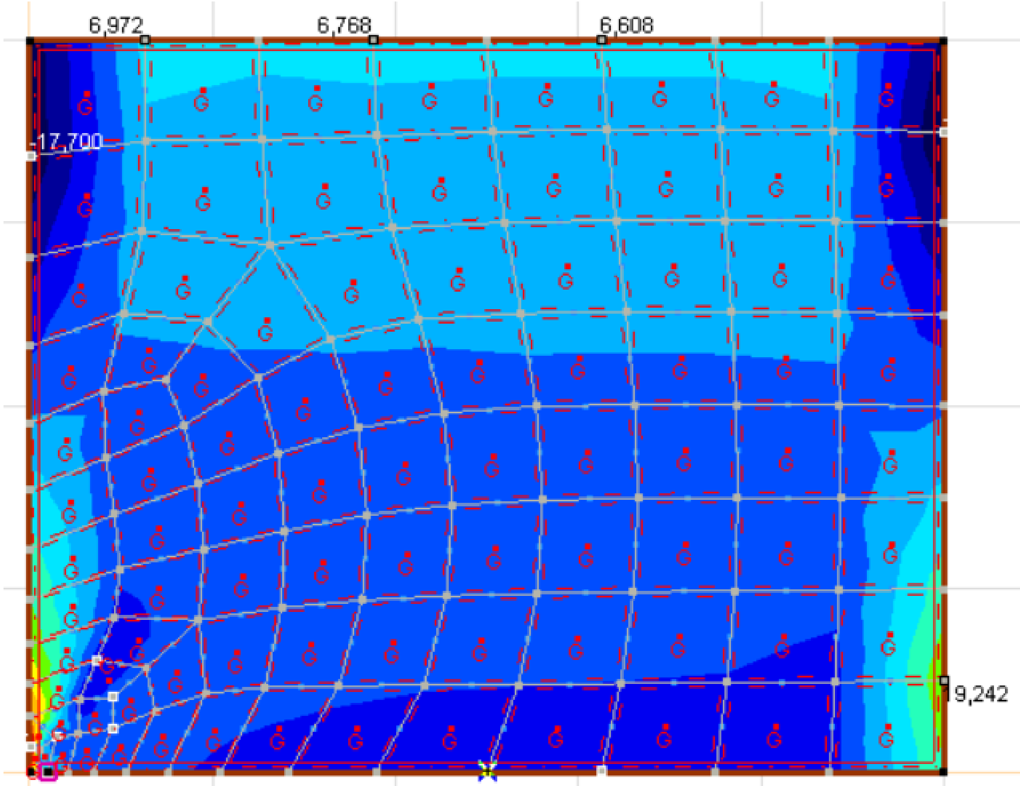
Afbeelding 13: Buigend moment m_{xx} in van plaat 1 volgens Axis VM



Afbeelding 14: Wringend moment m_{xy} in plaat 1 volgens Axis VM, met een grootste waarde van 2,862 kNm/m



Afbeelding 15: Verdeelde dwarskracht v_x in plaat 1 volgens Axis VM



Afbeelding 16: Verdeelde dwarskracht v_y in plaat 1 volgens Axis VM

Vervolgens wordt het maximale (veld)moment m_{xx} berekend aan de hand van het tabellenboek van Stiglat und Wippel. Eerst wordt de max m_x afgelezen uit de tabel. Met $\frac{L_y}{L_x} = \frac{4}{5} = 0{,}80$, geeft dit een max m_x van 37,4. Daarna wordt *K* berekend aan de hand van $K = p \cdot L_x \cdot L_y$ met *p* als de verdeelde belasting van 3,68 $\mathrm{kN/m^2}$. Dit geeft een *K* van 73,6. Deze waarde wordt gedeeld door de max m_x om het moment te bebalen. Dit geeft een maximum (veld)moment m_{xx} van 1,97 kNm/m [3].

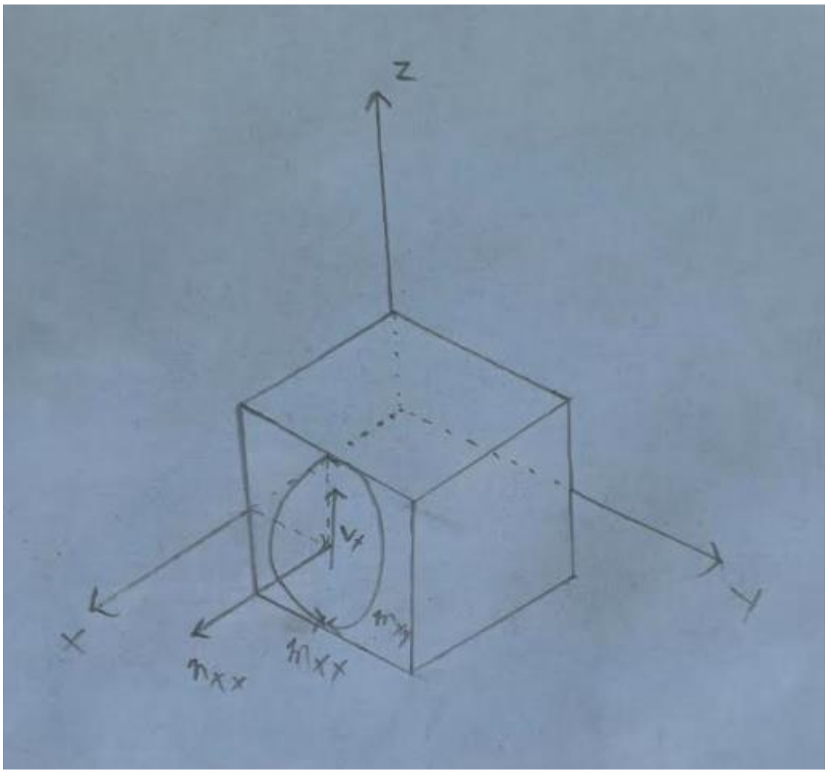
Nu kunnen de verschillende maximale (veld)momenten van SCIA Engineer, Axis VM en Stiglat-Wippel vergeleken worden (zie tabel 1). Het blijkt dat Axis VM het grootste (veld)moment geeft en Stiglat-Wippel het kleinste-. SCIA Engineer zit er qua grootte tussenin maar zit dichter bij Stiglat-Wippel dan bij Axis VM.

rekenmethode	Maximale (veld)moment
SCIA Engineer	2,11
Axis VM	2,703
Stiglat-Wippel	1,97

Tabel 1: Maximale (veld)momenten volgens SCIA Engineer, Axis VM en Stiglat-Wippel

De resultaten zitten dicht genoeg bij elkaar dus wordt geconcludeerd dat ze betrouwbaar zijn.

Verder is het belangrijk om te weten of de programma's wel of niet de tekenregel van de TU Delft (zie afb. 17) gebruiken voor de toepassing van de formules. Het blijkt dat Axis VM wel de tekenregel van de TU Delft gebruikt voor het buigend moment, het wringend moment en de dwarskrachten terwijl SCIA Engineer daarvoor een andere tekenregel gebruikt (positief en negatief zijn tegenovergesteld).

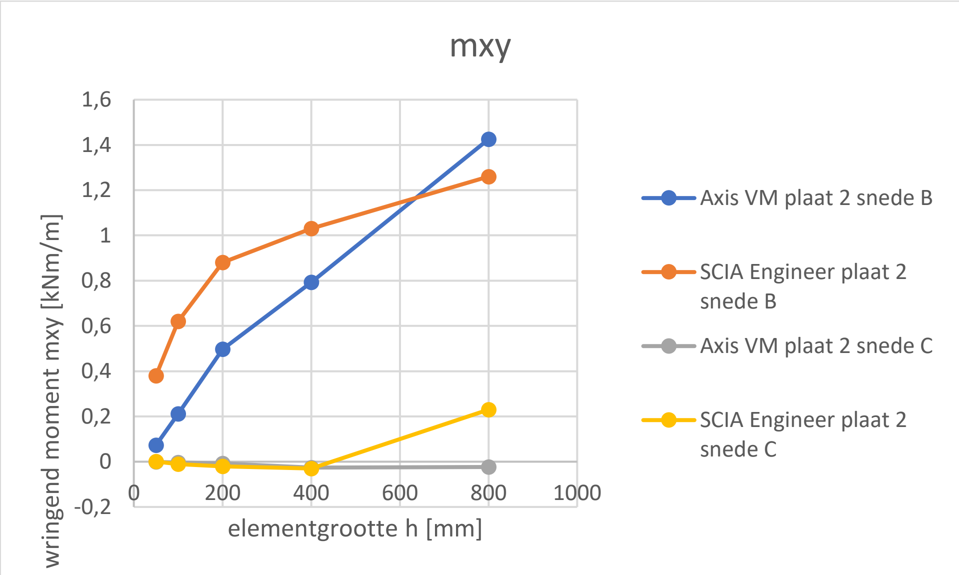


Afbeelding 17: Positieve krachten in het positieve x-vlak volgens de tekenregel van de TU Delft

