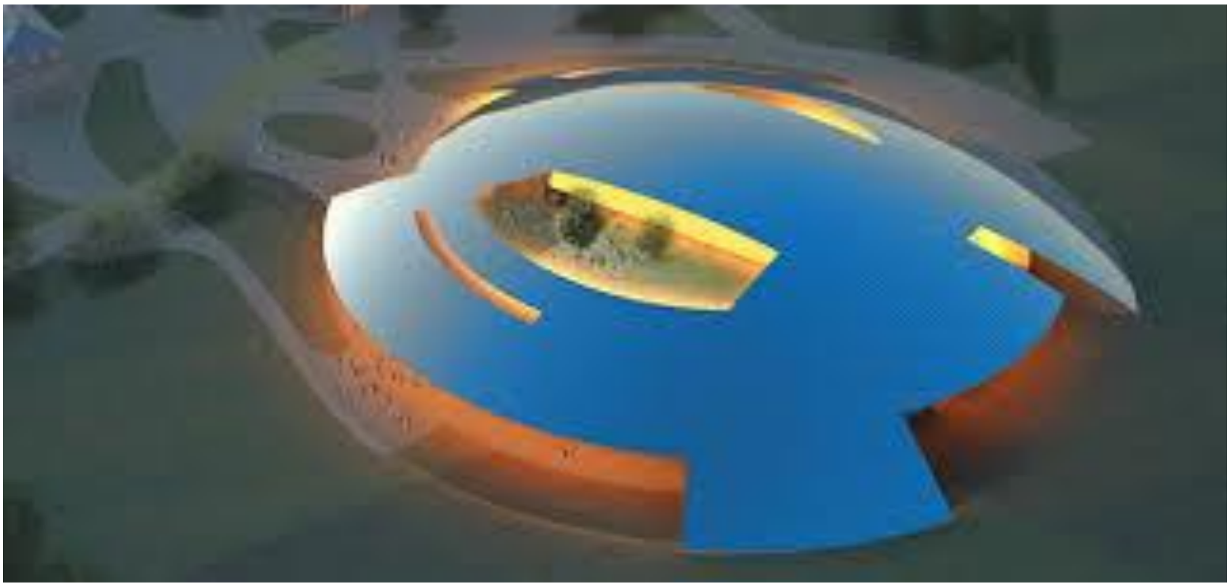
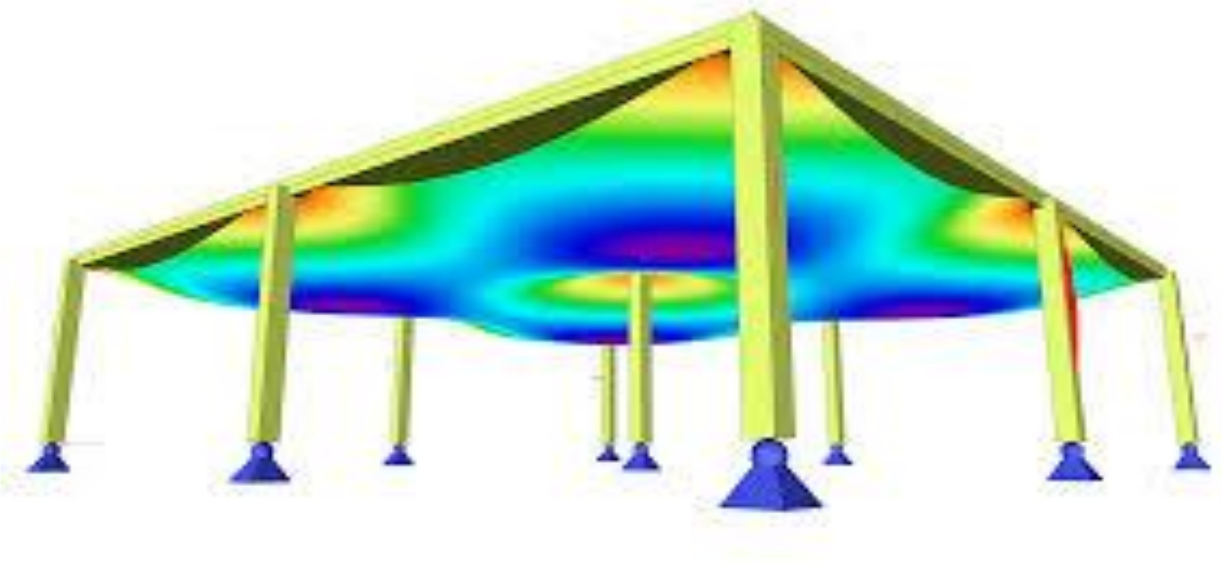
E.M.J. Vicca

Werken met schaalelementen

Elementnauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer





TU Delft

Werken met schaalelementen

Elementnauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer

door

E.M.J. Vicca

Studentnummer: 4281721
Periode: 9 november 2015 – 19 januari 2016
Begeleiders: Dr. ir. P. C. J. Hoogenboom
Dr. ir. F. P. van der Meer
Faculteit: Civiele Techniek en Geowetenschappen

Voorwoord

Voor u ligt het rapport dat ik heb opgesteld in het kader van de afsluiting van mijn bachelor Civiele Techniek aan de Technische Universiteit Delft. Voor dit eindwerk heb ik de werkelijke nauwkeurigheid en de orde van convergentie onderzocht voor wat betreft de berekening van schaalelementen in het eindige elementenprogramma SCIA Engineer. Dit onderzoek is een voortzetting van enerzijds het voorgaande onderzoek naar de nauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer dat werd uitgevoerd door T.J.D.M. Steenbergen en anderzijds van het eerdere onderzoek naar de werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in het programma Ansys, uitgevoerd door J.U. de Jong.

