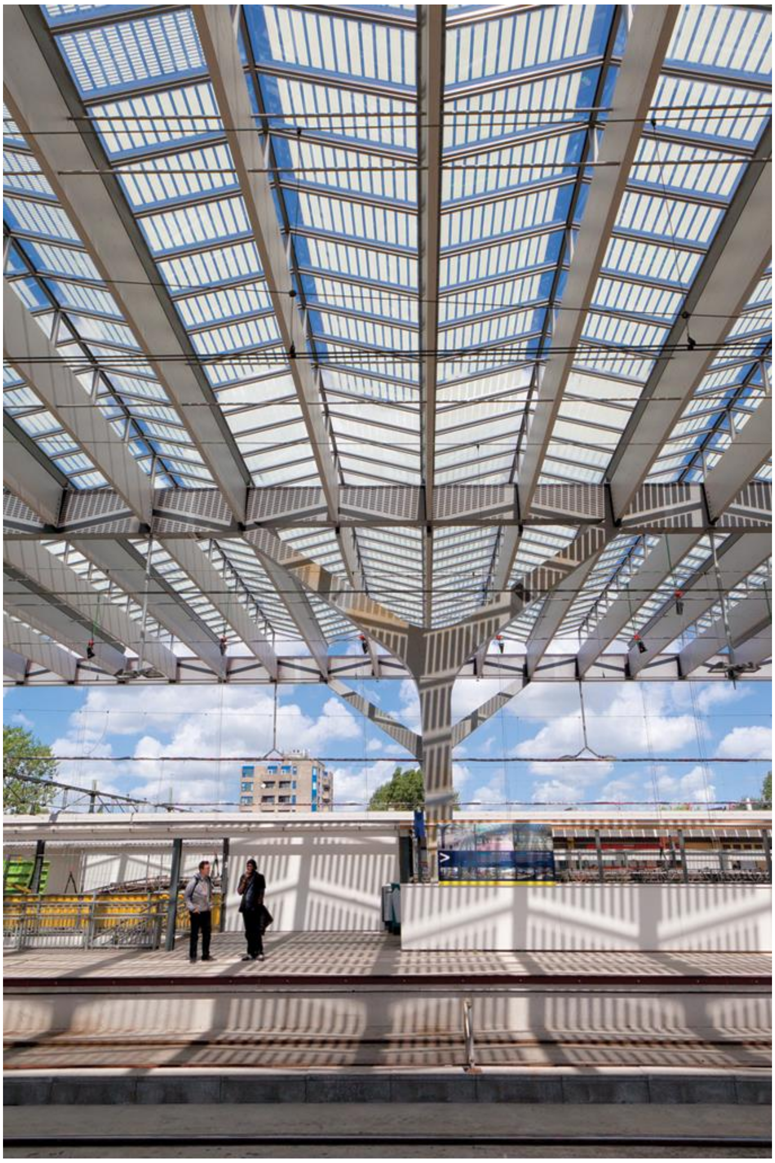


(PRORAIL, 2014)

Een verbeterde toetsing voor de 1e-ordeberekening van houten elementen onderworpen aan druk en buiging

BACHELOR EINDPROJECT CIVIELE TECHNIEK, TECHNISCHE UNIVERSITEIT DELFT

Fé van Lookeren Campagne | 4542851 | 2019

Eerste begeleider: dr.ir. G.J.P. Ravenshorst

Tweede begeleider: dr.ir. P.C.J. Hoogenboom

VOORWOORD

Dit rapport is het Bachelor Eindproject (CTB3000) van het bachelor programma van de opleiding Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. De opdracht wordt aangeboden door de masterrichting 'Structural Engineering'. Mijn begeleider dr.ir. G.J.P. Ravenshorst heeft het onderwerp van dit bachelor eindproject bedacht. Ik vond het een heel interessant onderwerp en heb met dit onderzoek veel inzicht gekregen in de mechanica en stabiliteitsproblemen achter constructie elementen. Ook heb ik veel geleerd over het uitvoeren van een onderzoek. Bij dezen wil ik ook graag allebei mijn begeleiders, dr.ir. G.J.P. Ravenshorst en dr.ir. P.C.J. Hoogenboom, bedanken voor het beantwoorden van al mijn vragen en het begeleiden van dit onderzoek.

In het rapport zal eerst de aanleiding van het onderzoek en de benodigde achtergrondkennis voor het onderzoek toegelicht worden. Vervolgens zal in verschillende hoofdstukken het onderzoek chronologisch beschreven worden. Ten slotte zal het rapport afgesloten worden met de conclusies van het onderzoek en aanbevelingen voor vervolgonderzoek.

Delft, oktober 2019

Fé van Lookeren Campagne

INHOUDSOPGAVE

SAMENVATTING

In Eurocode 5 wordt er voor de 1^{e}-orde toetsing van de stabiliteit van houten elementen twee toetsingen gegeven. Eén toetsing is bedoelt voor houten kolommen onderworpen aan druk en buiging en de andere toetsing is bedoeld voor houten liggers onderworpen aan druk en buiging. De vraag werd gesteld wat precies het verschil is tussen deze twee verschillende toetsingen. Allebei de toetsingen zijn namelijk voor een houten element onderworpen aan druk en buiging. Twee toetsingen kan verwarring scheppen over welke toetsing voor welke situatie gebruikt moet worden. Daarnaast is het niet logisch om verschillende toetsingen voor uiteindelijk dezelfde situatie te hebben.

Het doel van dit onderzoek is ten eerste te onderzoeken wat het verschil is tussen de twee toetsingen. Hierbij is het interessant om te kijken voor welke situaties de één of de andere toetsing maatgevend is. Ten tweede is het doel om de toetsingen te vergelijken met een 2^{e}-orde berekening en hierbij conclusies te trekken over de veiligheid van de toetsingen. Ten slotte is het doel om één 1^{e}-orde toetsing te vinden die voor alle houten elementen onderworpen aan druk en buiging toegepast kan worden en een goede benadering van de werkelijkheid is.

De 1^{e}-orde toetsingen zijn aan de hand van Excel in meerdere grafieken in beeld gebracht. Hierbij is gekeken naar de relatie tussen de afmetingen van het element, de krachten die op het element worden uitgevoerd en het resultaat van de twee 1^{e}-orde toetsingen. Te zien was dat wanneer er in een houten element buiging en druk optreedt, de toetsing voor een ligger maatgevend is wanneer het opgelegd moment een hoge waarde heeft. De toetsing voor een kolom zal dan weer maatgevend zijn wanneer de opgelegde axiale drukkracht een hoge waarde heeft. Verder was er te zien dat naarmate het element slanker werd, dit is wanneer het element langer of smaller wordt, de grens waarbij de ene of de andere toetsing maatgevend is veranderde. Zo is er bij een slank element een hogere waarde voor de opgelegde drukkracht nodig waarbij de kolomtoetsing maatgevend wordt dan bij een minder slank element. Logischerwijs is er een lagere waarde voor het opgelegd moment nodig waarbij de liggertoetsing maatgevend zal zijn.

Vervolgens zijn met behulp van het programma Ansys met de eindige elementen methode de bezwijkspanningen in beeld gebracht waarbij het element volgens een 2^{e}-orde berekening zou bezwijken. Toen deze resultaten werden vergeleken met de bezwijkspanningen volgens de 1^{e}-orde toetsingen, bleek dat deze hetzelfde verloop volgden in de grafiek als het verloop van de 1^{e}-orde toetsing voor een ligger. Ondanks de gelijke vorm, geeft het verloop van de liggertoetsing voor bijna alle onderzochte slankheden wel veel veiligere waarden van bezwijkspanningen aan dan het verloop van de resultaten uit Ansys. Behalve bij de kleinste onderzochte slankheid, hier geeft de liggertoetsing een overschatting van de bezwijkspanning ten opzichte van de 2^{e}-orde berekeningen. De 1^{e}-orde toetsing voor een kolom is ook vergeleken geweest met de 2^{e}-orde berekeningen maar deze bleek de 2^{e}-orde berekeningen niet goed te benaderen. Voor grote waarden van opgelegde buiging geeft de kolomtoetsing voor alle slankheden een overschatting van de bezwijkspanningen vergeleken met de 2^{e}-orde berekeningen.

De conclusie is toen gemaakt dat door middel van de 1^{e}-orde liggertoetsing aan te passen zodat deze voor alle slankheden de 2^{e}-orde berekeningen goed benadert, een nieuwe algemene 1^{e}-orde toetsing kan worden geformuleerd voor alle soorten houten elementen onderworpen aan druk en buiging. Dit is gelukt door de instabiliteitsfactoren ($k_{c,z}$ en k_{crit}) aan te passen waardoor het verloop van de liggertoetsing nagenoeg gelijk werd aan het verloop van de 2^{e}-orde berekening. Voor de onderzochte slankheden zijn deze aangepaste instabiliteitsfactoren nu bekend en kunnen deze worden gevonden in tabel 3 op pagina 43.

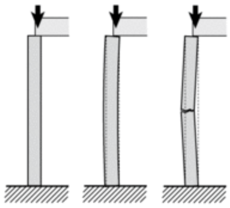
Aanbevolen wordt om de resultaten uit Ansys exacter te maken en meer parameters te onderzoeken op hun invloed op de aanpassing van de instabiliteitsfactoren voordat een nieuwe algemene 1^{e}-orde toetsing geformuleerd kan worden die voor alle situaties een juiste benadering van de werkelijkheid zal geven.

1. INLEIDING

1.1. AANLEIDING

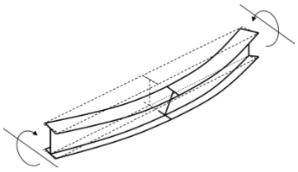
Wanneer constructie elementen, zoals liggers en kolommen, worden berekend bij het ontwerp van een constructie, moeten deze niet alleen getoetst worden op sterkte maar ook op stabiliteit. Dit houdt in dat een kolom niet mag gaan knikken en een ligger niet mag gaan kippen.

Knik is het fenomeen waarbij een kolom onder verticale druk, in horizontale richting zal gaan vervormen en dus uitknikken. In onderstaande afbeelding wordt dit geïllustreerd.



FIGUUR 1: KNIK BIJ EEN KOLOM BELAST MET AXIALE DRUKKRACHT (SKYCIV)

Kip komt vaak voor bij liggers die met buiging zijn belast in verticale richting en vervolgens in horizontale richting zullen uitbuigen en daarbij ook om hun as zullen roteren. Aan de hand van onderstaande afbeelding wordt dit fenomeen verduidelijkt.



FIGUUR 2: KIP BIJ EEN LIGGER OP BUIGING BELAST (STEEL STRUCTURES)

In Eurocode 5 benaderen ze deze instabiliteit problemen door een veiligheidsfactor toe te voegen aan de sterkte toetsing van kolommen of liggers. Hierdoor wordt de mogelijkheid dat het constructie element door instabiliteit bezwijkt, voorkomen.

Omdat een kolom naast axiale druk ook met buiging belast kan worden, wordt er in Eurocode 5 een toetsing gegeven voor de sterkte en stabiliteit van een kolom waarbij beide spanningen in voorkomen. Deze toetsing wordt als volgt gegeven:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \qquad (1)$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \qquad (2)$$

Waarbij aan beide uitdrukkingen moet zijn voldaan.

Hierbij is:

$\sigma_{c,0,d}$ = rekenwaarde van de drukspanning evenwijdig aan de vezelrichting

$\sigma_{m,y,d}$ = rekenwaarde van de buigspanning om de y-hoofdas

$\sigma_{m,z,d}$ = rekenwaarde van de buigspanning om de z-hoofdas

$f_{c,0,d}$ = rekenwaarde van de druksterkte volgens de vezelrichting

$f_{m,y,d}$ = rekenwaarde van de buigsterkte bij buiging om de y-hoofdas

$f_{m,z,d}$ = rekenwaarde van de buigsterkte bij buiging om de z-hoofdas

$k_{c,z}$ = knik instabiliteitsfactor

k_m = factor die rekening houdt met de herverdeling van de buigspanningen in de dwarsdoorsnede

Hetzelfde geldt voor liggers; liggers kunnen naast buiging ook onderworpen worden aan een axiale drukspanning en deze worden dan ook allebei meegenomen in de toetsing in Eurocode 5.

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit}*f_{m,y,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z}*f_{c,0,d}} \leq 1 \qquad (3)$$

En wanneer er enkel een moment My optreedt om de sterke y-as:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit}*f_{m,d}} \leq 1 \qquad (4)$$

Hierbij is:

k_{crit} = een factor die rekening houdt met de gereduceerde buigsterkte ten gevolge van kip

De vraag is nu, wat is het verschil tussen deze twee toetsingen? Ze worden allebei toegepast op een houten element, onderworpen aan buiging en druk. In Eurocode 5 wordt er niet verder op ingegaan bij welke begrenzingen deze toetsingen toegepast mogen worden, zoals de afmetingen van het houten constructie element, de maximale buigspanning, of de maximale drukspanning waar het element aan onderworpen wordt. Een begrenzing zou verduidelijken waarom één toetsing specifiek voor een kolom is en de andere voor een ligger. In een situatie waarbij een schuine ligger in een driespant of vakwerk getoetst moet worden op stabiliteit, wordt de vraag over welke toetsing je moet toepassen nog onduidelijker.

Het doel van dit onderzoek is daarom om de twee huidige toetsingen van Eurocode 5 te onderzoeken; te bekijken bij welke begrenzingen de formules toegepast kunnen worden voor een representatieve toetsing van de sterkte en stabiliteit; en als het mogelijk is, één formule te vinden waarbij elk houten element, onderworpen aan buiging en druk, voor een eerste orde berekening getoetst kan worden op sterkte en stabiliteit.

De onderzoeksvraag luidt hierbij: “Kan er één 1^e-orde toetsing worden gevonden die toegepast kan worden op alle houten elementen onderworpen aan druk en buiging?”

1.2. AANPAK

Inzicht in de toetsingen van Eurocode 5 voor een kolom en voor een ligger, onderworpen aan druk en buiging, zal verkregen worden door literatuuronderzoek en door de afzonderlijke parameters van de toetsingen één voor één te variëren en de bezwijkbelastingen uit te zetten in een grafiek. De volgende parameters worden onderzocht: de slankheid van het houten element, de opgelegde drukspanning en de opgelegde buigspanning. Hierbij is het interessant om te kijken voor welke situaties de één of de andere toetsing maatgevend is. Voor het in beeld brengen en het analyseren van de toetsingen van Eurocode 5 zal Excel gebruikt worden. Deze stappen worden uitgewerkt in hoofdstukken 2 en 3.

Vervolgens zullen er in hoofdstuk 4 voor deze verschillende situaties berekeningen van de 2^e-orde worden gemaakt. De 2^e-orde berekening wordt hierbij beschouwd als een goede benadering van de werkelijkheid. De uitkomsten hiervan zullen ook grafisch worden uitgezet. Er kan nu worden gecheckt of de bezwijkbelastingen volgens de 1^e-ordeberekening in de buurt liggen van de bezwijkbelastingen volgens de 2^e-ordeberekening. Wanneer het verschil tussen de twee bezwijkbelastingen te groot is, of wanneer de bezwijkbelasting van de 1^e orde hoger is dan die van de 2^e orde, kan de toetsing van de 1^e orde niet als veilig worden beschouwd voor de bijbehorende waarde van de variërende parameter. Er kan ook worden gekeken hoe de verlopen van de 1^e-orde toetsingen in de grafiek zich verhouden tot het verloop van de 2^e-orde berekening en op welke manier de instabiliteitsfactoren de werkelijk hebben proberen te benaderen.

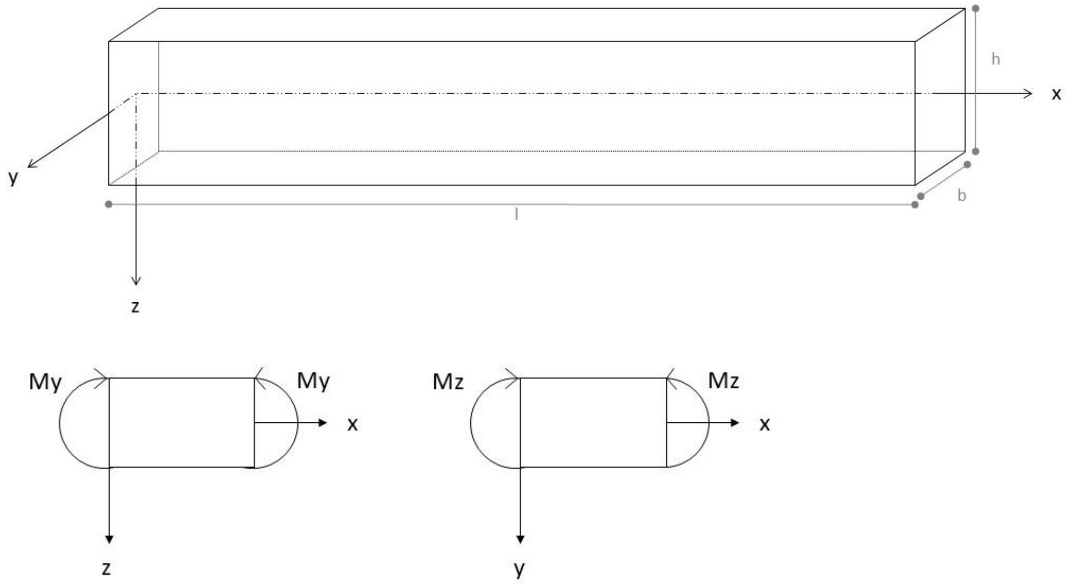
Hierna kunnen er conclusies getrokken worden over de mogelijkheid om de toetsing voor een kolom en de toetsing voor een ligger te vergelijken en wellicht te kunnen combineren.

Wanneer dit laatste het geval is, kan er een nieuwe toetsing opgesteld worden die een juiste 1^e-ordeberekening geeft voor alle houten elementen en voor alle waardes van druk en buiging. Hier wordt naar gekeken in hoofdstuk 5.

De conclusies van het onderzoek zijn ten slotte te lezen in hoofdstuk 6. Aanbevelingen voor vervolgonderzoek zullen in hoofdstuk 7 aan bod komen.

1.4. TEKENAFSPRAKEN

In het hele verslag zal gebruik worden gemaakt van de volgende assen, zoals ze ook worden gebruikt in Eurocode 5. Hierbij zal de y-as de sterke as zijn en de z-as de zwakke as. Het opgelegd moment zal dus optreden om de y-as heen (M_y), de axiale drukkracht zal in de richting van de x-as werken en instabiliteit zal optreden rond de z-as. De afmetingen van het element zullen dus altijd groter zijn in de z-richting dan in de y-richting.

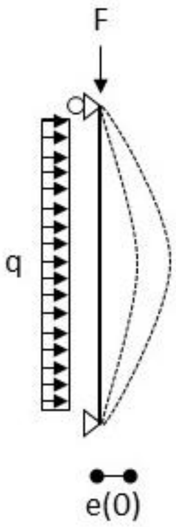


FIGUUR 3: TEKENAFSPRAKEN ASSEN EN KRACHTEN OP ELEMENT

2. 1E- EN 2E-ORDEBEREKENING

De toetsingen in Eurocode 5 voor de sterkte en stabiliteit van houten elementen onderworpen aan druk en buiging kunnen worden beschouwd als 1e-ordeberekeningen. 1e-ordeberekeningen zijn geometrisch lineaire berekeningen die uitgaan van de evenwichtseigenschappen van een element met een perfect rechte vorm. (Oorebeek, 2013). Omdat bij knik of kip de kolom of balk per definitie niet meer helemaal recht is, maar een zijwaartse vervorming zal hebben, klopt deze stelling niet helemaal meer. Echter, omdat de toetsingen in Eurocode 5 een knik of kip instabiliteitfactor gebruiken, die deze eigenschap in rekening brengen, kunnen de toetsingen alsnog als 1e-ordeberekeningen gebruikt worden. De knik en kip instabiliteitfactor zijn namelijk afgeleid van de 2e-orde berekening.

Een 2e-ordeberekening is een geometrisch niet-lineaire berekening. Deze berekening gaat uit van een ligger of kolom met een kromming als gevolg van de initiële krachten. Per definitie moet de excentriciteit van de kromming minimaal 0,0025 keer de lengte van de ligger of kolom zijn. (Normcommissie 351 001 "Technische Grondslagen voor Bouwconstructies" , 2011) Dit heeft als gevolg dat wanneer er een axiale drukkracht op het element werkt, deze naarmate de excentriciteit van de horizontale vervorming groter wordt een steeds groter moment zal uitoefenen op het element. Er zal dus in dit geval rekening gehouden moeten worden met een extra buigspanning bij de toetsing van de sterkte van het materiaal. Hieronder is een uitwerking te zien van een 2e-ordeberekening van een kolom dat alleen belast wordt door een axiale drukkracht.



$$N = F$$

$$M_1 = F * e_0 = \frac{1}{8} * q_1 * l^2 \Leftrightarrow q_1 = \frac{8M_1}{l^2}$$

$$e_1 = e_0 + \frac{5q_1 * l^4}{384 * E * I_z}$$

$$M_2 = F * e_1 = \cdots$$

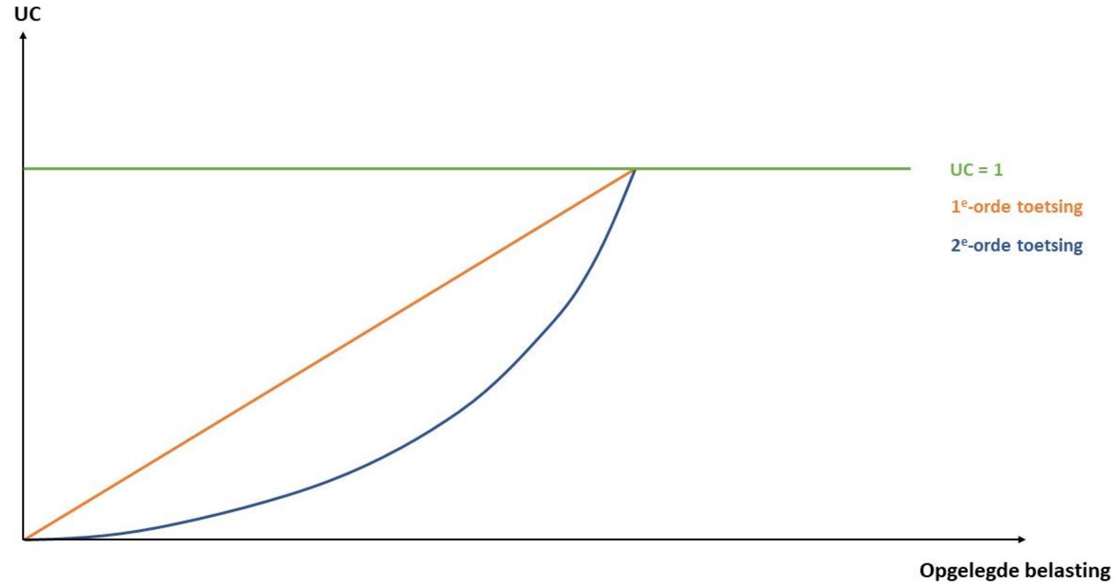
$$M_{eind} = F * e_n$$

$$\sigma_{m,z,d} = \frac{M_{eind} * 0,5 * y}{I_z} \quad (5)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (6)$$

FIGUUR 4: SCHEMATISERING VAN EEN UITKNIKKENDE KOLOM

Grafisch gezien, kan het verschil in de twee toetsingen ook duidelijk opgemerkt worden. De 1e-ordetoetsing voor een kolom zal een lineair verband laten zien. De 1e-orde toetsing voor een ligger zal wat afwijken van een lineair verband aangezien term die met de buigspanning rekening houdt in het kwadraat staat. Wanneer opgelegde buiging wegvalt, zal deze echter ook een lineair verloop laten zien. Dit komt doordat de kip en knik instabiliteitfactoren onafhankelijk zijn van de opgelegde belasting. In de formule is te zien dat wanneer de belasting vergroot wordt, de unity check ook lineair zal oplopen. In de tweede orde toetsing heeft de opgelegde belasting een grotere invloed. Niet alleen zal de spanning in het element als direct gevolg van deze belasting oplopen, maar ook de buigspanning als gevolg van de 2e-orde verplaatsing. In een grafiek laat een 2e-orde toetsing bijgevolg een meer exponentiële vorm zien. Dit wordt geïllustreerd in Figuur 5.



FIGUUR 5: THEORETISCH VERLOOP VAN 1E- EN 2E-ORDE BEREKENING

Omdat de 1e-orde toetsingen (de toetsingen in Eurocode 5) afgeleid zijn van de 2e-orde toetsing en de 2e-ordetoetsing de beste benadering van de werkelijkheid is, zal de 2e-orde toetsing gebruikt worden als check bij het onderzoeken van de 1e-orde toetsingen. De 1e-orde toetsing moet namelijk in ieder geval even veilig of veiliger zijn dan de 2e-orde toetsing, maar wanneer de toetsing een te veilig antwoord geeft, kan de 1e-orde toetsing ook niet als een goede benadering worden beschouwd.

De 1e-orde toetsingen zullen worden onderzocht aan de hand van Excel. De opgelegde buiging en druk en de slankheid van het element zullen worden gevarieerd tot hun uiterste waardes. De verschillende bezwijklasten zullen vervolgens per variërende parameter in een grafiek worden gezet.

De 2e-orde toetsingen zijn minder simpel om uit te rekenen. Dit komt doordat door de excentriciteit die groter wordt, het moment door de axiale drukkracht ook weer groter wordt. Vervolgens zal het groter wordende moment ook weer de excentriciteit van de kromming vergroten. In 2D kan dit nog met de hand berekend worden. Dit is het geval voor een kolom die alleen belast wordt door een axiale drukkracht en in het vlak zal vervormen (dit is in bovenstaande formules te zien). Omdat hier kolommen en balken onderzocht worden die zowel onderworpen zijn aan een axiale drukkracht als aan buiging, zal het element in 3D gaan vervormen. Daarom zal het programma Ansys gebruikt worden om de 2e-ordeberekening op te lossen.

3. 1^{E}-ORDEBEREKENINGEN

3.1. DE TWEE TOETSINGEN VOOR DE STABILITEIT VAN HOUTEN ELEMENTEN

Beide formules voor de 1^{e}-ordeberekening van houten elementen onderworpen aan druk en buiging hebben kleine aanpassingen op de algemene toetsing voor de sterkte van een element. Zoals al eerder besproken, zorgen deze aanpassingen ervoor dat de stabiliteit in rekening wordt gebracht bij het toetsen van het element.

Algemene formule voor spanningstoetsing, zonder check op stabiliteit:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \qquad (7)$$

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \qquad (8)$$

Algemene formule voor spanningstoetsing, zonder check op stabiliteit en wanneer alleen buiging optreedt:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 \qquad (9)$$

Toetsing voor een kolom:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} * f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1$$

Toetsing voor een ligger:

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} * f_{c,0,d}} + \left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} * f_{m,y,d}}\right)^2 \leq 1$$

Toetsing voor een ligger wanneer er alleen een moment My om de sterke y-as optreedt:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{crit} * f_{m,y,d}} \leq 1$$

Het verschil tussen de toetsing voor een kolom onderworpen aan druk en buiging (vergelijking 2) en de toetsing voor een ligger onderworpen aan druk en buiging (vergelijking 3) (hierna genoemd: ”de twee toetsingen”) is het volgende: Bij de toetsing voor kolommen wordt alleen de knik instabiliteitsfactor ($k_{c,z}$) toegevoegd aan de algemene formule. Bij de toetsing voor liggers wordt er zowel de knik instabiliteitsfactor toegevoegd als een kip instabiliteitsfactor (k_{crit}). Daarbij staat de term in de formule die rekening houdt met de buigspanning in het element, in het kwadraat. Ook staat de term die rekening houdt met de druk in het element, in tegenstelling tot de algemene spanningstoetsing, niet in het kwadraat in beide toetsingen.

