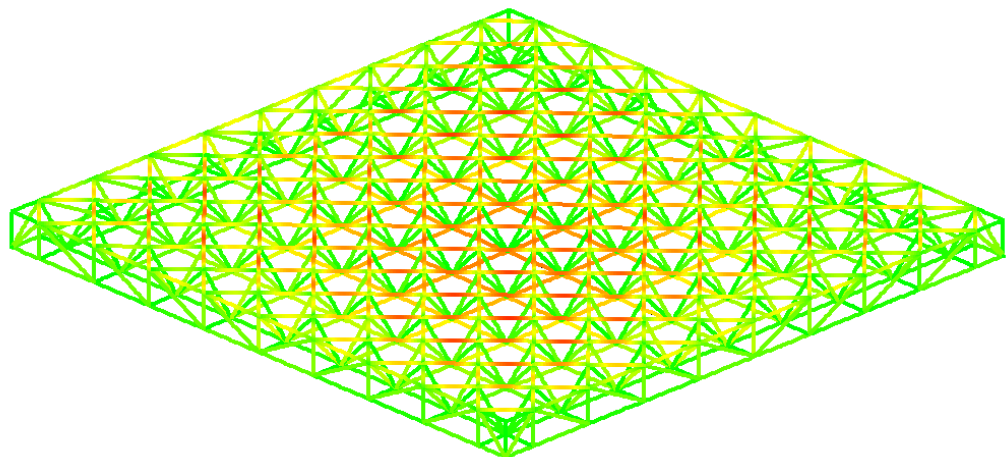
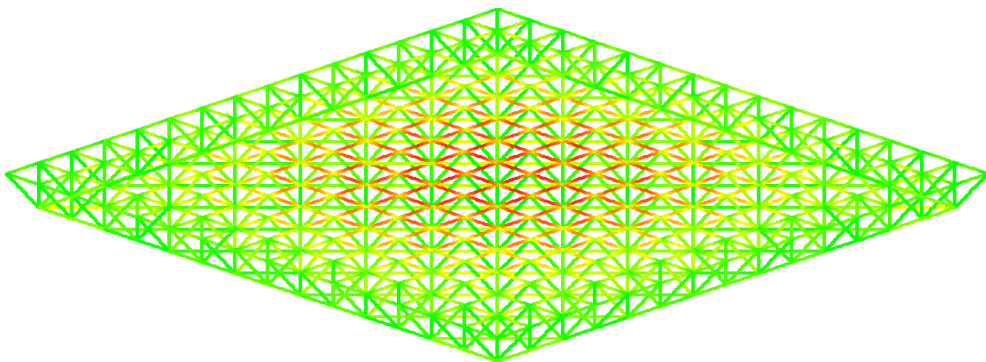


Bachelor eindwerk

Ontwerpformules voor ruimtelijke vakwerken

Eduard van der Stap

4153537



TU Delft

Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen

Eerste begeleider: Ir. J.W. Welleman

Tweede begeleider: Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom

Voorwoord

Dit bacheloreindwerk is geschreven als afronding van mijn bachelor Civiel Techniek aan de TU Delft. Het is een ontwerp in de richting Structural Engineering. Het is bestemd voor mensen met een civiele achtergrond. Mensen die geïnteresseerd zijn in de lengte van de staven in ruimtelijke vakwerken worden verwezen naar hoofdstuk 2. Voor de verschillende configuraties die mogelijk zijn voor een ruimtelijk vakwerk worden mensen verwezen naar hoofdstuk 3. De afmetingen van staven worden in hoofdstuk 7 behandeld.

Graag wil ik meneer Welleman en meneer Hoogenboom bedanken voor hun hulp en begeleiding.

Samenvatting

Om de afmetingen en configuraties van de ruimtelijke vakwerken te kunnen bepalen zijn ontwerpformules nodig. Ontwerpformules om de afmetingen van de staven te bepalen zijn nog niet bekend. Het doel van dit eindwerk is om ontwerpformules te bepalen om de afmetingen van vierkante ruimtelijke vakwerken te verkrijgen.

De lengte van de staven in een ruimtelijk vakwerk kunnen bepaald worden door formules die de hoogte bepalen en het feit dat de optimale hoek voor de diagonalen 40 graden. Uit literatuur blijkt dat er twee configuraties het meest efficiënt zijn om toe te passen, namelijk diagonaal op vierkant en vierkant op diagonaal. Deze twee configuraties zijn gebruikt en gemodelleerd in MatrixFrame voor twee varianten: in de hoeken opgelegd en langs de gehele zijkant opgelegd. Met behulp van MatrixFrame zijn resultaten gegenereerd en zijn ontwerpformules gevonden.

Deze ontwerpformules zijn te vinden in tabel 3, 4, 5 en 6. Uiteindelijk blijkt dat diagonaal op vierkant efficiënter is dan vierkant op diagonaal. Vierkant op diagonaal is alleen efficiënter als het vakwerk langs de randen is opgelegd en een overspanning heeft van 140 meter. Deze resultaten waren tegenstrijdig met de literatuur. Dit kan te verklaren zijn doordat vierkant op diagonaal, zoals die in de literatuur is beschreven, niet kinematisch bepaald is. Extra staven dienen toegevoegd te worden om kinmetische bepaaldheid te bereiken.

De maximale overspanning die gemaakt kunnen worden als zich alleen in hoeken opleggingen bevinden is 70 meter. Voor vakwerken die langs de gehele zijkant zijn opgelegd geldt dat voor vierkant op diagonaal een maximale overspanning van 160 meter overbrugd kan worden. Tussen een overspanning van 140 en 160 meter wordt dus gebruikt gemaakt van vierkant op diagonaal. Diagonaal op vierkant heeft een iets grotere maximale overspanning: 170 meter. Deze configuratie wordt dus gebruikt bij de maximale overspanning.

Inhoudsopgave

Voorwoord	2
Samenvatting.....	3
1 Inleiding	5
2 Bestaande ontwerpformules.....	6
3 Configuraties	7
4 Model	8
5 Kinematische onbepaaldheid	12
6 Verwachting.....	16
7 Resultaten.....	17
7.1 Diagonaal op vierkant, hoeken opgelegd	17
7.2 Diagonaal op vierkant, zijkanten opgelegd	20
7.3 Vierkant op diagonaal, hoeken opgelegd	22
7.4 Vierkant op diagonaal, zijkanten opgelegd	24
7.5 Diagonaal op vierkant vs. Vierkant op diagonaal	26
8 Conclusie	28
Literatuurlijst	29
Bijlage 1: resultaten diagonaal op vierkant, hoeken opgelegd	30
Bijlage 2: resultaten diagonaal op vierkant, zijkanten opgelegd	34
Bijlage 3: resultaten vierkant op diagonaal, hoeken opgelegd	40
Bijlage 4: resultaten vierkant op diagonaal, zijkanten opgelegd	44
Bijlage 5: hoeveelheid materiaal om aan doorbuigingseis voldoen.....	50

1 Inleiding

Ruimtelijke vakwerken zijn een erg efficiënte manier om grote overspanningen te maken. Door de configuratie van ruimtelijke vakwerken heerst er voornamelijk een normaalkracht, dan wel druk dan wel trek, in de staven. Dit zorgt ervoor dat er optimaal gebruik wordt gemaakt van het materiaal. Hierdoor wordt er weinig materiaal gebruik en ontstaat een lichte constructie. Dit is in economisch en constructief opzicht erg voordelig. Om de afmetingen en configuraties van de ruimtelijke vakwerken te kunnen bepalen zijn ontwerpformules nodig. Ontwerpformules om de afmetingen van de staven te bepalen zijn nog niet bekend.

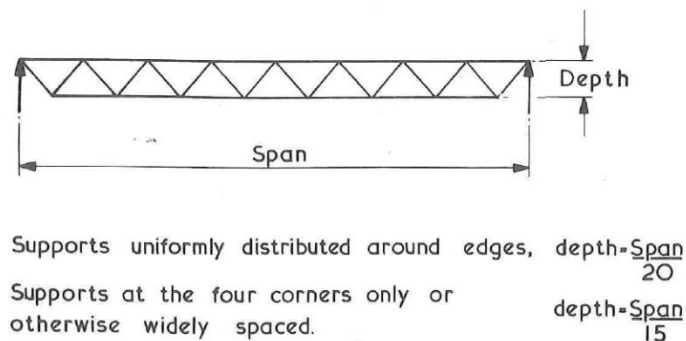
Het doel van dit eindwerk is om ontwerpformules te bepalen om de afmetingen van ruimtelijke vakwerken te verkrijgen. Dit wordt gedaan met behulp van de beschikbare literatuur over ruimtelijke vakwerken. Ook wordt er gebruikt gemaakt van het programma MatrixFrame om modellen in te programmeren en te onderzoeken. Alleen vierkante ruimtelijke vakwerken worden onderzocht en de ontwerpformules zijn dus alleen toepasbaar op vierkante vakwerken.

Om tot de ontwerpformules te komen, worden in hoofdstuk 2 de bestaande ontwerpformules behandeld die in de literatuur zijn gevonden. Vervolgens beschrijft hoofdstuk 3 de mogelijke configuraties van de vakwerken. In hoofdstuk 4 zijn de modellen van de ruimtelijke vakwerken beschreven die zijn gebruikt. De kinematische onbepaaldheid van één van de configuraties wordt besproken in hoofdstuk 5. In hoofdstuk 6 worden de verwachtingen uitgesproken ten aanzien van de resultaten. In hoofdstuk 7 worden vervolgens deze resultaten gepresenteerd en besproken. Als laatste geeft hoofdstuk 8 de conclusie.

2 Bestaande ontwerpformules

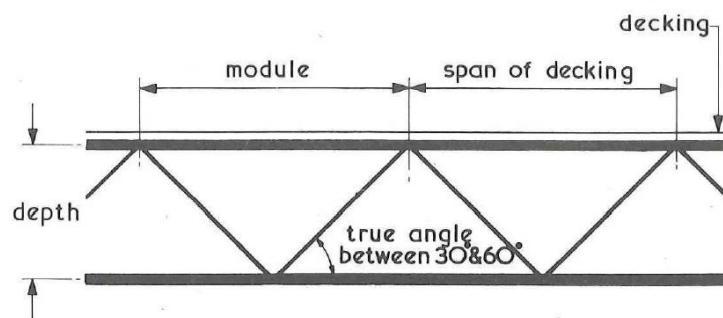
Een ruimtelijk vakwerk kan in veel vormen worden toegepast als draagsysteem. Er zijn talloze mogelijkheden om een overspanning met behulp van een vakwerk te maken. Om een goed en optimaal ruimtelijk vakwerk te ontwerpen zijn er vuistregels die gebruikt worden om de basis geometrie van het vakwerk te bepalen.

Als eerste moet de hoogte van het vakwerk bepaald worden. Voor twee verschillende manieren van ondersteunen is onderzocht wat in economisch opzicht de optimale constructie is. Voor een vakwerk dat verspreid langs de randen wordt ondersteunt, wordt aangenomen dat de hoogte 1/20 van de overspanning is. De hoogte van een vakwerk dat alleen bij de vier hoekpunten wordt ondersteund kan worden bepaald met de formule: $hoogte = \frac{overspanning}{15}$. (Makowski, 1981)



Figuur 1 Hoogte van een ruimtelijk vakwerk (Makowski, 1981)

Daarna kan de module bepaald worden. De module is de afstand tussen twee knopen in de bovenrand. Deze wordt bepaald door de hoek die de diagonaal met de onder- en bovenrand maakt. Deze hoek mag nooit kleiner zijn dan 30 graden anders ontstaan er erg grote krachten. Ook een hoek groter dan 60 graden is niet wenselijk aangezien dit tot een erg hoge dichtheid van het netwerk leidt, wat het gewicht onnodig vergroot. Uit verder onderzoek is gebleken dat de meest geschikte hoek van de diagonalen 40 graden is. (Makowski, 1981) Met behulp van de eerder bepaalde diepte van het vakwerk en de hoek kan de module bepaald worden.

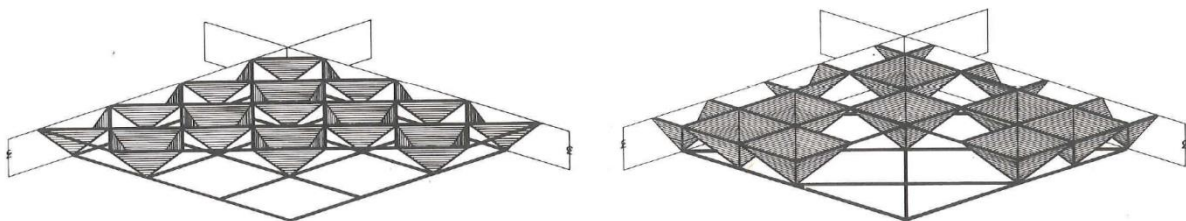


Figuur 2 Module en hoek van een ruimtelijk vakwerk (Makowski, 1981)

3 Configuraties

Het optimale ruimtelijke vakwerk is zo ontworpen dat het alle belastingen kan dragen en niet bezwijkt in een configuratie die economisch het voordeligst is. Een configuratie van een vakwerk is economisch het voordeligst als zo min mogelijk materiaal wordt gebruikt en de constructie kosten het laagst zijn. De hoeveelheid staven en knopen, de kosten van het produceren en het op de bouwplaats construeren maken allemaal deel uit van de kosten. Elke configuratie heeft verschillende kosten. In dit bacheloreindwerk wordt het volume van de staven alleen als criterium gebruikt voor het optimale vakwerk. Eigenlijk moeten alle kosten erbij betrokken worden om een exact beeld te schetsen van het optimale vakwerk, maar aangezien dit voor te veel onbekende zorgt is er voor gekozen om de overige kosten niet mee te nemen. Deze manier geeft een degelijke indicatie voor de optimalisatie. (Makowski, 1981)

Bij een onderzoek van meneer West in 1967 zijn vijf type vakwerk configuraties onderzocht die een vierkante ruimte van 30 bij 30 meter overspannen: een diagonaal vakwerk, driehoek op driehoek, vierkant op vierkant versprongen, diagonaal op vierkant en vierkant op diagonaal. De laatste vier configuraties zijn van belang voor dit bachelor eindwerk. De vakwerken zijn elk onderzocht voor twee type ondersteuning: langs alle randen en bij de hoekpunten. Uit het onderzoek is gekomen dat diagonaal op vierkant en vierkant op diagonaal de meeste voordelen hebben: minder diagonalen, kortere op druk belaste staven, langere op trek belaste staven en minder knooppunten. Vierkant op diagonaal blijkt uiteindelijk het meest efficiënt te zijn. Het heeft 10-15% minder vervormingen en gebruikt 15-20% minder materiaal. In 1977 is door meneer Lee en meneer Makowski een verder onderzoek gedaan naar de verschillen tussen vierkant op diagonaal en diagonaal op vierkant. De vakwerken overspannen weer een ruimte van 30 bij 30 meter en hebben een diepte van 1,66 meter. Het vakwerk wordt langs de randen bij elk knooppunt ondersteund. Uit dit onderzoek blijkt dat er bijna evenveel materiaal wordt gebruikt voor beide vakwerken. Bij een diagonaal op vierkant vakwerk is de grootste kracht in de staven een trekkracht die twee keer zo groot is als de grootste drukkracht. Bij een vierkant op diagonaal vakwerk zijn de grootste druk- en trekkrachten in de staven even groot. Deze zijn 30% kleiner dan de grootste trekkracht bij een diagonaal op vierkant vakwerk. Hiermee lijkt het vierkant op diagonaal vakwerk efficiënter te zijn, maar er moet ook rekening gehouden met knik. Alhoewel de trekkracht veel kleiner is, is de drukkracht met 20% vergroot bij het vierkant op diagonaal vakwerk. Dit kan er voor zorgen dat er staven uitknikken als de op druk belaste staven te lang worden. Daardoor is een vierkant op diagonaal vakwerk efficiënter dan een diagonaal op vierkant mits de staven niet te lang worden. Een vakwerk bestaande uit vierkanten op diagonalen vertoont ook 5% minder verplaatsingen. De verschillen tussen de twee configuraties zijn wel klein. (Makowski, 1981)



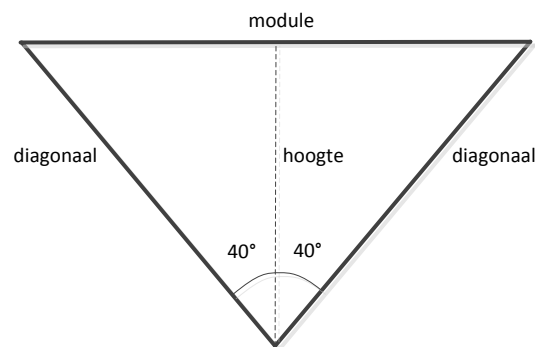
Figuur 3 Diagonaal op vierkant en vierkant op diagonaal (Makowski, 1981)

4 Model

Met behulp van de literatuur is gevonden dat twee configuraties, diagonaal op vierkant (I) en vierkant op diagonaal (II), het meest optimaal zijn. Aangezien er kleine verschillen waren tussen de twee configuraties, worden beiden gebruikt tijdens het onderzoek. Door beide modellen te onderzoeken met behulp van het programma MatrixFrame, kunnen ontwerpformules verkregen worden.

Met de bestaande ontwerpformules is de geometrie van de twee configuraties bepaald. De hoogte van vakwerken kan bepaald worden door de eerder bepaalde formules. In combinatie met de hoek van de diagonalen kan de module voor configuratie I berekend worden:

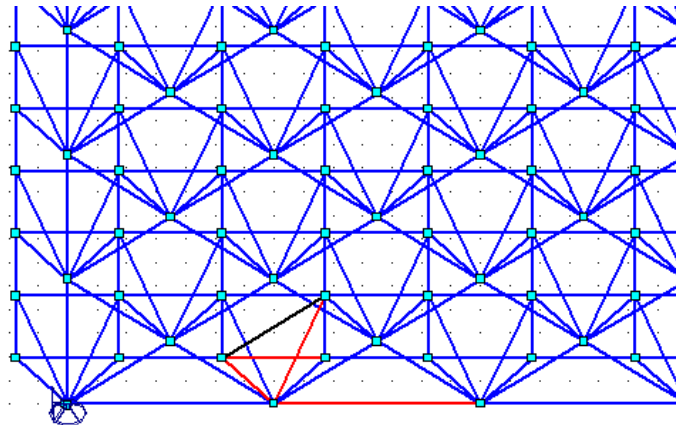
$$module = 2 * hoogte * \tan(40^\circ)$$



Figuur 4 Module I

Voor configuratie II moet eerst de diagonaal tussen de vierkanten in het bovenste vlak berekend worden (zwart staaf in figuur 5). Daarna kan de module bepaald worden met de volgende formule:

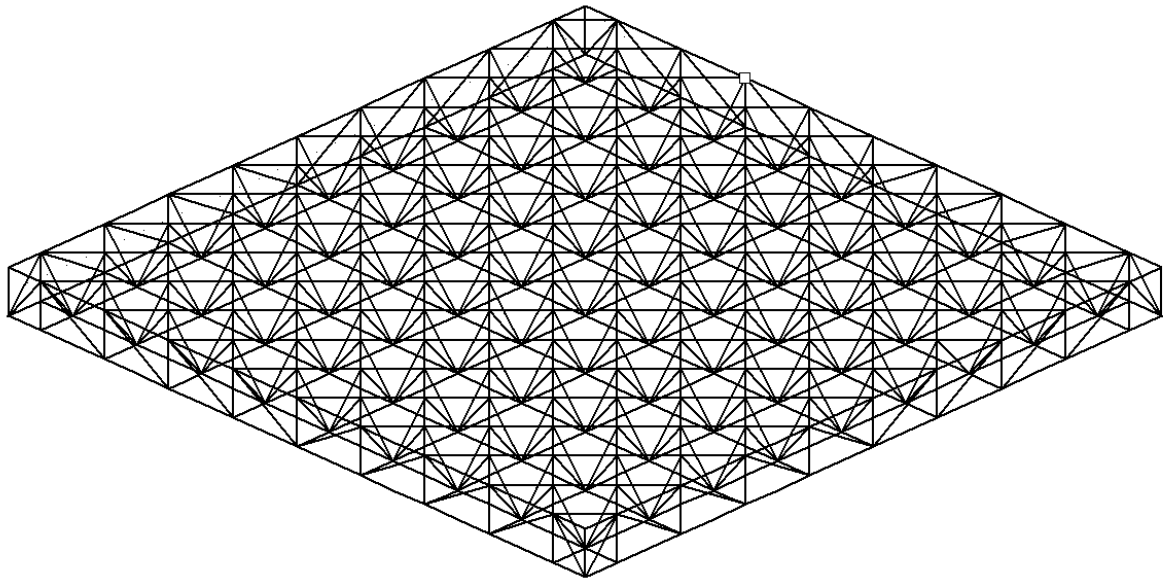
$$module = hoogte * \sqrt{2} * \tan(40^\circ)$$



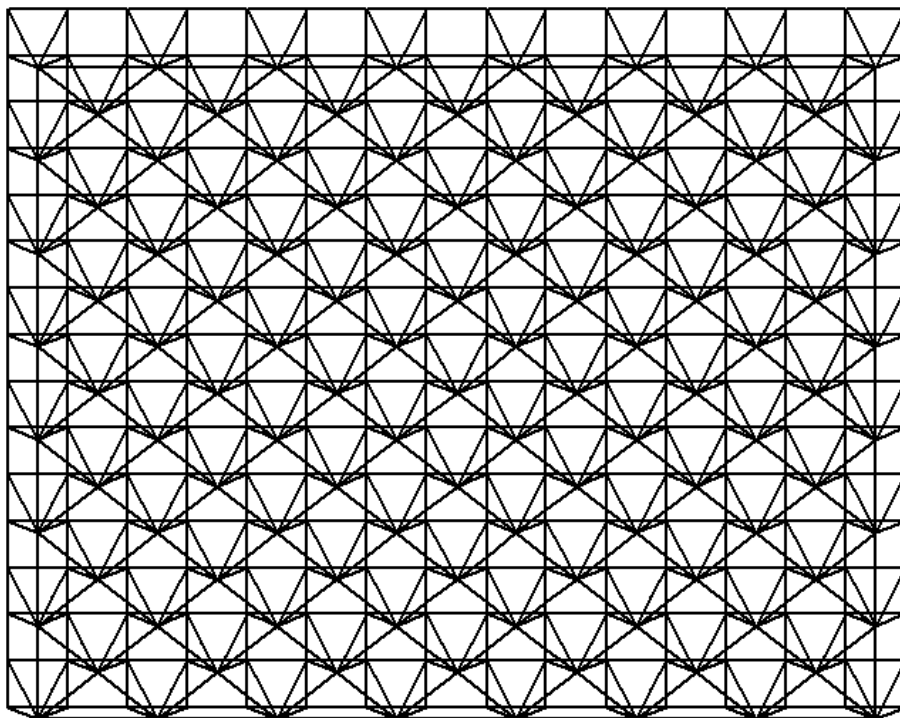
Figuur 5 Module II

Met deze gegevens kan het aantal randstaven in het onderste vlak bepaald worden dat nodig is om de overspanning te maken. In deze formule valt de overspanning weg, wat resulteert in een benodigd aantal staven dat onafhankelijk is van de overspanning. Elke overspanning heeft daardoor evenveel staven en knopen. Voor configuratie I wordt de overspanning gedeeld door de module. Dit resulteert in een benodigd aantal staven van negen. Met configuratie II is de module twee keer zo klein als de randstaven in het onderste vlak. Om het aantal staven te bepalen wordt de overspanning

daarom gedeeld door twee keer de module. Er zijn zeven staven nodig om de overspanning te overbruggen. Met behulp van deze gegevens zijn de modellen in MatrixFrame ingevoerd (figuur 6 en 7).