Van november 2015 tot en met december 2015 ben ik bezig geweest met het onderzoek en het schrijven van dit rapport en dit onder begeleiding van dr. ir. P.C.J. Hoogenboom en dr. ir. F.P. van der Meer. Bij dezen wil ik hen graag bedanken voor de ondersteuning die zij mij hebben geboden bij de uitvoering van mijn onderzoek. Zonder hun inzichten en adviezen was dit zeker niet zo een leerrijke ervaring geweest voor mij en zou ik niet tot het resultaat gekomen zijn dat vandaag voor u ligt. Aan het einde van dit rapport vindt u in bijlage 5 mijn zelfevaluatie.

Samenvatting

De eindige elementenmethode splitst complexe constructies op in kleinere elementen die in de knooppunten aan elkaar zijn gekoppeld. Elk van de knooppunten heeft een bepaald aantal vrijheidsgraden. Eindige elementenprogramma's kunnen door het oplossen van matrixvergelijkingen onder andere het verplaatsingsgedrag van en de krachtenwerking en spanningsverdeling in de constructie bepalen. Omdat de eindige elementenmethode een numerieke methode is, zijn de oplossingen echter slechts benaderingen van de exacte oplossing. Een belangrijke maatstaf van de nauwkeurigheid van de elementen is de orde van convergentie, dit is de snelheid waarmee de fout afneemt wanneer het aantal elementen toeneemt. *Dit rapport onderzoekt de nauwkeurigheid en orde van convergentie van de berekeningen voor verplaatsing, moment dwarskracht en normaalkracht die voor verschillende groottes van elementen worden gemaakt bij toepassing van het elementenprogramma SCIA Engineer voor het doorrekenen van schaalconstructies.*

Om de nauwkeurigheid en orde van convergentie van de berekeningen te evalueren, zijn twee verschillende modellen onderzocht, namelijk de vlakke plaat en de koepel met opening bovenaan. Voor elk van beide schaalconstructies zijn verschillende diktes, verschillende manieren van opleggen en meting in het vlak zowel als op de randen bestudeerd.

Voor de vlakke plaat waarbij gemeten wordt in het vlak van de plaat zijn de resultaten vrij éénduidig. De orde van convergentie is bij benadering steeds gelijk aan twee en dit voor de verschillende diktes van de plaat en de verschillende manieren van opleggen. Eén uitzondering hierop is de berekening van de dwarskracht voor de plaat met een dikte van 100mm die aan twee randen scharnierend is opgelegd. De resultaten convergeren in dat geval twee maal zo snel en de orde van convergentie is dus gelijk aan vier. In geval van meting aan de randen en meting op de rand van de plaat, worden de berekeningen voor dwarskracht en moment minder nauwkeurig en verloopt de convergentie minder snel. Voor wat betreft de verplaatsing zijn nauwkeurigheid en orde van convergentie in geval van meting in het vlak en op de randen vergelijkbaar.

Voor de koepel met opening bovenaan liggen de resultaten verder uit elkaar. Wanneer de berekeningen worden uitgevoerd in het vlak van de koepel blijft voor verplaatsing en dwarskracht de orde van convergentie steeds bij benadering gelijk aan twee. De orde van convergentie bij berekening van het moment ligt, afhankelijk van de opstelling, echter tussen drie en zes en blijkt groter te worden als de schaalconstructie dunner wordt. De resultaten voor de normaalkrachten in de koepel convergeren met een orde die gelegen is tussen twee en drie en de convergentie verloopt in deze gevallen net sneller wanneer de schaalconstructie dikker wordt. In geval van meting op de onderrand van de koepel zijn de resultaten voor de verplaatsing iets nauwkeuriger dan in het globale net. De berekeningen voor moment, dwarskracht en normaalkracht hebben echter een significant grotere absolute fout bij meting op de onderrand en bovendien daalt de snelheid van convergeren ten opzichte van metingen uitgevoerd in het vlak van de schaalconstructie.

Voor één bepaalde opstelling van de vlakke plaat zijn de resultaten van dit onderzoek vergeleken met die van een eerdere analyse van de nauwkeurigheid van schaalconstructies in Ansys. Voor de beschouwde opstelling lijken de resultaten voor beide programma's goed overeen te komen. Vervolgonderzoek waarin de overeenkomst voor andere opstellingen wordt onderzocht zou interessant zijn. In dergelijk onderzoek zou bovendien kunnen worden bestudeerd of de verschillen tussen de resultaten voor meting in het vlak en meting op de randen ook in Ansys zo groot zijn.

