

Knikbelasting van deels ontgraven heipalen in de praktijk

Eindrapportage BSc eindwerk

Alex van Ham

29-5-2009

Naar aanleiding van de onderzoeken van Martens en Van Leeuwen over knikbelasting van deels ontgraven heipalen is de vraag ontstaan hoe dit toepasbaar is voor constructeurs. Deze stap wordt in dit rapport gezet door middel van een controle van de theorie en een methode voor constructieberekeningen.

Voorwoord

Dit rapport is geschreven voor het Bachelor of Science eindwerk aan de faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen van de TU Delft. Dit is de eindrapportage over de knikbelasting van deels ontgraven heipalen. Deze is geschreven naar aanleiding van de onderzoeken van Martens en Van Leeuwen. Hierin wordt de toepassing voor constructeurs bekeken en een handzame methode ontwikkeld. Ik wil hierbij graag dr. P.C.M. Hoogenboom en ir. J.W. Welleman bedanken voor hun begeleiding bij dit project.

Zoetermeer, 29-mei-2009

Alex van Ham

Samenvatting

Martens heeft een formule opgesteld voor het berekenen van de kniklengte van een deels ontgraven heipaal. Deze formule heeft geldigheidsgrenzen maar deze blijken niet juist te zijn. Met name voor heipalen met een kleine ontgravingdiepte zijn de grenzen te ruim gesteld.

In dit rapport is de volgende formule afgeleid om de knikkracht te bepalen:

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k^\lambda} + \sigma$$

Met de volgende parameters:

F_{knik} = knikkracht [N]

E = elasticiteitsmodulus heipaal [N/m^2]

I = traagheidsmoment [m^4]

k = veerstijfheid per lengte [N/m^2]

d = ontgravingsdiepte [m]

μ = coëfficiënt volgens Tabel 1 [–]

σ = coëfficiënt volgens Tabel 1 [N]

λ = coëfficiënt volgens Tabel 1 [–]

Tabel 1: coëfficiënten voor knikformule

	μ [–]	σ [N]	λ [–]
d=3	1,081	$8,066 * 10^4$	0,99
d=5	1,167	$-8,122 * 10^4$	0,98
d=7	2,745	$-8,823 * 10^5$	0,87
d=10	28,99	$-1,641 * 10^6$	0,53

Deze formule heeft in 95% van alle berekende gevallen een maximale afwijking van 17%. De geldigheid van de formule is berekend voor een aantal veel voorkomende situaties. Hieruit is een geldigheidsgebied gekomen die weergegeven is in Tabel 2. De ontwerpformule blijkt niet te gelden voor slanke betonnen palen zijdelings gesteund door zand. Dit is ook een situatie die niet veel voorkomt omdat meestal wordt gestopt met heien als de paal 2 tot 3 meter in het zand staat. Voor houten palen is er geen onderzoek gedaan of de formule geldig is.

Tabel 2: Geldigheid van de ontwerpformule

	zand	klei	Veen
Slanke betonnen palen (220x220 mm ²)	-	+	+
Grote betonnen palen (400x400 mm ²)	+	+	+
Stalen buispalen (ø273 mm)	+	+	+
Houten palen	?	?	?

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Samenvatting	3
Inleiding	5
Huidige situatie en probleemstelling.....	5
Doel	5
Afbakening	5
Werkvolgorde.....	5
Samenvatting Martens.....	6
Beschrijving model	8
Controle formule van Martens in praktijk.....	9
Testcases.....	9
Kwantificering van de parameters.....	9
Resultaten	10
Conclusie en nauwkeurigheid	10
Gevolgen zijdelingse belasting.....	13
Ontwerpformule	14
Inleiding	14
De ontwerpformule	14
Resultaat en nauwkeurigheid	16
Toepasbaarheidgebied	18
Praktijkvoorbeeld	19
Situatieschets	19
Ontwerpfase	19
Toetsingsfase	20
Conclusie	25
Conclusie	26
Resultaat	26
Aanbeveling	26
Literatuurlijst	28
Bijlage A	29
Bijlage B.....	33
Bijlage C.....	34
Bijlage D	38
Bijlage E	39
Bijlage F	41

Inleiding

Huidige situatie en probleemstelling

Door Martens is een formule getoetst voor de kniklengte van gedeeltelijk ontgraven heipalen. Hiermee kan de knikbelasting worden berekend. Hiermee kunnen ook de tweede orde momenten en verplaatsingen worden berekend door de eerste orde waarden met de factor $\frac{n}{n-1}$ te vermenigvuldigen.

Door Van Leeuwen is een onderzoek gedaan naar de juistheid van de formule van Martens. Deze bleek vrij accuraat te zijn maar in een aantal gevallen niet te kloppen. Van Leeuwen heeft dit puur op wiskundige basis bekeken zonder rekening te houden met de parameters en of deze realistisch zijn. Hij heeft gebruikt gemaakt van de differentiaalvergelijking voor buiging en deze iteratief opgelost.

Het probleem bestaat uit twee delen. Ten eerste is er de vraag of de formule van Martens correct en bruikbaar is voor parameters die situaties in de werkelijkheid beschrijven. Er is een formule voor de kniklengte zonder horizontale belasting maar deze horizontale belasting kan toch zeker soms aanwezig zijn bijvoorbeeld als de heipaal als een deel van een damwand wordt gebruikt. Het tweede probleem is de toepasbaarheid voor constructeurs in de praktijk. De formule van Martens is niet toegepast in realistische situaties. De oplossing van Van Leeuwen is erg ingewikkeld en moet via een rekenprogramma zoals Maple vanwege het iteratieve proces. Dit is een manier die teveel tijd kost voor constructeurs.

Doel

Aangezien het probleem uit twee delen bestaat heeft het doel ook twee delen. Ten eerste zal er worden gekeken naar de juistheid van de formule van Martens. Hierbij wordt ook gekeken of de geldigheidsgrenzen van Martens de praktijksituatie wel volledig afdekken.

Ten tweede zal er worden gekeken naar een eenvoudige methode voor constructeurs om de ontwerpcyclus te doorlopen bij het deels ontgraven van heipalen. Er wordt een formule ontwikkeld die de kniklast eenvoudig berekend. Deze geeft een snelle indicatie of het mogelijk is om de heipaal te ontgraven.

Dit wordt ook toegepast op een praktijkcase. Dit is een fictief gebouw waarbij een kelder wordt gemaakt. De vraag is dan natuurlijk of de formule goed toepasbaar is en snel een duidelijk resultaat oplevert. Verder is het interessant om te kijken naar de toetsing en of er nog andere problemen aan bod komen.

Afbakening

Om het werk te beperken wordt er alleen naar realistische situaties gekeken. Dus bijvoorbeeld houten palen met veel belasting zullen niet worden bestudeerd. Verder zal er niet teveel aandacht worden besteed aan de juistheid van het model van Van Leeuwen. Dit is een mathematisch ingewikkeld model dat met behulp van een programma als Maple iteratief opgelost dient te worden. Hier zijn constructeurs in de praktijk niet bij gebaat en dat is juist de focus van dit Bachelor eindwerk.

Werkvolgorde

Vanuit het bestaande werk kan er gebruikmakend van Dr Frame een model worden gemaakt dat de niet-lineaire effecten meeneemt, een tweede orde model. Dit model dient dan te worden ingevoerd met parameters die de werkelijkheid beschrijven. Deze parameters kunnen dan ook

in de formule van Martens worden ingevoerd. Een vergelijking van deze twee geeft een beeld of de formule van Martens correct. Het zal blijken dat de formule van Martens maar een klein deel van de praktijk dekt.

Daarna kan aan de hand van de resultaten met Dr Frame een formule worden gemaakt die te gebruiken is voor constructeurs in de praktijk. Deze formule zal de gehele praktijk moeten dekken. Dit wordt gedaan door te zoeken naar een wiskundig verband tussen de resultaten en de invoer.

Het eindresultaat is dus een ontwerpformule voor constructeurs en een idee over de juistheid van de formule van Martens in praktijk situaties.

Na het opstellen van een nieuwe ontwerpformule is het nuttig deze toe te passen in een voorbeeld. Deze praktijkcase wordt doorlopen zoals constructeurs ook zouden werken bij het berekenen van een kelder. Deze volgorde is dus: situatieoverzicht, ontwerpfase, toetsingsfase en conclusie. Uiteraard wordt alleen gekeken naar de ontgraving van de heipalen niet naar het berekenen van een keldervloer en dergelijke aangezien dat geen deel van dit onderzoek is.

Samenvatting Martens¹

De kniklast van gedeeltelijk ontgraven heipalen is vooral afhankelijk van de ontgraven lengte. Hierdoor is het makkelijk een benaderingsformule op te stellen. De gevonden benaderingsformule gaat uit dat de grond de heipaal een stukje onder de ontgraving inklemmt. Er wordt een nieuwe systeemplengte gedefinieerd.

$$\lambda = l + 1,6 * \sqrt[4]{\frac{EI}{k}}$$

l = de ontgraven lengte [m]

EI = buigstijfheid van de heipaal [Nm^2]

k = grondstijfheid [N/m^2]

λ = nieuwe systeemplengte [m]

Deze nieuwe systeemplengte wordt ingevuld in de Eulerse knikformules. Voor een inklemming aan top geldt bijvoorbeeld dat de kniklengte de halve systeemplengte is.

$$F_k = \frac{\pi^2 * EI}{\lambda^2}$$

$\lambda = (0.5\lambda)$ bij de geschoorde paal (plaatvast op de top)

$\lambda = \lambda$ bij de ongeschoorde paal (niet plaatsvast op de top)

Verder doen de randvoorwaarden op de voet van de paal en de totale lengte er pas toe bij lage waarden van k/EI . In de praktijk zal dit naar verwachting weinig problemen geven. Bij lage waarden van k/EI kunnen de grafieken worden gebruikt om de knikwaarden te bepalen. Tabel 3 geeft de waarden van k/EI aan, die minimaal nodig zijn om de benaderingsformules te mogen gebruiken.

¹ Overgenomen uit rapport van Martens

Tabel 3: minimum waarden van $b=k/EI$ [m^{-4}] voor verschillende ontgravingsdieptes

	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 10$	$L \geq 20$
	$l=2$	$l=3$	$l=5$	$l=10$
Geschoorde paal	6,0	0,5	0,15	0,05
Ongeschoorde paal (rollend)	0,7	0,6	0,25	0,025
Ongeschoorde paal (scharnierend)	0,05	0,05	0,025	0,025

Beschrijving model

In Figuur 1 is te zien hoe een deels ontgraven heipaal eruit ziet als mechanicamodel. Dit is een heipaal met lengte L en stijfheid EI . De heipaal is ontgraven over een afstand d . Het overige gedeelte wordt zijdelings gesteund door een veer met stijfheid k . Deze veerstijfheid wordt gediscrètiseerd door de volgende formule:

$$k' = k * l$$

Hierin is l de afstand tussen twee veren en k' de stijfheid van één veer. Deze afstand l moet zodanig gekozen worden dat het verschil tussen een constante bedding en de gediscrètiseerde variant verwaarloosbaar is.

Bij punt A is de randvoorwaarde dat de heipaal niet kan roteren en niet horizontaal verplaatsen. Dit is realistisch als de stekken van een betonnen paal zijn doorgestort in de funderingsbalk. Er kan wel een verticale verplaatsing optreden. Dit is nodig om te voorkomen dat er daar belasting wordt opgenomen wat niet de realiteit beschrijft.

Bij punt B is de randvoorwaarde dat de heipaal niet verticaal verplaatsen. Er kan wel een horizontale verplaatsing en een rotatie optreden. Uiteraard is de horizontale verplaatsing beperkt door de veer die daar aanwezig is. Eventueel kan er nog voor gekozen worden om een veer aan te brengen om de verticale verplaatsing te beschrijven als het zand wordt samengedrukt. Dit is echter een verplaatsing die zeer klein is en dus is verwaarloosd.

Er kan ook nog een horizontale belasting tegen het ontgraven deel aangezet worden. Dit is van toepassing als de heipaal als ondersteuning wordt gebruikt voor planken om grond te keren. Dit is hierin niet opgenomen omdat de horizontale belasting

geen invloed heeft op de knikkracht maar dit wordt later besproken omdat het wel de uitbuiging beïnvloedt.

