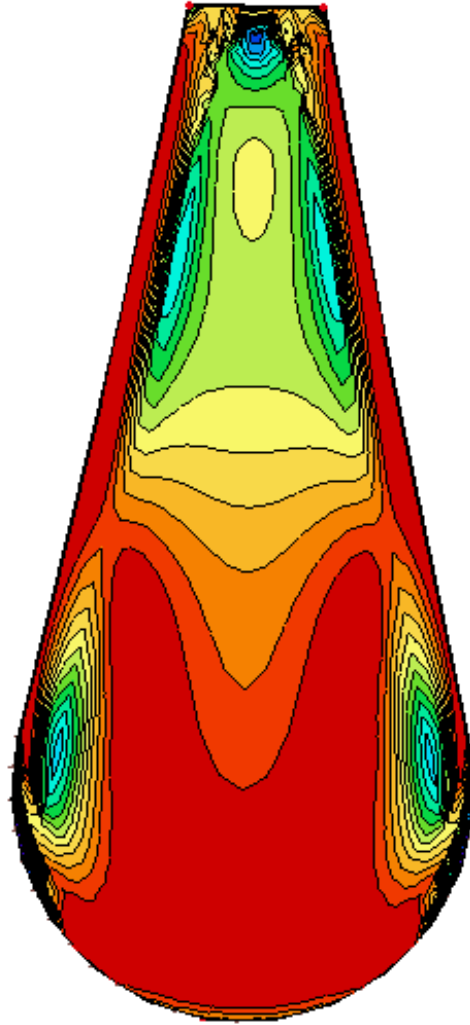


Checks voor schaalconstructies met SCIA Engineer



Checks voor schaalconstructies
met
SCIA Engineer

Bachelor eind project

door
M.C. Vergeer

Datum:
13-06-2016

studentnummer:
4271610

Faculteit:
Civiele techniek

Begeleiders:
P. J. C. Hoogenboom
ir. P. Eigenraam

Voorwoord

Tijdens de afgelopen periode heb ik mij bezig gehouden met het programmeren van checks voor schaalconstructies in het programma SCIA Engineer. Dit in het kader van mijn bachelor eindwerk ter afronding van mijn Bachelor civiele techniek aan de TU Delft. Dit onderzoek kan worden gezien als een vervolg op het onderzoek dat P. Schuddeboom heeft gedaan tijdens zijn afstuderen (Schuddeboom, 2014), waarbij nu het programma SCIA Engineer is gebruikt om de checks in te programmeren. Dit rapport laat de resultaten van dit onderzoek zien.

Ik wil hierbij graag mijn begeleiders Pierre Hoogenboom en Peter Eigenraam bedanken voor de adviezen en de inzichten die zij mij hebben gegeven. Ik heb met het schrijven van dit rapport veel geleerd over het gedrag van schaalconstructies en het werken met eindige elementen programma's.

Ik hoop dat u dit rapport met plezier leest.

Dordrecht, 13 Juni 2016

Marieke Vergeer

Inhoudsopgave

Voorwoord	iii
Samenvatting.....	v
Symbolenlijst	vi
1. Inleiding	1
2. Eindige-elementenmethode.....	2
3. Software	3
3.1 SCIA Design forms Builder	3
3.2 Open Checks	4
4. Schaalconstructies	8
5. Strain Energie	9
5.1 Theorie.....	9
5.2 Check	10
5.3 Resultaten.....	11
6. Excentriciteit van de normaalkracht	14
6.1 Theorie.....	14
6.2 Check	15
6.3 Resultaten.....	15
7. Gaussian curvature	20
7.1 Theorie.....	20
7.2 Check	22
7.3 Resultaten.....	26
8. Free form shells	31
8.1 Free form shell 1.....	31
8.2 Free form shell 2.....	37
8.3 Free form shell 3.....	41
9. Conclusie	45
10. Aanbevelingen	46
Literatuurlijst	47
Bijlagen	48
bijlage 1. Strain energie check code	48
Bijlage 2. Strain energie.....	49
Bijlage 3. Excentriciteit van de normaalkracht check code	53
Bijlage 4. Excentriciteit van de normaalkracht.....	54
bijlage 5. Gaussian curvature check code	59

Samenvatting

Schaalconstructies hebben veel positieve eigenschappen, zo zijn ze stijf terwijl ze toch vrij dun zijn. Bij het ontwerpproces van schaalconstructies is er behoefte aan meer inzicht in het gedrag van schaalconstructies, om deze zo te verbeteren. Daarom is er behoefte aan kengetallen die dit inzicht geven. De kengetallen die in dit rapport zijn onderzocht zijn: Strain Energie, Excentriciteit van de normaalkracht, de Gaussian curvature en de verandering van de Gaussian curvature. De strain energie geeft inzicht in waar bending strain energie door buiging optreedt en waar membrane strain energie door normaalkracht optreedt. De excentriciteit van de normaalkracht geeft inzicht in waar de momenten het grootst zijn. De verandering van de gaussian curvature kan worden gebruikt om rekloze vervormingen te spotten. Deze kengetallen worden geprogrammeerd als checks die kunnen worden uitgevoerd op elke schaalconstructie. Voor het onderzoek naar de werking van deze checks zijn in SCIA Engineer een aantal standaard schaalconstructies gemodelleerd om de checks op uit te voeren. Ook is er gekeken hoe een aantal free form shells verbeterd kan worden met data verkregen uit de checks.

Met behulp van de eindige-elementenmethode kunnen de krachten in schalen snel en nauwkeurig worden geanalyseerd. De eindige-elementenmethode is uitgevoerd met het programma SCIA Engineer 15.3. Door de open checks functie kan SCIA Engineer gekoppeld worden aan SCIA Design forms, het programma waarin de checks worden geprogrammeerd. De strain energie wordt opgedeeld in de membrane strain energie en de bending strain energie. Voor dit onderzoek wordt de ratio tussen deze twee grootheden geplot. De resultaten zijn vergeleken met resultaten gevonden door Qingpeng Li (Li, 2016) en P. Schuddeboom (Schuddeboom, 2014). De excentriciteit wordt weergegeven in de hoofdrichtingen van de normaalkracht en als ratio van de dikte van de schaal. Ook wordt de globale richting van de hoofdrichting weergegeven. Voor de check van de gaussian curvature moet eerst een vergelijking van het vlak worden afgeleid, waaruit vervolgens de krommingen kunnen worden bepaald. Uit de resultaten blijkt dat de verandering van de gaussian curvature heel klein is.

Uit het uitgevoerde onderzoek kan worden geconcludeerd dat checks kunnen worden uitgevoerd in SCIA Engineer, maar dat hier wel enige oefening en kennis van programmeren voor nodig is. Uit de resultaten van de strain energie check kan worden opgemaakt dat deze goed overeenkomen met de eerder gevonden resultaten. Ook kan worden opgemaakt dat met deze check tijdens het ontwerpproces goed inzicht kan worden gekregen in waar zich vervormingen door buiging bevinden. Uit de resultaten van de excentriciteit van de normaalkracht blijkt dat deze check een goed inzicht geeft waar de geometrie van een schaalconstructie moet worden aangepast, om momenten te verminderen. Tijdens het analyseren van de resultaten van de gaussian curvature check is gebleken dat deze check niet goed werkt voor algemene schaalconstructies. Dit komt omdat de vergelijking van het vlak moet worden uitgedrukt in het lokale assenstelsel in plaats van het globale assenstelsel. Hierdoor is de check alleen geschikt voor platte schalen. Uit de resultaten is ook gebleken dat de waarden van de verandering van de gaussian curvature heel klein zijn, daarom moet de check heel nauwkeurig zijn om in-extensionele vervormingen te kunnen waarnemen. Door de strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht te combineren ontstaat er een goed beeld van waar de constructie aangepast moet worden zodat deze zich beter gedraagt. Uit dit gehele onderzoek kan dus worden geconcludeerd dat checks uitgevoerd in SCIA Engineer, tijdens het ontwerpproces goed kunnen worden gebruikt om inzicht te krijgen in de verbeterpunten van een schaal. Wel wordt er aanbevolen beter onderzoek te doen naar de gaussian curvature om deze geschikt te maken voor algemene schaalconstructies en om de check voor de strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht te combineren met bijvoorbeeld de spanning om zo nog beter inzicht te krijgen.

Symbolenlijst

a = Euclidische afstand [m]

α_1, α_2 = Hoek van de hoofdrichting [graden]

α = Strain energie ratio [-]

$e1, e2$ = Ratio excentriciteit in de hoofdrichting van de normaalkracht [aantal keer de dikte]

E = young's modulus [N/m²]

E_{tot} = Totale strain energie [J]

E_{sm} = Membrane strain energie [J]

E_{sb} = Bending strain energie [J]

$\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \gamma_{xy}$ = Normaal rek [-]

f_x, f_y = Eerste afgeleiden van een functie

f_{xx}, f_{yy}, f_{xy} = Tweede afgeleiden van een functie

h = Stapgrootte [m]

Kg = Gaussian curvature [1/m²]

ΔKg = Verandering van de gaussian curvature [1/m²]

kx, ky, kxy = Curvature tensor [1/m]

$\kappa_{xx}, \kappa_{yy}, \rho_{xy}$ = Curvature deformation tensor [1/m]

M_1, M_2 = Momenten in hoofdrichtingen van de normaalkracht [Nm/m]

m_{xx}, m_{yy}, m_{xy} = Moment tensor [Nm/m]

N_1, N_2 = Normaalkracht in hoofdrichtingen [N/m]

n_{xx}, n_{yy}, n_{xy} = Normaalkracht tensor [N/m]

q_x, q_y = Dwarskracht [N/m]

t = Dikte van de schaal [m]

ν = Poisson's ratio [-]

γ_{xz}, γ_{yz} = Schuifrek [-]

1. Inleiding

Schaalconstructies zijn constructies gemaakt uit gekromde elementen met een bepaalde dikte. Ze hebben een brede toepassingsmogelijkheid in verschillende vakgebieden, in Civiele techniek gaat dit bijvoorbeeld om betonnen schalen die gebruikt worden voor daken van grote gebouwen. Ze worden hier gebruikt omdat ze grote overspanningen aankunnen en toch vrij slank en stijf zijn. Dit komt omdat de belasting in meerdere richtingen door de schaal wordt afgedragen. In tegenstelling tot andere constructies, zoals bijvoorbeeld een balk, waarbij de vervorming snel en goed te zien is, is dit bij schaalconstructies niet zo. Hierdoor is het dus moeilijk om snel inzicht te krijgen in het krachtenverloop van een schaalconstructie, terwijl dit wel nodig is om een goed ontwerp te maken.

Ondanks alle positieve eigenschappen die schaalconstructie over het algemeen al hebben, wordt toch de behoefte gevoeld om schaalconstructies verder te optimaliseren. Hiervoor is echter wel beter inzicht nodig in het krachtenverloop. In de loop van de jaren veel zijn hier al veel stappen in gemaakt, onder andere door het introduceren van de eindige-elementenmethode. Deze methode deelt de schaalconstructie op in elementen waarbij van elk element de interne krachten en vervormingen worden berekend. Dit gebeurt meestal met computerprogramma's. In dit eindwerk zal het programma SCIA Engineer gebruikt worden. Een groot nadeel van de eindige-elementenmethode is dat er heel veel data uitkomt waardoor het moeilijk is snel iets te zeggen over het krachtenverloop en de kwaliteit van een schaalconstructie. Daarom is er behoefte aan kengetallen die tijdens het ontwerpen inzicht kunnen geven in het gedrag van schaalconstructies, om zo al tijdens het ontwerp te kunnen optimaliseren.

Het doel van dit bachelor eindproject is om te bepalen wat mogelijkheden van het eindige-elementen programma SCIA Engineer zijn om zelf kengetallen voor schalen te programmeren en analyseren. Hierna is het doel om eerder gevonden kengetallen te controleren en om nieuwe kengetallen te ontwikkelen die tijdens het ontwerpproces inzicht kunnen geven hoe de schaalconstructie verbeterd kan worden.

Om deze doelen te verwezenlijken zal eerst worden bekeken hoe de eindige-elementenmethode precies in zijn werk gaat. Hierna wordt onderzocht hoe met behulp van SCIA Engineer zelf geprogrammeerde kengetallen in de vorm van checks kunnen worden gegenereerd en uitgevoerd. Als dit bekend is zullen de strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht worden beschreven, geprogrammeerd en vergeleken met werk van Qingpeng Li en P.D. Schuddeboom. Daarna zal worden gekeken naar nieuwe checks om een beter inzicht te krijgen in schaalconstructies tijdens het ontwerpen, zoals de gaussian curvature. Als laatste zal voor een aantal niet alledaagse constructies met de gevonden checks worden gekeken hoe deze schaalconstructies zich gedragen, en of door het combineren van verschillende checks tijdens de ontwerpfase snel inzicht kan worden verkregen hoe en waar de schaal verbeterd kan worden.

2. Eindige-elementenmethode

In SCIA Engineer worden de modellen geanalyseerd met de eindige-elementenmethode. Dit is een methode om partiële differentiaalvergelijkingen op te lossen. Door de constructie op te delen in elementen, die gekoppeld worden door knooppunten, ontstaat een net van elementen (Wikipedia, 2016). Hieronder zullen deze methode en de bijbehorende aspecten voor schaalconstructies verder worden beschreven.

Eindige-elementen voor schaalconstructies

Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) zijn er drie typen eindige-elementen voor schaalconstructies, namelijk:

- Platte elementen. Dit is een combinatie van schijf en plaat elementen, waarbij elke knoop 6 vrijheidsgraden heeft. Deze elementen kunnen vierkant of driehoekig zijn.
- Gekromde elementen gebaseerd op de Sander-Koiter vergelijkingen, ook wel semiloof elementen genoemd. Deze elementen hebben 3 vrijheidsgraden in de knopen en nog eens 1 rotatie vrijheidsgraad in de zogenaamde loofknopen.
- Elementen gebaseerd op de reductie van volume elementen. Een element bestaat uit 3,4,6 of 8 knopen, met elk 6 vrijheidsgraden.

Elk element wordt op 1 of meerdere plaatsen in het element geanalyseerd, waarna de uitkomst geïnterpoleerd wordt over de rest van het element. In SCIA Engineer worden de waarden op de knopen berekend waarna ze over het element wordt geïnterpoleerd.

Om een bepaalde nauwkeurigheid te krijgen voor de berekening met de eindige elementen methode, moeten de elementen klein genoeg zijn. Om er achter te komen wanneer een berekening genoeg nauwkeurigheid heeft, moet er eerste een net worden gekozen waarmee de berekening wordt uitgevoerd. Hierna wordt een kleiner net gekozen en worden de resultaten vergeleken. Dit gebeurt net zo lang tot er geen significante verschillen meer te zien zijn tussen twee opeenvolgende netten. Toch is in werkelijkheid de analyse nog niet helemaal nauwkeurig, volgens Steenbergen (Steenbergen, 2014) worden in SCIA Engineer de verplaatsingen te klein en de snedenkrachten te groot benaderd.

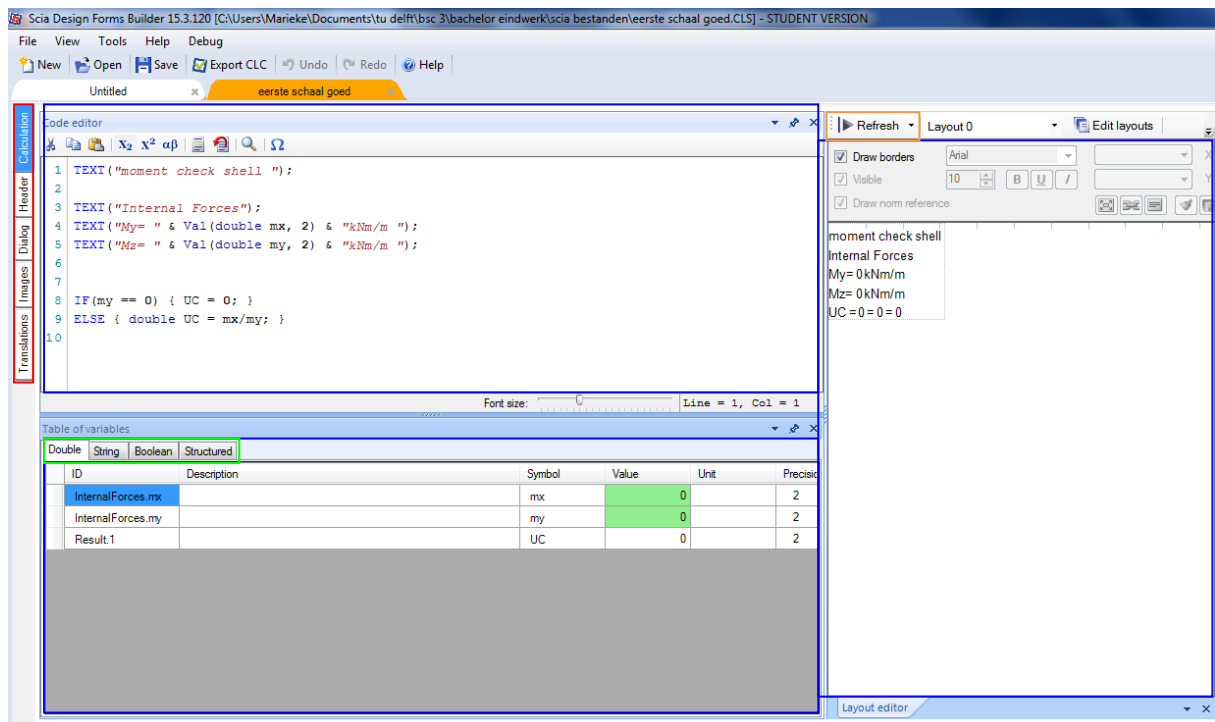
3. Software

Voor dit eindwerk worden SCIA Engineer 15.3 en SCIA Design Forms builder 15.3 gebruikt. Design forms Builder word gebruikt om checks in te programmeren. SCIA Enigneer word gebruikt om schaalconstructies te modeleren en om grootheden uit te rekenen met behulp van de eindige-elementenmethode. Om deze twee programma's te combineren word gebruikt gemaakt van de functie Open Design Checks. Dit is een vrij nieuwe functies van SCIA waarover nog niet zo veel bekend is. Daarom moet worden onderzocht hoe dit in zijn werk gaat. Hieronder zal een korte uitleg worden gegeven over hoe SCIA Design Forms werkt. Ook zal verder worden ingegaan op hoe checks kunnen worden uitgevoerd met de Open Checks functie.

3.1 SCIA Design forms Builder

SCIA design form builder is een programma dat bedoeld is om eigen berekeningen te maken met daarbij een duidelijke uitvoer en toegang tot materiaalbibliotheken. Dit programma heeft dus als voordeel ten opzichte van andere programmeerprogramma's dat het toegang verschaft tot materiaal bibliotheken, waardoor de eigenschappen direct kunnen worden ingevoerd. Hierdoor is de koppeling met het ontwerpen snel te maken.

De interface van de Design Forms Builder bestaat uit een aantal tabs, namelijk: Calculation, Header, Dialog, Images en Translations (zie rode omranding in Figuur 1). Van deze tabs zullen Calculation, Header en Dialog hieronder verder worden uitgewerkt. In de Images Tab kunnen afbeeldingen worden toegevoegd aan de lay-out en de translations tab zet ID's om naar tekst.



Figuur 1, Design Forms builder Calaculation tab

Calculation

Deze tab bestaat uit 3 onderdelen: de Code editor, de table of variables en de lay-out editor (zie blauwe omranding Figuur 1). In de code editor wordt de code geschreven voor de check. De table of variables geeft alle gedefinieerde variabelen weer opgedeeld in de categorieën: double (getal), string (tekst), boolean (true/false), structure (array/matrix) (zie groene omranding Figuur 1). In de table of variables kan ook de eenheid, precisie, en het ID worden aangegeven. De lay-out editor geeft de code weer, zoals geprogrammeerd in de code editor, in de berekende weergaven. Hier kan ook de lay-out van de uitvoer worden aangepast. Om de geschreven code uit te voeren en het form te updaten, wordt de knop refresh gebruikt die zich rechts boven aan in deze tab bevindt (zie oranje omranding Figuur 1)

Header

De header tab wordt gebruikt om de uitvoer eigenschappen van de berekening te definiëren. Hier worden de naam van de check, de gebruikte norm codes, het element type, het materiaal en de gewenste gebruikstoestand ingevoerd. Ook kunnen hier de karakteristieken van de uitvoer variabelen worden gedefinieerd.

Dialog

In de dialog tab kunnen invoer variabelen en bibliotheken worden gedefinieerd die moeten worden gebruikt in de standalone versie (de versie die wordt gebruikt om alleen berekeningen in uit te voeren). Ook kunnen er constanten worden gedefinieerd die in de check worden meegenomen. Dit wordt gedaan door deze toe te voegen onder de tab Member data.

3.2 Open Checks

De open checks functie van SCIA Engineer is de koppeling tussen SCIA Design forms en SCIA Engineer en zorgt ervoor dat de eigen geprogrammeerde berekeningen kunnen worden uitgevoerd in SCIA Engineer. Dit is een handige tool omdat SCIA Engineer zelf een beperkt aantal berekeningen kan uitvoeren en door de open checks functie is het nu mogelijk om elke gewenste berekening zelf te implementeren. Omdat dit een vrij nieuwe functie is, is er nog niet veel bekend over hoe dit precies in zijn werk gaat en wat de voor en nadelen zijn. Daarom hieronder een overzicht.

In het volgende stuk wordt in een stappen schema weergegeven hoe een open check moet worden uitgevoerd voor schaal constructies, waarbij er vanuit wordt gegaan dat de check is geprogrammeerd in Design Form builder en dat de schaal waarop de check moet worden uitgevoerd, gemodelleerd is in SCIA Engineer. Aanbevolen wordt ook om voor gebruik de voorbeelden na te lopen uit de Engelse versie van de Help functie van SCIA Engineer. (SCIA)

Stap 1:

Open SCIA Design Forms Builder met de geprogrammeerde check.

Stap 2: Variabelen linken naar SCIA Engineer

- Ga naar de table of variables in de Calculation tab.
- Onder het kopje ID moeten de ESA_ID 's worden ingevoerd van de variabelen die uit het model moeten worden gehaald, bijvoorbeeld InternalForces.my (een complete lijst kan gevonden worden in de help functie van SCIA).
- Vul voor de resultaten Result.<nummer>,
Bijvoorbeeld Result.1 in.

Table of variables		
Double	String	Boolean
Structured		
ID	Description	Symbol
InternalForces.mx		mx
InternalForces.my		my
Result.1		UC

Figuur 2, voorbeeld invullen table of variables

Stap 3: Header Invullen

- ga naar de Header tab.
- Name: vul de naam van de check in.
- Material: concrete.
- Element type: shell.
- Norm code: moet hetzelfde zijn als in SCIA Engineer.
- Result settings: vul de goed unit in onder ESA Unit en de gewenste Drawing limits.

Form name	shell UC Mx/My
Author	
License ID	10000
Form version	1
GUID	921b2eef-d6e4-4842-8c4b-9091c6b0
Error, warning, note source file	
Documentation URL	http://designforms.net
Norm code	EuroCode
Element type	Shell
Applicable limit state	Ultimate
Applicable material	☐ Steel ☐ Aluminium ☒ Concrete ☐ Masonry ☐ Timber ☐ Rsteel

Figuur 3, voorbeeld header

Stap 4: Exporteren als CLC

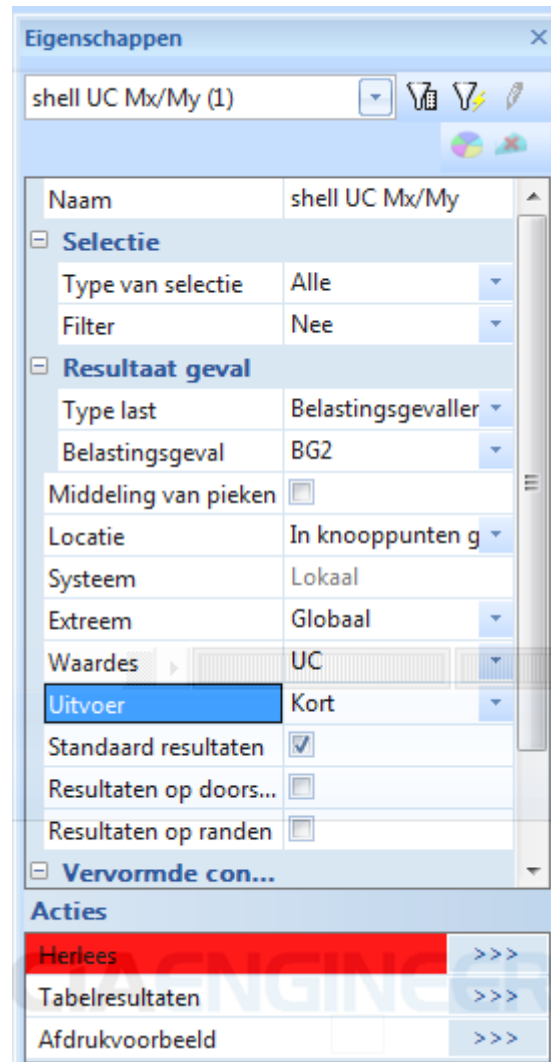
- Exporteer het Design Form als CLC door op de  Export CLC knop in de taak balk te klikken.
- Zorg dat het CLC bestand in de map \Documents\ESA15.3\OpenChecks komt te staan.

Stap 5: Open SCIA Engineer

- Open het gewenste model in SCIA Engineer en zorg dat de berekening is uitgevoerd (anders doet de check het niet).