De volgende parameters die invloed hebben op de twee toetsingen zullen aan de hand van Excel gevarieerd worden en in grafieken in beeld worden gebracht, totdat er conclusies getrokken kunnen worden over het daadwerkelijke verschil tussen de toetsing voor een kolom en de toetsing voor een ligger, onderworpen aan druk en buiging:

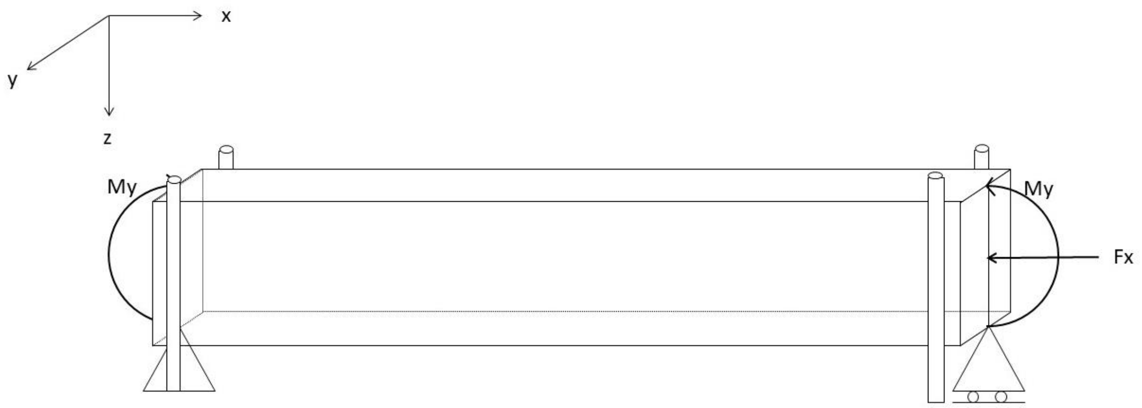
- De opgelegde axiale drukkracht
- Het opgelegd moment

- De lengte van het element
- De dikte van het element loodrecht op de richting van de zwakke as

3.2. INVLOED VAN DE OPGELEGDE DRUKKRACHT EN HET OPGELEGD MOMENT

Als eerste worden de afmetingen van het houten element vastgehouden op de volgende waardes, terwijl de drukkracht en het opgelegd moment onderzocht worden:

l = 2 meter, b = 50 mm, h = 300 mm



FIGUUR 6: SCHEMATISERING VAN DE OPGELEGDE BELASTINGEN

In de situatie die in dit verslag zal onderzocht worden wordt het element belast door een constant moment om de sterke as heen (My) en een drukkracht in de richting van de x-as. Ook ligt dit element op twee scharnierende opleggingen, waaronder één een roloplegging. Aan beide zijden zijn ook gaffelopleggingen geplaatst waardoor de verplaatsing in de y-richting gelijk aan 0 is bij de opleggingen.

Omdat er geen opgelegde buiging om de z-as is, valt deze term weg in de 1e-ordeberekening.

De kniklengtes om de z- en de y-as zijn in deze situatie gelijk aan elkaar. Wel zal het element om de z-as gaan knikken aangezien dit de zwakke as is in deze situatie. Hierdoor zal vergelijking 2 maatgevend zijn in de toetsing voor een kolom.

De twee toetsingen worden vervolgens in Excel ingevoerd (dit is te zien in bijlage 1). Om de twee toetsingen op te kunnen lossen zijn de volgende formules en aannames nodig:

$$k_m = 0{,}7$$

$$\begin{pmatrix} factor\ die\ rekening\ houdt\ met\ de\ herverdeling\ van\ de\ buigspanningen\ in\ de\ dwarsdoorsnede, \\ waarde\ voor\ gezaagd, LVL\ of\ gelijmd\ gelamineerd\ hout\ met\ rechthoekige\ doorsnede \end{pmatrix}$$

In dit onderzoek zoek zal $k_m = 1$ worden gesteld aangezien de toetsingen van de 1e-orde en de toetsing van de 2e-orde dan beter met elkaar vergeleken kunnen worden. De factor zal dan namelijk in ieder geval geen invloed hebben op de verlopen in de grafiek waardoor de invloeden van de instabiliteitsfactoren wel duidelijk onderzocht kunnen worden.

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{{k_z}^2 - {\lambda_{rel,z}}^2}} \tag{10}$$

$$k_z = 0{,}5\left(1 + \beta_c\left(\lambda_{rel,z} - 0{,}3\right) + {\lambda_{rel,z}}^2\right) \tag{11}$$

$$\beta_c = 0{,}1$$

$$\left(\begin{array}{c} factor\ voor\ elementen\ binnen\ de\ grenzen\ voor\ rechtheid\ gedefinieerd\ in \\ hoofdstuk\ 10\ van\ Eurocode\ 5, voor\ gelijmd\ gelamineerd\ hout \end{array}\right)$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi}\sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \tag{12}$$

$$\lambda_z = l_{buc}\sqrt{\frac{A}{I_z}} \tag{13}$$

$$l_{buc} = l\ (voor\ kolom\ gesteund\ door\ twee\ scharnieren)$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12} \tag{14}$$

$$k_{crit} = 1{,}56 - 0{,}75\lambda_{rel,m}\ \ \left(voor\ 0{,}75 < \lambda_{rel,m} < 1{,}4\right) \tag{15}$$

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \tag{16}$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{\pi\sqrt{E_{0,05}I_zG_{0,05}I_{tor}}}{l_{ef}W_y} \tag{17}$$

$$I_{tor} = \frac{hb^3}{3} \tag{18}$$

$$l_{ef} = l\ (voor\ balk\ op\ twee\ steunpunten\ en\ met\ constant\ moment)$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F}{bh} \tag{19}$$

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M}{W_y} \tag{20}$$

$$W_y = \frac{bh^2}{6} \tag{21}$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}f_{c,0,k}}{\gamma_M} \tag{22}$$

$$k_{mod} = 0{,}8$$

$$\begin{pmatrix} modificatiefactor\ die\ de\ invloed\ van\ de\ belsstingsduur\ en\ het\ vochtgehalte\ in\ rekening\ brengt, \\ waarde\ voor\ gelijmd\ gelamineerd\ hout, klimaatklasse\ 1, middellang\ belastingsduurklasse \end{pmatrix}$$

$$\gamma_M = 1{,}25\ (partiële\ materiaalfactor, waarde\ voor\ gelijmd\ gelamineerd\ hout)$$

$$f_{m,y,d} = \frac{k_h k_{mod} f_{m,y,k}}{\gamma_M} \qquad (23)$$

$$k_h = min\left(\left(\frac{600}{h}\right)^{0,1}; 1{,}1\right) \qquad (24)$$

$$(hoogtefactor, voor\ gelijmd\ gelamineerd\ hout\ met\ een\ hoogte\ kleiner\ dan\ 600\ mm)$$

TYPE HOUT	GL24H
$f_{c,0,k}$	24 N/mm²
$f_{m,y,k}$	24 N/mm²
$E_{0,05}$	9400 N/mm²
$G_{0,05}$	540 N/mm²

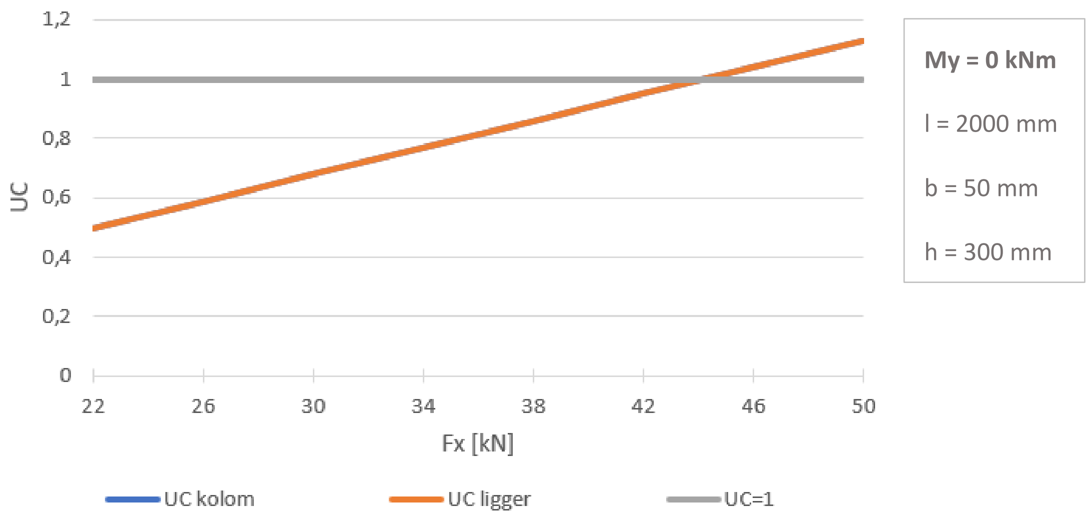
TABEL 1: EIGENSCHAPPEN HOUTTYPE GL24H

(Normcommissie 351 001 “Technische Grondslagen voor Bouwconstructies” , 2011), (Borgström, 2016)

Gekozen is geweest voor gelijmd gelamineerd hout, meer specifiek GL24h, doordat dit een veel gebruikt materiaal is in houtconstructies. Ook is dit houttype gebruikt in voorgaande bachelor eindprojecten over de instabiliteit van houten elementen.

De volgende conclusies kunnen gesteld worden na het vergelijken van de resultaten in Excel en een interpretatie van de twee toetsingen (vergelijkingen 2 en 3).

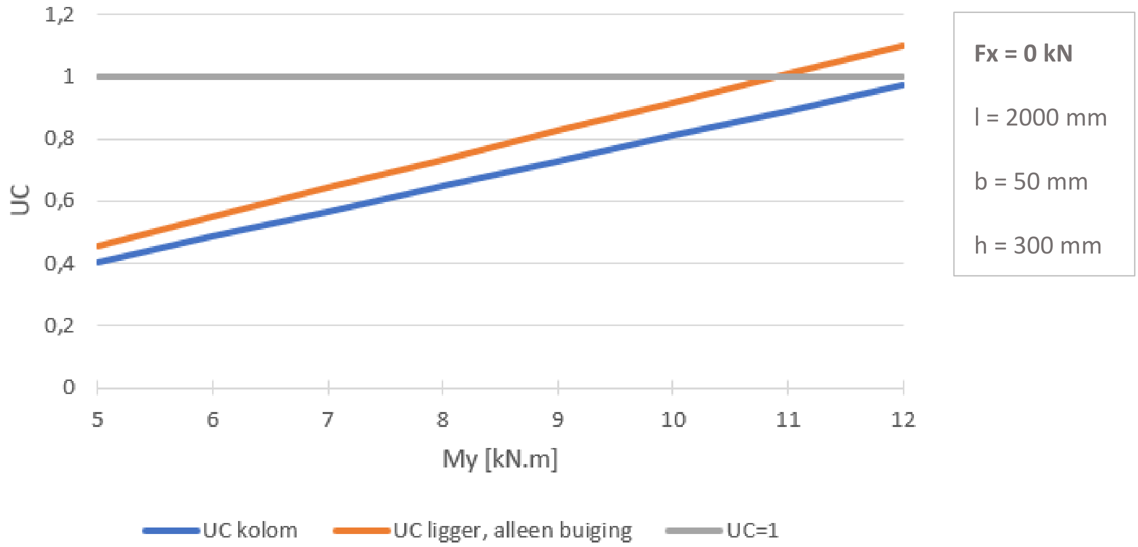
In Figuur 7 wordt het element onderworpen aan alleen een axiale drukkracht.



FIGUUR 7: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK

Uit de grafiek kan afgeleid worden dat het niet zal uitmaken welke van de twee toetsingen er gebruikt wordt. Dit komt doordat wanneer $\sigma_{m,d}$ gelijk is aan 0, dit deel in de formule zal wegvallen en de twee toetsingen bijgevolg exact hetzelfde worden, aangezien in de toetsing voor liggers, knikinstabiliteit ook in rekening wordt gebracht.

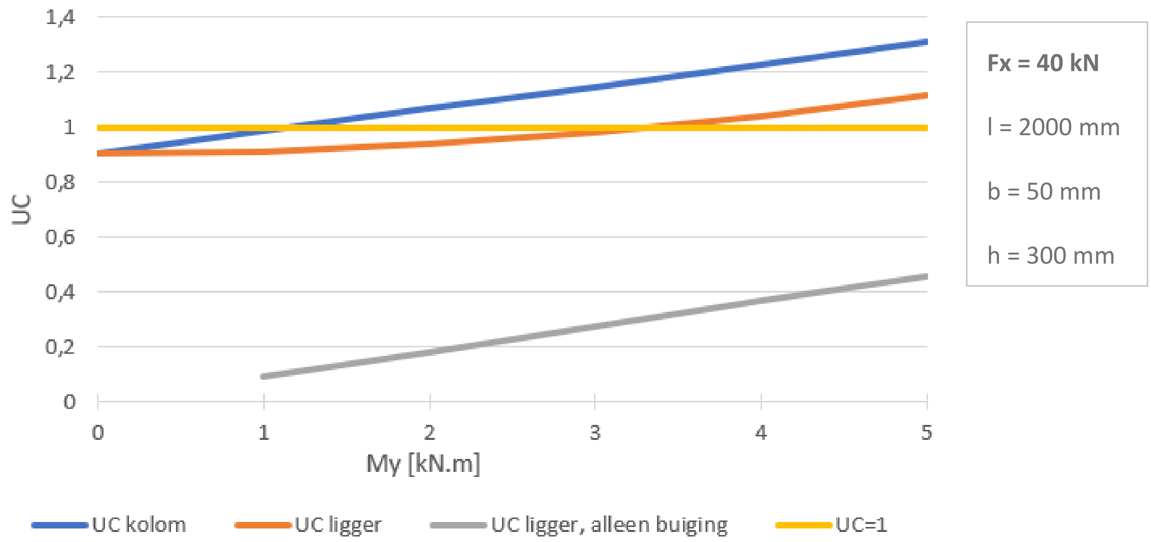
In Figuur 8 wordt het element onderworpen aan alleen buiging.



FIGUUR 8: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN BUIGING

Wanneer er alleen buiging optreedt op het element, zal alleen de toetsing voor een ligger (waarbij alleen een moment optreedt) maatgevend zijn. Dit wil zeggen dat de toetsing voor liggers een kleiner moment geeft waarbij het element al zal bezwijken. Alleen in deze toetsing wordt namelijk rekening gehouden met kipinstabiliteit. Wanneer hier niet rekening mee gehouden wordt, is er een grote kans dat het element bezwijkt door kip.

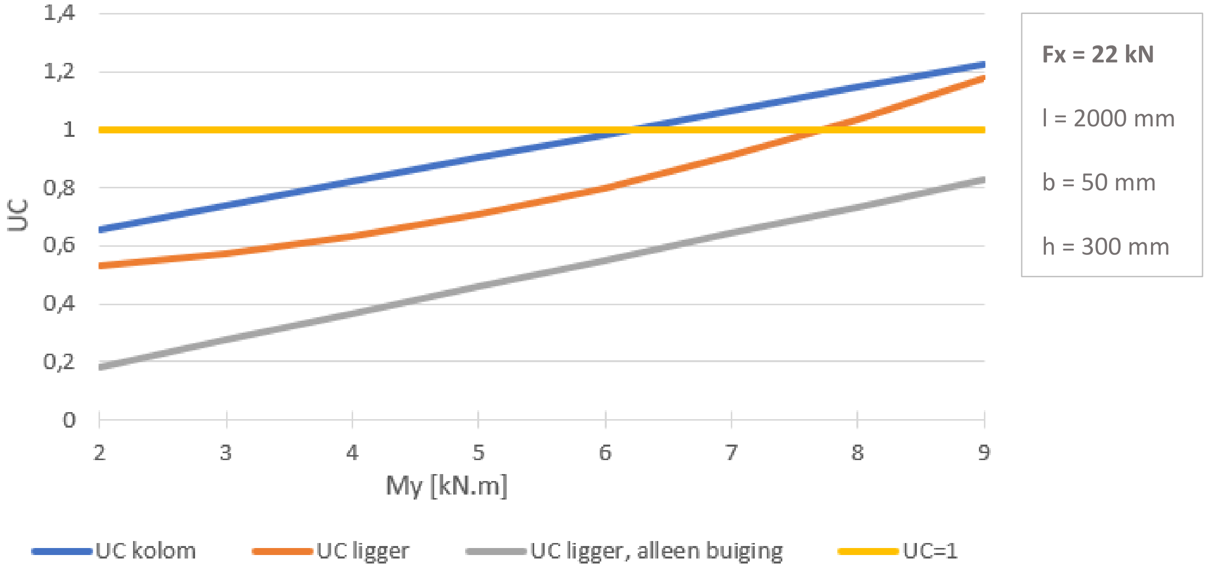
Vervolgens wordt het element onderworpen aan druk en buiging. Als eerste wordt de axiale drukkracht vastgezet op 90% van de maximale drukkracht (wanneer er geen moment optreedt). Het moment wordt vervolgens verhoogd totdat de toetsingen een unity check van 1 bereiken. Dit is te zien in Figuur 9.



FIGUUR 9: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

Wanneer het element onderworpen wordt aan zowel druk als buiging is het volgende op te merken: wanneer de axiale drukkracht hoog is (circa 90 % van de maximale drukkracht wanneer er geen buiging optreedt) en de buiging laag blijft, is de toetsing voor een kolom maatgevend. Dit wil zeggen, met de toetsing voor een kolom heb je met een minder groot moment al een unity check gelijk aan 1. Dit komt waarschijnlijk doordat buiging een grotere factor is in de toetsing van liggers doordat deze in het kwadraat staat. Wanneer de buiging laag blijft, zal dit veel schelen in deze toetsing.

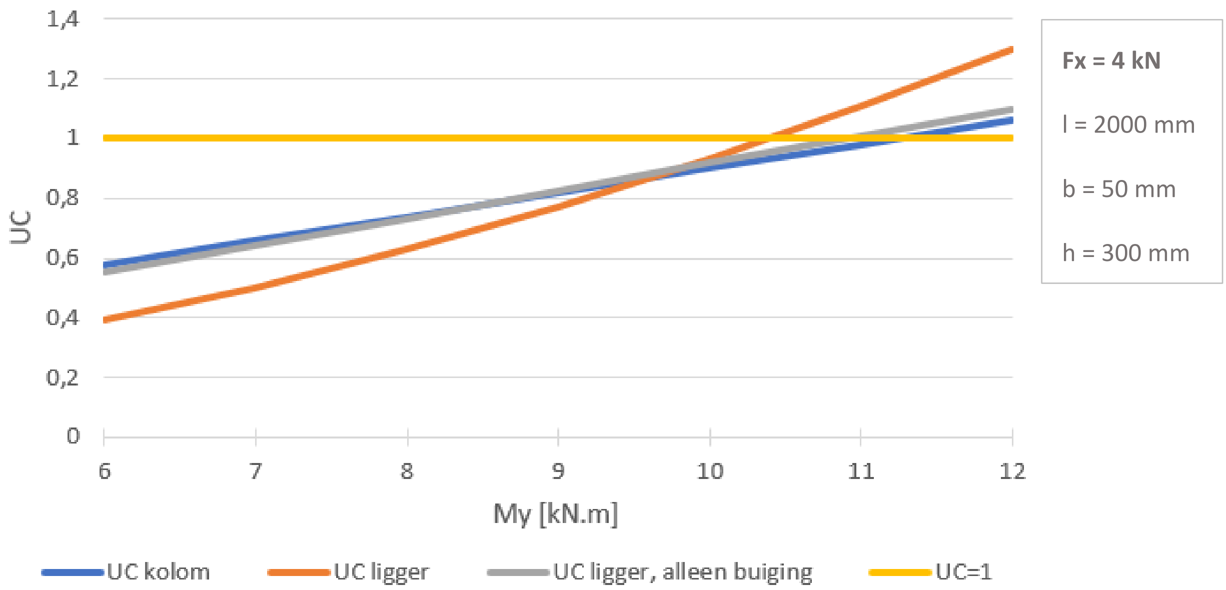
Vervolgens wordt de axiale drukkracht vastgezet op circa 50% van de maximale drukkracht. Dit is te zien in Figuur 10.



FIGUUR 10: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

Wanneer circa 50% van de maximale drukkracht wordt genomen en de buiging middelmatig is, is de toetsing voor een kolom nog steeds maatgevend. Wel schuiven de twee verlopen dichter naar elkaar toe.

Ten slotte wordt de axiale drukkracht vastgezet op circa 10% van de maximale drukkracht. Dit is te zien in Figuur 11.

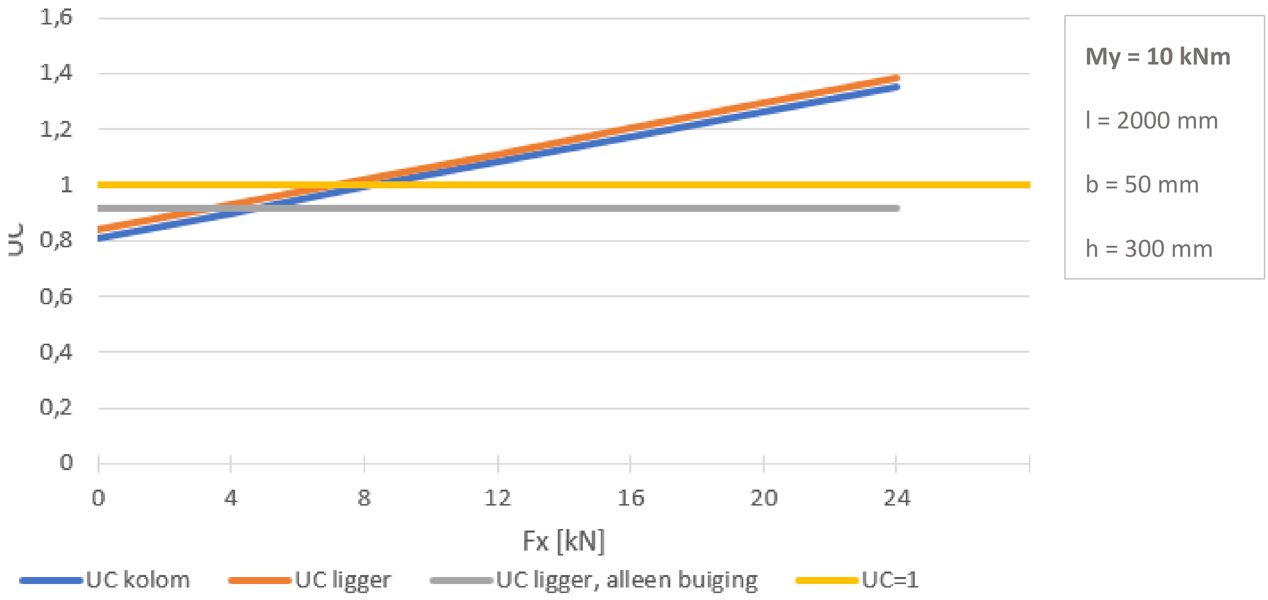


FIGUUR 11: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

Wanneer de axiale drukkracht laag is (circa 10% van de maximale drukkracht, wanneer er geen buiging optreedt), en de buiging hoger wordt, zal nu de toetsing van een ligger maatgevend zijn.

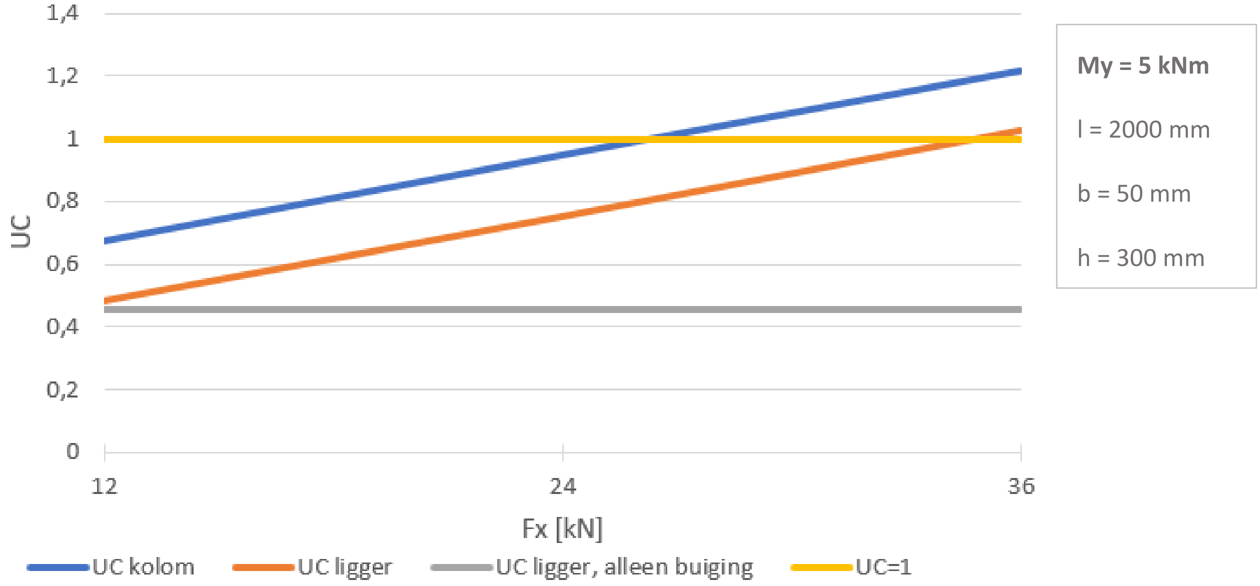
Te concluderen is dat wanneer er buiging en druk optreedt op een houten element met de bovenstaande afmetingen en knik- en kiplengtes, de toetsing voor een kolom maatgevend is voor hogere waarden van Fx. Op een gegeven moment zullen de toetsingen dezelfde bezwijklast geven. Deze grens zal ergens tussen een waarde van 10 tot 50% van de maximale Fx zijn. Wanner Fx lager dan deze grens komt zal de toetsing voor een ligger maatgevend zijn.

Vervolgens is er ook onderzocht geweest wat het resultaat is wanneer My gelijk aan een vaste waarde wordt gesteld, en Fx gevarieerd wordt. Zoals bij Fx, zullen we de toetsingen onderzoeken bij een My die een waarde heeft van circa 90% van de maximale My, berekend bij Fx gelijk aan 0. Ook zullen we dit doen voor een waarde van circa 50% en 10% van de maximale My.



FIGUUR 12: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

Bij de eerste My (circa 90% van het maximaal moment) is te zien dat de toetsing voor een ligger net een veiligere bezwijklast geeft. Dit is te zien in Figuur 12.



FIGUUR 13: UC VOOR ELEMENT (GL24H) ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

Bij de tweede My (circa 50% van het maximaal moment) geeft de toetsing voor een kolom een veiligere bezwijklast. Dit is te zien in Figuur 13.

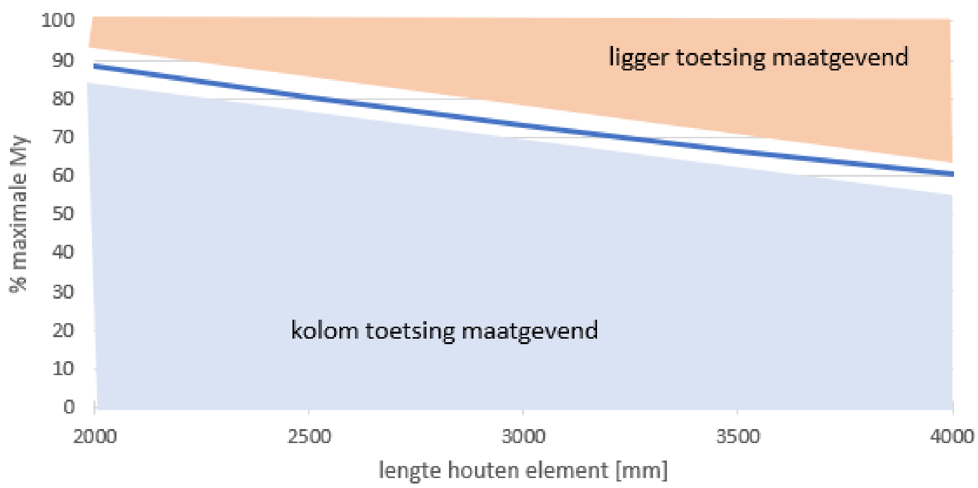
Voor een My lager dan 50% van de maximale My, zal de toetsing voor een kolom steeds meer maatgevend zijn.

Te concluderen is dat wanneer er in een houten element met bovenstaande afmetingen en knik- en kiplengtes buiging en druk optreedt, de toetsing voor een ligger maatgevend zal zijn wanneer My een hoge waarde heeft. De twee toetsingen zullen dezelfde bezwijklast geven wanneer de waarde van My tussen de 50 en 90% van de maximale My ligt. Daar onder, zal de toetsing voor een kolom een veiligere bezwijklast geven.