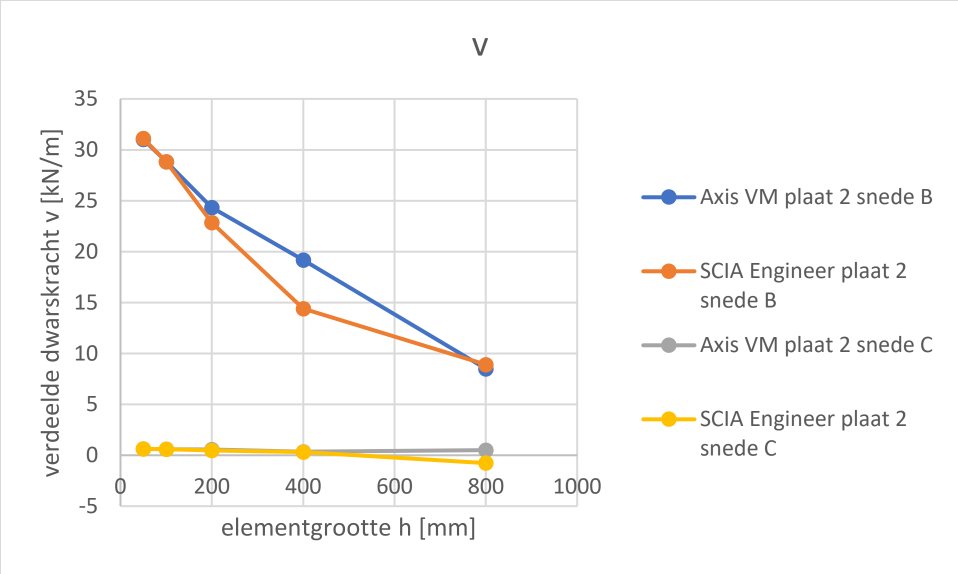
3. Resultaten

Voor elk van de drie platen (zie blz. 6 en 7) zijn vijf berekeningen uitgevoerd met verschillende elementgrootten en met twee programma's. In negen randpunten zijn het wringend moment m_{xy} en de verdeelde dwarskracht v_x of v_y in de richting van de rand geregistreerd. Hier zijn grafieken van gemaakt. Op de horizontale as staat de elementgrootte en op de verticale as staat het wringend moment (grafiek 1) of de verdeelde dwarskracht (grafiek 2). Hieruit zijn twee zaken berekend; 1) de schuifspanning τ in de rand volgens de regel van Blaauwendraad (Grafiek 3) en 2) de geconcentreerde dwarskracht V volgens de hypothese van Hoogenboom (grafiek 4).

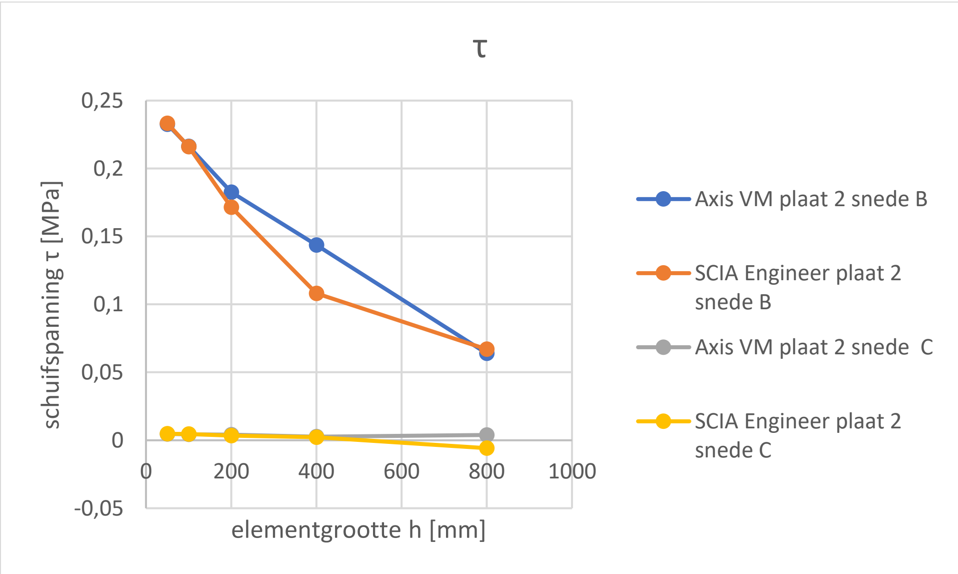
Alle resultaten zijn opgenomen in bijlage A. In dit hoofdstuk zijn de grafieken opgenomen van snede B en C in plaat 2 berekend met SCIA Engineer en Axis VM. Deze sneden zijn geselecteerd omdat ze de meest vlakke en de minst vlakke grafieken geven.



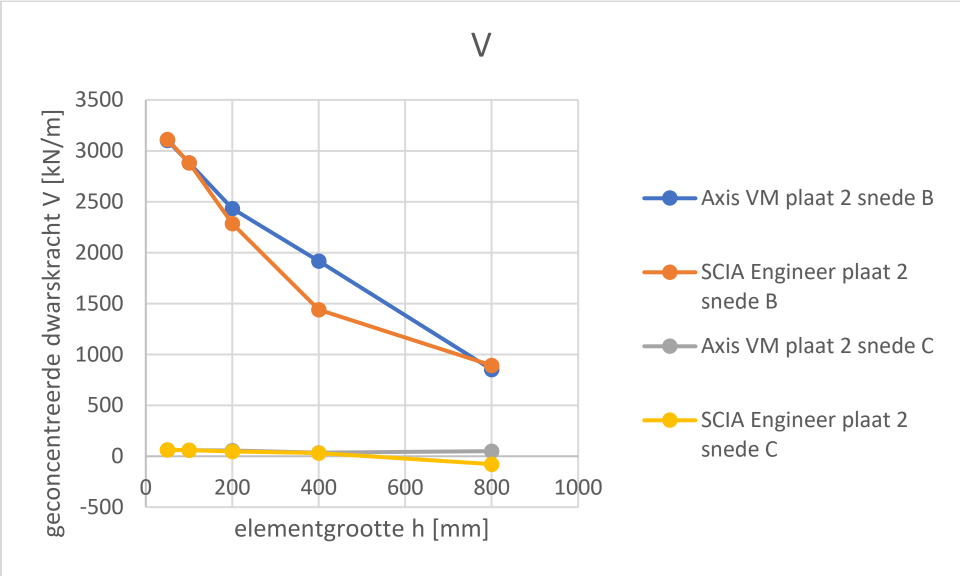
Grafiek 1: Wringend moment m_{xy} in de randknopen van sneden B en C in plaat 2 volgens SCIA Engineer en Axis VM



Grafiek 2: Verdeelde dwarskracht v_x en v_y in de randknopen van sneden B en C in plaat 2 volgens SCIA Engineer en Axis VM



Grafiek 3: Schuifspanning τ in de randknopen van sneden B en C in plaat 2 volgens SCIA Engineer en Axis VM



Grafiek 4: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknopen van sneden B en C in plaat 2 volgens SCIA Engineer en Axis VM

4. Interpretatie

De grafieken van m_{xy} gaan naar nul. Dit is correct want deze eigenschap volgt uit de Mindlin-Reissner-plaattheorie. Als we de grote elementen (*h* = 4 *t*) uitsluiten, zijn de grafieken van m_{xy} en v_x of v_y, bij goede benadering lineair in de elementgrootte *h.* Volgens de hypothesen zijn de schuifspanning τ en de geconcentreerde dwarskracht *v* onafhankelijk van de elementgrootte. Deze grafieken moeten dus vlak zijn. De resultaten laten echter geen vlakke lijnen zien.

De meest vlakke grafiek is τ in snede C berekend met SCIA Engineer (grafiek 3). Als de elementgrootte *h* heel klein of nul is wordt de juiste spanning berekend. Door de lijn van de grafiek te extrapoleren naar elementgrootte nul kan het percentage berekend worden dat deze waarde (-0,005 MPa) verschilt met de waarde op *h = t* (-0,003 MPa). Dit geeft een verschil van ((-0,003/-0,005)*100=) 60 %. Als veiligheidsfactor 1,5 gebruikt wordt leidt een berekening met *h = t* dus tot een fout die groter is dan de veiligheidsmarge.