Figuur 6 Model I: diagonaal op vierkant

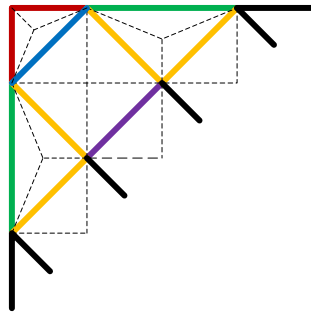


Figuur 7 Model II: vierkant op diagonaal

Aangezien het een vakwerk betreft zijn alle knooppunten scharnierend met elkaar verbonden. Alleen het wringend moment kan overgedragen worden via de knooppunten.

Er wordt gerekend met een verdeelde q -last (kN/m^2) op het bovenste vlak. De q -last wordt door de configuraties verschillend verdeeld over de staven. Voor configuratie I zijn er vijf belastingen voor

verschillende staven (figuur 8). Deze belastingen zijn driehoekig en de maximale belasting bevindt zich bij de meest staven op de helft van de staaf. Voor de staven in de hoek en de diagonale staven bij de rand geldt dit niet. Bij de hoekstaven bevindt de maximale belasting zich op $\frac{1}{4}$ van de staaf. De diagonale staven bij de rand heeft twee verschillende belastingen met verschillende plaatsen van de maximale belasting. Eén van de twee belastingen is maximaal op het midden van de staaf. Het maximum van de andere belasting bevindt zich op $\frac{1}{4}$ van de staaf.

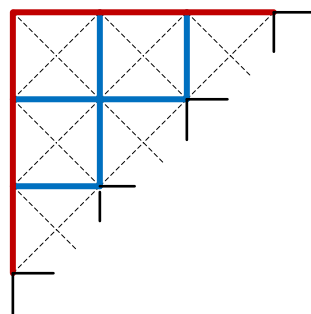


Figuur 8 Belasting voor verschillende staven I

Staaf	Maximale belasting	Plaats maximale belasting
Hoek (rood)	$q * \frac{1}{8} * module$	$\frac{1}{8} * module$
Hoek diagonaal (blauw)	$\frac{3}{4} q * \frac{1}{\sqrt{2}} * module$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} * module$
Rand (groen)	$q * \frac{1}{4} * module$	$\frac{1}{2} * module$
Rand diagonaal (geel)	$q * \frac{1}{2\sqrt{2}} * module$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} * module$
	$q * \frac{1}{\sqrt{32}} * module$	$\frac{1}{\sqrt{32}} * module$
Midden (paars)	$q * \frac{1}{\sqrt{2}} * module$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} * module$

Tabel 1 Verdeling belasting I

Configuratie II heeft twee soorten staven die belast worden: de randstaven en middenstaven (figuur 9). Ook hier geldt dat dit een rechthoekige belasting is, waarbij de maximale belasting zich op de helft van de staaf bevindt.



Figuur 9 Belasting voor verschillende staven II

Staaf	Maximale belasting	
Rand (rood)	$q * \frac{1}{2} * module$	$\frac{1}{2} * module$
Midden (blauw)	$q * module$	$\frac{1}{2} * module$

Tabel 2 Verdeling belasting II

Voor het bepalen van de ontwerpformules is gebruik gemaakt van een verdeelde belasting van 1,2 kN/m². Dit is in overeenstemming met de belasting op een dak uit NEN-EN 1991.

Als staalstoort is er gekozen voor S235.

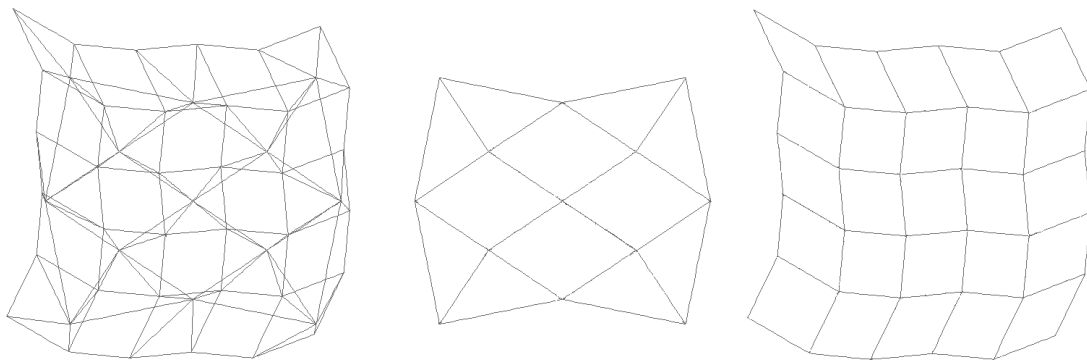
Al deze gegevens zijn ingevuld in MatrixFrame. De configuraties zijn ingevoerd met de twee verschillende opleggingen. Helaas bleek dat de vakwerken die opgelegd waren langs de randen te veel staven hadden om ingevoerd te kunnen worden in MatrixFrame. Het programma kon deze hoeveelheid staven en knopen niet aan. Daarom is er voor gekozen om ook voor de vakwerken die langs de rand worden opgelegd te gebruik maken van de formule $hoogte = \frac{overspanning}{15}$ in plaats van de overspanning gedeeld door 20.

Dit resulteert in vier verschillende modellen: Configuratie I opgelegd in de hoekpunten, configuratie I opgelegd langs de rand, configuratie II opgelegd in de hoekpunten en configuratie II opgelegd langs de rand.

5 Kinematische onbepaaldheid

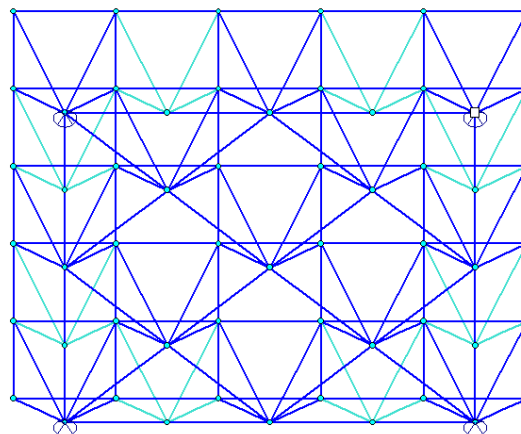
Configuratie II blijkt niet kinematisch bepaald te zijn als deze in MatrixFrame wordt ingevoerd. Om te bepalen of er genoeg staven zijn gebruikt om het vakwerk vormvast te maken is de formule $n = r + s - 3k$ gebruikt. N is groter dan nul, dus er zijn genoeg staven gebruikt, maar het vakwerk is niet vormvast. Om te onderzoeken hoe het vakwerk vormvast gemaakt kan worden is gebruik gemaakt van kleinere modellen.

De rijen van vierkanten in het boven- en ondervlak kunnen ten opzichte van elkaar bewegen. In het ondervlak vervormen de vierkanten tot ruiten. In de rand van het bovenvlak gebeurt dit ook, waardoor de vierkanten in het midden van het bovenvlak roteren (figuur 10). Deze beweging moet worden verhinderd door het plaatsen van extra staven. Hiervoor zijn twee verschillende oplossingen gevonden: diagonalen langs de zijkanten en schoren in het bovenvlak.



Figuur 10 Vervorming geheel vakwerk, ondervlak en bovenvlak

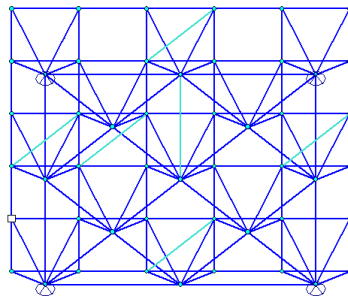
Een oplossing om het vakwerk kinematisch bepaald te maken is om diagonalen langs de gehele rand van het vakwerk te plaatsen. (Ramaswamy, 2002) In figuur 11 zijn deze extra staven met lichtblauw aangegeven. Dit voorkomt dat de vierkanten ten opzichte van elkaar kunnen bewegen. Zoals te zien in figuur 10 vervormt voornamelijk de rand. Doordat de extra staven deze vervorming verhinderen, roteren de vierkanten in het midden ook niet. Dit resulteert in een vormvast vakwerk.



Figuur 11 Vakwerk met diagonalen langs de rand

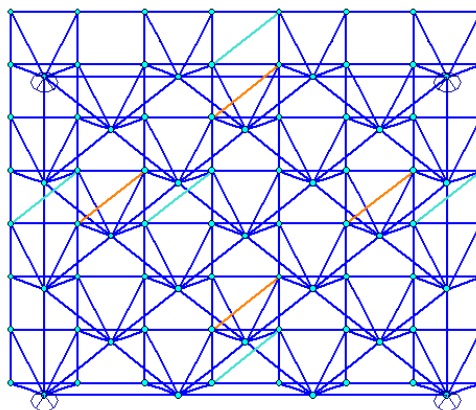
Een andere mogelijkheid om het vakwerk vormvast te maken is door gebruik van schoren in het bovenvlak. Om een duidelijk beeld te krijgen van hoe de staven geplaatst moeten worden zijn er drie vakwerken van verschillende groottes ingevoerd als 3D-Truss in MatrixFrame. Het kleinste vakwerk bestaat uit twee randstaven. Een ander vakwerk bestaat uit drie randstaven en het laatste heeft vier randstaven.

Het kleinste vakwerk is zonder extra staven kinematisch onbepaald: $n = -5$. Er zijn dus nog minimaal vijf staven nodig om aan de eis van de formule te voldoen. Uiteindelijk blijkt het vakwerk met zes geplaatste staven vormvast te zijn (figuur 12). Vier staven moeten in het bovenvlak in de rand geplaatst worden; in elke rand één. Maximaal drie van deze vier staven mogen in de hoeken geplaatst worden. Eén staaf moet zich bevinden in het midden van het bovenvlak in een vierkant dat niet deel uitmaakt van een piramide. Ook moet er een schoor worden geplaatst in het ondervlak. Deze schoor is alleen maar nodig bij het kleinste vakwerkmodel. In de grotere modellen is geen schoor in het ondervlak nodig. Dit zou verklaart kunnen worden doordat er minder driehoeken in het ondervlak aanwezig zijn bij het kleine model.



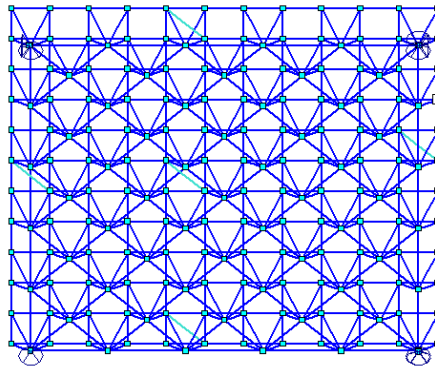
Figuur 12 Vakwerk met twee randstaven met schoren

Het vakwerk met drie randstaven is enkelvoudig kinematisch onbepaald. Om een vormvast vakwerk te verkrijgen zijn weer zes schoren nodig. Deze zijn bevinden zich nu allemaal in het bovenvlak. Weer geldt er dat er vier schoren nodig zijn in de randen; in elke rand één. Maximaal drie van deze vier staven mogen in de hoeken geplaatst worden. Eén staaf moet zich bevinden in het midden van het bovenvlak in een vierkant dat niet deel uitmaakt van een piramide. Daarnaast moet er nog één extra schoor in het bovenvlak geplaatst worden. Deze moet op de plek van één van de vier oranje staven in figuur 13).



Figuur 13 vakwerk met drie randstaven met schoren

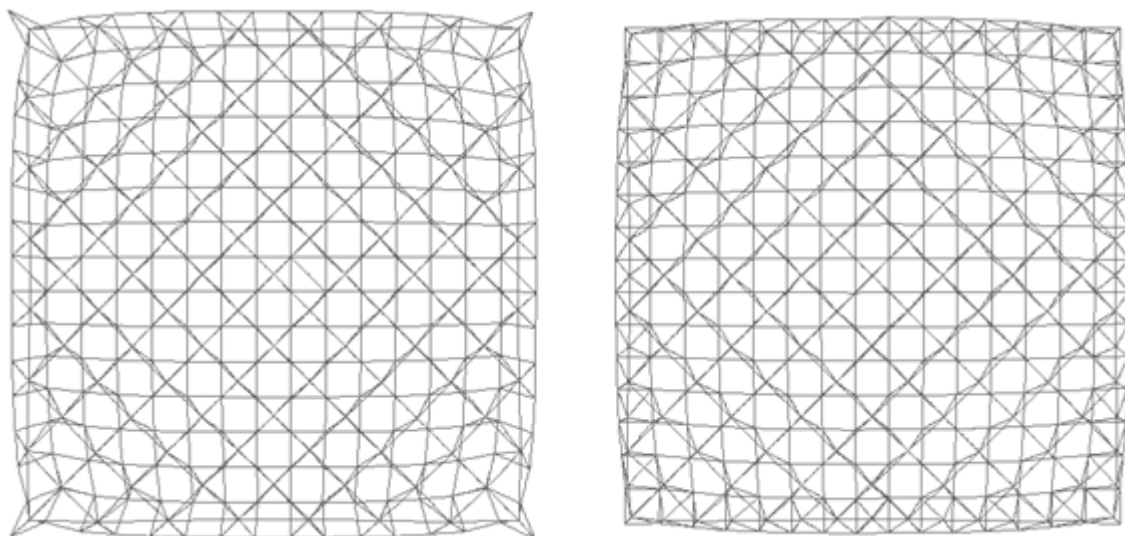
Vanaf het vakwerk met vier randstaven zijn alle vakwerken volgens de formule kinematisch bepaald. Het blijkt dan ook dat deze allemaal dezelfde schoren nodig hebben om vormvast te zijn. Voor deze vakwerken zijn vijf schoren nodig. Dit zijn vier schoren in de randen met dezelfde voorwaarden als bij de vorige vakwerken. Daarnaast moet er ook een schoor in het middengedeelte geplaatst worden die zich niet in een vierkant dat deel uit maakt van een piramide mag bevinden.



Figuur 14 Vakwerk met vijf randstaven en schoren

In deze vakwerken zijn alle schoren nul staven. Dit toont aan dat ze louter voor de vormvastheid van het vakwerk er zijn en niet voor de krachtsoverdracht.

Er zijn twee mogelijkheden om het ruimtelijke vakwerk vormvast te maken. Met behulp van schoren wordt er minder materiaal gebruikt. Dit is economisch gezien voordeliger. Maar bij het gebruik van de schoren treden er wel grote vervormingen op. De vierkanten in de hoeken vervormen aanzienlijk tot een ruit. Daardoor vervormt de hele rand ook. Bij gebruik van de extra piramides langs de zijkanten wordt er aanzienlijk meer materiaal gebruikt, maar is de vervorming veel kleiner. Aangezien de grote vervormingen onwenselijk zijn, wordt aangeraden om gebruik te maken van de piramides langs de zijkanten. Hiermee wordt ook verder gegaan in het onderzoek.



Figuur 15 Vervormingen vakwerk met schoren en vakwerk met piramides langs zijkant

Een laatste nog niet besproken mogelijkheid om het vakwerk vormvast te maken is gebruik te maken van de dakplaat. Deze dakplaat verzorgt dan de vormvastheid van het vakwerk. Er moet dan rekening gehouden worden met dat de dakplaat de vervormingen van het vakwerk tegengaat, wat resulteert in dat de dakplaat die krachten moet opnemen. Hierop moet de dakplaat dus berekend zijn. Tijdens de bouw bevindt de dakplaat zich nog niet bovenop het vakwerk. Dit betekent dat het vakwerk dus niet vormvast is tijdens de bouw. Daarom moeten er tijdelijke schoren worden geplaatst. Deze worden na het voltooien van het vakwerk weer verwijderd.

6 Verwachting

Voor beide configuraties zijn nog geen analytische oplossingsmethodes bepaald om de krachten en vervorming uit te rekenen. Volgens Ramaswamy (2002) moet de maximale drukkracht bepaald worden de reductiefactor ω_{buc} te vermenigvuldigen met de staalsterkte en het oppervlak. ω_{buc} wordt bepaald met λ_{rel} . Dit suggereert dat knik maatgevend is voor de onder druk belaste staven. Hiervoor wordt de χ -formule voor gebruikt die volgens NEN 1991 geldt. Deze is afhankelijk van de oppervlakte en traagheidsmoment. Deze eigenschappen bepalend daardoor het gekozen profiel voor de op druk belaste staven.

Ook de stijfheid van de constructie moet bekeken worden. Hiervoor geldt dat de doorbuiging maximaal de overspanning gedeeld door 250 mag zijn. De grootste verplaatsting bevindt zich waarschijnlijk in het midden van het vakwerk.

Er vanuit gegaan worden dat zich in het midden van het vakwerk de bovenstaven de grootste drukkrachten en de onderstaven de grootste trekkrachten bevinden. Bij de in alleen de hoeken opgelegde vakwerken, ontstaan er waarschijnlijk ook nog aanzienlijke druk- en trekkrachten in de respectievelijk boven- en onderrandstaven in het midden van de rand. Ook bevinden zich waarschijnlijk grote krachten bij het hoekpunt aangezien alle belasting moet worden afgedragen naar vier punten.

7 Resultaten

De vier modellen zijn ingevoerd in MatrixFrame en voor verschillende overspanningen zijn het minimale benodigde oppervlakte en traagheidsmoment bepaald. Hierbij is gekeken naar de sterkte, stabiliteit en stijfheid van de staven en constructie. Dit is gedaan voor de bovenstaven, de diagonalen en de onderstaven. Door de oppervlakte en het traagheidsmoment tegen de overspanning uit te zetten zijn grafieken verkregen waaruit ontwerpformules bepaald zijn. De ontwerpformules zijn in onderstaande tabellen te vinden.