Het volledige model wordt dus door de volgende parameters beschreven:

k = veerstijfheid per lengte [N/m^2]

k' = veerstijfheid per veer [N/m]

l = afstand tussen twee veren [m]

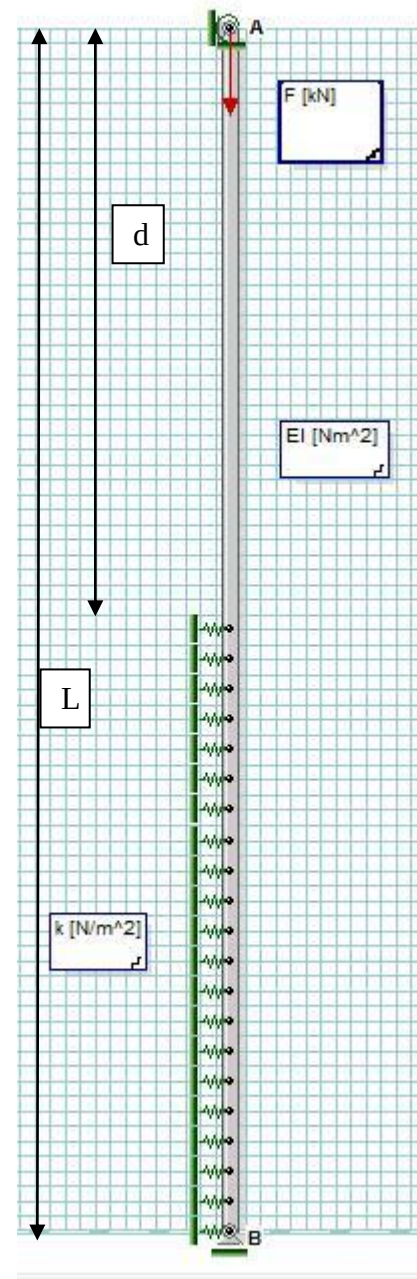
d = ontgraven diepte [m]

L = totale lengte heipaal [m]

E = elasticiteitsmodulus heipaal [N/m^2]

I = traagheidsmoment [m^4]

F = belasting [kN]



Figuur 1: Mechanicamodel

Controle formule van Martens in praktijk

Testcases

In het rapport van Martens worden heipalen genoemd en beddingen die niet persé de gehele praktijk dekken. Verder dienen de beddingen aangepast te worden aan de breedte van de heipaal. Martens heeft gekozen om alleen betonnen heipalen te berekenen.

Om een goede analyse te maken van de praktijk worden er een aantal combinaties getest. Ten eerste dienen stalen buispalen en betonnen heipalen getoetst te worden omdat dit de meest gebruikte heipalen zijn. Houten palen worden niet bestudeerd om het werk enigszins te beperken.

Verder dient er gevarieerd te worden in de ontgraven lengte. Deze lengte kan variëren van 3 tot 10 meter. Dan kan ook nog de lengte van de heipaal zelf verschillen van 10 tot 20 meter.

Dan is er nog een verschil in het type grond. Dit kan veen, klei en zand zijn en ook daarin zijn nog verschillen.

Zo ontstaan er een aantal combinaties die worden getoetst. Deze zijn weergegeven in Bijlage A.

Kwantificering van de parameters

Grond is een niet homogeen, niet lineair-elastisch materiaal. De stijfheid neemt toe met de diepte en als grond ingedrukt wordt dan gaat het zich ook stijver gedragen. Toch zal hiervoor een parameter gevonden moeten worden die de lineaire veerstijfheid van de grond beschrijft. Dit kan eenvoudig gedaan worden volgens Menard². Er is een verband tussen de conusweerstand en de elasticiteitsmodulus. De elasticiteitsmodulus is dan weer gekoppeld aan de horizontale beddingconstante. De relatie is als volgt:

$$E_{\text{menard}} = q_c * \beta$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3 * E_{\text{menard}} * R} * (1,3 * R_0 * \left(2,65 * \frac{R}{R_0}\right)^\alpha + \alpha * R)$$

Met de volgende parameters:

$R_0 = 0,3 \text{ m}$ = referentiestraal [m]

R = straal van heipaal verwerkt bij vierkante palen door de breedte [m]

q_c = conusweerstand volgens Verruijt en Van Baars zoals in Tabel 4 [Pa]³

E_{menard} = elasticiteitsmodulus volgens Menard [Pa]

k = veerstijfheid per lengte [N/m^2]

α en β = rheologische factoren volgens Menard zoals in Tabel 5 [–]

Tabel 4: Conusweerstand per grondsoort volgens Verruijt en Van Baars

Grondsoort	q_c [MPa]
Zand	5 – 30
Klei	0,5 – 2
Veen	0 – 1

² Door grond horizontaal belaste palen, Fugro Ingenieursbureau

³ Grondmechanica, Verruijt herzien door Van Baars, TU Delft

Tabel 5: Rheologische factoren volgens Menard

Grondsoort	α [-]	β [-]
Veen	1	3
Klei	2/3	2
Zand	1/3	0,7

Voor de elasticiteitsmodulus van beton⁴ en staal geldt:

$$E_{\text{beton}} = 3,1 * 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$E_{\text{staal}} = 2,1 * 10^{11} \text{ N/m}^2$$

Voor de afstand tussen de gediscrètiseerde veren is eerst gekozen voor een halve meter. Dit is aangepast omdat de resultaten niet consistent bleken als de afstand werd verkleind. Er is nu gekozen voor:

$$l = 0,25 \text{ m}$$

Om deze keuze te evalueren dienen de resultaten bekend te zijn. Deze keuze zal dus bij de conclusie worden geëvalueerd.

Resultaten

De testcases zijn allemaal verwerkt met de uitslagen in Bijlage A. Hierin zijn ook de resultaten met de formule van Martens opgenomen en is procentueel het verschil tussen beide berekend. Er wordt ook aangegeven of de formule van Martens geldig is volgens zijn eigen grenzen.

Conclusie en nauwkeurigheid

Wat erg opvalt in de resultaten in Bijlage A is dat er voor veel gevallen weinig tot geen verschil zit tussen de knikkracht bij een ontgraven diepte van 3 meter en 5 meter. Dit leidt tot de vraag of de antwoorden van Dr Frame bij een kleine ontgravingsdiepte wel nauwkeurig genoeg zijn. Hiervoor is een test ontwikkeld met de paal 220x220 mm² met een lengte van 20 meter in het zand. Deze wordt getest op alle ontgravingsdieptes maar nu met een kleinere afstand tussen de veren. Voor alle ontgravingsdieptes is de formule van Martens geldig dus dit geeft gelijk een volledig beeld van de juistheid van Dr Frame en Martens.

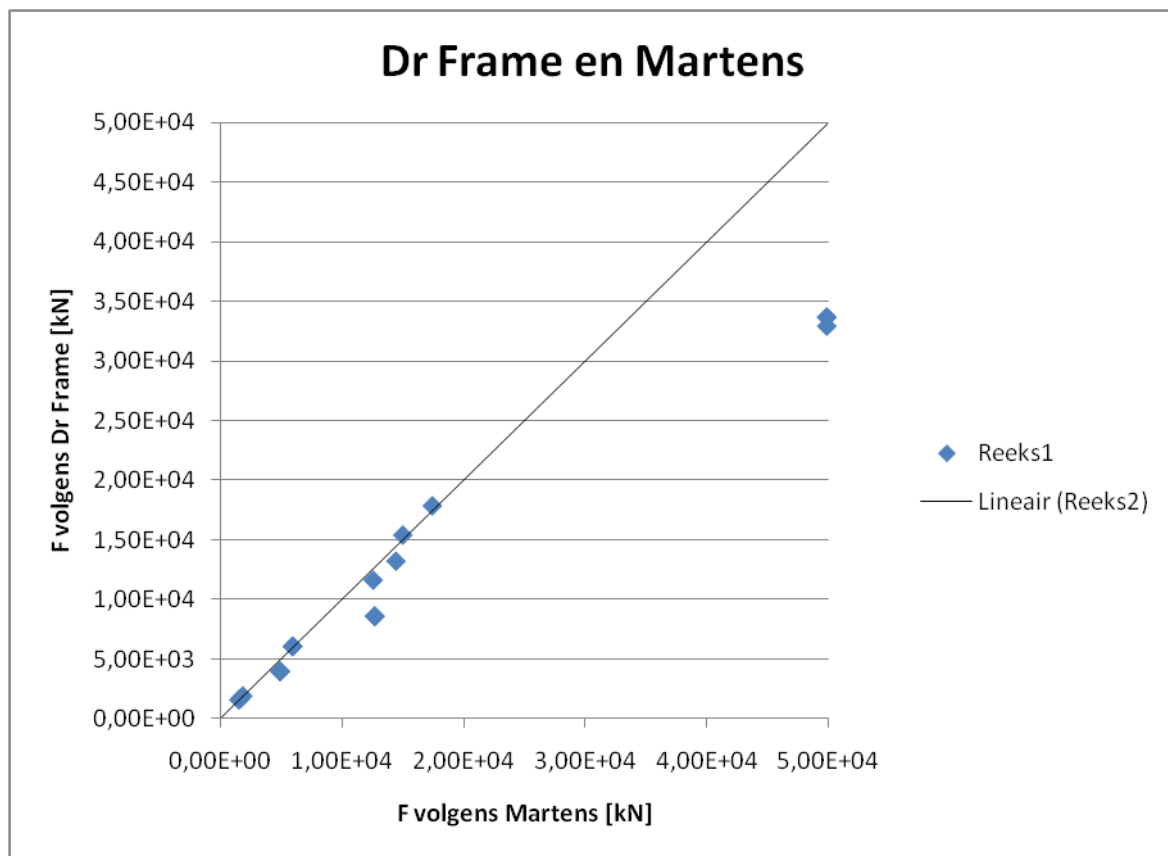
$$l = 0,10 \text{ m}$$

De resultaten hiervan zijn verwerkt in Bijlage B samen met de bijbehorende originele resultaten. Hieruit blijkt duidelijk dat bij een kleine ontgravingsdiepte de resultaten iets onnauwkeuriger zijn. Toch zijn de resultaten niet aanmerkelijk beter want het scheelt slechts 0,64% bij een verdichting van de veren met een factor 2,5. Hieruit kan worden geconcludeerd dat een nog kleinere afstand tussen de veren de resultaten niet significant verbetert en mogelijk is het zelfs ook voldoende om de veren nog verder uit elkaar te zetten. Dit betekent dat de resultaten van Bijlage A als nauwkeurig kunnen worden beschouwd.

⁴ Elasticiteitsmodulus voor beton C28/35

Het belangrijkste wat opvalt is dat er maar weinig gevallen zijn die binnen het geldigheidsgebied van Martens vallen. De praktijksituaties zijn dus lang niet allemaal afgedekt. Hiervoor zal een nieuwe formule worden ontworpen. Martens heeft wel ontwerpgrafieken gemaakt maar deze zijn niet erg bruikbaar omdat het onderscheid tussen geschoord, ongeschoord, rollend of vast niet duidelijk is. Dit uitzoeken kost voor constructeurs veel tijd terwijl die juist op zoek zijn naar een simpele ontwerpmethode.

Verder blijkt dat niet alle resultaten die de formule van Martens en Dr Frame produceren met elkaar overeen komen. Het scheelt maximaal 51% tussen beide. Dit is te zien in Figuur 2. Alle punten die dicht bij de lijn liggen zijn correct. Hoe verder van deze lijn af hoe groter de fout is. De meeste resultaten van Martens zitten wel dicht bij de resultaten van Dr Frame. Toch kunnen degene met grote verschillen leiden tot verkeerde ontwerpen of toetsingen. De formule van Martens is een vereenvoudigde formule op basis van een eerste orde analyse. Dr Frame gebruikt een tweede orde analyse om de stabiliteit te analyseren. De meest logische verklaring is dat het geldigheidsgebied van de formule van Martens aangescherpt dient te worden om deze foutieve resultaten eruit te halen.



Figuur 2: Resultaten Martens en Dr Frame als Martens geldig is

Kleine verschillen tussen de resultaten van Dr Frame en de formule van Martens zijn te verklaren door een aantal redenen. Ten eerste is Dr Frame een numeriek model wat dus nooit een exact antwoord zal geven door afrondingen en benaderingen. Ten tweede is de veerstijfheid gediscretiseerd in een aantal veren. Dit is maar een kleine fout zoals aangetoond maar het blijft een fout. Ten derde is de formule van Martens een benadering van zijn resultaten en daarbij zal ook een kleine fout zijn gemaakt. Vandaar dat een fout tot zo'n 10% als acceptabel wordt gezien en betekent dat de formule van Martens dan correct is.

Gezien de formule van Martens maar een klein deel van de praktijk dekt, zal er in het vervolg gekeken of er een ontwerpformule kan worden gemaakt en worden dus niet de geldigheidsgrenzen van Martens aangescherpt.

Gevolgen zijdelingse belasting

In de praktijk kan zijdelingse belasting voorkomen als de heipaal wordt gebruikt om de planken van een grondkering te ondersteunen. Dit resulteert meestal in een driehoekige belasting. Zoals aangetoond door Van Leeuwen beïnvloedt de zijdelingse belasting de knikkracht niet. Toch zal er zeker rekening gehouden moeten worden met de zijdelingse belasting want als de verticale belasting vrijwel gelijk is aan de knikbelasting, wordt de uitbuiging zeer groot en dus de momenten ook zeer groot. Dit kan eenvoudig worden berekend met een raamwerkprogramma. Een voorbeeld hiervan is weergegeven in Bijlage D. Er moet dan gekozen worden voor een tweedeorde berekening en in sommige programma's is het mogelijk om scheefstand en initiële uitbuiging toe te passen. Met name voor slanke heipalen is dit van belang omdat daarvoor de initiële uitbuiging meer invloed heeft net als bij gewone kolommen in een gebouw.