3.3. INVLOED VAN DE LENGTE EN DIKTE VAN HET ELEMENT

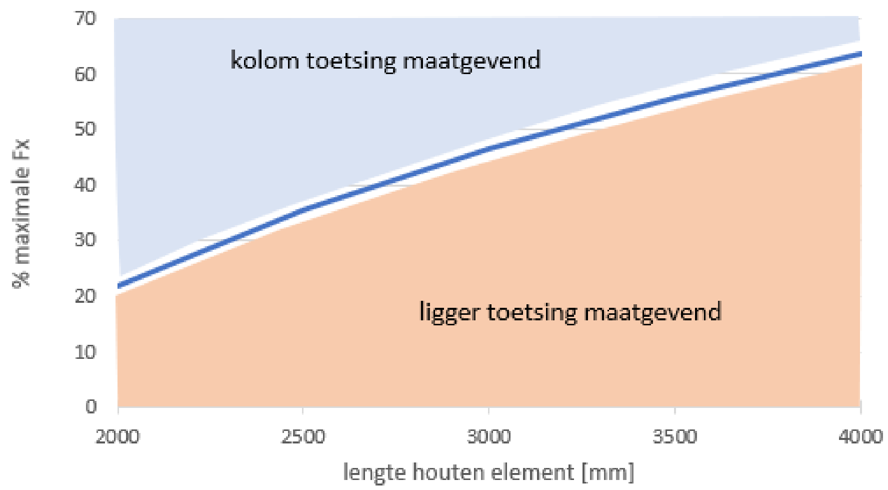
Bovenstaande conclusies zijn getrokken bij bepaalde afmetingen van het houten element. Deze conclusies kunnen dus in geen geval veralgemeend worden. Er zal nu onderzocht moeten worden wat de afmetingen van het element voor invloed heeft op het verschil tussen de twee toetsingen. Dit wordt gedaan door net zoals hierboven, eerst de maximale drukkracht en het maximaal opgelegd moment te berekenen. Vervolgens zal er voor de variërende afmetingen berekend worden voor welk moment of drukkracht alle twee de toetsingen een unity check gelijk aan 1 geven. Dit is de grens waarbij de toetsingen allebei gebruikt kunnen worden. Onder en boven deze grens zal één van de twee toetsingen een veiliger antwoord geven dan de andere. Het doel is om te analyseren welk verloop deze grens heeft voor variërende afmetingen van het element.

De lengte van het element zal gevarieerd worden van 2 tot 6 meter, terwijl de dikte en hoogte op respectievelijk 50 en 300 mm vastgezet wordt. Onder twee meter hoeft namelijk in dit geval het element niet op kip worden getoetst doordat de slankheid klein genoeg is.



FIGUUR 14: % VAN MAXIMALE M_Y WAARBIJ DE TWEE TOETSINGEN GELIJK AAN ELKAAR ZIJN

In Figuur 14 is te zien dat deze grens van My verandert naarmate de lengte van het houten element verandert. Wanneer het element langer wordt, bij dezelfde dikte en breedte van het element, zal de grens van My, waarbij beide toetsingen gebruikt kunnen worden, lager worden volgens een lineair verband. Bij een element met een lengte van 2 meter, zal onder een waarde van circa 90% van de maximale My de toetsing voor een kolom een veiliger antwoord bieden. Boven een waarde van circa 90% van de maximale My zal de toetsing voor een ligger een veiliger antwoord bieden. Bij een element met een lengte van 4 meter, zal onder een waarde van circa 60% van de maximale My de toetsing voor een kolom een veiliger antwoord bieden. Boven een waarde van circa 60% van de maximale My zal de toetsing voor een ligger een veiliger antwoord bieden.

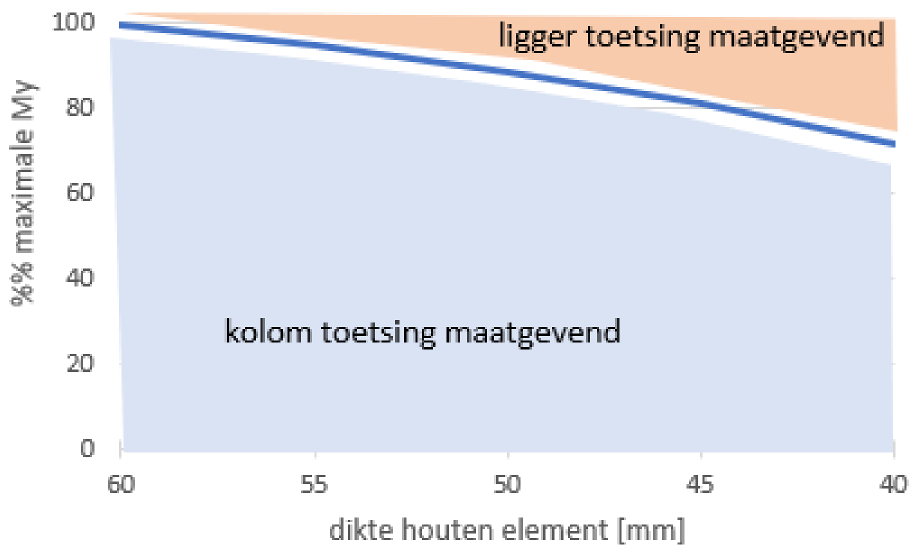


FIGUUR 15: % VAN MAXIMALE F_X WAARBIJ DE TWEE TOETSINGEN GELIJK AAN ELKAAR ZIJN

In tegenstelling zal wanneer het element langer wordt, bij dezelfde dikte en breedte van het element, de grens van de drukkracht, waarbij beide toetsingen gebruikt kunnen worden, hoger worden volgens een meer exponentieel verband. Bij een element met een lengte van 2 meter zal onder een waarde van circa 20% van de maximale Fx, de toetsing voor een ligger een veiliger antwoord bieden. Boven een waarde van circa 20% van de maximale Fx zal de toetsing voor een kolom een veiliger antwoord bieden. Bij een element met een lengte van 4 meter, zal onder een waarde van circa 65% van de maximale Fx de toetsing voor een ligger een veiliger antwoord bieden. Boven een waarde van circa 65% van de Fx zal de toetsing voor een kolom een veiliger antwoord bieden. Dit is te zien in Figuur 15.

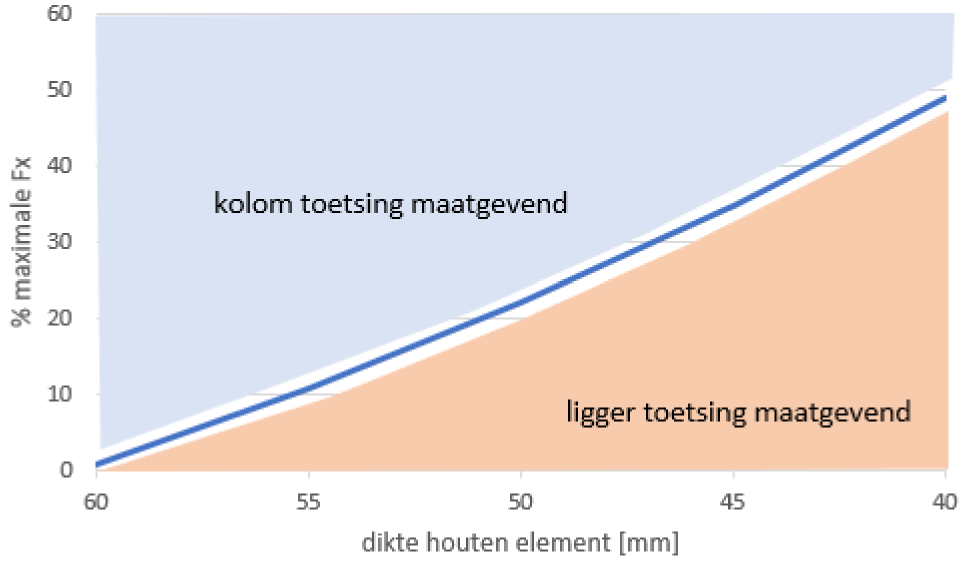
Kort gezegd heeft de lengte van het houten element invloed op de waarden van de opgelegde krachten waarbij de één of de andere toetsing gebruikt moet worden.

Dezelfde analyse is gedaan voor de dikte van het element. De lengte en hoogte van het element wordt vastgezet of respectievelijk 2000 en 300 mm en de dikte van het element wordt gevarieerd van 60 tot 40 mm.



FIGUUR 16: % VAN MAXIMALE M_Y WAARBIJ DE TWEE TOETSINGEN GELIJK AAN ELKAAR ZIJN

In Figuur 16 is te zien dat bij een afnemende dikte, de waarde van My waarbij de toetsingen gelijk aan elkaar zijn exponentieel zal aflopen.



FIGUUR 17: % VAN MAXIMALE F_X WAARBIJ DE TWEE TOETSINGEN GELIJK AAN ELKAAR ZIJN

In Figuur 17 is te zien dat bij een afnemende dikte, de waarde van Fx waarbij de toetsingen gelijk aan elkaar zijn exponentieel zal oplopen.

Een overzicht van alle grafieken en de conclusies ervan in tabelvorm is te vinden in bijlage 2.

3.4. 1^E-ORDETOETSINGEN OP EEN NIEUWE MANIER IN BEELD GEBRACHT

Momenteel is de invloed van de lengte en van de dikte van het element los van elkaar geanalyseerd, met een vaste waarde voor de sterkte van het materiaal. Dit geeft een beter inzicht op de invloeden van de lengte en de dikte van een houten element op de keuze van welke toetsing meer maatgevend is. Dit zorgt echter niet voor methode die in de praktijk bruikbaar is. Gewenst is namelijk de invloed te weten van een combinatie van lengte, dikte, hoogte én sterkte van het materiaal op welke toetsing je moet kiezen. Gewenst is dus om voor een bepaalde slankheid van een element (een combinatie van lengte, dikte en hoogte) de bezwijklast te berekenen volgens de maatgevende toetsing. Het is alleen niet mogelijk om dat via bovenstaande methode te doen. Een bepaalde waarde van slankheid kan namelijk verschillende verhoudingen aan lengte, dikte en hoogte bevatten. Dit zorgt ervoor dat één waarde van slankheid, niet een vast oppervlakte A, of weerstandsmoment W heeft. Deze twee eigenschappen hebben allebei een invloed op de spanningen in het element. Het is dus nodig om de 1^e-orde toetsingen op een andere manier voor te stellen, zodat de spanningen uit de grafiek worden gehaald en de slankheid als parameter gevarieerd kan worden.

Dit kan gedaan worden door de spanningen op de assen van de grafiek te zetten. De verhouding van de drukspanning over de druksterkte staat dan op de x-as en de verhouding van de buigspanning op de buigsterkte staat vervolgens op de y-as. Voor verschillende slankheden kan dan het verloop van de twee toetsingen in beeld worden gebracht voor een bepaalde combinatie aan druk en buiging. Zo kan er voor een bepaalde slankheid (en sterkteklasse van het hout) in de grafiek opgezocht worden voor welke combinatie aan druk en buiging het element niet (of wel) zal bezwijken en welke toetsing de veiligste bezwijklast geeft.

Omdat er per slankheid een functie in deze grafiek moet komen is het nodig om deze als parameter te hebben die je makkelijk kan aanpassen. In de formule voor een kolom staat de slankheid λ al apart in de formule. Deze slankheid houdt rekening met de lengte en breedte van het element. In de formule voor een ligger wordt de slankheid λ gebruikt, maar houdt de kip instabiliteitsfactor ook rekening met de hoogte van het element. Er moet dus voor de toetsing van een ligger een nieuwe slankheid "λ_{kip} " worden geformuleerd die ook de hoogte van het element in rekening brengt.

In onderstaande berekening is te zien hoe dit wordt gedaan:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{\pi\sqrt{E_{0,05}I_z G_{0,05}I_{tor}}}{l_{ef}W_y}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{m,crit} = \frac{\sqrt{\frac{hb^3}{3}}\sqrt{\frac{hb^3}{12}}\pi\sqrt{E_{0,05}G_{0,05}}}{l_{ef}\frac{bh^2}{6}}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{m,crit} = \frac{b^2\pi\sqrt{E_{0,05}G_{0,05}}}{l_{ef} * h}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{m,crit} = \frac{\pi\sqrt{E_{0,05}G_{0,05}}}{\lambda_{kip}}$$

Met :

$$\lambda_{kip} = l_{ef}\frac{h}{b^2} \qquad (25)$$

Ter vergelijking nog een keer de slankheid die in de knik toetsing wordt gebruik (voor de duidelijkheid vanaf nu als λ_{knik} geschreven):

$$\lambda_{knik} = l_{buc}\sqrt{\frac{A}{I_z}} = l_{buc}\frac{\sqrt{12}}{b}$$

Om het verloop van de toetsingen in de grafiek te zetten, is het nodig om de verhouding van de buigspanning over de buigsterkte in functie van de drukspanning over de druksterkte te zetten. Er worden dan de volgende vergelijkingen verkregen:

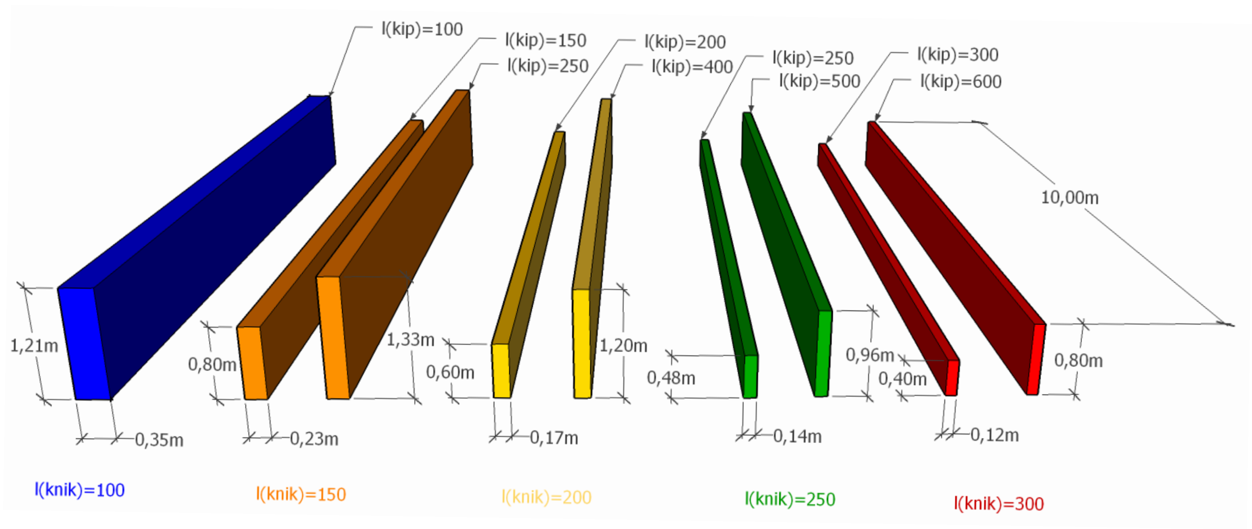
1^{e}-orde toetsing voor een kolom onderworpen aan druk en buiging:

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq 1 - \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z}f_{c,0,d}} \qquad (26)$$

1^{e}-orde toetsing voor een ligger onderworpen aan druk en buiging

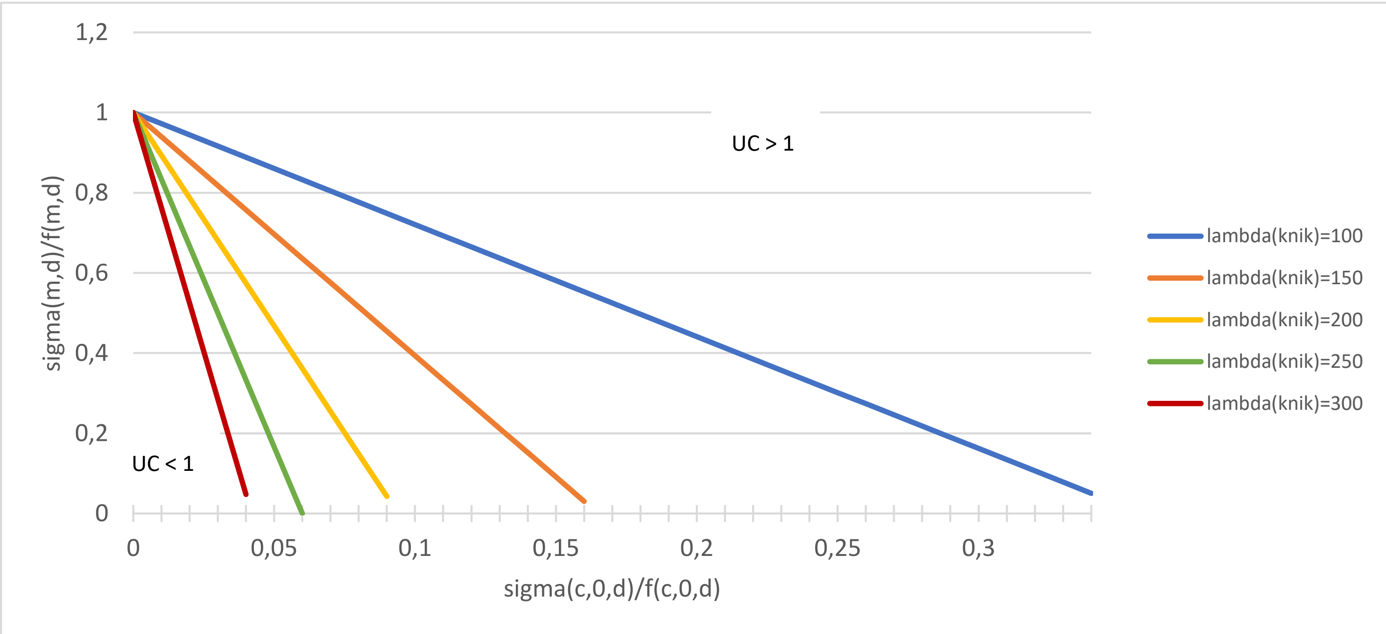
$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq k_{crit}\sqrt{1 - \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z}f_{c,0,d}}} \qquad (27)$$

Gekozen is geweest voor bepaalde waarden van slankheid die in de praktijk vaak voorkomen. Daarin zijn dan vervolgens de uiterste waarden van genomen. De afmetingen die gebruikt zullen worden in de rest van het onderzoek zijn te zien in Figuur 18.



FIGUUR 18: AFMETINGEN VAN DE ELEMENTEN MET BIJBEHORENDE SLANKHEID

In de grafiek kan nu eerst het verloop van de toetsing voor een kolom in beeld gebracht worden voor verschillende waarden van de slankheid λ_{knik}. Dit is te zien in Figuur 19.

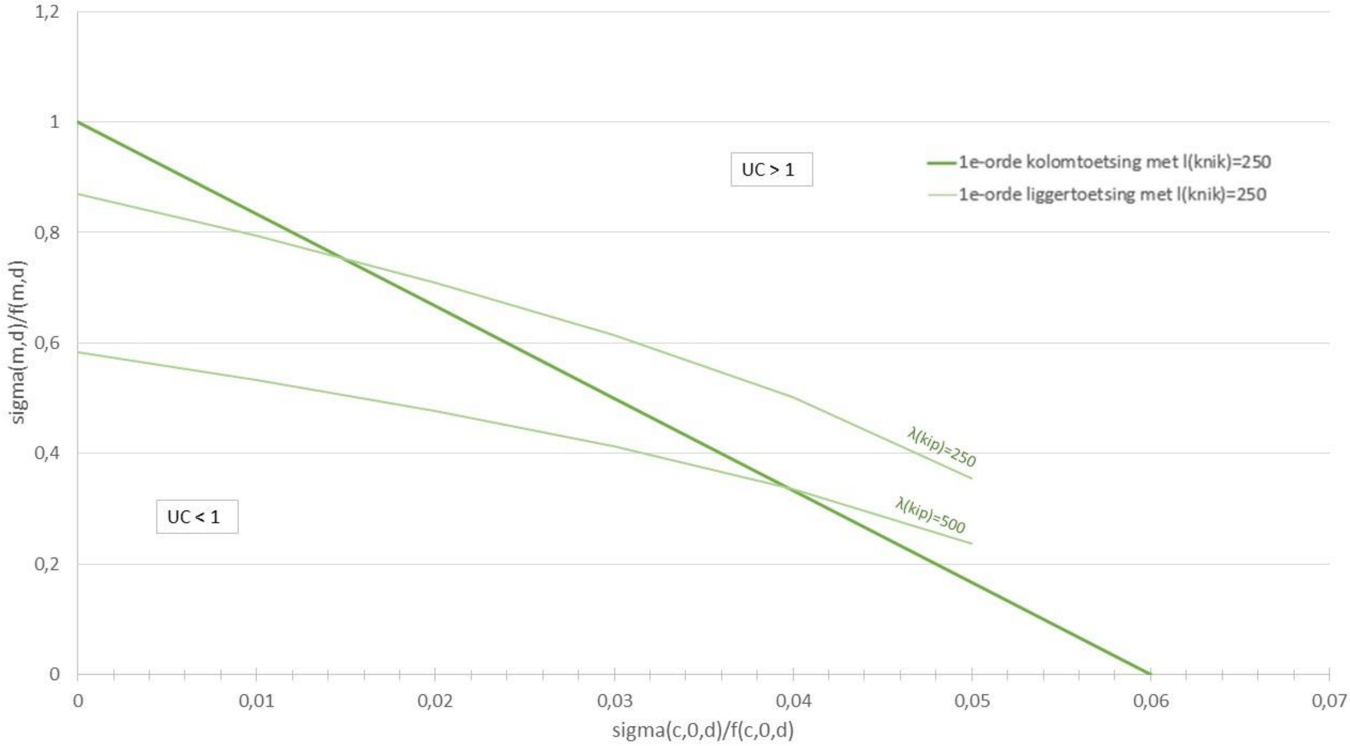


FIGUUR 19: VERLOOP VAN 1E-ORDEBEREKENING VAN EEN KOLOM VOOR GL24H

Vervolgens is de wens om ook de toetsing voor liggers in beeld te brengen in deze grafiek. Voor bepaalde afmetingen van het element wil je namelijk kunnen zien bij welke waarden van druk en buiging in het element, de één of de andere toetsing gekozen moet worden (dit ligt aan welke toetsing het veiligste antwoord geeft).

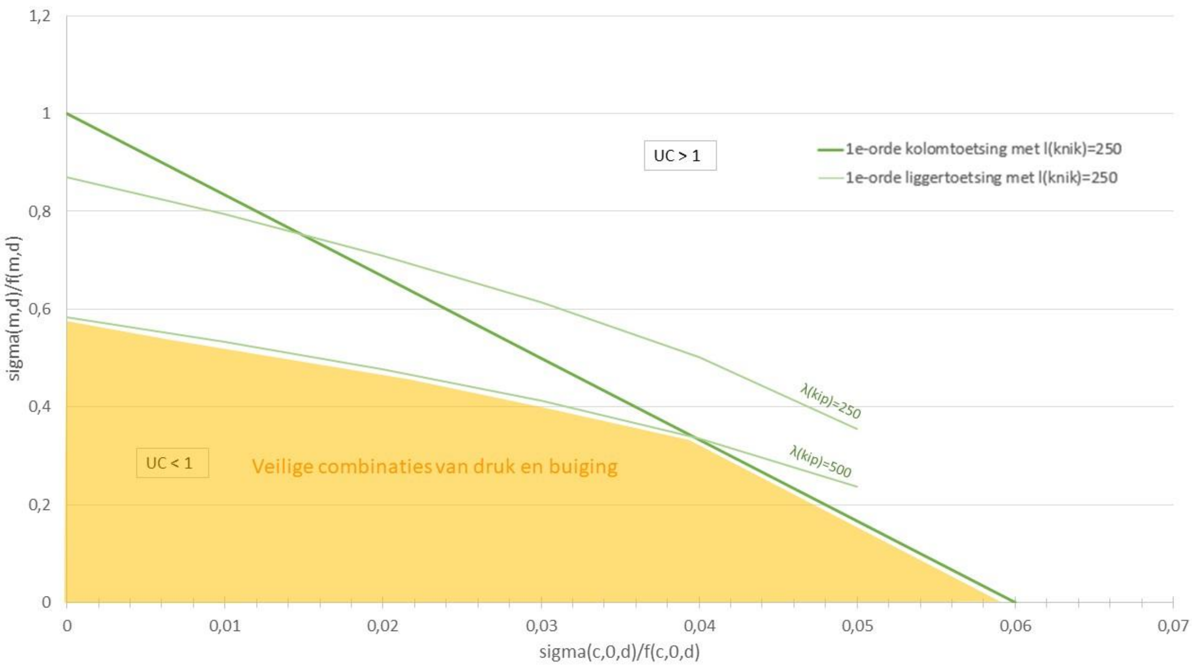
Het verschil is nu dat de toetsing voor een ligger zowel de parameter λ_{knik} als λ_{kip} bevat. Omdat deze toetsing 2 parameters bevat, waarmee meerdere combinaties te maken zijn, moeten er in de grafiek meerdere combinaties geplot worden. Daarom zal voor de toetsing van de ligger voor elke waarde van λ_{knik} meerdere verlopen in beeld worden gebracht met elk een andere waarde van λ_{kip}.

Eerst is dit gedaan voor één waarde van λ_{knik}. Deze is gelijk gesteld aan 250. Vervolgens is de waarde van λ_{kip} gelijk gesteld aan 250 en aan 500. De verlopen van de toetsing voor een kolom voor deze waarden van λ_{knik} en λ_{kip} worden vervolgens geplot in de grafiek. Ook staat de toetsing voor een kolom met slankheid $\lambda_{knik} = 250$ in de grafiek geplot. Dit is te zien in Figuur 20.



FIGUUR 20: VERLOOP VAN DE TWEE TOETSINGEN VOOR GL24H EN LAMBDA(KNIK)=250

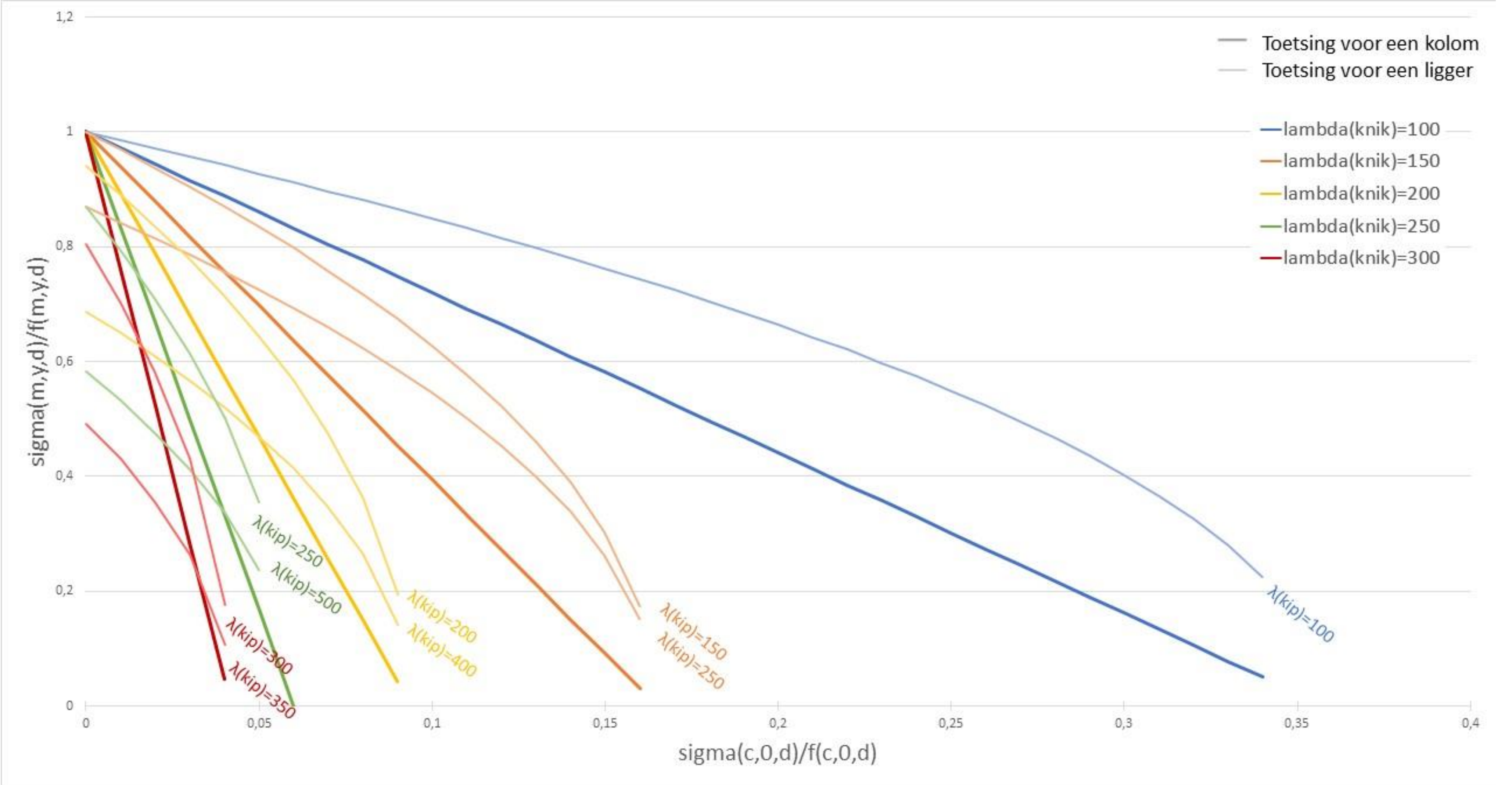
Voor bepaalde afmetingen van het element kunnen nu de verlopen van de twee toetsingen in de grafiek gevonden worden en kan makkelijk afgelezen worden voor welke combinatie aan druk en buiging het element wel of niet zal bezwijken. De combinatie aan druk of buiging zal in ieder geval veilig zijn wanneer deze onder de twee toetsingen ligt en in ieder geval niet veilig wanneer deze boven de twee toetsingen ligt. Tussen twee toetsingen in zal de ene toetsing zeggen dat de belasting wel veilig is en de andere toetsing niet. Dit is dus een grijze zone waarbij het element niet 100% veilig is aan deze belastingen. Voor de duidelijkheid is dit geïllustreerd in Figuur 21.