Configuratie I-a	Oppervlakte	Traagheidsmoment	Maatgevende staafkracht
Onderstaven	$A = 1,4823x^{2,0679}$	$I = 0,2591x^{4,7068}$	$N = 0,0827x^{2,3503}$
Diagonalen	$A = 1,0129x^{2,1393}$	$I = 0,1891x^{4,7468}$	$N = 0,0836x^{2,352}$
Bovenstaven	$A = 0,712x^{2,3787}$	$I = 0,1733x^{4,9454}$	$N = 0,0966x^{2,346}$

Tabel 3 Ontwerpformules diagonaal op vierkant, hoeken opgelegd

Configuratie I-b	Oppervlakte	Traagheidsmoment	Maatgevende staafkracht
Onderstaven	$A = 0,4678x^{2,1403}$	-	$N = 0,1008x^{2,152}$
Diagonalen	$A = 1,0034x^{1,8517}$	$I = 0,1173x^{4,2543}$	$N = 0,0332x^{2,141}$
Bovenstaven	$A = 1,2363x^{1,8539}$	$I = 0,1766x^{4,2637}$	$N = 0,0506x^{2,1552}$

Tabel 4 Ontwerpformules diagonaal op vierkant, zijanten opgelegd

Configuratie II-a	Oppervlakte	Traagheidsmoment	Maatgevende staafkracht
Onderstaven	$A = 1,3116x^{2,1599}$	$I = 0,1734x^{4,9644}$	$N = 0,1508x^{2,3216}$
Diagonalen	$A = 1,058x^{2,183}$	$I = 0,1358x^{5,0023}$	$N = 0,1212x^{2,3348}$
Bovenstaven	$A = 0,9798x^{2,231}$	$I = 0,1166x^{5,0431}$	$N = 0,1403x^{2,3333}$

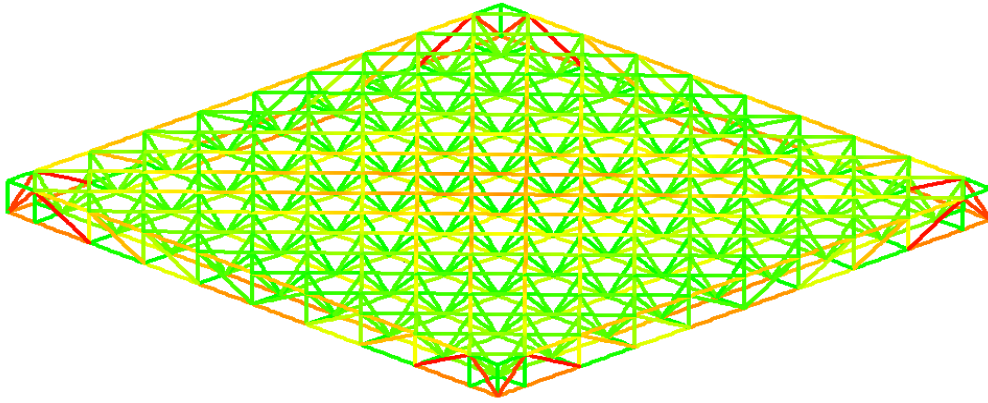
Tabel 5 Ontwerpformules vierkant op diagonaal, hoeken opgelegd

Configuratie II-b	Oppervlakte	Traagheidsmoment	Maatgevende staafkracht
Onderstaven	$A = 1,3767x^{1,8768}$	$I = 0,2992x^{4,2529}$	$N = 0,064x^{2,1256}$
Diagonalen	$A = 1,2758x^{1,7223}$	$I = 0,0765x^{4,1859}$	$N = 0,0217x^{2,1214}$
Bovenstaven	$A = 1,0615x^{1,9088}$	$I = 0,0937x^{4,4558}$	$N = 0,066x^{2,138}$

Tabel 6 Ontwerpformules vierkant op diagonaal, zijanten opgelegd

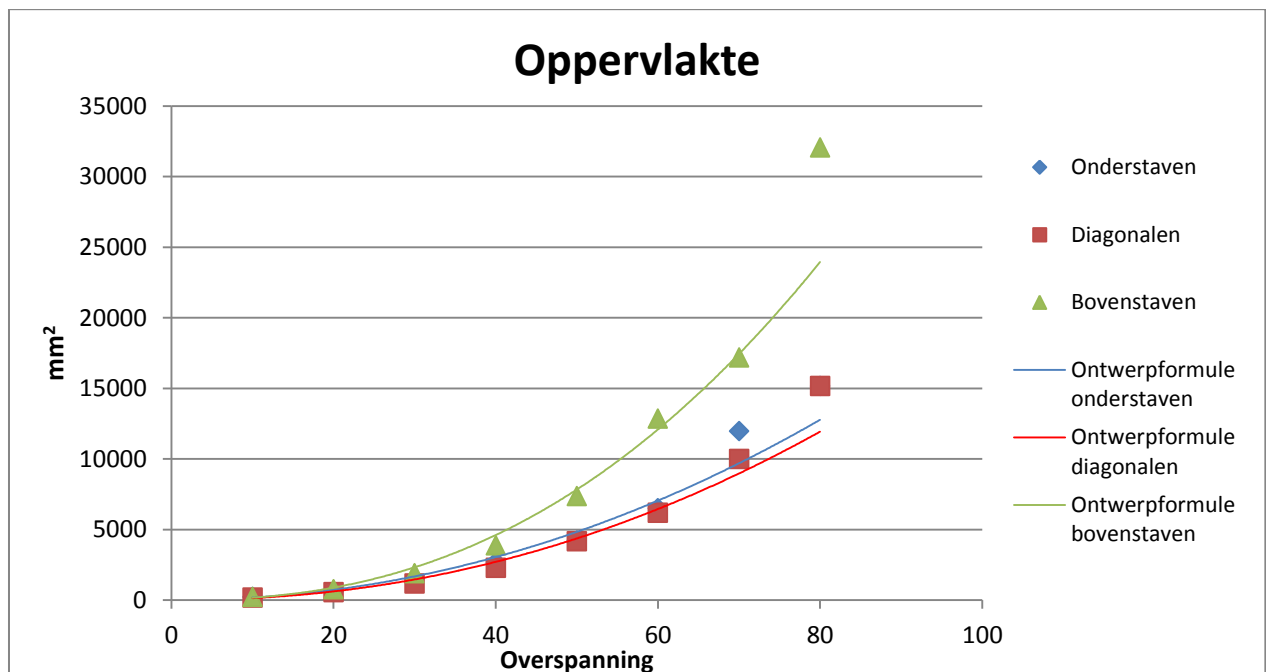
7.1 Diagonaal op vierkant, hoeken opgelegd

Tot een overspanning van 40 meter is de stabiliteit maatgevend. De drukkracht vereist een minimale oppervlakte en traagheidsmoment om knik te voorkomen. De knikkracht van de staven is bepaald met behulp van de chi-formule en is afhankelijk van de oppervlakte en het traagheidsmoment. De maatgevende onderstaven zijn de staven langs de rand naast de hoeken. De onderstaven in de hoeken hebben dezelfde drukkracht, maar hebben een kniklengte die twee keer zo klein is en daardoor zijn ze niet maatgevend. De grootste trekkracht bevindt zich langs de rand in de middelste staven. Deze trekkracht is groter dan de druk kracht, maar niet maatgevend. Ook bij de diagonalen zit de grootste drukkracht in de hoeken. De grootste trekkracht is weer groter dan de grootste drukkracht, maar weer is de druk maatgevend. Deze trekkracht bevindt zich in de randdiagonalen naast de hoekdiagonalen. In de bovenstaven zijn voornamelijk drukkrachten te vinden. De grootste drukkrachten zitten in het midden van het vlak. Deze drukkracht is desalniettemin niet maatgevend. De staven in het midden langs de rand zijn maatgevend, aangezien die een grotere kniklengte hebben.

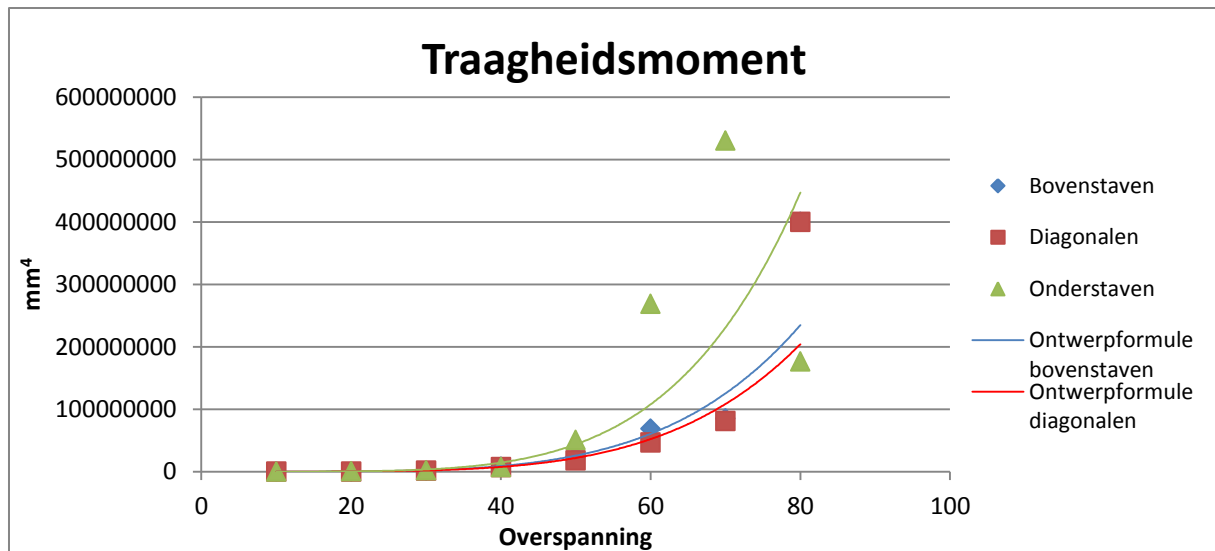


Figuur 16 Krachtenverdeling configuratie I-a

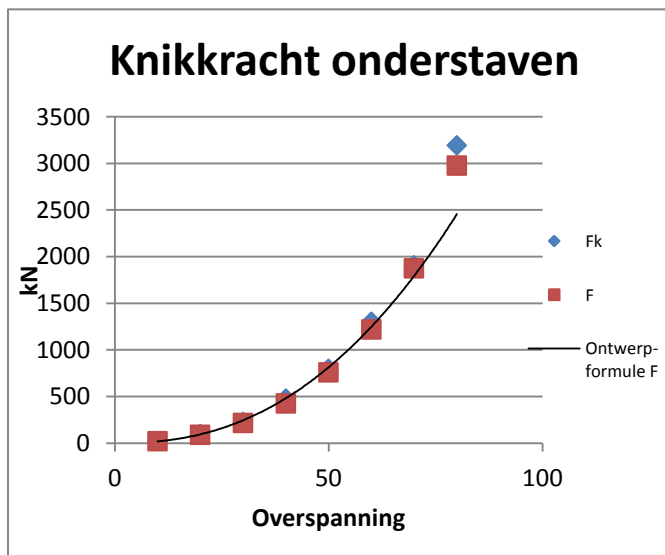
Vanaf een overspanning van 50 meter is de doorbuiging maatgevend. Er is voor gekozen om de onderstaven en diagonalen te bepalen door middel van de maatgevende knikkracht. Daarbij worden voor de bovenstaven oppervlaktes bepaald die zorgen dat de doorbuiging binnen de NEN norm blijft. Dit bleek in eerste instantie de methode waarbij het minste materiaal wordt gebruikt (zie bijlage 5). De optredende drukkracht is bij de bovenstaven veel kleiner dan de knikkracht die staaf aankan. Bij de onderstaven en diagonalen zijn deze krachten bijna gelijk, aangezien die op de stabiliteitsvoorwaarde zijn ontworpen. Er is een mogelijkheid dat door de bovenstaven een grotere oppervlakte te geven en de onderstaven een kleinere oppervlakte er een totale kleinere oppervlakte nodig is om aan de doorbuigingsvoorwaarde te voldoen. Om dat te onderzoeken was erg veel tijd voor nodig en daarom is er niet voor deze methode gekozen. Bij de grotere overspanningen wijken de gevonden afmetingen wat af van de formule. Dit is te verklaren door het feit dat er minder standaardprofielen zijn bij de grotere afmeting. Dus het kan voorkomen dat de kleinste afmeting die voldoet aan de eisen een hogere waarde heeft dan dat de formule geeft, aangezien de profielgroottes erg van elkaar verschillen. De grootste overspanning mogelijk met deze configuratie was 80 meter. Als het vakwerk langer wordt dan voldoet de doorbuiging niet meer aan de norm. Alle resultaten en losse grafieken zijn te vinden in bijlage 1.



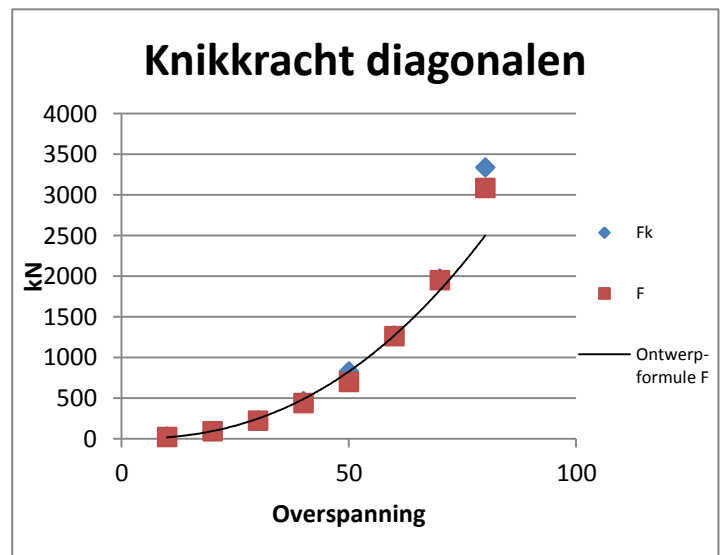
Grafiek 1 Oppervlakte staven configuratie I-a



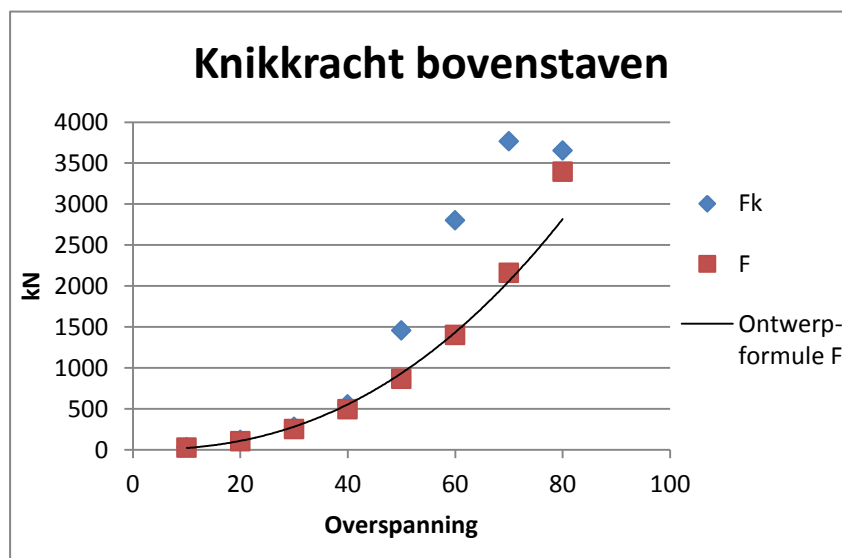
Grafiek 4 Traagheidsmoment staven configuratie I-a



Grafiek 3 Knikkracht onderstaven configuratie I-a



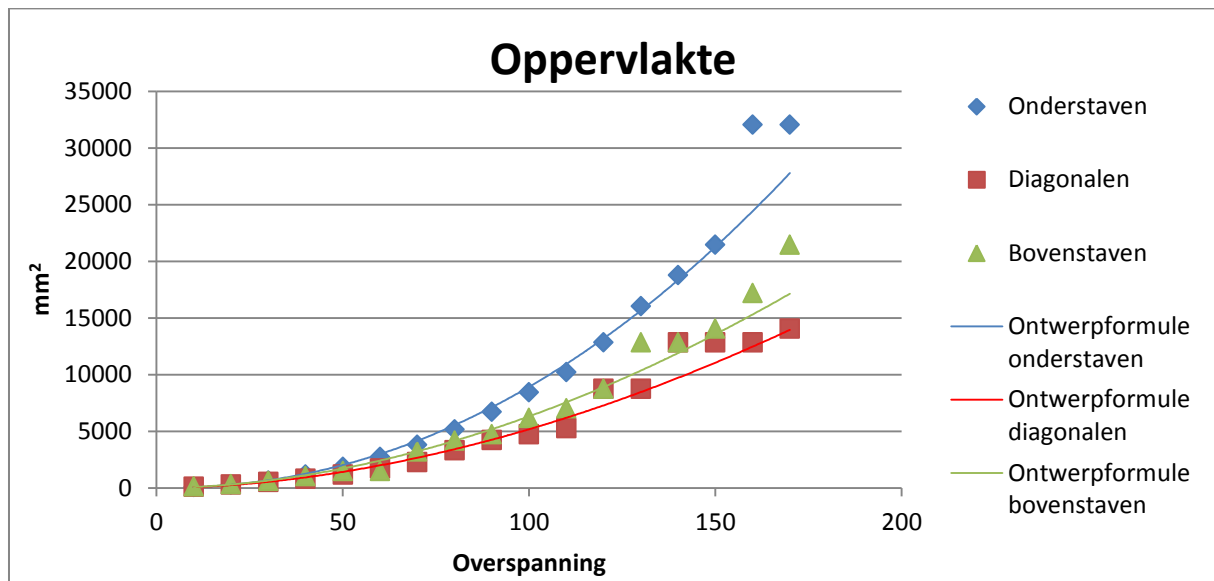
Grafiek 5 Knikkracht diagonalen configuratie I-a



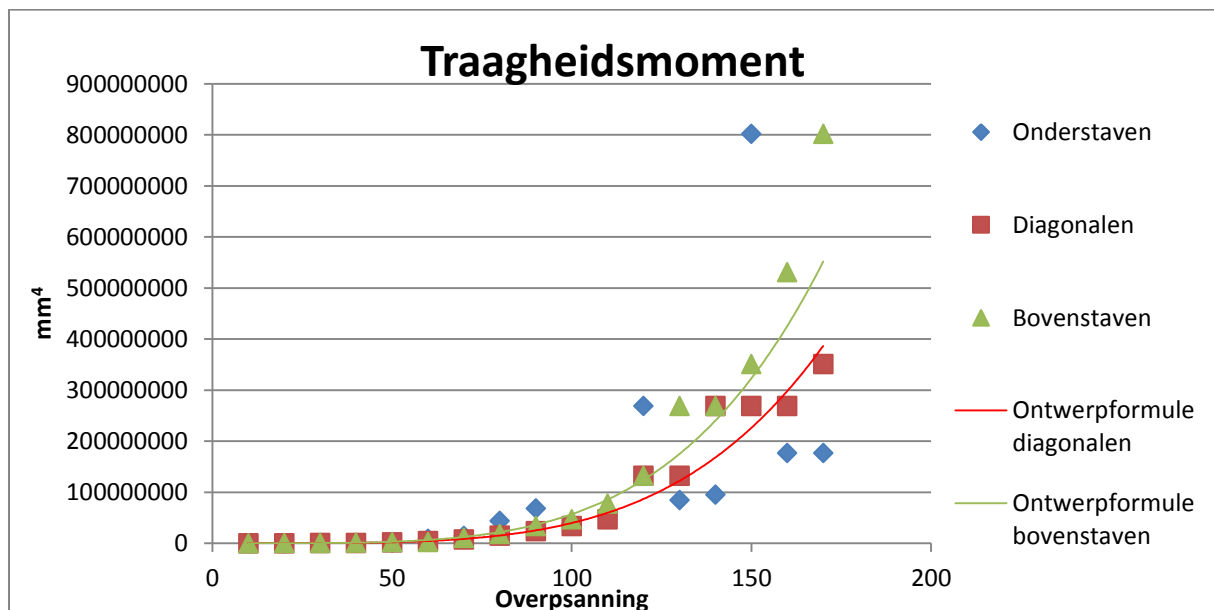
Grafiek 2 Knikkracht bovenstaven configuratie I-a

7.2 Diagonaal op vierkant, zijkanten opgelegd

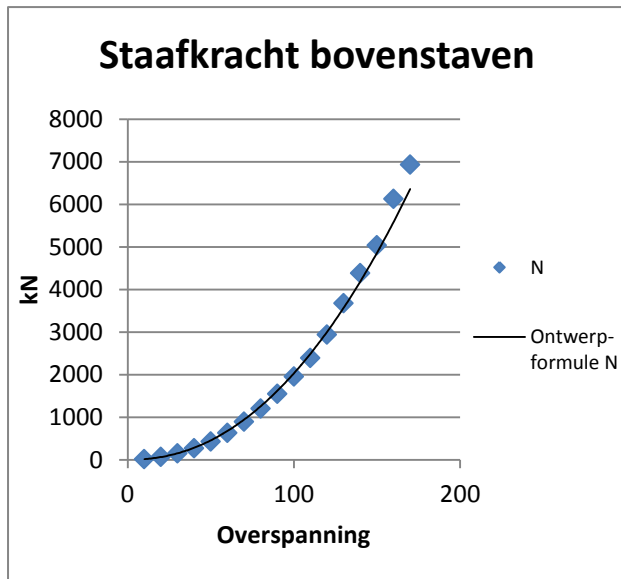
Dit is de enige configuratie waar sterkte maatgevend is. Dit geldt voor de onderstaven. De maatgevende staven bevinden zich in het midden van het ondervlak. Aangezien de afmetingen van de staven alleen afhankelijk zijn van de oppervlakte, volgt de gevonden formule de waarde het best. Alleen bij grote waarde wijken de waardes wat af (grafiek 9). Dit is weer te verklaren door het feit dat er grote verschillen zitten tussen de afmetingen als de afmetingen groter worden. De waarde van de trekkracht wijken bij de twee laatste overspanning af van de formule. Dit is te verklaren doordat de afmetingen van deze staven veel groter is dan nodig. Hierdoor is het eigengewicht ook groter dan wordt verwacht met de formule. Dit resulteert in grotere trekkrachten. Aangezien de afmetingen niet van het traagheidsmoment afhangt is er voor het traagheidsmoment geen formule. Alle resultaten en losse grafieken zijn te vinden in bijlage 2.