De hypothesen worden dus verworpen.

Op basis van de resultaten kunnen nieuwe hypothesen worden geformuleerd. Bijvoorbeeld

$$\tau = \frac{3}{2}\frac{v_0}{t}(1 + C\frac{h}{t})$$

Waarin v_0 de verdeelde dwarskracht is bij een elementgrootte tussen *h = 0* en *h = 2t* en *C* een nader te bepalen dimensieloze constante is. De grafieken zijn immers lineair in *h* en als *h* heel klein of nul is, wordt de juiste spanning berekend.

τ kan bepaald worden door de grafieken te extrapoleren naar een elementgrootte van nul. Nu kan *C* berekend worden:

$$C = \frac{\tau - \frac{3}{2}\frac{v_0}{t}}{\frac{3}{2}\frac{h}{t}\frac{v_0}{t}}$$

De grootste waarde voor C wordt berekend voor snede B in plaat 2 met elementgrootte *h = 400* mm:

$$C = \frac{-0{,}245 - \frac{3}{2}\frac{-14{,}39}{200}}{\frac{3}{2}\frac{400}{200}\frac{-14{,}39}{200}} = 0{,}635$$

De kleinste waarde voor *C* wordt berekend voor snede C in plaat 2 met elementgrootte *h = 50* mm:

$$C = \frac{-0{,}005 - \frac{3}{2}\frac{-0{,}64}{200}}{\frac{3}{2}\frac{50}{200}\frac{-0{,}64}{200}} = 0{,}167$$

C blijkt voor de verschillende sneden dus tussen 0,167 en 0,635 te liggen. Dit is niet steeds ongeveer hetzelfde dus deze nieuwe hypothese klopt niet.

5. Conclusies en aanbevelingen

- De grafieken van de schuifspanning τ in een rand en de geconcentreerde dwarskracht V in een rand zijn niet vlak genoeg, dus de hypothesen (zie blz. 4 en 5) worden verworpen.
- Verder blijkt steeds dat in de formules de term met v_x of v_y dominant is over de term met m_{xy}.
- Voor kleinere elementen gaat m_{xy} inderdaad naar 0, in zowel SCIA Engineer als Axis VM.
- Midden in de rand van een symmetrische plaat zijn zowel de verdeelde dwarskracht en het wringend moment gelijk aan nul.
- Zoals verwacht is de benadering met achtknoopselementen in Axis VM nauwkeuriger dan die met vierknoopselementen in SCIA Engineer. Voor de verdeelde dwarskracht in de rand is de nauwkeurigheid van deze elementen echter vrijwel hetzelfde.
- Verder onderzoek zou kunnen worden gedaan naar het opstellen en toetsen van nieuwe hypothesen voor de berekening van de schuifspanning en de geconcentreerde dwarskracht. De grafieken zijn lineair in *h*, dus dit biedt mogelijkheden voor nieuwe hypothesen.

Literatuur

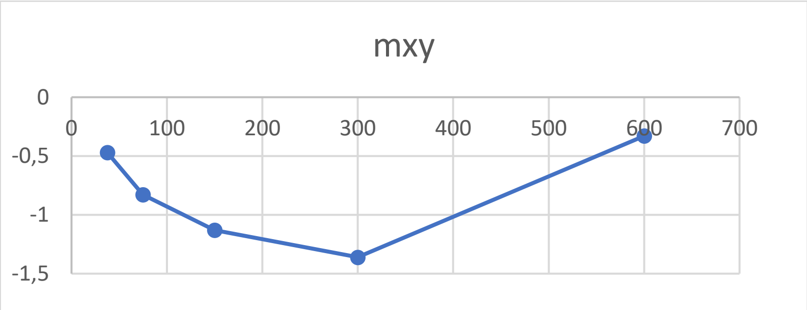
1. J. Blaauwendraad, Plates and FEM, Surprises and Pitfalls, 2010, Springer, pp. 413, online: https://phoogenboom.nl/boek%20blaauwendraad.pdf
2. P.C.J. Hoogenboom, Notes on shell structures, reader Delft University of Technology, 2020, online: https://phoogenboom.nl/b17_schedule.html
3. K. Stiglat en H. Wippel, Platten, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin/München, 1966

Bijlage A, Rekendata

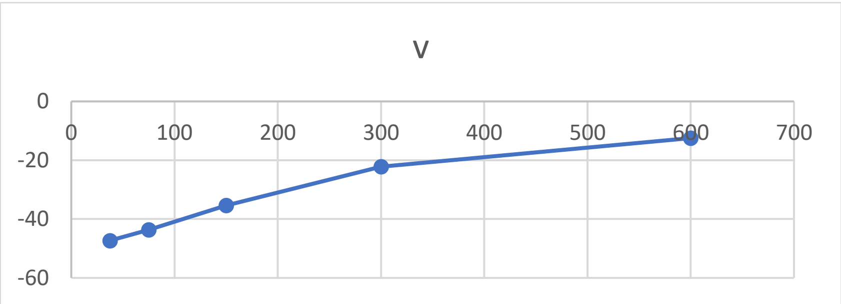
Plaat 1 snede A in SCIA Engineer

Elementgrootte	m_{xy}	v	τ	V
600	-0,33	-12,47	-0,12463	-934,92
300	-1,36	-22,18	-0,22151	-1662,14
150	-1,13	-35,4	-0,35376	-2653,87
75	-0,83	-43,62	-0,43603	-3270,67
37,5	-0,47	-47,31	-0,473	-3547,78

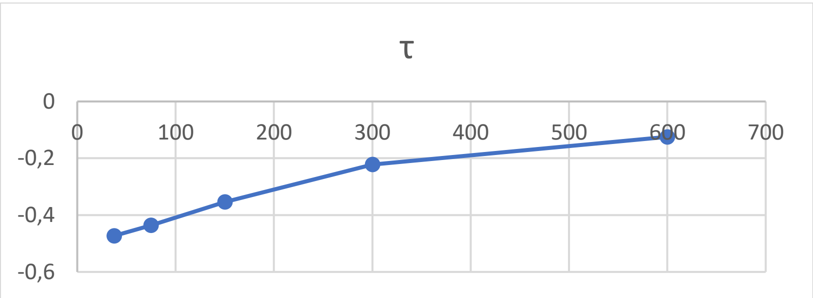
Tabel 2: Resultaten van de randknoop in snede A van plaat 1 volgens SCIA Engineer



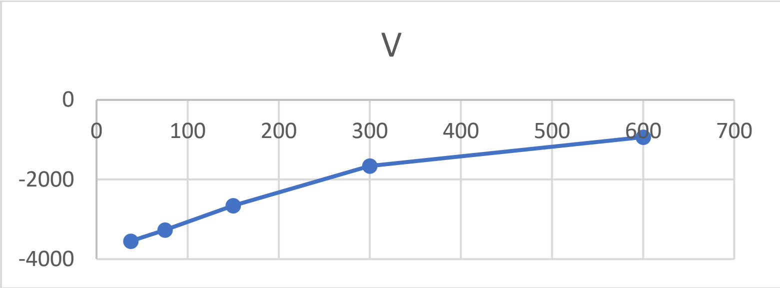
Grafiek 5: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens SCIA Engineer



Grafiek 6: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens SCIA Engineer



Grafiek 7: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens SCIA Engineer

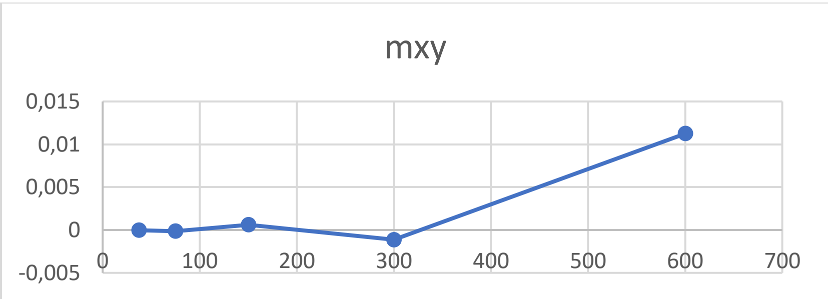


Grafiek 8: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens SCIA Engineer

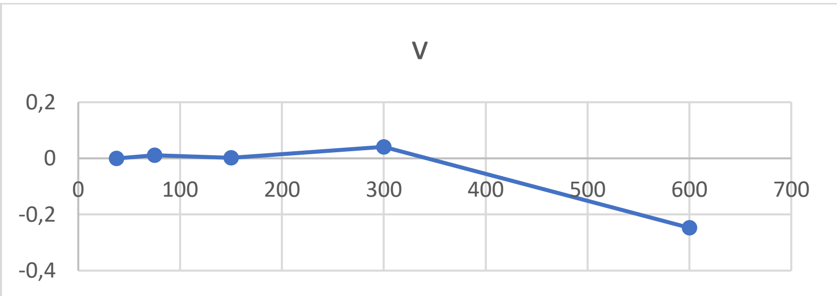
Plaat 1 snede B in SCIA Engineer

Elementgrootte	mxy	v	τ	V
600	0,01124	-0,24739	-0,00248	-18,5655
300	-0,00113	0,04106	0,000411	3,08063
150	0,0006	0,00228	2,27E-05	0,1704
75	-0,00014	0,01115	0,000112	0,83639
37,5	-0,00002	-0,00038	-3,8E-06	-0,02848