Voor Dr Frame is dit een hele bewerkelijke berekening omdat de heipalen niet een initiële uitbuiging kunnen krijgen dus moet de heipaal in stukjes geprogrammeerd worden. Hiervoor zou dan MatrixFrame uiteraard beter zijn. Dit programma kan via een optie dit direct meenemen. Voor een definitieve toetsing is dit programma ook goed geschikt. Toch is een eenvoudig programma als Dr Frame uitstekend voor de ontwerpfase.

Ontwerpformule

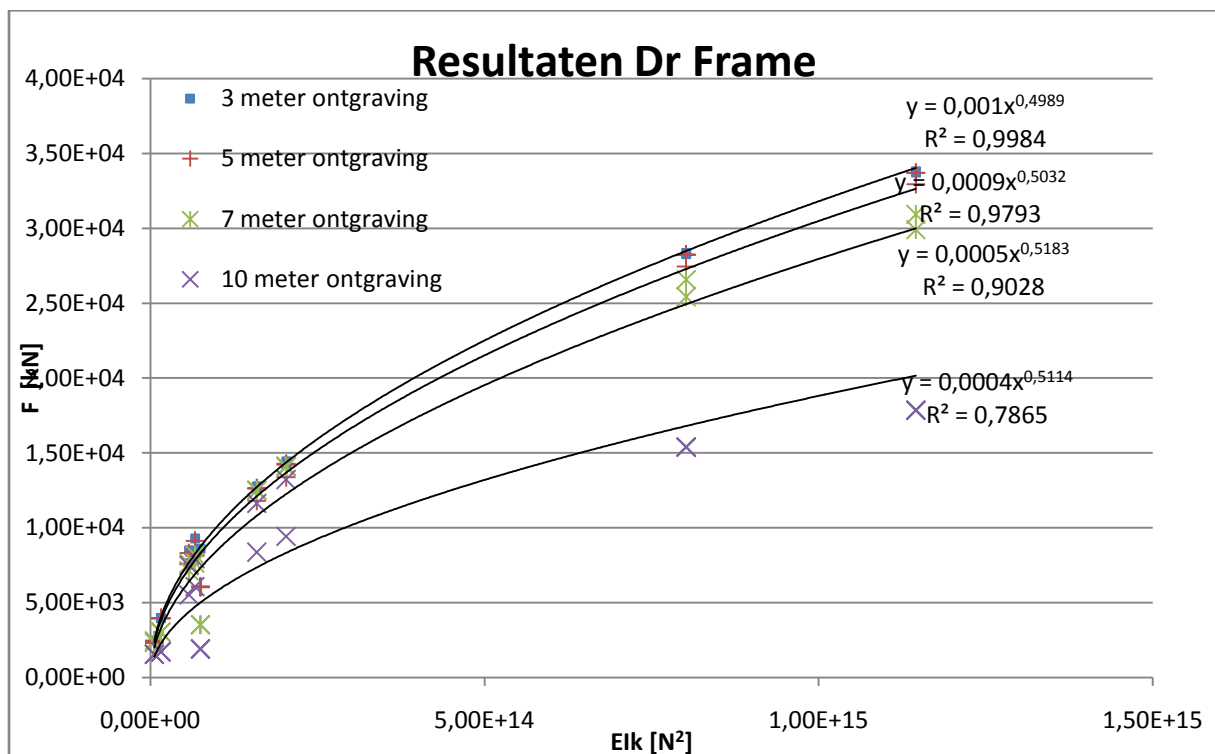
Inleiding

Naar aanleiding van de beperkte geldigheid van de formule van Martens zal er worden gekeken naar een betere formule die de praktijksituaties geheel afdekt. Deze formule dient alleen als een ontwerpformule omdat er geen exacte antwoorden uitkomen die de knikkracht bepalen. Het is alleen een indicatie die gebruikt kan worden om snel een ontwerp te maken. De toepassing zal later worden gedemonstreerd in een praktijkvoorbeeld.

De ontwerpformule

De diepte van de ontgraving is de voornaamste parameter om de knikkracht te bepalen. De lengte van de heipaal is wel van invloed als deze relatief kort is ten opzichte van de ontgravingdiepte. Toch zal in de meeste gevallen de heipaal niet voor meer dan 50% ontgraven worden omdat dan de bovenlaag in gewicht afneemt en er dus minder paal draagvermogen zal zijn. Daarom wordt de paallengte niet als parameter meegenomen in de formule. Zeker aangezien het een ontwerpformule is, is het exacte antwoord niet zo interessant.

Parameters die invloed hebben zijn de buigstijfheid van de heipaal en de stijfheid van de grond. Deze beïnvloeden allebei de knikkracht positief. Als de buigstijfheid van de heipaal wordt vergroot, zal de knikkracht groter zijn. Als de stijfheid van de grond wordt vergroot, zal de knikkracht groter zijn. Het aandeel van beide hoeft niet gelijk te zijn en dus moet de invloed van de buigstijfheid van de heipaal en invloed van de stijfheid van de grond worden onderzocht. Ten eerste kunnen ze allebei als even belangrijk worden genomen. Dit betekent dat de knikkracht wordt uitgezet tegen het product van de buigstijfheid van de heipaal en de stijfheid van de grond. Dit is te zien in Figuur 3.



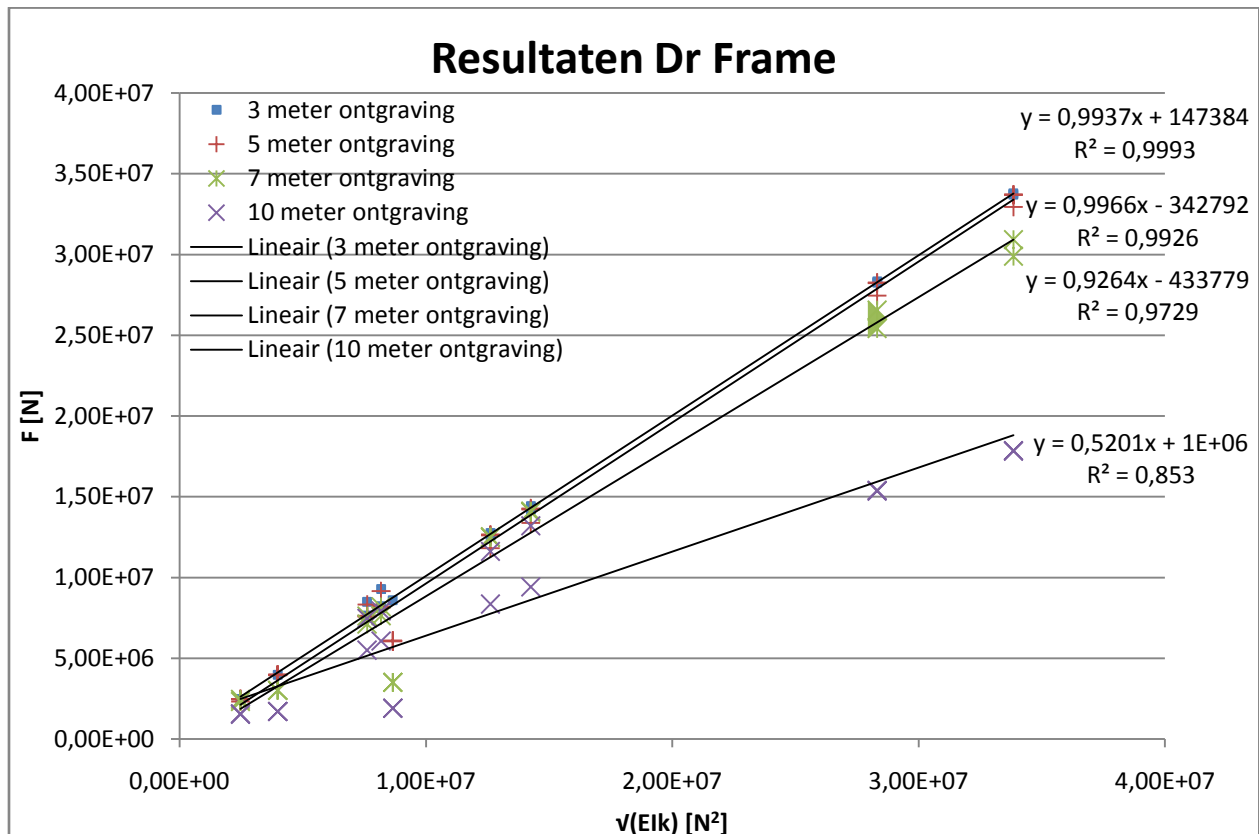
Figuur 3: Formules voor verschillende ontgravingdieptes

Te zien is dat voor de kleinere ontgravingdieptes de formule erg nauwkeurig is. Voor de dieptes van 7 en 10 meter is de formule minder nauwkeurig. Dit heeft er waarschijnlijk mee te

maken dat voor kleine dieptes de totale paallengte geen invloed heeft op de knikkracht. Nu kan deze formule nog meer worden verfijnd en vereenvoudigt. Het blijkt dat bij alle formules de knikkracht ongeveer een functie is van de wortel van de buigstijfheid van de heipaal en de stijfheid van de grond.

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k} + \sigma$$

Dit is een hele eenvoudige formule die makkelijk toe te passen is. Het enige nadeel is dat de coëfficiënt σ een dimensie krijgt. Dit kan leiden tot fouten maar in de ontwerpfase is dat zeker geen gevaar. In grafiekvorm is dit te zien in Figuur 4.



Figuur 4: formules voor verschillende ontgravingdieptes

Voor een grotere ontgravingdiepte is deze formule niet nauwkeurig genoeg. Het blijkt ook dat bij de resultaten van de betonnen palen van 220x220 mm² een grote fout wordt gemaakt als die door zand wordt gesteund. Dit is eigenlijk ook een situatie die in de praktijk niet veel voor zal komen. Een betonnen paal wordt niet tien meter het zand in geslagen als dat überhaupt al lukt. Deze resultaten zijn dus eruit gehaald en de formule wordt aangescherpt.

Het is blijkbaar niet voldoende om de invloed van de buigstijfheid van de heipaal en de invloed van de stijfheid van de grond gelijk te nemen. Dus wordt een factor λ geïntroduceerd die het verschil in invloed bepaald tussen de buigstijfheid van de heipaal en de stijfheid van de grond.

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k^\lambda} + \sigma$$

Nu is het niet meer mogelijk een grafiek te maken omdat er teveel variabelen in zitten. De formule verliest hierdoor deels zijn zichtbaarheid. Toch zal blijken dat de nauwkeurigheid een stuk groter is en daarom is het verlies te accepteren.

Resultaat en nauwkeurigheid

Het voorgaande resulteert in de volgende formule:

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k^\lambda} + \sigma$$

Met de volgende parameters:

E = elasticiteitsmodulus heipaal [N/m^2]

I = traagheidsmoment [m^4]

k = veerstijfheid per lengte [N/m^2]

μ = coëfficiënt volgens Tabel 6 [–]

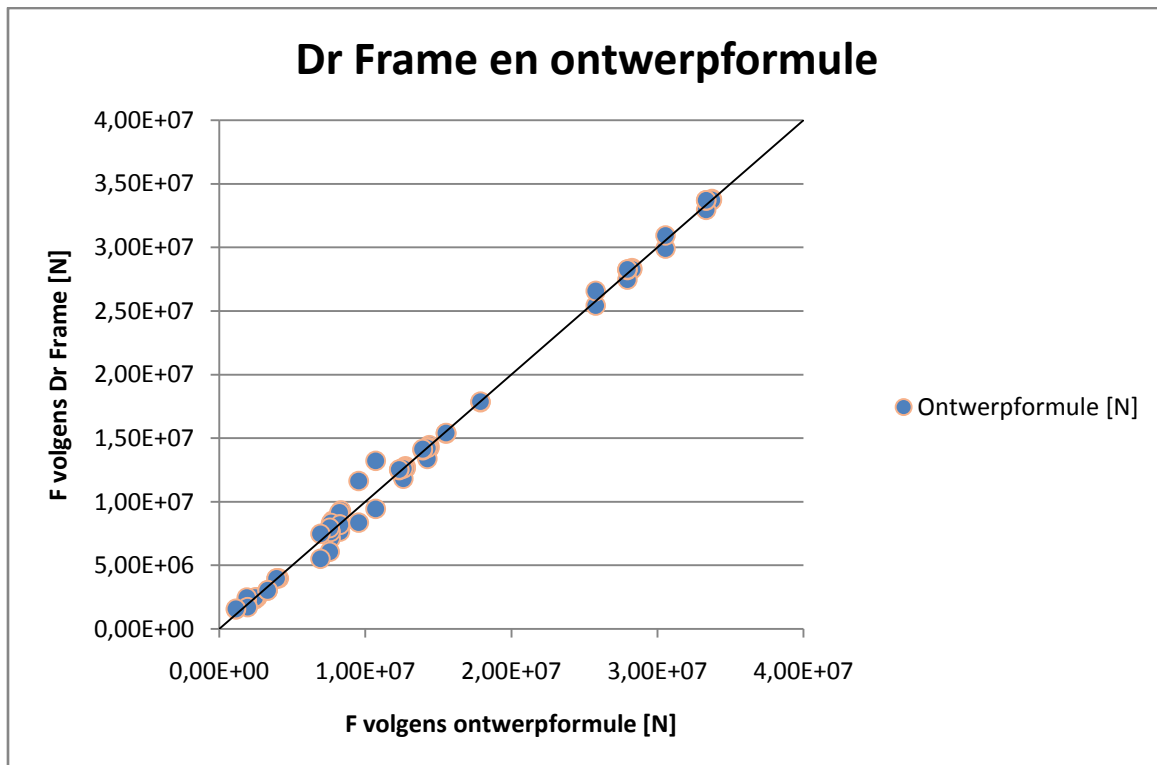
σ = coëfficiënt volgens Tabel 6 [N]