Stap 6: Check uitvoeren

- Ga naar de tab geïntegreerde design forms in het hoofd menu.
- Open de controle manager en voeg het gewenste CLC-bestand in door op insert te klikken en het gewenste bestand uit de map te selecteren.
- Sluit de controle manager weer.
- Selecteer nu in het hoofd menu de gewenste check, de eigenschappen van de check komen nu in het eigenschappen venster te staan.
- Klik op het rood gemarkeerde Herlees onderaan het eigenschappen venster, de check wordt uitgevoerd en weergegeven in het model.
- Om de resultaten te zien zoals deze er in het lay-out venster van Design Forms Builder uitzien, moet in het eigenschappen venster onder uitvoer lay-out 0 geselecteerd worden. Druk vervolgens op Afdrukvoorbeeld om de resultaten te zien.



Figuur 4, eigenschappen venster

Veel gemaakte fouten

Hieronder een overzicht van mogelijke fouten die ervoor zorgen dat de check niet werkt.

- Het model in SCIA Engineer is niet berekend.
- Het design form werkt met een andere norm dan het Model.
- Er zijn ESA_ID 's ingevoerd die niet in het model voorkomen.
- Er is een fout opgetreden tijdens de berekening waardoor deze niet kan worden afgemaakt.
- Het systeem heeft te weinig geheugen.
- Er is een time-out opgetreden tijdens het uitvoeren.

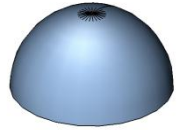
De oplossing voor de eerste twee problemen wijzen zich van zelf. De andere fouten zijn wat moeilijker te identificeren. Om deze goed te identificeren is het aan te raden SCIA Engineer op te starten in de command line met switch `esa.exe -OCFILES`. Dit kan gedaan worden door het programma op te starten vanuit de programma map op de computer, waarbij in de command line de switch moet worden ingetypt. Hierdoor maakt het model bij het uitvoeren van de check .emd bestanden aan met de eigenschappen van het model en de berekening. Deze bestanden worden opgeslagen als temporary file in de map temp. Eventuele fouten bij het uitvoeren van de berekening komen ook in deze map te staan, waardoor ze makkelijk geïdentificeerd kunnen worden.

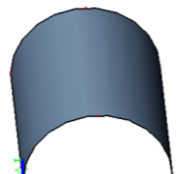
De open check functie heeft dus als voordelen dat hiermee veel mogelijke berekeningen kunnen worden uitgevoerd op gemodelleerde schaalconstructies. Uit het bovenstaand blijkt wel dat er veel komt kijken bij het uitvoeren van de check en dat hiervoor wel enige oefening benodigd is.

4. Schaalconstructies

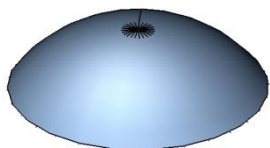
In SCIA Engineer zijn 6 schaalconstructies gemodelleerd, om de geprogrammeerde check's op uit te voeren. De constructies zijn veel gebruikte geometrische vormen waarvan het gedrag redelijk goed bekend is. Dit is nuttig voor de analyse omdat zo de uitkomsten van de check's kunnen worden verklaart.

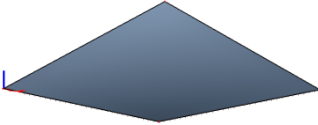
Voor alle constructies is beton soort C45/55 gebruikt en alle constructies zijn scharnierend opgelegd aan de randen, behalve de hyper. De hyper is scharnierend opgelegd in de hoekpunten en over de rest van de randen alleen in de z-richting. De constructies worden alleen belast door het eigengewicht. Hieronder zij de afmeting per schaal te zien.

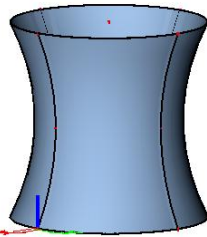
Halve bol	
straal	20 m
dikte	200 mm

Halve cilinder	
hoogte	3 m
breedte	6 m
lengte	8 m
dikte	100 mm

Kettinglijn	
hoogte	1,744 m
breedte	20 m
lengte	10 m
dikte	100 mm

Ellips	
Straal	20 m
Hoogte	10 m
Dikte	100 mm

Hypar	
Hoogte	5 m
Lengte	20 m
Breedte	20 m
Dikte	100 mm

Hyperbolic	
Straal	20 m
Middenstraal	10 m
Hoogte	20 m
Dikte	100 mm

Tijdens het analyseren bleek dat de resultaten van de hyperbolic werden afgebeeld als een soort tonnetje, in plaats van over het oppervlak van de schaal. Hierdoor konden de resultaten niet goed worden geanalyseerd. Daarom is besloten de hyperbolic niet mee te nemen in de analyse.

5. Strain Energie

In een schaal bevinden zich in elke richting momenten, normaalkrachten en dwarskrachten. Deze zorgen voor vervormingen van de schaal. Tijdens het ontwerpproces wil een ontwerper graag inzicht in hoe een schaal vervormt zodat hij ongewenste vervorming kan aanpassen. De strain energie geeft inzicht hoe deze vervormingen worden veroorzaakt. Door de strain energie te gebruiken in het ontwerpproces kan dus vroegtijdig worden aangegeven hoe de vervorming veroorzaakt wordt. Als deze vervorming ongewenst is kan het ontwerp aangepast worden. Hieronder zal worden ingegaan op wat strain energie inhoudt, waarna een check wordt geprogrammeerd in SCIA Engineer en wordt uitgevoerd op de constructies uit hoofdstuk 4. De strain energie is eerder al geprogrammeerd door P. Schuddeboom en Qingpeng Li. Er zal bij de resultaten worden gekeken of de in SCIA Engineer geprogrammeerde check kwalitatief overeenkomt met de eerder verkregen resultaten.

5.1 Theorie

Strain energie geeft de energie weer die veroorzaakt wordt door vervorming van een schaal. Vervorming wordt veroorzaakt door interne krachten. Voor een schaal zijn de normaalkracht en de momenten het belangrijkste. Volgens Welleman (WELLEMAN, 2015) wordt de strain energie veroorzaakt door normaalkracht weergegeven door: $E_v = \int_0^\varepsilon N d\varepsilon$ en de strain energie veroorzaakt door momenten door: $E_v = \int_0^\kappa M d\kappa$. Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) kan strain energie gebruikt worden om in-extensieele vervorming van schalen te vinden. In-extensieele vervorming wordt veroorzaakt doordat de belasting voor het grootste deel wordt afgedragen door buiging; dit is niet gunstig voor de schaalconstructie. Voor schalen wordt de strain energie veroorzaakt door normaalkracht, ook wel de membrane strain energie genoemd, en de strain energie veroorzaakt door buiging: de bending strain energie. De formules voor de membrane strain energie en de bending strain energie kunnen worden afgeleid uit de algemene formules door ze expliciet te schrijven als een som van de normaalkrachten en momenten in de verschillende richtingen (zie formule [1] en [2]). Voor de check is ratio α [3] tussen de membraan strain energie en de bending strain energie gebruikt. Als $0 < \alpha < 1$ dan is het vooral membrane strain energie in de schaal en als $-1 < \alpha < 0$ dan is het vooral bending strain energie. Dit is dus een snelle manier om te zien of in de constructie vooral membrane strain energie of vooral bending strain energie ontstaat.

Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) is de formule voor de membraan strain energie:

$$E_{sm} = \frac{1}{2} n_{xx} \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} n_{xy} \gamma_{xy} + \frac{1}{2} n_{yy} \varepsilon_{yy} \quad [1]$$

Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) is de formule voor de bending strain energie:

$$E_{sb} = \frac{1}{2} m_{xx} \kappa_{xx} + \frac{1}{2} m_{xy} \rho_{xy} + \frac{1}{2} m_{yy} \kappa_{yy} + \frac{1}{2} q_x \gamma_{xz} + \frac{1}{2} q_y \gamma_{yz} \quad [2]$$

Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) is de ratio α :

$$\alpha = \frac{E_{sm} - E_{sb}}{E_{sm} + E_{sb}} \quad [3]$$

5.2 Check

De check is opgezet om de membrane, bending en totale strain energie te berekenen met de bovenstaande formules (1 t/m 3). Ook zal de ratio van de strain energie worden berekend.

Variabelen

De gebruikte variabelen zijn weergegeven in de onderstaande tabel.

Input variabelen	Output variabelen	Berekende variabelen
n_{xx}	E_{sm} [1]	ε_{xx}
n_{yy}	E_{sb} [2]	ε_{yy}
n_{xy}	E_{tot}	γ_{xy}
m_{xx}	α [3]	κ_{xx}
m_{yy}		κ_{yy}
m_{xy}		ρ_{xy}
q_x		γ_{xz}
q_y		γ_{yz}
t		
ν		

Omdat er geen rekken uit het SCIA Engineer model gehaald kunnen worden moeten deze grootheden berekend worden. De grootheden kunnen worden berekend door ze uit te drukken in de beschikbare input variabelen met behulp van de constitutieve vergelijkingen van de Sanders-Koiter vergelijkingen (Hoogenboom, 2016).

$$\varepsilon_x = \left(\frac{1}{E \cdot t} \right) * (n_x - \nu * n_y) \quad [4]$$

$$\varepsilon_y = \left(\frac{1}{E \cdot t} \right) * (n_y - \nu * n_x) \quad [5]$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{2 * (1 + \nu)}{E \cdot t} \right) * n_{xy} \quad [6]$$

$$\kappa_x = \left(\frac{12}{E \cdot t^3} \right) * (m_{xx} - \nu * m_{yy}) \quad [7]$$

$$\kappa_y = \left(\frac{12}{E \cdot t^3} \right) * (m_{yy} - \nu * m_{xx}) \quad [8]$$

$$\rho_{xy} = \left(24 * \frac{1 + \nu}{E \cdot t^3} \right) * m_{xy} \quad [9]$$

$$\gamma_{xz} = \left(\frac{12}{5} \right) * \left(\frac{1 * \nu}{E \cdot t^3} \right) * q_x \quad [10]$$

$$\gamma_{yz} = \left(\frac{12}{5} \right) * \left(\frac{1 * \nu}{E \cdot t^3} \right) * q_y \quad [11]$$

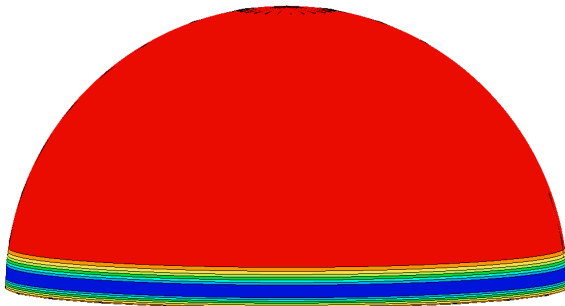
De totale strain energie wordt berekend door de membraan strain energie en de bending strain energie op te tellen.

De check zoals deze is geprogrammeerd is te vinden in bijlage 1. Deze kan direct gekopieerd worden in SCIA Design forms.

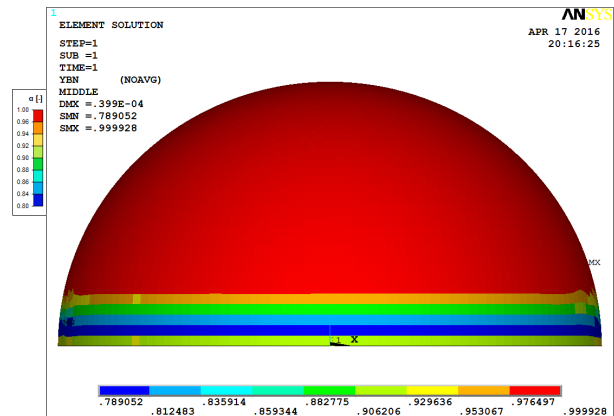
5.3 Resultaten

De check is op de in hoofdstuk 4 beschreven constructies toegepast waarna de resultaten zijn vergeleken met werk van Paul Schuddeboom (Schuddeboom, 2014) en Qingpeng Li (Li, 2016). Op de volgende pagina's zullen de resultaten kort worden besproken. De vergelijkingen zijn alleen kwalitatief omdat de afmetingen van de vergeleken constructies niet precies bekend zijn. Grotere afbeeldingen zijn te vinden in bijlage 2.

Halve bol



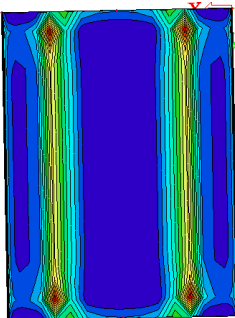
Figuur 1, halve bol SCIA model



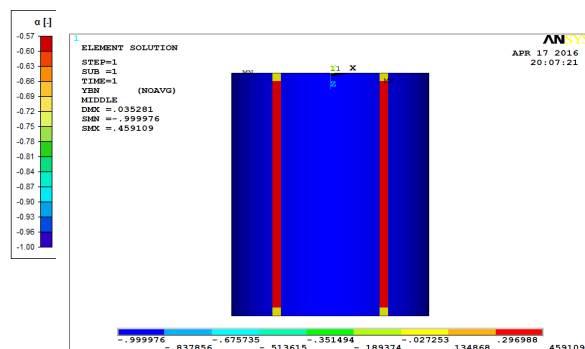
Figuur 2, halve bol Li (Li, 2016)

De ratio van de strain energie, in de halve bol, is overall boven nul. Dit betekent dat er zich alleen membraan krachten in de bol bevinden. Dit is te verklaren doordat er in een halve bol hoop forces optreden die er voor zorgen dat de vervorming door buigende momenten wordt gecompenseerd. Aan de onderkant is een kleine rand met vermindering van de membrane strain energie te zien. Deze wordt veroorzaakt door dat de opleggingen niet kunnen verplaatsen terwijl de bol wel vervormd, door kleine buigende momenten wordt dus de vervorming gecompenseerd. De resultaten van het SCIA model komen overeen met de resultaten gevonden door Qingpeng Li (Li, 2016).

Halve cilinder



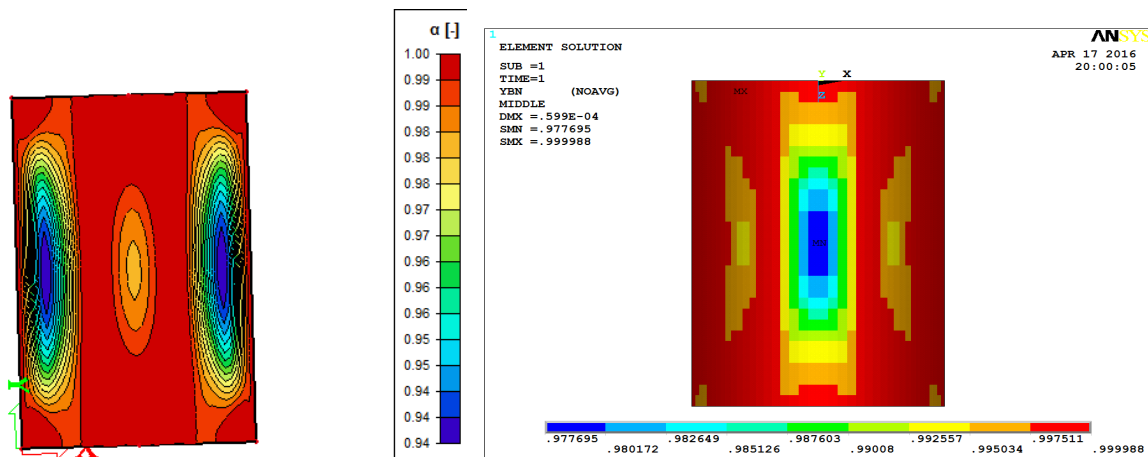
Figuur 3, halve cilinder SCIA model



Figuur 4, halve cilinder Li (Li, 2016)

De ratio van de strain energie is in de halve cilinder bijna overal -1, dit betekent dat de strain energie bijna alleen veroorzaakt wordt door buiging. Opvallend zijn de twee strepen aan weerszijde waar wel membraan energie voorkomt. Dit kan komen door dat de halve cilinder hier samenvalt met de kettinglijn (perfecte drukboog), aan de uiteinde zitten uitschieters doordat hier de randen van de constructie zitten. De resultaten van het SCIA model komen goed overeen met de resultaten gevonden door Qingpeng Li (Li, 2016). het verschil in waarden, kan komen doordat er een andere dikte van de schaal is gebruikt.

Kettinglijn

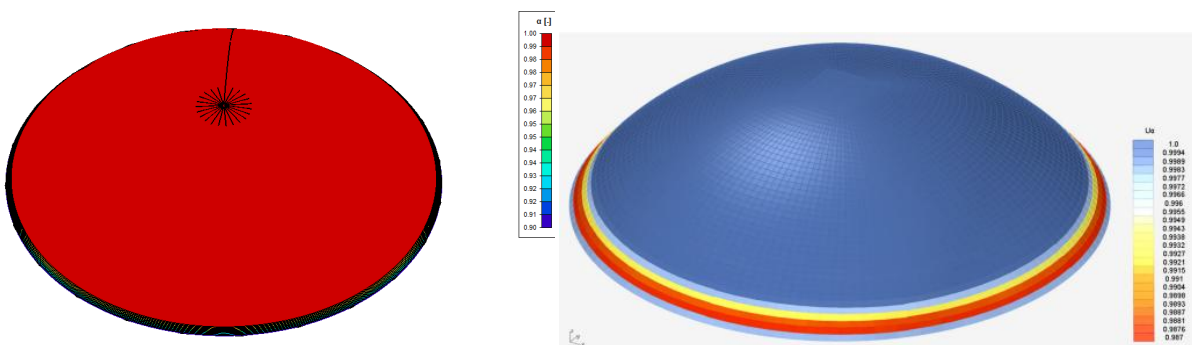


Figuur 5, kettinglijn Li

Figuur 6, kettinglijn SCIA model (Li, 2016)

In de kettinglijn komt alleen membraan strain energie voor. Dit komt omdat de geometrie de kettinglijn volgt. Als een ketting hangt zit er alleen trek in, als dit omgedraaid wordt en de ketting staat als het ware rechtop zit er alleen druk in. In SCIA is het moeilijk om een perfect kettinglijn te modelleren, omdat dit geen standaardvorm is. Daarom is er een parabool gekozen met afmetingen die de kettinglijn zo goed mogelijk benaderen. De ratio is op een aantal punten iets kleiner dan 1. Dit komt omdat op deze plaatsen de geometrie iets afwijkt waardoor er hele kleine momenten ontstaan. De resultaten van het SCIA model en Qingpeng Li (Li, 2016) komen goed overeen. Op twee plaatsen is de strain energie iets kleiner dan in het model van Li dit zou kunnen komen door de geometrie.

Ellips

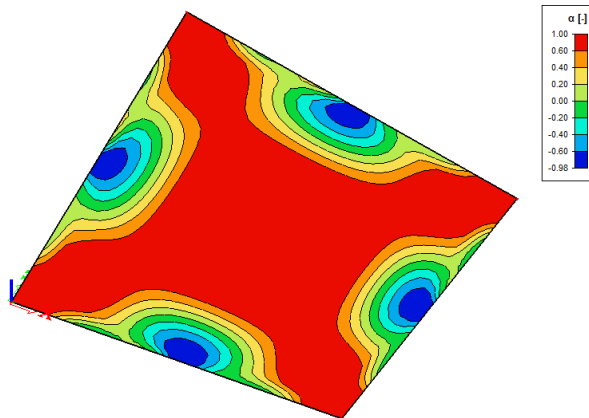


Figuur 7, ellips SCIA model

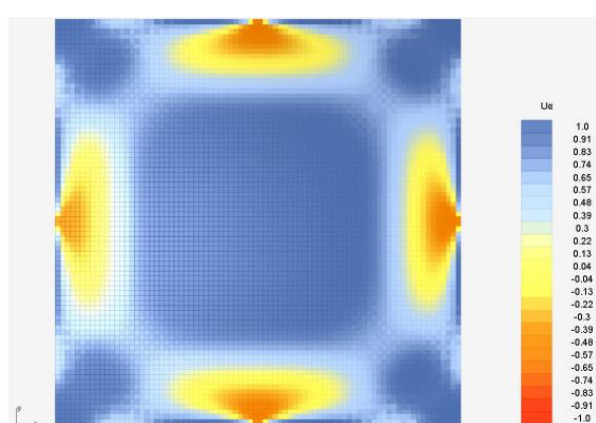
Figuur 8, ellips Schuddeboom (Schuddeboom, 2014)

In de ellips komt alleen membraan strain energie voor. De ellips heeft een zelfde soort geometrie als de halve bol en daarom ook een zelfde soort krachtsafdracht. Ook hier is aan de onderrand een afname van de membrane strain energie te zien veroorzaakt door de opleggingen. De resultaten van het SCIA model komen goed overeen met de resultaten gevonden door P. Schuddeboom (Schuddeboom, 2014).

Hyper



Figuur 9, hyper SCIA model



Figuur 50, hyper Schuddeboom (Schuddeboom, 2014)

De strain energie in de hyper is bijna overal 1 dit betekent dat er vooral membraan strain energie voorkomt. Alleen in het midden van de randen komt bending strain energie voor. Dit kan worden verklaard doordat de hyper hier veel op een plaat lijkt waardoor er veel bending strain energie voorkomt aan de randen. De resultaten van het SCIA model komen goed overeen met de resultaten gevonden door P. Schuddeboom (Schuddeboom, 2014).

Conclusie

Uit de bovenstaande resultaten is op te maken dat de check goed overeenkomen met wat eerder door P. Schuddeboom (Schuddeboom, 2014) en Qingpeng Li (Li, 2016) is gevonden. Enige verschillen kunnen ontstaan doordat niet precies dezelfde geometrie of oplegging is gebruikt. Er kan worden geconcludeerd dat met de strain energie snel kan worden gezien waar vervorming door buiging optreedt en waar vervorming door normaalkracht optreedt. Hierdoor kan tijdens het ontwerpproces met deze check snel worden gezien waar nog aanpassingen gedaan moeten worden aan de schaal.

6. Excentriciteit van de normaalkracht

In dit hoofdstuk worden de mogelijkheden van een check op de excentriciteit van de normaalkracht onderzocht. Deze check zou inzicht kunnen geven in de grote van de momenten ten opzichte van de normaalkracht. Hiermee zou tijdens het ontwerpproces beter inzicht gekregen kunnen worden in hoe de geometrie van de constructie aangepast zou moeten worden om zo min mogelijk excentriciteiten te krijgen, en dus zo min mogelijk momenten. In dit hoofdstuk zal verder worden ingegaan op de theorie achter de excentriciteit van de normaalkracht. Waarna een check wordt geprogrammeerd en word uitgetest op de verschillende constructies zoals gemodelleerd in hoofdstuk 4.

6.1 Theorie

In een schaal bevinden zich normaal krachten en buigende momenten in elke doorsnede. Een moment kan worden gedefinieerd als een normaalkracht maal een arm. Hierdoor kunnen de normaalkracht en het moment in de doorsnede worden beschreven door één normaalkracht met een bepaalde excentriciteit. De excentriciteit is gegeven door $e = \frac{M}{N}$. In schaal constructies wordt gestreefd naar zo min mogelijk momenten omdat deze zorgen voor in-extensionele vervorming. Dit zou dus wijzen op een zo klein mogelijke excentriciteit. De excentriciteit van de normaalkracht kan dus worden gebruikt om een beter inzicht te krijgen in waar grote momenten zich bevinden en hoe de geometrie eventueel moet worden aangepast om minder momenten in de constructie te krijgen. Voor een schaal is dit echter lastig omdat de normaal krachten en momenten in meerdere richtingen werken. Het is mogelijk om de excentriciteit in de hoofdrichtingen te bekijken maar dan zijn er nog steeds twee afbeeldingen nodig om dit te weergeven. Hierdoor is het moeilijk iets te zeggen over de plaatsen waar de constructie eventueel moet worden aangepast. Dit komt omdat de hoek van de hoofdrichtingen per plaats verschilt. Daarom zal ook de meest voorkomende hoek worden weergegeven per hoofdrichting.

Er is voor gekozen om te kijken naar de ratio van de excentriciteit en de dikte van de schaal. Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) geldt dat er geen trek in de doorsnede ontstaat als de excentriciteit binnen $1/6$ van de dikte van de schaal ligt. Door te laten zien op hoeveel keer de dikte de excentriciteit zich bevindt, kan inzicht worden verkregen in waar de constructie een relatief grote excentriciteit heeft en waar de excentriciteit wel binnen de grenzen valt. Doordat er groten pieken in de excentriciteit voorkomen, waardoor de kleinere pieken wegvallen, is besloten om excentriciteit tot 10 keer de dikte te weergeven. Alle waarden groter dan 10 keer de dikte worden weergegeven als 10.

De ratio van de excentriciteit word weergegeven met de volgende formule:

$$e_{1,2} = \frac{\frac{|M_{1,2}|}{|N_{1,2}|}}{t} \quad [12]$$

Door de absolute waarden van de momenten en de normaalkrachten te nemen wordt het beeld duidelijker. Het nadeel hiervan is dat niet kan worden gezien in welke richting de geometrie moet worden aangepast.

Voor elke hoofdrichting zal de meest voorkomende hoek worden weergegeven . Hierbij is 0 graden de Y-as en 90 graden de X-as. Hierdoor kan iets meer inzicht worden verkregen in welke richting de constructie zich minder goed gedraagt.

6.2 Check

Bij deze check word de ratio van de excentriciteit van de normaalkracht in beiden hoofdrichtingen berekend.

Variabelen

De gebruikte variabelen zijn weergegeven in de onderstaande tabel.

Input variabelen	Output variabelen	Berekende variabelen
n_{xx}	e1	M_1
n_{yy}	e2	M_2
n_{xy}		N_1
m_{xx}		N_2
m_{yy}		α_1
m_{xy}		α_2
t		

Eerst worden de hoofdrichtingen van de normaalkracht berekend met de volgende formule.

$$N_{1,2} = \left(\frac{n_{xx} + n_{yy}}{2} \right) \pm \frac{\sqrt{\left(\left(\frac{n_{xx} - n_{yy}}{2} \right)^2 + 4 * (n_{xy})^2 \right)}}{2} \quad [13]$$

Vervolgens worden de hoeken (in graden) waaronder de hoofdrichtingen staan berekend met de volgende formules.

$$\alpha_1 = \frac{\arctan\left(-\frac{2 * n_{xy}}{n_{xx} - n_{yy}}\right)}{2} \quad [14]$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + 90 \quad [15]$$

Hierna worden de momenten in de richting van de hoofdrichtingen van de normaalkracht berekend.

$$M_1 = ((m_{xx} + m_{yy})/2) + ((m_{xx} - m_{yy})/2) * \cos(2 * \alpha_1) - m_{xy} * \sin(2 * \alpha_1) \quad [16]$$

$$M_2 = \left(\frac{m_{xx} + m_{yy}}{2} \right) + \left(\frac{m_{xx} - m_{yy}}{2} \right) * \cos(2 * \alpha_2) - m_{xy} * \sin(2 * \alpha_2) \quad [17]$$

Als alles is uitgerekend kan de excentriciteit worden berekend met vergelijking 12.