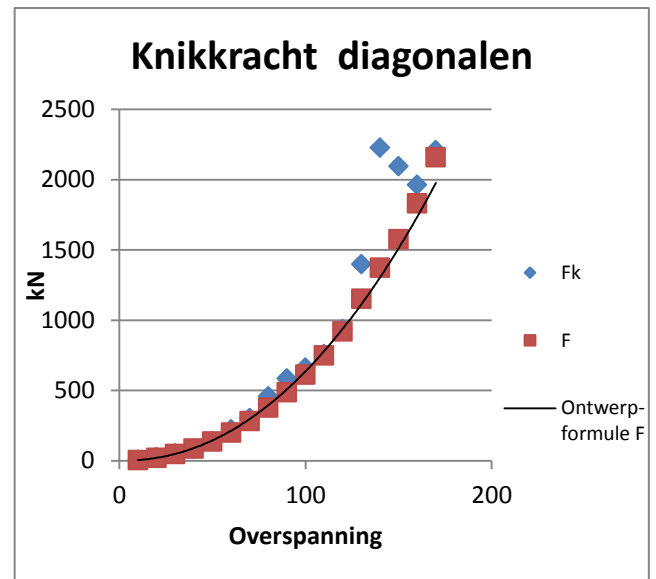
Grafiek 6 Oppervlakte staven configuratie I-a



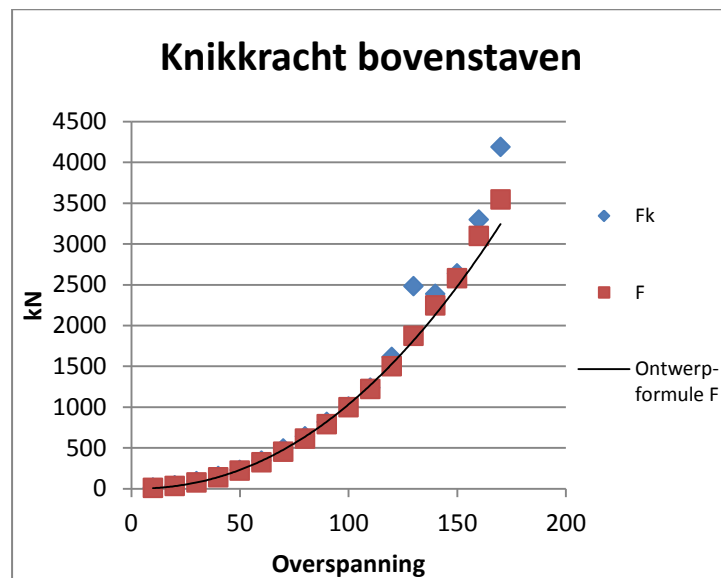
Grafiek 7 Traagheidsmoment staven configuratie I-a



Grafiek 9 Staafkracht bovenstaven configuratie I-a



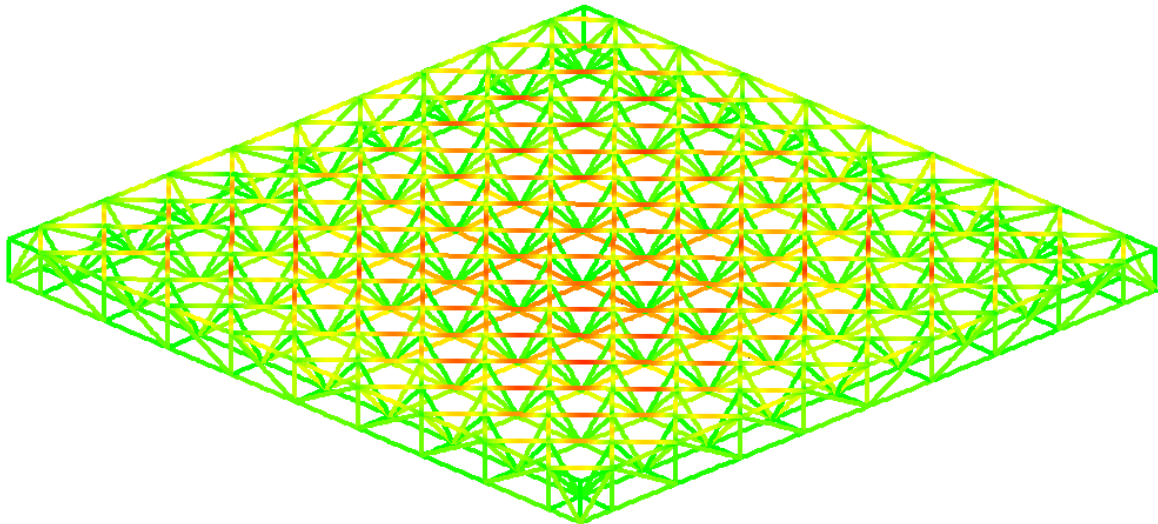
Grafiek 8 Knikkracht diagonalen configuratie I-a



Grafiek 10 Knikkracht bovenstaven configuratie I-a

Voor de diagonalen en de bovenstaven is de stabiliteit weer maatgevend. Voor alle overspanningen is dit het geval. Voor de grotere overspanningen waarbij grotere afmetingen nodig zijn, valt weer op dat de waarde erg kunnen verschillen van de gevonden formule (grafieken 6, 7, 8 en 9). Dezelfde profielen worden soms bij meerdere opeenvolgende overspanningen gebruikt. Ook dit is te verklaren door het feit dat er weinig verschillende afmetingen zijn bij grote profielen. De maximale overspanning die te overbruggen is, is 170 meter. Het vakwerk bezwijkt daarna door een te grote trekkracht in de onderstaven.

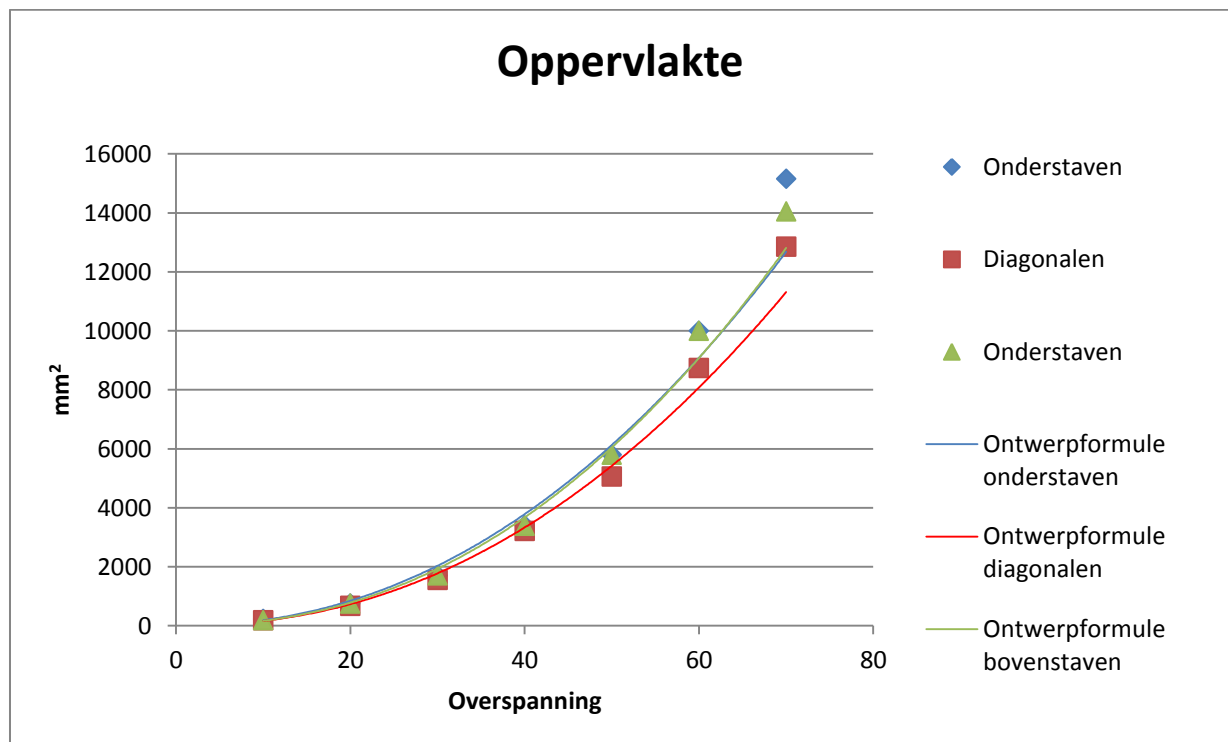
Doordat het vakwerk langs de gehele zijkant is opgelegd worden de krachten veel gelijkmatiger verdeeld (figuur 17). Hierdoor worden de staven beter benut en zijn dus grotere overspanningen mogelijk. De grootste krachten zijn ook in tegenstelling tot de in de hoeken opgelegde vakwerken te vinden in het midden van het vakwerk en niet bij de opleggingen.



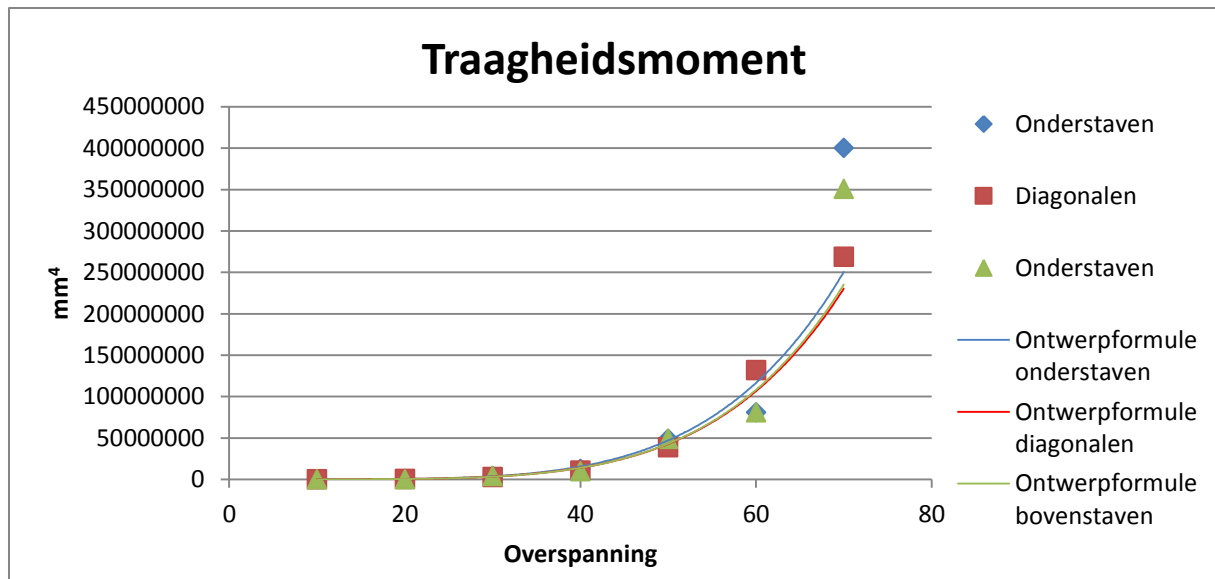
Figuur 17 Krachtverdeling configuratie I-b

7.3 Vierkant op diagonaal, hoeken opgelegd

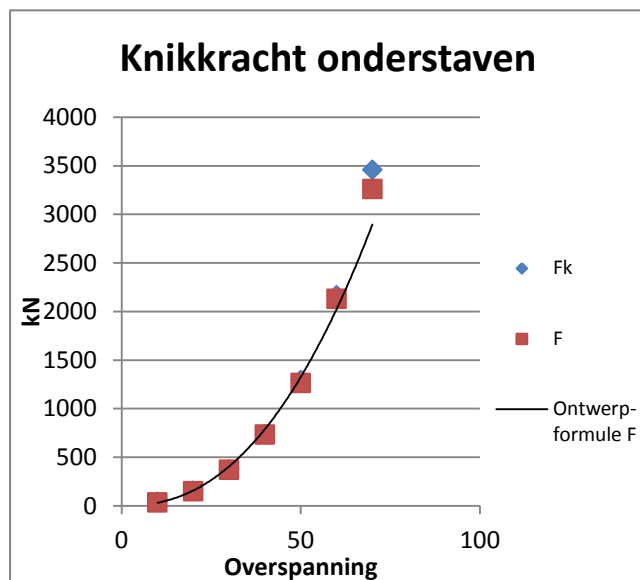
Voor deze configuratie geldt dat de stabiliteit altijd maatgevend is. De afmetingen van de staven liggen dicht bij elkaar. De boven- en onderstaven hebben bij sommige overspanningen ook dezelfde afmetingen. Bij een overspanning van 60 meter valt op dat de waarde van de oppervlakte een stuk boven de functie ligt en de waarde van het traagheidsmoment er juist een stuk onder (grafiek 11 en 12). Aangezien de knikkraft bepaalt wordt door de oppervlakte en het traagheidsmoment, kan dit dus voorkomen. De hogere waarde van de oppervlakte compenseert de lagere waarde van het traagheidsmoment. Er is een kleinere maximale overspanning te overbruggen met deze configuratie, namelijk 70 meter. Alhoewel de stabiliteit de hele tijd maatgevend is, is bij een grotere overspanning de doorbuiging maatgevend. Alle resultaten en losse grafieken zijn te vinden in bijlage 3.



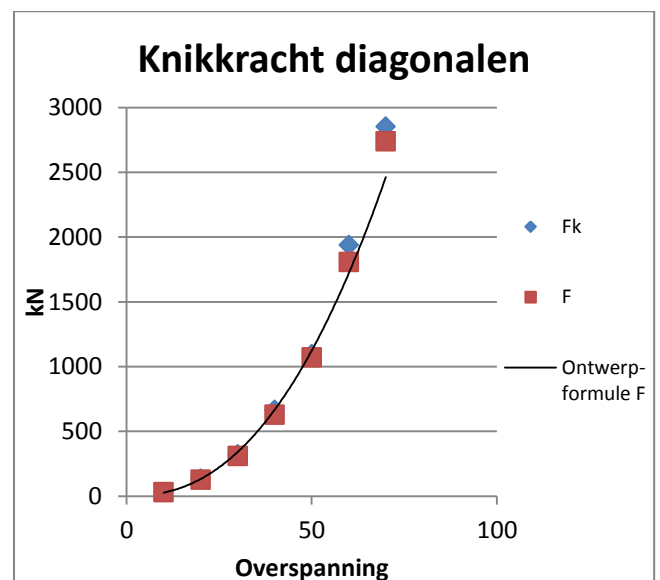
Grafiek 11 Oppervlakte staven configuratie II-a



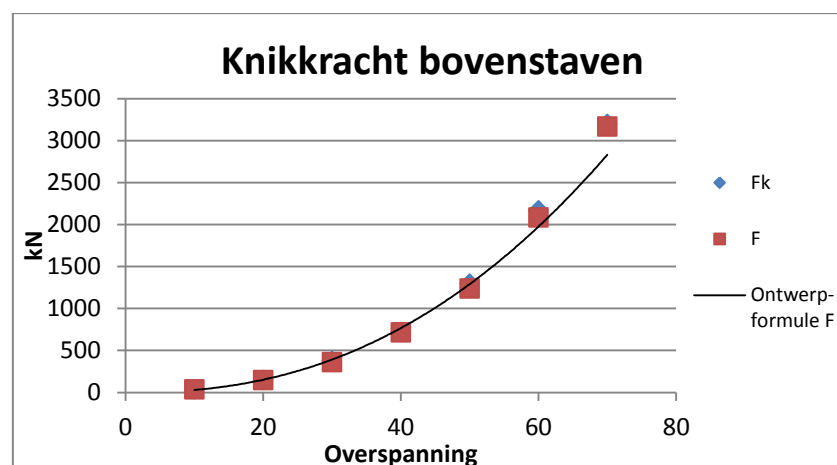
Grafiek 12 Traagheidsmoment staven configuratie II-a



Grafiek 14 Knikkraft onderstaven configuratie II-a

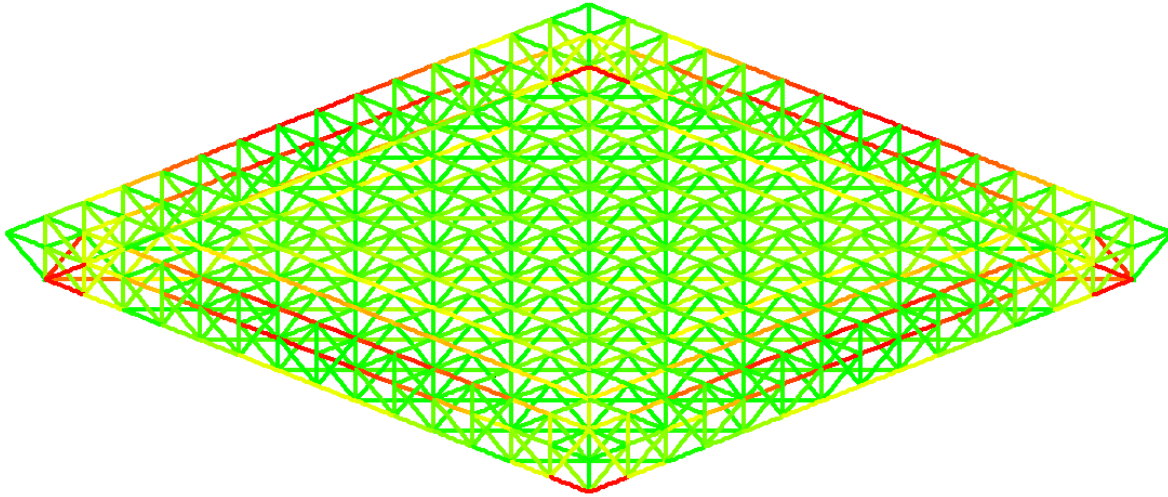


Grafiek 13 Knikkraft diagonalen configuratie II-a



Grafiek 15 Knikkraft bovenstaven configuratie II-a

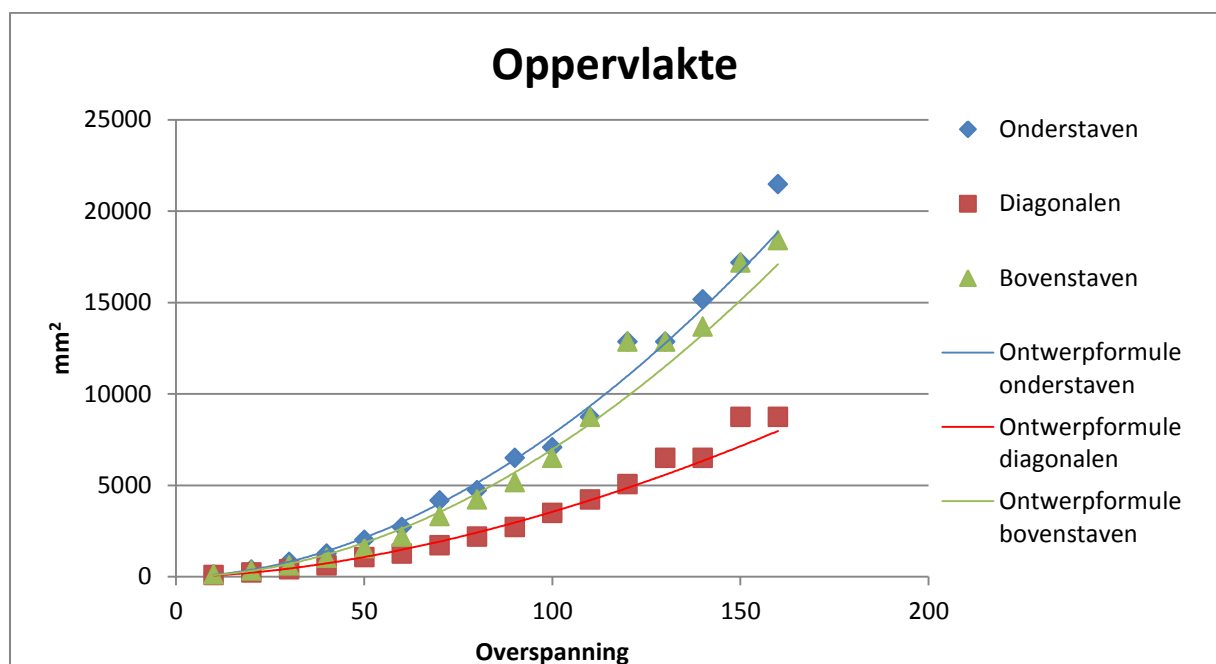
Voor de onderstaven zijn de staven in de hoek langs de rand maatgevend. De andere onderstaaf die in de hoek zit heeft een grotere kniklengte, maar is desondanks niet maatgevend. De maatgevende staven voor de diagonalen zijn de staven die vanuit de hoek naar het midden gaan. Voor de bovenstaven zijn de staven in het midden langs de rand maatgevend.



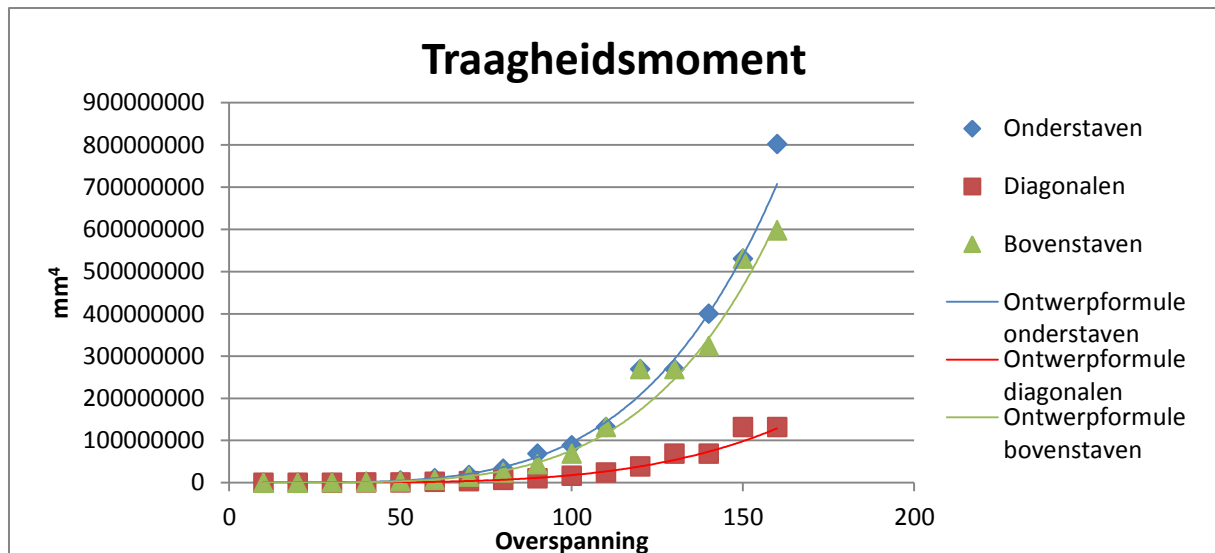
Figuur 18 Krachtsverdeling configuratie II-a

7.4 Vierkant op diagonaal, zijanten opgelegd

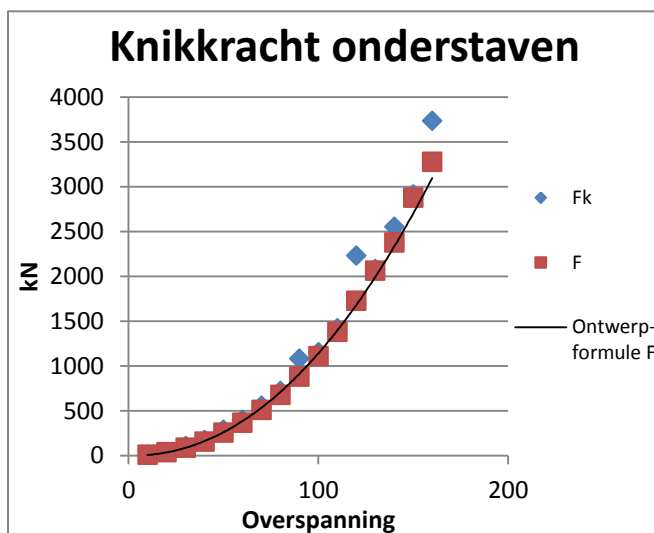
Ook hier is de stabiliteit maatgevend. Bij de grotere overspanningen zijn weer verschillen tussen de waarde van de toegepaste oppervlakte en de waarde die de formule geeft. Dezelfde afmetingen worden zelfs gebruikt voor twee opeenvolgende overspanningen. Dit is weer te verklaren door de verschillen tussen de grotere standaardprofielen. De maximale overspanning is 160 meter. Daarna kan niet meer voldaan worden aan de stabiliteitseis. Alle resultaten en losse grafieken zijn te vinden in bijlage 2.