λ = coëfficiënt volgens Tabel 6 [–]

Tabel 6: coëfficiënten voor knikformule

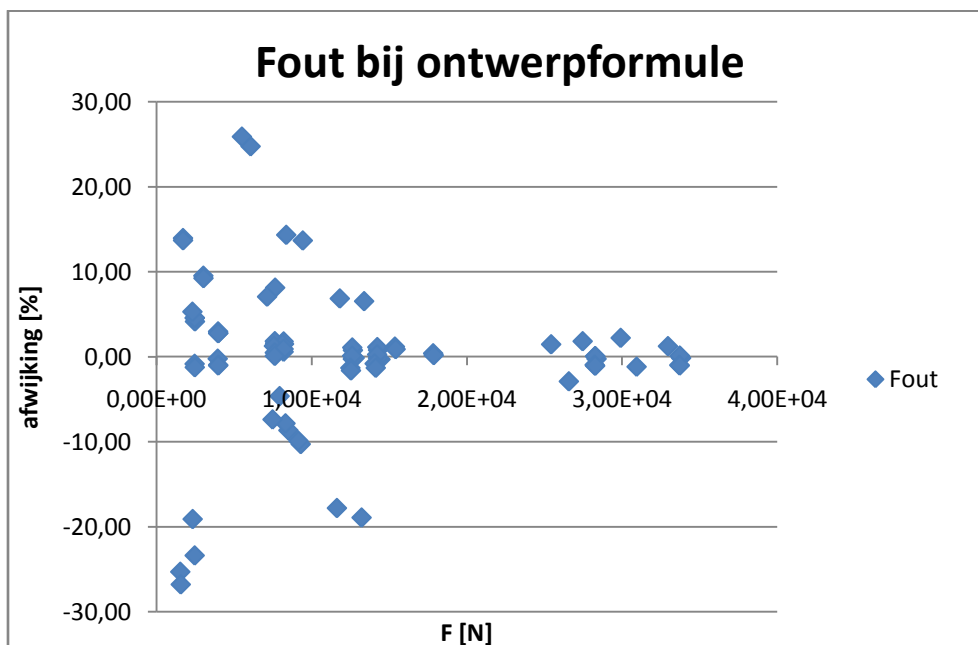
	μ [–]	σ [N]	λ [–]
d=3	1,081	$8,066 * 10^4$	0,99
d=5	1,167	$-8,122 * 10^4$	0,98
d=7	2,745	$-8,823 * 10^5$	0,87
d=10	28,99	$-1,641 * 10^6$	0,53

De resultaten van de nieuwe formule zijn weergegeven in Bijlage C. Om een duidelijk beeld te krijgen van de fout die wordt gemaakt in een aantal situaties wordt de fout bekeken. Dit is gedaan in Figuur 5. De manier waarop vergeleken wordt is dezelfde als bij de controle van de formule van Martens.



Figuur 5: Resultaten Dr Frame en ontwerpformule

Ook kan nog de procentuele fout bekeken worden. In Figuur 6 is de waarde met de ontwerpformule berekend en die vergeleken met de uitkomsten van Dr Frame. Deze procentuele fout is uitgezet tegen de knikkracht zelf. Hieruit blijkt niet dat er een patroon is in de fout die wordt gemaakt en het is dus ook niet mogelijk de formule verder te verbeteren.



Figuur 6: Afwijking t.o.v. Dr Frame

Voor de hele reeks aan fouten kan de standaarddeviatie worden bepaald. Deze standaarddeviatie voor de fout is 8,69%. Dit betekent dat in 95% van alle gevallen de fout niet groter is dan 17,38%. Dit is een goede nauwkeurigheid voor een ontwerpformule. Toch is dit

niet nauwkeurig genoeg om als toetsing te gebruiken tenzij een grote veiligheidsfactor wordt geïntroduceerd.

Toepasbaarheidgebied

Het blijkt dat de formule uitstekend voldoet als ontwerpformule. De formule is alleen niet getoetst voor houten palen met betonnen oplangers. Mogelijk vallen deze wel binnen het geldigheidsgebied maar dit is niet bekend. Verder is de formule niet geschikt voor relatief slanke palen (lage EI) die diep in het zand staan. Dit is natuurlijk ook geen situatie die veel voorkomt maar er moet wel rekening mee gehouden worden. In Tabel 7 is grofweg aangegeven wanneer de formule in ieder geval voldoet. Voor niet genoemde situaties kan men aan de hand van deze tabel grofweg inschatten of de formule geldig is of niet.

Tabel 7: Geldigheid ontwerpformule

	zand	klei	Veen
Slanke betonnen palen (220x220 mm ²)	-	+	+
Grote betonnen palen (400x400 mm ²)	+	+	+
Stalen buispalen (φ273 mm)	+	+	+
Houten palen	?	?	?

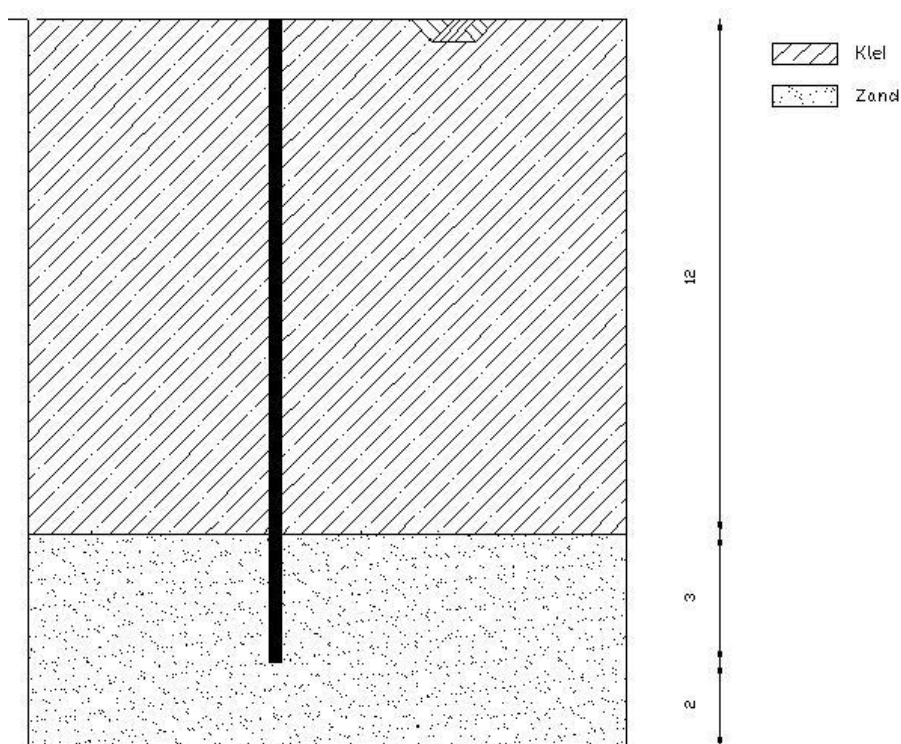
Praktijkvoorbeeld

Situatieschets

Nu de formule is geproduceerd, wordt deze toegepast in een praktijkvoorbeeld. Er wordt uitgegaan van een fictief gebouw waar een kelder met een vrije hoogte van 4 meter onder wordt gemaakt. Inclusief een vloer wordt dit dus een ontgravingdiepte van 5 meter. De keldervloer stabiliseert de heipalen niet.

Het gaat om een hal van $36 \times 20 \text{ m}^2$. De veiligheidsklasse is 2 met een referentietijd van 50 jaar. De bovenbouw is verder niet bepaald omdat dit niet zinvol is in dit voorbeeld. De stramienmaten zijn 7,2 meter en 5 meter. Funderingsbalken zijn $400 \times 600 \text{ mm}^2$. De heipalen zijn $300 \times 300 \text{ mm}^2$ in C28/35. Een palenplan en funderingstekening zijn weergegeven in Bijlage E. Hierin zijn ook paalbelastingen weergegeven en deze worden beschouwd als de uitkomsten van de gewichtsberekening voor het gebouw in uiterste grenstoestand. De grootste paalbelasting is $F_d = 500 \text{ kN}$.

Voor de grondopbouw wordt uitgegaan van 12 meter klei en daarna zand. De heipalen zijn 15 meter de grond in geslagen en staan dus 3 meter in het zand. Dit alles is weergegeven in Figuur 7.



Figuur 7: grondopbouw

Ontwerpfase

Ten eerste dient een inschatting gemaakt te worden of het überhaupt mogelijk is om de paal te ontgraven tot 5 meter. Dit kan gedaan worden aan de hand van de ontwikkelde ontwerpformule in combinatie met de methode van Menard. De berekening gaat als volgt:

$$R = b = 0,3 \text{ m}$$

$$q_c = 1 \text{ MPa (normaal aflezen uit sondering)}$$

$$\alpha = 2/3$$

$$\beta = 2$$

$$E_{\text{menard}} = q_c * \beta = 1 * 2 = 2 \text{ MPa}$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3 * E_{\text{menard}} * R} * \left(1,3 * R_0 * \left(2,65 * \frac{R}{R_0} \right)^\alpha + \alpha * R \right)$$

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{3 * 2 * 10^6 * 0,3} * \left(1,3 * 0,3 * \left(2,65 * \frac{0,3}{0,3} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{2}{3} * 0,3 \right)$$

$$k = 1,9 * 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$EI = 3,1 * 10^{10} * \frac{1}{12} * 0,3 * 0,3^3 = 2,09 * 10^7 \text{ Nm}^2$$

$$\mu = 1,167$$

$$\sigma = -8,122 * 10^4$$

$$\lambda = 0,98$$

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k^\lambda} + \sigma$$

$$F_{\text{knik}} = 1,167 * \sqrt{2,09 * 10^7 * (1,9 * 10^6)^{0,98}} - 8,122 * 10^4 = 6282 * 10^3 \text{ N} = 6282 \text{ kN}$$

De paal wordt belast met maximaal $F_d = 500 \text{ kN}$. Dit betekent dat de heipaal niet uitknikt. Dit betekent ook dat het tweedeorde effect klein zou zijn. Een ontgraving van 5 meter moet dus mogelijk zijn, zelfs als er nog wat extra belasting op de heipalen komt. Aan de hand van de sondering moet dan wel nog worden bepaald of de draagkracht voldoende is. Uiteindelijk dient de heipaal natuurlijk wel getoetst te worden om dit aan te tonen.

Er kan dus worden ontgraven tot 5 meter op basis van deze ontwerpfase. De vraag of de heipalen ook kunnen worden gebruikt om grond te keren met behulp van horizontale planken, kan niet zo eenvoudig worden beantwoord en dit zal in de toetsingsfase blijken. Mocht dat niet blijken te voldoen dan kan altijd voor een prefab keermuur worden gekozen.

Toetsingsfase

Ervan uitgaande dat de vloer van de parkeergarage niet aan de heipalen wordt opgehangen kunnen de heipalen getoetst worden. Dit gaat volgens een vaste routine:

- Belastingen
- Momentenlijn, dwarskrachtenlijn, normaalkrachtenlijn, verplaatsingenlijn en knikkracht (uit Dr Frame)
- Berekenen benodigde wapening via interactiediagram zie bijlage F.
- Berekenen 2^{de} orde verplaatsingen

Uiteraard kan er ook gekozen worden voor een geautomatiseerde toetsing via MatrixFrame of Raamwerken van Technosoft maar dit geeft toch een beter inzicht in de berekening en de nauwkeurigheid van de schatting van de knikkracht kan bekeken worden. De parameters die overal hetzelfde zijn, zijn de volgende:

$$E = 3,1 * 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$I = \frac{1}{12} * 0,3 * 0,3^3 = 6,75 * 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$A = 0,3 * 0,3 = 9 * 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$k = 1,9 * 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$l = 0,25 \text{ m}$$

$$k' = 1,9 * 10^6 * 0,25 = 475 * 10^3 \text{ N/m}$$

Toetsing heipaal zonder horizontale belasting:

- Belastingen
 $F_d = 500 \text{ kN}$
- Normaalkrachtendiagram en verplaatsingen
Normaalkrachten zijn uiteraard overal 500 kN in uiterste grenstoestand.
Verplaatsingen zijn niet relevant omdat deze niet meer of minder worden na de ontgraving. Als de constructie in eerste instantie al voldeed, voldoet die qua verplaatsingen nu nog steeds.

De knikkracht kan worden bepaald door de belasting met kleine stappen te verhogen tot de constructie instabiel wordt in Dr Frame.

$$F_{\text{knik}} = 6269 \text{ kN}$$

De geschatte knikkracht op basis van de ontwerpformule is 6282 kN. Het blijkt dus dat hier weinig verschil in zit en de ontwerpformule voldoet.