De hele check zoals deze is geprogrammeerd in SCIA Design forms is te vinden in bijlage 3. Deze kan direct gekopieerd worden in SCIA Design forms.

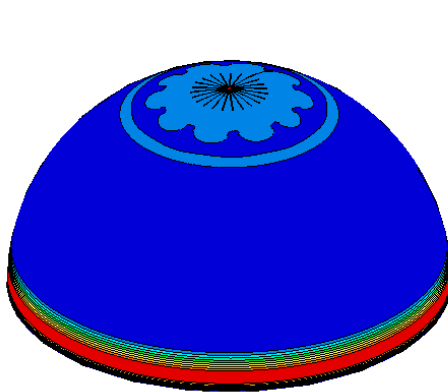
6.3 Resultaten

Voor deze check zijn de schalen gebruikt zoals gemodelleerd in hoofdstuk 4. De excentriciteit zal worden weergegeven in beiden hoofdrichtingen met daarbij de globale hoek. In bijlage 4 worden de afbeeldingen in groter formaat weergegeven.

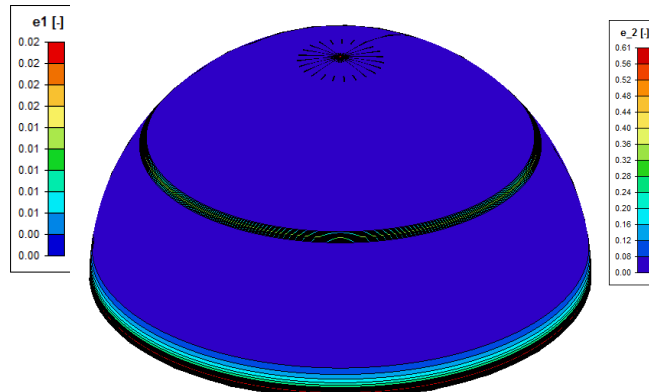
Halve bol

hoofdriching 1 (0 graden)

Hoofdriching 2 (90 graden)



Figuur 6, halve bol hoofdriching 1

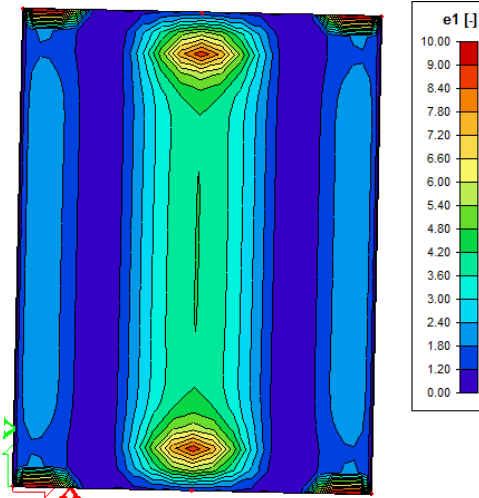


Figuur 7, halve bol hoofdriching 2

De excentriciteit is in beide richtingen bijna overal nul. Dit is in lijn der verwachting voor een bol omdat de momenten worden gecompenseerd door de hoop forces. Aan de onderzijde van beiden hoofdrichtingen is er een heel klein beetje excentriciteit te zien. Dit kan komen door dat de opleggingen niet kunnen verplaatsen, waardoor de constructie wil vervormen. Die vervorming wordt gecompenseerd door momenten. Deze excentriciteiten vallen echter wel binnen de $1/6$ keer de dikte en zullen dus geen trek veroorzaken in de schaal. In de tweede hoofdriching (Figuur 6) is midden op de bol nog een rand te zien waar een kleine excentriciteit ontstaat. Dit komt doordat daar zich de overgang van trek- naar drukkracht bevindt. Hierdoor is normaalkracht bijna nul, en ontstaat er al een grote excentriciteit bij een klein moment.

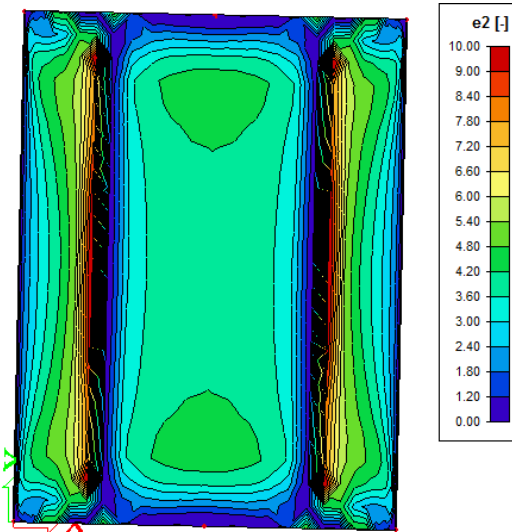
Halve cilinder

hoofdriching 1 (0 graden)



Figuur 8, halve cilinder hoofdriching 1

Hoofdriching 2 (90 graden)

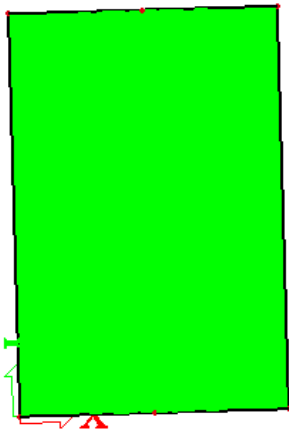


Figuur 9, halve cilinder hoofdriching 2

In de eerste hoofdriching (Figuur 8) is de excentriciteit het grootst in het midden. Er zijn daar ook twee lijnen te zien waar de excentriciteit nul is, dit komt overeen met de waarden gevonden met de strain energie en wijst erop dat hier alleen normaal kracht zit. In de eerste hoofdriching (Figuur 8) zijn aan de randen grote excentriciteiten te zien. Dit kan komen doordat de schaal op deze plekken in de hoofdriching het minst stijf is. In de tweede hoofdriching (Figuur 9) is het grootste deel van de excentriciteit rond 4 keer de dikte. Het is opvallend dat op de plaatsen waar in de eerste hoofdriching geen excentriciteit zit (alleen normaalkracht) er in de tweede hoofdriching de maximale excentriciteit zit. Dit komt omdat de schaal in de y-richting veel stijver reageert op de belasting dan in de x-richting. Ook de hoge excentriciteit aan de buitenkanten van de schaal in hoofdriching 1 worden hierdoor veroorzaakt.

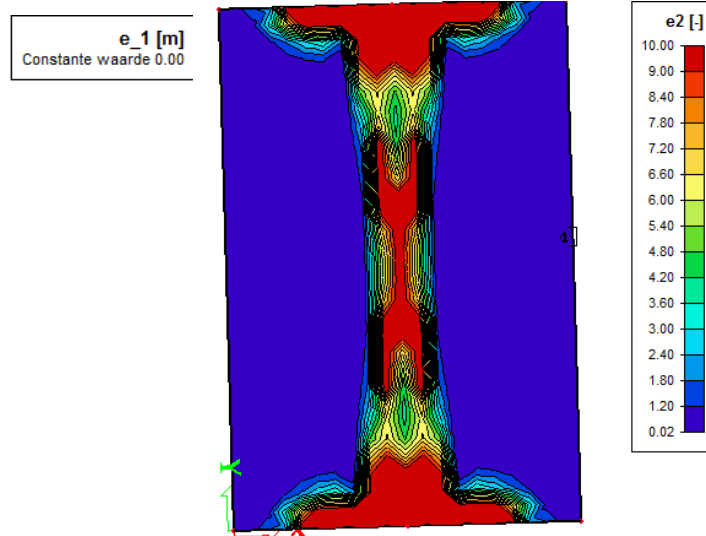
Kettinglijn

hoofdrichting 1 (0 graden)



Figuur 10, kettinglijn hoofdrichting 1

hoofdrichting 2 (90 graden)

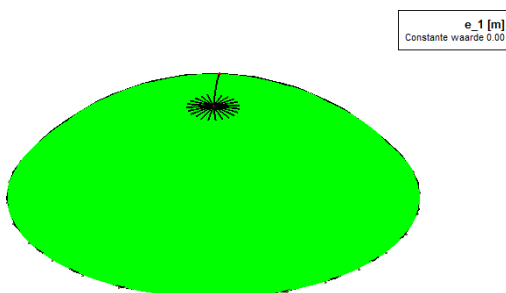


Figuur 11, kettinglijn hoofdrichting 2

In eerst hoofdrichting (Figuur 10) is de excentriciteit overal nul. In de schaal overheerst in deze richting dus de normaalkracht. Dit komt omdat de globale hoek van deze hoofdrichting nul is wat overeen komt met de y-richting, en in de y-richting gedraagt de schaal zich heel stijf. In de tweede hoofdrichting (Figuur 10) is de excentriciteit op de meeste plaatsen ook nul doordat de perfecte druklijn word gevolgd en er dus alleen normaalkracht in de hoofdrichting is die samenvalt met de X-as. In het midden is een symmetrisch patroon te zien waarbij de excentriciteit oploopt en maximaal is aan de randen op plaatsen in het midden. Dit kan komen omdat de schaal niet helemaal perfect de kettinglijn volgt, waardoor er in het midden toch excentriciteiten ontstaan.

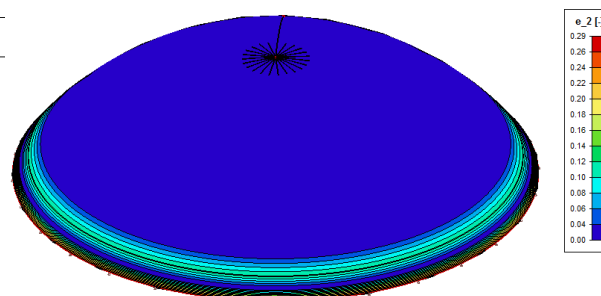
Ellips

hoofdrichting 1 (0 graden)



Figuur 12, ellips hoofdrichting 1

hoofdrichting 2 (90 graden)

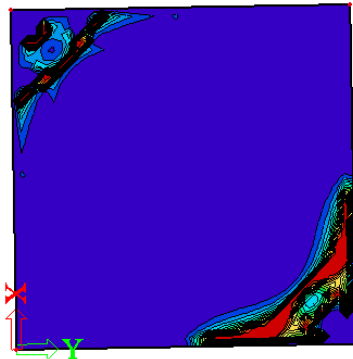


Figuur 13, ellips hoofdrichting 2

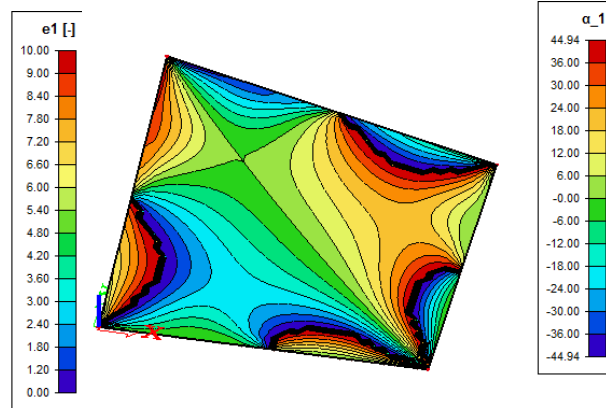
In de eerste hoofdrichting (Figuur 12) is de excentriciteit overal nul, dit betekent dat de normaalkracht overheerst in deze schaal. In de tweede hoofdrichting (Figuur 12) is de excentriciteit ook vrijwel overal nul. Aan de onderkant is excentriciteit groter door vervorming bij de opleggingen.

Hypar

Hoofdrichting 1

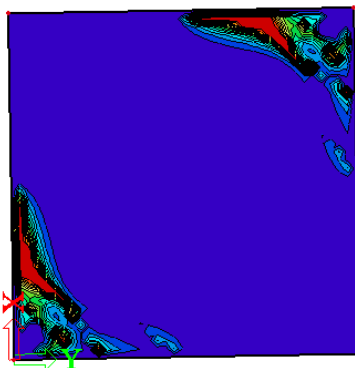


Figuur 14, hyper hoofdrichting 1

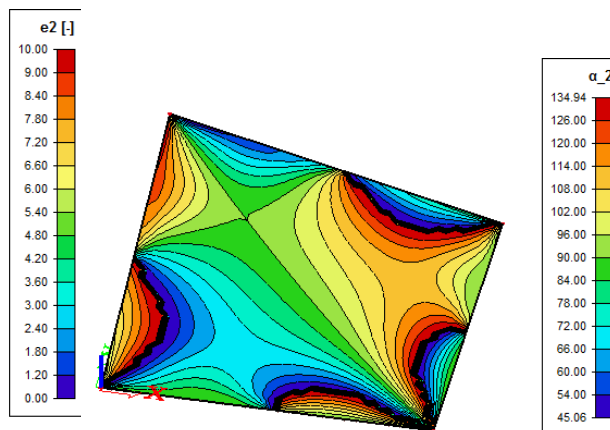


Figuur 15, hoofdrichting 1

hoofdrichting 2



Figuur 16, hyper hoofdrichting 2



Figuur 17, hoofdrichting 2

In de hyper verschillen de hoeken van de hoofdrichting sterk per punt. Hierdoor is het niet mogelijk om aan te geven wat de globale hoofdrichting is waarvoor de excentriciteit wordt uitgedrukt. In beiden hoofdrichtingen is in twee van de hoeken een patroon met oplopende excentriciteit te zien. Over de rest van de schaal is de excentriciteit overal nul. Het patroon met excentriciteiten komt doordat er op de randen in de buurt van de hoeken de grootste momenten ontstaan. Omdat de hoeken scharnierend opgelegd zijn en geen momenten kunnen opnemen of kunnen verplaatsen, verschuiven de momenten iets naar de buiten rand.

Conclusie

Uit bovenstaande checks is op te maken dat de combinatie van de excentriciteit, uitgedrukt als ratio van de dikte in beiden hoofdrichtingen, gecombineerd met de globale hoek van de hoofdrichting, een goed beeld geeft van de plaatsen waar de momenten heel groot zijn. Dit kan in het ontwerpproces dus worden gebruikt om te identificeren waar de geometrie van de constructie moet worden aangepast. Deze check geeft echter niet aan in welke richting het moment werkt. Dit heeft als nadeel dat niet kan worden gezien in welke richting de schaalconstructie moet worden aangepast.

7. Gaussian curvature

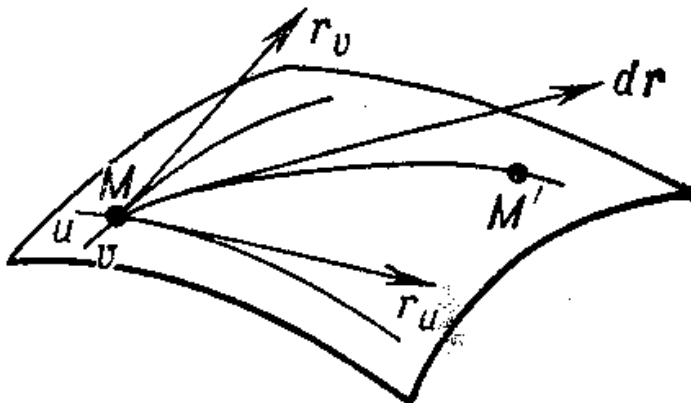
In dit hoofdstuk wordt onderzocht hoe de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature kunnen worden omgezet in een check die gebruikt kan worden tijdens het ontwerpproces van schalen. Allereerst wordt er ingegaan op wat de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature precies inhouden. Daarna wordt onderzocht hoe dit kan worden omgezet in een check. Als dit is gedaan zullen de resultaten van deze check worden geanalyseerd.

7.1 Theorie

De gaussian curvature beschrijft op elk punt van een oppervlak de kromming in alle richtingen. Hierdoor kan inzicht worden verkregen hoe het oppervlak van een schaal verloopt. We zijn echter meer geïnteresseerd in de verandering van de gaussian curvature. Zoals Gauß in zijn theorema Egregium (Hoogenboom, 2016) stelt is de verandering van de gaussische kromming gelijk aan de vervorming door buiging tijdens het belasten van een schaal. In het theorema Egregium stelt Gauß, dat wanneer de gaussian curvature niet verandert de schaal in-extensieel vervormd. Dit valt op te maken uit de compatability equation: $-\varepsilon_{xx,yy} + \gamma_{xy,xy} - \varepsilon_{yy,xx} = -k_{yy}k_{xx} + k_{xy}p_{xy} - k_{xx}k_{yy}$ (Hoogenboom, 2016). Hierbij staat aan de linker kant de vervorming door normaalkracht en aan de rechterkant de vervorming door buiging. Als hier voor de rechterkant de verandering van gaussian curvature wordt ingevuld valt hier uit op te maken dat als de gaussian curvature verandert tijdens het belasten. Dit komt door normaalkrachten die extensionele vervorming veroorzaken. Als de gaussian curvature niet verandert betekent dit dus dat er in-extensieel vervormingen optreden, dit is vervorming waarbij er geen rek in de schaal optreedt. Omdat in-extensieel vervorming in een schaal ongewenst is, is deze grootte dus een goede tool om al in het ontwerpproces te kunnen zien waar in-extensieel vervorming optreedt. Hierdoor kan tijdens het ontwerpproces worden gekeken hoe de geometrie van de constructie veranderd kan worden om zo in-extensieel vervorming tegen te gaan.

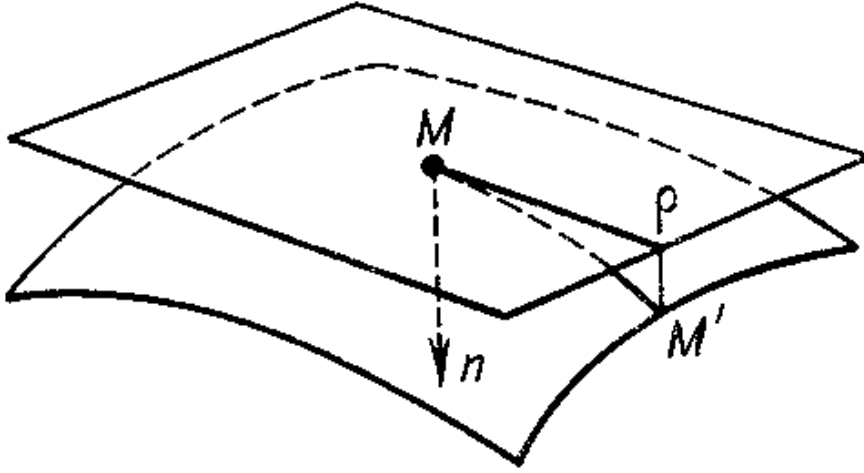
De verandering van de gaussian curvature kan worden uitgedrukt met de volgende formule: $\Delta K_g = -k_y * k_x + k_{xy} * p_{xy} - k_x * k_y$ [18]. Hierbij worden k_x , p_{xy} , k_y berekend met formule 7 t/m 9. De k_y , k_x en k_{xy} zijn echter minder makkelijk te bepalen. Deze zijn echter ook nodig om de gaussian curvature te bepalen.

De formule voor de gaussian curvature kan worden afgeleid uit de 1e en 2e fundamentele vorm van een oppervlakte. Volgens Ivanov (A.B. Ivanov, 2011) kan een oppervlak worden gedefinieerd als $\sigma(x, y) = z(x, y)$, de afgeleide van z is $dz = z_x dx + z_y dy$. Het verschil in booglengte is dan het kwadraat van deze afgeleide. Dit word ook wel de eerste fundamentele vorm genoemd. Die ook wel word geschreven als $Edu^2 + 2Fdu dv + Gdv^2$.



Figuur 18, eerste fundamentele vorm (A.B. Ivanov, 2011)

Voor de tweede fundamentele vorm wordt eerst de normaalvector op een bepaald punt gedefinieerd als $n = \frac{|\sigma_x \cdot \sigma_y|}{||\sigma_x \cdot \sigma_y||'}$, dit is een vector die zich loodrecht op het oppervlak bevindt. Waarna loodrecht op de normaalvector een vlak wordt gedefinieerd. De tweede fundamentele vorm geeft het verschil weer tussen het oppervlak en het tangent vlak en wordt weergegeven met de volgende formule: $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$.



Figuur 19, tweede fundamentele vorm (A.B. Ivanov, 2011)

Volgens (Jia, 2015) kunnen de fundamentele vormen ook in matrix vorm worden geschreven als:

$$F_1 = \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \quad F_2 = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix}$$

Volgens (Jia, 2015) kunnen de coëfficiënten van de eerste fundamentele vorm worden bepaald met de volgende formules:

$$E = |\sigma_x|^2 = 1 + f_x^2 \quad [19]$$

$$F = \sigma_x \cdot \sigma_y = f_x \cdot f_y \quad [20]$$

$$G = |\sigma_y|^2 = 1 + f_y^2 \quad [21]$$

Volgens (Jia, 2015) kunnen de coëfficiënten van de tweede fundamentele vorm kunnen worden bepaald met de volgende formules:

$$L = \sigma_{xx} \cdot n = \frac{f_{xx}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}} \quad [22]$$

$$M = \sigma_{xy} \cdot n = \frac{f_{xy}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}} \quad [23]$$

$$N = \sigma_{yy} \cdot n = \frac{f_{yy}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}} \quad [24]$$

De gaussian curvature is per definitie $\text{Det}(F_1^{-1} \times F_2)$ (Jia, 2015). Wanneer dit uitgewerkt wordt komt dit uit op:

$$k_g = \frac{LN - M^2}{EG - F^2} \quad [25]$$

Door al de coëfficiënten ([19] t/m [24]) in te vullen in de vergelijking voor de gaussian curvature, wordt de volgende uitdrukking gevonden:

$$K_g = \frac{f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2}{(1 + f_x^2 + f_y^2)^2} \quad [26]$$

7.2 Check

De check is uitgevoerd om de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature te berekenen

Variabelen

De gebruikte variabelen zijn weergegeven in de onderstaande tabel.

Input variabelen	Output variabelen	Berekende variabelen
x-coördinaten van alle punten	Kg [26]	kx
y-coördinaten van alle punten	ΔKg [18]	ky
z-coördinaten van alle punten		kxy
		f_x
		f_{xx}
		f_y
		f_{yy}
		f_{xy}
		$z(x,y)$
		a

Het is ingewikkeld om de gaussian curvature te berekenen omdat het programma's SCIA Engineer geen krommingen kan berekenen. Hierdoor moeten eerst de curvatures uit de coördinaten worden afgeleid waarna vervolgens de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature berekend kan worden.

Om de gaussian curvature te kunnen bepalen met formule 26, moeten de afgeleiden van een functie kunnen worden bepaald. Hiervoor is de vergelijking van het lokale vlak nodig. Daarom moet deze eerst rondom het punt dat bekeken wordt, worden afgeleid.

De algemene vergelijking voor een vlak is:

$$z(x,y) = a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot x \cdot y + a_3 \cdot y^2 + a_4 \cdot x + a_5 \cdot y + a_6 \quad [27]$$

Deze vergelijking heeft 6 onbekenden, wat betekent dat er 6 vergelijkingen nodig zijn om alle onbekenden op te lossen. Omdat er steeds naar 1 punt op het net van de schaal gekeken wordt, zijn de punten nodig die om het punt liggen waar naar wordt gekeken. Om de 5 goede punten te vinden, die het dichtst bij het punt liggen, wordt een cirkel met als middelpunt het te bekijken punt gedefinieerd. Vervolgens wordt de afstand tussen het te bekijken punt en het alle andere punten berekend met de formule: $a = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$ [28]. Als deze afstand kleiner is dan de straal worden de coördinaten van het punt opgeslagen. Als er binnen de gedefinieerde cirkel nog geen 6 punten liggen wordt de straal van de cirkel vergroot met 0.1 m, waarna er wordt gekeken welke nieuwe punten binnen de cirkel liggen. Dit gaat door totdat er 6 punten zijn gevonden. Het nadeel van deze methode is echter wel dat voor elk punt een aantal keer alle afstanden moeten worden berekend. Dit neemt veel geheugen in beslag. Het is echter wel de enige manier om dit te doen omdat de knooppunten van het net niet op elke plaats logisch genummerd zijn.

Omdat het totaal aantal punten niet kan worden ingeladen in de check en dit verschilt per schaal, moet dit handmatig worden ingevoerd voor de check wordt uitgevoerd. Dit kan met behulp van member data, die gekoppeld worden aan de check en mee worden ingeladen bij het laden van de check. Voor deze check gaat het om de variabele punten die moet worden ingevoerd. Hier moet het aantal knopen dat het net bevat -1 worden ingevoerd. Het is het aantal knopen -1 omdat de telling begint op 0.

Als de 6 punten zijn gevonden kan een matrix worden samengesteld met alle x en y waarden en een vector met de z waarden, deze zien er als volgt uit:

$$M = \begin{bmatrix} x^2 & x \cdot y & y^2 & x & y & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_6^2 & x_6 \cdot y_6 & y_6^2 & x_6 & y_6 & 1 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_6 \end{bmatrix}$$

De onbekende α 's zijn met deze matrix en vector op te lossen. Er is gekozen om de matrix naar echelon vorm te vegen met behulp van gaussian eliminatie. Hierna kunnen waarden stap voor stap opgelost worden in de volgorde van 6 naar 1. Dit was de enig mogelijkheid om de matrix op te lossen omdat er in het in het programma SCIA Design forms geen functie zit om lineaire vergelijkingen op te lossen noch om de determinant of de inverse van de matrix te nemen.