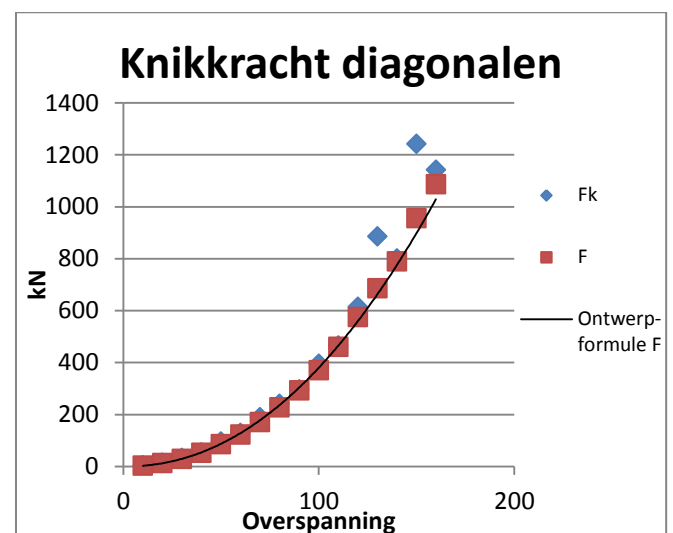
Figuur 19 Oppervlakte staven configuratie II-b



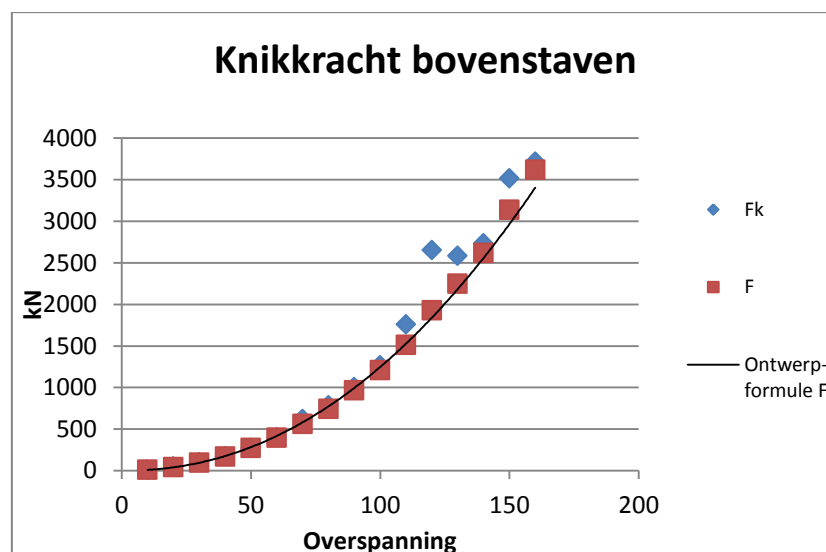
Grafiek 16 Traagheidsmoment staven configuratie II-b



Grafiek 18 Knikkrachten onderstaven configuratie II-b

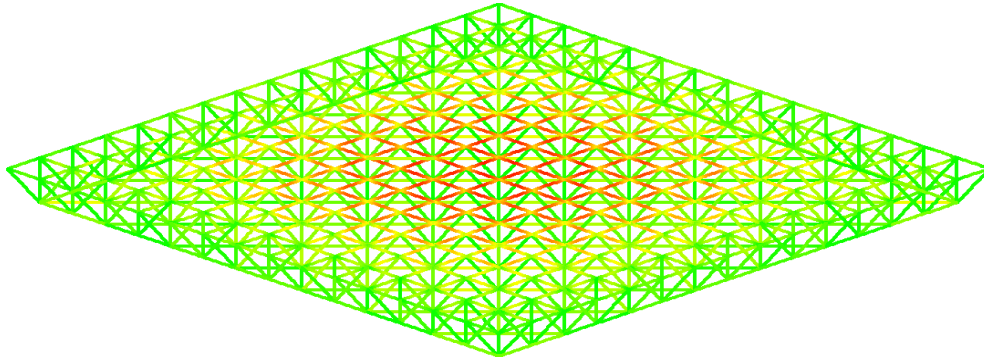


Grafiek 17 Knikkrachten diagonalen configuratie II-b



Grafiek 19 Knikkrachten bovenstaven configuratie II-b

De staaf vanaf de hoek naar het midden is bepalend voor de onderstaven. Hier ontstaat de grootste drukkracht en deze staaf heeft de grootste kniklengte. De grootste drukkracht in de bovenstaven bevindt zich in het midden. Deze staven zijn ook maatgevend. De tweede diagonaal vanuit de hoek naar het midden is maatgevend voor de diagonalen.



Figuur 20 Krachtverdeling configuratie II-b

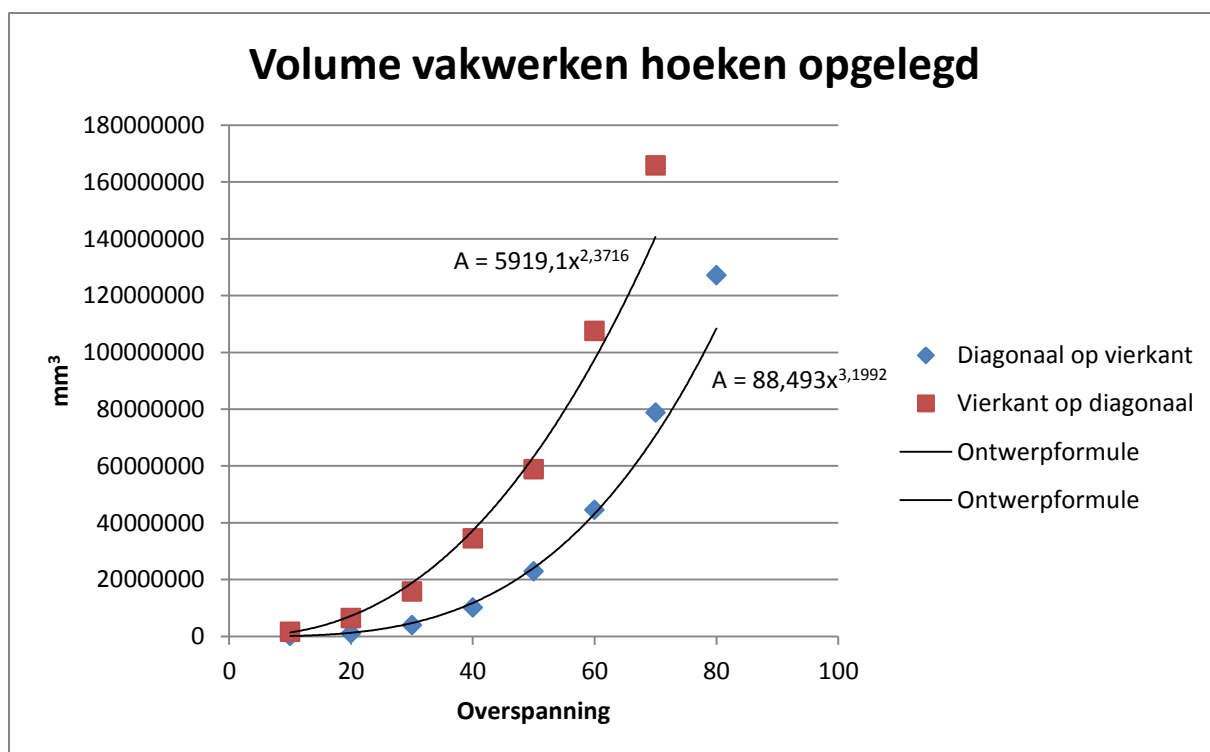
Ook hier is duidelijk het verschil te zien tussen de verschillende opleggingen. De staven in de buurt van de opleggingen worden nu veel minder zwaar belast. De krachten worden ook beter verdeelt over de staven.

7.5 Diagonaal op vierkant vs. Vierkant op diagonaal

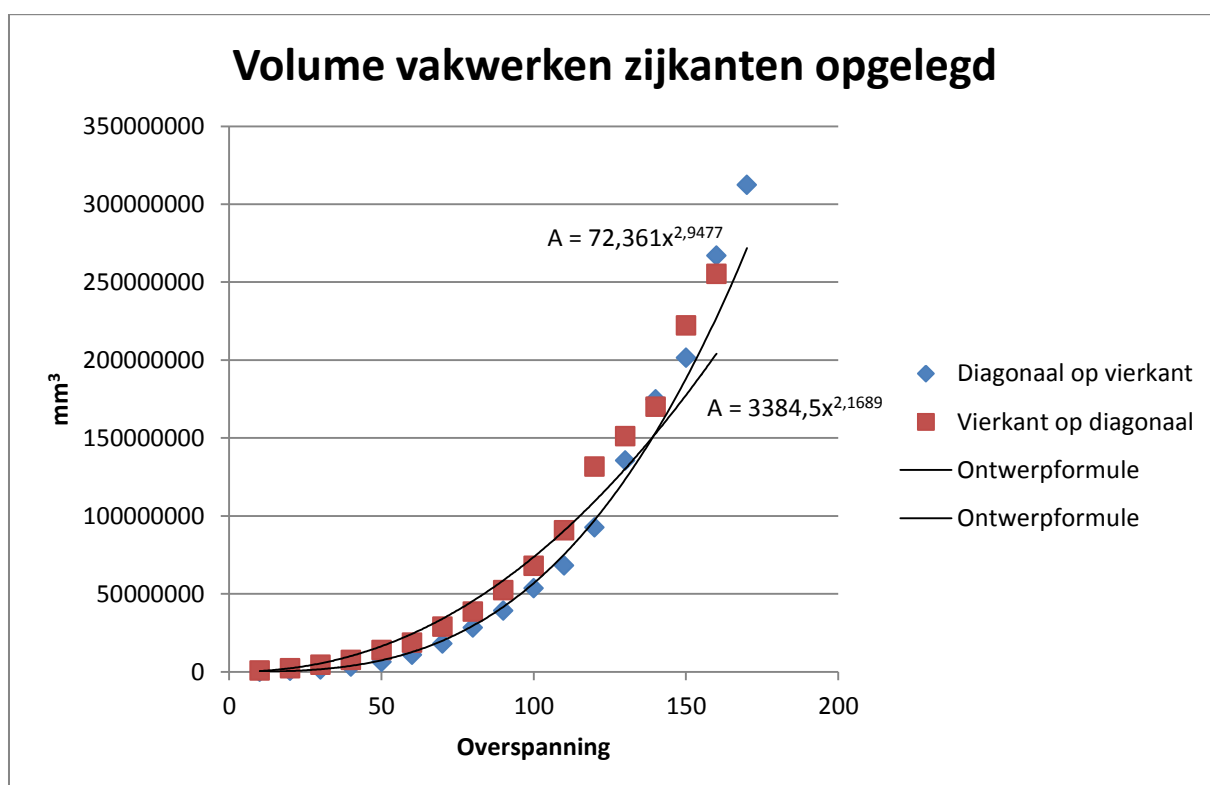
Uit de literatuur blijkt dat vierkant op diagonaal voor een overspanning van 30 bij 30 meter iets efficiënter is dan diagonaal op vierkant. Beide configuraties zijn gebruikt om de ontwerpformules te bepalen. Hieruit blijkt dat voor vakwerken die alleen in de hoeken zijn opgelegd diagonaal op vierkant veel minder materiaal gebruikt en daarmee efficiënter is. Voor vakwerken die langs de gehele zijkant zijn opgelegd geldt dat tot een overspanning van 140 meter diagonaal op vierkant efficiënter is. Voor grotere overspanningen is vierkant op diagonaal efficiënter (grafieken 20 en 21).

De onderstaven en diagonalen hebben bij diagonaal op vierkant in de hoeken opgelegd altijd kleinere afmetingen. Alleen de bovenstaven zijn bij configuratie I iets groter. Dit resultaat is anders dan uit de literatuur bleek. Dit is waarschijnlijk omdat configuratie II anders is ontworpen dan in de literatuur. Doordat deze niet kinematisch bepaald was, zijn extra staven toegevoegd. Dit kan een verklaring zijn dat het totale volume daardoor meer is dan bij configuratie I.

Bij opleggingen langs de gehele zijkanten zijn de onderstaven voor configuratie I eerst kleiner, maar na een overspanning van 140 meter, zijn ze groter. Configuratie II kan alleen overspanningen tot 160 meter maken, dus deze is maar voor weinig overspanningen efficiënter. De diagonalen hebben altijd een kleinere afmeting voor configuratie II. De bovenstaven liggen bij alle overspanningen dicht bij elkaar. Ook hier geldt dat dit niet overeenkomt met de literatuur. Pas na 140 meter is vierkant op diagonaal efficiënter dan diagonaal op vierkant. Volgens de literatuur is juist bij grotere overspanningen diagonaal op vierkant efficiënter, aangezien er dan te grote drukkrachten optreden bij vierkant op diagonaal. De gevonden drukkrachten zijn bij alle twee de configuraties hetzelfde. Dit valt ook te verklaren doordat er voor configuratie II extra staven zijn toegevoegd en dus eigenlijk een ander configuratie is gebruikt dan in de literatuur. De krachten in configuratie I zijn zoals vermeld in de literatuur. Dit in tegenstelling tot de krachten in configuratie II. Deze verschillen van de literatuur. Dit lijkt nogmaals aan te tonen dat de resultaten van configuratie II uit de literatuur niet in overeenstemming komen met de gevonden resultaten, aangezien de configuratie aangepast is.



Grafiek 20 Volume totale aantal staven hoeken opgelegd



Grafiek 21 Volume totale aantal staven zijanten opgelegd

8 Conclusie

Om de lengte van de staven te bepalen in een ruimtelijk vakwerk wordt gebruik gemaakt van de formule voor de hoogte van het vakwerk ($\frac{\text{overspanning}}{15}$) en het feit dat de ideale hoek voor de diagonalen 40 graden is. Er zijn twee configuraties die het meest efficiënt blijken te zijn: diagonaal op vierkant en vierkant op diagonaal.

Er zijn ontwerpformules gevonden voor de verschillende staven in de vakwerken. De ontwerpformules voor vakwerken die alleen opleggingen in de hoeken hebben, staan in tabel 7. Deze vakwerken kunnen een maximale overspanning hebben van 70 meter. Voor deze vakwerken wordt gebruik gemaakt van diagonaal op vierkant. Voor vakwerken die langs de gehele zijkant opleggingen hebben, zijn de formules voor de afmetingen voor een vakwerk met een overspanning tot 140 meter en vanaf 160 tot 170 meter in tabel 8. Hier wordt weer gebruik gemaakt van diagonaal op vierkant. Voor de tussenliggende overspanningen worden vakwerken aangeraden met de configuratie vierkant op diagonaal. Deze formules voor overspanning de tussen 140 en 160 meter zijn te vinden in tabel 9.

	Oppervlakte	Traagheidsmoment
<i>Onderstaven</i>	$A = 1,4823x^{2,0679}$	$I = 0,2591x^{4,7068}$
<i>Diagonalen</i>	$A = 1,0129x^{2,1393}$	$I = 0,1891x^{4,7468}$
<i>Bovenstaven</i>	$A = 0,712x^{2,3787}$	$I = 0,1733x^{4,9454}$

Tabel 7 Ontwerpformules voor vierkante ruimtelijke vakwerken met opleggingen in de hoeken

	Oppervlakte	Traagheidsmoment
<i>Onderstaven</i>	$A = 0,4678x^{2,1403}$	-
<i>Diagonalen</i>	$A = 1,0034x^{1,8517}$	$I = 0,1173x^{4,2543}$
<i>Bovenstaven</i>	$A = 1,2363x^{1,8539}$	$I = 0,1766x^{4,2637}$

Tabel 8 Ontwerpformules voor vierkante ruimtelijke vakwerken met opleggingen langs de gehele rand voor overspanningen tot 140 meter en vanaf 160 tot 170 meter

	Oppervlakte	Traagheidsmoment
<i>Onderstaven</i>	$A = 1,3767x^{1,8768}$	$I = 0,2992x^{4,2529}$
<i>Diagonalen</i>	$A = 1,2758x^{1,7223}$	$I = 0,0765x^{4,1859}$
<i>Bovenstaven</i>	$A = 1,0615x^{1,9088}$	$I = 0,0937x^{4,4558}$

Tabel 9 Ontwerpformules voor vierkante ruimtelijke vakwerken met opleggingen langs de gehele rand voor overspanningen van 140 tot 160 meter

Het blijkt dat bij de vakwerken die in de hoeken zijn opgelegd dat er grote verschillen zitten tussen de staven in de gemaakte verdeling. Bij de hoeken moeten de staven erg grote krachten verdragen, maar in het midden nauwelijks. Het is daarom handig om de staven niet op te delen in onderstaven, diagonalen en bovenstaven, maar in staven bij de hoeken en de overige. Door deze methode toe te passen wordt er veel materiaal bespaart. Dit kan in een vervolgonderzoek onderzocht worden. Bij langs de rand opgelegde vakwerken is dit niet aan de orde, aangezien daar de krachten veel meer worden verdeeld over de staven.

Ook moet er beseft worden dat de formules voor de vakwerken die langs de randen zijn opgelegd een overschatting zijn. Aangezien MatrixFrame het aantal staven dat eigenlijk nodig was niet aankon is niet de optimale configuratie gebruikt. Met deze optimale configuratie zijn de afmetingen hoogstwaarschijnlijk kleiner. In een vervolgonderzoek kan dit opgelost worden door een ander programma te gebruiken.

Literatuurlijst

Hartsuijker, C. (2010). *Toegepaste mechanica Deel 1: Evenwicht*. Den Haag: Academic Service.

Makowski, Z. S. (1981). *Analysis, Design and Construction of Double-Layer Grids*. Barking: Applied Science Publishers LTD.

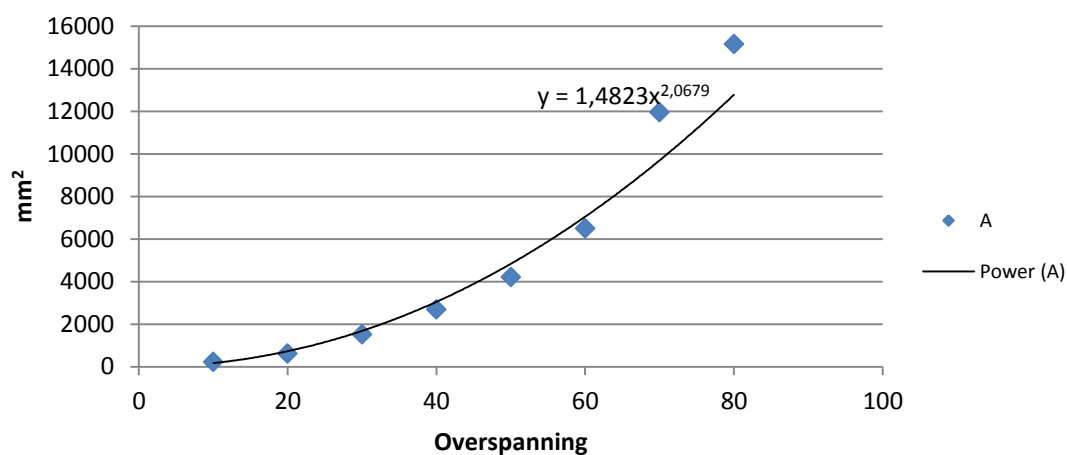
Ramaswamy, G. S. (2002). *Steel space frames*. London: Thomas Telford Publishing.