- Berekenen benodigde wapening via interactiediagram⁵

$$n_d = \frac{N_d}{b * h * f_b'} = \frac{500 * 10^3}{300 * 300 * 21} = 0,26 \leq 1,0$$

Er zou dus geen wapening nodig zijn op basis van deze berekening. Dit is niet helemaal correct. Er is ook nog sprake van een eerste en eventueel tweede orde excentriciteit. De eerste orde excentriciteit $e_0 = 0$ omdat er geen horizontale belasting is. Daarom is er alleen sprake van een toeslagexcentriciteit.

$$l_c = \pi * \sqrt{\frac{EI}{F_{\text{knik}}}} = \pi * \sqrt{\frac{3,1 * 10^{10} * 6,75 * 10^{-4}}{6269 * 10^3}} = 5,74 \text{ m}$$

$$\alpha_n = \frac{N_d'}{(A_b * f_b' + A_s * f_s)} = \frac{500 * 10^3}{(300 * 300 * 21 + 0)} = 0,26$$

$$\lambda = \frac{l_c}{h} = \frac{5,74}{0,3} = 19,1$$

De toeslagexcentriciteit hoeft niet te worden toegepast als er sprake is van een kolom in een geschoord raamwerk en als $\lambda \leq 10$. (bij $0,25 \leq \alpha_n \leq 0,5$) De kolom is geschoord maar $\lambda > 10$ dus wordt de toeslagexcentriciteit wel meegenomen.

$$e_c = 3 * (1,5 * h + e_0 * (4\psi - 3)) * \left(\frac{\rho * l_c}{100 * h} \right)^2 \text{ voor } e_0 < 0,5 * h$$

$$e_c = 3 * (1,5 * 300 + 0) * \left(\frac{1 * 5740}{100 * 300} \right)^2 = 49,4 \text{ mm}$$

⁵ TGB Beton (art 7.6.2.2.)

$$\xi = 0,5 * \left(1 + \frac{e_1}{e_0}\right) \geq 0,75$$

$$\xi = 0,75$$

$$e_t = (e_0 + e_c) * \xi \geq e_0$$

$$e_t = (0 + 49,4) * 0,75 = 37,1 \text{ mm}$$

$$m_d = \frac{(M_d + N_d * e_t)}{b * h^2 * f_b'} = \frac{(0 + 500 * 10^3 * 37,1)}{300 * 300^2 * 21} = 0,033$$

Via het interactiediagram met $n_d = 0,26$ en $m_d = 0,033$ volgt dat er geen wapening nodig is. Uiteraard is er minimum wapening nodig om een brosse breuk te voorkomen. Dit moet worden gecontroleerd.

- 2^{de} orde verplaatsingen

De 2^{de} orde verplaatsingen zijn niet maatgevend omdat er geen sprake is van uitbuiging.

Toetsing heipaal met horizontale belasting:

Dit is gedaan voor een heipaal die aan de rand zit. De heipaal in de hoek wordt minder belast en niet getoetst.

- Belastingen

Er worden planken of kanaalplaten horizontaal aangebracht van heipaal tot heipaal rondom het gebouw. De lengte van deze planken is 7,2 meter. Hier kan dan de grond rondom het gebouw tegenaan worden gestort. Dit is de horizontale belasting waarvan sprake is bij de heipalen aan de rand. De as 'z' loopt van de top van de heipaal tot de plek waar de heipaal zijdelings wordt gesteund.

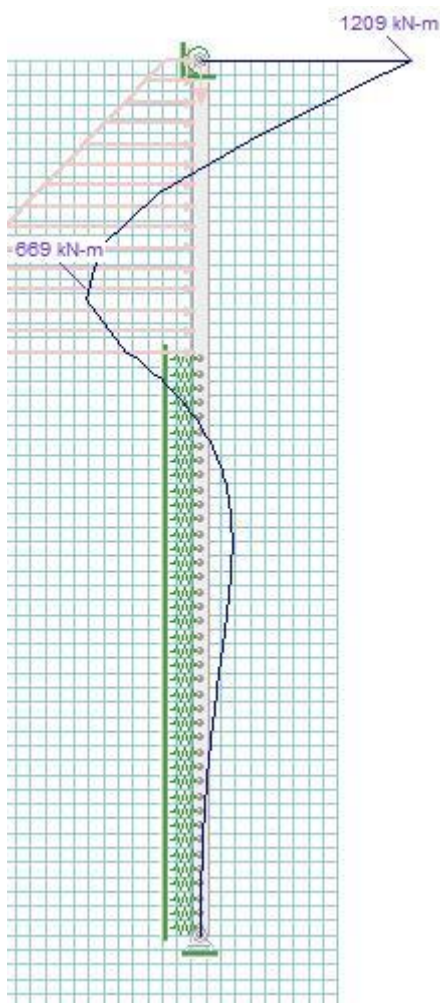
$$F_d = 300 \text{ kN}$$

$$F_{b.g.t.} = 240 \text{ kN}$$

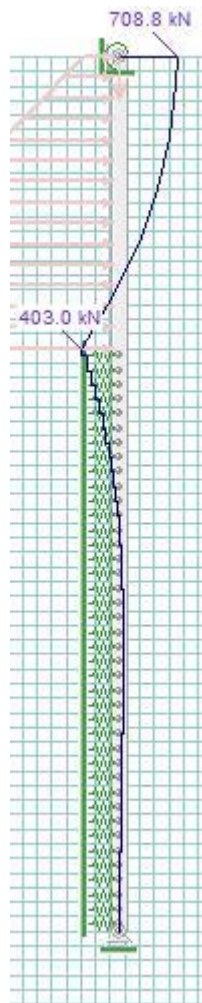
$$q = 10 * z * b = 10 * z * 7,2 = 72 * z \text{ kN/m}$$

De driehoeksbelasting is eenvoudig bepaald door aan te nemen dat de horizontale spanningen met $10 \text{ kN/m}^2 / \text{m}'$ toenemen in de diepte. Dit zou eigenlijk via verticale effectieve spanningen omgerekend moeten worden in horizontale effectieve spanningen. Daar moeten dan de waterspanningen bij worden opgeteld om het totale spanningsverloop in de diepte te bepalen. Dit is standaard grondmechanica die hier niet verder is uitgewerkt en met deze simpele aanname is verwerkt.

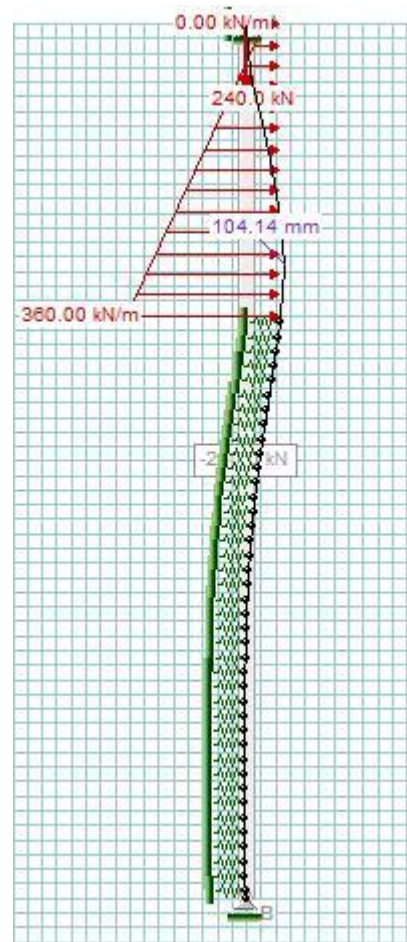
- Momentenlijn, dwarskrachtenlijn, normaalkrachtendiagram en verplaatsingen



Figuur 8: momentenlijn



Figuur 9: dwarskrachtenlijn



Figuur 10: verplaatsingen

Normaalkrachten zijn uiteraard overal 300 kN in u.g.t..

De knikbelasting verandert niet vanwege de extra horizontale belasting.

$$F_{\text{knik}} = 6269 \text{ kN}$$

- Berekenen benodigde wapening via interactiediagram⁶

$$n_d = \frac{N_d}{b * h * f_b} = \frac{300 * 10^3}{300 * 300 * 21} = 0,16 \leq 1,0$$

De eerste orde excentriciteit $e_0 = 104 \text{ mm}$.

$$\alpha_n = \frac{N'_d}{(A_b * f'_b + A_s * f_s)} = \frac{300 * 10^3}{(300 * 300 * 21 + 0)} = 0,16$$

$$\lambda = \frac{l_c}{h} = \frac{5,74}{0,3} = 19,1$$

⁶ TGB Beton (art 7.6.2.2.)

De toeslagexcentriciteit hoeft niet te worden toegepast als er sprake is van een kolom in een geschoord raamwerk en als $\lambda \leq 5/\sqrt{\alpha_n}$. (bij $\alpha_n \leq 0,25$) Het raamwerk is geschoord maar $\lambda > 5/\sqrt{\alpha_n}$ dus wordt de toeslagexcentriciteit meegenomen.

$$l_c = \pi * \sqrt{\frac{EI}{F_{\text{knik}}}} = \pi * \sqrt{\frac{3,1 * 10^{10} * 6,75 * 10^{-4}}{6269 * 10^3}} = 5,74 \text{ m}$$

$$e_c = 3 * (1,5 * h + e_0 * (4\psi - 3)) * \left(\frac{\rho * l_c}{100 * h}\right)^2 \text{ voor } e_0 < 0,5 * h$$

$$e_c = 3 * (1,5 * 300 + 104 * (4 * 1 - 3)) * \left(\frac{1 * 5740}{100 * 300}\right)^2 = 60,8 \text{ mm}$$

$$\xi = 0,5 * \left(1 + \frac{e_1}{e_0}\right) \geq 0,75$$

$$\xi = 0,75$$

$$e_t = (e_0 + e_c) * \xi \geq e_0$$

$$e_t = (104 + 60,8) * 0,75 = 123,6 \text{ mm}$$

$$m_d = \frac{(M_d + N_d * e_t)}{b * h^2 * f_b'} = \frac{(1209 * 10^6 + 300 * 10^3 * 123,6)}{300 * 300^2 * 21} = 2,20$$

Via het interactiediagram met $n_d = 0,16$ en $m_d = 2,20$ volgt dat de kolom niet voldoet. Er is geen enkele wapening die zou voldoen. Er zullen dus sowieso prefab keermuren worden geplaatst.

De heipaal dient ook nog op dwarskracht te worden getoetst. Dit kan door beugelwapening te berekenen zoals dat bij elke kolom en ligger gaat.

$$\frac{A_{ss}}{t} = \frac{V_d - \tau_1 * b * d}{z * \cot(\theta) * f_s}$$

$$\frac{A_{ss}}{t} = \frac{708,8 * 10^3 - 0,56 * 300 * 250}{0,9 * 250 * 1 * 435} = 6,8 \text{ mm}^2/\text{mm}'$$

Beugels van $\phi 16 - 50$ zouden hier voldoen. Deze zullen niet snel toegepast zijn in heipalen.

- 2^{de} orde verplaatsingen

De eerste orde verplaatsing is 104,1 mm. Via de factor $\frac{n}{n-1}$ kan eenvoudig de tweede orde verplaatsing worden uitgerekend.

$$n = \frac{F_{\text{knik}}}{F_{b.g.t.}} = \frac{6269}{240} = 26,1$$

$$\frac{n}{n-1} = \frac{26,1}{26,1-1} = 1,04$$

$$u_{2de\ orde} = \frac{n}{n-1} * u_{1ste\ orde} = 1,04 * 104,1 = 108,3\ mm$$

Dit is al een grote uitwijking. Als een uitwijking van 1/150^{ste} wordt getolereerd dan is dat maximaal 33 mm uitwijking. Dit voldoet dus ook niet.

Conclusie

Het ontgraven van de constructie is dus mogelijk. De heipalen voldoen als de constructie vijf meter wordt ontgraven. Het is alleen niet mogelijk de heipalen ook als ondersteuning voor de damwand te gebruiken en hiervoor zal een prefab keermuur nodig zijn.

In verband met dit onderzoek is het goed om te zien dat de berekende kniklast zeer dicht bij de bepaalde kniklast zit. Het blijkt dat voor heipalen zonder horizontale belasting de inschatting die wordt gemaakt met de knikkracht goed klopt. De heipaal voldoet ruimschoots zoals ook geschat is op basis van de knikkracht.