Vegen met gaussian eliminatie methode van de matrix houdt in dat de matrix in een boven driehoeksvorm vorm komt te staan. Dit word gedaan door steeds onder het diagonaal element alle anderen waarden 0 te maken, door van de hele rij en de vector z een aantal keer de rij erboven af te trekken. Een voorwaarden hiervoor is wel dat er geen nul op de diagonaal mag staan. Als er wel nullen op de diagonaal staan dan kan het getal daaronder namelijk niet nul worden gemaakt. Om te zorgen dat er geen nullen op de diagonaal voorkomen kunnen rijen van de matrix met elkaar worden verwisseld.

Om Gaussian eliminatie uit te voeren op een algemene matrix moet een algoritme gevonden worden. Het onderstaande algoritme heeft als input de matrix en de vector nodig en het aantal keer dat het moet worden uitgevoerd.

```

input  $n, [a_{ij}], [b_i]$ 
for  $k = 1, 2, \dots, n - 1$  do
  for  $i = k + 1, k + 2, \dots, n$  do
     $m_{ik} \leftarrow a_{ik} / a_{kk}$ 
     $a_{ik} \leftarrow 0$ 
    for  $j = k + 1, k + 2, \dots, n$  do
       $a_{ij} \leftarrow a_{ij} - m_{ik} a_{kj}$ 
    end for
     $b_i \leftarrow b_i - m_{ik} b_k$ 
  end for
end for
output  $[a_{ij}], [b_i]$ 
end

```

(Berghe, 2007)

In het bovenstaande algoritme moet voor k het aantal rijen min één worden ingevuld, in dit geval dus 5. Voor a wordt de matrix M ingevuld en voor b wordt vector z ingevuld.

Vervolgens kunnen de onbekenden worden opgelost met de volgende algoritmen:
 Voor de laatste onbekende:

$$x_n = g_n / u_{nn}$$

(Berghe, 2007)

En voor de rest van de onbekenden:

$$x_k = \frac{1}{u_{kk}} (g_k - \sum_{j=k+1}^n u_{kj} x_j), \quad k = n-1, n-2, \dots, 1$$

(Berghe, 2007)

In de bovenstaande algoritmes is g_n het laatste getal van de z vector en u_{nn} het onderste getal van de boven driehoeksmatrix. In het onderste algoritme is u_{kk} het diagonaal element, is g_k het element in de z vector en zijn u_{kj} de niet diagonaal elementen in de rij waar naar gekeken wordt. De x is in beide gevallen de a die moeten worden opgelost. Met dit algoritme worden de onbekenden 1 voor 1 opgelost door te beginnen bij de laatste onbekenden en dan vervolgens steeds een stapje omhoog te gaan totdat alle onbekenden opgelost zijn.

Ook voor het verwisselen van de rijen heb ik een algoritme ontwikkeld. Er zijn een aantal voorwaarden waarop een rij moet worden gewisseld. Zo moet er gewisseld worden als er een 0 op de diagonaal staat, en ook als er door twee rijen van elkaar af te trekken en nul op de diagonaal komt te staan. Dit wordt gedaan met het volgende algoritme:

```

For (i,0,5)
double r = 0;
  IF(i< 5) {
    IF(abs(M[i][0]) == abs(M[i][1])) { double r = 1; } }
    IF( M[i][i] ==0 ) {
      IF(M[n][n] == 0) {
        IF(i< 1 && M[i+5][i] != 0) { r = 5; }
        IF(i< 2 && M[i+4][i] != 0) { r = 4; }
        IF(i< 3 && M[i+3][i] != 0) { r = 3; }
        IF(i< 4 && M[i+2][i] != 0) { r = 2; }
        IF(M[i+1][i] != 0) { r = 1; } }
      swap_z = z1[i]
      z1[i] = z1[i+r]
      z1[i+r] = swap_z
      FOR(n, 0, 5) {
        swap = M[i][n]
        M[i][n] = M[i+r][n]
        M[i+r][n] = swap } } }
    
```

Het bovenstaande algoritme gaat als volgt te werk. Eerst wordt gekeken of de eerst twee getallen in dezelfde rij niet hetzelfde zijn, want dit wijst er op dat er bij aftrekken een nul op de diagonaal kan komen te staan. Daarna kijkt het algoritme of het diagonaal element nul is. Vervolgens wordt voor elk onderstaand element gekeken of het aantal rijen er nog onder het diagonaal element zit en of het element eronder niet nul is. Als het onderstaande element hieraan voldoet wordt de r opgeslagen, maar als een rij daarboven er ook aan voldoet wordt dit overschreven. Zo wordt uiteindelijk de meest geschikte rij, die het dichtst onder de rij waarnaar gekeken wordt staat, geselecteerd om te wisselen. Daarna wordt elk element van de rij die moet worden verwisseld opgeslagen in de variabele $swap$ waarna die plaats wordt opgevuld door waarden uit de vervangende rij. Hierna wordt de opgeslagen variabele op de open plaats gezet. Dit gebeurt voor elke rij van de matrix.

Wanneer de onbekenden alfa's zijn berekend kunnen ze in de vergelijking voor het vlak worden ingevuld. Hierna kunnen de afgeleiden de eerste en tweede partiële afgeleiden naar x en y worden bepaald. Dit moet gebeuren met behulp van numerieke differentiatie, omdat een programmeer programma geen bewerkingen kan doen op variabelen. Deze afgeleiden worden vervolgens ingevuld in de gevonden formule voor de gaussian curvature.

Volgens Vuik (C. Vuik, 2006) zijn de formules voor de eerste afgeleiden met behulp van numerieke differentiatie:

$$f_x = \frac{f(x+h,y)-f(x-h,y)}{2h} \quad [29]$$

$$f_y = \frac{f(x,y+h)-f(x,y-h)}{2h} \quad [30]$$

Volgens Vuik (C. Vuik, 2006) zijn formules voor de tweede afgeleiden zijn:

$$f_{xx} = \frac{f(x+h,y)-2*f(x,y)+f(x-h,y)}{h^2} \quad [31]$$

$$f_{yy} = \frac{f(x,y+h)-f(x,y)+f(x,y-h)}{h^2} \quad [32]$$

$$f_{xy} = \frac{f_x(x,y+h)-f_x(x,y-h)}{2h} \quad [33]$$

Voor h is hier gekozen voor 0.1. Beide formules hebben een nauwkeurigheid van $O(h^2)$ dit komt neer op een fout van 0.01 in de afgeleiden, dit is acceptabel voor deze berekening. Voor x en y worden de waarden van het coördinaat van het punt waarnaar gekeken word ingevuld.

Hierna kunnen de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature berekend worden met behulp van formules [18] en [26].

De curvatures in de x-,y- en xy-richting kunnen bepaald worden in het globale en het lokale assenstelsel. In het lokale assenstelsel worden de curvatures beschreven met de tweede afgeleiden van de lokale vlak functie(formule 31 t/m 33) . In het globale assenstelsel kunnen alleen de curvature in de x- en y-richting worden beschreven. Volgens Hoogenboom (Hoogenboom, 2016) hebben deze de volgende formules:

$$k_x = \frac{|f_{xx}|}{(1+f_x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad [34]$$

$$k_y = \frac{|f_{yy}|}{(1+f_y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad [35].$$

Voor de verandering van de gaussian curvature moeten de curvatures k_x , k_y en k_{xy} worden bepaald uit het lokale assenstelsel.

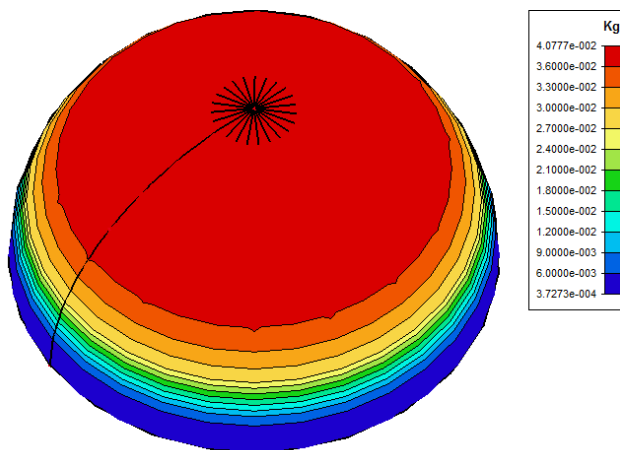
De check zoals deze is geprogrammeerd in SCIA Design forms staat in bijlage 5. Deze is direct te kopiëren in SCIA Design forms.

7.3 Resultaten

Hieronder worden de resultaten beschreven van de beschreven berekening. Eerst is de check getest op standaard schalen zoals beschreven in hoofdstuk 3, de check bleek echter nog niet goed geschikt te zijn voor deze schalen. Daarom wordt eerst aan de hand van de halve bol geanalyseerd waarom dit niet werkt en wordt daarna naar een aantal wel geschikte schalen gekeken. Van de meeste van deze schalen in de gaussian curvature bekend, hieruit kan dus worden opgemaakt of de goede waarden uit de berekening komen. Tijdens het analyseren van de resultaten werd geconstateerd dat voor een net meer dan 700 knooppunten niet genoeg geheugen was om deze check uit te voeren, daarom zijn alle hieronder weergegeven resultaten met minder elementen geanalyseerd. Dit komt de nauwkeurigheid van de resultaten niet ten goede.

Halve bol

Deze halve bol is iets kleiner dan de halve bol beschreven in hoofdstuk 3, deze halve bol heeft een straal van 5 meter. De Gaussian curvature van een bol wordt in het algemeen gegeven door $1/r^2$, dit geeft voor deze schaal een verwachte waarde van 0.04 1/m^2 over de hele schaal. Het aantal knopen gebruikt voor deze check is 197.



Figuur 20, halve bol gaussian curvature

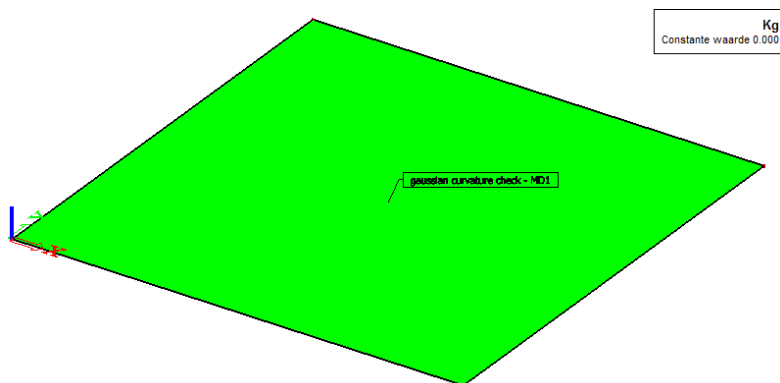
Op de bovenstaande afbeelding is de gaussian curvature te zien. Er is te zien dat de gaussian curvature afneemt naar mate er verder naar de randen wordt gegaan. Dit is niet de bedoeling want de gaussian curvature moet overal gelijk blijven voor deze schaal. De afname van de gaussian curvature kan worden verklaard doordat het lokale vlak is uitgedrukt in het globale assenstelsel in plaats van het lokale assenstelsel. Hierdoor zijn de afgeleiden niet de lokale maar de globale afgeleiden waardoor de gaussian curvature niet voor het hele vlak uitkomt op zijn theoretische waarden. Het lokale assenstelsel heeft een z-as die loodrecht op het vlak staat en een x- en y- as die in het loodrechte vlak liggen. Hoe steiler de schaal wordt hoe verder het lokale assenstelsel afwijkt van het globale assenstelsel. Dit is goed te zien bij de halve bol, want aan de bovenkant ligt het lokale assenstelsel redelijk in de richting van het globale assenstelsel waardoor de uitkomst van de gaussian curvature wel uitkomt op theoretische waarde. Terwijl aan de randen het lokale assenstelsel loodrecht op het globale assenstelsel staat waardoor de afwijking met de theoretische waarden heel groot is.

Uit het bovenstaande kan worden geconcludeerd dat de methode op deze manier alleen geschikt is voor constructies waarbij het lokale assenstelsel niet veel afwijkt van het globale assenstelsel. Dit zijn over het algemeen vrij platte constructies. Hierdoor kan dus ook de verandering in gaussian curvature alleen voor vrij platte constructies correct worden weergegeven.

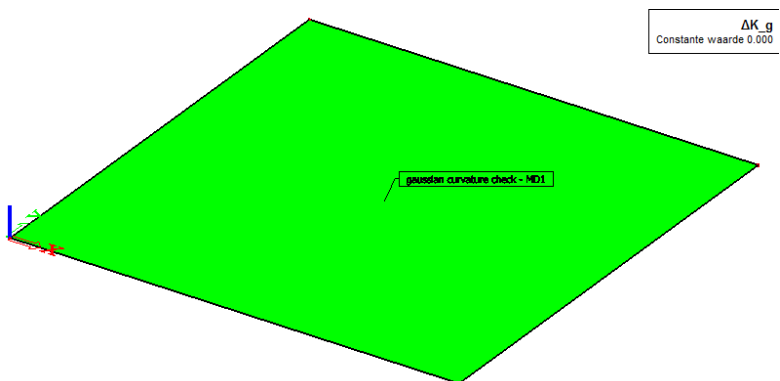
Omdat de meeste constructies zoals beschreven in hoofdstuk 3 niet plat genoeg zijn, waardoor het lokale assenstelsel te veel afwijkt van het globale assenstelsel, is besloten voor deze analyse aangepaste constructies te gebruiken.

Plaat

Om aan te tonen dat de check werkt voor platte schalen is een plaat gemodelleerd. Van een plaat is bekend dat deze in alle richtingen plat is waardoor de gaussian curvature 0 is. Ook is bekend dat er in een plaat alleen vervorming door buiging optreedt. Dit betekent dat de verandering van de gaussian curvature overal nul zou moeten zijn. De onderstaande figuren (21 en 22) bevestigen dit, waaruit geconcludeerd kan worden dat de check wel werkt voor platte schalen.



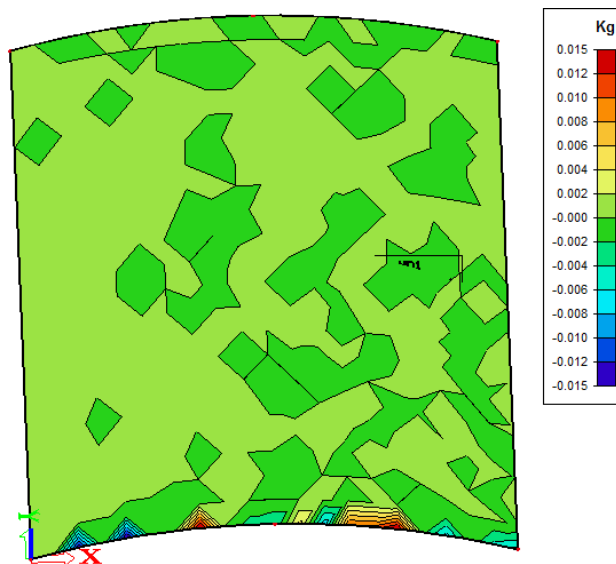
Figuur 21, plaat gaussian curvature



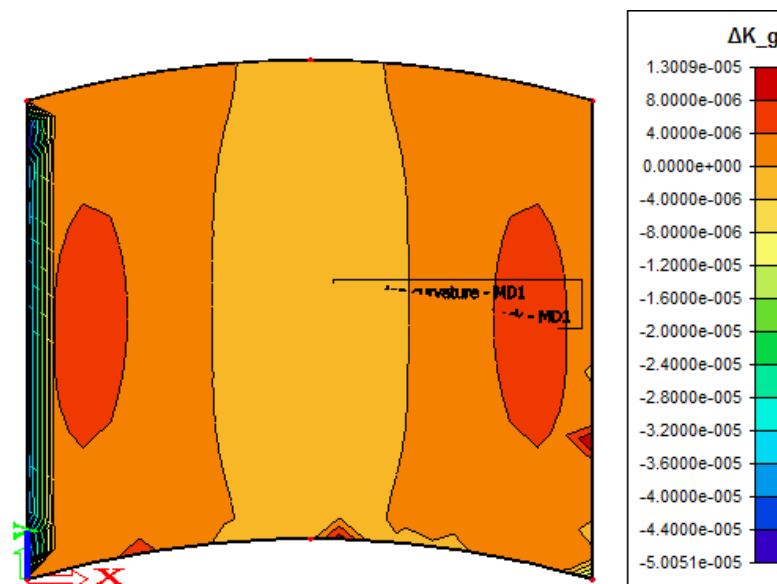
Figuur 22, plaat verandering in gaussian curvature

Kettinglijn

Deze schaal is plat genoeg om de check op te kunnen uitvoeren en hoeft dus niet te worden aangepast. Het aantal gebruikte kopen is 462.



Figuur 23, kettinglijn gaussian curvature

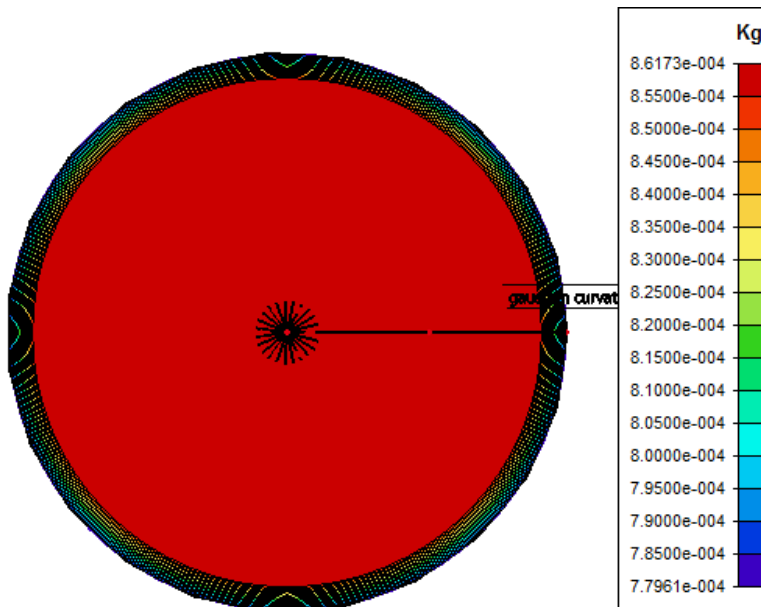


Figuur 24, kettinglijn verandering van de gaussian curvature

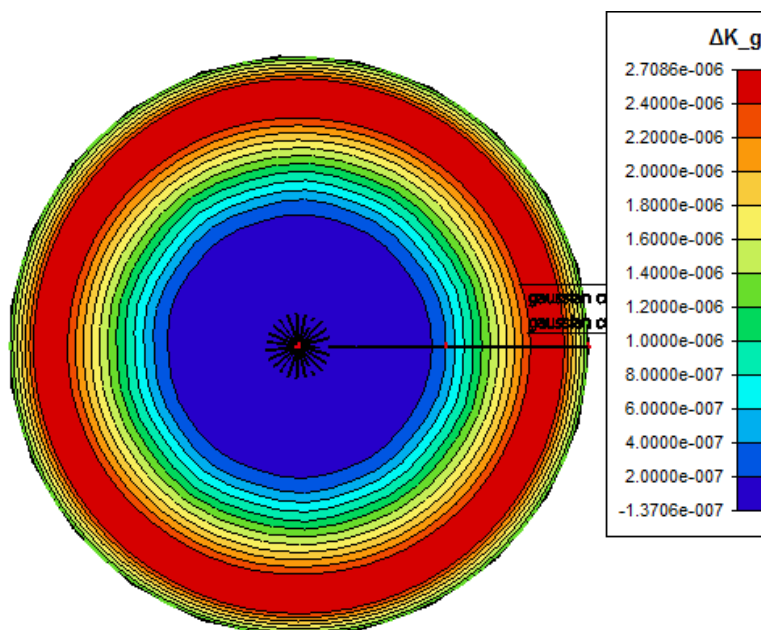
In de plot van de gaussian curvature (Figuur 23) is te zien dat de gaussian curvature rond de nul ligt voor ongeveer de hele schaal. Dit is te verklaren doordat de schaal in de y-richting niet gekromd is, waardoor de er geen kromming in deze richting optreedt en de gaussian curvature dus ook nul is. Aan de rand zijn een paar uitschieter tot +/- 0.015 te zien, deze kunnen komen door onnauwkeurigheden in de berekening. In de afbeelding van de verandering van de gaussian curvature (Figuur 24) is te zien dat de waarden van deze verandering allemaal heel klein zijn. Na verder onderzoek is gebleken dat deze waarden allemaal ronde de 10^{-6} en 10^{-5} liggen, maar nergens precies nul worden. Dit wijst er op dat er geen in-extensionele vervormingen optreden in deze schaal. Wel zijn er een aantal verschillende kleuren te zien in het plot. Allereerst rond de rand waar de grote kleurverschillen zitten in vergelijking tot de rest van de schaal. Dit kan komen door onnauwkeurigheid in de berekening. Ook is te zien dat in het midden van de schaal de verandering negatief is terwijl over de rest van de schaal de verandering positief is. Dit kan komen door de verschillende tekens van de rek. De twee donker vlakken op de schaal kunnen worden verklaard als vlakken waar de extensionele vervorming iets afneemt.

platte ellips

Deze schaal heeft een straal van 10 m, en heeft in het midden een hoogte van 1,5 m. Hierdoor is hij op de meeste plaatsen plat genoeg om geanalyseerd te worden. De dikte is 100 mm. Het aantal gebruikte knopen is 405.



Figuur 25, platte ellips gaussian curvature



Figuur 26, platte ellips verandering van de gaussian curvature

Bij deze schaal is te zien de gaussian curvature (Figuur 25) overal hetzelfde is, alleen aan randen wijkt hij wat af. Dit komt omdat daar het lokale coördinaten systeem slechter overeenkomt met het globale coördinaten systeem. Uit de verandering van de gaussian curvature (Figuur 26) is op te maken dat deze nergens nul is, dit wijst er op dat de belasting alleen wordt opgenomen door

extensionele vervorming. Wel is te zien dat de verandering van de gaussian curvature van teken verandert binnen de schaal. Aan de top is de verandering negatief en aan onderaan is de verandering positief. Dit kan worden verklaart door de verandering van trek naar drukspanning in de schaal. Ook hier is weer te zien dat de waarden heel klein zijn.

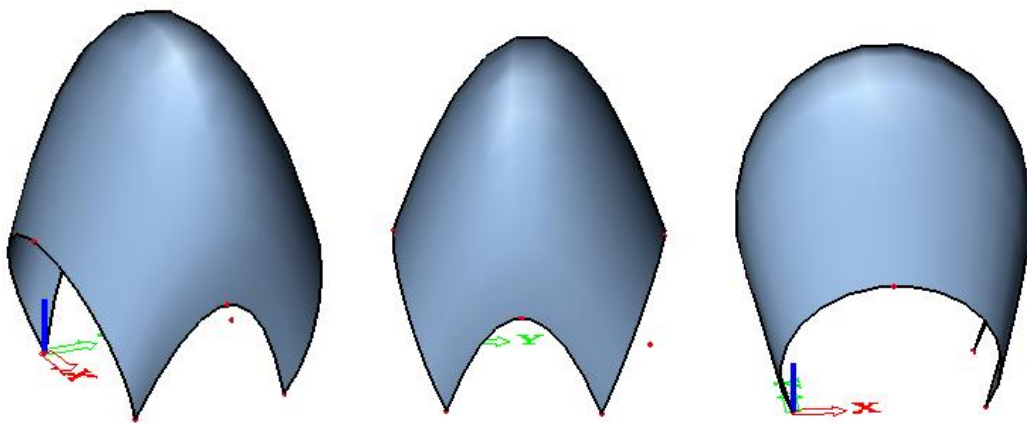
Conclusie

Uit het bovenstaande kan worden geconcludeerd dat de check voor de gaussian curvature en de verandering van de gaussian curvature in deze vorm niet geschikt is voor algemeen gebruik, omdat de afgeleiden worden bepaald in het globale assenstelsel in plaats van het lokale assenstelsel. Ook kan uit het bovenstaande worden geconcludeerd dat het programma sneller uitvoerbaar gemaakt moet worden zodat de berekening uitgevoerd kan worden op kleinere elementen waardoor de uitkomsten nauwkeuriger worden. Ook kan worden geconcludeerd dat de veranderingen in de gaussian curvature heel klein zijn en dat deze dus heel nauwkeurig moeten zijn om de in-extensionele vervorming spotten.

8. Free form shells

De eerder besproken checks voor de strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht zijn tot nu toe alleen uitgevoerd op standaard vormen, waarvan het gedrag al goed bekend is. In dit hoofdstuk zal het gedrag van een aantal niet alledaagse schaalvormen worden bekeken. Het gedrag wordt bekeken met bovengenoemde checks, waarna iets kan worden gezegd over of de schaal goed of slecht ontworpen is, en wat hier aan verbeterd kan worden. Hieronder zullen voor 3 schalen de eigenschappen worden besproken.