FIGUUR 21: VEILIGE COMBINATIES VAN DRUK EN BUIGING VOOR EEN ELEMENT MET LAMBDA(KNIK)=250 EN LAMBDA(KIP)=500

Omgekeerd zal voor een gegeven combinatie aan druk en buiging een slankheid uitgekozen kunnen worden uit de grafiek die deze belasting veilig zal kunnen dragen.

In Figuur 22 is een overzicht gegeven van verschillende waarden van λ_{knik}, elk gecombineerd weer met meerdere waarden van λ_{kip}. De toetsingen voor een kolom zijn in een donkere kleur weer gegeven, de toetsingen voor een ligger in bijbehorende lichte kleur. Essentieel in deze grafiek is dat het verloop met een bepaalde waarde van λ_{kip} gekozen wordt die dezelfde kleur heeft als het verloop met de waarde van λ_{knik}.



FIGUUR 22: VERLOOP VAN DE TWEE TOETSINGEN VOOR GL24H

De excel sheets behorende bij bovenstaande grafieken zijn terug te vinden in bijlage 3.

Enkele opmerkingen kunnen gemaakt worden over bovenstaande grafiek.

Ten eerste zal voor een kleine knik slankheid de liggertoetsing nooit maatgevend zijn. Bij een kleine waarde voor λ_{knik} zullen er namelijk geen afmetingen in de praktijk gebruikt worden waarbij de λ_{kip} groot genoeg is zodat de kip factor k_{crit} niet gelijk aan 1 is. Wanneer k_{crit} gelijk aan 1 is zal het verloop van de liggertoetsing altijd boven die van de kolomtoetsing liggen in de grafiek en zal bijgevolg de kolomtoetsing altijd maatgevend zijn.

Ten tweede is te zien dat de verlopen van de toetsing voor een ligger bij $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} = 0$, een waarde van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} = k_{crit}$ hebben. Dit is een logisch gevolg van de omgevormde formule van deze toetsing.

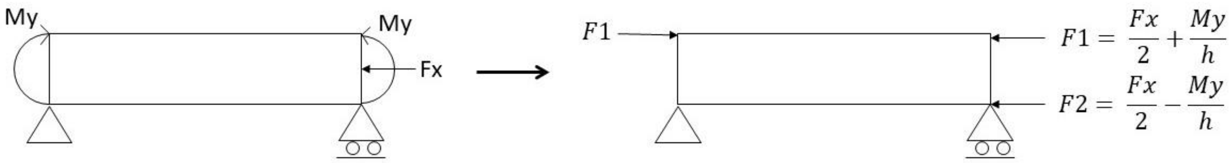
De volgende stap is nu om 2e-orde berekeningen uit te voeren van houten elementen met bovenstaande slankheden. Per slankheid zal het verloop van de bezwijkspanningen in bovenstaande grafiek geplot worden. Hiermee kan er in beeld worden gebracht waar de 1e-orde toetsingen een goede benadering voor de bezwijklasten geven en waar de 1e-orde toetsingen misschien een te veilig of onveilig antwoord geven.

4. 2^E-ORDEBEREKENING

4.1. ACHTERGRONDINFORMATIE

Zoals al eerder verteld is geweest worden de 2^e-ordeberekeningen uitgevoerd in het programma Ansys. Meer specifiek is er gekozen geweest voor het programma Ansys Mechanical APDL doordat deze heel goed werkt met scripts als input. In een script worden alle parameters van het element beschreven en de type grafieken die gewenst zijn na doorberekening van de opgelegde krachten. Deze zijn hierin ook makkelijk aan te passen. Doordat er in dit onderzoek gekeken wordt naar meerdere combinaties aan krachten en afmetingen, was dit een efficiënte keuze.

Om het opgelegd moment voor te stellen in Ansys is het handig om deze om te zetten in een trek en een drukkracht op de uiteinden van het element. Hoe dit is gedaan, in combinatie met de opgelegde axiale drukkracht, is te zien in Figuur 23.



FIGUUR 23: OMVORMEN VAN DE OPGELEGDE KRACHTEN NAAR KRACHTEN INGEVOERD IN ANSYS

Vervolgens moet er een keuze worden gemaakt over hoe Ansys de situatie moet gaan oplossen. Hier zijn in dit geval twee mogelijkheden voor. Enerzijds kan er gekozen worden voor de 'eigenvalue buckling analysis' en anderzijds voor de 'non-linear buckling analysis'. Gekozen is geweest voor deze laatste.

De eigenvalue buckling analysis bepaalt de theoretische Eulerse knikkracht van een ideaal lineair elastisch element. Deze methode geeft vaak een overschatte knikkracht doordat deze niet rekening houdt met imperfecties in het materiaal. Ook houdt het niet rekening met het feit dat elementen bij vervorming nog steeds genoeg draagkracht kunnen hebben en pas hun stabiliteit verliezen als de spanningen in het materiaal te hoog worden (Abbey, 2015).

De non-linear buckling analysis geeft een nauwkeuriger resultaat. Dit komt doordat het een niet-lineaire berekening is (wat de 2^e-orde berekening ook is zoals te lezen in hoofdstuk 2) die rekening houdt met grote verplaatsingen. Hij zal de opgelegde krachten verdelen in kleinere krachten en deze per stap aanbrengen. De verhouding van de groottes van deze krachten blijft hierbij gelijk. Hierdoor is in een grafiek goed te zien hoeveel het element zal vervormen en bij welke kracht dit is. (University of Alberta, z.d.) Ook zijn de spanningen in het materiaal bij elke stap af te lezen waardoor er gekeken kan worden of het element nog voldoet aan de spanningstoetsing.

Om een non-linear buckling analysis uit te voeren is het nodig om een initiële excentriciteit in het element te hebben. In Eurocode 5 staat dat de 2^e-ordeberekening uitgevoerd moet worden bij een element met een excentriciteit van minimaal 0,0025 keer de lengte van het element. In Ansys is te zien dat dit nog niet genoeg is en wordt deze gezet op 0,005 keer de lengte van het element.

Daarnaast is het nodig om de opgelegde kracht 10-20% groter te maken dan de Eulerse knikkracht, om zeker te zijn dat je voorbij het bezwijkmoment zit in Ansys. (Bak, 2014)

Als laatste is het belangrijk welke materiaaleigenschappen worden ingevoerd. Hout is een orthotroop materiaal en het is belangrijk dat dit ook zo wordt ingevoerd in Ansys. Anders zullen de vervormingen en de krachten die daarbij horen niet op de juiste manier berekend worden in het programma en kan dit leiden tot te grote verschillen in de resultaten. De volgende materiaaleigenschappen worden ingevoerd:

MATERIAALEIGENSCHAP			
Dichtheid [kg/mm3]	3,4 e-007		
	X-RICHTING	Y-RICHTING	Z-RICHTING
E-modulus [N/mm2]	9400	313,33	313,33
	XY-VLAK	YZ-VLAK	XZ-VLAK
Dwarscontractiecoefficient [-]	0,372	0,435	0,467
Schuifmodulus [N/mm2]	587,5	50	587,5

(Oorebeek, 2013, pp. 77)

TABEL 2: MATERIAALEIGENSCHAP INGEVOERD IN ANSYS

In bijlage 4 is de APDL script gegeven die als input diende in Ansys.

In de 2^{e}-ordeberekening zal het element bezwijken wanneer de maximale spanning overschreden wordt. Ook al laat Ansys zien dat het element een stuk zal vervormen, zolang er nog wordt voldaan aan de spanningstoetsing (vergelijking 8), zal het element niet echt bezwijken. Bij de 2^{e}-ordeberekening zal nu in de spanningstoetsing rekening gehouden moeten worden met zowel $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ als $\frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}}$ doordat er een dubbele buiging zal optreden door enerzijds het opgelegd moment om de sterke as (y-as) en anderzijds de vervorming om de zwakke as (z-as) door instabiliteit.

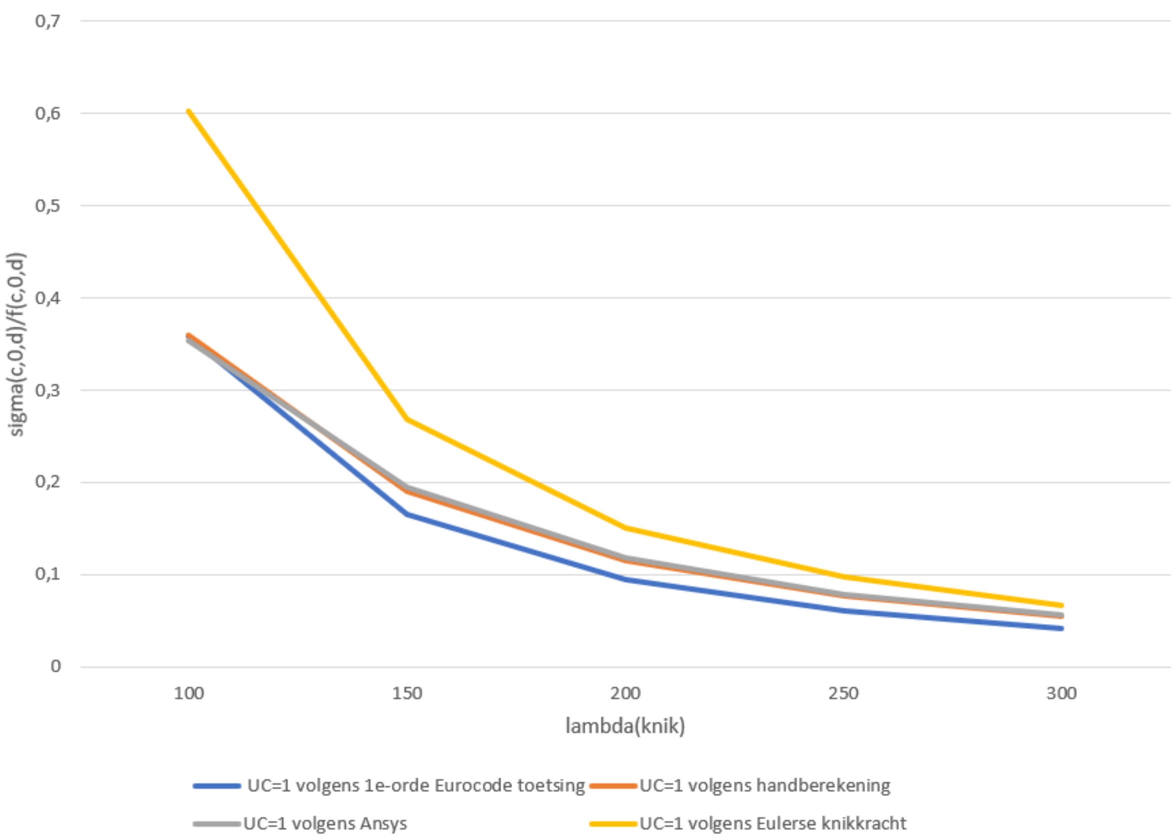
4.2. DE RESULTATEN UIT ANSYS

4.2.1. ELEMENT ONDERWORPEN AAN DRUK

Als eerste wordt de situatie beschouwd waarbij het element alleen onderworpen wordt aan een axiale drukkracht Fx. Op die manier kunnen de resultaten uit Ansys goed vergeleken worden met een 2^{e}-orde handberekening in Excel (zie bijlage 5). Hierdoor kan gecheckt worden of alles goed ingevoerd is in het programma. Meer specifiek wordt er gekeken naar de waarden van $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,,d}}$ waarbij de unity check gelijk aan 1 is. Dit wordt gedaan voor meerdere slankheden, waarbij de hoogte van het element constant wordt gehouden op 1200 mm. Ten slotte worden de resultaten uit de 2^{e}-orde handberekening, Ansys en de 1^{e}-orde stabiliteitstoetsing voor een kolom in beeld gebracht in een grafiek waarbij $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,,d}}$ uiteen wordt gezet tegenover λ_{knik}. Ook wordt ter vergelijking het verloop waarbij volgens de Eulerse knikkracht de UC=1 in beeld gebracht. Dit is te zien in Figuur 24.

Hierbij wordt wordt de Eulerse knikkracht als volgt berekend:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{{l_k}^2} \qquad (28)$$



FIGUUR 24: VERGELIJKING VAN DE 2^{E}-ORDE HANDBEREKENING, DE ANSYS RESULTATEN EN DE TOETSING VOOR EEN KOLOM

De berekeningen achter deze grafiek zijn te vinden in bijlage 6.

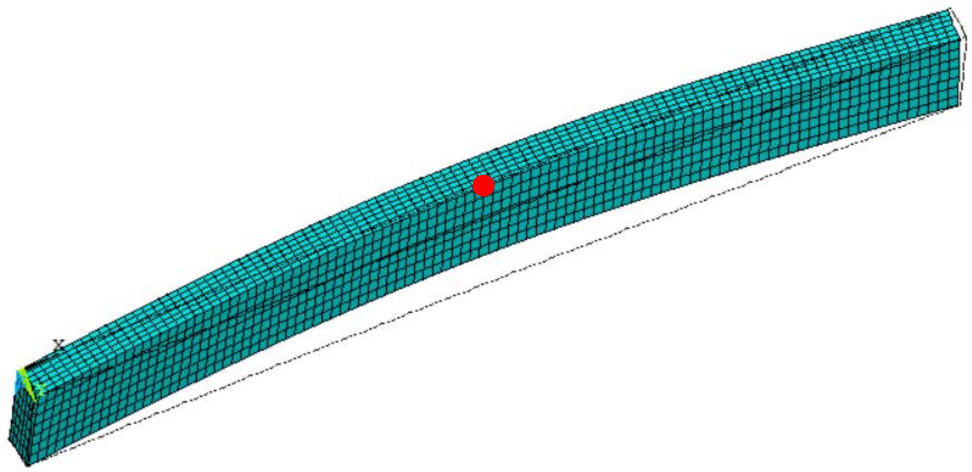
Te zien is dat de drie methodes niet een heel verschillend resultaat geven. Het verloop van de 2^{e}-orde Ansys berekeningen is nagenoeg gelijk aan het verloop van de 2^{e}-ordehandberekening, wat klopt aangezien het allebei 2^{e}-ordeberekeningen zijn en ze inderdaad hetzelfde verloop zouden moeten geven van de drukspanning als gevolg van de axiale drukkracht waarbij een element bezwijkt. Er kan hierbij geconcludeerd worden dat de resultaten uit Ansys betrouwbaar zijn.

Daarnaast is te zien dat de 1^{e}-orde toetsing voor een kolom een onderschatting geeft van de sterkte van het element. Het verloop ligt in de grafiek onder de verlopen van de andere methodes. De 2^{e}-orde berekeningen worden hierbij beschouwd als de beste benadering van de werkelijke situatie. Wel is te zien dat bij een lambda(knik)=100, het verloop van de 1^{e}-orde toetsing voor een kolom gelijk wordt aan de verlopen van de 2^{e}-orde toetsingen. Waarschijnlijk zal het de 2^{e}-orde toetsingen kruisen en later, bij nog kleinere slankheden, een onderschatting van de sterkte van het element geven.

4.2.2. ELEMENT ONDERWORPEN AAN DRUK EN BUIGING

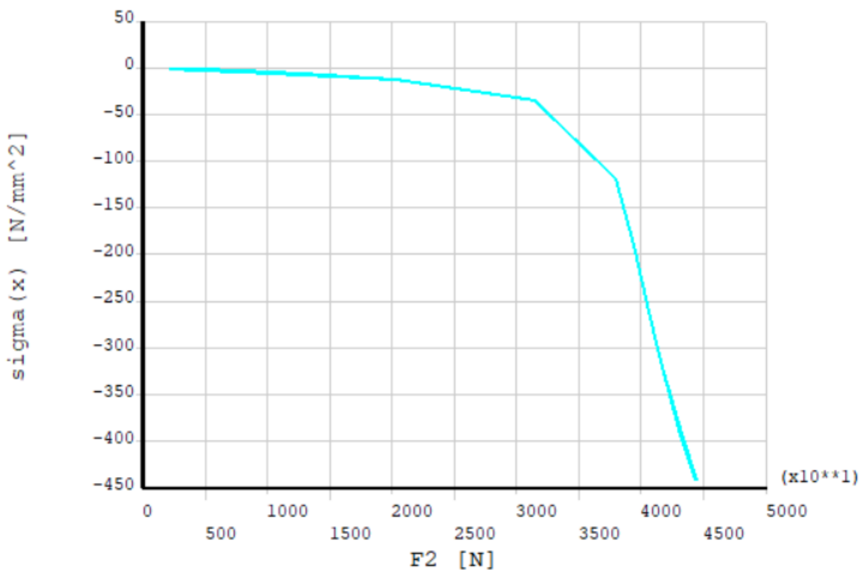
Vervolgens wordt het opgelegd moment toegevoegd in Ansys. Het doel is om het verloop van de 2^{e}-orde berekening in Ansys in beeld te brengen in dezelfde grafiek waarin de 1^{e}-ordetoetsingen in beeld zijn gebracht (Figuur 22). Hiervoor is het nodig om de waarden van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ en $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,,d}}$ te verkrijgen waarbij het element zal bezwijken volgens Ansys en dus de spanningstoetsing (vergelijking 8). Dit wordt als volgt gedaan.

In Ansys wordt een kracht en een moment opgelegd die in ieder geval groter is dan de bezwijkkracht. Deze krachten worden verdeeld in F1 en F2 zoals te zien is in Figuur 23. Ansys zal nu F1 en F2 in een gelijk aantal kleinere stappen verdelen. Vervolgens berekent het wat de spanningen, krachten en vervormingen zijn bij elke stap volgens een 2e-orde berekening. Dit kan worden weergegeven in een grafiek. Wat interessant is voor dit onderzoek is om de waarde van de reactiekracht in de scharnieroplegging te weten (deze is gelijk aan F2) en de normaalspanning in het midden van het element, waar de grootste drukspanning zal komen door de drukkracht en de dubbele buiging (σ_x). Dit punt is te zien in Figuur 25.



FIGUUR 25: PUNT IN HET ELEMENT WAAR DE SPANNING WORDT AFGELEZEN BIJ ELKE STAP DIE ANSYS MAAKT

De waarde van F2 en van σ_x bij elke stap die Ansys maakt kunnen in een grafiek geplot worden. Een voorbeeld hiervan is te zien in Figuur 26.



FIGUUR 26: GRAFIEK VAN σ_xIN FUNCTIE VAN F2 VOOR ELKE STAP IN DE BEREKENING IN ANSYS

Vervolgens kan de waarde van F1 worden berekend doordat de verhouding tussen F1 en F2 gelijk blijven in elke stap. Door onderstaande vergelijkingen kunnen daarna de waarden van de opgelegde My en Fx worden berekend .

$$Fx = F1 + F2 \qquad (29)$$

$$My = \frac{h(F1+F2)}{2} \qquad (30)$$

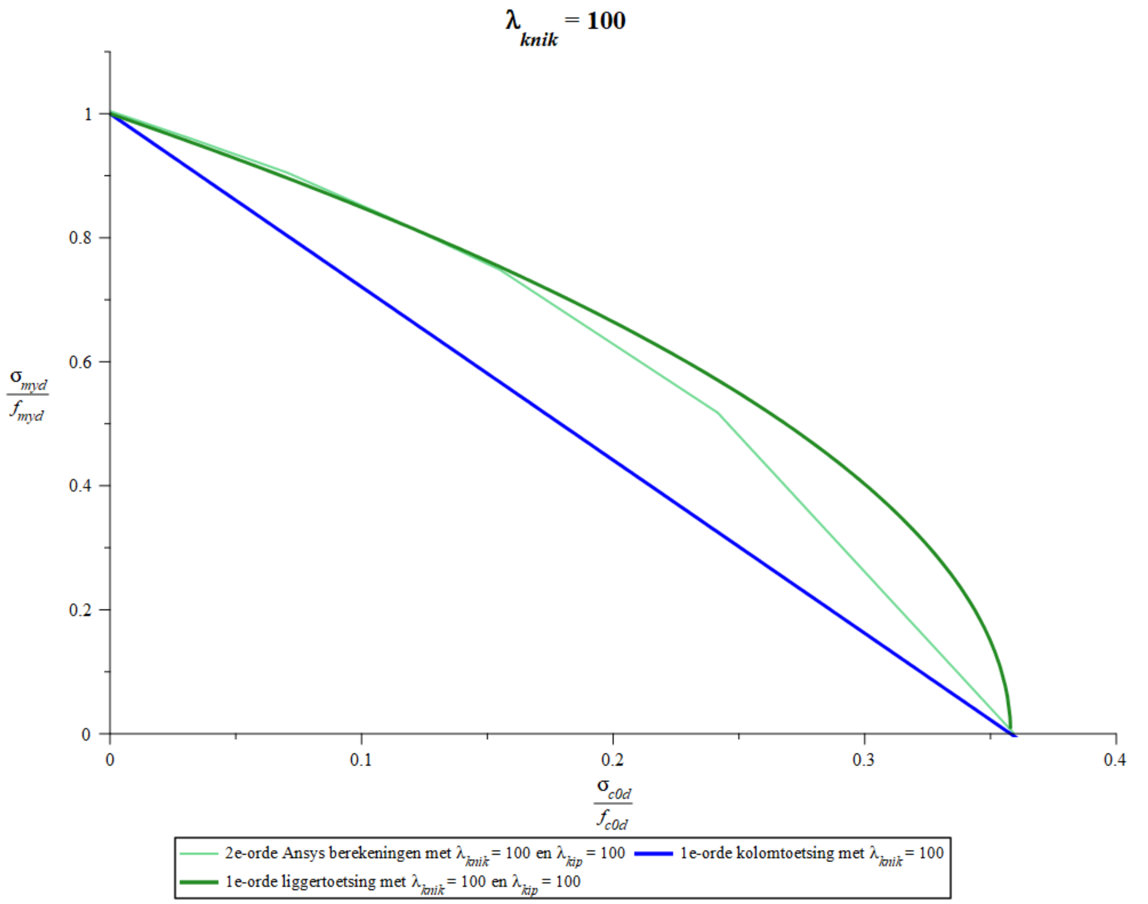
Hiermee kunnen $\sigma_{m,y,d}$ en $\sigma_{c,0,d}$ berekend worden. Ten slotte kan $\sigma_{m,z,d}$ berekend worden door $\sigma_{m,y,d}$ en $\sigma_{c,0,d}$ af te trekken van de σ_x die in Ansys gevonden wordt in het punt te zien in Figuur 25.

In Excel kunnen nu de spanningen berekend worden bij elke gemaakte stap in Ansys (zie bijlage 6). De spanningen kunnen vervolgens ingevuld worden in de spanningstoetsing(vergelijking 8). Door interpolatie kan nu de spanningscombinatie gevonden worden waarbij de unity check gelijk aan 1 is. Bij deze spanningen bezwijkt dan het element volgens de 2^{e}-orde berekening in Ansys.

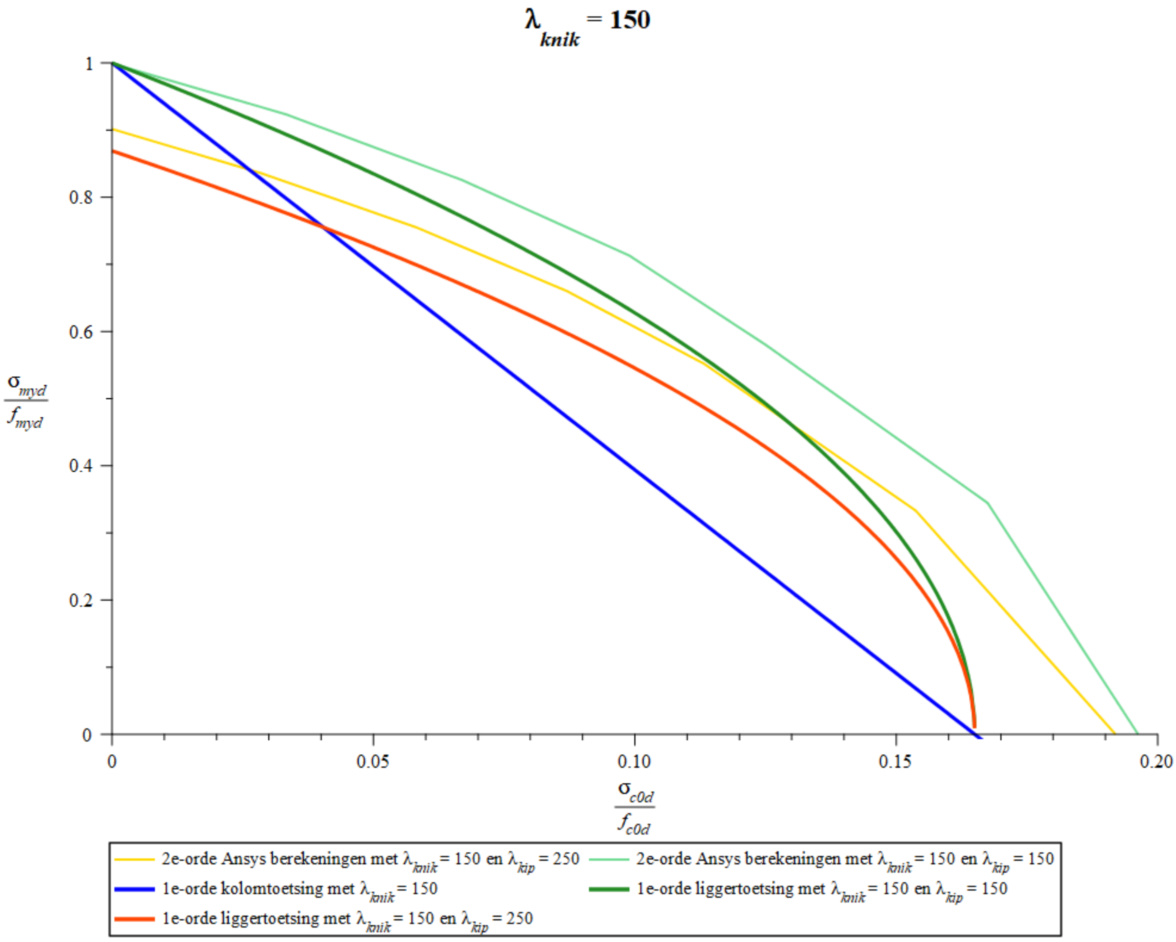
De waarden van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ en $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,,d}}$ bij een UC=1 worden ten slotte in dezelfde grafiek geplot als waar het verloop van de 1^{e}-orde toetsingen zijn geplot.