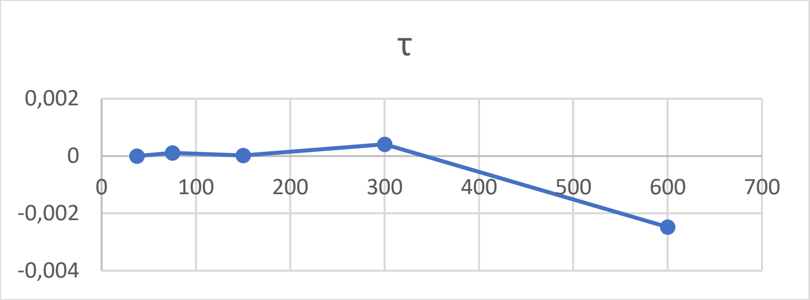
Tabel 3: Resultaten van de randknoop in snede B van plaat 1 volgens SCIA Engineer



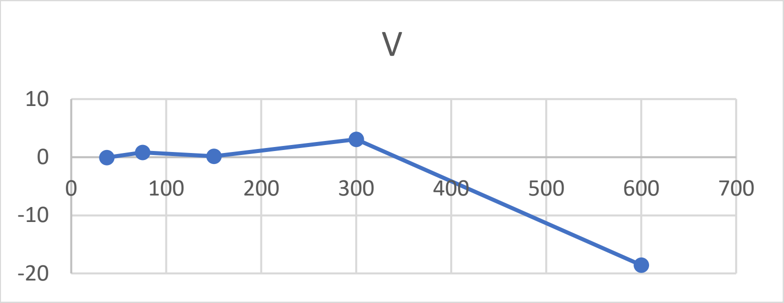
Grafiek 9: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede B in plaat 1 volgens SCIA Engineer



Grafiek 10: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede B in plaat 1 volgens SCIA Engineer

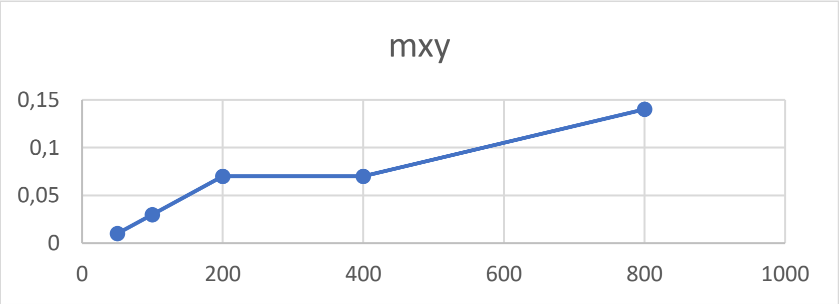


Grafiek 11: Schuifspanning τ in de randknoop van snede B in plaat 1 volgens SCIA Engineer

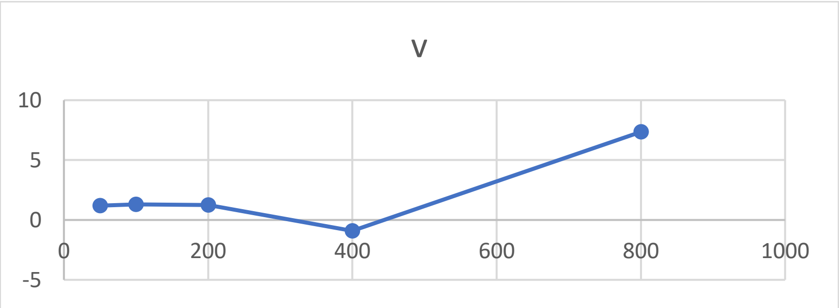


Grafiek 12: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede B in plaat 1 volgens SCIA Engineer

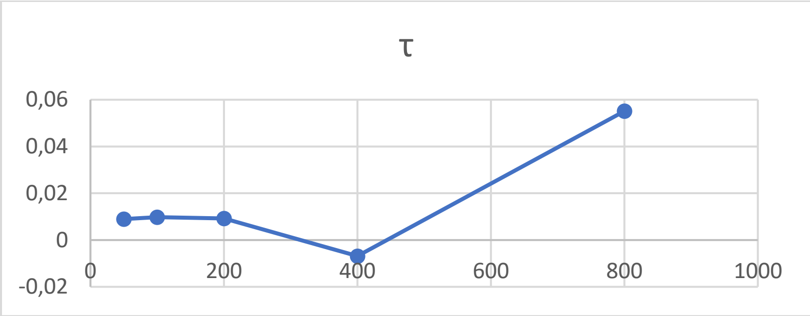
Plaat 2 snede A in SCIA Engineer



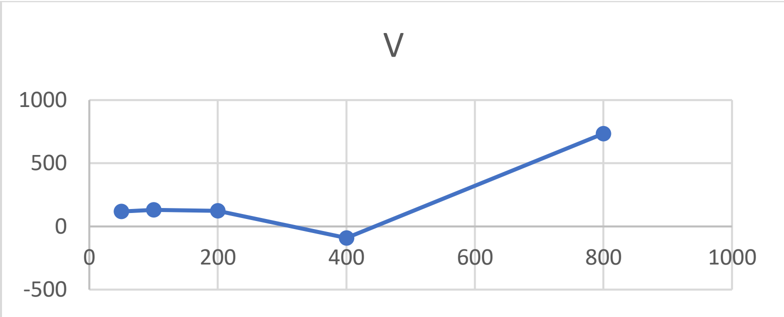
Grafiek 13: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens SCIA Engineer



Grafiek 14: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens SCIA Engineer

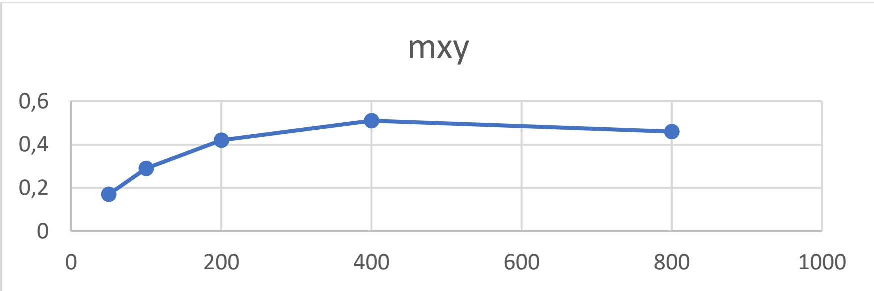


Grafiek 15: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens SCIA Engineer

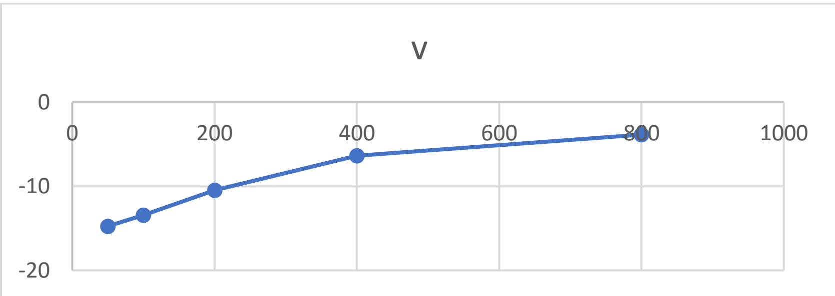


Grafiek 16: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens SCIA Engineer