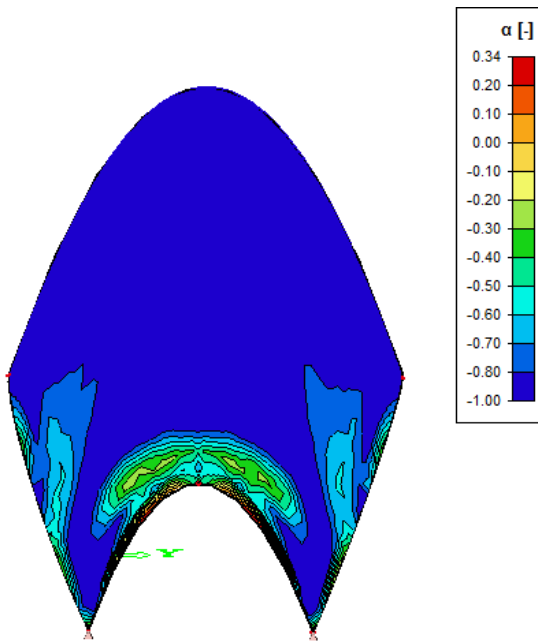
8.1 Free form shell 1



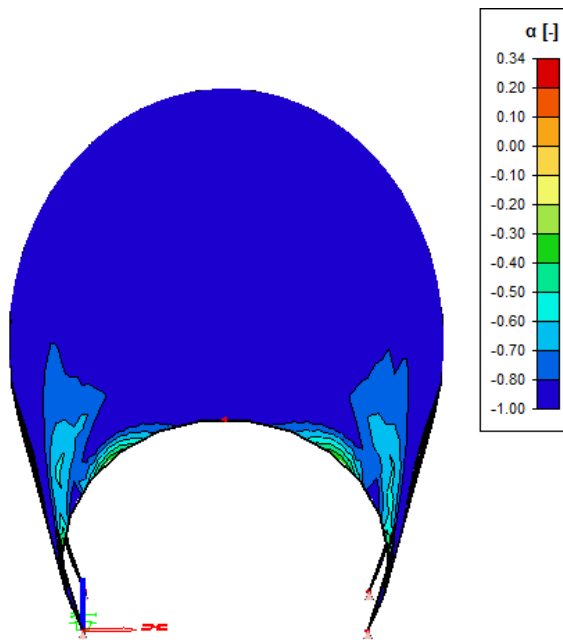
Figuur 27, free form shell 1, overall aanzicht, y-richting, x-richting

De eerste free form shell is hierboven te zien (Figuur 27). De randen zijn opgebouwd uit parabool- en cirkel vormen en lopen vanaf de onderkant geleidelijk naar buiten. De schaal is 10 meterlang in de x-richting en 8 meter in de y-richting. Het hoogste punt van de parabolvormige randen is 6 meter en van de cirkelvormige randen is dit 8 meter. De cirkelvormige rand helt in het midden 3 meter naar buiten en de parabolvormige rand helt in het midden 2 meter naar buiten. De schaal is scharnierend opgelegd in de hoekpunten, is gemaakt van betonsoort C45/55 en heeft een dikte van 200 mm.

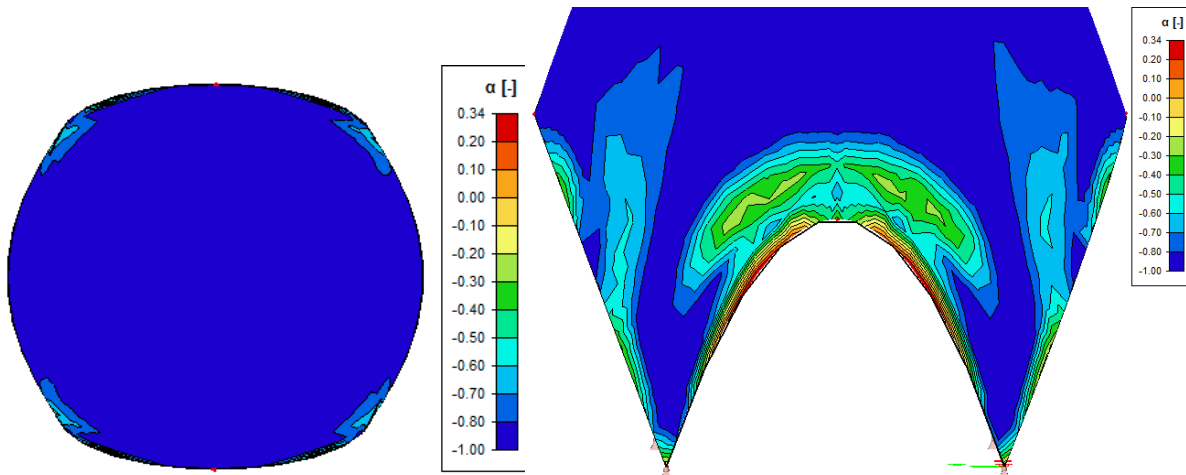
Strain energie



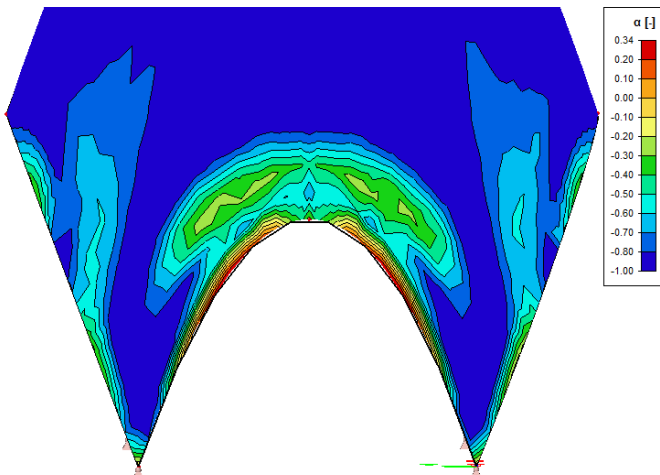
Figuur 28, strain energie x-richting



Figuur 29, strain energie y-richting



Figuur 30, strain energie detail x-richting

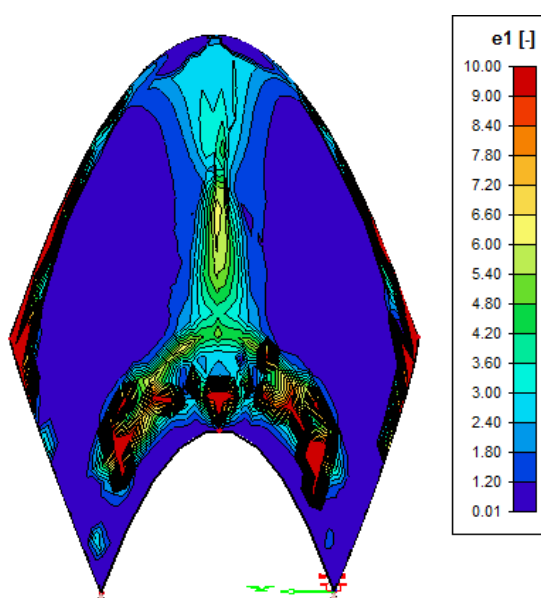


Figuur 31, strain energie boven aanzicht

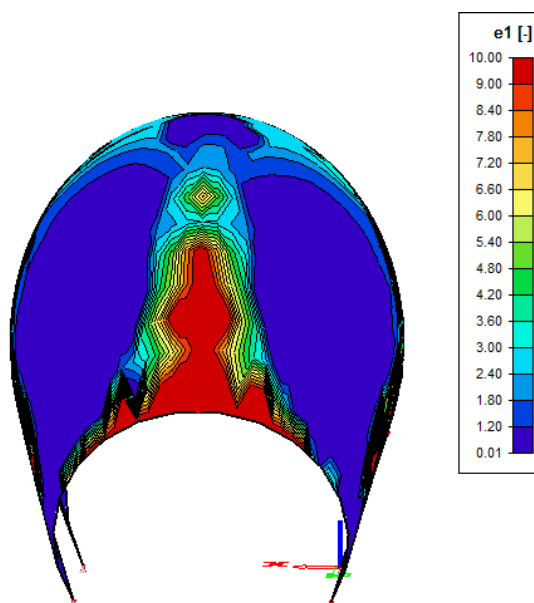
Zoals in bovenstaande figuren te zien is, is de ratio van de strain energie bijna overal -1. Dit betekent dat er in het grootste deel van de schaal buiging strain energie optreedt, als gevolg van momenten in de schaal. In Figuur 28 is te zien dat rond de randen van de parabool de buiging strain energie afneemt, terwijl dit rond de cirkelvormige randen veel minder is (Figuur 28). In Figuur 30 wordt verder ingezoomd op het verschijnsel bij de parabool. Uit dit figuur is op te maken dat de buiging strain energie iets boven de parabool en aan het bovenstuk van de parabool minder is, en dat helemaal aan de randen zelfs de membrane strain energie gaat overheersen. Ook is uit dit figuur op te maken dat bij de steunpunten de buiging strain energie afneemt, maar dat er nog wel buiging strain energie optreedt door momenten die niet kunnen worden opgenomen door de steunpunten.

Excentriciteit van de normaalkracht

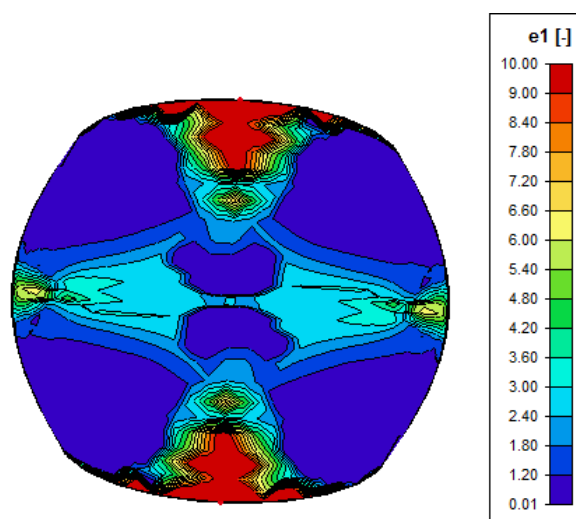
Hoofdrichting 1



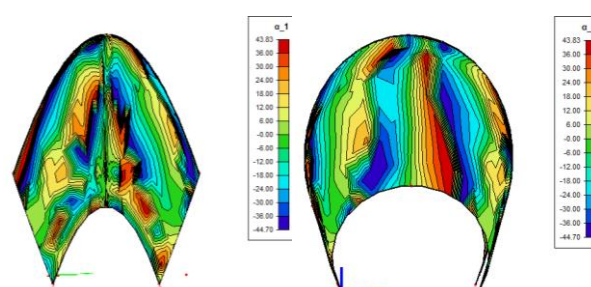
Figuur 32, excentriciteit hoofdrichting 1 x-richting



Figuur 33, excentriciteit hoofdrichting 1 y-richting

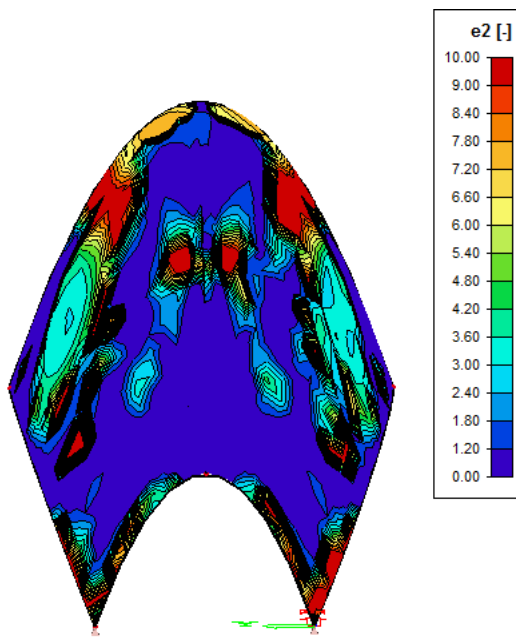


Figuur 34, excentriciteit hoofdrichting 1 boven aanzicht

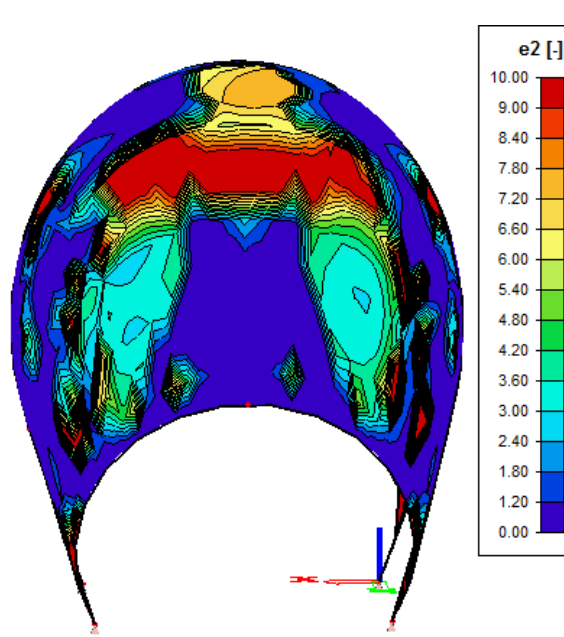


Figuur 35, hoek hoofdrichting

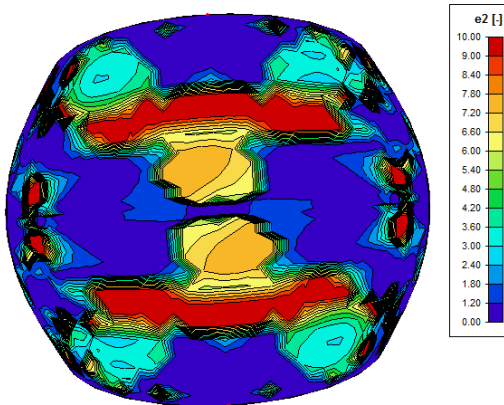
Hoofdrichting 2



Figuur 36, excentriciteit hoofdrichting 2 x-richting



Figuur 37, excentriciteit hoofdrichting 2 y-richting



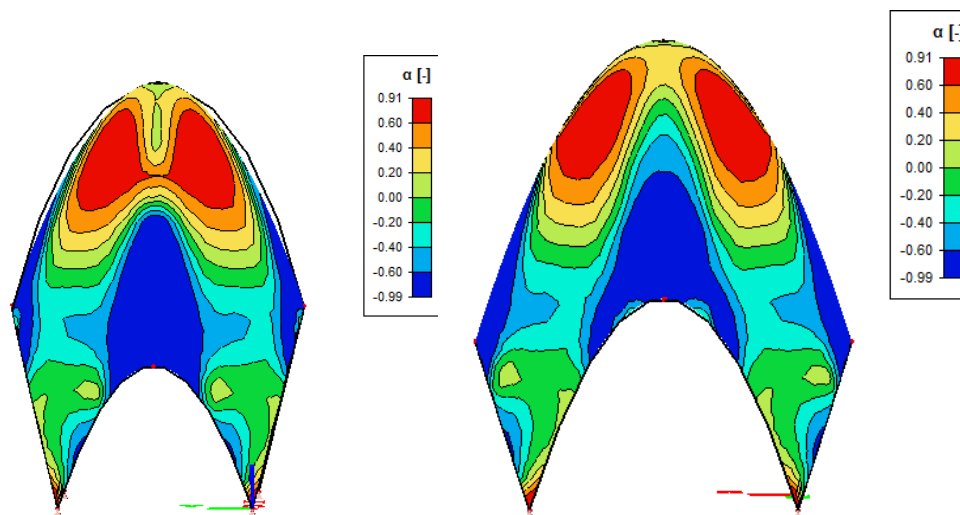
Figuur 38, excentriciteit hoofdrichting 2 boven aanzicht

In de bovenstaande afbeeldingen (figuur 31 t/m 38) is de excentriciteit van de normaalkracht te zien in beide hoofdrichtingen.

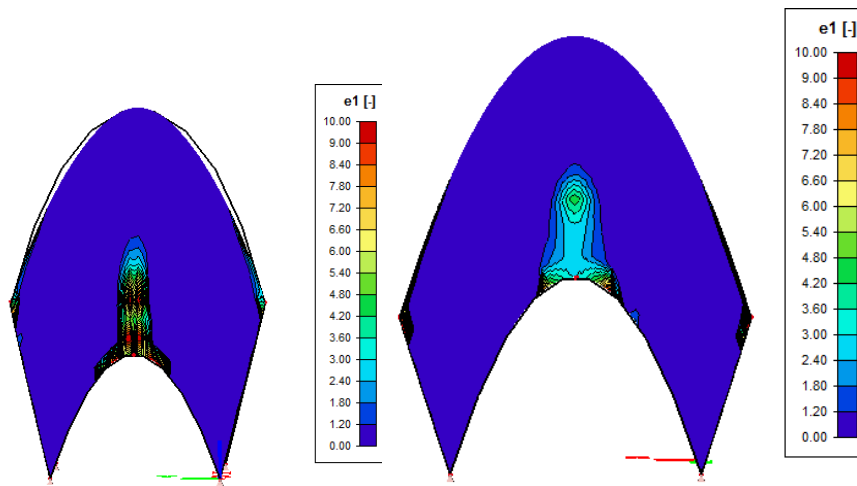
In de eerste hoofdrichting (Figuur 32) is te zien dat de excentriciteit vooral in het midden boven de cirkel en parabool randen heel groot is. Op de andere stukken is de excentriciteit in deze hoofdrichting tussen 0 en 1.2 keer de dikte. Hoger boven de rand van de parabool neemt de excentriciteit snel af, terwijl boven de cirkelvormige rand (Figuur 32 excentriciteit in deze richting veel groter blijft. Als word gekeken naar de hoeken waaronder deze hoofdrichting (Figuur 35) staat dan is te zien dat dit heel erg uiteenloopt over de gehele schaal, waardoor er geen globale hoek van deze hoofdrichting kan worden aangegeven.

In de tweede hoofdrichting (Figuur 36) is veel excentriciteit te zien bij de steunpunten en vlak langs de randen. Aan de kant van de parabolvormige rand zijn twee uitschieters in de excentriciteit te zien vlak onder de top. Ook is er vlak onder de top aan de kant van de cirkelvormige randen (Figuur 36) een vlak met grote excentriciteiten te zien. Aan de kant van de cirkelvormige rand (Figuur 36) zijn verder richting de onderkant excentriciteit van 3 keer de dikte te zien. Op de top zijn excentriciteiten van 6 á 7 keer de dikte te zien.

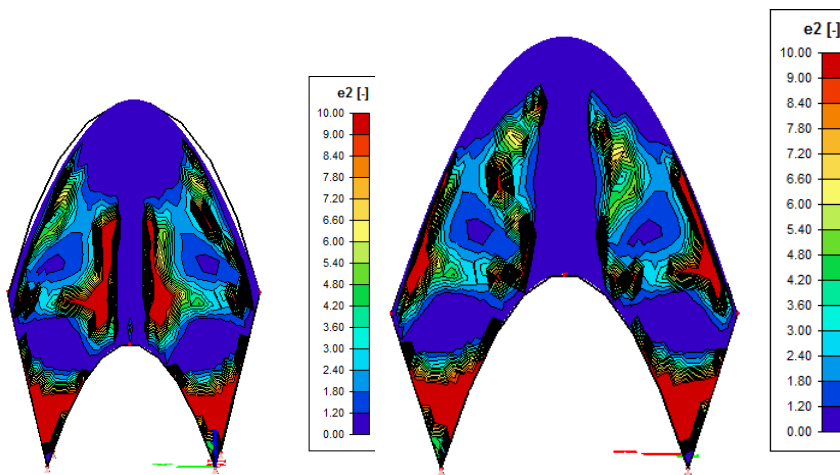
Uit de strain energie check is op te maken dat er bijna alleen bending strain energie optreedt in de schaal, dit is ongewenst. Wel is te zien dat rond parabolische rand meer membrane strain energie optreedt dan rond de cirkelvormige rand. Dit kan er op wijzen dat er beter parabolische randen gebruikt kunnen worden dan cirkelvormige randen, in deze constructie. Uit de excentriciteit van de normaalkracht is op te maken dat, hoewel er bijna overal bending strain energie optreedt, de excentriciteit toch niet overal heel groot is. Wel is hier uit op te maken dat in beiden hoofdrichtingen de grootste excentriciteiten optreden vanaf de randen naar boven en aan de boven ring net onder de top. Uit beide check's is dus te concluderen dat de constructie niet het gewenste gedrag laat zien omdat er teveel momenten optreden. Deze schaalconstructie zou kunnen worden verbeterd door de cirkelvormige randen te vervangen door parabolen en door de randen aan de cirkelvormige kant minder naar buiten te laten hellen, waardoor de momenten aan de bovenkant worden verkleint. Hieronder (figuur 39 t/m 41) zijn de resultaten te zien van deze veranderingen. Te zien is dat de bending strain energie afneemt en dat de excentriciteiten ook veel minder groot worden.



Figuur 39, free form shell 1, strain energie aangepast y-richting, x-richting

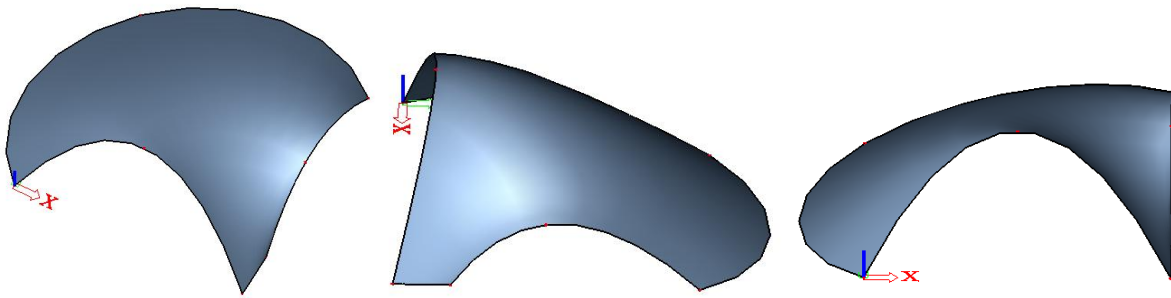


Figuur 40, free form shell 1, hoofdrichting 1 aangepast, y-richting, x-richting



Figuur 41, free form shell 1, hoofdrichting 2 aangepast, y-richting, x-richting

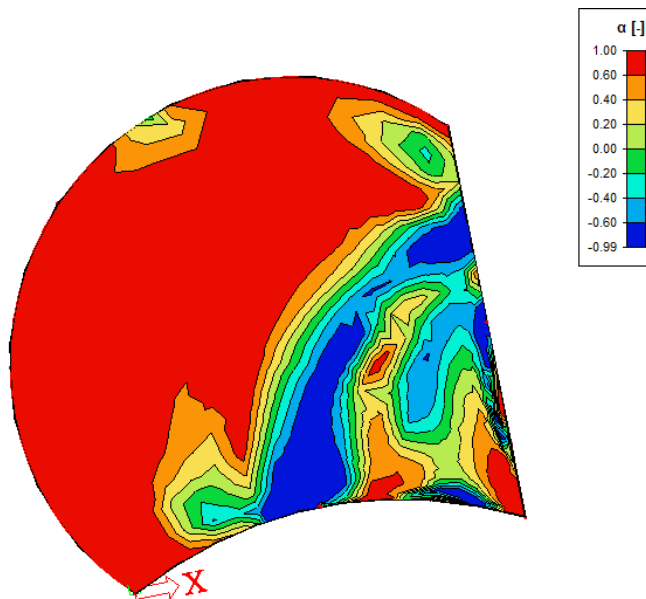
8.2 Free form shell 2



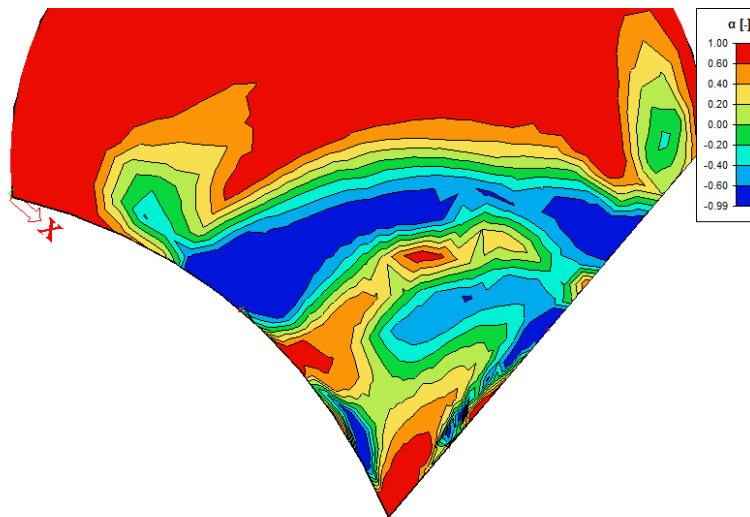
Figuur 42, free form shell 2, y-richting, x-richting

De tweede free form shell is hier boven te zien (Figuur 42). De schaal is opgebouwd uit twee opstaande paraboolvormen en heeft een cirkelvormige achterrand. In de x-richting heeft de parabool een lengte van 16 meter, met in het midden een hoogte van 8 meter waar de rand 2 meter naar binnen helt. De y-richting bestaat eerst uit een recht stuk van 3 meter waarna er een parabool met een lengte van 13 meter en in het midden een hoogte van 4 meter. Tussen de uiteinden van de parabolen in x- en y-richting bevindt zich een cirkelvormige rand die geleidelijk naar beneden loopt tot 3 meter onder de rest van de randen. De schaal in is in alle randen scharnierend opgelegd, is gemaakt van beton soort C45/55 en heeft een dikte van 200 mm.

Strain energie



Figuur 43, free form shell 2 strain energie

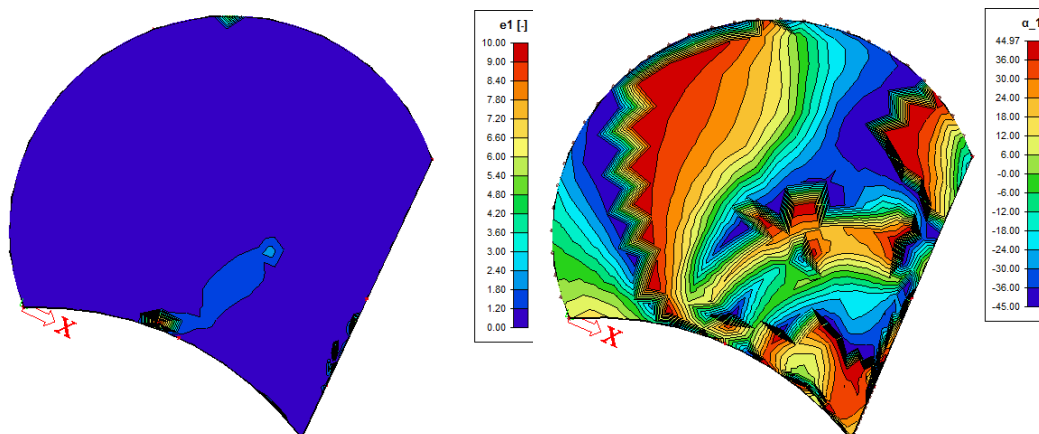


Figuur 44, free form shell 2 strain energie detail

In Figuur 43 is te zien dat het grootste deel van de schaal een strain energie ratio van 1 heeft, dit betekent dat er alleen membrane strain energie optreedt. Dichter bij de punt van de constructie waar ook de twee parabolen zich bevinden gaat de ratio echter richting -1, wat betekent dat hier bending strain energie optreedt. Als verder op dit stuk ingezoomd (Figuur 44) wordt is te zien dat de membrane strain energie geleidelijk afneemt waarna er een strook met alleen bending strain energie volgt. Ook aan de rand van de parabolen is veel bending strain energie te zien. Terwijl er in het de uiterste punt alleen maar membrane strain energie optreedt. Ook is er aan de cirkelvormige rand van de schaal een afname in de membrane strain energie te zien, dit is opvallend omdat op de rest van de rand de strain energie overal gelijk blijft.