Om meerdere punten te plotten in de grafiek van Figuur 22 is het nodig om de verhouding van F1 op F2 aan te passen. Hierdoor krijg je steeds een andere verhouding van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ en $\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,,d}}$ waarbij het element zal bezwijken volgens de 2^{e}-orde berekening. Een overzicht van de bezwijkspanningen volgens de 2^{e}-orde Ansys berekeningen is te zien in bijlage 7.

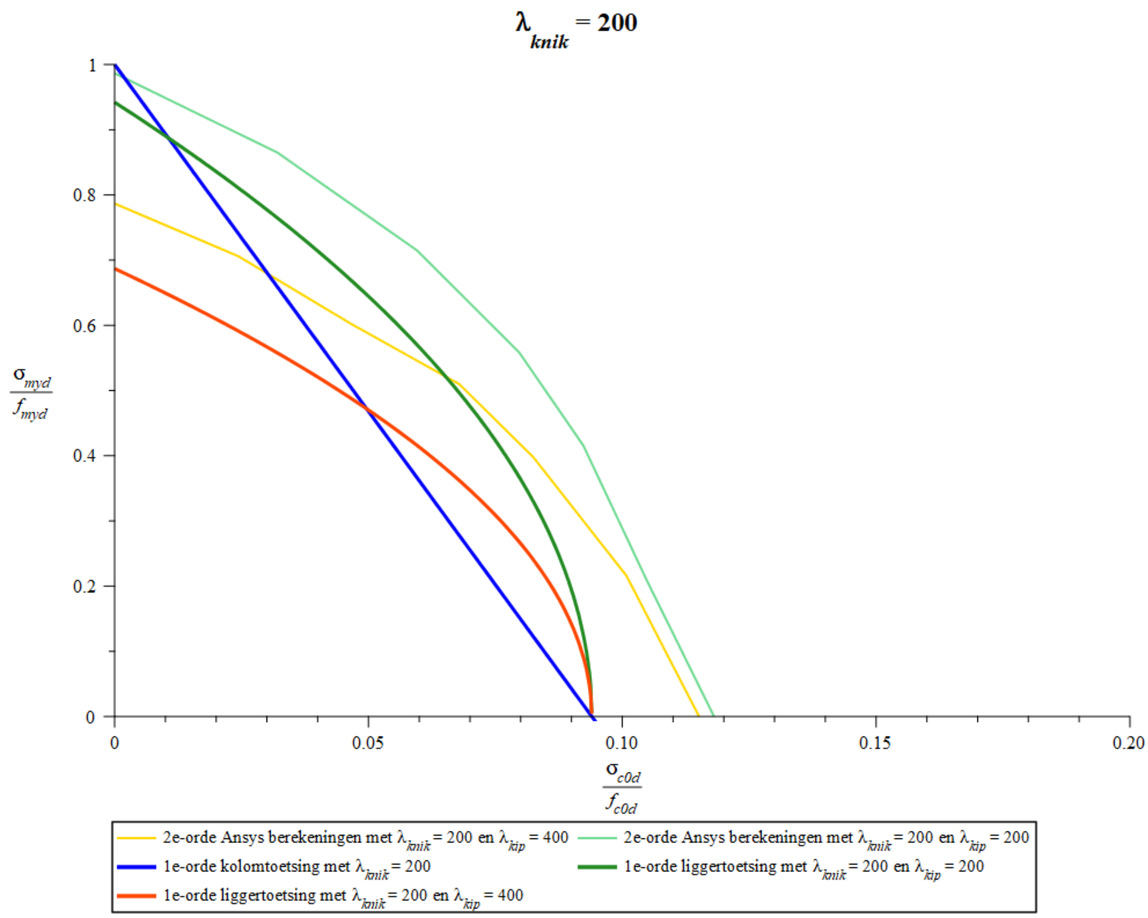
In onderstaande figuren zijn de verlopen te zien van de 1^{e}-orde kolomtoetsing, de 1^{e}-orde liggertoetsingen en de 2^{e}-orde Ansys resultaten bij een bepaalde λ_{knik}. Deze zijn op dezelfde manier in beeld gebracht als in Figuur 22, maar nu dus met de verlopen van 2^{e}-orde berekening erbij.



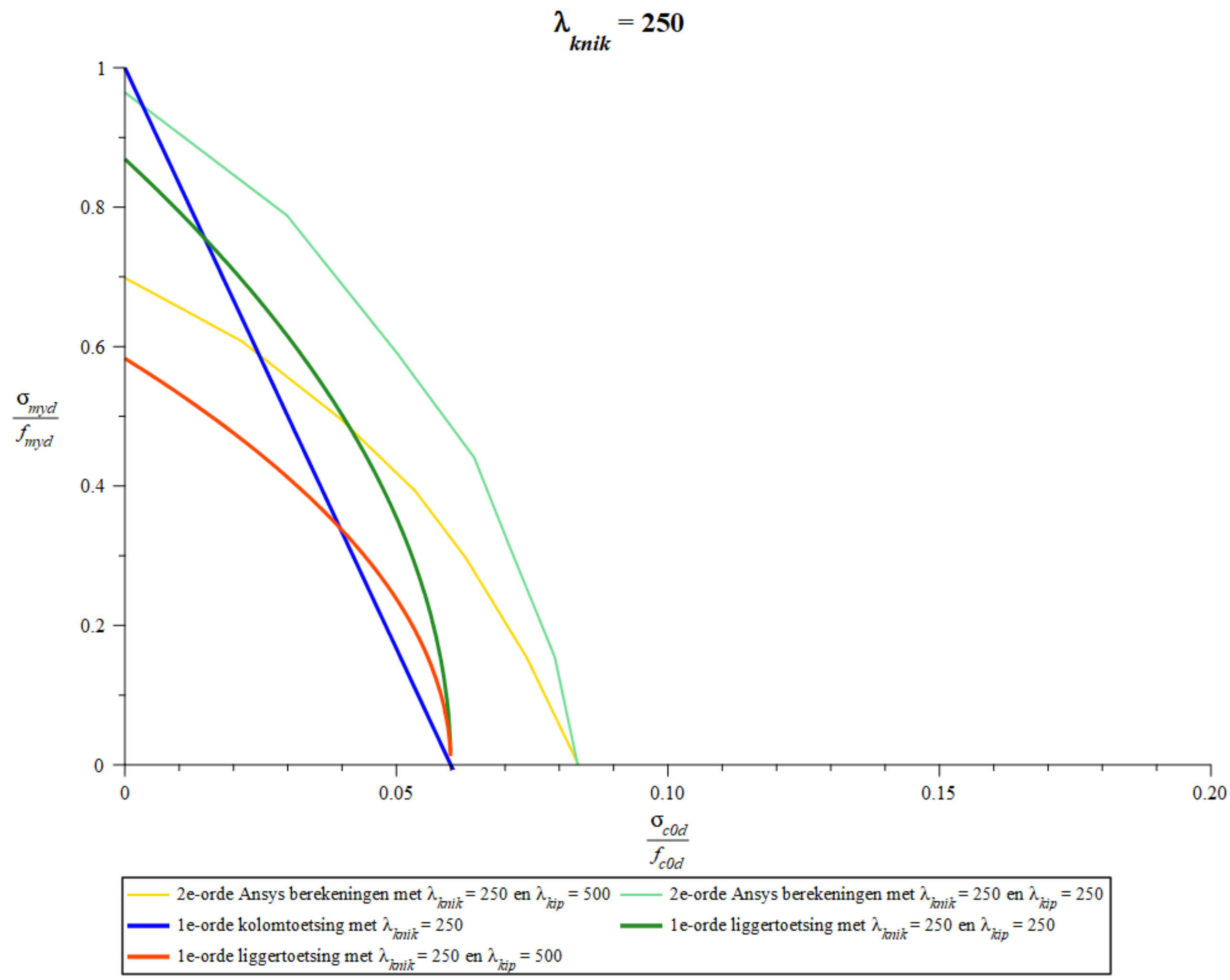
FIGUUR 27: GRAFIEK MET VERLOOP VAN DE 1^{E}-ORDE LIGGER- EN KOLOMTOETSING EN VAN DE 2^{E}-ORDEBEREKENING IN ANSYS MET Λ_{KNIK}=100



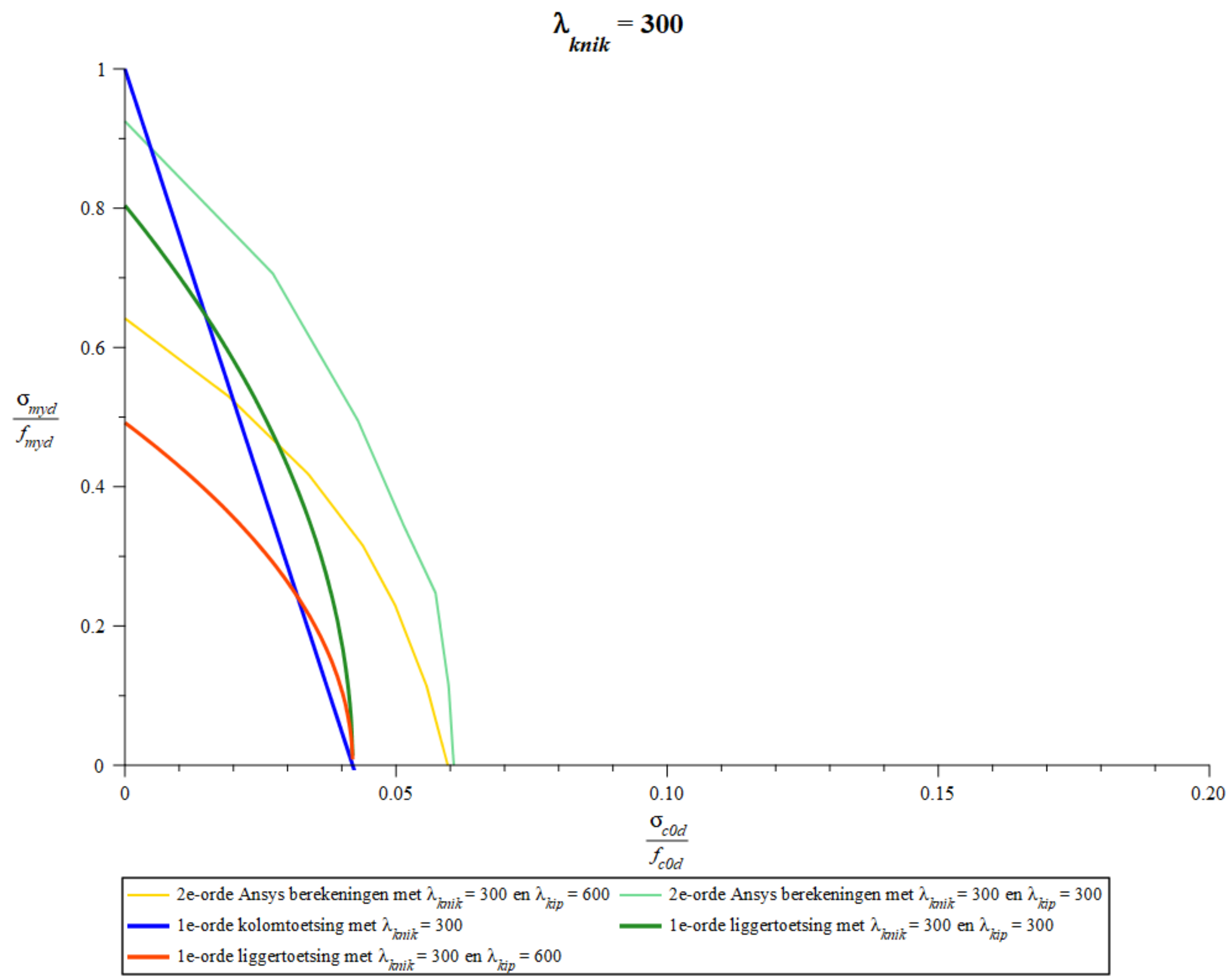
FIGUUR 28: GRAFIEK MET VERLOOP VAN DE 1[E]-ORDE LIGGER- EN KOLOMTOETSING EN VAN DE 2[E]-ORDEBEREKENING IN ANSYS MET λ_{KNIK}=150



FIGUUR 29: GRAFIEK MET VERLOOP VAN DE 1^E-ORDE LIGGER- EN KOLOMTOETSING EN VAN DE 2^E-ORDEBEREKENING IN ANSYS MET Λ_{KNIK}=200



FIGUUR 30: GRAFIEK MET VERLOOP VAN DE 1E-ORDE LIGGER- EN KOLOMTOETSING EN VAN DE 2E-ORDEBEREKENING IN ANSYS MET ΛKNIK=250



FIGUUR 31: GRAFIEK MET VERLOOP VAN DE 1E-ORDE LIGGER- EN KOLOMTOETSING EN VAN DE 2E-ORDEBEREKENING IN ANSYS MET Λ_{KNIK}=300

Belangrijk hierbij is dat de afmetingen van het element die in Ansys doorberekend wordt een bepaalde λ_{knik} en λ_{kip} heeft. Wanneer deze niet constant worden gehouden, wijken de resultaten af aangezien de spanningen waarbij het element bezwijkt dan veranderen. Wel zullen elementen met andere afmetingen maar met dezelfde waarden voor λ_{knik} en λ_{kip} gelijke resultaten geven. De grootte van de krachten waarbij het element bezwijkt zullen in dit geval veranderen, maar die krachten zorgen uiteindelijk wel voor dezelfde spanning in het materiaal bij bezwijking. De combinaties aan spanningen die te zien zijn in bovenstaande grafieken zijn dus toepasbaar op alle elementen met de bijbehorende slankheden, onafhankelijk van de afmetingen.

In bovenstaande grafieken is te zien dat de verlopen van de Ansys berekeningen best hoekig en niet heel exact lopen. Dit komt doordat de waarden niet 100% exact uit het programma gehaald kunnen worden. Enkel de waarden van F2 en van σ_x worden gegeven van stappen die Ansys maakt. Voor de waarden van F2 en van σ_x waarbij de spanningstoetsing gelijk aan 1 is, moet er geïnterpoleerd worden tussen de resultaten van deze stappen. De opgelegde krachten worden daarom zo juist mogelijk in het programma gezet. Een te grote opgelegde kracht zorgt namelijk voor te grote stappen in het programma en interpoleren tussen deze ver van elkaar af liggende waarden zorgt voor grotere onjuistheden. Hoe kleiner de stappen, hoe exacter de waarden van F2 en van σ_x, maar er zal altijd een onjuistheid in zitten. Het verloop van de 2^{e}-orde berekening zal daarom met een zekere marge beschouwd moeten worden.

Vervolgens is op te merken dat het verloop van de 2e-orde berekening gelijkaardig is aan die van de 1e-orde liggertoetsing. De liggertoetsing geeft wel veel veiligere combinaties van druk en buiging aan waarbij het element volgens deze toetsing zal bezwijken. Alleen bij een λ_{knik}=100 en λ_{kip}=100 zal de 1e-orde liggertoetsing boven de 2e-orde berekening komen en dus een overschatting van de bezwijkspanningen geven.

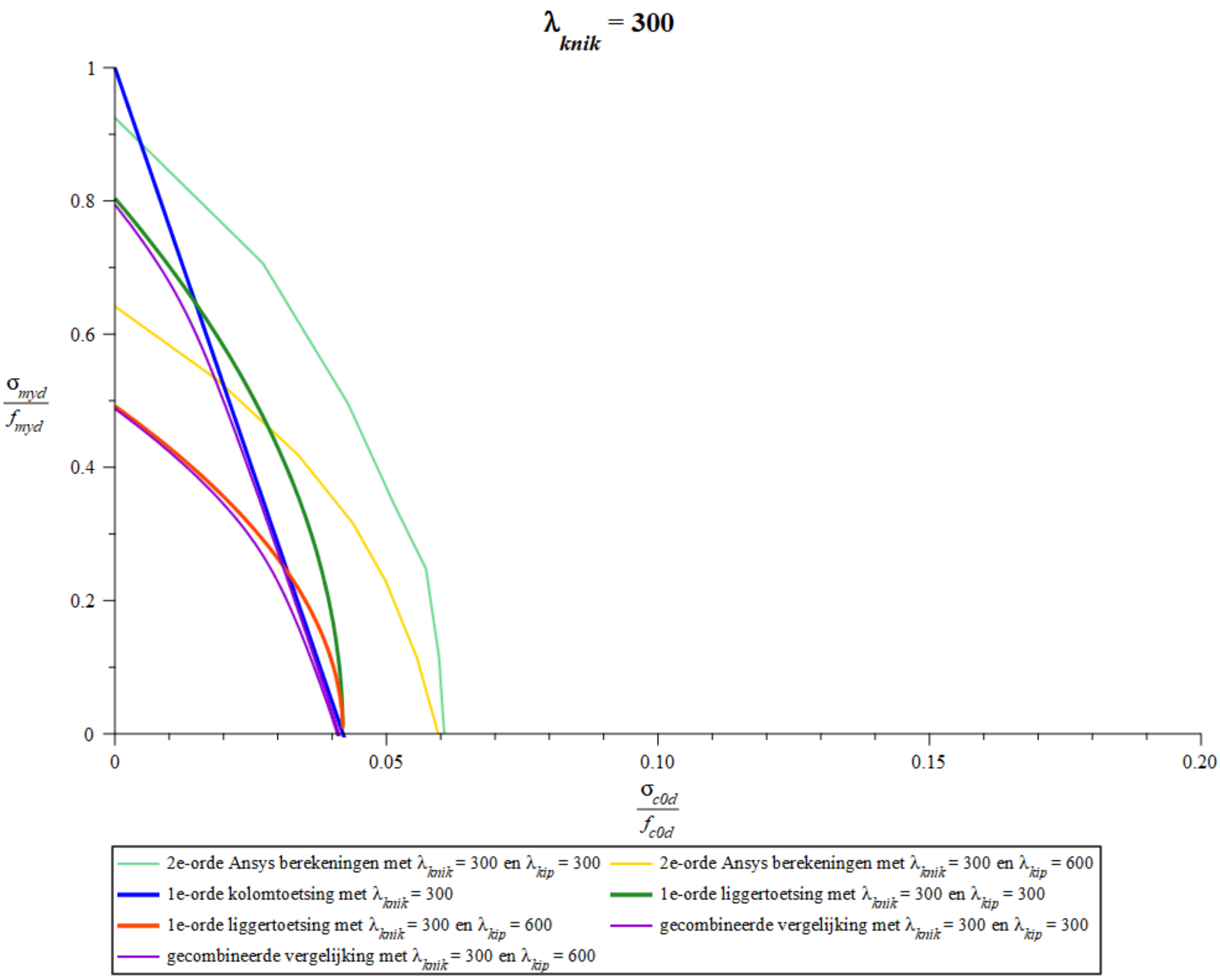
Daarnaast is te zien dat de 1e-orde kolomtoetsing de werkelijke bezwijkspanningen niet goed benadert. Voor een hoge buiging zal de kolomtoetsing altijd een overschatting van de bezwijkspanningen geven. De kolomtoetsing is dus echt gelimiteerd op situaties waarbij het element vooral onderworpen wordt aan een axiale drukkracht en maar beperkt aan een buiging om de sterke as.

Ook is er gekeken naar het verloop die de maatgevende 1e-orde vergelijking volgt. Dit wordt geïllustreerd in onderstaande figuur, waarbij de grafiek behorende bij een λ_{knik}=100 is genomen en de gecombineerde vergelijkingen in paars zijn weergegeven.

De gecombineerde functies worden als volgt berekend:

$$(y - kolom) * (y - ligger) = \ 0{,}002$$

Waarbij *kolom* vergelijking 26 voorstelt en *ligger* vergelijking 27. Door deze vergelijking op te lossen zul je twee uitkomsten krijgen, y1 en y2. Eén van de twee zal de functie voorstellen voor de gewenste gecombineerde vergelijking en de andere uitkomst zal de functie voorstellen die aan de bovenkant van de twee 1e-orde toetsingen ligt.



FIGUUR 32: GRAFIEK MET GECOMBINEERDE VERLOOP VAN DE TWEE 1E-ORDE TOETSINGEN

Te zien is dat de gecombineerde vergelijking minder gelijkaardig is aan het verloop van de 2e-orde berekening dan alleen de vergelijking voor een ligger.

Er kan dus geconcludeerd worden dat er het beste met de liggertoetsing verder gewerkt kan worden om een verbeterde 1e-orde toetsing te ontwerpen die toegepast kan worden op alle combinaties aan druk en buiging.

5. HET VINDEN VAN EEN VERBETERDE 1E-ORDE TOETSING

5.1. NIEUWE FACTOREN VOOR DE 1E-ORDE LIGGERTOETSING

Er kan nu geprobeerd worden factoren te vinden die het verband tussen de 1e-orde liggertoetsing en de 2e-orde berekening laten zien. Deze factoren zullen vermenigvuldigd worden met de instabiliteitsfactor voor knik ($k_{c,z}$) en de instabiliteitsfactor voor kip (k_{crit}), die allebei voorkomen in de liggertoetsing (vergelijking *3*). Hiermee kunnen er vervolgens conclusies gemaakt worden over hoe de huidige 1e-orde liggertoetsing aangescherpt kan worden zodat de nieuwe 1e-orde toetsing beter de werkelijkheid benadert. In onderstaande vergelijking wordt dit verduidelijkt.

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{b*k_{crit}*f_{m,y,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{a*k_{c,z}*f_{c,0,d}} \leq 1 \tag{31}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leq b*k_{crit}\sqrt{1-\frac{\sigma_{c,0,d}}{a*k_{c,z}f_{c,0,d}}} \tag{32}$$

Om ervoor te zorgen dat de waarde van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ gelijk is voor de 2e-orde berekening en de omgevormde liggertoetsing wanneer druk gelijk aan 0 is, wordt er gekeken naar de formule voor de liggertoetsing waarbij druk gelijk aan 0 wordt gesteld.

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(\text{ligger}) \leq k_{crit}$$

Deze wordt nu gelijk gesteld aan de waarde van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ van de 2e-orde berekening in Ansys bij druk=0.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(ligger) = \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(Ansys)$$

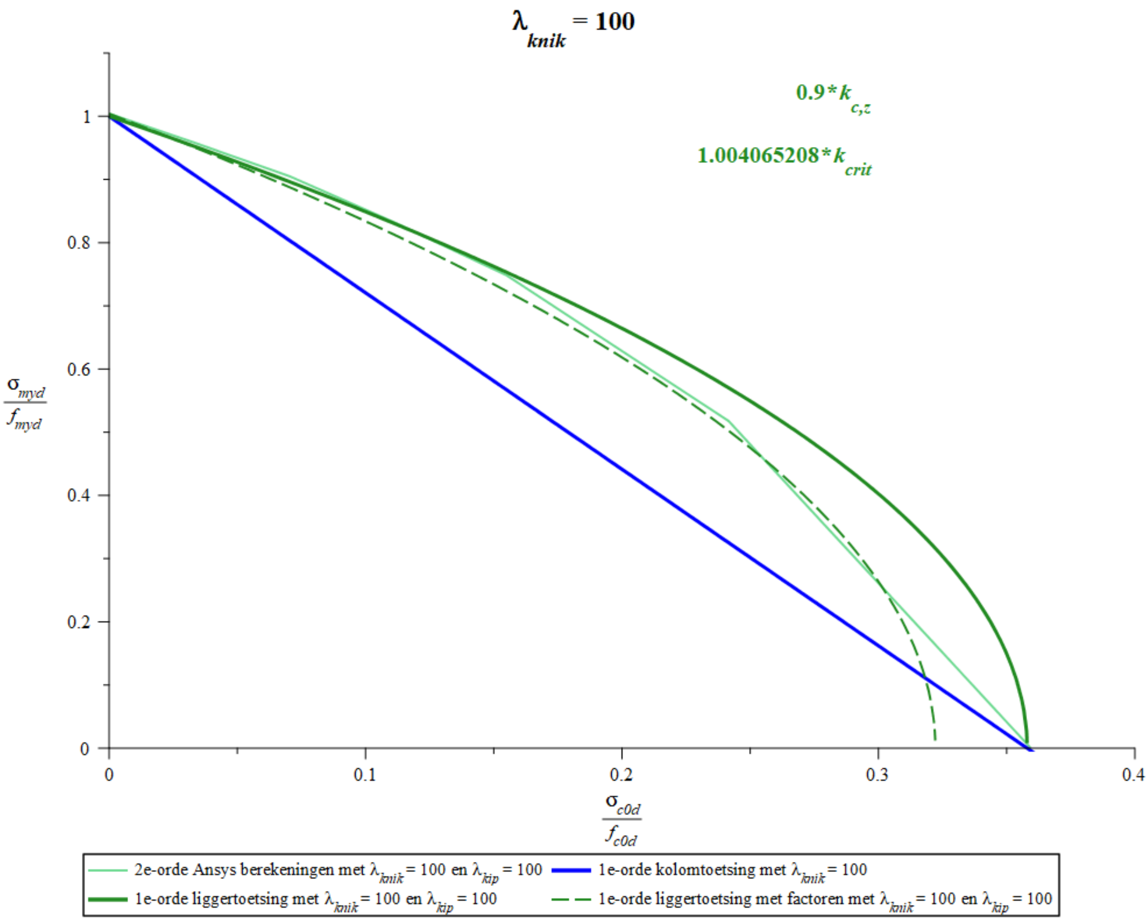
$$\Leftrightarrow k_{crit} = \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(Ansys)$$

$$\Rightarrow b = \frac{\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(Ansys)}{k_{crit}}$$

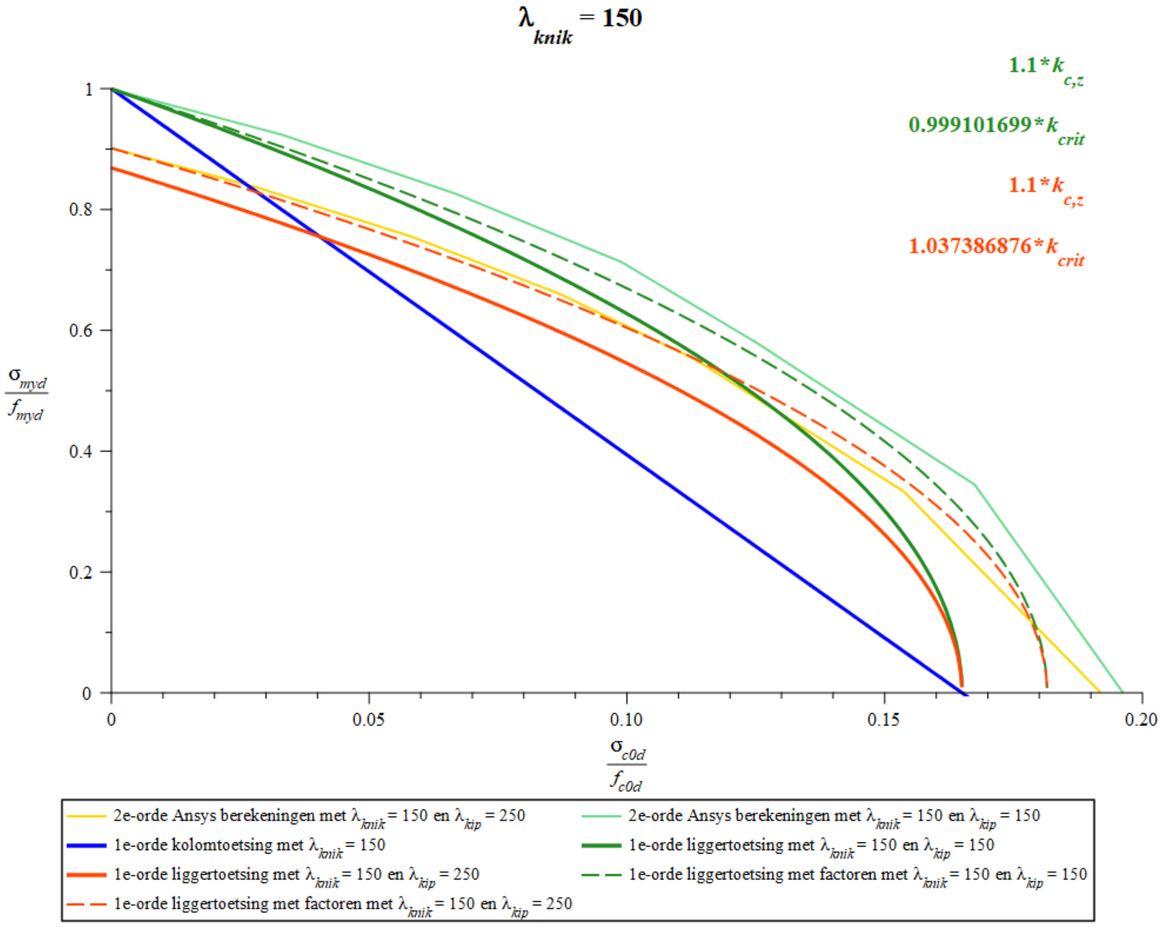
Wanneer nu b met k_{crit} wordt vermenigvuldigd in vergelijking 32, zal de waarde van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(\text{ligger})$ bij druk=0 gelijk zijn aan $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}(Ansys)$ bij druk=0.