Bijlage 1: resultaten diagonaal op vierkant, hoeken opgelegd

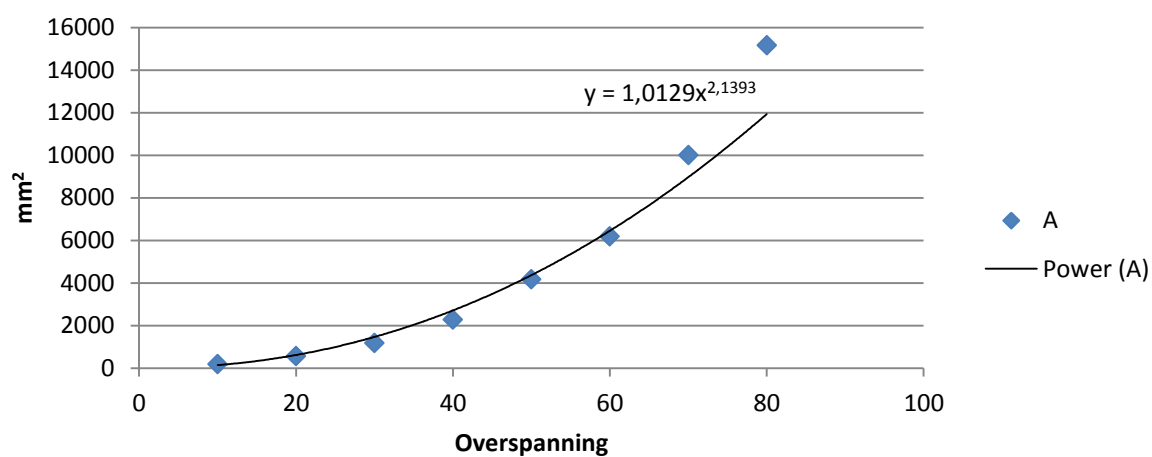
10				20			
Onder		Afmeting	26.9/2.9	Onder		Afmeting	70/2.9
		A	218,6548			A	611,3225
	S45	N trek	20,91		S45	N trek	86,01
		sigma	95,63017			sigma	140,695
	S1	N druk	21,34		S1	N druk	90,5
		Fk	21,87292			Fk	95,972
	K61	u	0,0297		K61	u	0,0799
		umax	0,04			umax	0,08
diagonaal		Afmeting	26.9/2.3	diagonaal		Afmeting	63.5/2.9
		A	177,7513			A	552,1035
	S592	N trek	24,02		S592	N	102,03
		sigma	135,1326			sigma	184,8023
	S584	N druk	21,74		S584	N druk	91,94
		Fk	26,11381			Fk	98,43465
boven		Afmeting	30/2.6	boven		Afmeting	70/3.6
		A	223,8071			A	750,9663
	S851	N druk	26,26		S851	N druk	111,31
		Fk	39,964			Fk	148,6268
	S634	N druk	24,64		S634	N druk	103,85
		Fk	27,35323			Fk	116,665
	K234	u	0,0295		K234	u	0,0792
30				40			
Onder		Afmeting	101.6/5	Onder		Afmeting	159/5.6
		A	1517,389			A	2698,754
	S45	N trek	216,51		S45	N trek	463,6
		sigma	142,6859			sigma	171,783
	S1	N druk	217,32		S1	N druk	425,79
		Fk	227,895			Fk	476,9769
	K61	u	0,1191		K61	u	0,1598
		umax	0,12			umax	0,16
diagonaal		Afmeting	108/3.6	diagonaal		Afmeting	165.1/4.5
		A	1180,736			A	2270,429
	S592	N	244,85		S592	N	480,31
		sigma	207,3706			sigma	211,5503
	S584	N druk	225,19		S584	N druk	440,39
		Fk	228,2759			Fk	464,0301
boven		Afmeting	101.6/6.3	boven		Afmeting	133/10
		A	1886,181			A	3864,159
	S851	N druk	273,32		S851	N druk	533,96
		Fk	366,3419			Fk	739,1922
	S634	N druk	253,2		S634	N druk	493
		Fk	279,1727			Fk	550,7832
	K234	u	0,1182		K234	u	0,1586

50				60			
Onder		Afmeting	219.1/6.3	Onder		Afmeting	298.5/7.1
		A	4211,745			A	6499,767
	S45	N trek	700,45		S45	N trek	1219,84
		sigma	166,3087			sigma	187,6744
	S1	N druk	757,44		S1	N druk	1219,84
		Fk	795,414			Fk	1302,793
	K61	u	0,1988		K61	u	0,2383
		umax	0,2			umax	0,24
diagonaal		Afmeting	193.7/7.1	diagonaal		Afmeting	254/8
		A	4162,17			A	6182,654
	S592	N	856,1		S592	N	1378,85
		sigma	205,686			sigma	223,0191
	S584	N druk	700,45		S584	N druk	1263,7
		Fk	829,2654			Fk	1271,822
boven		Afmeting	244.5/10	boven		Afmeting	419/10
		A	7367,035			A	12849,11
	S851	N druk	939,86		S851	N druk	1532,67
		Fk	1597,952			Fk	2917,598
	S634	N druk	865,6		S634	N druk	1401,39
		Fk	1457,05			Fk	2799,46
	K234	u	0,1973		K234	u	0,2367
70				80			
Onder		Afmeting	254/16	Onder		Afmeting	470/10.5
		A	11963,18			A	15157,4
	S45	N trek	1816,73		S45	N trek	2976,97
		sigma	151,8601			sigma	196,4037
	S1	N druk	1875,21		S1	N druk	2976,97
		Fk	1906,512			Fk	3193,394
	K61	u	0,2741		K61	u	0,3176
		umax	0,28			umax	0,32
diagonaal		Afmeting	267/12.5	diagonaal		Afmeting	470/10.5
		A	9994,192			A	15157,4
	S592	N	2118,03		S592	N	3369,51
		sigma	211,9261			sigma	222,3013
	S584	N druk	1952,82		S584	N druk	3086,03
		Fk	1970,797			Fk	3340,128
boven		Afmeting	508/11	boven		Afmeting	254/50
		A	17175,09			A	32044,25
	S851	N druk	2333,07		S851	N druk	3393,22
		Fk	3913,478			Fk	5520,575
	S634	N druk	2158,98		S634	N druk	3393,22
		Fk	3765,642			Fk	3650,927
	K234	u	0,272		K234	u	0,3158

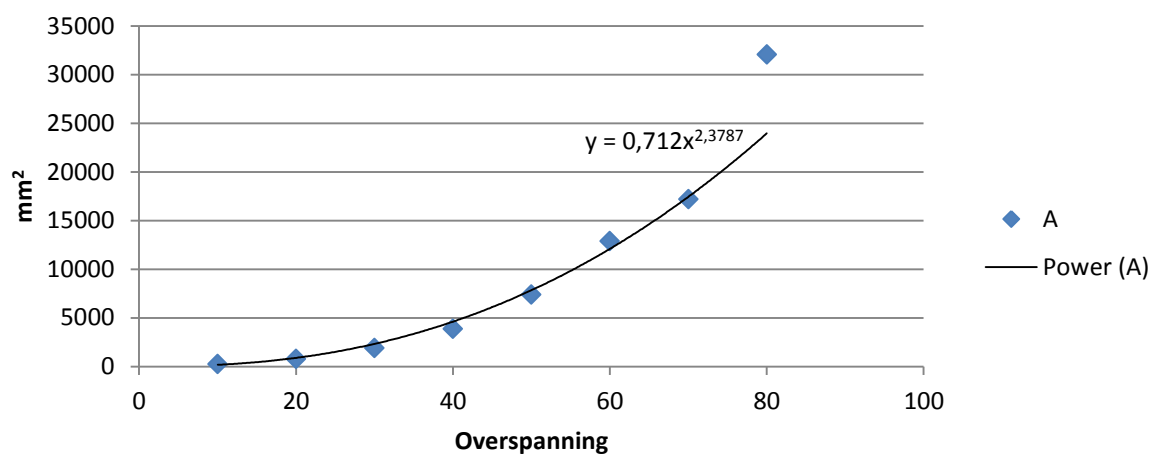
Oppervlakte onderstaven



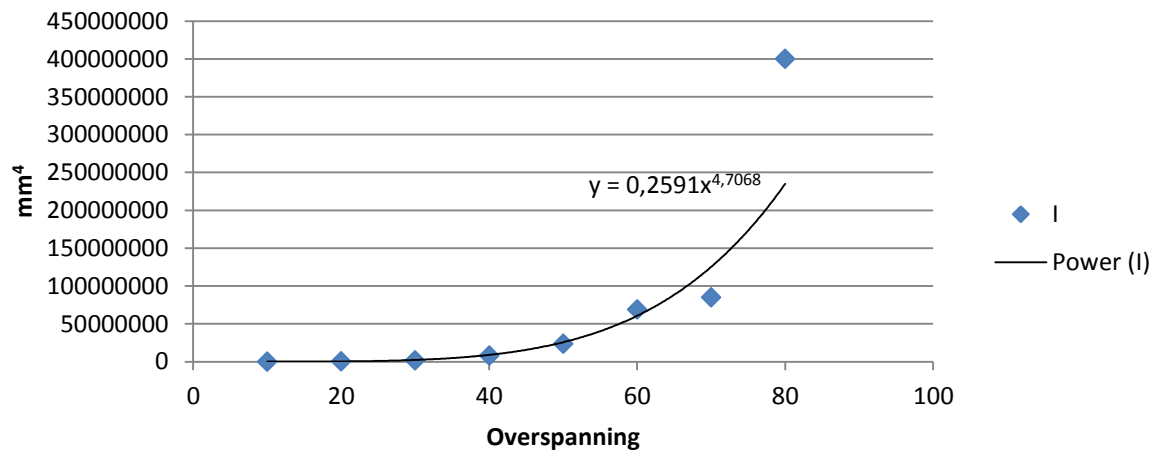
Oppervlakte diagonalen



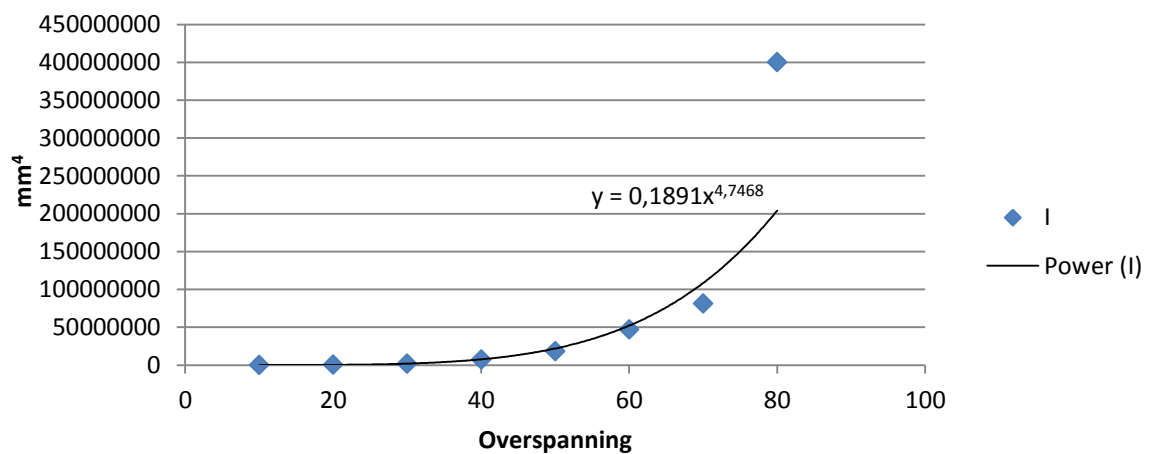
Oppervlakte bovenstaven



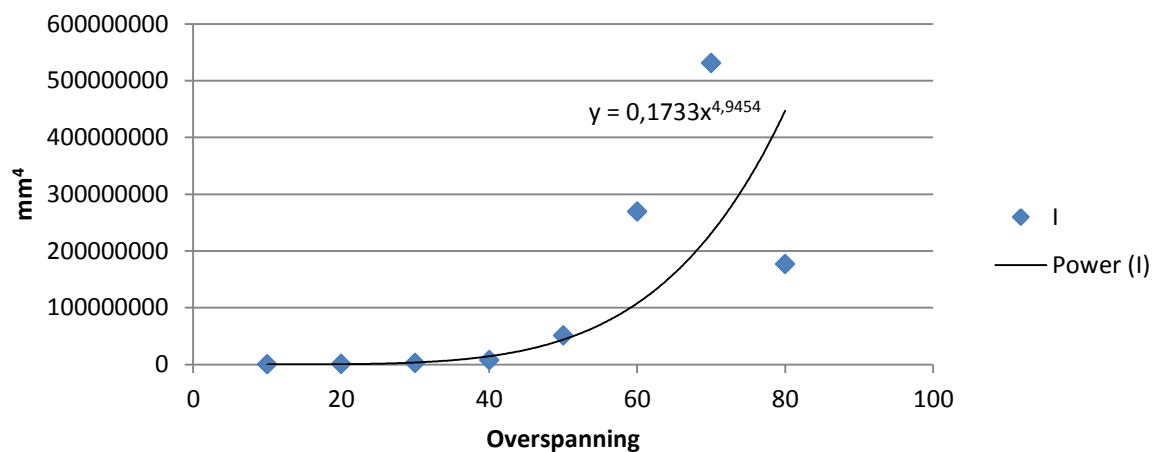
Traagheidsmoment onderstaven



Traagheidsmoment diagonalen



Traagheidsmoment bovenstaven



Bijlage 2: resultaten diagonaal op vierkant, zijkanten opgelegd

10				20			
Onder		Afmeting	16/1.8	Onder		Afmeting	26.9/4
		A	80,29911			A	287,769887
		I	2056,46			I	19439
	S85	N trek	15,9		S85	N trek	65,25
		sigma	198,0097			sigma	226,743669
	K61	u	0,0225		K61	u	0,0526
		umax	0,04			umax	0,08
diagonaal		Afmeting	17.2/1.8	diagonaal		Afmeting	38/2.6
		A	87,08495			A	289,152188
		I	2617			I	45539
	S368	N druk	5,07		S368	N druk	20,72
		Fk	6,220811			Fk	26,1076415
boven		Afmeting	20/2	boven		Afmeting	42.4/2.6
		A	113,0973			A	325,092008
		I	4637			I	64645
	S783	N druk	8,06		S783	N druk	32,99
		Fk	12,40345			Fk	41,1431519
	K234	u	0,0224		K234	u	0,0522
30				40			
Onder		Afmeting	60.3/3.6	Onder		Afmeting	54/8
		A	641,2619			A	1156,1061
		I	258737			I	315039
	S85	N trek	149,38		S85	N trek	270,9
		sigma	232,9469			sigma	234,321055
	K61	u	0,0865		K61	u	0,1202
		umax	0,12			umax	0,16
diagonaal		Afmeting	60.3/2.9	diagonaal		Afmeting	82.5/3.2
		A	522,9495			A	797,210552
		I	215924			I	627677
	S368	N druk	47,33		S368	N druk	85,68
		Fk	53,55832			Fk	86,32139
boven		Afmeting	70/2.9	boven		Afmeting	95/3.6
		A	611,3225			A	1033,70965
		I	344696			I	1081121
	S783	N druk	75,72		S783	N druk	137,43
		Fk	89,8987			Fk	155,779309
	K234	u	0,0859		K234	u	0,1192

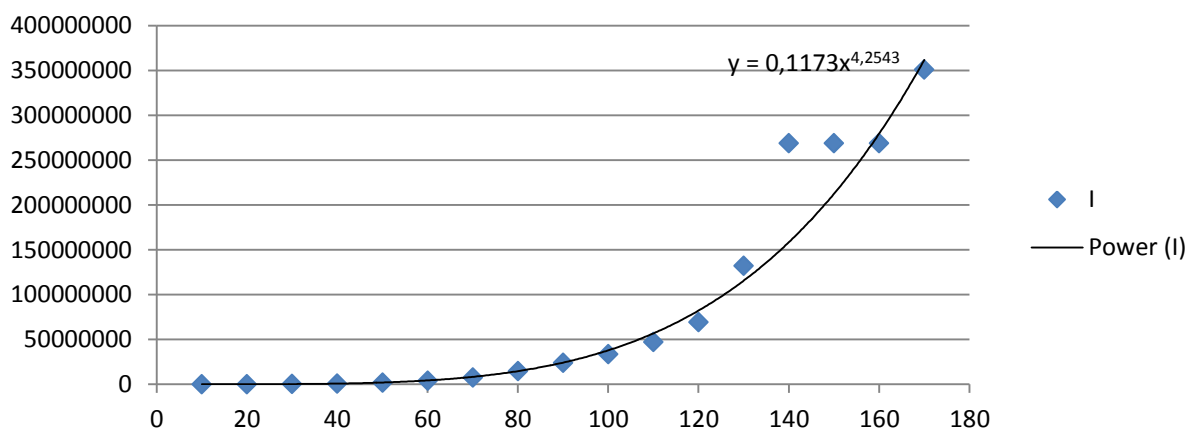
50				60			
Onder		Afmeting	76.1/88	Onder		Afmeting	165.1/5.4
		A	1860,57683			A	2709,24667
		I	1071397			I	8646984
	S85	N trek	431,12		S85	N trek	635,56
		sigma	231,713086			sigma	234,589196
	K61	u	0,1558		K61	u	0,1907
		umax	0,2			umax	0,24
diagonaal		Afmeting	108/3.6	diagonaal		Afmeting	139.7/4
		A	1180,73618			A	1705,25649
		I	1610571			I	3928589
	S368	N druk	136,16		S368	N druk	200,53
		Fk	138,374159			Fk	223,992637
boven		Afmeting	121/4	boven		Afmeting	152.4/4.5
		A	1470,26536			A	2090,88699
		I	2518748			I	5722407
	S783	N druk	219,2		S783	N druk	323,39
		Fk	227,404704			Fk	340,880774
	K234	u	0,1545		K234	u	0,1891
70				80			
Onder		Afmeting	177.8/7.1	Onder		Afmeting	267/6.3
		A	3807,51605			A	5159,78319
		I	13892151			I	43860853
	S85	N trek	893,68		S85	N trek	1203,65
		sigma	234,714703			sigma	233,275305
	K61	u	0,2183		K61	u	0,2491
		umax	0,28			umax	0,32
diagonaal		Afmeting	165.1/4.5	diagonaal		Afmeting	193.7/5.6
		A	2270,42901			A	3309,22804
		I	7325712			I	14648699
	S368	N druk	281,67		S368	N druk	379,1
		Fk	304,021972			Fk	457,609547
boven		Afmeting	168.3/6.3	boven		Afmeting	193.7/7.1
		A	3206,30946			A	4162,17044
		I	10534205			I	18141845
	S783	N druk	453,89		S783	N druk	612,42
		Fk	490,085437			Fk	641,630996
	K234	u	0,2166		K234	u	0,247

90				100			
Onder		Afmeting	292/7.5	Onder		Afmeting	203/14.2
		A	6703,373			A	8422,4842
		I	67868722			I	37740183
	S85	N trek	1546,89		S85	N trek	1954,42
		sigma	230,7629			sigma	232,04793
	K61	u	0,2903		K61	u	0,3246
		umax	0,36			umax	0,4
diagonaal		Afmeting	219.1/6.3	diagonaal		Afmeting	244.5/6.3
		A	4211,745			A	4714,4624
		I	23861393			I	33460267
	S368	N druk	486,56		S368	N druk	614
		Fk	586,5901			Fk	662,70532
boven		Afmeting	244.5/6.3	boven		Afmeting	254/8
		A	4714,462			A	6182,6543
		I	33460267			I	46818150
	S783	N druk	789,35		S783	N druk	996,08
		Fk	817,6833			Fk	1006,0775
	K234	u	0,2877		K234	u	0,3218
110				120			
Onder		Afmeting	219.1/16	Onder		Afmeting	419/10
		A	10208,92			A	12849,114
		I	52965929			I	268837193
	S85	N trek	2389,98		S85	N trek	2937,79
		sigma	234,107			sigma	228,63756
	K61	u	0,3721		K61	u	0,3996
		umax	0,44			umax	0,48
diagonaal		Afmeting	273/6.3	diagonaal		Afmeting	298.5/7.1
		A	5278,535			A	6499,7667
		I	46958234			I	69031073
	S368	N druk	749,96		S368	N druk	920,75
		Fk	758,3807			Fk	935,63576
boven		Afmeting	305/7.5	boven		Afmeting	355.6/8
		A	7009,679			A	8736,1409
		I	77599333			I	132013746
	S783	N druk	1219,41		S783	N druk	1499,51
		Fk	1236,123			Fk	1613,7276
	K234	u	0,3687		K234	u	0,396

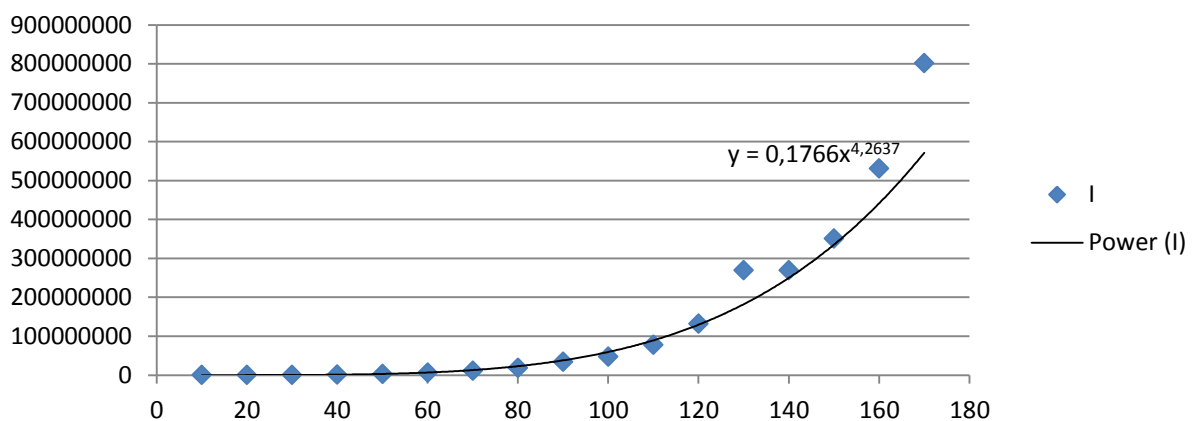
130				140			
Onder		Afmeting	229/25	Onder		Afmeting	229/30
		A	16022,123			A	18755,308
		I	84598810			I	94951092
	S85	N trek	3677,47		S85	N trek	4385,13
		sigma	229,52452			sigma	233,80741
	K61	u	0,4085		K61	u	0,4571
		umax	0,52			umax	0,56
diagonaal		Afmeting	355.6/8	diagonaal		Afmeting	419/10
		A	8736,1409			A	12849,114
		I	132013746			I	268837193
	S368	N druk	1151,99		S368	N druk	1373,12
		Fk	1399,0881			Fk	2227,325
boven		Afmeting	419/10	boven		Afmeting	419/10
		A	12849,114			A	12849,114
		I	268837193			I	268837193
	S783	N druk	1872,48		S783	N druk	2243,72
		Fk	2482,1281			Fk	2385,7372
	K234	u	0,4051		K234	u	0,4529
150				160			
Onder		Afmeting	559/12.5	Onder		Afmeting	254/50
		A	21461,005			A	32044,245
		I	801618158			I	176707989
	S85	N trek	5040,3		S85	N trek	6129,26
		sigma	234,85853			sigma	191,27491
	K61	u	0,5082		K61	u	0,562
		umax	0,6			umax	0,64
diagonaal		Afmeting	419/10	diagonaal		Afmeting	419/10
		A	12849,114			A	12849,114
		I	268837193			I	268837193
	S368	N druk	1576,26		S368	N druk	1832,59
		Fk	2097,4039			Fk	1963,0362
boven		Afmeting	457/10	boven		Afmeting	508/11
		A	14042,919			A	17175,087
		I	350913241			I	530559907
	S783	N druk	2579,87		S783	N druk	3096,63
		Fk	2637,4303			Fk	3297,1553
	K234	u	0,5035		K234	u	0,5576