Conclusie

Resultaat

Het resultaat voldoet aan de vooraf gestelde opdracht. Er is een duidelijke ontwerpformule gemaakt die eenvoudig toe te passen is voor de constructeur. De onnauwkeurigheid is maximaal 17% voor 95% van alle gevallen. Dit is een goede indicatie voor de ontwerpfase.

$$F_{\text{knik}} = \mu * \sqrt{EI * k^{\lambda}} + \sigma$$

Met de volgende parameters:

E = elasticiteitsmodulus heipaal [N/m^2]

I = traagheidsmoment [m^4]

k = veerstijfheid per lengte [N/m^2]

μ = coëfficiënt volgens Tabel 8 [–]

σ = coëfficiënt volgens Tabel 8 [N]

λ = coëfficiënt volgens Tabel 8 [–]

Tabel 8: coëfficiënten voor knikformule

	μ [–]	σ [N]	λ [–]
d=3	1,081	$8,066 * 10^4$	0,99
d=5	1,167	$-8,122 * 10^4$	0,98
d=7	2,745	$-8,823 * 10^5$	0,87
d=10	28,99	$-1,641 * 10^6$	0,53

De geldigheid van de formule is berekend voor een aantal veel voorkomende situaties. Hieruit is een geldigheidsgebied gekomen die weergegeven is in Tabel 9. De ontwerpformule blijkt niet te gelden voor slanke betonnen palen zijdelings gesteund door zand. Dit is ook een situatie die niet veel voorkomt omdat meestal wordt gestopt met heien als de paal 2 tot 3 meter in het zand staat. Voor houten palen is er geen onderzoek gedaan of de formule geldig is.

Tabel 9: Geldigheid van de ontwerpformule

	zand	klei	Veen
Slanke betonnen palen (220x220 mm ²)	-	+	+
Grote betonnen palen (400x400 mm ²)	+	+	+
Stalen buispalen (φ273 mm)	+	+	+
Houten palen	?	?	?

Het maken van een toetsingsformule was niet op een eenvoudige manier mogelijk en daarom wordt voor de toetsing verwezen naar een raamwerkprogramma of de manier zoals aangegeven in de praktijkcase.

Aanbeveling

Qua mechanica is het project nu eigenlijk volledig behandeld. Voor de constructeur is alles behandeld en in een eenvoudig proces beschreven.

Voor het gedrag van de grond is nog niet alles behandeld. De grond is nu lineair gemodelleerd volgens Menard. Deze methode is ten eerste voor ronde palen en neemt niet de plasticiteit van

grond mee. Ronde palen kunnen omgerekend worden via een omtrekequivalente formule naar vierkante palen maar de vraag is of dat in dit geval geldig is. In dit rapport is gekozen om de straal van de ronde paal gelijk te stellen aan de breedte van de paal. Of dit juist is, zal onderzocht moeten worden.

Het nadeel van palen is dat het driedimensionaal werkt ten opzichte van een damwand die tweedimensionaal werkt.

Eigenlijk zou als een masterscriptie dit model volledig in Plaxis ingevoerd moeten worden. Alle data zou daarin verwerkt moeten worden en dan kan er een betere formule worden opgesteld eventueel met een toetsingstool. Plaxis heeft eigenlijk geen beperkingen die aannames vereisen maar het invoeren en verwerken van alle mogelijk combinaties aan palen en grond is een grote klus waar een masterscriptie voor is geschikt. Bij deze masterscriptie kunnen ook houten palen worden meegenomen. Daarna zou dan ook een compleet standaardontwerp kunnen worden gemaakt dat als basis geldt voor het maken van een kelder.

Literatuurlijst

- Dr Frame 2D, versie 2.0, geproduceerd door Dr. Software.
- J. Martens, 2004, “Kniklast van gedeeltelijk ontgraven heipalen”, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen TU Delft
- J.P.H. van Leeuwen, 2007, “Vervorming van gedeeltelijk ontgraven heipalen”, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen TU Delft
- J.C. Walraven, 2006, “College gewapend beton CT2051B/CT3051B”, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen TU Delft
- A.P. van der Marel, 2006, “Betonconstructies – deel I CT2051A”, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen TU Delft
- F.J.M. Hoefsloot, 2008, “Door grond horizontaal belaste palen”, Fugro Ingenieursbureau
- Verruijt herzien door Van Baars, 2004, “Grondmechanica”, VSSD
- TGB Beton, 1990

Bijlage A

Type heipaal	lengte [m]	ontgraven diepte [m]	grondsoort	k [N/m ²]	EI/k [m ⁴]	F _{martens} [kN]	F _{dr frame} [kN]	afwijking [%]	Martens geldig?
Beton 220*220 mm ²	10	3	klei	2,63E+06	2,304513328	9,67E+03	3,97E+03	143,80	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	3	klei	2,63E+06	2,304513328	9,67E+03	3,97E+03	143,31	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	3	klei	2,63E+06	2,304513328	9,67E+03	3,97E+03	143,31	0,00
Beton 220*220 mm ²	10	3	veen	1,01E+06	5,97764917	7,89E+03	2,48E+03	218,89	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	3	veen	1,01E+06	5,97764917	7,89E+03	2,47E+03	220,19	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	3	veen	1,01E+06	5,97764917	7,89E+03	2,47E+03	220,19	0,00
beton 400*400 mm ²	10	3	klei	3,07E+06	21,51906803	6,28E+04	1,44E+04	335,49	0,00
beton 400*400 mm ²	15	3	klei	3,07E+06	21,51906803	6,28E+04	1,43E+04	340,28	0,00
beton 400*400 mm ²	20	3	klei	3,07E+06	21,51906803	6,28E+04	1,42E+04	341,80	0,00
beton 400*400 mm ²	10	3	veen	1,01E+06	65,32503704	4,58E+04	9,29E+03	393,19	0,00
beton 400*400 mm ²	15	3	veen	1,01E+06	65,32503704	4,58E+04	8,21E+03	457,94	0,00
beton 400*400 mm ²	20	3	veen	1,01E+06	65,32503704	4,58E+04	8,19E+03	459,57	0,00
beton 400*400 mm ²	10	3	zand	1,73E+07	3,817583616	9,52E+04	3,38E+04	181,74	0,00
beton 400*400 mm ²	15	3	zand	1,73E+07	3,817583616	9,52E+04	3,37E+04	182,45	0,00
beton 400*400 mm ²	20	3	zand	1,73E+07	3,817583616	9,52E+04	3,37E+04	182,47	0,00
staal ϕ 273 mm	10	3	klei	2,78E+06	20,58533304	5,50E+04	1,28E+04	331,24	0,00
staal ϕ 273 mm	15	3	klei	2,78E+06	20,58533304	5,50E+04	1,27E+04	335,13	0,00
staal ϕ 273 mm	20	3	klei	2,78E+06	20,58533304	5,50E+04	1,26E+04	336,51	0,00
staal ϕ 273 mm	10	3	veen	1,01E+06	56,55864979	4,14E+04	8,50E+03	387,42	0,00
staal ϕ 273 mm	15	3	veen	1,01E+06	56,55864979	4,14E+04	7,64E+03	442,10	0,00

staal $\phi 273$ mm	20	3	veen	1,01E+06	56,55864979	4,14E+04	7,62E+03	443,38	0,00
staal $\phi 273$ mm	10	3	zand	1,40E+07	4,088162437	8,12E+04	2,83E+04	186,57	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	3	zand	1,40E+07	4,088162437	8,12E+04	2,83E+04	187,45	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	3	zand	1,40E+07	4,088162437	8,12E+04	2,83E+04	187,48	0,00
Beton 220*220 mm ²	10	5	klei	2,63E+06	2,304513328	4,92E+03	3,94E+03	24,74	1,00
Beton 220*220 mm ²	15	5	klei	2,63E+06	2,304513328	4,92E+03	3,97E+03	23,82	1,00
Beton 220*220 mm ²	20	5	klei	2,63E+06	2,304513328	4,92E+03	3,97E+03	23,73	1,00
Beton 220*220 mm ²	10	5	veen	1,01E+06	5,97764917	4,25E+03	2,31E+03	83,62	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	5	veen	1,01E+06	5,97764917	4,25E+03	2,46E+03	72,92	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	5	veen	1,01E+06	5,97764917	4,25E+03	2,47E+03	72,22	0,00
beton 400*400 mm ²	10	5	klei	3,07E+06	21,51906803	3,66E+04	1,34E+04	173,66	0,00
beton 400*400 mm ²	15	5	klei	3,07E+06	21,51906803	3,66E+04	1,43E+04	156,49	0,00
beton 400*400 mm ²	20	5	klei	3,07E+06	21,51906803	3,66E+04	1,42E+04	157,54	0,00
beton 400*400 mm ²	10	5	veen	1,01E+06	65,32503704	2,86E+04	9,14E+03	213,36	0,00
beton 400*400 mm ²	15	5	veen	1,01E+06	65,32503704	2,86E+04	8,11E+03	252,90	0,00
beton 400*400 mm ²	20	5	veen	1,01E+06	65,32503704	2,86E+04	8,19E+03	249,76	0,00
beton 400*400 mm ²	10	5	zand	1,73E+07	3,817583616	4,99E+04	3,29E+04	51,33	1,00
beton 400*400 mm ²	15	5	zand	1,73E+07	3,817583616	4,99E+04	3,37E+04	48,02	1,00
beton 400*400 mm ²	20	5	zand	1,73E+07	3,817583616	4,99E+04	3,37E+04	47,92	1,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	klei	2,78E+06	20,58533304	3,20E+04	1,18E+04	170,81	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	5	klei	2,78E+06	20,58533304	3,20E+04	1,26E+04	152,78	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	5	klei	2,78E+06	20,58533304	3,20E+04	1,26E+04	153,73	0,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	veen	1,01E+06	56,55864979	2,56E+04	8,31E+03	208,73	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	5	veen	1,01E+06	56,55864979	2,56E+04	7,56E+03	239,23	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	5	veen	1,01E+06	56,55864979	2,56E+04	7,62E+03	236,60	0,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	zand	1,40E+07	4,088162437	4,27E+04	2,75E+04	55,57	0,00

staal $\phi 273$ mm	15	5	zand	1,40E+07	4,088162437	4,27E+04	2,82E+04	51,32	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	5	zand	1,40E+07	4,088162437	4,27E+04	2,83E+04	51,15	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	7	klei	2,63E+06	2,30E+00	2,97E+03	3,02E+03	-1,61	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	7	klei	2,63E+06	2,30E+00	2,97E+03	3,03E+03	-1,87	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	7	veen	1,01E+06	5,98E+00	2,65E+03	2,33E+03	13,67	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	7	veen	1,01E+06	5,98E+00	2,65E+03	2,46E+03	7,66	0,00
beton 400*400 mm ²	15	7	klei	3,07E+06	2,15E+01	2,39E+04	1,41E+04	70,27	0,00
beton 400*400 mm ²	20	7	klei	3,07E+06	2,15E+01	2,39E+04	1,41E+04	69,41	0,00
beton 400*400 mm ²	15	7	veen	1,01E+06	6,53E+01	1,96E+04	7,64E+03	156,22	0,00
beton 400*400 mm ²	20	7	veen	1,01E+06	6,53E+01	1,96E+04	8,19E+03	139,13	0,00
beton 400*400 mm ²	15	7	zand	1,73E+07	3,82E+00	3,06E+04	2,99E+04	2,35	0,00
beton 400*400 mm ²	20	7	zand	1,73E+07	3,82E+00	3,06E+04	3,09E+04	-1,05	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	klei	2,78E+06	2,06E+01	2,09E+04	1,25E+04	67,12	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	klei	2,78E+06	2,06E+01	2,09E+04	1,25E+04	66,59	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	veen	1,01E+06	5,66E+01	1,74E+04	7,12E+03	144,75	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	veen	1,01E+06	5,66E+01	1,74E+04	7,62E+03	128,81	0,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	zand	1,40E+07	4,09E+00	2,63E+04	2,54E+04	3,36	0,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	zand	1,40E+07	4,09E+00	2,63E+04	2,66E+04	-1,08	0,00
Beton 220*220 mm ²	15	10	klei	2,63E+06	2,304513328	1,67E+03	1,71E+03	-2,23	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	10	klei	2,63E+06	2,304513328	1,67E+03	1,71E+03	-2,46	1,00
Beton 220*220 mm ²	15	10	veen	1,01E+06	5,97764917	1,53E+03	1,53E+03	-0,09	0,00
Beton 220*220 mm ²	20	10	veen	1,01E+06	5,97764917	1,53E+03	1,56E+03	-2,08	1,00
beton 400*400 mm ²	15	10	klei	3,07E+06	21,51906803	1,44E+04	9,42E+03	53,25	0,00
beton 400*400 mm ²	20	10	klei	3,07E+06	21,51906803	1,44E+04	1,32E+04	9,32	1,00
beton 400*400 mm ²	15	10	veen	1,01E+06	65,32503704	1,23E+04	6,06E+03	103,48	0,00
beton 400*400 mm ²	20	10	veen	1,01E+06	65,32503704	1,23E+04	7,93E+03	55,55	0,00
beton 400*400 mm ²	15	10	zand	1,73E+07	3,817583616	1,74E+04	1,78E+04	-2,15	0,00

beton 400*400 mm ²	20	10	zand	1,73E+07	3,817583616	1,74E+04	1,79E+04	-2,36	1,00
staal ϕ 273 mm	15	10	klei	2,78E+06	20,58533304	1,26E+04	8,36E+03	50,49	0,00
staal ϕ 273 mm	20	10	klei	2,78E+06	20,58533304	1,26E+04	1,16E+04	8,20	1,00
staal ϕ 273 mm	15	10	veen	1,01E+06	56,55864979	1,09E+04	5,50E+03	98,58	0,00
staal ϕ 273 mm	20	10	veen	1,01E+06	56,55864979	1,09E+04	7,47E+03	46,10	0,00
staal ϕ 273 mm	15	10	zand	1,40E+07	4,088162437	1,50E+04	1,54E+04	-2,31	0,00
staal ϕ 273 mm	20	10	zand	1,40E+07	4,088162437	1,50E+04	1,54E+04	-2,60	1,00