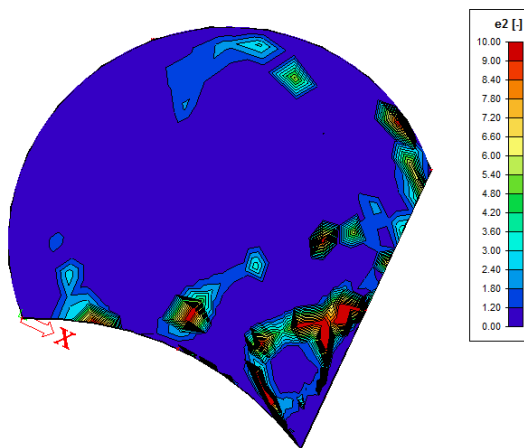
Excentriciteit van de normaalkracht

Hoofdrichting 1



Figuur 45, free form shell 2 excentriciteit hoofdrichting 1 Figuur 46, hoek van de hoofdrichting

Hoofdrichting 2

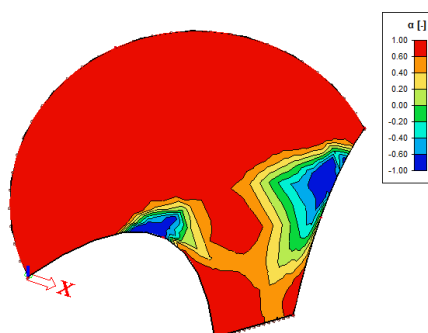


Figuur 47, free form shell 2 excentriciteit hoofdrichting 2

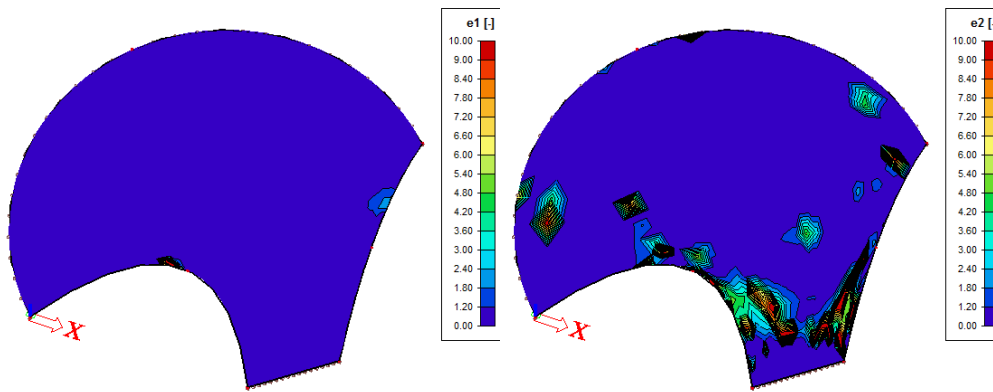
In beiden hoofdrichtingen (figuur 45 en 47) zijn niet veel excentriciteiten te zien. De meeste excentriciteiten bevinden zich tussen de 0 en 1.20 keer de dikte. In de eerste hoofdrichting (Figuur 45) zijn alleen aan de bovenkant van de parabolen uitschieters te zien. Dit kan komen omdat hier in de richting van de hoofdrichting veel buiging optreedt. In de tweede hoofdrichting (Figuur 47) zijn meer uitschieters te zien. Vooral rond de punt van de schaal ontstaan veel hele grote excentriciteiten. Ook rond parabolische randen zijn veel uitschieters te zien. Dit kan komen doordat de kromming daar steeds verschilt. Aan de ronde achterrand is ook een excentriciteit van 4.20 keer de dikte te zien.

Uit de bovenstaande checks kan worden geconcludeerd dat deze schaal op de meeste plaatsen het gewenste gedrag vertoont, namelijk alleen membrane strain energie. Echter treedt in de punt van de schaal nog veel buiging op wat ook uit de excentriciteiten te zien is. Een mogelijkheid om dit te verbeteren zou kunnen zijn om de parabool in de x-richting korter te laten doorlopen door als in de y-richting een recht stuk aan te brengen en om de cirkelvormige achterrand omhoog te brengen waardoor het minder schuin loopt. Een andere mogelijkheid is om de parabool in de x-richting minder naar binnen te laten hellen, waardoor de kromming in de punt een stuk geleidelijker loopt. Hieronder zijn de resultaten van deze twee opties weergegeven. Er is te zien dat bij optie 1 de bending strain energie afneemt en dat de grote van de excentriciteiten ook vermindert. Bij optie twee is te zien dat de strain energie bijna niet verschilt en de excentriciteiten op een aantal plaatsen juist groter worden.

Optie 1

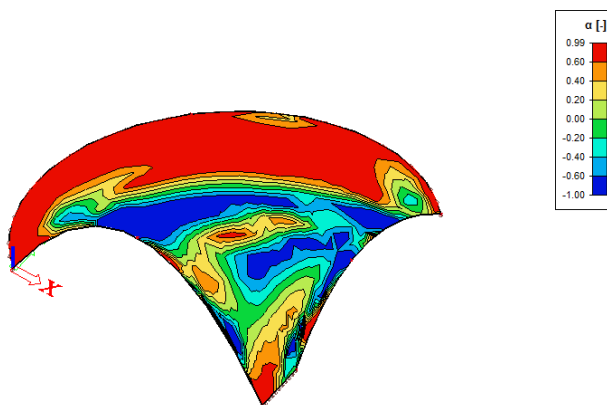


Figuur 48, free form shell stain energie verbeterd

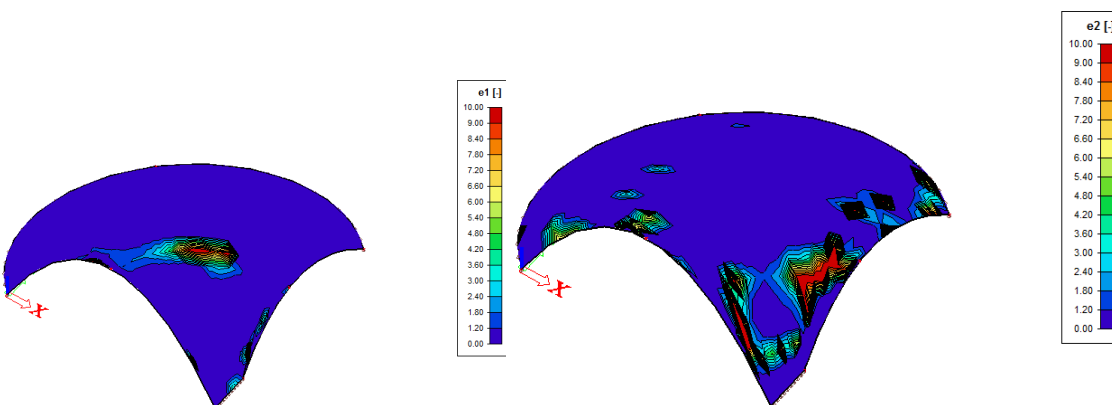


Figuur 49, free form shell excentriciteit hoofdrichting 1 en 2 verbeterd

Optie 2

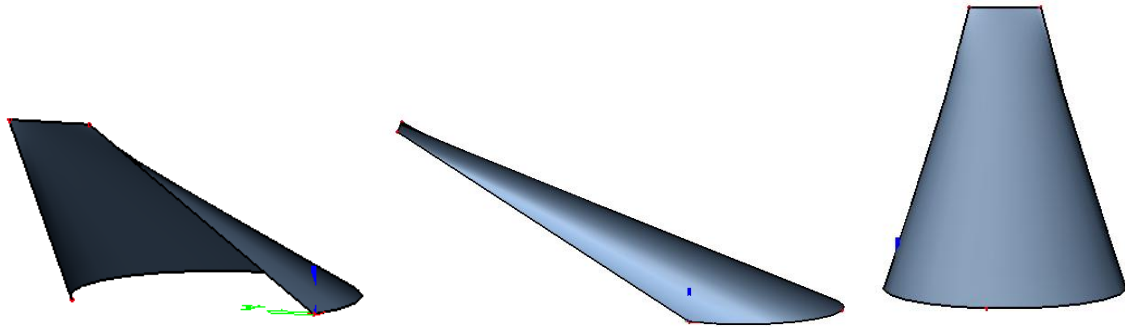


Figuur 50, free form shell strain energie verbeterd 2



Figuur 51, free form shell 2 excentriciteit hoofdrichting 1 en 2 verbeterd 2

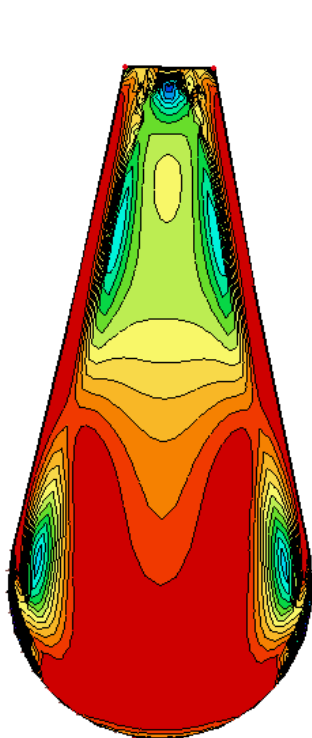
8.3 Free form shell 3



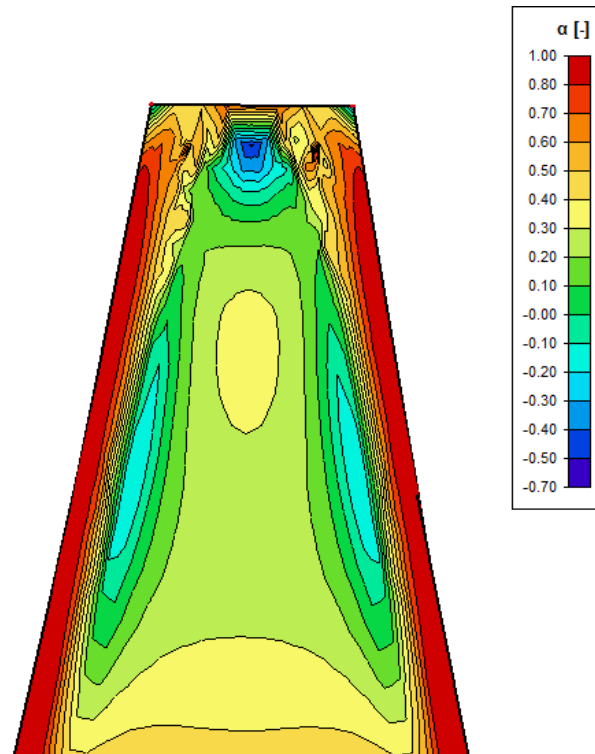
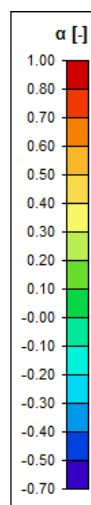
Figuur 52, free form shell 3, y-richting, x-richting

De derde free form shell is hier boven te zien (Figuur 52). Deze schaalconstructie heeft een cirkelvormig grondvlak en loopt verder in een punt omhoog. De binnen kant is hol. Het grondvlak heeft een straal van 6 m. Het uitkragende deel heeft een lengte van 20 meter in de x-richting en een maximale hoogte van 12 meter. Het uitkragende deel is aan de boven kant 4 meter breed en aan de onderkant 12 meter. De schaal is momentvast opgelegd over het gehele cirkelvormige oppervlak, is gemaakt van betonsoort C45/55 en heeft een dikte van 200 mm.

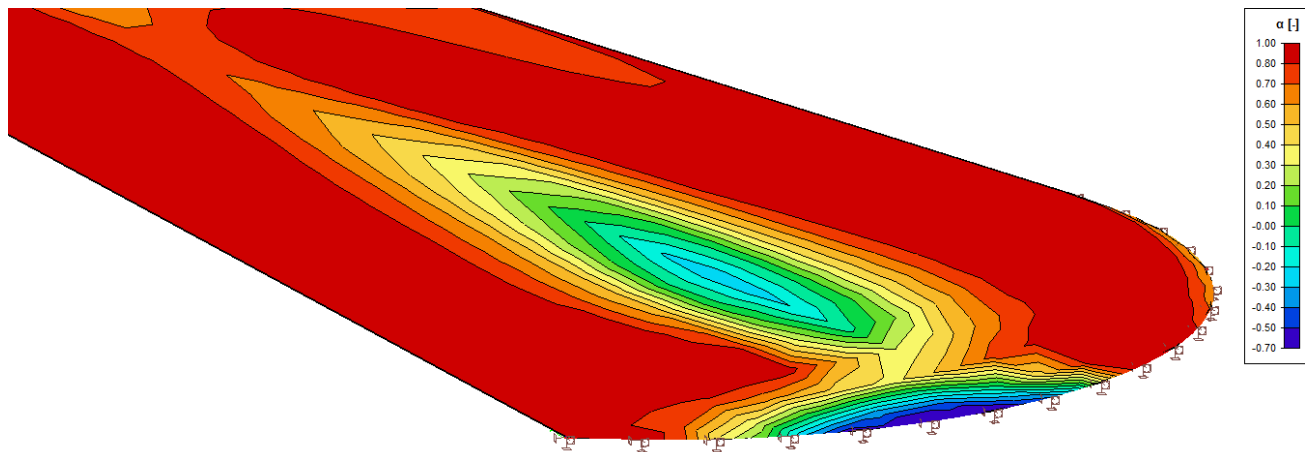
strain energie



Figuur 53, free form shell 3 strain energie



Figuur 54, free form shell 3 strain energie detail 1

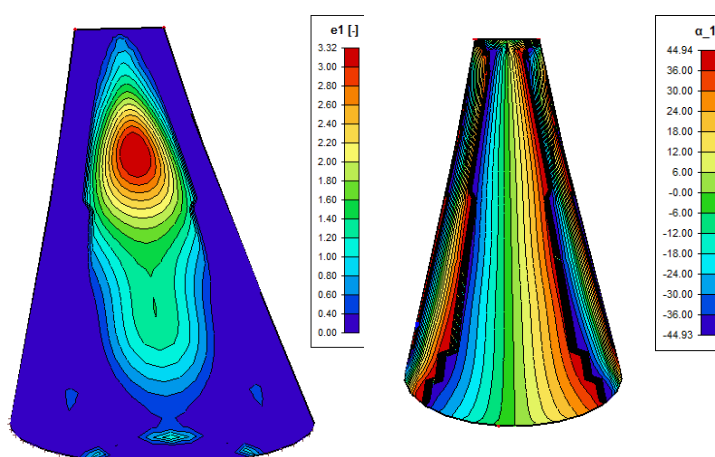


Figuur 55, free form shell 3 strain energie detail 2

In Figuur 53 is te zien dat op veel plaatsen de ratio van de strain energie 1 is, dit betekent dat er vooral membrane strain energie optreedt. Als er ingezoomd (Figuur 53) wordt op het bovenste deel van de constructie is te zien dat hier langs de randen alleen membrane strain energie optreedt. Terwijl de strain energie verder naar binnen eerst meer richting alleen bending strain energie gaat om vervolgens weer meer richting de membrane strain energie te gaan in het midden. Ook is hier te zien dat aan het uiteinde de membrane strain energie ook afneemt en dat hier in het midden bijna alleen bending strain energie optreedt. Als er wordt ingezoomd (Figuur 55) op de onderzijde van de constructie is te zien dat aan de onder randen bending strain energie zit aan beiden kant. Een stukje hoger is ook een piek in de bending strain energie te zien. Deze pieken worden veroorzaakt door de grote momenten die optreden door het uitkragende karakter van de schaal. Aan het uiterste einde van het cirkelvormige grondvlak is ook een kleine afname te zien in de membrane strain energie. Dit is echter verwaarloosbaar vergeleken met de andere plaatsen.

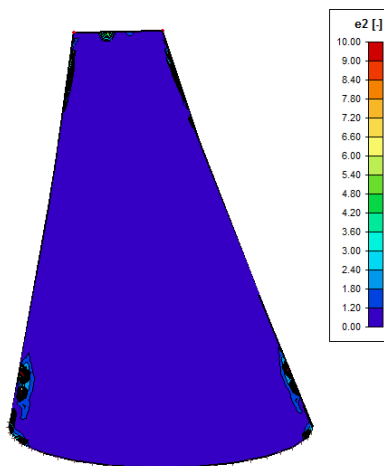
Excentriciteit van de normaal kracht

Hoofdrichting 1

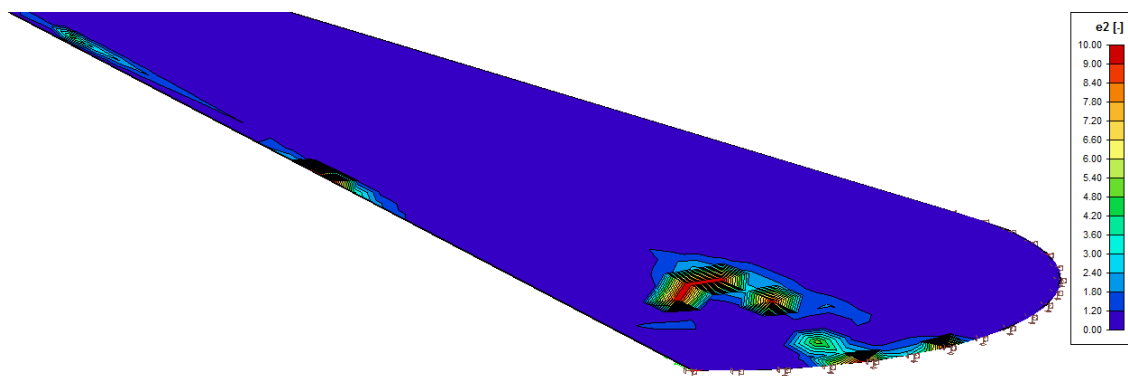


Figuur 56, free form shell 3 excentriciteit hoofdrichting 1 en hoek van de hoofdrichting

Hoofdrichting 2



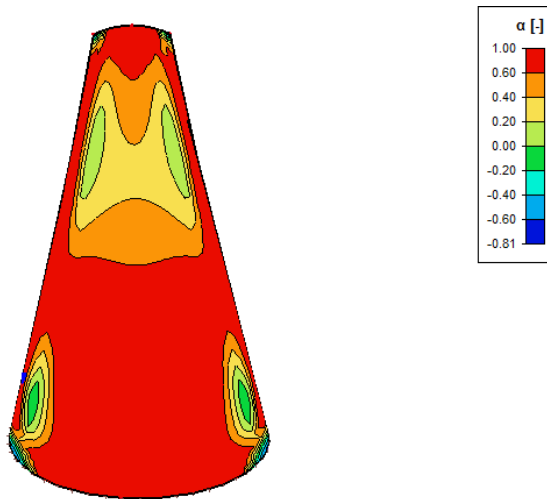
Figuur 57, free form shell 3 excentriciteit hoofdrichting 2



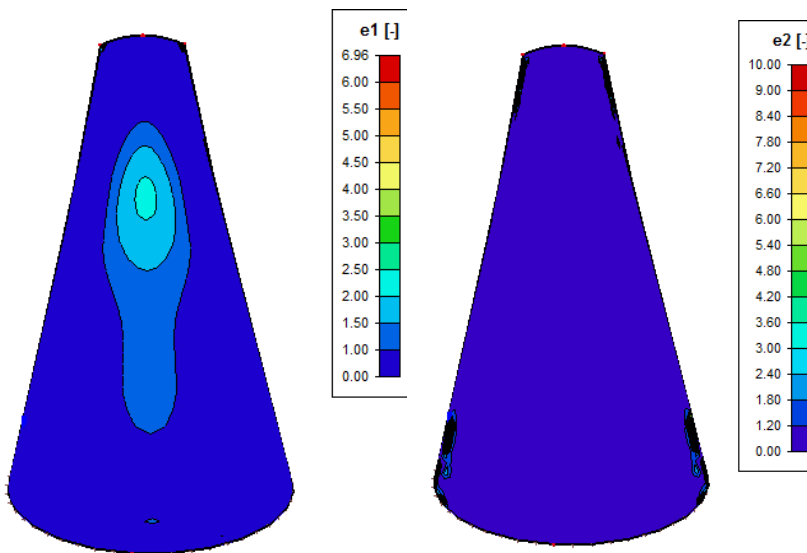
Figuur 58, free form shell excentriciteit hoofdrichting 2 detail

Bij deze schaal liggen de excentriciteiten bijna overal tussen de 0 en de 1.20. In de eerste hoofdrichting (Figuur 56) loopt de excentriciteit op naar mate je verder naar het midden en verder naar het uiteinde van de constructie gaat. In de tweede hoofdrichting (Figuur 57) bevinden de grootste excentriciteiten zich aan de randen. De excentriciteiten zijn vooral groot in de buurt van de randen waar het cirkelvormige grondvlak overgaat in de uitkraging (zie Figuur 58). Deze excentriciteiten lopen op tot 10 keer de dikte of meer. Ook aan randen van de bovenkant zijn de excentriciteiten heel groot.

Uit de bovenstaande checks valt op te maken dat er een aantal specifieke plaatsen zijn waar de constructie zich niet goed gedraagt. Dit is in het midden aan de bovenzijde van de uitkraging en aan de onderzijde bij het grond vlak waar de opleggingen zitten. Mogelijkheden om dit te verbeteren zouden kunnen zijn om de bovenrand parabolisch te laten verlopen in plaats van recht, waardoor er meer kromming in het bovenste deel komt. Hier onder de resultaten met deze aanpassing (zie figuur 57 en 58). Er is te zien dat door deze aanpassing de buiging strain energie afneemt en ook de excentriciteit neemt af waar door de constructie zich beter gedraagt.



Figuur 59, free form shell 3 strain energie verbeterd



Figuur 60, free form shell 3 excentriciteit hoofdrichting 1 en 2 verbeterd

Conclusie

Uit dit hoofdstuk kan worden opgemaakt dat met behulp van de strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht, tijdens het ontwerpen van een schaal een goed inzicht kan worden verkregen in waar in een schaal grote momenten en bending strain energie optreden. Hierdoor kunnen snel aanpassingen worden bedacht en geïmplementeerd.

9. Conclusie

Uit de dit rapport zijn de volgende conclusies te trekken:

Het is mogelijk om op een eenvoudige manier met SCIA Engineer zelf kengetallen te programmeren, dit vereist echter wel enige oefening en kennis van programmeren.

De uitkomsten, van de geprogrammeerde ratio van de strain energie in SCIA Engineer, komen kwalitatief overeen met wat Qingpeng Li en P. Schuddeboom hebben gevonden. De ratio van de strain energie geeft een goed inzicht in waar in de schaal zich bending strain energie bevindt, veroorzaakt door momenten. Dit is zeer nuttig omdat bending strain energie ongewenst is in een schaal. Daarom is deze check goed om tijdens het ontwerpproces toe te passen, om zo ongewenste vervorming door momenten tegen te gaan.

Door de excentriciteit van de normaalkracht uit te drukken als ratio van de dikte van de schaal wordt een goed beeld verkregen van waar de excentriciteit te groot is en waar hij wel binnen de grenzen van $1/6$ maal de dikte valt. Ook kan worden geconcludeerd dat door het weergeven van de hoek van de hoofdrichtingen een beter inzicht wordt verkregen in welke globale richting de hoofdrichting werkt. Hierdoor worden de plots makkelijker te interpreteren. Met de excentriciteit van de normaalkracht is goed te zien waar de momenten ongewenst hoog zijn en hoe de geometrie van de constructie kan worden aangepast om dit te verbeteren. Het enige nadeel van deze methode is dat de richting van waarin het moment werkt niet te zien is, doordat de absolute waarde is genomen.

Over de gaussian curvature en de verandering in gaussian curvature kan worden geconcludeerd dat de check in huidige vorm niet geschikt is voor algemeen gebruik. Ook kan worden opgemaakt dat het uit te voeren programma sneller gemaakt moet worden om zo meer knopen te kunnen analyseren, waardoor een hogere nauwkeurigheid kan worden bereikt. Uit de analyse van de platte schalen kan worden geconcludeerd dat de verandering van de gaussian curvature heel klein is. Hierdoor is een hoge nauwkeurigheid vereist om in-extensionele vervormingen te spotten.

Uit de analyse van de free forms shells is op te maken dat de combinatie van strain energie en excentriciteit van de normaalkracht, tijdens het ontwerpproces een goed inzicht geeft in waar de zwakke plekken van de schaalconstructie zich bevinden. Ook geven deze checks een goed inzicht in wat eventuele aanpassingsmogelijkheden zijn om momenten en bending strain energie tegen te gaan.

10. Aanbevelingen

Vanuit dit onderzoek en de conclusies die daar uitvloeien worden de volgende aanbevelingen gedaan om de werking van de open checks functie voor schalen te verbeteren en om met de check's nog betere inzichten te krijgen tijdens het ontwerpen van schalen.

Voor schaalconstructies zouden ook de spanning en rek moeten kunnen worden opgeroepen in de te programmeren check's. Ook moeten een uitgebreider pakket mathematische tools worden toegevoegd aan SCIA Design forms. En moeten de plot mogelijkheden voor omwentelingslichamen worden verbeterd.