Vervolgens wordt de factor a gevonden door in de grafiek te waarde van a te variëren totdat de omgevormde liggertoetsing gelijk is aan het verloop van de 2e-orde berekeningen.

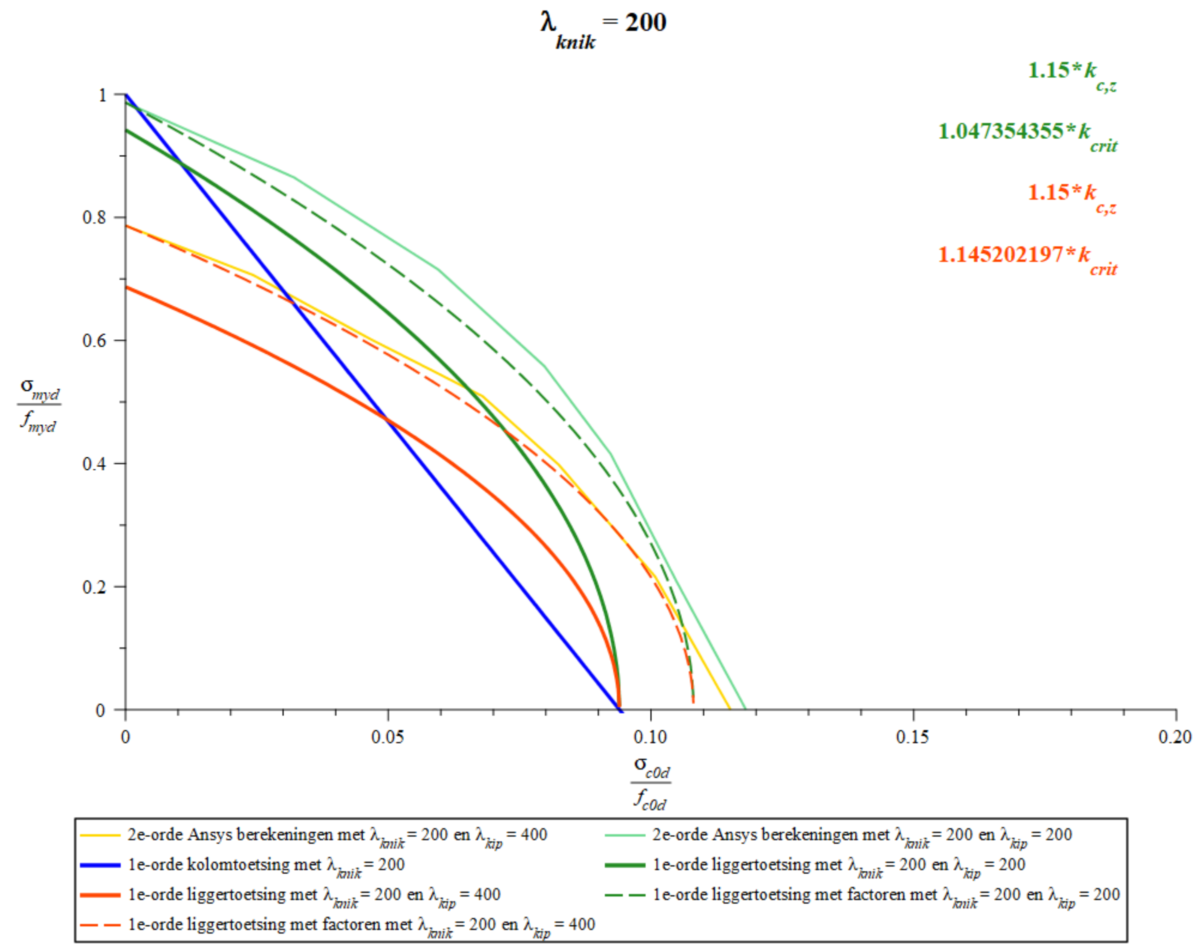
Voor de slankheden die tot nu toe zijn onderzocht zijn factoren gevonden die inderdaad ervoor zorgen dat de liggertoetsing ongeveer gelijk loopt aan het verloop van de 2e-orde resultaten. In gedachte moet hierbij wel onthouden worden dat de 2^e-orde resultaten met een zekere marge bekeken moeten worden aangezien de resultaten uit Ansys niet 100% exact zijn, zoals al eerder werd uitgelegd. De gevonden factoren zijn daarmee ook een benadering. Deze omgevormde liggertoetsingen zijn toegevoegd aan de bovenstaande grafieken met behulp van een stippellijn. In de figuur wordt daarbij ook weergegeven met welke waarden de instabiliteitsfactoren in de liggertoetsing zijn vermenigvuldigd om tot de omgevormde functie te komen.



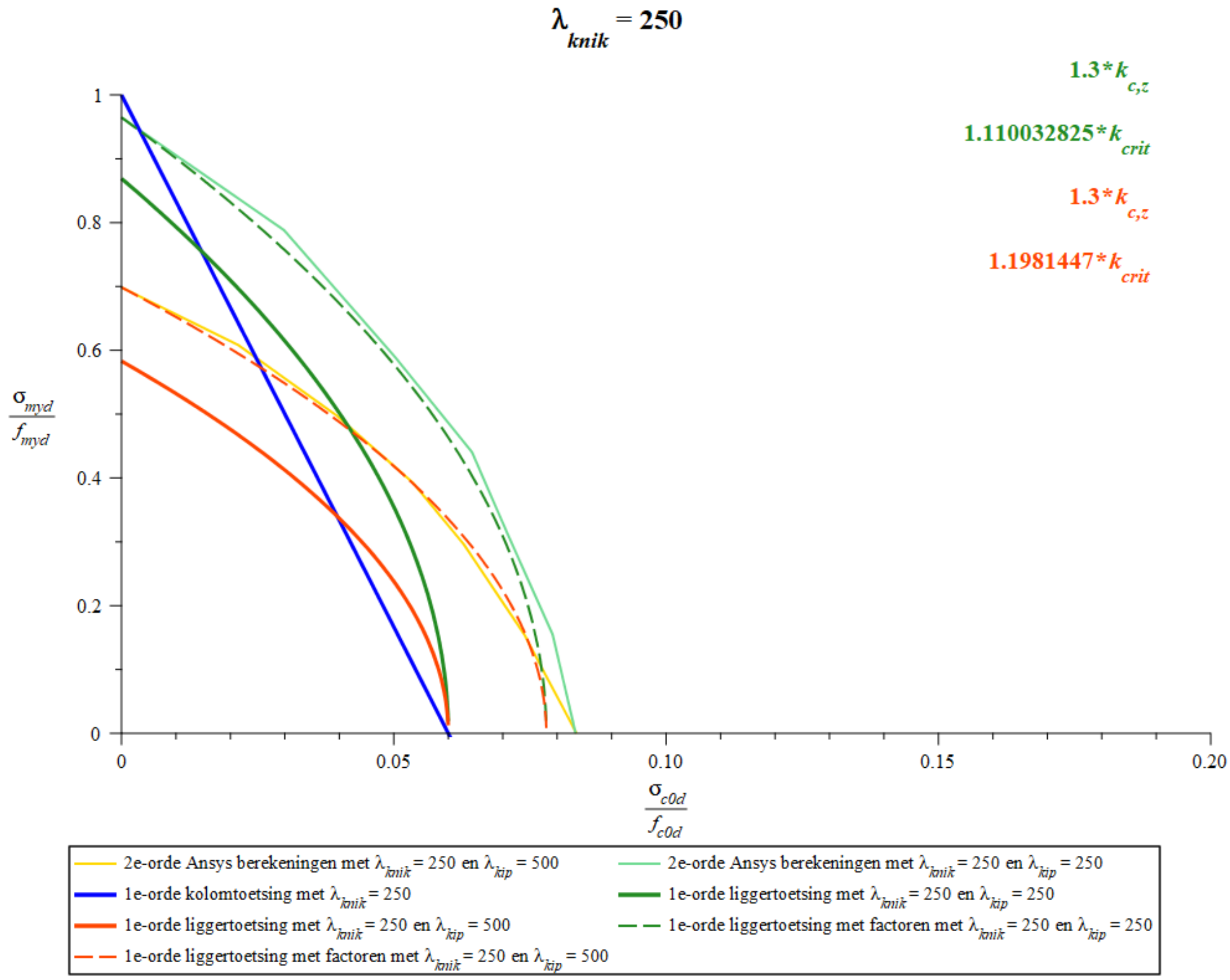
FIGUUR 33: GRAFIEK MET OMGEVORMDE 1^E-ORDE LIGGERTOETSINGEN VOOR Λ_{KNIK}=100



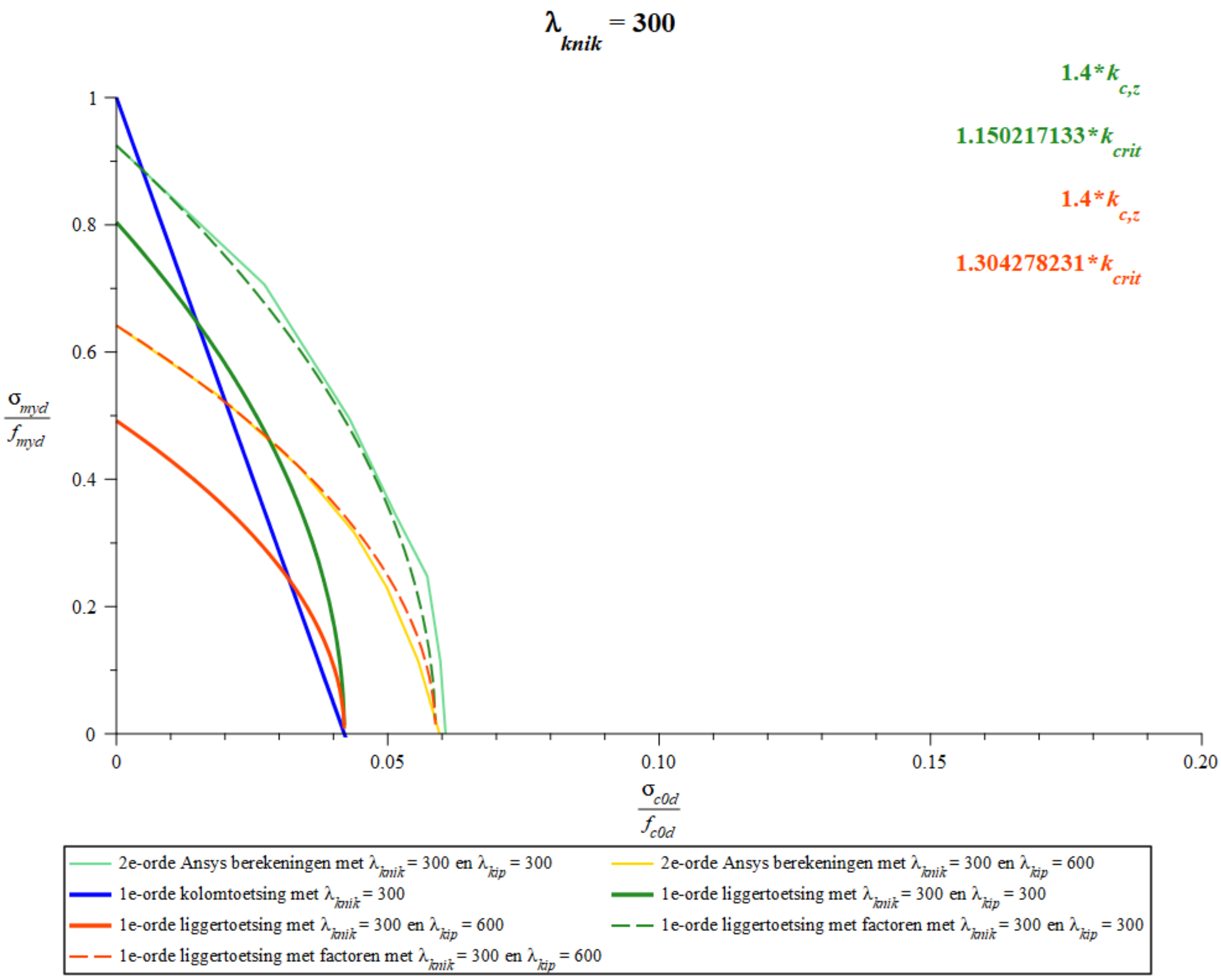
FIGUUR 34: GRAFIEK MET OMGEVORMDE 1E-ORDE LIGGERTOETSINGEN VOOR ΛKNIK=150



FIGUUR 35: GRAFIEK MET OMGEVORMDE 1[E]-ORDE LIGGERTOETSINGEN VOOR Λ_{KNIK}=200



FIGUUR 36: GRAFIEK MET OMGEVORMDE 1E-ORDE LIGGERTOETSINGEN VOOR Λ_{KNIK}=250



FIGUUR 37: GRAFIEK MET OMGEVORMDE 1^{E}-ORDE LIGGERTOETSINGEN VOOR λ_{KNIK}=300

In bovenstaande figuren is te zien dat wanneer de instabiliteitsfactoren vermenigvuldigd worden met een bepaalde factor, de liggertoetsing ongeveer gelijk loopt met het verloop van de 2^{e}-orde berekening. In onderstaande tabel wordt er een overzicht gegeven van de onderzochte slankheden met bijbehorende instabiliteitsfactoren en omgevormde instabiliteitsfactoren om de 2^{e}-orde berekening te benaderen.

λ_{knik}	λ_{kip}	$k_{c,z}$	k_{crit}	a	b	a* $k_{c,z}$	b* k_{crit}
100	100	0,358	1	0,9	1,004065	0,3222	1,004065
150	150	0,165	1	1,1	0,999102	0,1815	0,999102
150	250	0,165	0,869	1,1	1,037387	0,1815	0,901489
200	200	0,094	0,942	1,15	1,047354	0,1081	0,986608
200	400	0,094	0,687	1,15	1,145202	0,1081	0,786754
250	250	0,06	0,869	1,3	1,110033	0,078	0,964619
250	500	0,06	0,583	1,3	1,198145	0,078	0,698518
300	300	0,042	0,804	1,4	1,150217	0,0588	0,924775
300	600	0,042	0,492	1,4	1,304278	0,0588	0,641705

TABEL 3: OVERZICHT VAN DE ONDERZOCHTE SLANKHEDEN MET BIJBEHORENDE INSTABILITEITSFACTOREN EN OMGEVORMDE INSTABILITEITSFACTOREN OM DE 2^{E}-ORDE BEREKENING TE BENADEREN

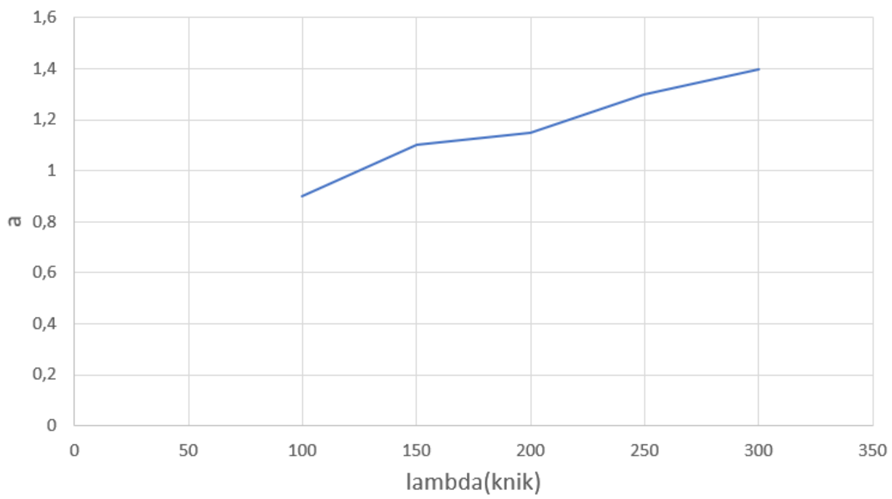
Van de bovenstaande grafieken die gemaakt werden in het programma Maple, is de maple sheet te zien in bijlage 8.

5.2. NIEUWE FACTOREN GEANALYSEERD

Ideaal zou zijn als deze factoren in verband kunnen gebracht worden met de slankheid van het element. Er zou dan een nieuwe 1e-orde toetsing kunnen komen, die bestaat uit een aangepaste liggertoetsing, waarbij voor een bepaalde slankheid van een element en andere parameters die van invloed zijn op de instabiliteitsfactoren, de bezwijkspanning kan berekend worden.

Helaas is dat nog een grote stap om te maken. Op dit moment hebben we factoren voor enkele slankheden die toegepast kunnen worden op de liggertoetsing en daarmee een nieuwe toetsing vormen, maar er is nog geen nieuwe toetsing die veralgemeend kan worden. Wel kunnen er al enkele eigenschappen ondervonden worden.

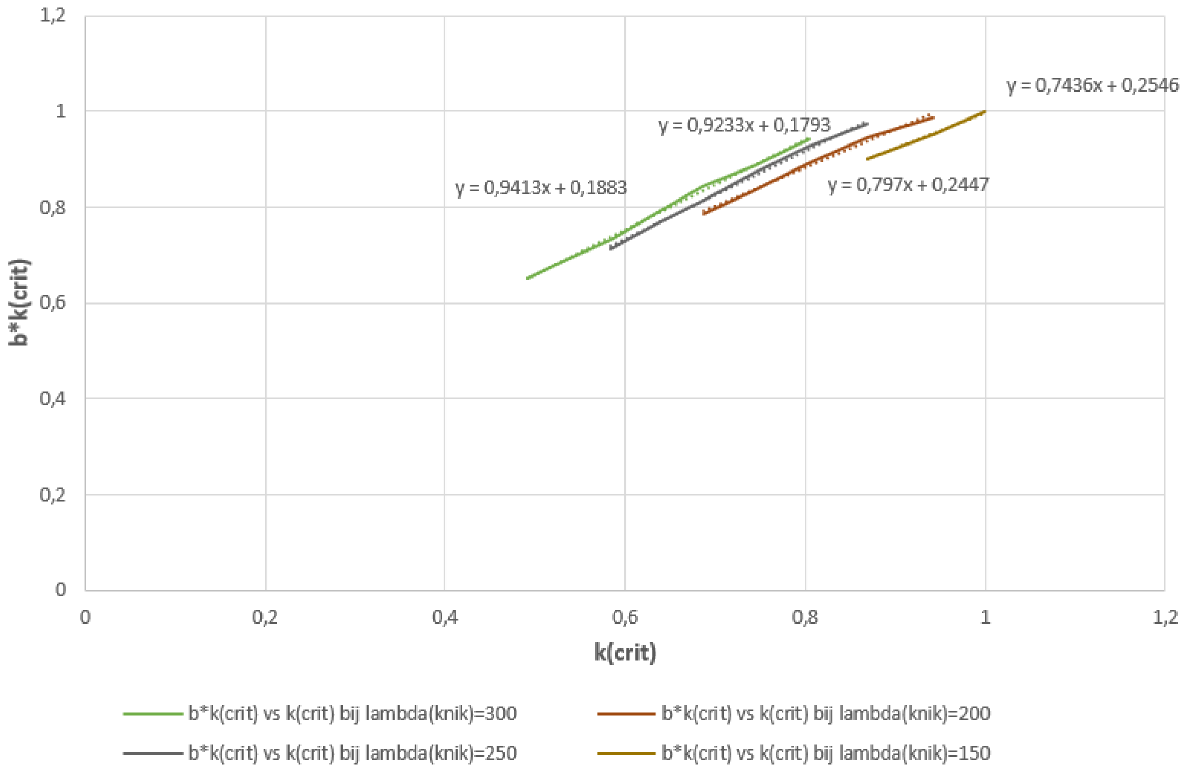
Ten eerste brengen we het verband tussen de factor a en de bijbehorende λ_{knik} in beeld. Dit is te zien in onderstaande figuur.



FIGUUR 38: FACTOR a VS. λ_{KNIK}

Te concluderen hierbij is dat er te weinig data is om echt een verband te kunnen leggen tussen de factor a en de bijbehorende λ_{knik}. Wel kan gezegd worden dat naarmate de waarde van λ_{knik} groter wordt, factor a ook groter moet worden. Dit zal waarschijnlijk via een lineair verband toenemen. Meer data kan verkregen worden door voor meer waarden van λ_{knik} 2e-orde berekeningen in Ansys uit te voeren. Vervolgens moeten de resultaten voor verschillende verhoudingen van druk en buiging in een grafiek worden weergegeven om zo factor a te variëren totdat de liggertoetsing gelijk loopt aan het verloop van de Ansys resultaten. Dit proces kan geoptimaliseerd worden door meer exacte waarden uit Ansys te halen zodat er vervolgens ook een exacte waarde van a bepaalt kan worden. Wanneer de factor a gevonden is kan deze geïmplementeerd worden in de formule van kc,z om zo ervoor te zorgen dat de toetsing voor een ligger om wordt gevormd tot een nieuwe toetsing die een betere benadering van de werkelijkheid zal geven.

Ten tweede is het interessant om het verband in beeld te brengen tussen k_{crit} en b* k_{crit}, waarbij deze laatste eigenlijk gelijk is aan de waarde van $\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}}$ waarbij volgens de 2e-orde berekening het element zal bezwijken wanneer er alleen buiging opgelegd wordt. Deze waarde is voor meer slankheden berekend om zo een juister verloop in beeld te brengen. De berekening hiervan is te zien in bijlage 6. De resultaten worden hieronder in een grafiek weergegeven.



FIGUUR 39: b*k_{crit} VS. k_{crit}

Ideaal zou zijn om een formule op te kunnen stellen waarmee een aangepaste instabiliteitsfactor berekend kan worden aan de hand van de bestaande formule voor k_{crit} vermenigvuldigd met een factor en opgeteld bij een constante die met de slankheid (zowel λ_{knik} als λ_{kip}) te maken heeft. Op dit moment zijn voor de huidige resultaten trendlijnen te vinden met een bepaalde vergelijking, waarvan de richtingscoëfficiënt en de constante gebruikt kunnen worden om de formule van k_{crit} aan te passen. Echter is het noodzakelijk om meer data en vooral exactere waarden uit Ansys te gebruiken voordat er een dergelijke formule opgesteld kan worden. De huidige trendlijnen zijn namelijk niet exact genoeg om als goede onderbouwing te dienen voor een nieuwe formule voor k_{crit}.

Daarnaast zijn in dit onderzoek de waarden van onder andere de materiaaleigenschappen en de toegepaste initiële excentriciteit constant gehouden. Wanneer deze veranderen zullen ook de resultaten in bovenstaande grafiek veranderen. Het zou kunnen dat deze ook weer invloed hebben op de factoren die de liggertoetsing aan moeten gaan passen om een nieuwe 1^e-orde toetsing te formuleren die de 2^e-orde berekeningen beter zal benaderen. In dat geval zullen de factoren in verband gebracht moeten worden met niet alleen de bijbehorende slankheid, maar ook andere parameters.

5. CONCLUSIES

De onderzoeksvraag van dit onderzoek was het volgende: "Kan er één 1^e-orde toetsing worden gevonden die toegepast kan worden op alle houten elementen onderworpen aan druk en buiging?" Het antwoord hierop is "ja". Hoewel er nog geen algemene nieuwe toetsing uit dit onderzoek vloeit, is er wel ondervonden dat door middel van het aanpassen van de instabiliteitsfactoren in de 1^e-orde toetsing voor een ligger, er een nieuwe toetsing gevormd kan worden die toepasbaar is voor alle soorten houten elementen, onderworpen aan alle mogelijke verhoudingen van druk en buiging en een goede benadering zal zijn van de werkelijkheid. De aangepaste instabiliteitsfactoren zijn in dit onderzoek berekend voor 9 waarden van slankheden. Voor houten elementen met deze slankheden kan er dus een nieuwe 1^e-orde toetsing gevormd worden. De waarden van deze aangepaste instabiliteitsfactoren kunnen gevonden worden in tabel 3 op pagina 43. Wel is het zo dat er nog verder onderzoek naar deze nieuwe toetsing uitgevoerd moet worden zodat de invloed van nog meer parameters getest kan worden, zoals de elasticiteitsmodulus, de initiële excentriciteit en de factor die rekening houdt met de herverdeling van de buigspanningen in de dwarsdoorsnede. Meer hierover wordt beschreven in hoofdstuk 6.

Eerst zullen nu de conclusies worden gegeven van de verschillende onderdelen in dit onderzoek die vooraf gingen aan bovenstaande conclusie.

Eurocode 5 geeft twee 1^e-orde toetsingen voor het toetsen van de sterkte en stabiliteit van houten elementen. Eén is bedoelt voor houten kolommen onderworpen aan druk en buiging en de andere voor houten liggers onderworpen aan druk en buiging. Uit de analyses in dit onderzoek blijkt dat de kolomtoetsing maatgevend zal zijn wanneer de opgelegde druk hoog is. De liggertoetsing zal dan weer maatgevend zijn wanneer de opgelegde buiging hoog is. De grens van de verhouding van de opgelegde druk en buiging waarbij de één of de andere toetsing maatgevend is ligt aan de slankheid van het element. Zo is er bij een slank element een hogere waarde voor de opgelegde drukkracht nodig waarbij de kolomtoetsing maatgevend wordt dan bij een minder slank element. Logischerwijs is er bij een slank element een lagere waarde voor het opgelegd moment nodig waarbij de liggertoetsing maatgevend zal zijn.

Echter was het voor het doel van dit onderzoek niet genoeg om alleen de begrenzingen van de huidige twee 1^e-orde toetsingen te onderzoeken. Gewenst was om de 1^e-orde toetsingen te vergelijken met 2^e-orde berekeningen, die werkelijkheid goed benaderen. Zo kon er gekeken worden hoe veilig de huidige 1^e-orde toetsingen zijn en hoe de 1^e-orde toetsingen verlopen ten opzichte van de werkelijke bezwijkspanningen.

Na het uitvoeren van 2^e-orde berekeningen van houten elementen met dezelfde slankheden als de slankheden gebruikt in de 1^e-orde berekeningen, was te zien dat voor bijna alle slankheden (behalve de kleinste), de 1^e-orde toetsing voor een ligger een onderschatting van de bezwijkspanningen geeft. Wel was te zien dat het verloop van de 2^e-orde berekeningen in een grafiek, waarbij de drukspanning op de druksterkte op de x-as staat en de buigspanning op de buigsterkte op de y-as, hetzelfde verloopt als het verloop van de 1^e-orde liggertoetsing. In die zin benadert de 1^e-orde liggertoetsing dus wel goed de 2^e-orde berekeningen. In tegenstelling was te zien dat de 1^e-orde toetsing voor een kolom geen goede benadering van de werkelijkheid geeft. Het verloop verschilt veel met het verloop van de 2^e-orde berekeningen en de kolomtoetsing geeft bij alle slankheden een overschatting van de bezwijkspanningen bij een hoge opgelegde buiging. Ook een gecombineerde 1^e-orde toetsing, die de maatgevende 1^e-orde toetsing volgt in de grafiek, geeft een minder goede benadering van de werkelijkheid dan enkel de 1^e-orde toetsing voor een ligger. Te concluderen was dus dat de 1^e-orde liggertoetsing, die zowel de instabiliteitsfactor voor knik als die voor kip in rekening houdt, gebruikt kan worden om een toetsing te vormen die voor alle typen houten elementen en alle verhoudingen aan druk en buiging bruikbaar is.

De volgende vraag in het doel van dit onderzoek was vervolgens om deze nieuwe 1^e-orde toetsing ook werkelijk te vinden. De 1^e-orde liggertoetsing bleek al een goede benadering te zijn van de werkelijkheid, maar voor kleine slankheden moet er nog gezorgd worden dat de toetsing ook een veilig antwoord geeft, en voor grote slankheden kan de liggertoetsing aangescherpt worden om de werkelijke bezwijkspanningen beter te benaderen. Gevonden werd dat dit gedaan kan worden door de instabiliteitsfactoren in de liggertoetsing ($k_{c,z}$ en k_{crit}) aan te passen waardoor het verloop van de 1^{e}-orde liggertoetsing nagenoeg gelijk wordt aan het verloop van de 2^{e}-orde berekeningen in de grafiek met de drukspanning op de druksterkte op de x-as en de buigspanning op de buigsterkte op de y-as. De aangepaste instabiliteitsfactoren zijn zoals hierboven werd verteld voor 9 slankheden berekend. Deze kunnen teruggevonden worden in tabel 3 op pagina 43. Om een algemene formule op te stellen die aan de hand van verschillende parameters deze aangepaste instabiliteitsfactoren kan berekenen, is nog vervolgonderzoek nodig. Aanbevelingen hiervoor zijn te lezen in het volgende hoofdstuk.