Bijlage B

Type heipaal	lengte [m]	ontgraven diepte [m]	grond soort	k [N/m ²]	EI/k [m ⁴]	F _{martens} [kN]	F _{dr frame} [kN]	F _{dr frame} nauwkeurig [kN]	verschil [%]	Martens geldig?
Beton 220*220 mm ²	20	3	zand	1,24E+07	0,489034368	1,27E+04	8,59E+03	8,65E+03	0,64	1,00
Beton 220*220 mm ²	20	5	zand	1,24E+07	0,489034368	5,95E+03	6,07E+03	6,09E+03	0,33	1,00
Beton 220*220 mm ²	20	10	zand	1,24E+07	0,489034368	1,86E+03	1,90E+03	1,90E+03	0,11	1,00

Bijlage C

Type heipaal	lengte [m]	ontgraven diepte [m]	grondsoort	k [N/m ²]	$v(Eik^{\lambda})$ [N ²]	Falex2 [N]	afwijking	F _{dr frame} [N]
Beton 220*220 mm ²	10	3	klei	2,63E+06	3,70E+06	4082970,64	2,98	3965000,00
Beton 220*220 mm ²	15	3	klei	2,63E+06	3,70E+06	4082970,64	2,77	3973000,00
Beton 220*220 mm ²	20	3	klei	2,63E+06	3,70E+06	4082970,64	2,77	3973000,00
Beton 220*220 mm ²	10	3	veen	1,01E+06	2,31E+06	2577581,85	4,14	2475000,00
Beton 220*220 mm ²	15	3	veen	1,01E+06	2,31E+06	2577581,85	4,57	2465000,00
Beton 220*220 mm ²	20	3	veen	1,01E+06	2,31E+06	2577581,85	4,57	2465000,00
beton 400*400 mm ²	10	3	klei	3,07E+06	1,32E+07	14382647,46	-0,31	14428000,00
beton 400*400 mm ²	15	3	klei	3,07E+06	1,32E+07	14382647,46	0,78	14271000,00
beton 400*400 mm ²	20	3	klei	3,07E+06	1,32E+07	14382647,46	1,13	14222000,00
beton 400*400 mm ²	10	3	veen	1,01E+06	7,64E+06	8334947,11	-10,28	9290000,00
beton 400*400 mm ²	15	3	veen	1,01E+06	7,64E+06	8334947,11	1,50	8212000,00
beton 400*400 mm ²	20	3	veen	1,01E+06	7,64E+06	8334947,11	1,79	8188000,00
beton 400*400 mm ²	10	3	zand	1,73E+07	3,11E+07	33744113,57	-0,15	33795000,00
beton 400*400 mm ²	15	3	zand	1,73E+07	3,11E+07	33744113,57	0,10	33710000,00
beton 400*400 mm ²	20	3	zand	1,73E+07	3,11E+07	33744113,57	0,11	33707000,00
staal ϕ 273 mm	10	3	klei	2,78E+06	1,17E+07	12747407,62	-0,14	12765000,00
staal ϕ 273 mm	15	3	klei	2,78E+06	1,17E+07	12747407,62	0,76	12651000,00
staal ϕ 273 mm	20	3	klei	2,78E+06	1,17E+07	12747407,62	1,08	12611000,00
staal ϕ 273 mm	10	3	veen	1,01E+06	7,10E+06	7761155,79	-8,66	8497000,00
staal ϕ 273 mm	15	3	veen	1,01E+06	7,10E+06	7761155,79	1,59	7640000,00
staal ϕ 273 mm	20	3	veen	1,01E+06	7,10E+06	7761155,79	1,83	7622000,00

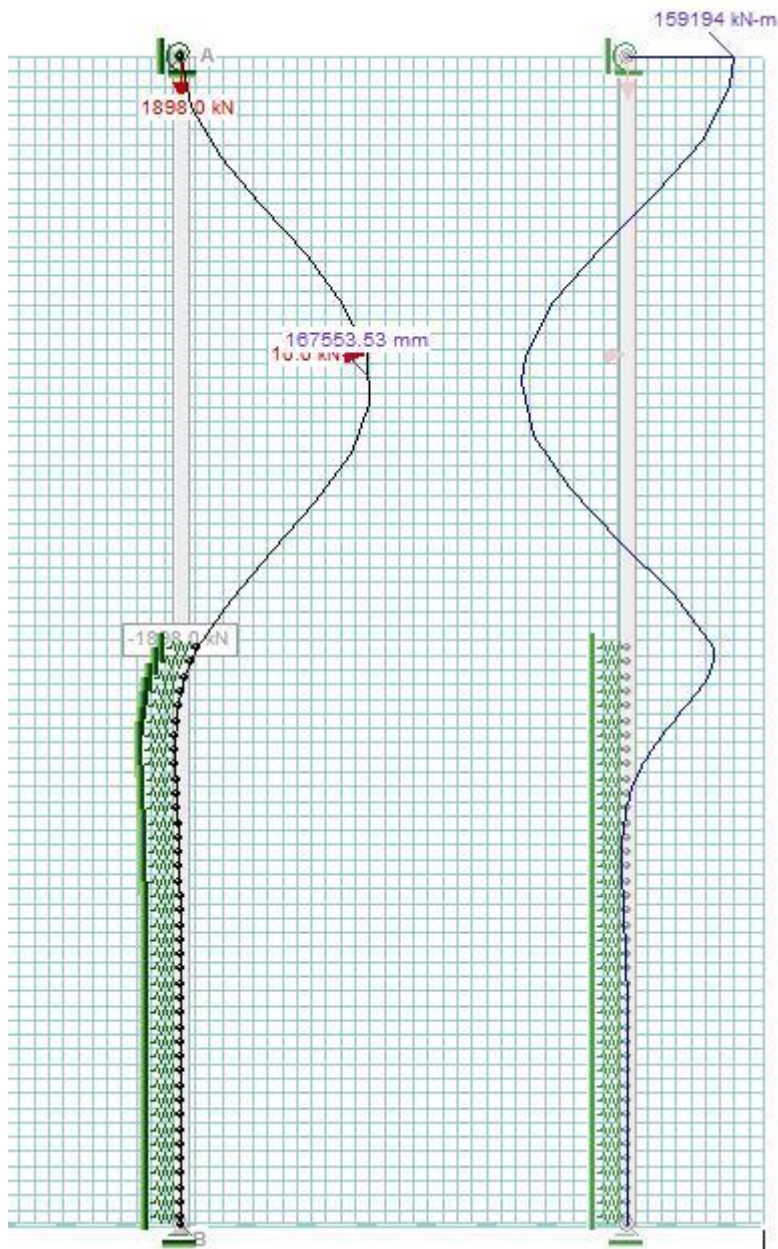
staal $\phi 273$ mm	10	3	zand	1,40E+07	2,61E+07	28275513,71	-0,25	28347000,00
staal $\phi 273$ mm	15	3	zand	1,40E+07	2,61E+07	28275513,71	0,05	28260000,00
staal $\phi 273$ mm	20	3	zand	1,40E+07	2,61E+07	28275513,71	0,07	28257000,00
Beton 220*220 mm ²	10	5	klei	2,63E+06	3,44E+06	3931790,70	-0,23	3941000,00
Beton 220*220 mm ²	15	5	klei	2,63E+06	3,44E+06	3931790,70	-0,96	3970000,00
Beton 220*220 mm ²	20	5	klei	2,63E+06	3,44E+06	3931790,70	-1,04	3973000,00
Beton 220*220 mm ²	10	5	veen	1,01E+06	2,16E+06	2434374,71	5,29	2312000,00
Beton 220*220 mm ²	15	5	veen	1,01E+06	2,16E+06	2434374,71	-0,84	2455000,00
Beton 220*220 mm ²	20	5	veen	1,01E+06	2,16E+06	2434374,71	-1,24	2465000,00
beton 400*400 mm ²	10	5	klei	3,07E+06	1,23E+07	14247473,78	6,53	13374000,00
beton 400*400 mm ²	15	5	klei	3,07E+06	1,23E+07	14247473,78	-0,15	14269000,00
beton 400*400 mm ²	20	5	klei	3,07E+06	1,23E+07	14247473,78	0,26	14211000,00
beton 400*400 mm ²	10	5	veen	1,01E+06	7,13E+06	8234564,99	-9,89	9138000,00
beton 400*400 mm ²	15	5	veen	1,01E+06	7,13E+06	8234564,99	1,49	8114000,00
beton 400*400 mm ²	20	5	veen	1,01E+06	7,13E+06	8234564,99	0,58	8187000,00
beton 400*400 mm ²	10	5	zand	1,73E+07	2,87E+07	33354599,37	1,24	32946000,00
beton 400*400 mm ²	15	5	zand	1,73E+07	2,87E+07	33354599,37	-0,97	33682000,00
beton 400*400 mm ²	20	5	zand	1,73E+07	2,87E+07	33354599,37	-1,04	33706000,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	klei	2,78E+06	1,09E+07	12615521,88	6,85	11807000,00
staal $\phi 273$ mm	15	5	klei	2,78E+06	1,09E+07	12615521,88	-0,26	12649000,00
staal $\phi 273$ mm	20	5	klei	2,78E+06	1,09E+07	12615521,88	0,11	12602000,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	veen	1,01E+06	6,63E+06	7656505,63	-7,84	8308000,00
staal $\phi 273$ mm	15	5	veen	1,01E+06	6,63E+06	7656505,63	1,26	7561000,00
staal $\phi 273$ mm	20	5	veen	1,01E+06	6,63E+06	7656505,63	0,48	7620000,00
staal $\phi 273$ mm	10	5	zand	1,40E+07	2,40E+07	27952775,46	1,82	27453000,00
staal $\phi 273$ mm	15	5	zand	1,40E+07	2,40E+07	27952775,46	-0,96	28224000,00

staal $\phi 273$ mm	20	5	zand	1,40E+07	2,40E+07	27952775,46	-1,07	28256000,00
Beton 220*220 mm ²	15	7	klei	2,63E+06	1,53E+06	3304381,58	9,53	3017000,00
Beton 220*220 mm ²	20	7	klei	2,63E+06	1,53E+06	3304381,58	9,24	3025000,00
Beton 220*220 mm ²	15	7	veen	1,01E+06	1,01E+06	1883375,10	-19,10	2328000,00
Beton 220*220 mm ²	20	7	veen	1,01E+06	1,01E+06	1883375,10	-23,38	2458000,00
beton 400*400 mm ²	15	7	klei	3,07E+06	5,40E+06	13938008,04	-0,81	14052000,00
beton 400*400 mm ²	20	7	klei	3,07E+06	5,40E+06	13938008,04	-1,31	14123000,00
beton 400*400 mm ²	15	7	veen	1,01E+06	3,33E+06	8260427,61	8,12	7640000,00
beton 400*400 mm ²	20	7	veen	1,01E+06	3,33E+06	8260427,61	0,91	8186000,00
beton 400*400 mm ²	15	7	zand	1,73E+07	1,15E+07	30563120,90	2,21	29901000,00
beton 400*400 mm ²	20	7	zand	1,73E+07	1,15E+07	30563120,90	-1,18	30927000,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	klei	2,78E+06	4,81E+06	12322288,12	-1,31	12486000,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	klei	2,78E+06	4,81E+06	12322288,12	-1,63	12526000,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	veen	1,01E+06	3,10E+06	7624876,93	7,06	7122000,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	veen	1,01E+06	3,10E+06	7624876,93	0,09	7618000,00
staal $\phi 273$ mm	15	7	zand	1,40E+07	9,72E+06	25792907,24	1,46	25422000,00
staal $\phi 273$ mm	20	7	zand	1,40E+07	9,72E+06	25792907,24	-2,90	26563000,00
Beton 220*220 mm ²	15	10	klei	2,63E+06	1,24E+05	1942901,67	13,95	1705000,00
Beton 220*220 mm ²	20	10	klei	2,63E+06	1,24E+05	1942901,67	13,69	1709000,00
Beton 220*220 mm ²	15	10	veen	1,01E+06	9,60E+04	1142934,53	-25,30	1530000,00
Beton 220*220 mm ²	20	10	veen	1,01E+06	9,60E+04	1142934,53	-26,78	1561000,00
beton 400*400 mm ²	15	10	klei	3,07E+06	4,26E+05	10710836,49	13,67	9423000,00
beton 400*400 mm ²	20	10	klei	3,07E+06	4,26E+05	10710836,49	-18,92	13210000,00
beton 400*400 mm ²	15	10	veen	1,01E+06	3,17E+05	7562089,37	24,75	6062000,00
beton 400*400 mm ²	20	10	veen	1,01E+06	3,17E+05	7562089,37	-4,64	7930000,00
beton 400*400 mm ²	15	10	zand	1,73E+07	6,74E+05	17891407,79	0,40	17820000,00
beton 400*400 mm ²	20	10	zand	1,73E+07	6,74E+05	17891407,79	0,18	17859000,00

staal ϕ 273 mm	15	10	klei	2,78E+06	3,86E+05	9552418,07	14,33	8355000,00
staal ϕ 273 mm	20	10	klei	2,78E+06	3,86E+05	9552418,07	-17,80	11621000,00
staal ϕ 273 mm	15	10	veen	1,01E+06	2,95E+05	6922342,68	25,88	5499000,00
staal ϕ 273 mm	20	10	veen	1,01E+06	2,95E+05	6922342,68	-7,38	7474000,00
staal ϕ 273 mm	15	10	zand	1,40E+07	5,93E+05	15538107,98	1,19	15356000,00
staal ϕ 273 mm	20	10	zand	1,40E+07	5,93E+05	15538107,98	0,88	15402000,00
							8,69	