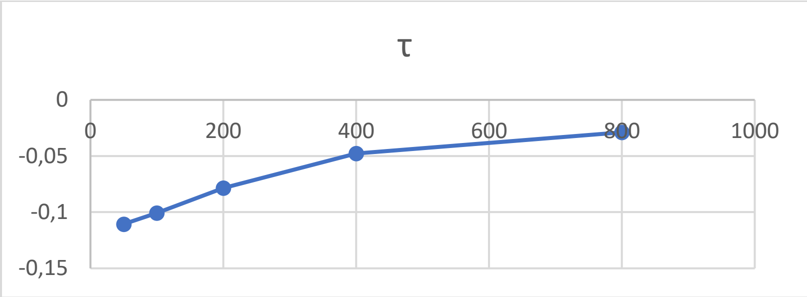
Plaat 2 snede D in SCIA Engineer



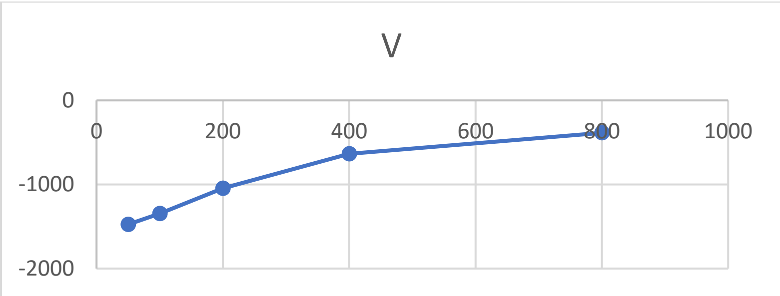
Grafiek 17: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens SCIA Engineer



Grafiek 18: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens SCIA Engineer

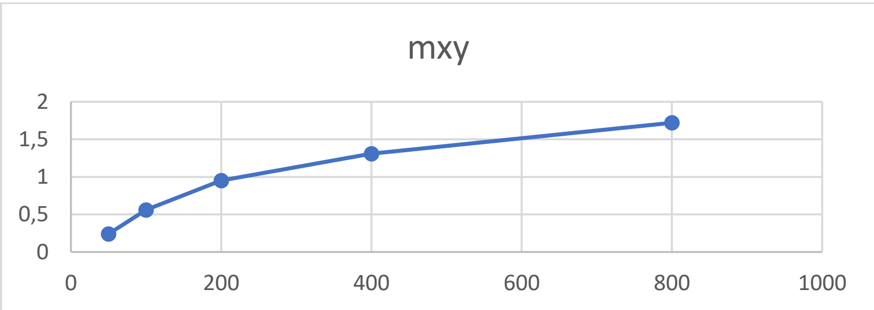


Grafiek 19: Schuifspanning τ in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens SCIA Engineer

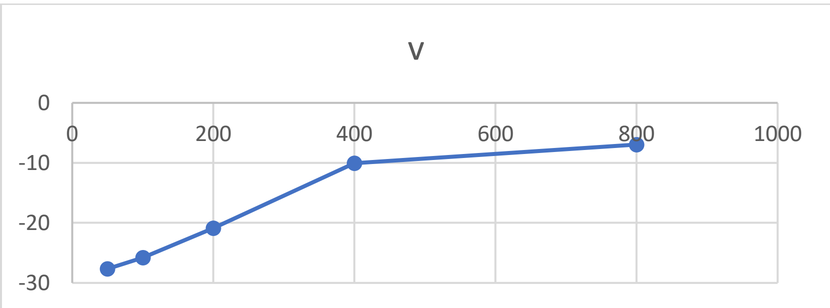


Grafiek 20: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens SCIA Engineer

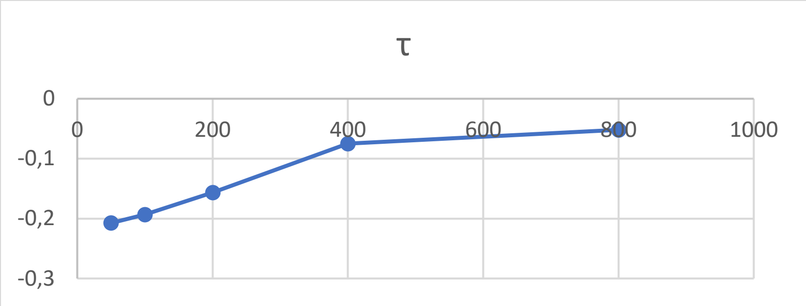
Plaat 3 snede A in SCIA Engineer



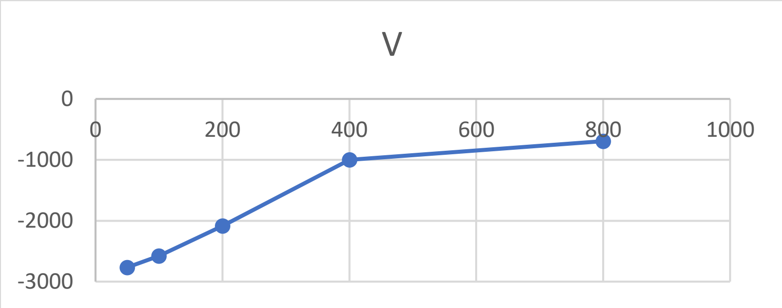
Grafiek 21: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens SCIA Engineer



Grafiek 22: Verdeelde dwarskracht v_y in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens SCIA Engineer

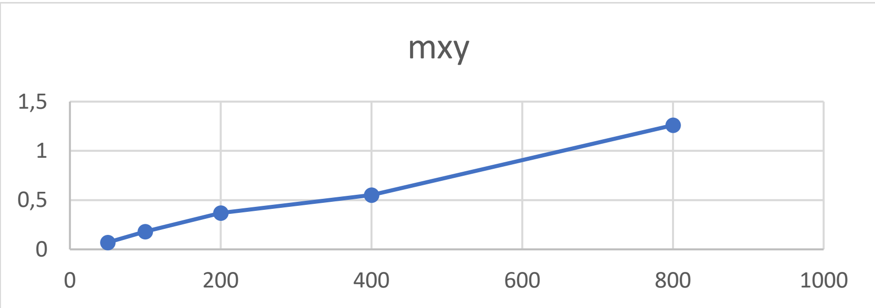


Grafiek 23: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens SCIA Engineer

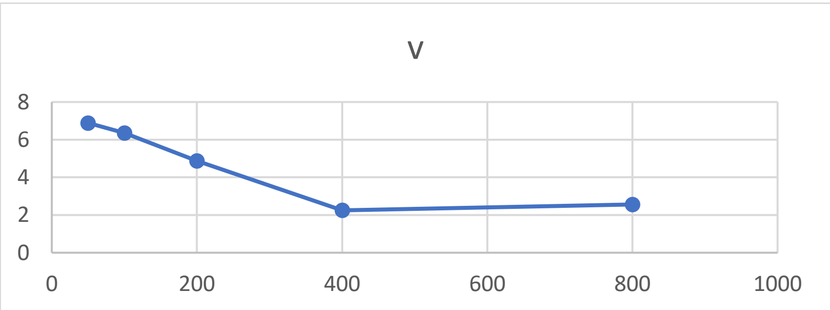


Grafiek 24: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens SCIA Engineer

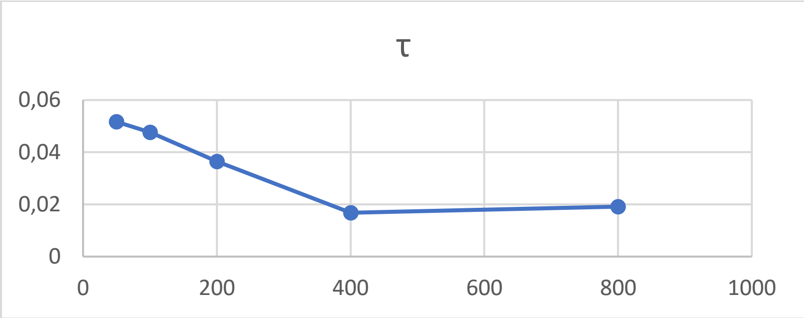
Plaat 3 snede B in SCIA Engineer



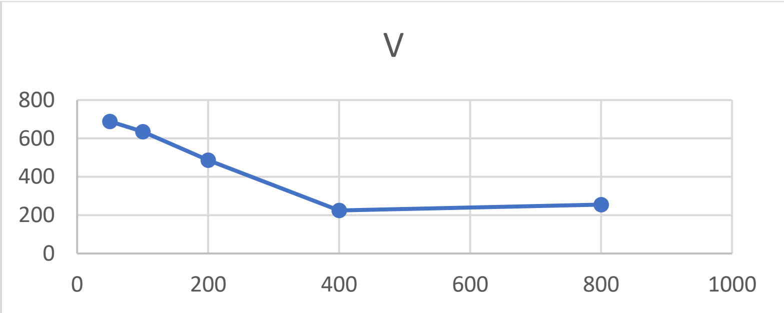
Grafiek 25: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens SCIA Engineer



Grafiek 26: Verdeelde dwarskracht v_y in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens SCIA Engineer