6. AANBEVELINGEN

Om meer exacte factoren te vinden die de instabiliteitsfactoren moeten gaan aanpassen om een nieuwe 1^{e}-orde toetsing te vormen, wordt er aanbevolen om te onderzoeken hoe de bezwijkspanningen exact uit Ansys gehaald kunnen worden. In dit onderzoek moet er geïnterpoleerd worden tussen de spanningen behorende bij de stappen die Ansys maakt. Dit draagt een zekere onjuistheid met zich mee. Om uiteindelijk de aangepaste instabilitetisfactoren te vinden moet er dus begonnen worden met de resultaten uit Ansys meer exact te maken.

Daarnaast wordt er aanbevolen om te onderzoeken wat het effect is van nog andere parameters naast de slankheid op de aanpassing van de instabiliteitsfactoren. Voorbeelden hiervan zijn de elasticiteitsmodulus, de initiële excentriciteit, de type opleggingen en de factor die rekening houdt met de herverdeling van de buigspanningen in de dwarsdoorsnede (k_m), die in dit onderzoek aan 1 werd gelijk gesteld. Wanneer deze invloed hebben op het verschil tussen de 1^{e}-orde liggertoetsing en de 2^{e}-orde berekeningen, moeten deze parameters meegenomen worden in de formule om de nieuwe instabiliteitsfactoren te bepalen.

Ook kan er worden gekeken of de huidige ondervindingen op andere manieren in beeld kunnen worden gebracht om de conclusies van dit rapport te bevestigen. Op dit moment zijn de verlopen van de 1^{e}- en 2^{e}-orde toetsingen in beeld gebracht in een grafiek met de drukspanning op de druksterkte op de x-as en de buigspanning op de buigsterkte op de y-as. Een andere manier om de toetsingen in beeld te kunnen brengen zou zijn door de uitkomst van de toetsing in functie van de opgelegde belasting te plotten, zoals dit theoretisch al wordt gedaan in Figuur 5 op pagina 10.

Na deze aanbevelingen kan er pas echt worden gekeken naar het formuleren van een nieuwe algemene 1^{e}-ordetoetsing waarbij de instabiliteitsfactoren zijn aangepast.

Ten slotte is er nog een laatste aanbeveling die interessant is bij dit onderzoek. Er moet namelijk nog nagedacht worden over hoe exact je de 1^{e}-orde berekening de werkelijkheid wilt laten benaderen. Wanneer in de praktijk de 1^{e}-orde berekeningen gebruikt zullen worden, moeten deze een 100% veilige constructie garanderen. Wellicht kan er nog een veiligheidsfactor toegepast worden op de hele formule zodat dit gegarandeerd wordt.

LITERATUURLIJST

Abbey, T. (2015, 3 augustus). Linear and Nonlinear Buckling in FEA. Geraadpleegd op 3 oktober 2019, van https://www.digitalengineering247.com/article/linear-and-nonlinear-buckling-in-fea/

Bak, M. (2014 november). Nonlinear Buckling Analysis Using Workbench v15 [Slides]. Geraadpleegd op 3 oktober 2019, van https://caeai.com/sites/default/files/Nonlinear_Buckling_CAEA_0.pdf

Borgström, E. (2016). Design of timber structures, Rules and formulas according to Eurocode 5 (Volume 2, edition 2:2016). Stockholm, Sweden: Swedish Wood.

Column Knik. (2019). [Illustratie]. Geraadpleegd van https://skyciv.com/nl/docs/tutorials/reinforced-concrete-tutorials/column-buckling/

Normcommissie 351 001 "Technische Grondslagen voor Bouwconstructies" , -. (2011, 1 november). NEN-EN 1995-1-1+C1+A1 (nl) Eurocode 5: Ontwerp en berekening van houtconstructies - Deel 1-1: Algemeen - Gemeenschappelijke regels en regels voor gebouwen. Geraadpleegd van https://connect.nen.nl/Standard/Detail/161458?compId=14489&collectionId=0

Oorebeek, M. (2013). Het verschil tussen 1e- en 2e-orde kipinstabiliteitsberekeningen (scriptie). Geraadpleegd van Technische Universiteit Delft

ProRail. (2014). Even voorstellen: het vernieuwde Rotterdam Centraal [Foto]. Geraadpleegd van https://www.prorail.nl/nieuws/even-voorstellen-het-vernieuwde-rotterdam-centraal?

Raven, W. J. (2006). Nieuwe blik op knik en kip (proefschrift). Geraadpleegd van http://resolver.tudelft.nl/uuid:374150aa-3884-488d-ae4a-a7b36cf682e6

Steel Structures, -. (2013). LTB and cross-section [Illustratie]. Geraadpleegd van http://structural-steel-design.blogspot.com/2013/01/ltb-and-cross-section.html

University of Alberta. (z.d.). ANSYS Tutorials - Buckling. Geraadpleegd op 2 oktober 2019, van https://sites.ualberta.ca/%7Ewmoussa/AnsysTutorial/IT/Buckling/Buckling.html

Wagemans, LAG. (2014). Quick Reference (editie 2014). Delft: Section Structural and Building Engineering.

BIJLAGE 1: EXCEL SHEETS VAN DE 1^{E}-ORDE BEREKENINGEN

KNIK							
parameters balk:							
l (x-richting)	10000	mm					
b (y-richting)	231	mm					
h (z-richting)	1067,22	mm					
type hout	GL24h						
f(c, 0, k)	24	N/mm^2		f(c, 0, d)	15,36	N/mm^2	
f(m, k)	24	N/mm^2		f(m, d)	14,50043	N/mm^2	
gamma(M)	1,25						
k(mod)	0,8		(serviceclass 1, medium term load duration)				
k(h)	0,944038551						
E(0, 05)	9400	N/mm^2					
beta(c)	0,1						
k(m)	1						
k(c, z)	0,164733528						
k(z)	3,514378488						
lambda(rel, z)	2,411962018		>0,3, anders niet op knik toetsen				
lambda(z)	149,9611089						
I(z)	1096247584	mm^4					
W(y)	43849903,34	mm^3					
belasting:							
F	-193343,7104	N					
M	0	Nmm					
sigma(c, 0, d)	-0,784267311	N/mm^2					
sigma(m, y, d)	0	N/mm^2					
sigma(m, z, d)		N/mm^2					
UC	0,30994947	< 1					

KIP							
parameters balk:							
l (x-richting)	10000,000	mm					
l(ef)	10000	mm					
b (y-richting)	231	mm					
h (z-richting)	1067,22	mm					
type hout	GL24h						
f(c, 0, k)	24	N/mm^2		f(c, 0, d)	15,36	N/mm^2	
f(m, k)	24	N/mm^2		f(m, d)	14,50043	N/mm^2	
gamma(M)	1,25						
k(mod)	0,8		(serviceclass 1, medium term load duration)				
k(h)	0,944038551						
E(0, 05)	9400	N/mm^2					
beta(c)	0,1						
k(m)	1						
G(0, 05)	540	N/mm^2					
k(c, z)	0,164733528						
k(z)	3,514378488						
lambda(rel, z)	2,411962018		>0,3, anders niet op knik toetsen				
lambda(z)	149,9611089						
I(z)	1096247584	mm^4					
W(z)	9491321,07						
k(crit)	1		lambda(rel,m)<=0,75				
	0,942372617		0,75 < lambda(rel, m) <= 1,4				
	1,474583745		1,4 < lambda(rel,m)				
lambda(rel, m)	0,823503177		> 0,75, anders niet op kip toetsen				
I(tor)	4384990334						
W(y)	43849903,34	mm^3					
lambda(kip)	200						
belasting:							
F	-193343,7104	N					
M	0	Nmm					
sigma(c, 0, d)	-0,784267311	N/mm^2		0,051059	0,042		
sigma(m, d)	0	N/mm^2		0			
sigma(m, crit)	35,39000987						
UC	0,30994947	< 1					
UC (alleen buiging	0	<1					

BIJLAGE 2: OVERZICHT VAN DE GRAFIEKEN MET 1^{E}-ORDE BEREKENINGEN

In deze bijlage worden de tabellen gegeven behorende bij de grafieken in het hoofdstuk over de 1^{e}-orde berekeningen. Ze geven een overzicht van wat er te zien is in de grafieken.

	figuur 6	figuur 7
uitleg	alleen druk	alleen buiging
F (kN)	22 -> 50	0
M (kN.m)	0	5 -> 12
l (mm)	2000	2000
b (mm)	50	50
h (mm)	300	300
conclusie	allebei de toetsingen goed	ligger toetsing maatgevend

	figuur 8	figuur 9	figuur 10
uitleg	hoge druk (90 % max) lage buiging	gemiddelde druk (50% max) middelmatige buiging	lage druk (10% max) hoge buiging
F (kN)	40	22	4
M (kN.m)	1 -> 5	2 -> 9	6 -> 12
l (mm)	2000	2000	2000
b (mm)	50	50	50
h (mm)	300	300	300
conclusie	kolom toetsing maatgevend	kolom toetsing maatgevend	ligger toetsing maatgevend

	figuur 11	figuur 12
uitleg	hoge buiging (90% max) lage druk	gemiddelde buiging (50% max) middelmatige druk
F (kN)	0 -> 24	12 -> 36
M (kN.m)	10	5
l (mm)	2000	2000
b (mm)	50	50
h (mm)	300	300
conclusie	ligger toetsing maatgevend	kolom toetsing maatgevend

BIJLAGE 3: EXCEL SHEETS VAN DE GRAFIEKEN MET DE 1^E^-ORDE TOETSINGEN OP EEN NIEUWE MANIER IN BEELD GEBRACHT

	KOLOM TOETSING				
lambda(knik)	100	150	200	250	300
ambda(kip)					
k(c,z)	0,358	0,165	0,094	0,06	0,042
k(crit)					
sigma(c,0,d) / f(c,0,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)
0	1	1	1	1	1
0,01	0,972067039	0,939393939	0,893617021	0,833333333	0,761904762
0,02	0,944134078	0,878787879	0,787234043	0,666666667	0,523809524
0,03	0,916201117	0,818181818	0,680851064	0,5	0,285714286
0,04	0,888268156	0,757575758	0,574468085	0,333333333	0,047619048
0,05	0,860335196	0,696969697	0,468085106	0,166666667	
0,06	0,832402235	0,636363636	0,361702128	0	
0,07	0,804469274	0,575757576	0,255319149		
0,08	0,776536313	0,515151515	0,14893617		
0,09	0,748603352	0,454545455	0,042553191		
0,1	0,720670391	0,393939394			
0,11	0,69273743	0,333333333			
0,12	0,664804469	0,272727273			
0,13	0,636871508	0,212121212			
0,14	0,608938547	0,151515152			
0,15	0,581005587	0,090909091			
0,16	0,553072626	0,03030303			
0,17	0,525139665				
0,18	0,497206704				
0,19	0,469273743				
0,2	0,441340782				
0,21	0,413407821				
0,22	0,38547486				
0,23	0,357541899				
0,24	0,329608939				
0,25	0,301675978				
0,26	0,273743017				
0,27	0,245810056				
0,28	0,217877095				
0,29	0,189944134				
0,3	0,162011173				
0,31	0,134078212				
0,32	0,106145251				
0,33	0,078212291				
0,34	0,05027933				

	LIGGER TOETSING								
lambda(knik)	100	150	150	200	200	250	250	300	300
ambda(kip)	100	150	250	200	400	250	500	300	600
k(c,z)	0,358	0,165	0,165	0,094	0,094	0,06	0,06	0,042	0,042
k(crit)	1	1	0,869	0,942	0,687	0,869	0,583	0,804	0,492
sigma(c,0,d) / f(c,0,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)	sigma(m,y,d) / fm,y,d)
0	1	1	0,869	0,942	0,687	0,869	0,583	0,804	0,492
0,01	0,985934602	0,969223369	0,842255108	0,890485022	0,649430159	0,793284837	0,532203752	0,701788735	0,429452808
0,02	0,971665621	0,937436867	0,814632637	0,835800903	0,609549066	0,709535529	0,476017507	0,581892479	0,356083457
0,03	0,957183952	0,904534034	0,786040075	0,777279051	0,566869117	0,614475793	0,412243253	0,429756077	0,262985062
0,04	0,942479791	0,87038828	0,756367415	0,713976399	0,520702533	0,501717384	0,336595207	0,175447184	0,107363202
0,05	0,927542557	0,83484711	0,725482139	0,644485743	0,470023042	0,354767764	0,238008753		
0,06	0,912360803	0,797724035	0,693222187	0,566534595	0,413173319				
0,07	0,896922111	0,758786911	0,659385825	0,475984266	0,347135022				
0,08	0,881212978	0,717740563	0,623716549	0,363538988	0,265128752				
0,09	0,865218673	0,674199862	0,58587968	0,194319763	0,141717279				
0,1	0,848923077	0,627645914	0,5454243						
0,11	0,832308495	0,577350269	0,501717384						
0,12	0,815355425	0,522232968	0,453820449						
0,13	0,798042297	0,460566186	0,400232016						
0,14	0,780345146	0,389249472	0,338257791						
0,15	0,762237225	0,301511345	0,262013358						
0,16	0,743688527	0,174077656	0,151273483						
0,17	0,724665209								
0,18	0,705128856								
0,19	0,685035578								
0,2	0,664334842								
0,21	0,642967978								
0,22	0,620866218								
0,23	0,597948074								
0,24	0,574115788								
0,25	0,549250378								
0,26	0,523204565								
0,27	0,495792352								
0,28	0,466773066								
0,29	0,435825807								
0,3	0,402506116								
0,31	0,366166919								
0,32	0,325799404								
0,33	0,279664604								
0,34	0,224230528								

BIJLAGE 4: APDL SCRIPT VOOR ANSYS

```
! ANSYS macro
! Genereer een glulam ligger met gaffelopleggingen en onderworpen aan een axiale drukkracht en
kopmoment
! eerste versie door P.C.J. Hoogenboom, December 2012
! bewerkt door M.Oorebeek, December 2012
! bewerkt door F van Lookeren Campagne, September, 2019

  l  = 10000     ! lengte  [mm]
  b  = 173       ! breedte [mm]
  h  = 900       ! hoogte  [mm]
  ec = 0.005*l   ! zijdelings excentriciteit van de middendoorsnede [mm]

  nl = 99        ! aantal elementen in de x richting [-]
  nb = 6         ! aantal elementen in de y richting [-] (moet een even getal zijn, anders staat de
puntlast niet in het midden)
  nh = 7         ! aantal elementen in de z richting [-]
  M = 700000000  ! kopmoment [Nmm]
  N = 0          ! kopnormaalkracht [N]

  /PREP7
  MPTEMP,,,,,,,,                       ! materiaal: orthotroop
  MPTEMP,1,0
  MPDATA,EX,1,,9400
  MPDATA,EY,1,,313.33
  MPDATA,EZ,1,, 313.33
  MPDATA,PRXY,1,,0.372
  MPDATA,PRYZ,1,,0.435
  MPDATA,PRXZ,1,,0.467
  MPDATA,GXY,1,,587.5
  MPDATA,GYZ,1,,50
  MPDATA,GXZ,1,,587.5
  MPDATA,DENS,1,,3.43E-007
  ET,1,SOLID185                        ! element type: 8 node solid

  *DO,i,0,nh                           ! plaats knopen
    *DO,j,0,nb
      *DO,k,0,nl
        x=k*l/nl
        y=j*b/nb-ec*SIN(x*3.1415/l)
        z=i*h/nh
        N,,x,y,z,,,
      *ENDDO
    *ENDDO
  *ENDDO

  *DO,i,1,nh                           ! plaats elementen
    *DO,j,1,nb
      *DO,k,1,nl
        a=k+(j-1)*(nl+1)+(i-1)*(nl+1)*(nb+1)
      E,a+1,a+nl+2,a+nl+1,a,a+(nl+1)*(nb+1)+1,a+(nl+1)*(nb+1)+nl+2,a+(nl+1)*(nb+1)+nl+1,a+(nl+1)*(nb+1)
      *ENDDO
    *ENDDO
  *ENDDO

  *DO,i,0,nh                           ! plaats steunpunten
    D,(nl+1)*(nb+1)*i+1,,0,,,,,UY,,,,
  *ENDDO
  *DO,i,0,nh
    D,(nl+1)*(nb+1)*i+nl+1,,0,,,,,UY,,,,
  *ENDDO
  *DO,i,0,nb
    D,(nl+1)*(nb+1)*nh+1+i*(nl+1),,0,,,,,,Uz,,,
  *ENDDO
```

```
  *DO,i,0,nb
    D,(nl+1)*(nb+1)*nh+(nl+1)*(i+1),,0,,,,,,Uz,,,
  *ENDDO
  *DO,i,0,nb
    D,(nl+1)*(nb+1)*(nh+1)-(nl+1)*(nb/2)-nl,,0,,,,,,Ux,,,


  F1=N/2+M/h                            ! plaats moment en normaalkracht
  F2=N/2-M/h
  F,(nb/2)*(nl+1)+1,FX,F1
  F,(nb/2)*(nl+1)+(nl+1),FX,-F1
  F,(nl+1)*(nb+1)*(nh+1)-(nl+1)*(nb/2),FX,-F2

  FINISH

  /SOLU                                 ! voer een non-linear buckling analysis uit
  ANTYPE,0
  NLGEOM,1
  NSUBST,20,1000,1
  OUTRES,ERASE
  OUTRES,ALL,ALL
  AUTOTS,1
  LNSRCH,1
  NEQIT,1000
  SOLVE

  FINISH

  /POST26                               ! vind de waarde van de reactiekracht in de scharnieroplegging
  FILE,'file','rst','.'                 ! en de normaalspanning in het midden van het element, waar de
grootste drukkracht zal ontstaan
  /UI,COLL,1                            ! bewaar deze als variabelen zodat ze vervolgens in ANsys in
een grafiek kunnen worden geplot
  NUMVAR,200
  SOLU,191,NCMIT
  STORE,MERGE
  FILLDATA,191,,,,1,1
  REALVAR,191,191
  NSOL,2,(nl+1)*(nb+1)-0.5*(nl+1),U,Y, UY_2,
  STORE,MERGE
  FORCE,TOTAL
  ANSOL,3,(nl+1)*(nb+1)-0.5*(nl+1),S,X,SX_3
  STORE,MERGE
  RFORCE,4,(nl+1)*(nb+1)*(nh+1)-(nl+1)*(nb/2)-nl,F,X, FX_4
  STORE,MERGE
```

BIJLAGE 5: EXCEL SHEET VAN DE 2^{E}-ORDE HANDBEREKENING

KNIK 2e-orde toetsing, alleen druk									
berekening							**conclusies**		
e0	50	mm					Fx	-720559,9549	N
							F2	-360279,9774	N
M1	36027997,74	Nmm					convergeert?	1,59212E-08	
q1	2,882239819	N/mm	sigma(m,z)	3,795889	N/mm2		e(eind)	184,0856733	mm
e1	86,41936684	mm	sigma(x)	6,718723	N/mm2		uy	134,0856733	mm
							sigma(m,z)	13,97537429	N/mm2
M2	62270335,07	Nmm					sigma(c,0,d)	2,922834246	N/mm2
q2	4,981626805	N/mm	sigma(m,z)	6,560766	N/mm2		sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0,190288688	
e2	112,9467725	mm	sigma(x)	9,4836	N/mm2		**UC**	0,999999977	

……

M67	132644764,4	Nmm			
q67	10,61158115	N/mm	sigma(m,z)	13,97537	N/mm2
e67	184,0856732	mm	sigma(x)	16,89821	N/mm2
M68	132644764,4	Nmm			
q68	10,61158115	N/mm	sigma(m,z)	13,97537	N/mm2
e68	184,0856733	mm	sigma(x)	16,89821	N/mm2
M69	132644764,4	Nmm			
q69	10,61158115	N/mm	sigma(m,z)	13,97537	N/mm2
e69	184,0856733	mm	sigma(x)	16,89821	N/mm2

BIJLAGE 6: EXCEL SHEETS MET DE BEREKENINGEN MET DE ANSYS RESULTATEN

	ALLEEN Fx				
lambda(knik)	**100**	**150**	**200**	**250**	**300**
lambda(kip)	**hoogte overal 1200 mm**				
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314
ingevoerd					
l [mm]	10000	11877,387	13574,16	15082,393	16453,53
b [mm]	346	274,296	235,111	208,988	189,989
h [mm]	1200	1200	1200	1200	1200
Wy [mm3]					
My [Nmm]	0	0	0	0	0
Fx [N]	3000000	1000000	1000000	500000	300000
F1 [N]	1500000	500000	500000	250000	150000
F2 [N]	1500000	500000	500000	250000	150000
waarden in Ansys:					
uy [mm]					
F2 [N]	1125868,8	492063,143	254781,621	151044,933	99426,65
sigma(x) [N/mm2]	-17,96806	-16,7782461	-15,939358	-15,447854	-15,1574
boven F2	1064050	354683	228100	142525	90859,3
boven sigma(x)	-14,7164	-7,66174	-10,0462	-10,2102	-8,23101
onder F2	1500000	500001	272399	170960	109826
onder sigma(x)	-37,6473	-17,305	-19,8305	-27,6907	-23,5649
a	-5,26E-05	-6,636E-05	-0,0002209	-0,0006148	-0,00081
b	41,252459	15,8749202	40,3341433	77,4074635	65,22544
uitrekenen:					
F1 [N]	1125868,8	492063,143	254781,621	151044,933	99426,65
sigma(c,0,d) [N/mm2]	5,4232602	2,9898549	1,80610876	1,20457421	0,872214
sigma(m,y,d) [N/mm2]					
sigma(m,z,d) [N/mm2]	12,5448	13,7883912	14,1332488	14,2432798	14,28519
UC spanning	0,9999999	0,99999996	0,99999992	1,00000139	1
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0,3530768	0,19465201	0,11758521	0,0784228	0,056785
sigma(m,y,d)/f(m,d)					

	Fx EN My						
lambda(knik)	**100**						
lambda(kip)	**100**						
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314
ingevoerd							
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	346	346	346	346	346	346	346
h [mm]	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Wy [mm3]	83040000	83040000	83040000	83040000	83040000	83040000	83040000
My [Nmm]	**3000000000**	**2000000000**	**1500000000**	**1100000000**	**900000000**	**700000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**370372,1939**	**625000,663**	**785714,33**	**1000000,34**	**1750001,1**	**3500000**
F1 [N]	2500000	1851852,764	1562500,33	1309523,83	1250000,17	1458333,9	1750000
F2 [N]	-2500000	-1481480,57	-937499,67	-523809,5	-249999,83	291667,2	1750000
	-1	-0,79999911	-0,5999997	-0,4	-0,1999998	0,2000003	1
waarden in Ansys:			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
uy [mm]							
F2 [N]	-995765,472	-844868,687	-673191,34	-471841,64	-247282,79	256753,34	1146171,37
sigma(x) [N/mm2]	-14,3314143	-14,8243948	-15,34134	-15,859522	-16,368956	-17,205476	-18,0008384
boven F2	-718784,000	-675924,000	-937489,000	-371577,000	-177344,000	206901,000	798439,000
boven sigma(x)	-10,235	-11,710	-22,058	-12,199	-11,297	-12,951	-9,263
onder F2	-1140610,000	-1050910,000	-665037,000	-523808,000	-250000,000	291663,000	1241410,000
onder sigma(x)	-16,474	-18,622	-15,134	-17,757	-16,566	-20,185	-20,394
a	1,47909E-05	1,84332E-05	2,5415E-05	3,6514E-05	7,2517E-05	-8,535E-05	-2,5128E-05
b	0,396885809	0,749256814	1,7676504	1,36910945	1,56326668	4,7083108	10,8002197
uitrekenen:							
F1 [N]	995765,4721	1056087,029	1121986,2	1179604,16	1236414,96	1283764,8	1146171,37
sigma(c,0,d) [N/mm2]	-2,8038E-16	0,508714696	1,08091247	1,70463036	2,38230291	3,7103039	5,5210567
sigma(m,y,d) [N/mm2]	14,38967445	13,73522917	12,9709359	11,9324118	10,7203595	7,4206033	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	-0,05826012	0,580450983	1,28949204	2,22247943	3,26629365	6,0745685	12,4797817
UC spanning	1,000001	1,000000016	1	1,00000001	0,99999999	1	0,99999974
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	-1,8254E-17	0,033119446	0,07037191	0,11097854	0,15509785	0,2415562	0,3594438
sigma(m,y,d)/f(m,d)	1,004066208	0,958401075	0,9050711	0,83260615	0,74803295	0,5177863	0

Fx EN My

lambda(knik)	**150**						
lambda(kip)	**150**						
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244
ingevoerd							
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	231	231	231	231	231	231	231
h [mm]	800	800	800	800	800	800	800
Wy [mm3]	24640000	24640000	24640000	24640000	24640000	24640000	24640000
My [Nmm]	**1000000000**	**700000000**	**500000000**	**300000000**	**350000000**	**180000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**194444,569**	**312500,225**	**321428,5817**	**583333,391**	**675000,04**	**800000**
F1 [N]	1250000	972222,284	781250,112	535714,2908	729166,696	562500,02	400000
F2 [N]	-1250000	-777777,72	-468749,89	-214285,7092	-145833,3	112500,02	400000
	-1	-0,7999999	-0,5999998	-0,399999987	-0,2	0,2	1
waarden in Ansys:			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
uy [mm]							
F2 [N]	-459258,6	-377322,36	-284701,02	-187274,1868	-88798,034	79218,233	278532,42
sigma(x) [N/mm2]	-14,9244	-15,418367	-15,884733	-16,29831408	-16,612748	-17,07795	-17,364018
boven F2	-359393,000	-354861,000	-213867,000	-152009,000	-66536,500	51328,000	182499,000
boven sigma(x)	-11,494	-14,336	-11,365	-12,433	-10,941	-8,553	-6,597
onder F2	-570309,000	-551736,000	-332521,000	-214286,000	-103451,000	79804,000	283750,000
onder sigma(x)	-18,739	-23,823	-18,936	-19,259	-20,346	-17,257	-17,949
a	3,435E-05	4,8188E-05	6,3807E-05	0,000109607	0,00025478	-0,000306	-0,0001121
b	0,85120987	2,76401934	2,28129138	4,228262328	6,01103193	7,1359631	13,864315
uitrekenen:							
F1 [N]	459258,596	471653,017	474501,88	468185,4827	443990,275	396091,11	278532,42
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0,51044728	1,02706094	1,52008277	1,92203594	2,5720202	3,0144201
sigma(m,y,d) [N/mm2]	14,9109934	13,7820678	12,3247224	10,64057905	8,64916086	5,1440402	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	0,01340661	1,12585148	2,53294931	4,137652263	6,04155077	9,3618935	14,349598
UC spanning	1	1,0000001	0,99999997	0,999999878	1,00000001	1,0000002	1,0000003
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0	0,03323224	0,06686595	0,098963722	0,12513255	0,1674492	0,1962513
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,9991017	0,92345875	0,82581024	0,712965282	0,57953156	0,3446732	0

lambda(knik)	**150**						
lambda(kip)	**250**						
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	14,1815	14,1815	14,1815	14,1815	14,1815	14,1815	14,1815
ingevoerd							
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	231	231	231	231	231	231	231
h [mm]	1333	1333	1333	1333	1333	1333	1333
Wy [mm3]	68410226,5	68410226,5	68410226,5	68410226,5	68410226,5	68410227	68410227
My [Nmm]	**1000000000**	**900000000**	**800000000**	**700000000**	**600000000**	**500000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**150037,683**	**300074,588**	**450112,804**	**600150,107**	**1125281,4**	**1200000**
F1 [N]	750187,547	750187,634	750187,331	750187,685	750187,581	937734,46	600000
F2 [N]	-750187,55	-600149,95	-450112,74	-300074,88	-150037,47	187546,92	600000
	-1	-0,7999998	-0,6000005	-0,3999997	-0,1999999	0,2	1
waarden in Ansys:			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
uy [mm]							
F2 [N]	-656105,34	-540614,91	-412303,45	-274492,4	-133889,52	121188,96	453883,25
sigma(x) [N/mm2]	-14,1815	-14,608843	-15,026259	-15,411175	-15,738926	-16,20773	-16,607118
boven F2	-532163,000	-425731,000	-319299,000	-212866,000	-106433,000	85568,100	425623,000
boven sigma(x)	-11,102	-10,946	-10,865	-10,888	-11,058	-8,817	-13,003
onder F2	-750184,000	-600150,000	-450114,000	-300077,000	-150038,000	133037,000	504099,000
onder sigma(x)	-16,519	-16,507	-16,718	-17,289	-18,492	-18,666	-23,012
a	2,4846E-05	3,1883E-05	4,4743E-05	7,3397E-05	0,00017049	-0,0002075	-0,0001275
b	2,12024451	2,62757909	3,42125958	4,73566291	7,08723385	8,9369445	41,284454
uitrekenen:							
F1 [N]	656105,343	675768,809	687171,894	686231,438	669447,796	605944,72	453883,25
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0,4389211	0,89265317	1,33714935	1,73926038	2,361414	2,9480308
sigma(m,y,d) [N/mm2]	12,784469	11,8508561	10,7118534	9,36003972	7,8266708	4,7228277	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	1,39703098	2,31906581	3,42175213	4,71398548	6,17299498	9,1234885	13,659087
UC spanning	1	1,00000014	1,00000016	0,99999988	0,9999998	1,0000001	0,9999991
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0	0,02857559	0,05811544	0,08705399	0,1132331	0,1537379	0,1919291
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,9014892	0,83565603	0,75533994	0,66001761	0,55189302	0,3330274	0