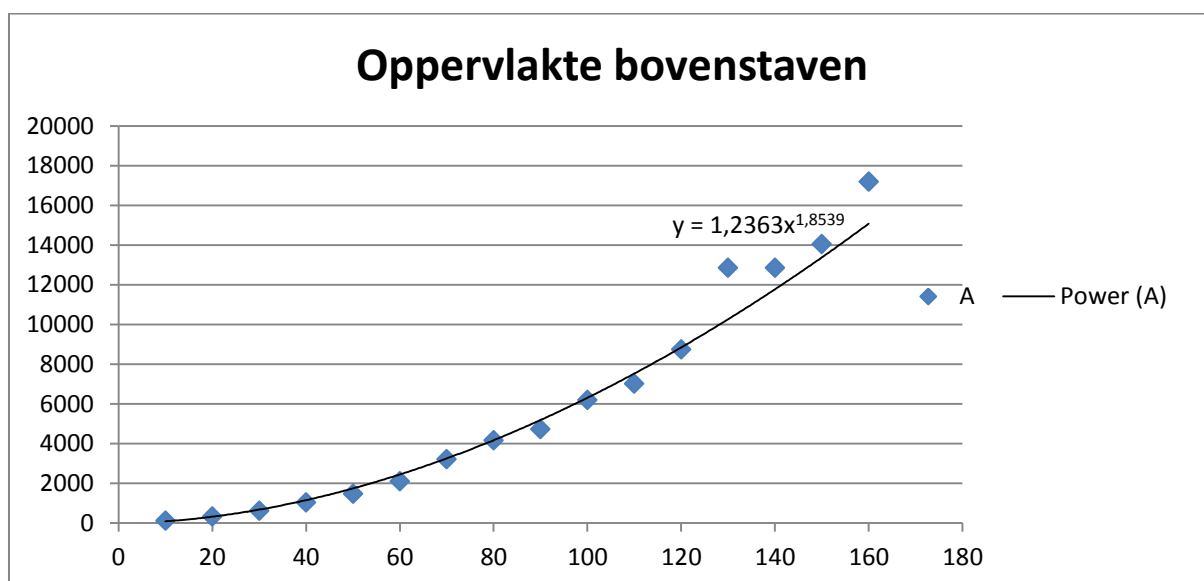
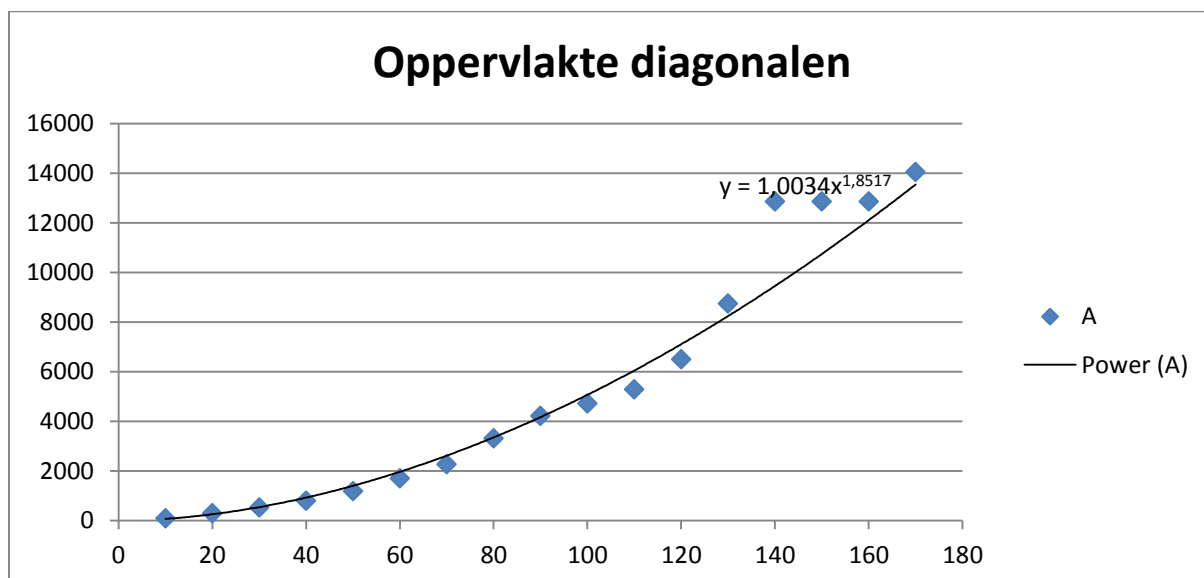
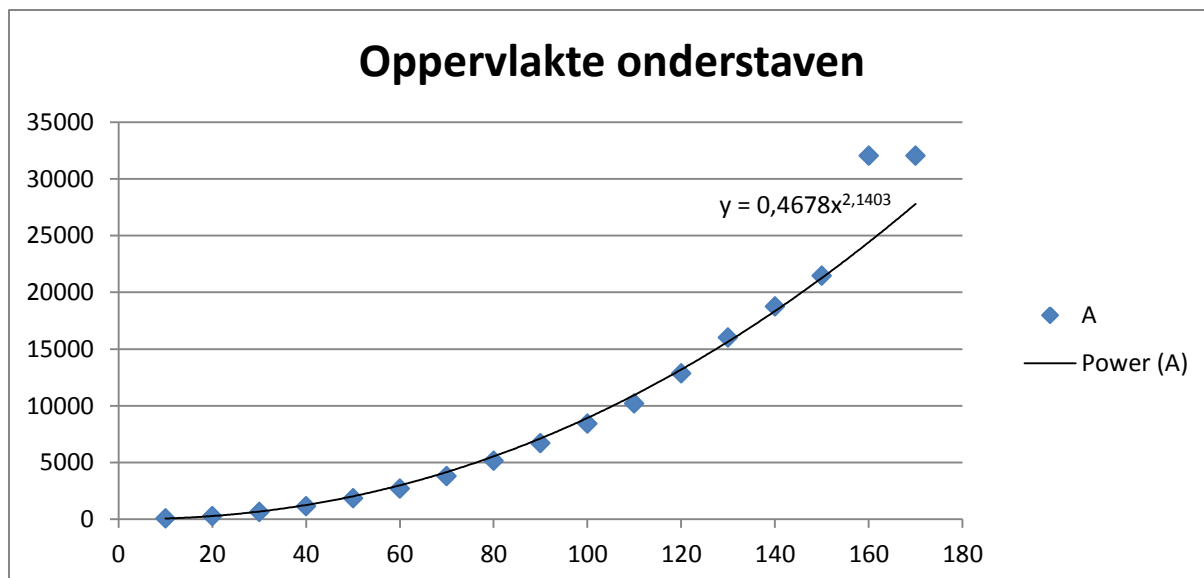
170			
Onder		Afmeting	254/50
		A	32044,245
		I	176707989
	S85	N trek	6934,24
		sigma	216,3958
	K61	u	0,5082
		umax	0,68
diagonaal		Afmeting	457/10
		A	14042,919
		I	350913241
	S368	N druk	2160,62
		Fk	2210,9699
boven		Afmeting	559/12.5
		A	21461,005
		I	801618158
	S783	N druk	3543,31
		Fk	4187,2227
	K234	u	0,5035

Traagheidsmoment diagonalen



Traagheidsmoment bovenstaven



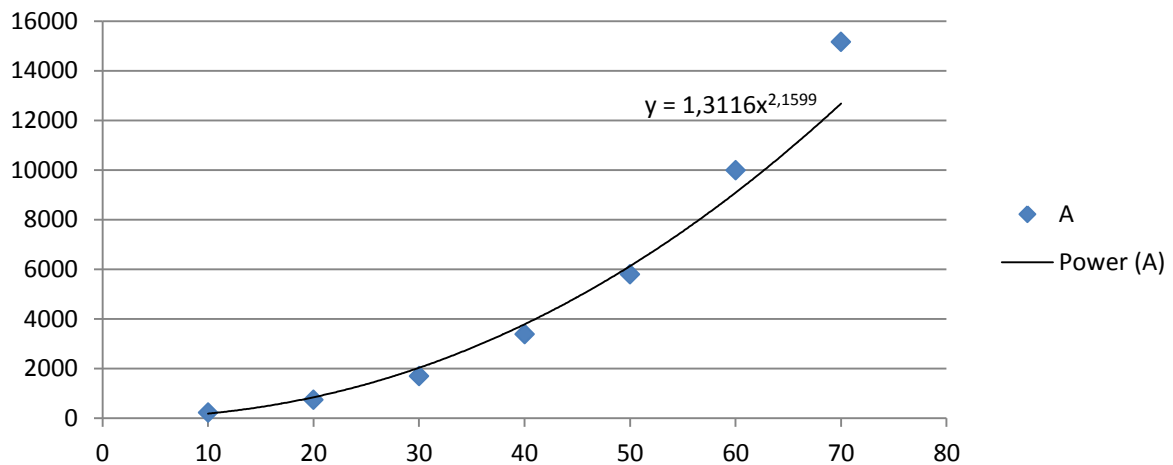


Bijlage 3: resultaten vierkant op diagonaal, hoeken opgelegd

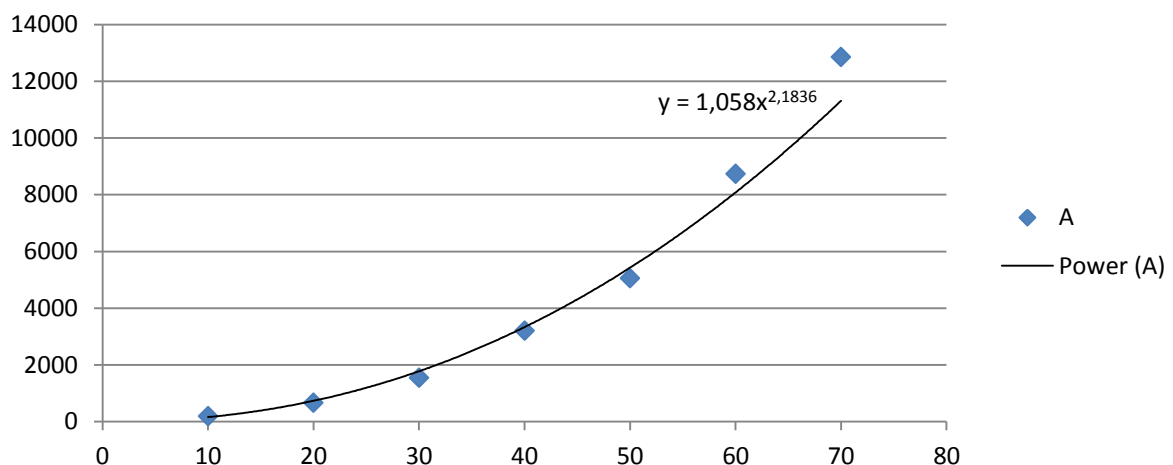
10				20			
Onder		Afmeting	28/2.9	Onder		Afmeting	76.1/2.9
		A	228,6765			A	750,9663
		I	18249			I	447376
	S118	N trek	16,06		S118	N trek	86,01
		sigma	70,23021			sigma	114,5324
	S55	N druk	26,57		S54	N druk	117,84
		Fk	28,34359			Fk	127,7655
	S1306	N druk	34,99		S1306	N druk	149,5
		Fk	41,11267			Fk	153,7564
	K89	u	0,0246		K89	u	0,0572
		umax	0,04			umax	0,08
diagonaal		Afmeting	28/2.3	diagonaal		Afmeting	76.1/2.9
		A	185,6995			A	666,8973
		I	15454			I	447375,5
	S274	N trek	12,33		S274	N	102,03
		sigma	66,39758			sigma	152,9921
	S227	N druk	28,74		S227	N druk	126,18
		Fk	29,76886			Fk	133,7508
boven		Afmeting	28/2.3	boven		Afmeting	63.5/4
		A	185,6995			A	747,6991
		I	15454			I	332375,6
	S801	N druk	33,26		S801	N druk	145,14
		Fk	33,85839			Fk	147,1433
	K233	u	0,0246		K233	u	0,0571
30				40			
Onder		Afmeting	139.7/4	Onder		Afmeting	177.8/6.3
		A	1705,256			A	3394,334
		I	3928589			I	12496214
	S1312	N trek	171,02		S1312	N trek	339,72
		sigma	100,2899			sigma	100,0844
	S54	N druk	288,34		S54	N druk	572,09
		Fk	344,7802			Fk	672,7735
	S1306	N druk	369,72		S1306	N druk	733,99
		Fk	373,3829			Fk	736,9132
	K89	u	0,092		K89	u	0,1228
		umax	0,12			umax	0,16
diagonaal		Afmeting	127/4	diagonaal		Afmeting	168.3/6.3
		A	1545,664			A	3206,309
		I	2926134			I	10534205
	S274	N	134,08		S274	N	268,24
		sigma	86,74591			sigma	83,66005
	S227	N druk	309,81		S227	N druk	627,41
		Fk	321,3086			Fk	664,3131
boven		Afmeting	139.7/4	boven		Afmeting	159/7.1
		A	1705,256			A	3388,176
		I	3928589			I	9793532
	S801	N druk	357,7		S801	N druk	713,25
		Fk	373,3829			Fk	718,5713
	K233	u	0,0919		K233	u	0,1226

50				60			
Onder		Afmeting	267/7.1	Onder		Afmeting	267/12.5
		A	5797,1495			A	9994,1916
		I	48984768			I	81110985
	S1312	N trek	585,56		S1312	N trek	984,57
		sigma	101,00826			sigma	98,514221
	S54	N druk	993,87		S54	N druk	1806,41
		Fk	1220,055			Fk	1972,6509
	S1306	N druk	1263,91		S1306	N druk	2129,61
		Fk	1293,0449			Fk	2165,9672
	K89	u	0,1562		K89	u	0,1829
		umax	0,2			umax	0,24
diagonaal		Afmeting	254/6.5	diagonaal		Afmeting	355.6/8
		A	5054,0372			A	8736,1409
		I	38725612			I	132013746
	S274	N	464,02		S274	N	779,4
		sigma	91,81175			sigma	89,215595
	S227	N druk	1070,02		S227	N druk	1806,41
		Fk	1094,5194			Fk	1936,8262
boven		Afmeting	267/7.1	boven		Afmeting	267/12.5
		A	5797,1495			A	9994,1916
		I	48984768			I	81110985
	S801	N druk	1233,94		S801	N druk	2082,42
		Fk	1293,0449			Fk	2165,9672
	K233	u	0,1559		K233	u	0,1825
70							
Onder		Afmeting	470/10.5				
		A	15157,399				
		I	400251019				
	S1312	N trek	1495,74				
		sigma	98,680518				
	S54	N druk	2513,17				
		Fk	3331,4612				
	S1306	N druk	3258,65				
		Fk	3458,5033				
	K89	u	0,2741				
		umax	0,28				
diagonaal		Afmeting	419/10				
		A	12849,114				
		I	268837193				
	S274	N	1181,03				
		sigma	91,915287				
	S227	N druk	2739				
		Fk	2851,7722				
boven		Afmeting	457/10				
		A	14042,919				
		I	350913241				
	S801	N druk	3165,49				
		Fk	3196,9065				
	K233	u	0,272				