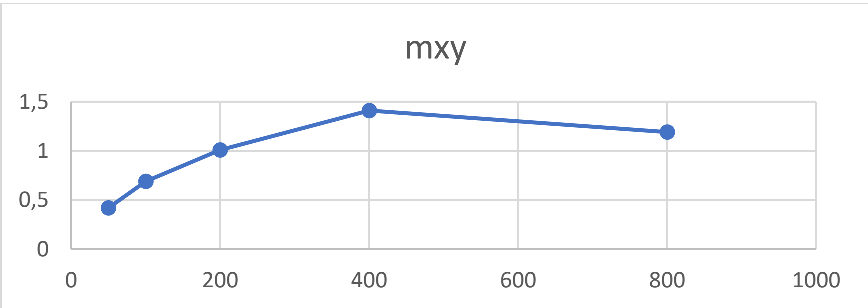


Grafiek 27: Schuifspanning τ in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens SCIA Engineer

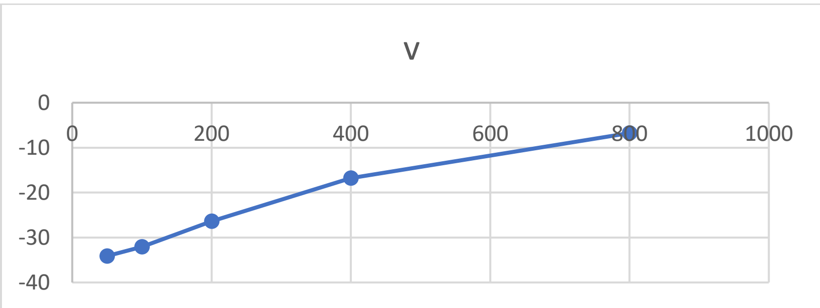


Grafiek 28: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens SCIA Engineer

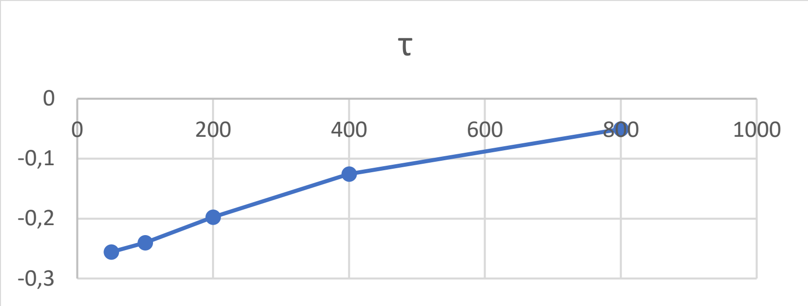
Plaat 3 snede C in SCIA Engineer



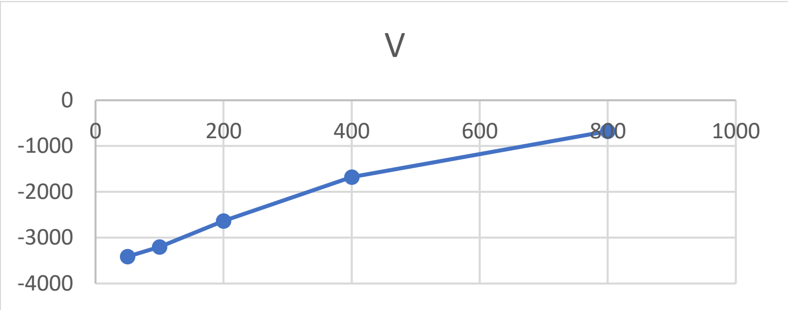
Grafiek 29: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens SCIA Engineer



Grafiek 30: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens SCIA Engineer



Grafiek 31: Schuifspanning τ in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens SCIA Engineer

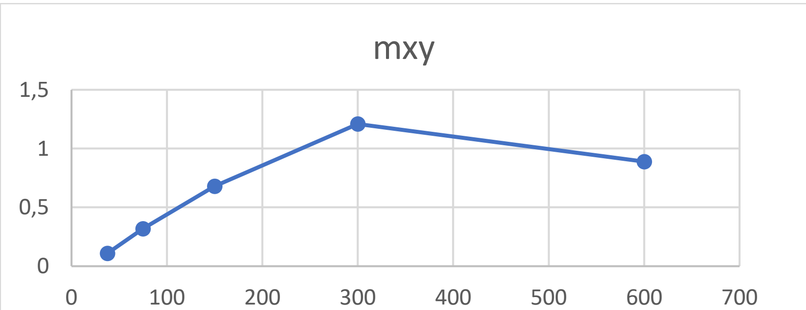


Grafiek 32: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens SCIA Engineer

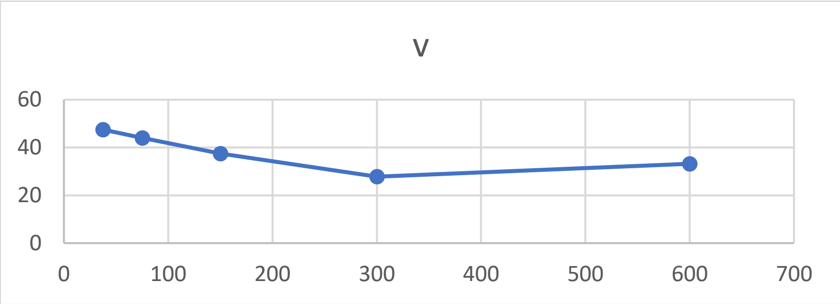
Plaat 1 snede A in Axis VM

Elementgrootte	mxy	*v*	*τ*	*V*
600	*0,889*	*33,14*	*0,331587*	*2486,389*
300	*1,209*	*27,811*	*0,278365*	*2087,034*
150	*0,68*	*37,489*	*0,375033*	*2812,355*
75	*0,319*	*44,029*	*0,440357*	*3302,494*
37,5	*0,109*	*47,49*	*0,474923*	*3561,859*

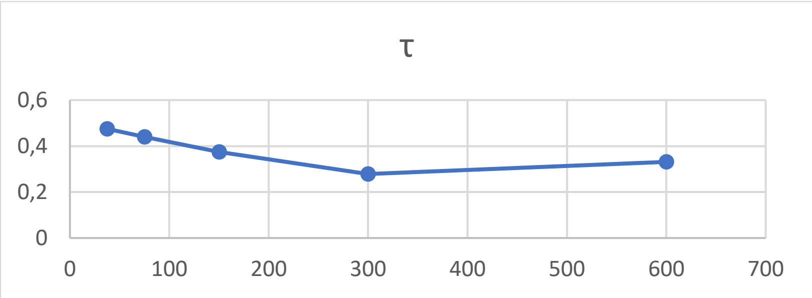
Tabel 4: Resultaten van de randknoop in snede A van plaat 1 volgens Axis VM



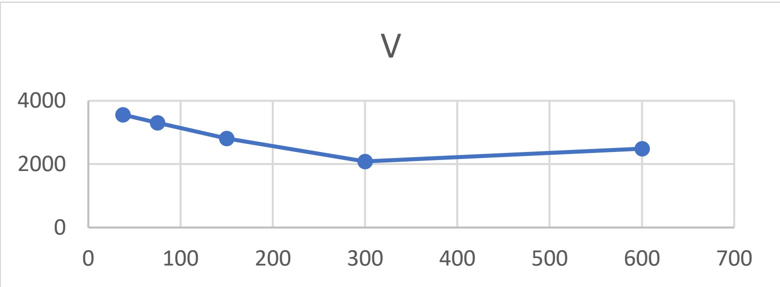
Grafiek 33: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens Axis VM



Grafiek 34: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens Axis VM

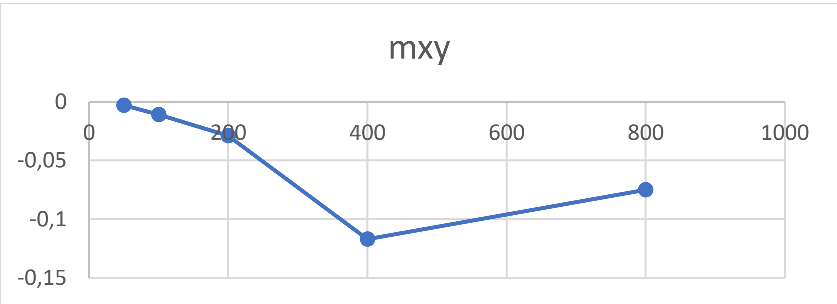


Grafiek 35: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens Axis VM

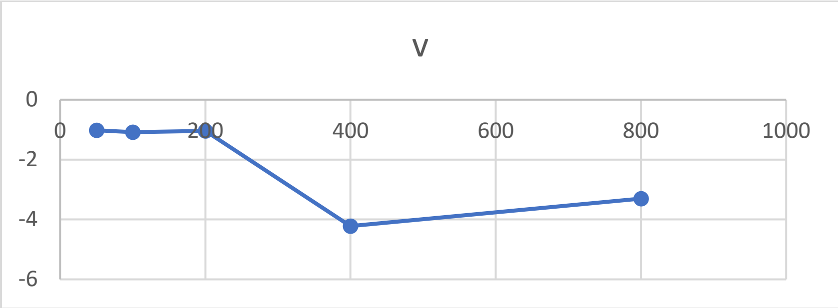


Grafiek 36: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 1 volgens Axis VM