De strain energie en de excentriciteit van de normaalkracht kunnen worden gebruikt tijdens het ontwerpproces en er moet worden onderzocht hoe deze grootheden te combineren zijn met bijvoorbeeld de spanning in een schaal.

Er moet meer onderzoek gedaan worden naar de verandering van de gaussian curvature, omdat de uitkomst hiervan nuttige informatie over de eigenschappen oplevert voor het ontwerpproces. Hierbij moet vooral gekeken worden naar aanpassingen op het lokale assenstelsel en het sneller maken van het programma. Ook moet gekeken worden naar de nauwkeurigheid van de check omdat de verandering van de gaussian curvature heel klein is.

Literatuurlijst

A.B. Ivanov. (2011, 27). *Fundamental forms of a surface*. Opgeroepen op 6 1, 2016, van Encyclopedia of Mathematics: https://www.encyclopediaofmath.org/index.php/Fundamental_forms_of_a_surface

Berghe, P. D. (2007). *Numerieke Methodes in de Algebra*. Opgeroepen op 5 25, 2016, van ilona.ugent: <http://www.ilona.ugent.be/theorie/guido/H2.pdf>

C. Vuik, P. B. (2006). *numerieke methoden voor Differentiaalvergelijkingen*. VSSD.

Hoogenboom, P. (2016, Maart). Notes on Shell Structures, dictaat CT5143. Delft: TU Delft.

Jia, Y.-B. (2015, 11 3). Gaussian curvature, handout Com S 477/577. Ames: Iowa State University.

Li, Q. (2016, April).

Schuddeboom, P. (2014). *New Ways of Representing Finite Element Results of shell structures, afstudeer rapport*. Delft: Tu Delft.

SCIA. (sd). *help.scia.net*. Opgeroepen op april 24, 2016, van SCIA.net: http://help.scia.net/webhelplatest/en/#pvt/open_checks_sdf/open_checks_link_with_scia_design_forms.htm%3FTocPath%3DOpen%2520Checks%253A%2520Link%2520with%2520SCIA%2520Design%2520Forms%7C_____0

Steenbergen, C. (2014, April). Nauwkeurigheid van schaalementen in SCIA Engineer, bachelor eindwerk. Delft: TU Delft.

WELLEMANN, H. (2015). *STRUCTURAL MECHANICS 4 module: work and energy methods, dictaat CIE3109*. Delft: TU Delft.

Wikipedia. (2016, April 20). *Eindige-elementenmethode*. Opgeroepen op April 26, 2016, van Wikipedia : <https://nl.wikipedia.org/wiki/Eindige-elementenmethode>

Bijlagen

bijlage 1. Strain energie check code

De code zoals voor de strain energie check zoals deze geprogrammeerd is in SCIA Design forms.

```
TEXT("Strain Energy check ");
TEXT("berekende variabelen ");
```

```
ε↓x← = (1/(E*t))*(n↓x←-v*n↓y←);
ε↓y← = (1/(E*t))*(n↓y←-v*n↓x←);
γ↓xy← = ((2*(1+v))/(E*t))*n↓xy←;
κ↓x← = (12/(E*t↑3←))*(m↓xx←-v*m↓yy←);
κ↓y← = (12/(E*t↑3←))*(m↓yy←-v*m↓xx←);
ρ↓xy← = (24*(1+v)/(E*t↑3←))*m↓xy←;
γ↓xz← = (12/5)*((1*v)/(E*t↑3←))*q↓x←;
γ↓yz← = (12/5)*((1*v)/(E*t↑3←))*q↓y←;
```

```
TEXT("Membrane strain energy ");
E↓sm← = 0.5*n↓x←*ε↓x←+0.5*n↓xy←*γ↓xy←+0.5*n↓y←*ε↓y←;
```

```
TEXT("Bending strain energy ");
E↓sb← =
0.5*m↓xx←*κ↓x←+0.5*m↓xy←*ρ↓xy←+0.5*m↓yy←*κ↓y←+0.5*q↓x←*γ↓xz←+0.5*q↓y←*
γ↓yz←;
```

```
TEXT("Total strain energy ");
E↓total← = E↓sm←+E↓sb←;
```

```
TEXT("Check ");
α = (E↓sm←-E↓sb←)/(E↓sm←+E↓sb←);
```

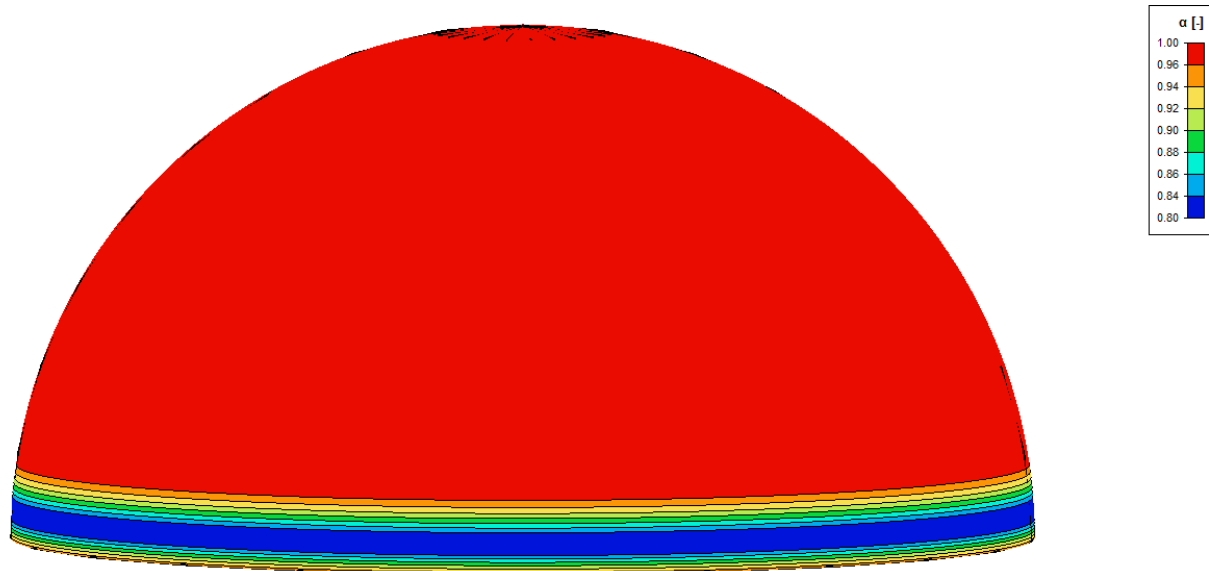
In te voeren ESA_ID's:

E	Point.Material.EC.Ecm
E↓sb←	Result.2
E↓sm←	Result.3
E↓total←	Result.4
m↓xx←	InternalForces.mx
m↓xy←	InternalForces.mxy
m↓yy←	InternalForces.my
n↓x←	InternalForces.nx
n↓xy←	InternalForces.nxy
n↓y←	InternalForces.ny
q↓x←	InternalForces.qx
q↓y←	InternalForces.qy
t	Point.H
v	Point.Material.EC.Poisson
α	Result.1

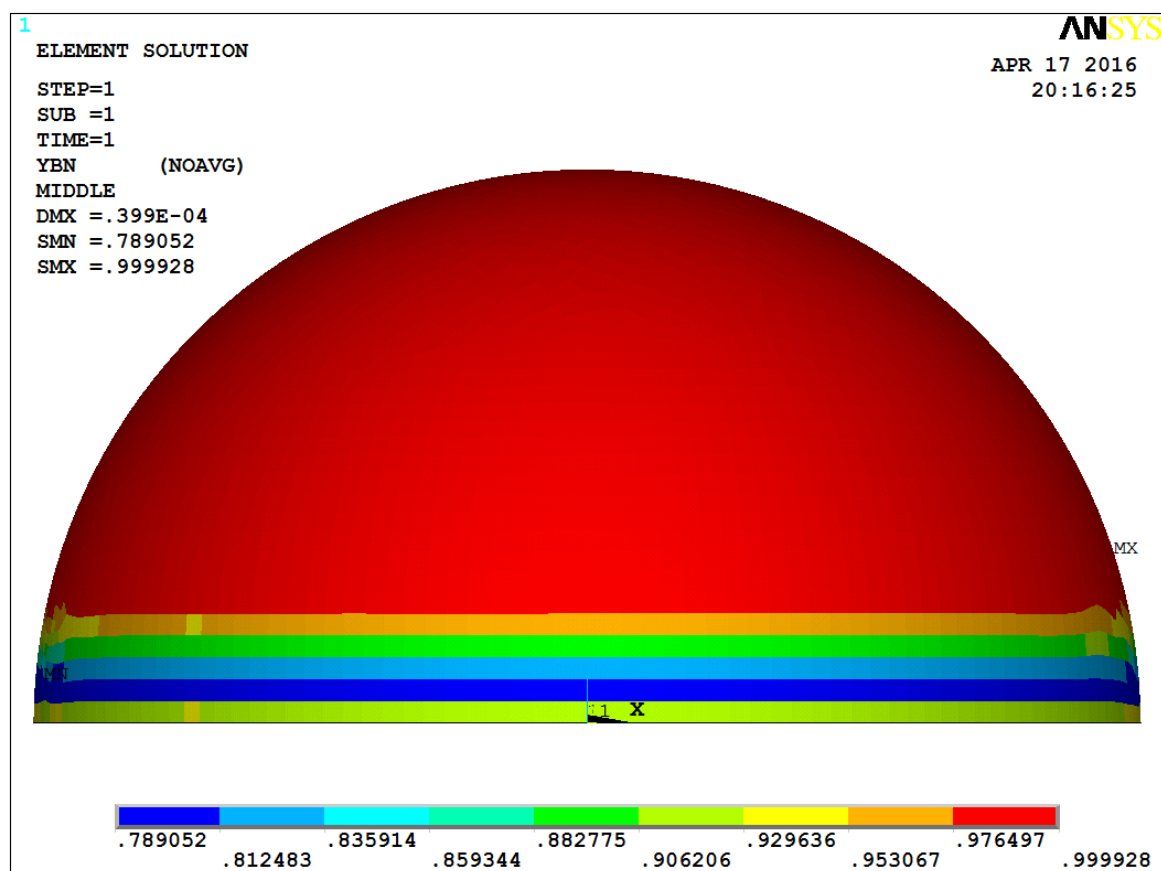
Bijlage 2. Strain energie

De resultaten van de strain energie check uitgevoerd in SCIA Engineer en de resultaten van P.Schuddeboom en Qingpeng Li.

Halve bol

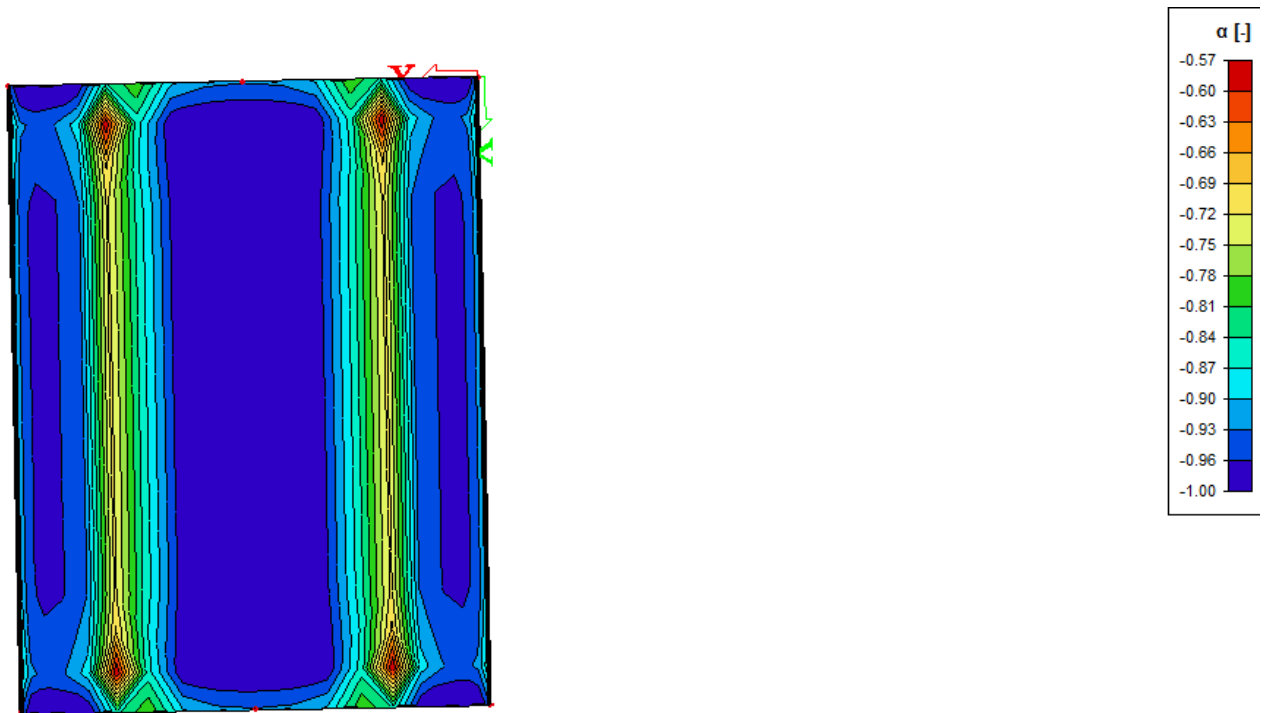


Strain energie uit SCIA model

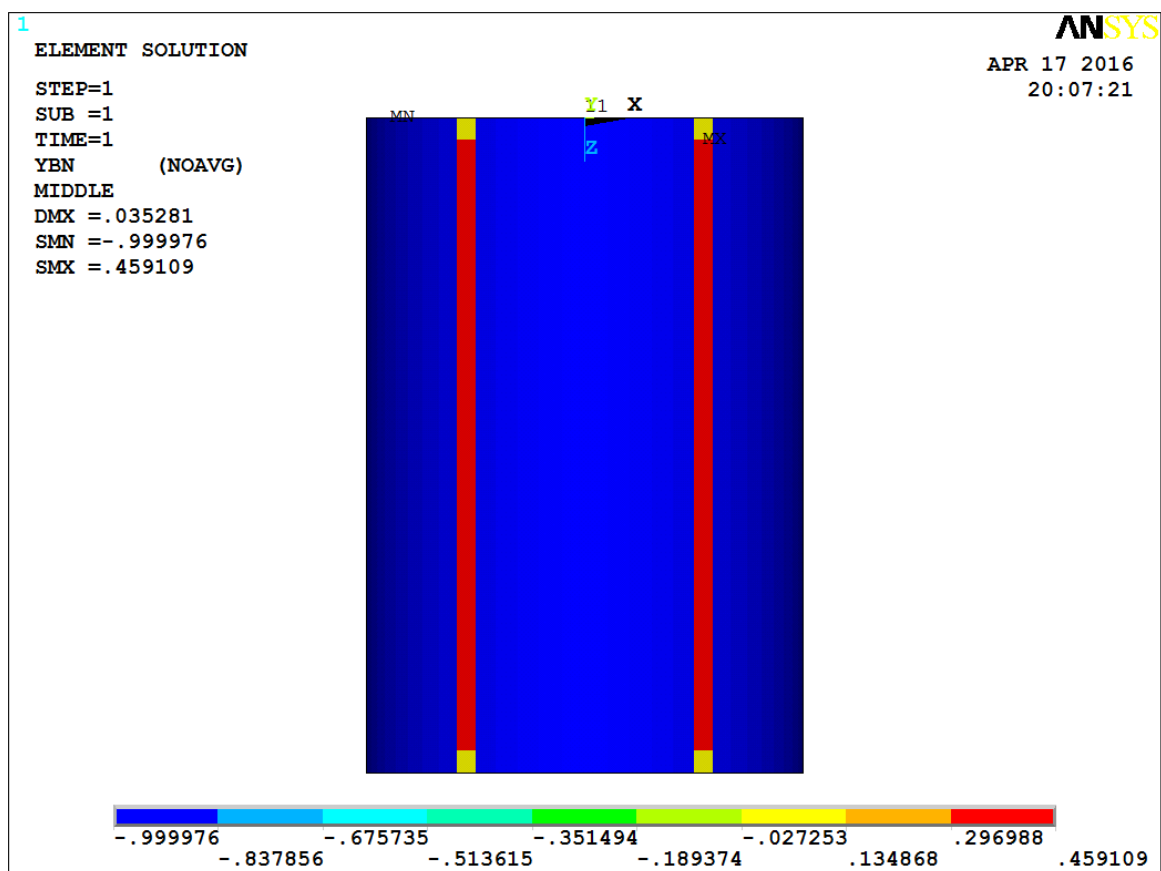


Strain energie Qingpeng Li

Halve cilinder

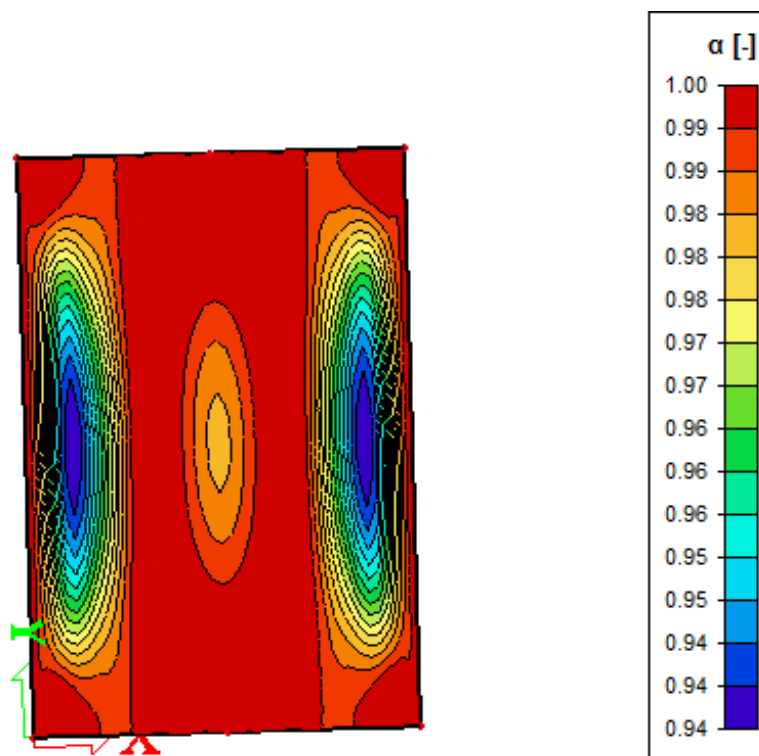


Strain energie uit SCIA model

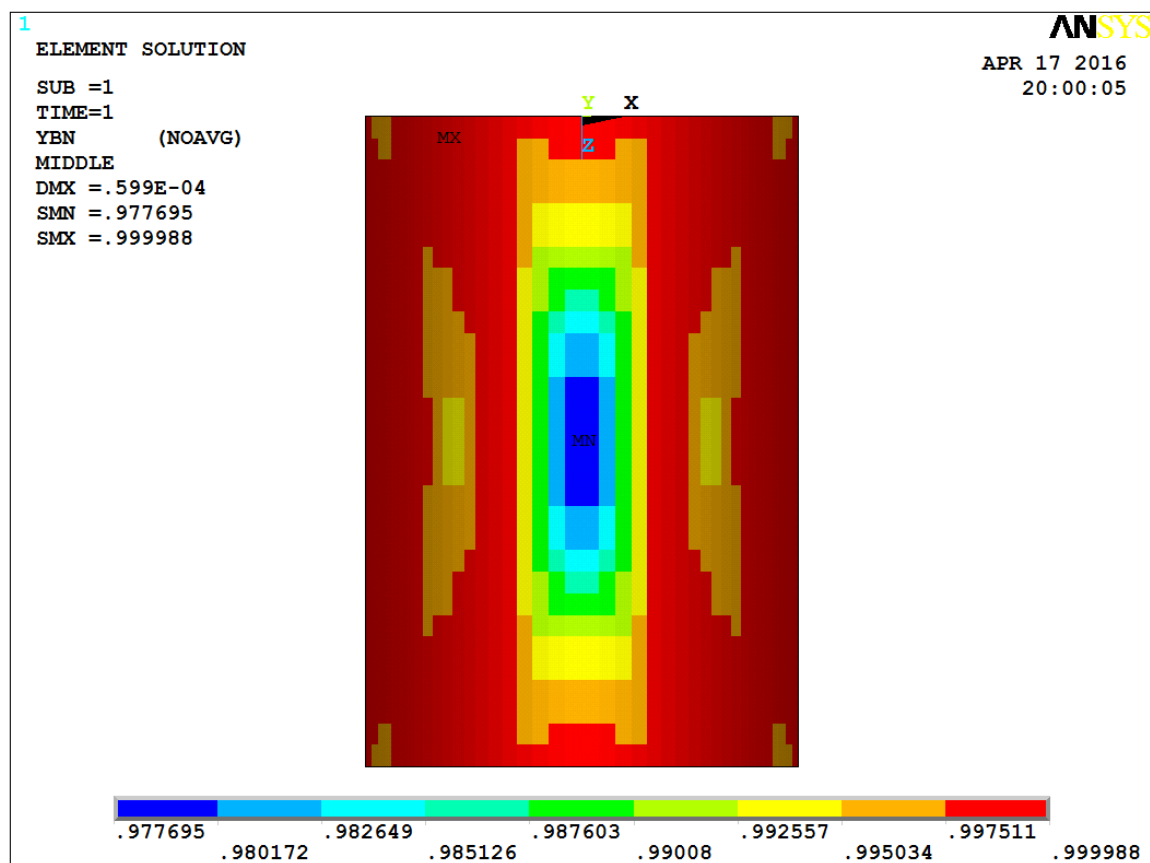


Strain energie Qingpeng Li.