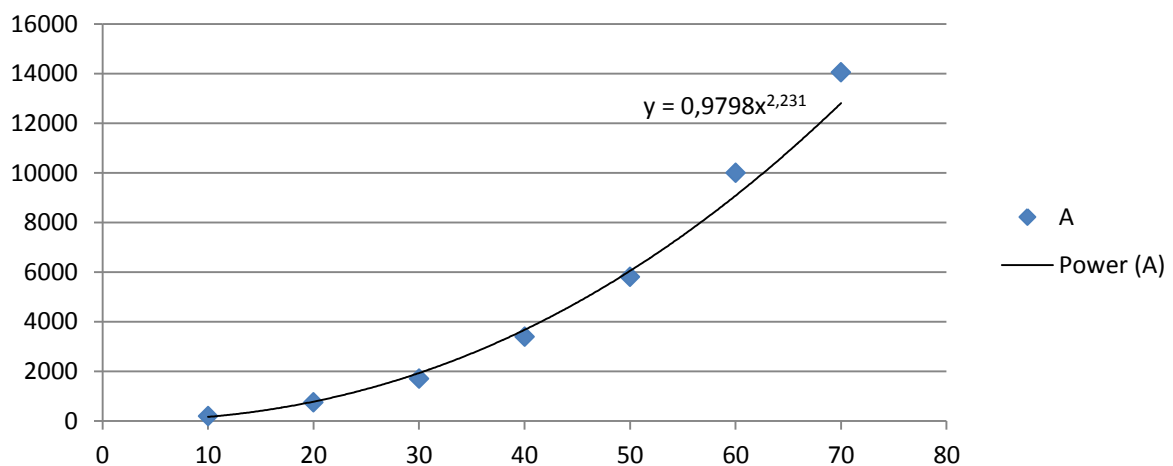
Oppervlakte understaven



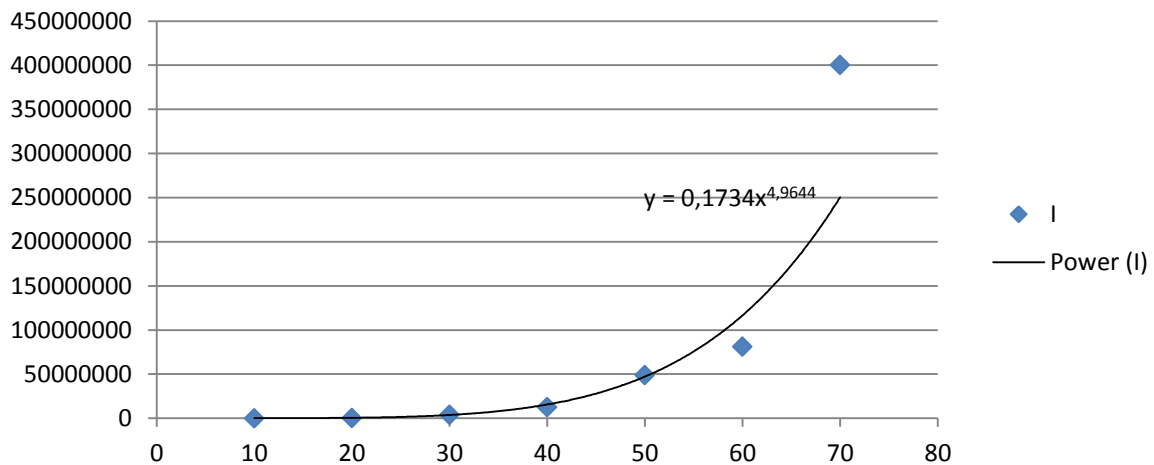
Oppervlakte diagonalen



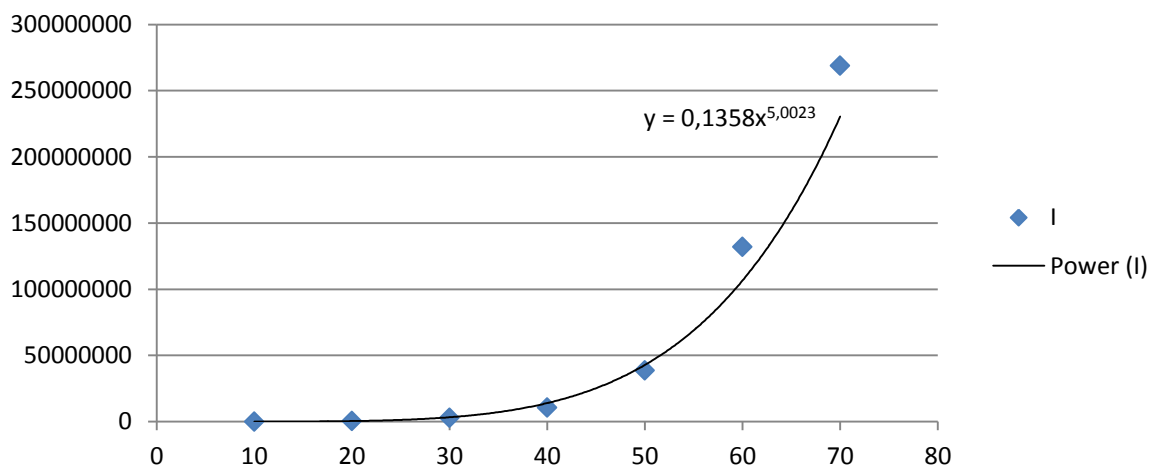
Oppervlakte bovenstaven



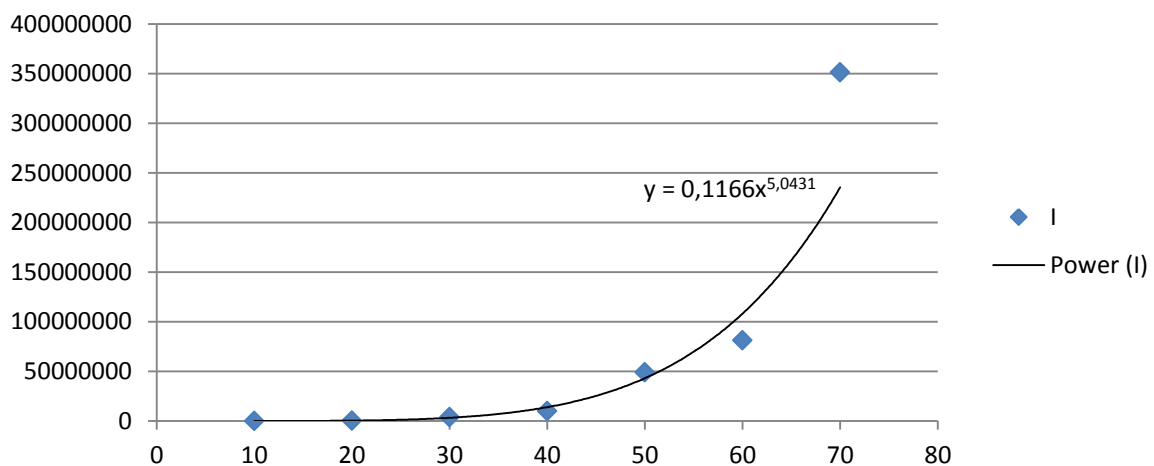
Traagheidsmoment onderstaven



Traagheidsmoment diagonalen



Traagheidsmoment bovenstaven



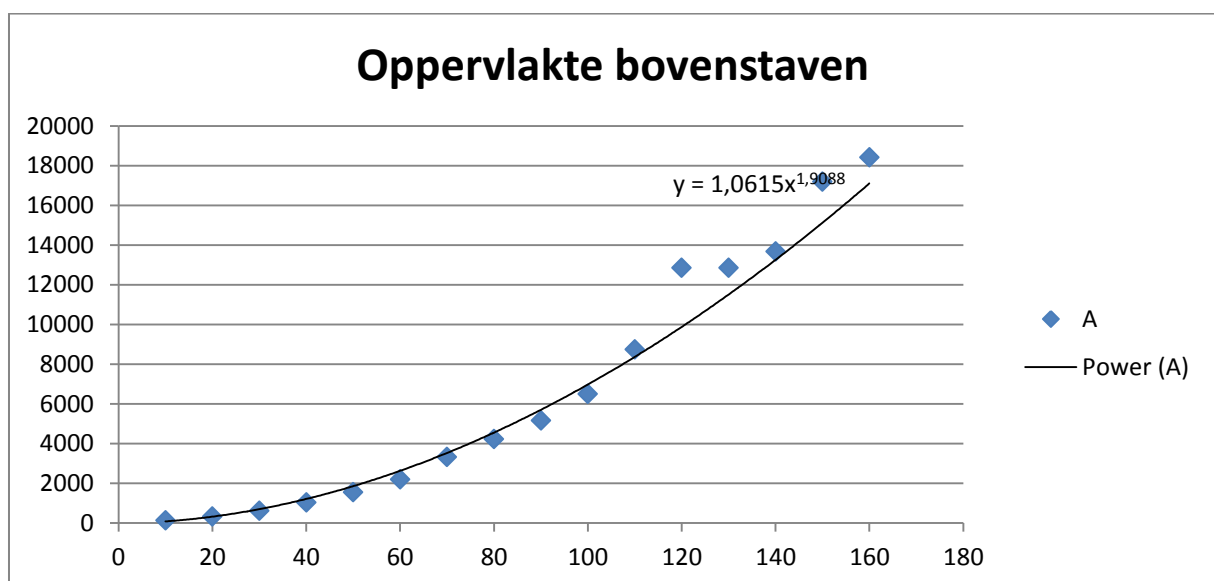
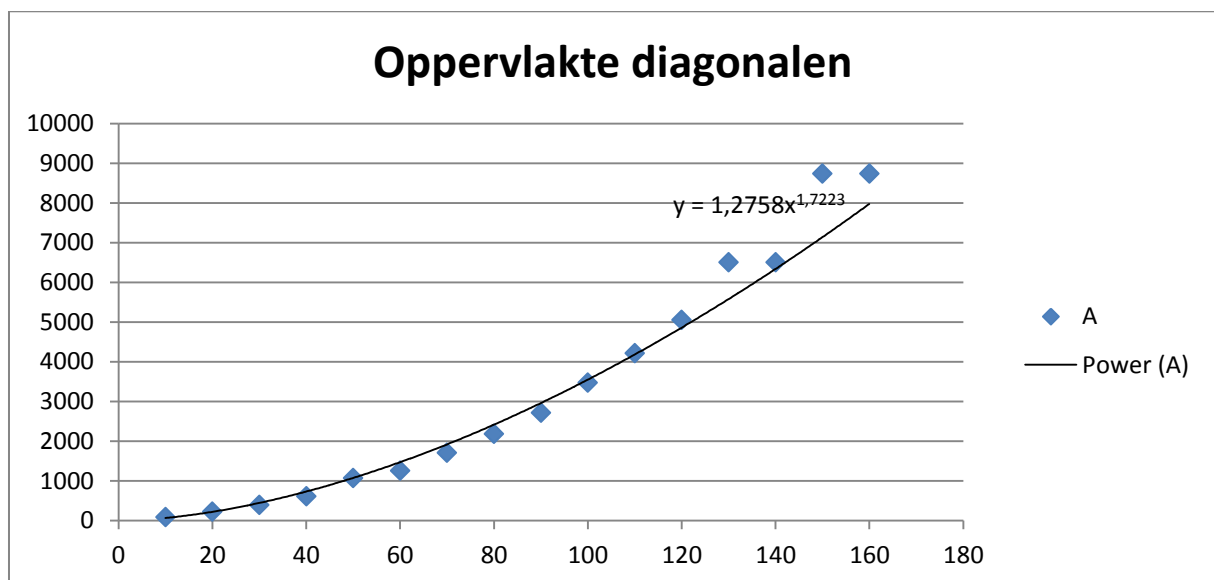
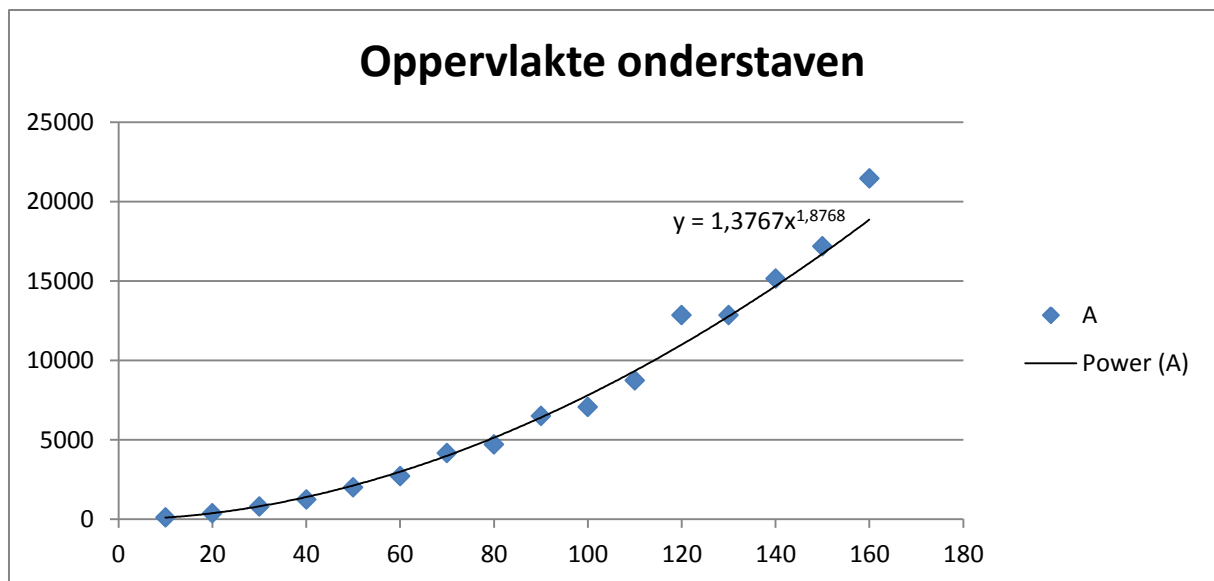
Bijlage 4: resultaten vierkant op diagonaal, zijkanten opgelegd

10				20			
Onder		Afmeting	21.3/2	Onder		Afmeting	48.3/2.6
		A	121,2655			A	373,284039
		I	5707			I	97765
	S77	N trek	8,81		S77	N trek	38,21
		sigma	72,65052			sigma	102,36173
	S54	N druk	9,15		S54	N druk	38,21
		Fk	9,836426			Fk	39,8458923
	K89	u	0,0133		K89	u	0,0373
		umax	0,04			umax	0,08
diagonaal		Afmeting	13.5/2.6	diagonaal		Afmeting	30/2.6
		A	89,03274			A	223,807061
		I	1397			I	21192
	S228	N trek	3,69		S228	N	12,17
		sigma	41,44543			sigma	54,3771942
	S273	N druk	3,08		S273	N druk	12,8
		Fk	3,751429			Fk	13,7875972
boven		Afmeting	17.2/2.6	boven		Afmeting	42.4/2.6
		A	119,2549			A	325,092008
		I	3278			I	64645
	S793	N druk	9,87		S793	N druk	40,54
		Fk	11,04311			Fk	46,6512673
	K233	u	0,0132		K233	u	0,0368
30				40			
Onder		Afmeting	82.5/3.2	Onder		Afmeting	114.3/3.6
		A	797,2106			A	1251,9875
		I	627677			I	1919837
	S77	N trek	83,52		S77	N trek	156,4
		sigma	104,7653			sigma	124,921375
	S54	N druk	86,94		S54	N druk	156,4
		Fk	105,348			Fk	175,612413
	K89	u	0,0659		K89	u	0,0978
		umax	0,12			umax	0,16
diagonaal		Afmeting	51/2.6	diagonaal		Afmeting	70/2.9
		A	395,338			A	611,322514
		I	116097			I	344696
	S228	N	27,6		S228	N	47,89
		sigma	69,81367			sigma	78,3383547
	S273	N druk	29,06		S273	N druk	52,31
		Fk	32,38259			Fk	53,4902483
boven		Afmeting	70/2.9	boven		Afmeting	95/3.6
		A	611,3225			A	1033,70965
		I	344696			I	1081121
	S793	N druk	93,21		S793	N druk	168,72
		Fk	99,52455			Fk	171,65235
	K233	u	0,0651		K233	u	0,0966

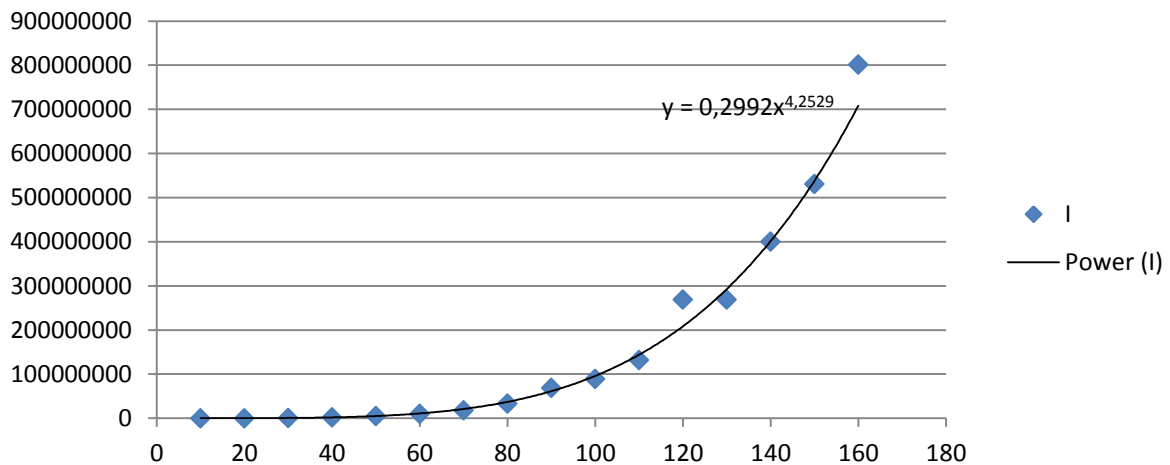
50				60			
Onder		Afmeting	146/4.5	Onder		Afmeting	177.8/5
		A	2000,40912			A	2714,33605
		I	5011650			I	10139687
	S77	N trek	243,2		S77	N trek	355,15
		sigma	121,57513			sigma	130,84231
	S54	N druk	255,24		S54	N druk	365,56
		Fk	288,444238			Fk	399,617365
	K89	u	0,1257		K89	u	0,1623
		umax	0,2			umax	0,24
diagonaal		Afmeting	88.9/4	diagonaal		Afmeting	114.3/3.6
		A	1066,88487			A	1251,9875
		I	963398			I	1919837
	S228	N	83,04		S228	N	111,22
		sigma	77,8340782			sigma	88,8347524
	S273	N druk	85,07		S273	N druk	122,06
		Fk	95,3213768			Fk	128,173887
boven		Afmeting	127/4	boven		Afmeting	159/4.5
		A	1545,66359			A	2184,19229
		I	2926134			I	6522681
	S793	N druk	271,79		S793	N druk	396,45
		Fk	272,711938			Fk	397,821453
	K233	u	0,1241		K233	u	0,1603
70				80			
Onder		Afmeting	193.7/7.1	Onder		Afmeting	244.5/6.3
		A	4162,17044			A	4714,46243
		I	18141845			I	33460267
	S77	N trek	503,16		S77	N trek	678,89
		sigma	120,88885			sigma	144,001572
	S54	N druk	511,43		S54	N druk	678,89
		Fk	556,215335			Fk	720,815179
	K89	u	0,1786		K89	u	0,2204
		umax	0,28			umax	0,32
diagonaal		Afmeting	139.7/4	diagonaal		Afmeting	159/4.5
		A	1705,25649			A	2184,19229
		I	3928589			I	6522681
	S228	N	150,67		S228	N	197,72
		sigma	88,3562096			sigma	90,5231653
	S273	N druk	170,63		S273	N druk	226,68
		Fk	188,741036			Fk	240,331941
boven		Afmeting	193.7/5.6	boven		Afmeting	219.1/6.3
		A	3309,22804			A	4211,74478
		I	14648699			I	23861393
	S793	N druk	561,13		S793	N druk	741,09
		Fk	618,696591			Fk	782,776323
	K233	u	0,1764		K233	u	0,2178

90				100			
Onder		Afmeting	292/7.5	Onder		Afmeting	203/14.2
		A	6703,3733			A	8422,4842
		I	67868722			I	37740183
	S85	N trek	1546,89		S85	N trek	1954,42
		sigma	230,76292			sigma	232,04793
	K61	u	0,2903		K61	u	0,3246
		umax	0,36			umax	0,4
diagonaal		Afmeting	219.1/6.3	diagonaal		Afmeting	244.5/6.3
		A	4211,7448			A	4714,4624
		I	23861393			I	33460267
	S368	N druk	486,56		S368	N druk	614
		Fk	586,59009			Fk	662,70532
boven		Afmeting	244.5/6.3	boven		Afmeting	254/8
		A	4714,4624			A	6182,6543
		I	33460267			I	46818150
	S783	N druk	789,35		S783	N druk	996,08
		Fk	817,68332			Fk	1006,0775
	K234	u	0,2877		K234	u	0,3218
110				120			
Onder		Afmeting	219.1/16	Onder		Afmeting	419/10
		A	10208,919			A	12849,114
		I	52965929			I	268837193
	S85	N trek	2389,98		S85	N trek	2937,79
		sigma	234,10705			sigma	228,63756
	K61	u	0,3721		K61	u	0,3996
		umax	0,44			umax	0,48
diagonaal		Afmeting	273/6.3	diagonaal		Afmeting	298.5/7.1
		A	5278,5354			A	6499,7667
		I	46958234			I	69031073
	S368	N druk	749,96		S368	N druk	920,75
		Fk	758,38069			Fk	935,63576
boven		Afmeting	305/7.5	boven		Afmeting	355.6/8
		A	7009,6786			A	8736,1409
		I	77599333			I	132013746
	S783	N druk	1219,41		S783	N druk	1499,51
		Fk	1236,1229			Fk	1613,7276
	K234	u	0,3687		K234	u	0,396

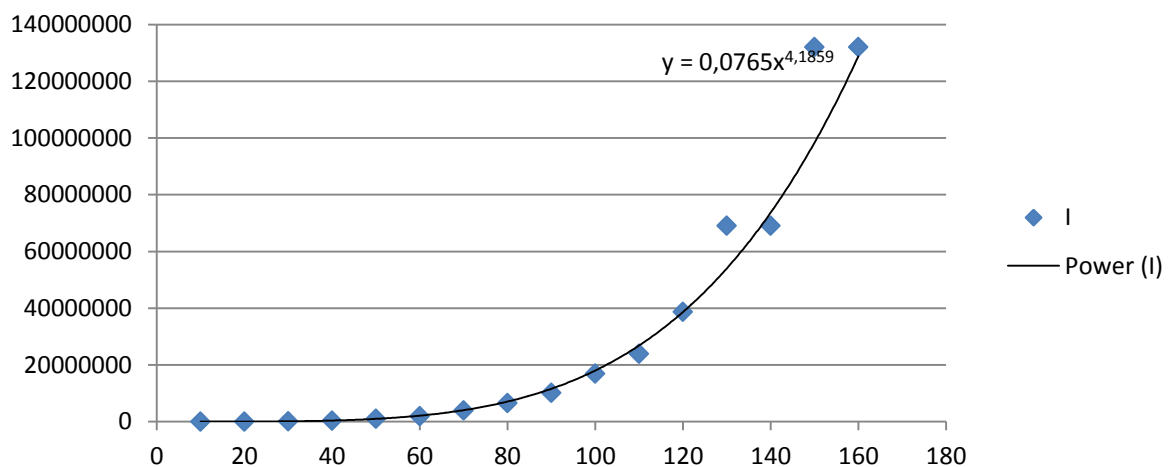
130				140			
Onder		Afmeting	419/10	Onder		Afmeting	470/10.5
		A	12849,114			A	15157,39916
		I	268837193			I	400251019
	S77	N trek	2003,49		S77	N trek	2340,16
		sigma	155,92437			sigma	154,3906033
	S54	N druk	2061,62		S54	N druk	2375,69
		Fk	2079,77075			Fk	2550,890642
	K89	u	0,3732		K89	u	0,4258
		umax	0,52			umax	0,56
diagonaal		Afmeting	298.5/7.1	diagonaal		Afmeting	298.5/7.1
		A	6499,7667			A	6499,766705
		I	69031073			I	69031073
	S228	N	592,71		S228	N	676,82
		sigma	91,1894268			sigma	104,1298912
	S273	N druk	686,04		S273	N druk	789,52
		Fk	886,023615			Fk	800,0783146
boven		Afmeting	419/10	boven		Afmeting	445/10
		A	12849,114			A	13665,92804
		I	268837193			I	323412728
	S793	N druk	2247,66		S793	N druk	2617,16
		Fk	2582,67416			Fk	2734,209741
	K233	u	0,3689		K233	u	0,4207
150				160			
Onder		Afmeting	508/11	Onder		Afmeting	559/12.5
		A	17175,087			A	21461,00481
		I	530559907			I	801618158
	S77	N trek	2795,88		S77	N trek	3277,19
		sigma	162,786948			sigma	152,7044064
	S54	N druk	2877,12		S54	N druk	3277,19
		Fk	2914,08254			Fk	3732,969724
	K89	u	0,4472		K89	u	0,4919
		umax	0,6			umax	0,64
diagonaal		Afmeting	355.6/8	diagonaal		Afmeting	355.6/8
		A	8736,14085			A	8736,140851
		I	132013746			I	132013746
	S228	N	829,42		S228	N	942,54
		sigma	94,9412348			sigma	107,889744
	S273	N druk	955,89		S273	N druk	1085,97
		Fk	1242,30518			Fk	1142,034125
boven		Afmeting	508/11	boven		Afmeting	521/11.5
		A	17175,087			A	18407,37676
		I	530559907			I	597601239
	S793	N druk	3137,58		S793	N druk	3620,1
		Fk	3512,95726			Fk	3715,775586
	K233	u	0,4421		K233	u	0,4859



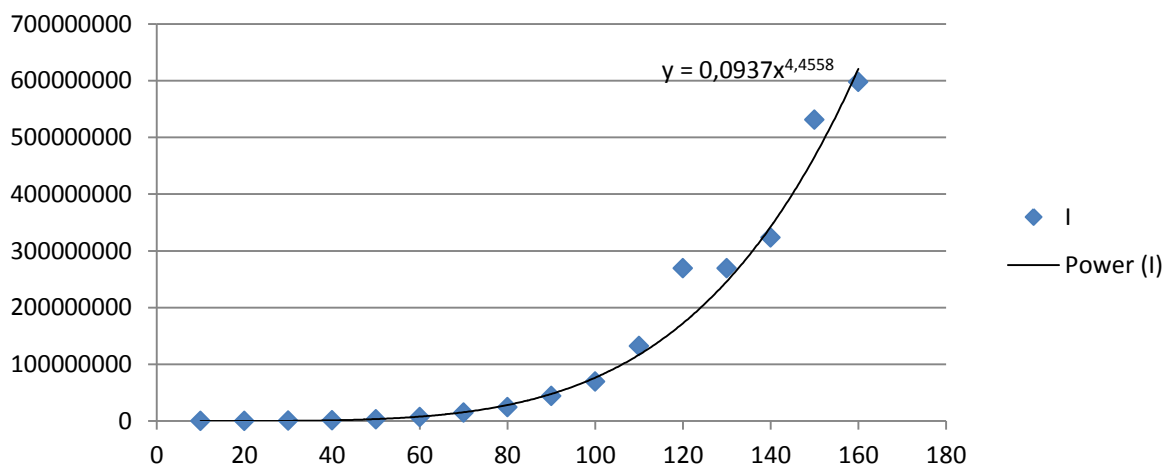
Traagheidsmoment onderstaven



Traagheidsmoment diagonalen



Traagheidsmoment bovenstaven



Bijlage 5: hoeveelheid materiaal om aan doorbuigingseis voldoen

Om aan de doorbuigings eis te voldoen zijn vier verschillende manieren bekeken. Als eerst zijn de onderstaven en diagonalen ontworpen op stabiliteit en daarna hebben de bovenstaven zodanige afmeting gekregen dat aan de doorbuigingseis werd voldaan. De tweede manier lijkt hier op maar nu zijn de onder- en bovenstaven omgedraaid. Als derde manier zijn de boven- en onderstaven hetzelfde uitgevoerd. Alle staven zijn gelijk bij de laatste methode. Hieronder is een voorbeeld te zien voor een overspanning vn 20 meter. Hieruit blijkt dat er het minst materiaal wordt gebruikt als de bovenstaven worden uitgevoerd aan de hand van de doorbuigingseis. Dit geldt voor alle overspanningen.

1					2			
Bovenvlak					Bovenvlak			
324	1,571348	750,9663	382329,6		324	1,571348	666,8973	339528,7
32	2,222222	750,9663	53402,05		32	2,222222	666,8973	47423,81
8	1,111111	750,9663	6675,256		8	1,111111	666,8973	5927,976
			442406,9					392880,5
Diagonalen					Diagonalen			
332	1,735611	552,1035	318134,7		332	1,735611	552,1035	318134,7
32	2,591534	552,1035	45785,44		32	2,591534	552,1035	45785,44
40	1,333333	552,1035	29445,52		40	1,333333	552,1035	29445,52
			393365,6					393365,6
Ondervlak					Ondervlak			
176	2,222222	611,3225	239095		176	2,222222	747,6991	292433,4
44	1,111111	611,3225	29886,88		44	1,111111	747,6991	36554,18
			268981,9					328987,6
Totaal			1104754		Totaal			1115234
3					4			
Bovenvlak					Bovenvlak			
324	1,571348	750,9663	382329,6		324	1,571348	750,9663	382329,6
32	2,222222	750,9663	53402,05		32	2,222222	750,9663	53402,05
8	1,111111	750,9663	6675,256		8	1,111111	750,9663	6675,256
			442406,9					442406,9
Diagonalen					Diagonalen			
332	1,735611	552,1035	318134,7		332	1,735611	750,9663	432724
32	2,591534	552,1035	45785,44		32	2,591534	750,9663	62276,96
40	1,333333	552,1035	29445,52		40	1,333333	750,9663	40051,54
			393365,6					535052,4
Ondervlak					Ondervlak			
176	2,222222	750,9663	293711,3		176	2,222222	750,9663	293711,3
44	1,111111	750,9663	36713,91		44	1,111111	750,9663	36713,91
			330425,2					330425,2
Totaal			1166198		Totaal			1307885