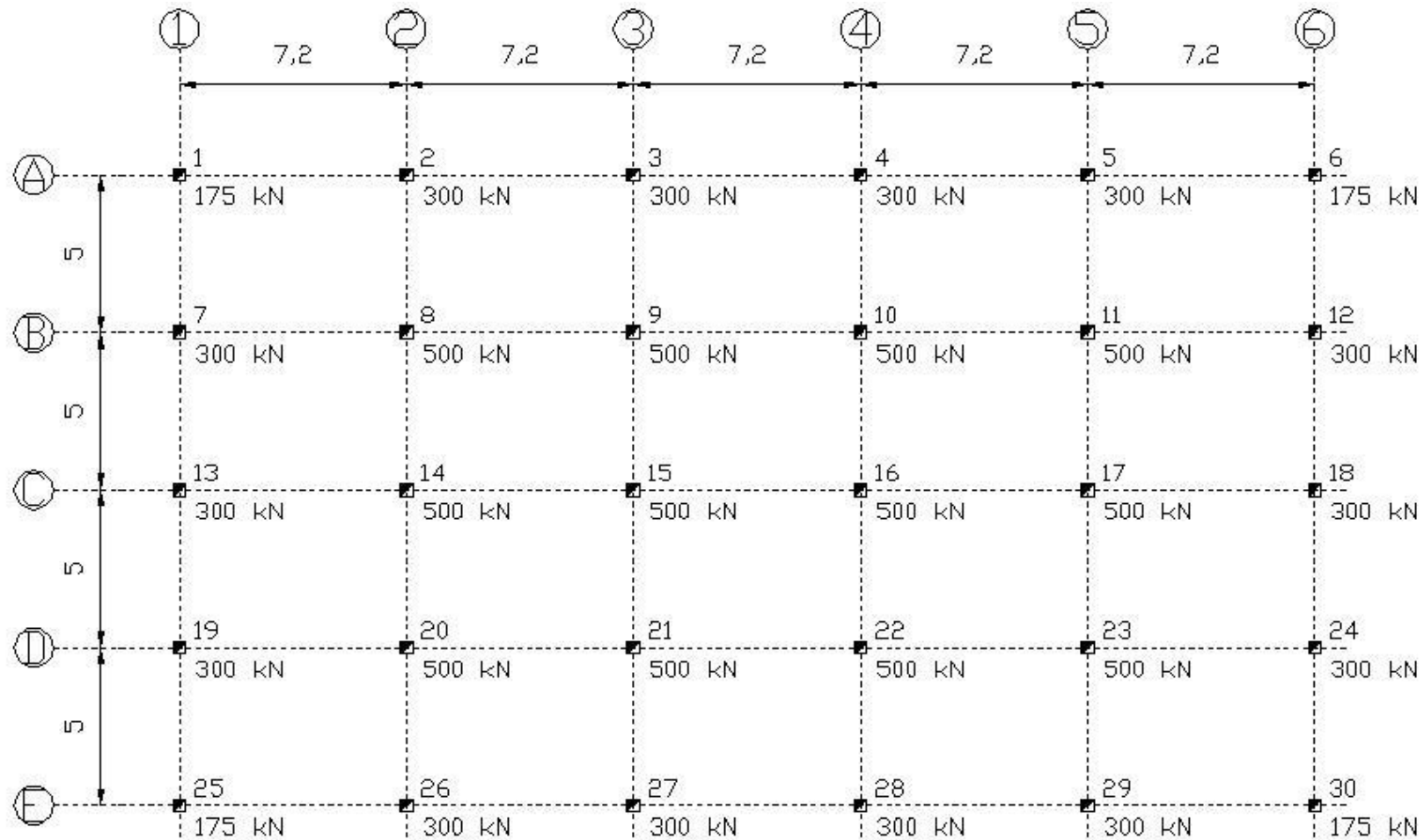
Bijlage D

Hieronder is te zien in Figuur 11 dat bij een kleine horizontale kracht zeer grote momenten en verplaatsingen oplevert bij een normaalkracht die vrijwel de knikkracht is. Dit is de betonnen paal van $220 \times 220 \text{ mm}^2$ van 20 meter in zand met 10 meter ontgraven. De horizontale kracht is 10 kN. Dit geeft een uitwijking van 167 m. Er is dus duidelijk sprake van een zeer grote uitwijking en momenten als de verticale kracht vrijwel gelijk is aan de knikkracht.

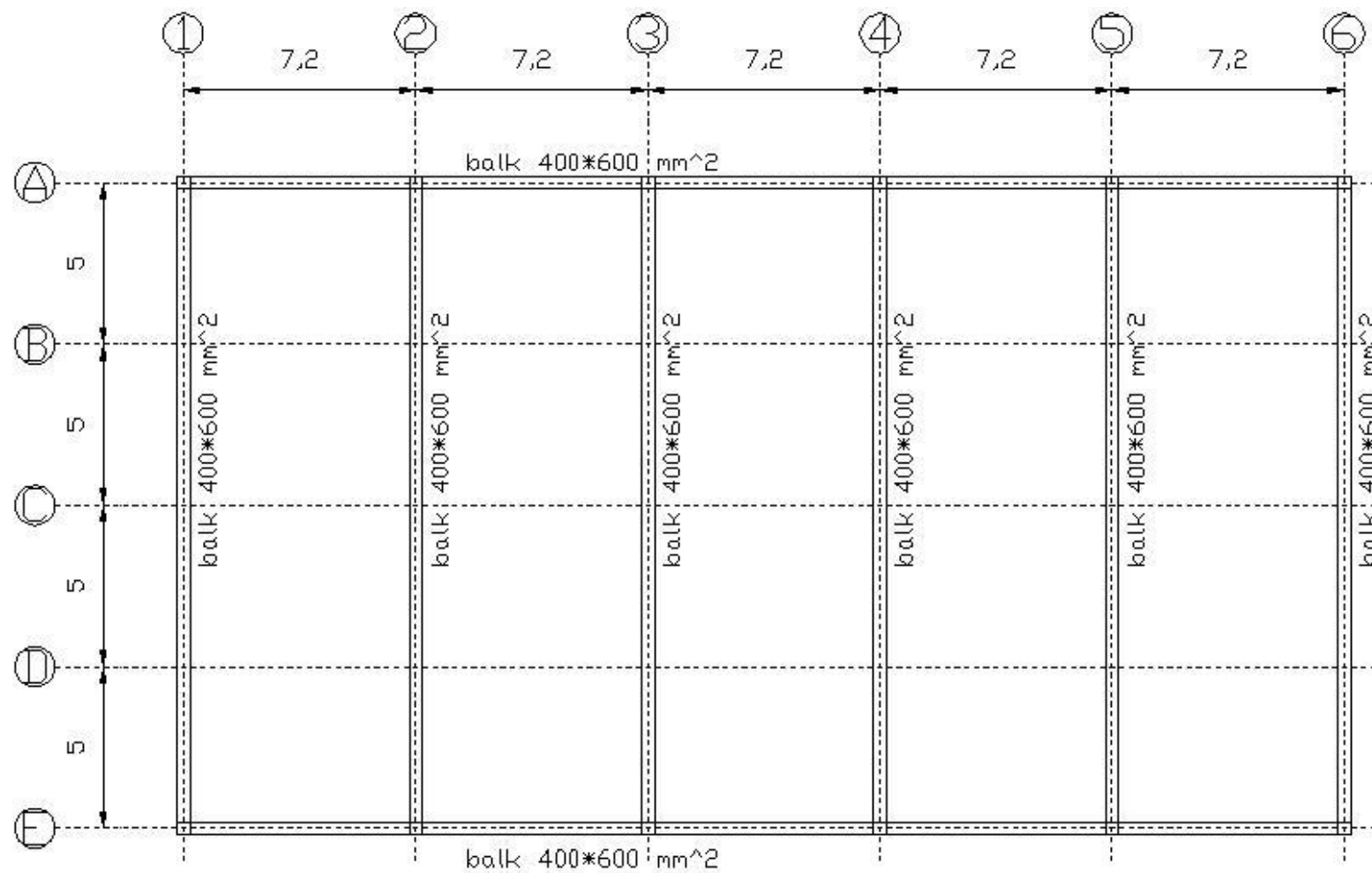


Figuur 11: Gevolgen zijdelingse belasting

Bijlage E

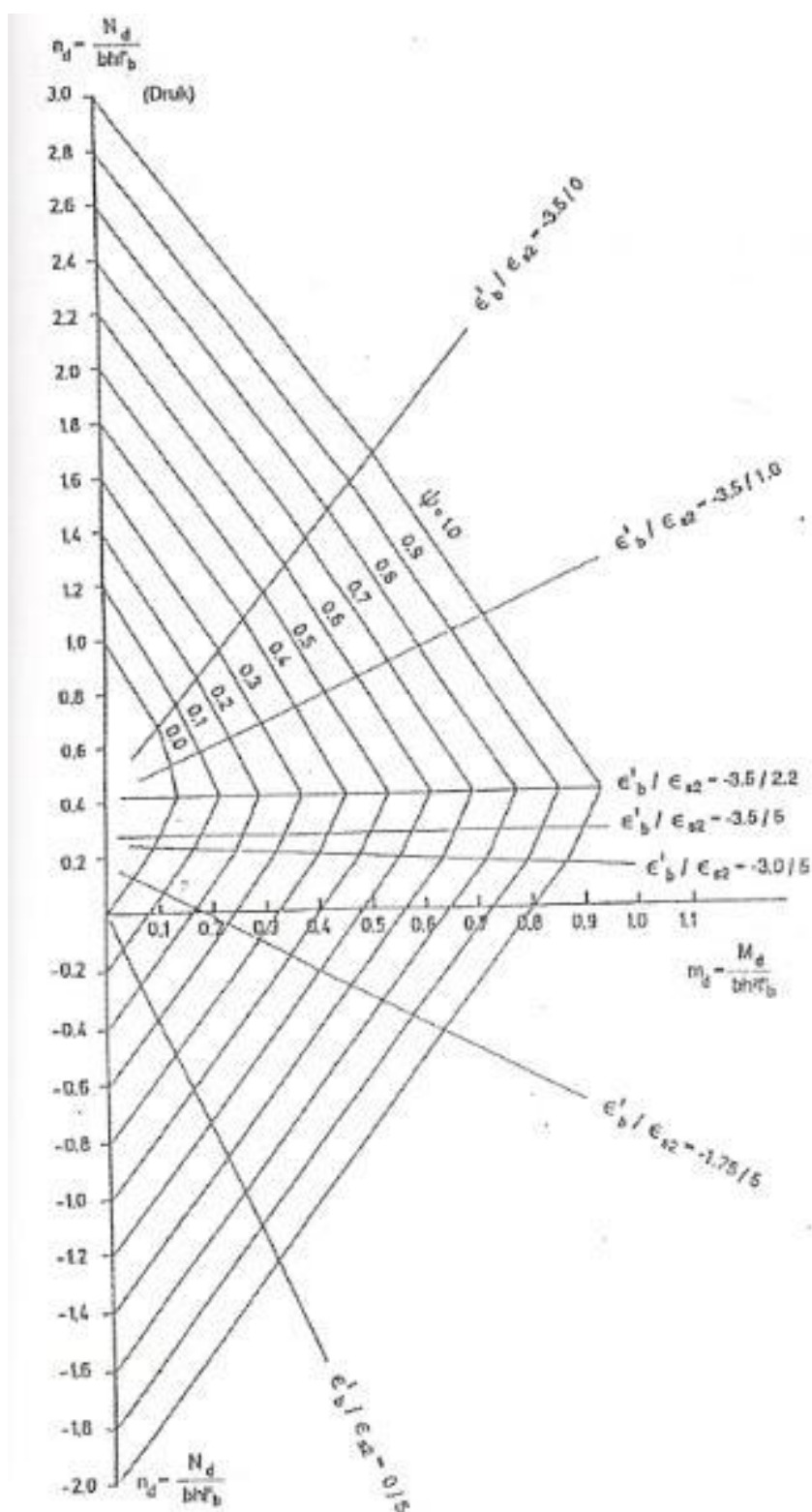


Figuur 12: palenplan praktijkvoorbeeld



Figuur 13: funderingstekening bij praktijkvoorbeeld

Bijlage F



Figuur 14: Interactiediagram⁷

⁷ TGB Beton (art 7.6.2.2.)