Kettinglijn

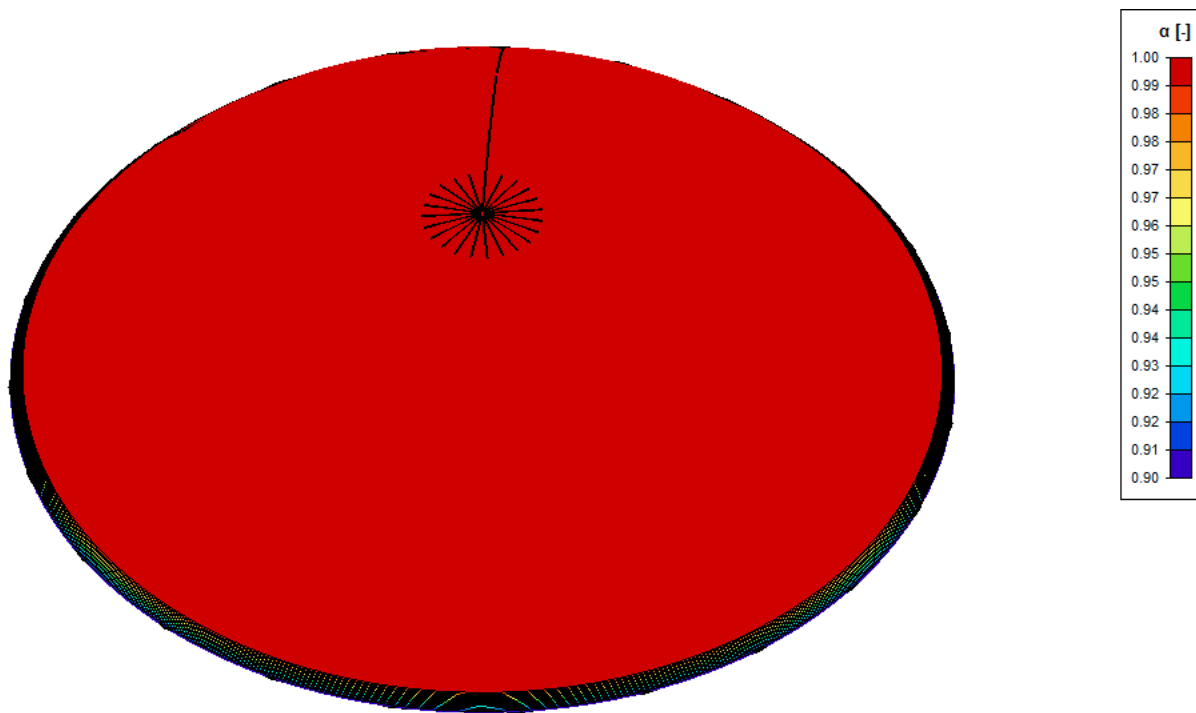


Strain energie uit SCIA model

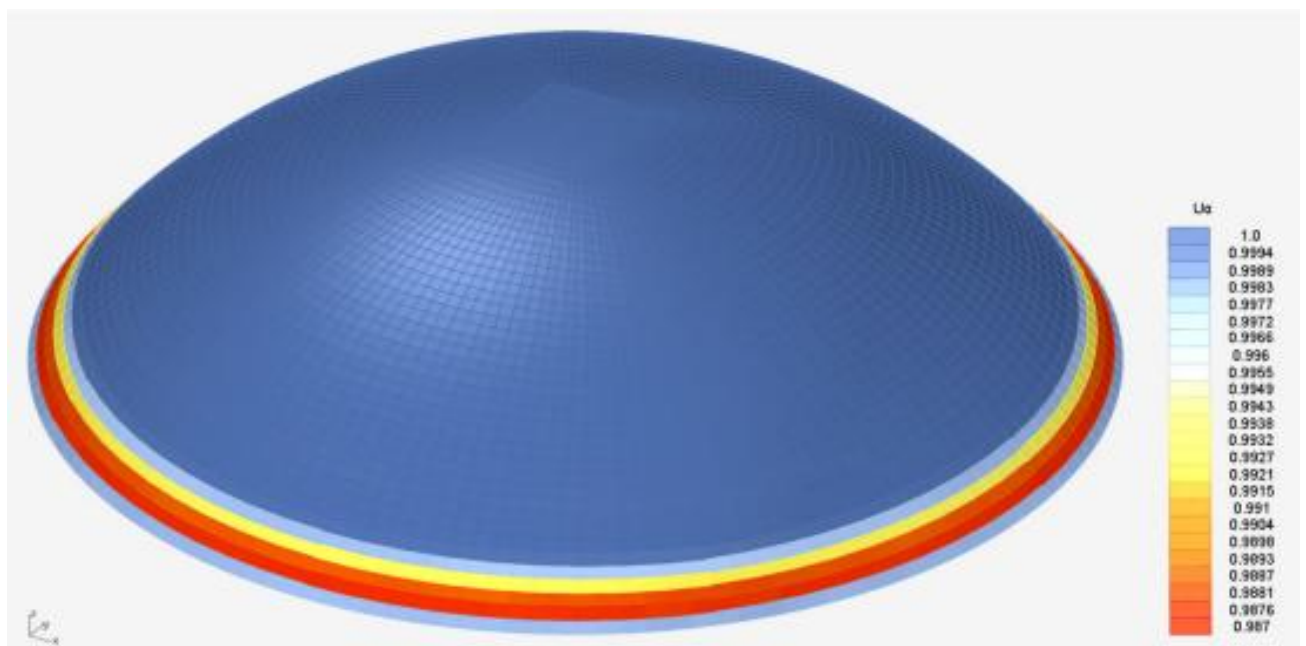


Strain energie Qingpeng Li

Ellips



Strain energie uit SCIA Engineer



Strain energie P. Schuddeboom

Bijlage 3. Excentriciteit van de normaalkracht check code

De code voor de excentriciteit van de normaalkracht zoals deze is geprogrammeerd in SCIA Design forms.

```
TEXT("principle Directions ");
N↓1←=((n↓xx←+n↓yy←)/2)-sqrt(((n↓xx←-n↓yy←)↑2←+4*(n↓xy←)↑2←))/2;
N↓2←=((n↓xx←+n↓yy←)/2)+sqrt(((n↓xx←-n↓yy←)↑2←+4*(n↓xy←)↑2←))/2;

TEXT("hoek principle direction ");
α↓1←=(arctg(-(2*n↓xy←)/(n↓xx←-n↓yy←)))/2;
α↓2←=α↓1←+90;

TEXT("normal force principle direction ");
M↓1←=((m↓xx←+m↓yy←)/2)+((m↓xx←-m↓yy←)/2)*cos(2*α↓1←)-m↓xy←*sin(2*α↓1←);
M↓2←=((m↓xx←+m↓yy←)/2)+((m↓xx←-m↓yy←)/2)*cos(2*α↓2←)-m↓xy←*sin(2*α↓2←);

TEXT("exentriciteit ");

IF((abs(M↓1←)/(abs(N↓1←)))/t > 10) { double e1 = 10; }
ELSE { double e1 = (abs(M↓1←)/(abs(N↓1←)))/t; }
IF((abs(M↓2←)/(abs(N↓2←)))/t > 10) { double e2 = 10; }
ELSE { double e2 = (abs(M↓2←)/(abs(N↓2←)))/t; }

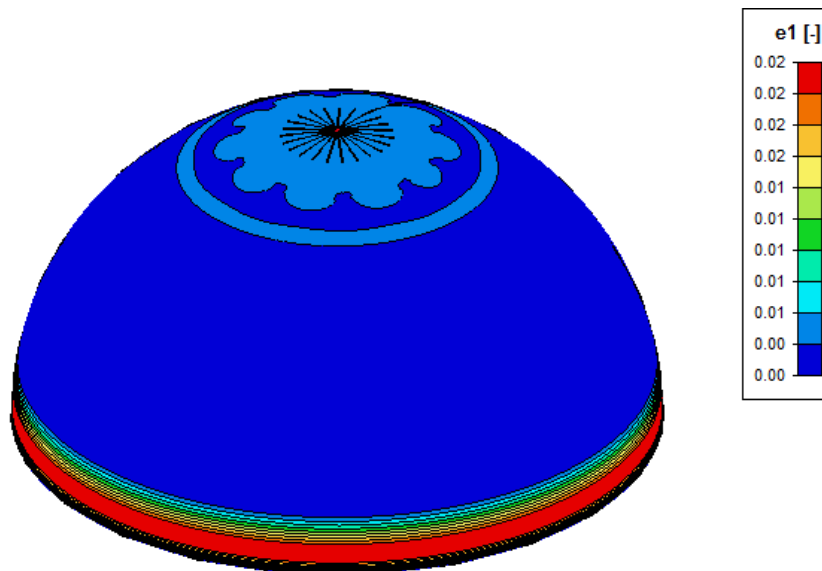
In te voeren ESA_ID's:
e1          Result.1
e2          Result.2
m↓xx←      InternalForces.mx
m↓xy←      InternalForces.mxy
m↓yy←      InternalForces.my
n↓xx←      InternalForces.nx
n↓xy←      InternalForces.nxy
n↓yy←      InternalForces.ny
t          Point.H
α↓1←      Result.3
α↓2←      Result.4
```

Bijlage 4. Excentriciteit van de normaalkracht

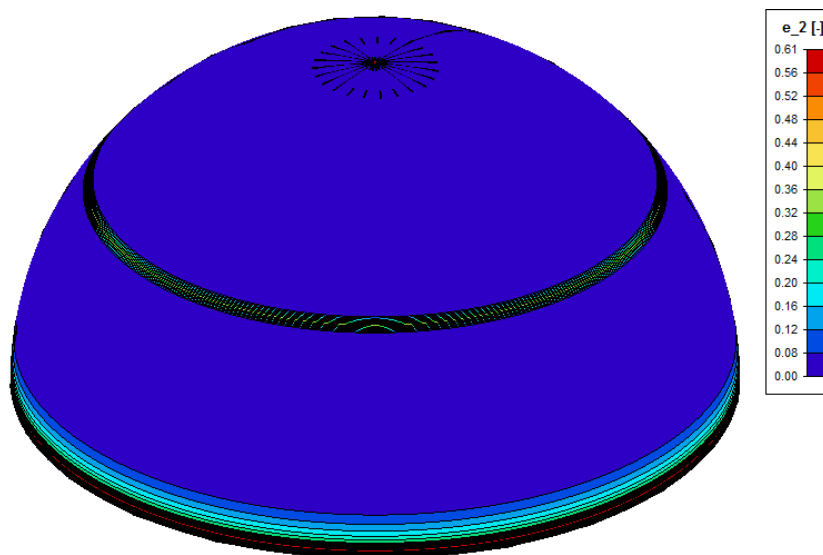
De excentriciteit van de normaalkracht zoals verkregen uit de check voor de excentriciteit van de normaalkracht.

Halve bol

hoofdriching 1

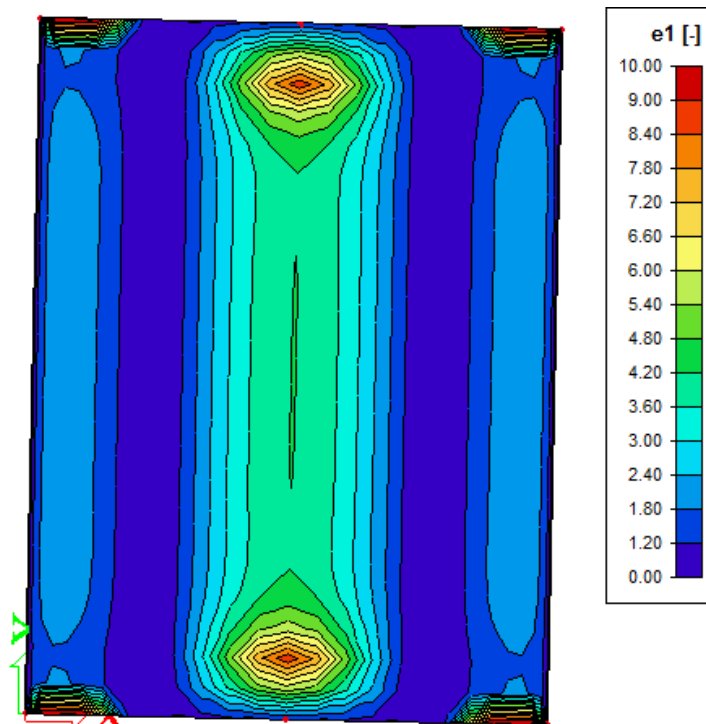


Hoofdriching 2

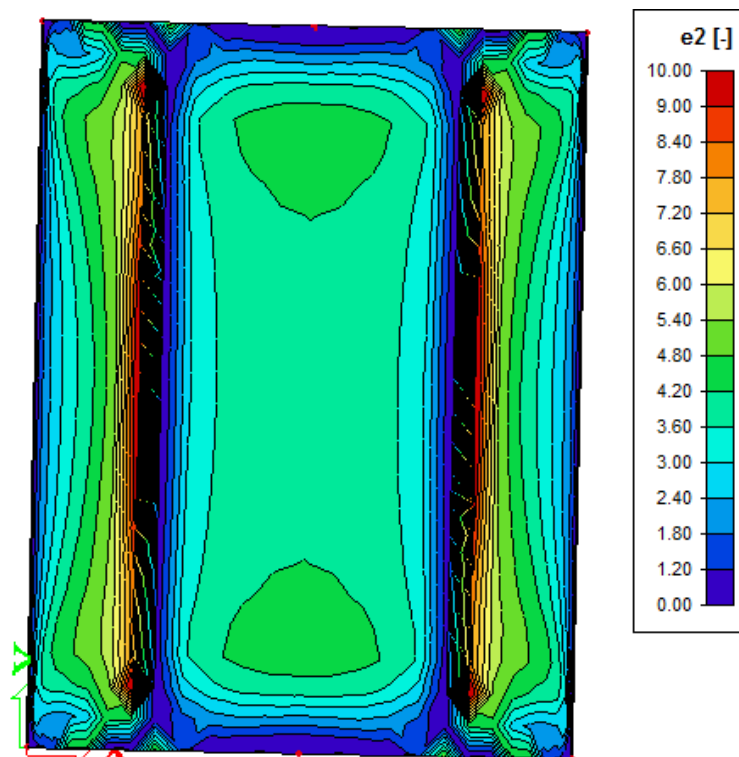


Halve cilinder

hoofdrichting 1

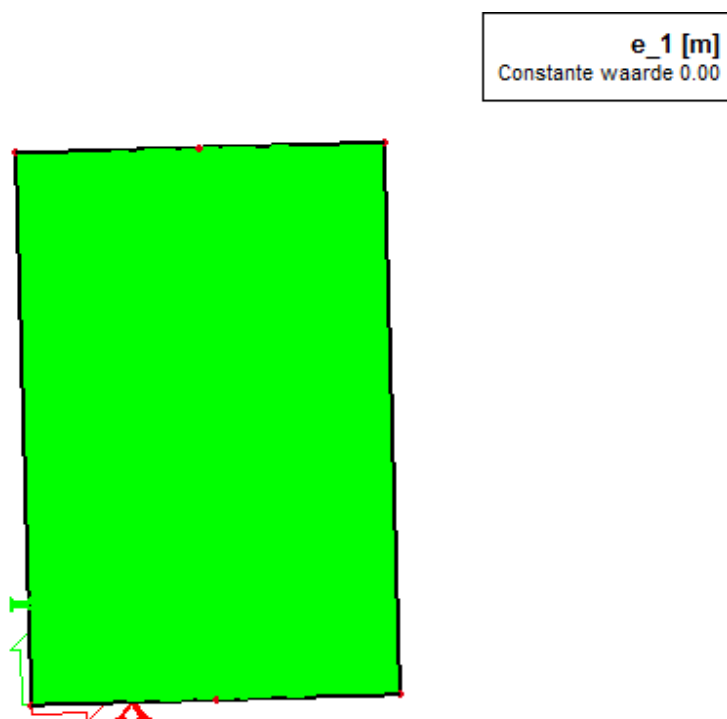


hoofdrichting 2

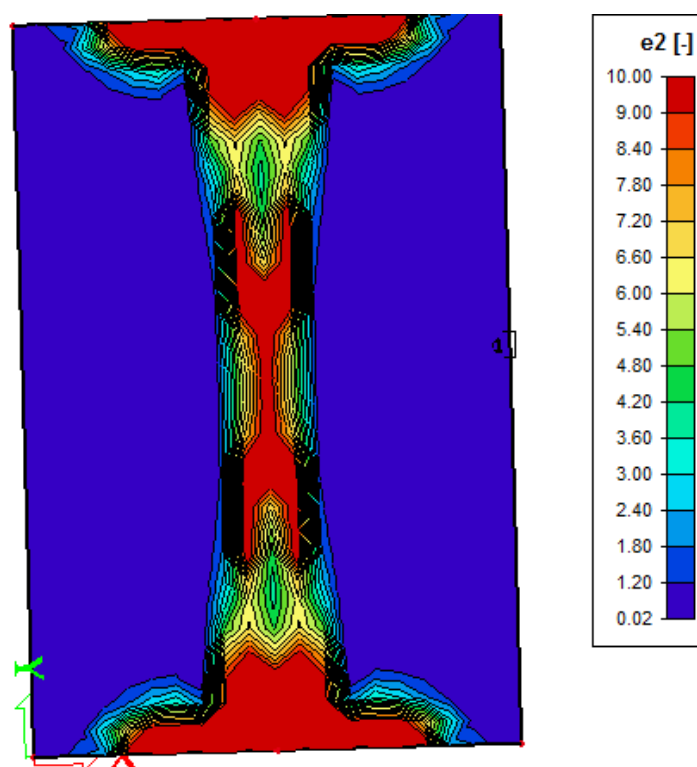


Kettinglijn

hoofdrichting 1

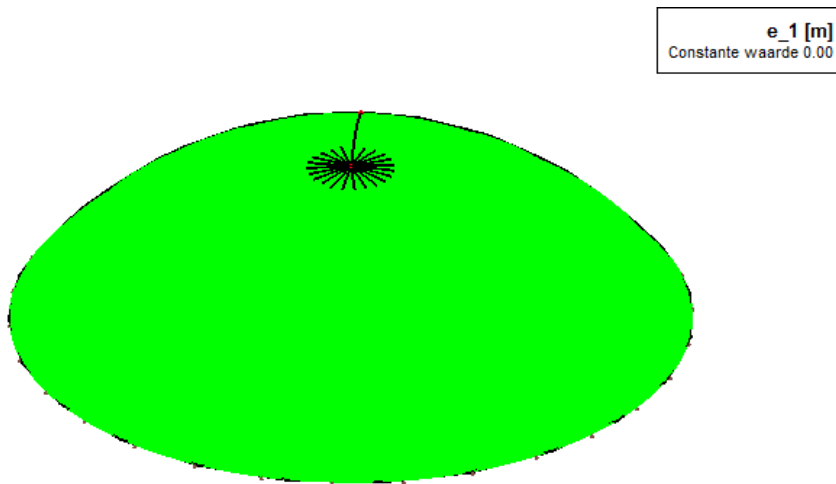


hoofdrichting 2

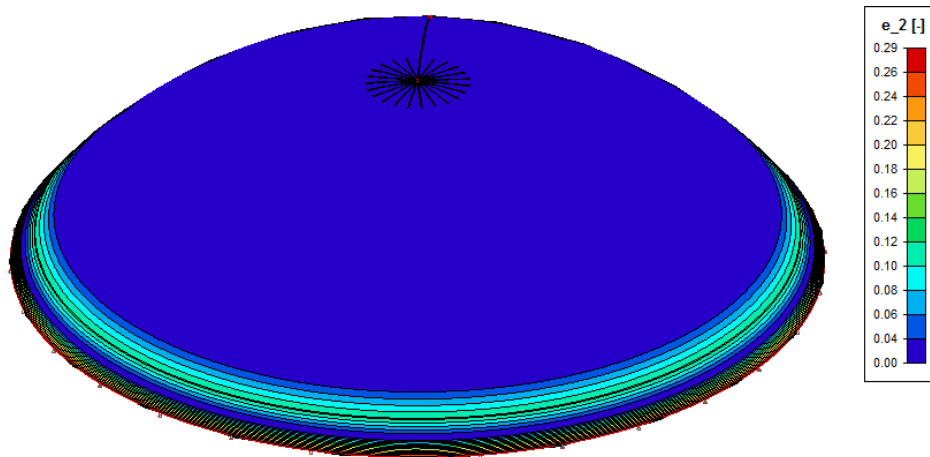


Ellips

Hoofdrichting 1

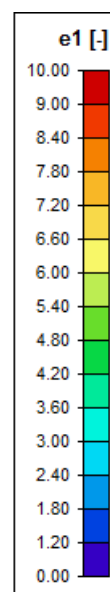
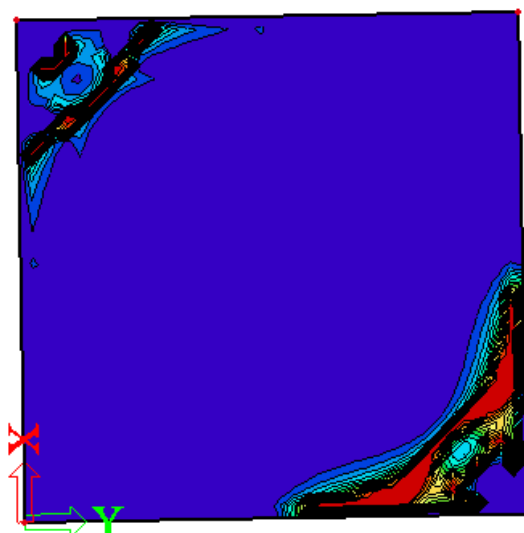


Hoofdrichting 2

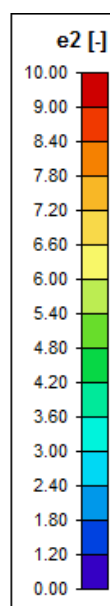
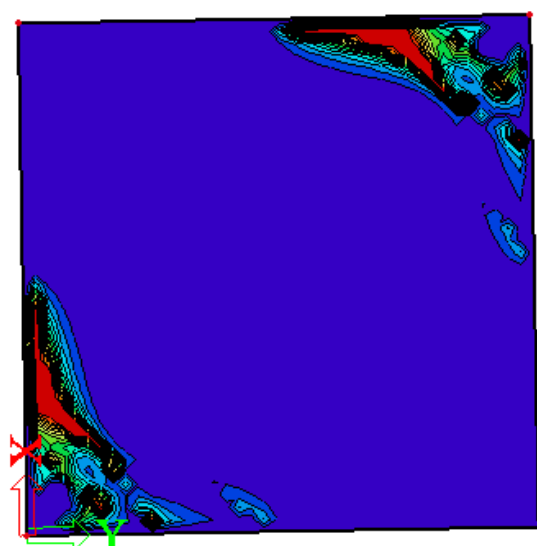


Hypar

Hoofdrichting 1



Hoofdrichting 2



bijlage 5. Gaussian curvature check code

De code voor de gaussian curvature check zoals geprogrammeerd in SCIA Design forms.

```
double[] X = new double[];
double[] Y = new double[];
double[] Z = new double[];
double[] a = new double[];
double[] x1 = new double[];
double[] y1 = new double[];
double[] z1 = new double[];
double[] p1 = new double[];
object[] α = new object[];
object M = new Matrix(6, 6);
object m = new Matrix(6, 6);

TEXT(" 5 dichtsbijzijnde punten");
FOR(i, 0, double punten) {
    X[i] = IO.Member2D.Point[i].X;
    Y[i] = IO.Member2D.Point[i].Y;
    Z[i] = IO.Member2D.Point[i].Z; }

s = 0.5;
WHILE(GetLength(a) < 6) {
    FOR(j, 0, GetLength(X)) {
        IF(sqrt((x-X[j])2+(y-Y[j])2+(z-Z[j])2) <= s && j != p1[0] && j != p1[1] && j != p1[2] &&
j != p1[3] && j != p1[4] && j != p1[5]) {
            af = sqrt((x-X[j])2+(y-Y[j])2+(z-Z[j])2);
            a.Add(af);
            p1.Add(j);
            x1.Add(X[j]);
            y1.Add(Y[j]);
            z1.Add(Z[j]); }
        IF(GetLength(a) == 6) { Break(); } }
    IF(GetLength(a) == 6) { Break(); }
    ELSE { s = s+0.1; } }

TEXT("matrix maken ");
FOR(i, 0, 5) {
    M[i][0] = (x1[i])2;
    M[i][1] = x1[i]*y1[i];
    M[i][2] = (y1[i])2;
    M[i][3] = x1[i];
    M[i][4] = y1[i];
    M[i][5] = 1; }

TEXT("swap rows ");
FOR(n, 0, 5) {
    double r = 0;
    IF(n < 5) {
        IF(abs(M[n][0]) == abs(M[n][1])) { double r = 1; } }
    IF(M[n][n] == 0) {
```

```

    IF(n < 1 && M[n+5][n] != 0) { r = 5; }
    IF(n < 2 && M[n+4][n] != 0) { r = 4; }
    IF(n < 3 && M[n+3][n] != 0) { r = 3; }
    IF(n < 4 && M[n+2][n] != 0) { r = 2; }
    IF(M[n+1][n] != 0) { r = 1; } }
double swap_z = z1[n];
z1[n] = z1[n+r];
z1[n+r] = swap_z;
FOR(p, 0, 5) {
    double swap = M[n][p];
    M[n][p] = M[n+r][p];
    M[n+r][p] = swap; } }

TEXT("matix oplossen ");
FOR(k, 0, 4) {
    FOR(i, k+1, 5) {
        m[i][k] = M[i][k]/M[k][k];
        IF(IsNaN(m[i][k])) { m[i][k] = 0; }
        IF(IsInfinity(abs(m[i][k]))) { m[i][k] = 0; }
        M[i][k] = 0;
        FOR(j, k+1, 5) {
            M[i][j] = M[i][j]-m[i][k]*M[k][j]; }
        z1[i] = z1[i]-m[i][k]*z1[k]; } }

IF(IsNaN(z1[5]/M[5][5]) || IsInfinity(abs(z1[5]/M[5][5]))) {  $\alpha[5] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[5] = z1[5]/M[5][5]$ ; }
IF(IsInfinity(1/M[4][4])) {  $\alpha[4] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[4] = (1/M[4][4])*(z1[4]-(\alpha[5]*M[4][5]))$ ; }
IF(IsInfinity(1/M[3][3])) {  $\alpha[3] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[3] = (1/M[3][3])*(z1[3]-(\alpha[5]*M[3][5]+\alpha[4]*M[3][4]))$ ; }
IF(IsInfinity(1/M[2][2])) {  $\alpha[2] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[2] = (1/M[2][2])*(z1[2]-(\alpha[5]*M[2][5]+\alpha[4]*M[2][4]+\alpha[3]*M[2][3]))$ ; }
IF(IsInfinity(1/M[1][1])) {  $\alpha[1] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[1] = (1/M[1][1])*(z1[1]-(\alpha[5]*M[1][5]+\alpha[4]*M[1][4]+\alpha[3]*M[1][3]+\alpha[2]*M[1][2]))$ ; }
IF(IsInfinity(1/M[0][0])) {  $\alpha[0] = 0$ ; } ELSE {  $\alpha[0] = (1/M[0][0])*(z1[0]-(\alpha[5]*M[0][5]+\alpha[4]*M[0][4]+\alpha[3]*M[0][3]+\alpha[2]*M[0][2]+\alpha[1]*M[0][1]))$ ; }

TEXT("vlak functie ");
double x2 = x;
double y2 = y;
double h = 0.1;
double f(double x2, double y2) {
    z =  $\alpha[0]*x2^2 + \alpha[1]*x2*y2 + \alpha[2]*y2^2 + \alpha[3]*x2 + \alpha[4]*y2 + \alpha[5]$ ;
    return z; }
double z = f(x2, y2);

TEXT("afgeleiden ");

double fx(double x2, double y2, double h) {
    fx = (f(x2+h, y2)-f(x2-h, y2))/(2*h);
    return fx; }
double fy(double x2, double y2, double h) {
    fy = (f(x2, y2+h)-f(x2, y2-h))/(2*h);
    return fy; }
double fxx(double x2, double y2, double h) {

```

```

    fxx = (f(x2+h, y2)-2*f(x2, y2)+f(x2-h, y2))/h^2<-;
    return fxx; }
double fyy(double x2, double y2, double h) {
    fyy = (f(x2, y2+h)-2*f(x2, y2)+f(x2, y2-h))/h^2<-;
    return fyy; }

```

```

double fx = fx(x2, y2, h);
double fy = fy(x2, y2, h);
double fxx = fxx(x2, y2, h);
double fyy = fyy(x2, y2, h);
double fxy = α[1];

```

```
TEXT("gaussische kromming ");
```

```
Kg = (fxx*fyy-fxy^2<-)/((1+fxx^2<-+fyy^2<-)^2<-);
```

```

kx = abs(fxx)/((1+abs(fx)^2<-)^3/2<-);
ky = abs(fyy)/((1+abs(fy)^2<-)^3/2<-);
kxy = ((kx-ky)*m↓xy<-)/(m↓xx<-m↓yy<-);
IF(IsNaN(kxy)) { kxy = 0; }

```

```

TEXT("change gaussian curvature ");
κ↓x<- = (12/(E*t^3<-))*(m↓xx<-v*m↓yy<-);
κ↓y<- = (12/(E*t^3<-))*(m↓yy<-v*m↓xx<-);
ρ↓xy<- = (24*(1+v)/(E*t^3<-))*m↓xy<-;

```

```
ΔK↓g<- = -fyy*κ↓x<-+fxy*ρ↓xy<-fxx*κ↓y<-;
```

In te voeren ESA_ID's:

E	Point.Material.EC.Ecm
f	Point.Material.EC.fck
Kg	Result.1
kx	Result.2
ky	Result.3
m↓xx<-	InternalForces.mx
m↓xy<-	InternalForces.mxy
m↓yy<-	InternalForces.my
punten	MemberData.punten
t	Point.H
v	Point.Material.EC.Poisson
x	Point.X
y	Point.Y
z	Point.Z
K _g	Result.4

De variabele punten moet worden toegevoerd aan member data en verder moet de EMD-loader worden toegevoegd aan de Standalone versie.