	Fx EN My													
lambda(knik)	**200**							**200**						
lambda(kip)	**200**							**400**						
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314	14,3314
ingevoerd														
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	173	173	173	173	173	173	173	173	173	173	173	173	173	173
h [mm]	600	600	600	600	600	600	600	1200	1200	1200	1200	1200	1200	1200
Wy [mm3]	10380000	10380000	10380000	10380000	10380000	10380000	10380000	41520000	41520000	41520000	41520000	41520000	41520000	41520000
My [Nmm]	**250000000**	**175000000**	**140000000**	**120000000**	**80000000**	**40000000**	**0**	**700000000**	**600000000**	**530000000**	**430000000**	**245000000**	**200000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**64814,8946**	**116666,68**	**171428,611**	**177777,92**	**200000**	**200000**	**0**	**111111,197**	**220833,135**	**307142,877**	**272222,24**	**500000,04**	**450000**
F1 [N]	416666,667	324074,114	291666,67	285714,306	222222,29	166666,7	100000	583333,333	555555,598	552083,234	511904,772	340277,79	416666,69	225000
F2 [N]	-416666,67	-259259,219	-175000	-114285,69	-44444,37	33333,36	100000	-583333,33	-444444,4	-331250,1	-204761,9	-68055,55	83333,355	225000
	-1	-0,79999978	-0,6	-0,3999999	-0,2	0,2	1	-1	-0,7999999	-0,6000003	-0,4	-0,2	0,2	1
waarden in Ansys:			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
uy [mm]														
F2 [N]	-262169,34	-204331,44	-142472,9	-84744,155	-36803,87	27844,75	94134,652	-390124,86	-311119,11	-223673,86	-144390,14	-66556,96	53574,489	183567,37
sigma(x) [N/mm2]	-15,360001	-15,8363611	-16,22053	-16,486989	-16,64731	-16,80087	-16,959593	-14,3314	-14,697544	-15,018347	-15,308557	-15,51391	-15,73416	-15,909893
boven F2	-190104,000	-183913,000	#########	-81071,400	-31527,700	23645,700	70937,000	-413803,000	-202778,000	-156836,000	-145259,000	-48277,600	38019,300	141875,000
boven sigma(x)	-10,841	-13,797	-13,066	-14,399	-11,372	-9,677	-6,688	-15,429	-8,147	-8,627	-15,649	-8,547	-7,041	-6,692
onder F2	-295574,000	-259259,000	#########	-114288,000	-44446,200	33285,300	99961,700	-266146,000	-315278,000	-234984,000	-172033,000	-68064,800	59114,000	199932,000
onder sigma(x)	-17,455	-21,322	-21,818	-33,285	-24,288	-26,031	-19,540	-8,583	-14,949	-16,100	-26,137	-16,089	-18,830	-19,528
a	6,271E-05	9,9869E-05	0,0001721	0,00056856	0,0009998	-0,001697	-0,0004428	4,6368E-05	6,0462E-05	9,5627E-05	0,00039171	0,0003811	-0,000559	-0,0002211
b	1,08057912	4,56993497	8,2983952	31,6953258	20,149155	30,43896	24,723078	3,75777801	4,1134085	6,37088852	41,2508092	9,8532966	14,206775	24,675578
uitrekenen:														
F1 [N]	262169,337	255414,371	237454,84	211860,439	184019,7	139223,7	94134,652	390124,86	388898,952	372789,588	360975,371	332784,86	267872,39	183567,37
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0,49212843	0,9150476	1,22462702	1,4182643	1,609522	1,8137698	0	0,37466206	0,71828385	1,04328147	1,282408	1,5483954	1,7684717
sigma(m,y,d) [N/mm2]	15,1542969	13,2874512	10,98057	8,57238712	6,3821842	3,219044	0	11,275285	10,1158679	8,61941398	7,3029698	5,7708355	3,0967905	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	0,20570415	2,05678154	4,324917	6,68997527	8,8468596	11,9723	15,145823	3,05611502	4,20701416	5,68064867	6,96230535	8,4606661	11,088973	14,141421
UC spanning	1,00000007	1,00000002	1	0,99999999	0,9999999	1	1	1	1,00000062	1,00000018	0,99999941	1	1	0,9999999
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0	0,03203961	0,0595734	0,07972832	0,0923349	0,104787	0,118084	0	0,02439206	0,04676327	0,06792197	0,0834901	0,100807	0,1151349
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,98660787	0,86506844	0,7148809	0,55809812	0,4155068	0,209573	0	0,78675391	0,70585343	0,60143559	0,50957826	0,4026707	0,2160843	0

	Fx EN My													
lambda(knik)				**250**							**250**			
lambda(kip)				**250**							**500**			
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	15,7066	15,7066	15,7066	15,7066	15,7066	15,7066	15,7066	14,6548	14,6548	14,6548	14,6548	14,6548	14,6548	14,6548
ingevoerd														
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	139	139	139	139	139	139	139	139	139	139	139	139	139	139
h [mm]	480	480	480	480	480	480	480	960	960	960	960	960	960	960
Wy [mm3]	5337600	5337600	5337600	5337600	5337600	5337600	5337600	21350400	21350400	21350400	21350400	21350400	21350400	21350400
My [Nmm]	**1E+08**	**90000000**	**80000000**	**70000000**	**28000000**	**18000000**	**0**	**4E+08**	**3,6E+08**	**3,2E+08**	**2,3E+08**	**1,4E+08**	**72000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**41666,7661**	**83333,497**	**125000,17**	**77777,801**	**112500**	**87000**	**0**	**83333,4**	**166666,8**	**205357,3**	**194444,4**	**224999,9**	**280000**
F1 [N]	208333,3	208333,383	208333,42	208333,42	97222,234	93750	43500	416666,7	416666,7	416666,7	342262	243055,6	187500	140000
F2 [N]	-208333	-166666,62	-124999,9	-83333,25	-19444,43	18750	43500	-416667	-333333	-250000	-136905	-48611,1	37499,95	140000
	-1	-0,7999996	-0,599999	-0,399999	-0,2	0,2	1	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
waarden in Ansys:														
uy [mm]														
F2 [N]	-168478	-122354,93	-77216,01	-43965,63	-18166,34	13521,14	42728,1	-227663	-176138	-121587	-73113,7	-32192,4	25256,49	85612,76
sigma(x) [N/mm2]	-15,7066	-16,151073	-16,43852	-16,63001	-16,71674	-16,82411	-16,8782	-14,6548	-14,978	-15,2393	-15,4347	-15,562	-15,7103	-15,8357
boven F2	-147787	-118229,000	-57031,200	-38021,100	-13793,400	13288,300	42553,1	-166341	-152083	-114066	-62463,5	-22178,8	17109,3	82649,2
boven sigma(x)	-13,4061	-14,946	-9,682	-11,680	-8,482	-15,199	-16,7079	-8,539	-10,912	-12,467	-10,141	-6,598	-5,64	-14,2892
onder F2	-208333	-166671,000	-88672,000	-47514,300	-19448,400	14509,900	45565	-258628	-190052	-136222	-78057,4	-34511,5	26571,7	90010,7
onder sigma(x)	-20,1379	-29,096	-20,273	-19,585	-19,131	-23,725	-19,639	-17,743	-17,33	-20,634	-17,892	-17,638	-17,336	-18,1307
a	0,000111	0,0002921	0,0003347	0,0008327	0,0018831	-0,006979	-0,00097	9,97E-05	0,000169	0,000369	0,000497	0,000895	-0,00124	-0,00052
b	3,02558	19,5885268	9,4067914	19,980219	17,492521	77,54498	24,70363	8,05058	14,79499	29,57926	20,90669	13,25604	15,50795	28,84018
uitrekenen:														
F1 [N]	168477,8	152943,738	128693,48	109914,22	90831,784	67605,71	42728,1	227663,2	220172,2	202645	182784,4	160961,8	126282,6	85612,76
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0,45846543	0,7715449	0,9884382	1,0891103	1,21593	1,280818	0	0,329994	0,60745	0,821873	0,964999	1,135635	1,283165
sigma(m,y,d) [N/mm2]	15,15088	12,378537	9,2585202	6,9190579	4,9009949	2,43186	0	10,23665	8,909844	7,289389	5,753106	4,342495	2,27127	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	0,555723	3,31407104	6,4084499	8,7225177	10,726638	13,17632	15,59739	4,418153	5,738192	7,342493	8,859749	10,25446	12,30343	14,55253
UC spanning	1	1,00000007	1	1,0000012	1	1	1	1,000001	1	1	1,000001	1	1,000001	1
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0	0,02984801	0,0502308	0,0643514	0,0709056	0,079162	0,083387	0	0,021484	0,039547	0,053507	0,062825	0,073935	0,083539
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,964619	0,78811054	0,5894669	0,4405191	0,3120341	0,15483	0	0,698519	0,607981	0,497406	0,392575	0,296319	0,154985	0

	Fx EN My													
lambda(knik)	300							300						
lambda(kip)	**300**							**600**						
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	15,9956	15,9956	15,9956	15,9956	15,9956	15,9956	15,9956	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244	14,9244
ingevoerd														
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	115	115	115	115	115	115	115	115	115	115	115	115	115	115
h [mm]	400	400	400	400	400	400	400	800	800	800	800	800	800	800
Wy [mm3]	3066666,7	3066666,7	3066666,7	3066666,7	3066667	3066667	3066667	12266667	12266667	12266667	12266667	12266667	12266667	12266667
My [Nmm]	**60000000**	**75000000**	**30000000**	**20000000**	**16000000**	**9000000**	**0**	**250000000**	**170000000**	**150000000**	**100000000**	**60000000**	**30000000**	**0**
Fx [N]	**0**	**41666,649**	**37500,036**	**42857,115**	**53333,37**	**67499,99**	**80000**	**0**	**47222,205**	**93750,044**	**107142,93**	**100000**	**112500,1**	**160000**
F1 [N]	150000	208333,32	93750,018	71428,557	66666,68	56249,99	40000	312500	236111,1	234375,02	178571,46	125000	93750,05	80000
F2 [N]	-150000	-166666,7	-56249,98	-28571,44	-13333,3	11249,99	40000	-312500	-188888,9	-140625	-71428,54	-25000	18750,05	80000
	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1	-1	-0,8	-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
waarden in Ansys:			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1			-0,6	-0,4	-0,2	0,2	1
uy [mm]														
F2 [N]	-113407,9	-77004,35	-45534,96	-24193,32	-10118,8	7028,652	21427,59	-146848,9	-107814,1	-71719,42	-41307,23	-17588,2	13097,5	42066,99
sigma(x) [N/mm2]	-15,99561	-16,40223	-16,626	-16,74232	-16,823	-16,8554	-16,8684	-14,92444	-15,21194	-15,42703	-15,5692	-15,6521	-15,7324	-15,786
boven F2	-106406	-76044	-39902,8	-24010,6	-9470,7	6983,51	20604	-142578,00	-117391,00	-66815,20	-40727,60	-11406,30	8554,66	41208,80
boven sigma(x)	-14,402	-15,691	-12,047	-16,429	-14,882	-15	-14,5363	-13,27	-21,75	-12,59	-15,05	-5,36	-4,63	-14,57
onder F2	-150005	-95043,7	-47263,1	-26266,9	-11371,5	7247,56	21655,7	-166319,00	-107700,00	-87839,00	-44368,30	-17752,60	13284,60	43311,70
onder sigma(x)	-24,325	-29,762	-18,031	-20,298	-20,575	-25,043	-17,5143	-22,45	-15,13	-24,75	-18,33	-15,93	-16,19	-17,55
a	0,0002276	0,0007406	0,000813	0,0017148	0,002995	-0,0374	-0,00283	0,0003867	0,000683	0,0005785	0,0009009	0,001666	-0,00245	-0,00141
b	9,8156825	40,626475	20,394389	24,743278	13,48326	246,0303	43,80611	41,858041	58,422288	26,061741	21,645539	13,64162	16,2915	43,72673
uitrekenen:														
F1 [N]	113407,89	96255,431	75891,639	60483,257	50593,92	35143,27	21427,59	146848,9	134767,64	119532,39	103268,14	87940,83	65487,36	42066,99
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0,4185017	0,6599278	0,7889117	0,879895	0,916781	0,931634	0	0,292973	0,5197062	0,6734881	0,764703	0,854183	0,9145
sigma(m,y,d) [N/mm2]	14,792334	11,299551	7,919126	5,5223854	3,959523	1,833562	-2,4E-16	9,5771023	7,910275	6,2364721	4,7144139	3,441163	1,708365	0
sigma(m,z,d) [N/mm2]	1,2032758	4,684175	8,0469506	10,431022	11,98359	14,10505	15,93676	5,3473395	7,0086954	8,670849	10,181298	11,44626	13,16988	14,8715
UC spanning	1,0000006	1	1,0000002	1,0000002	1	1	1	1,0000028	1	1,0000005	1,0000003	1,000001	1	1
sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	0	0,0272462	0,042964	0,0513614	0,057285	0,059686	0,060653	0	0,0190738	0,033835	0,0438469	0,049785	0,055611	0,059538
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,9247752	0,7064162	0,4950815	0,345244	0,247538	0,114629	-1,5E-17	0,6417077	0,530023	0,4178709	0,3158863	0,230573	0,114468	0

	ALLEEN My							
lambda(knik)	150			200				
lambda(kip)	150	200	250	200	250	300	350	400
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	14,9244	14,5004321	14,1815	15,36	15,02105	14,74966273	14,52403915	14,3314
ingevoerd								
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	231	231	231	173	173	173	173	173
h [mm]	800	1067	1333	600	750	900	1050	1200
Wy [mm3]	24640000	43831826,5	68410226,5	10380000	16218750	23355000	31788750	41520000
My [Nmm]	**1E+09**	**1000000000**	**1000000000**	**250000000**	**2,5E+08**	**400000000**	**600000000**	**700000000**
Fx [N]	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
F1 [N]	1250000	937207,123	750187,547	416666,667	333333,3	444444,4444	571428,5714	583333,3333
F2 [N]	-1250000	-937207,123	-750187,55	-416666,67	-333333	-444444,4444	-571428,571	-583333,333
waarden in Ansys:								
uy [mm]								
F2 [N]	-459258,6	-568055,737	-656105,34	-262169,34	-306867	-341580,7776	-366961,353	-390124,86
sigma(x) [N/mm2]	-14,9244	-14,5004334	-14,1815	-15,360001	-15,0211	-14,74967736	-14,5240391	-14,3314
boven F2	#########	-427600	-532163,000	-190104,000	-236458	-315278	-260714	-413803,000
boven sigma(x)	-11,494	-10,604	-11,102	-10,841	-11,153	-13,2152	-9,322	-15,429
onder F2	#########	-664827	-750184,000	-295574,000	-333333	-411111	-405358	-266146,000
onder sigma(x)	-18,739	-17,185	-16,519	-17,455	-16,475	-18,806	-16,404	-8,583
a	3,435E-05	2,7741E-05	2,4846E-05	6,271E-05	5,49E-05	5,8339E-05	4,89616E-05	4,63677E-05
b	0,8512099	1,25820624	2,12024451	1,08057912	1,83724	5,177798679	3,442971572	3,757778009
uitrekenen:								
F1 [N]	459258,6	568055,737	656105,343	262169,337	306867,3	341580,7776	366961,3525	390124,8603
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0	0	0	0	0	0	0
sigma(m,y,d) [N/mm2]	14,910993	13,8282048	12,784469	15,1542969	14,1904	13,16303575	12,1209365	11,27528498
sigma(m,z,d) [N/mm2]	0,0134066	0,67222865	1,39703098	0,20570415	0,830665	1,586641617	2,403102649	3,05611502
UC spanning	1	1,00000009	1	1,00000007	1,000001	1,000000992	1	1
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,9991017	0,95364087	0,9014892	0,98660787	0,944701	0,892429609	0,834543089	0,78675391

	ALLEEN My												
lambda(knik)	250						300						
lambda(kip)	250	300	350	400	450	500	300	350	400	450	500	550	600
f(c,0,d) [N/mm2]	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36	15,36
f(m,d) [N/mm2]	15,7066	15,4121612	15,180147	14,9776822	14,79975123	14,6548	15,9956	15,7735903	15,55173165	15,3725361	15,211419	15,061702	14,9244
ingevoerd													
l [mm]	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
b [mm]	139	139	139	139	139	139	115	115	115	115	115	115	115
h [mm]	480	580	675	772	870	960	400	460	530	595	660	730	800
Wy [mm3]	5337600	7793266,67	10555313	13806962,7	17534850	21350400	3066666,67	4055666,67	5383916,667	6785479,17	8349000	10213917	12266667
My [Nmm]	**100000000**	**200000000**	**220000000**	**280000000**	**360000000**	**400000000**	**70000000**	**90000000**	**130000000**	**110000000**	**120000000**	**130000000**	**260000000**
Fx [N]	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	0	0	0	0	0	0	0
F1 [N]	208333,333	344827,586	325925,93	362694,301	413793,1034	416666,667	175000	195652,174	245283,0189	184873,95	181818,18	178082,19	325000
F2 [N]	-208333,33	-344827,59	-325925,93	-362694,301	-413793,1034	-416666,67	-175000	-195652,17	-245283,0189	-184873,95	-181818,2	-178082,19	-325000
waarden in Ansys:													
uy [mm]													
F2 [N]	-170042,57	-191821,95	-207256,6	-218279,114	-227495,2254	-232692,88	-115424,12	-123714,08	-133246,4245	-137639,78	-140909,5	-145567,96	-149240,7
sigma(x) [N/mm2]	-15,706616	-15,412177	-15,180147	-14,9776963	-14,79976582	-14,654776	-15,995616	-15,773572	-15,5517472	-15,372536	-15,21144	-15,061716	-14,9244
boven F2	-147787	-157328	-196018	-189119	-188793	-180599	-106406	-109103	-111910	-131146	-128977	-126327	-148284,00
boven sigma(x)	-13,4061	-12,1312	-13,9436	-11,937	-10,8521	-9,49339	-14,402	-13,1423	-12,0411	-13,8449	-12,464	-11,178	-14,58
onder F2	-171094	-195689	-231204	-238910	-244615	-251237	-124141	-136342	-133846	-149951	-152760	-149617	-159392,00
onder sigma(x)	-15,8153	-15,78	-17,815	-17,129	-16,546	-16,4921	-17,536	-18,0477	-15,6504	-18,2687	-17,94	-15,879	-18,54
a	0,00010337	9,5117E-05	0,00011	0,00010428	0,000102001	9,9079E-05	0,00017671	0,00018009	0,000164538	0,00023525	0,0002302	0,0002018	0,0003559
b	1,87035945	2,83343613	7,6236167	7,78354885	8,404975395	8,40009548	4,40129315	6,50577284	6,372319174	17,0066647	17,23276	14,320636	38,193884
uitrekenen:													
F1 [N]	170042,569	191821,955	207256,6	218279,114	227495,2254	232692,885	115424,115	123714,084	133246,4245	137639,783	140909,48	145567,96	149240,67
sigma(c,0,d) [N/mm2]	0	0	-3,102E-16	2,7122E-16	0	0	3,1635E-16	0	0	0	0	0	0
sigma(m,y,d) [N/mm2]	15,2915979	14,2760075	13,25382	12,2048187	11,28728481	10,4628096	15,0553194	14,0318432	13,11695729	12,0692539	11,13909	10,403904	9,7330869
sigma(m,z,d) [N/mm2]	0,41501765	1,13616901	1,926327	2,77287764	3,512481005	4,19196654	0,94029625	1,7417286	2,434789905	3,3032822	4,0723468	4,6578122	5,1913131
UC spanning	1,00000099	1,000001	1	1,00000094	1,000000986	0,99999837	1,00000098	0,99999882	1,000001	1	1,0000011	1,000001	1
sigma(m,y,d)/f(m,d)	0,97357785	0,926282	0,8731022	0,81486698	0,762667199	0,71395103	0,9412163	0,88957827	0,843440305	0,78511794	0,7322847	0,6907522	0,6521593

BIJLAGE 7: EXCEL SHEET MET RESULTATEN VAN DE 2^{E}-ORDE BEREKENINGEN IN ANSYS

	ANSYS							
lambda(knik)	100		150					
lambda(kip)	100		150		250			
	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)		
	0	1,004066208	0	0,999101699	0	0,901489195		
	0,033119446	0,958401075	0,033232245	0,923458752	0,028575593	0,835656035		
	0,070371906	0,905071097	0,066865946	0,825810242	0,058115441	0,755339944		
	0,110978539	0,832606155	0,098963722	0,712965282	0,087053994	0,660017609		
	0,155097846	0,748032955	0,125132548	0,579531563	0,113233098	0,551893016		
	0,241556242	0,517786348	0,167449235	0,344673165	0,15373789	0,333027376		
	0,359443796	0	0,196251308	0	0,191929092	0		
lambda(knik)	200				250			
lambda(kip)	200		400		250		500	
	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)
	0	0,986607873	0	0,78675391	0	0,964618717	0	0,698518909
	0,032039611	0,865068436	0,024392061	0,705853435	0,02984801	0,788110541	0,021484016	0,607981306
	0,059573412	0,71488088	0,046763272	0,601435588	0,050230786	0,589466862	0,039547495	0,497406221
	0,079728321	0,55809812	0,06792197	0,509578255	0,064351447	0,440519141	0,053507338	0,392574826
	0,092334914	0,415506783	0,082474856	0,397774328	0,070905619	0,312034108	0,062825455	0,296318985
	0,104786604	0,209573161	0,100806991	0,216084296	0,079162112	0,154830446	0,073934539	0,154984718
	0,118083967	0	0,115134879	0	0,083386611	0	0,083539375	0
lambda(knik)	300							
lambda(kip)	300		600					
	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)	sigma(c,0,d)/f(c,0,d)	sigma(m,y,d)/f(m,y,d)				
	0	0,924775188	0	0,641707694				
	0,027246206	0,706416208	0,019073766	0,530022984				
	0,042964049	0,495081524	0,033835042	0,417870874				
	0,051361438	0,345244029	0,043846885	0,31588633				
	0,057284805	0,247538281	0,049785346	0,230572943				
	0,059686263	0,114629168	0,055610888	0,114467923				
	0,060653285	-1,48328E-17	0,05953775	-1,58974E-17				

BIJLAGE 8: MAPLE SHEET

Als voorbeeld is de maple sheet van lambda(knik)=300 gegeven. Voor de andere slankheden verschilt alleen de input. De waarden van de input zijn in bovenstaande bijlages te vinden.

lambda(knik)=300, lambda(kip)=300 & 600

INPUT

```
> lknik := 300 :
> lkip1 := 300 :
> lkip2 := 600 :
> kcz := 0.042 :
> kcrit_1 := 0.804 :
> kcrit_2 := 0.492 :
> a := 1.4 :
> b_1 := 1.150217133 :
> b_2 := 1.304278231 :
> X_1 := [0, 0.027246206, 0.042964049, 0.051361438, 0.057284805, 0.059686263, 0.060653285] :
> Y_1 := [0.924775188, 0.706416208, 0.495081524, 0.345244029, 0.247538281, 0.114629168, 0] :
> X_2 := [0, 0.019073766, 0.033835042, 0.043846885, 0.049785346, 0.055610888, 0.05953775] :
> Y_2 := [0.641707694, 0.530022984, 0.417870874, 0.31588633, 0.230572943, 0.114467923, 0] :
```

BEREKENING

```
> k1 := a·kcz :
> k2_1 := b_1·kcrit_1 :
> k2_2 := b_2·kcrit_2 :
> kolom := 1 - x/kcz :
> ligger_1 := kcrit_1·sqrt(1 - x/kcz) :
> ligger_2 := kcrit_2·sqrt(1 - x/kcz) :
> ligger2_1 := k2_1·sqrt(1 - x/k1) :
> ligger2_2 := k2_2·sqrt(1 - x/k1) :
> #eq1:=(y1 - kolom)·(y1 - ligger_1) = 0.002 :
> #opl1:=solve(eq1, y1) :
> #y1:=opl1[1] :
> #eq2:=(y2 - kolom)·(y2 - ligger_2) = 0.002 :
> #opl2:=solve(eq2, y2) :
> #y2:=opl2[2] :
```

OUTPUT

```
> l := plots[pointplot]([X_1, Y_1], style = line, legend = typeset("2e-orde Ansys berekeningen met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip1), colour = "aquamarine",
      thickness = 2) :
> m := plots[pointplot]([X_2, Y_2], style = line, legend = typeset("2e-orde Ansys berekeningen met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip2), colour = "Gold", thickness
      = 2) :
> n := plot([kolom, ligger_1, ligger_2, ligger2_1, ligger2_2], x = 0 ..0.2, y = 0 ..1, colour = ["blue", "ForestGreen", "OrangeRed", "ForestGreen", "OrangeRed"],
      linestyle = [solid, solid, solid, dash, dash], thickness = [3, 3, 3, 2, 2], legend = [typeset("1e-orde kolomtoetsing met ", λ_knik = lknik),
      typeset("1e-orde liggertoetsing met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip1), typeset("1e-orde liggertoetsing met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip2),
      typeset("1e-orde liggertoetsing met factoren met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip1), typeset("1e-orde liggertoetsing met factoren met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip
      = lkip2)]) :
> #n:=plot([kolom, ligger_1, ligger_2, y1, y2], x = 0 ..0.2, y = 0 ..1, colour = ["blue", "ForestGreen", "OrangeRed", "DarkViolet", "DarkViolet"], linestyle = [solid,
      solid, solid, solid, solid], thickness = [3, 3, 3, 2, 2], legend = [typeset("1e-orde kolomtoetsing met ", λ_knik = lknik), typeset("1e-orde liggertoetsing met ", λ_knik
      = lknik, " en ", λ_kip = lkip1), typeset("1e-orde liggertoetsing met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip2), typeset("gecombineerde vergelijking met ", λ_knik = lknik,
      " en ", λ_kip = lkip1), typeset("gecombineerde vergelijking met ", λ_knik = lknik, " en ", λ_kip = lkip2)]) :
> o := plots[textplot]([[0.19, 1, typeset(a, "*", k_c,z),'colour'= "ForestGreen"], [0.19, 0.9, typeset(b_1, "*", k_crit),'colour'= "ForestGreen"], [0.19, 0.8, typeset(a,
      "*", k_c,z),'colour'= "OrangeRed"], [0.19, 0.7, typeset(b_2, "*", k_crit),'colour'= "OrangeRed"]], 'align'= {'above','left'}, 'font'= ["times", "bold", 16]) :
> plots[display]({l, m, n, o}, size = [1000, 800], labels = [typeset(sigma_c0d / f_c0d), typeset(sigma_myd / f_myd)], labeldirections = [horizontal, horizontal], title = typeset(λ_knik
      = lknik), titlefont = [times, bold, 18])
```