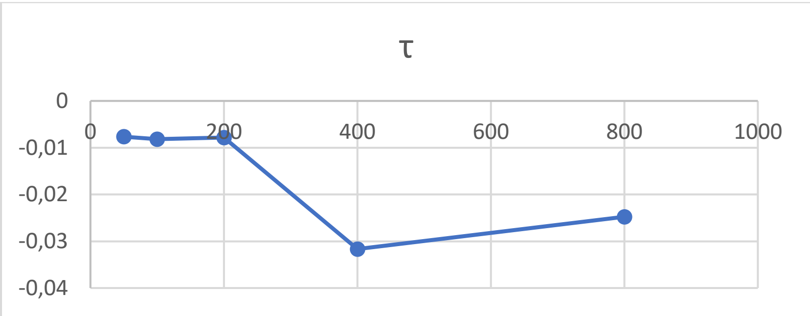
Plaat 2 snede A in Axis VM



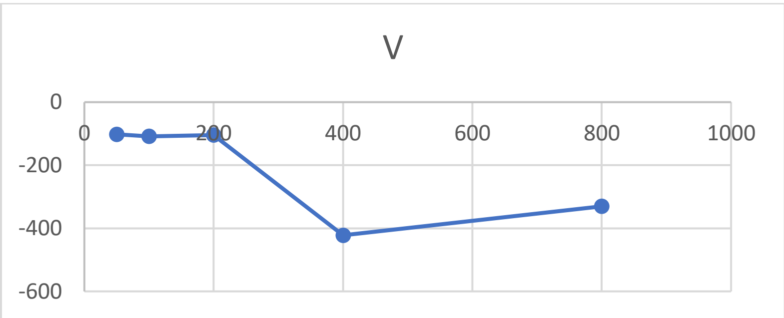
Grafiek 37: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens Axis VM



Grafiek 38: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens Axis VM

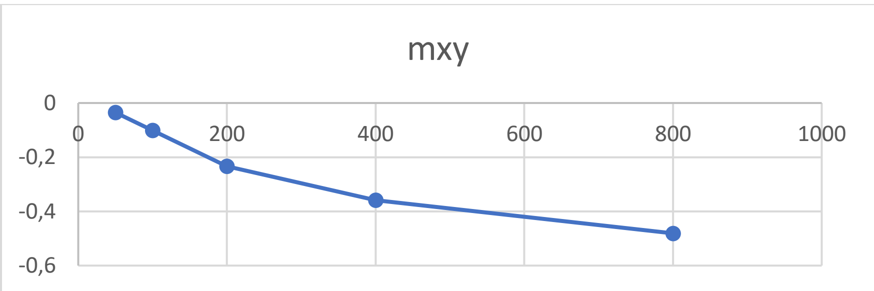


Grafiek 39: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens Axis VM

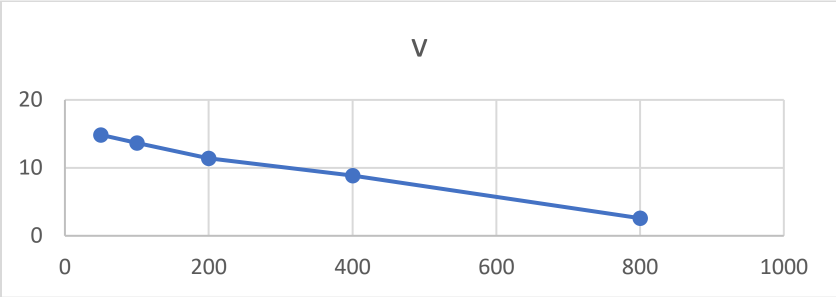


Grafiek 40: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 2 volgens Axis VM

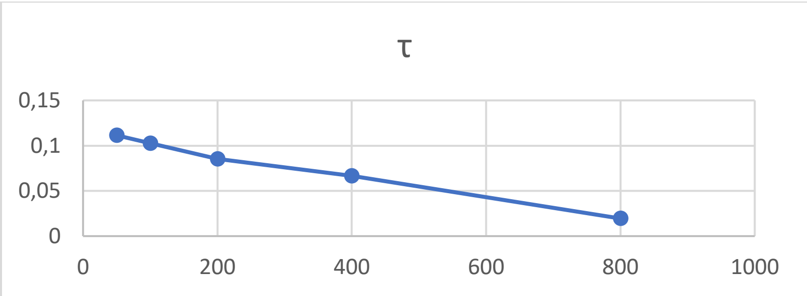
Plaat 2 snede D in Axis VM



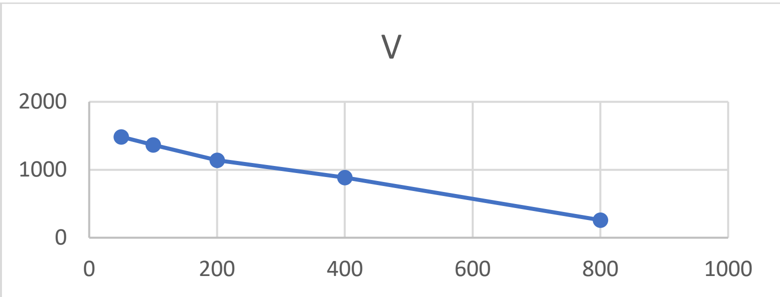
Grafiek 41: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens Axis VM



Grafiek 42: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens Axis VM

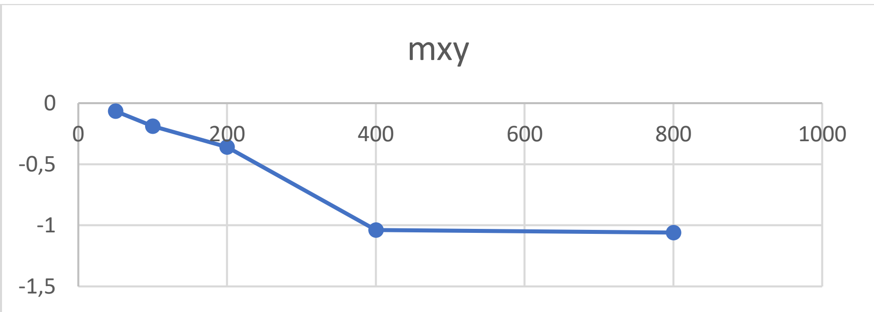


Grafiek 43: Schuifspanning τ in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens Axis VM

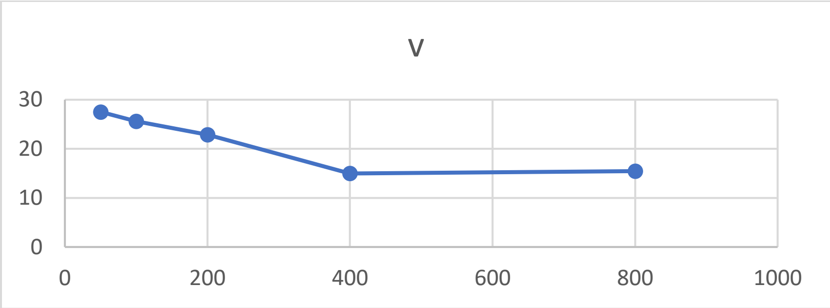


Grafiek 44: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede D in plaat 2 volgens Axis VM

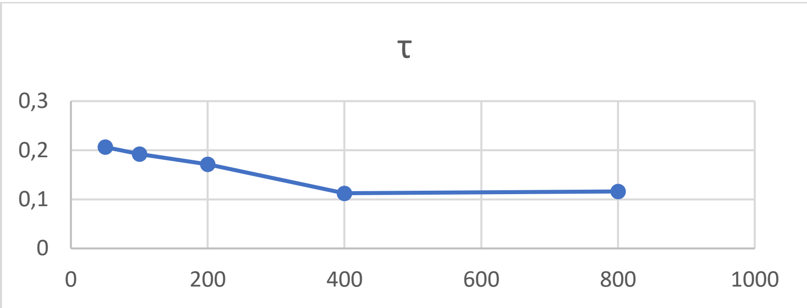
Plaat 3 snede A in Axis VM



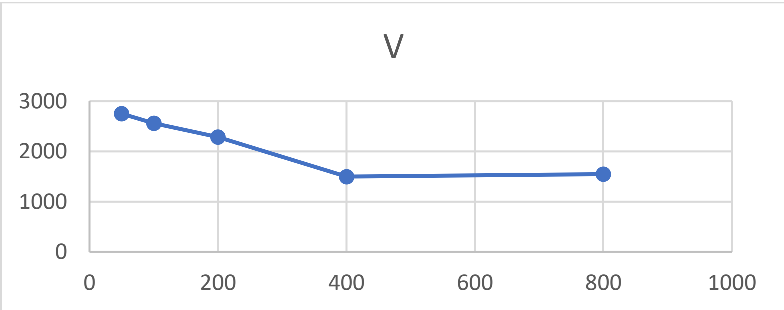
Grafiek 45: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens Axis VM



Grafiek 46: Verdeelde dwarskracht v_y in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens Axis VM

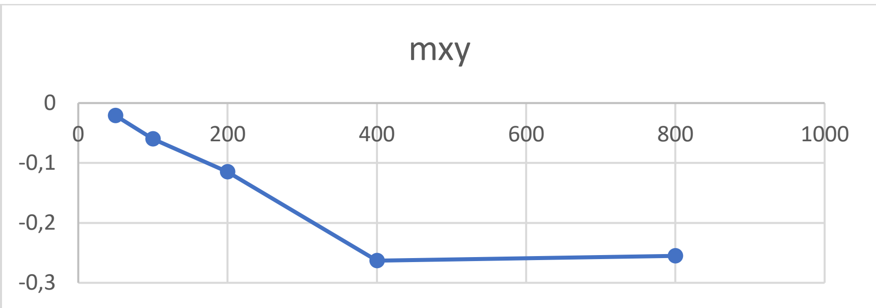


Grafiek 47: Schuifspanning τ in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens Axis VM

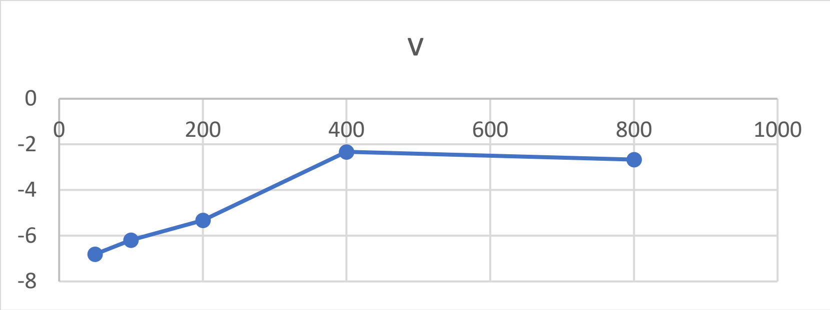


Grafiek 48: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede A in plaat 3 volgens Axis VM

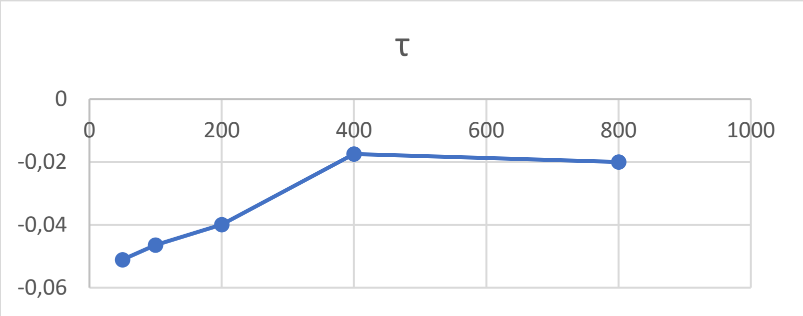
Plaat 3 snede B in Axis VM



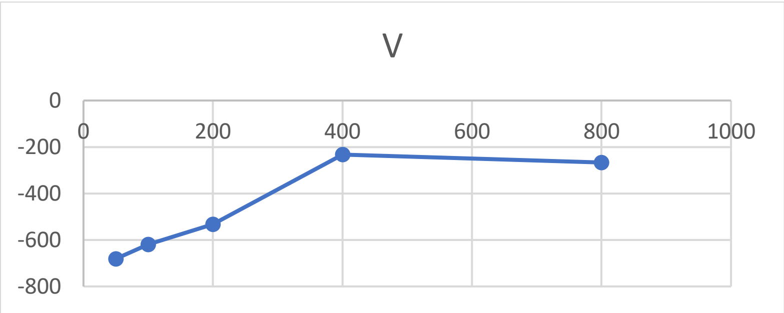
Grafiek 49: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens Axis VM



Grafiek 50: Verdeelde dwarskracht v_y in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens Axis VM

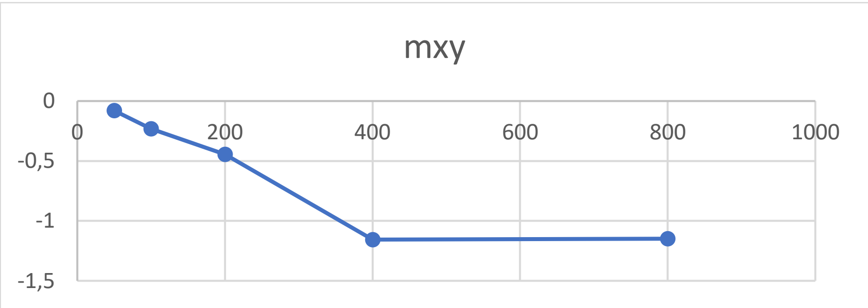


Grafiek 51: Schuifspanning τ in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens Axis VM

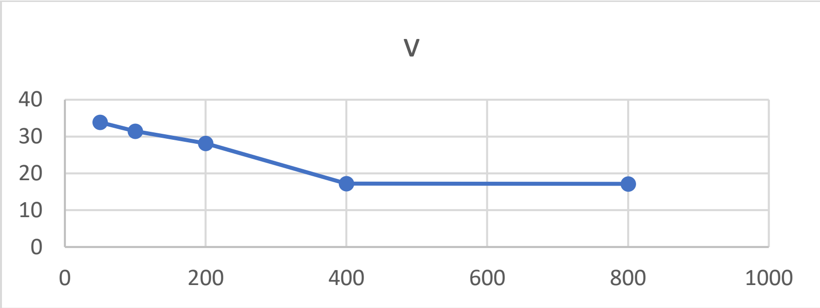


Grafiek 52: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede B in plaat 3 volgens Axis VM

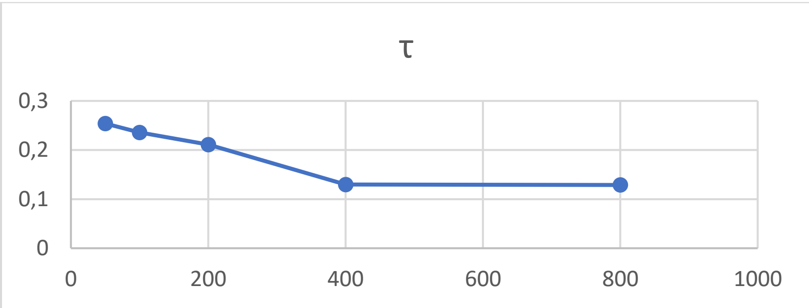
Plaat 3 snede C in Axis VM



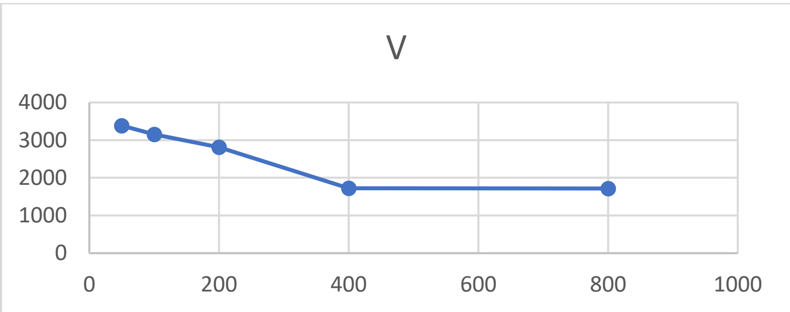
Grafiek 53: Wringend moment m_{xy} in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens Axis VM



Grafiek 54: Verdeelde dwarskracht v_x in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens Axis VM



Grafiek 55: Schuifspanning τ in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens Axis VM



Grafiek 56: Geconcentreerde dwarskracht V in de randknoop van snede C in plaat 3 volgens Axis VM