Inhoudsopgave

1 Inleiding

Eindige elementenmethodes bieden aan de gebruiker de mogelijkheid om complexe constructies door te rekenen en op die manier onder andere het verplaatsingsgedrag, de krachtenwerking, de spanningsverdeling te bepalen. Hiertoe wordt de structuur als het ware ingedeeld in een groot aantal elementen. In SCIA Engineer gebeurt dit door het genereren van een “mesh”. De elementen zijn in de knooppunten met elkaar verbonden en elk van die knooppunten heeft een bepaald aantal vrijheidsgraden. Deze vrijheidsgraden vormen samen de verplaatsingsvector van het element en de stijfheidsmatrix relateert de verplaatsingen aan de krachten die op het element werken. De globale stijfheidsmatrix voor een element met N vrijheidsgraden ziet er dan als volgt uit: (Blaauwendraad, 2012)

$$\begin{pmatrix} F1 \\ \ldots \\ FN \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u1 \\ \ldots \\ uN \end{pmatrix}$$

In bovenstaande matrixvergelijking kan ‘u’ zowel een verplaatsing als een rotatie zijn. De krachtenvector bevat de naar knopen gereduceerde belastingen. Eindige elementenprogramma’s zoals SCIA Engineer kunnen door het oplossen van deze matrixvergelijkingen het gedrag van de constructie bepalen.

De eindige elementenmethode is echter een numerieke methode die enkel een benaderende oplossing geeft. Voor ingenieursdoeleinden is het belangrijk om de kwaliteit van die berekening te kennen en die kwaliteit wordt beoordeeld op basis van het verschil tussen de door het programma berekende oplossing en de werkelijke oplossing (Babuska & Strouboulis, 2001). In de literatuur wordt de nauwkeurigheid van dergelijke berekeningen uitgedrukt in termen van de grootte van de elementen. Zo kan de fout ten opzichte van de exacte oplossing bijvoorbeeld O[h] (spreek uit als “Orde h”) zijn. Dit houdt in dat de fout evenredig is met de grootte van de elementen. De keuze van kleinere elementen zal dus leiden tot betere resultaten, maar tegelijkertijd zal de rekentijd nodig voor het oplossen van de matrixvergelijkingen ook toenemen met de toename van het aantal elementen. Het is bijgevolg belangrijk dat de constructeur een gepaste elementgrootte neemt, die enerzijds een voldoende nauwkeurigheid garandeert, maar anderzijds de rekentijd ook zoveel mogelijk beperkt.

Voor schaalelementen staat de theoretische nauwkeurigheid vast voor wat betreft buiging, membraankrachten, momenten en schuifkrachten (Hoogenboom, 2016). Echter, uit onderzoek dat is verricht door de Jong (2015) en Steenbergen (2014) in het kader van hun bacheloreindwerk, blijkt dat de werkelijke nauwkeurigheid niet overeenstemt met de theoretisch bepaalde nauwkeurigheid.

Het doel van dit project is om *de werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer na te gaan en te onderzoeken of de fout bepaald kan worden in termen van O(h^{α})* waarin α gelijk kan zijn aan 1,2,3,…. Hierbij wordt gekeken naar verschillende mogelijke elementen die de orde van de fout en de betrouwbaarheid van de schatting daarvan kunnen beïnvloeden.

In dit rapport is in eerste instantie een korte toelichting gegeven van de manier waarop de nauwkeurigheid van de door SCIA Engineer berekende oplossing wordt bepaald. Vervolgens zullen voor een aantal modellen de verplaatsing, de normaalkrachten, de momenten en de dwarskrachten onder bepaalde belastinggevallen worden berekend. De berekende oplossing wordt vergeleken met de werkelijke oplossing. Deze werkelijke oplossing volgt uit een berekening met een zeer fijn net en dus een kleine elementgrootte. De oplossing convergeert immers naar de exacte oplossing naarmate het aantal elementen groter wordt. Wel is het zo dat voor heel kleine elementen de afrondfouten kunnen domineren op de discretisatiefouten. De oplossingen vertonen dan ruis. SCIA Engineer gaat de juistheid van de oplossing na door het evenwicht tussen belastingen en de oplegreacties te controleren. Wanneer SCIA geen waarschuwing geeft dat de oplossing niet klopt, kan worden aangenomen dat deze wel degelijk correct berekend is.

Zoals hierboven is aangegeven, wordt voor elk van de modellen nagegaan of de fout kan worden uitgedrukt in termen van $O(h^{\alpha})$. Om een goed zicht te krijgen op de factoren die die foutorde beïnvloeden, zal in de gebruikte modellen steeds één bepaald aspect worden gewijzigd.

Hoofdstuk 3 beschrijft de nauwkeurigheid van de berekeningen voor verschillende varianten van een vlakke plaat. Het eerste model dat wordt bestudeerd is een vlakke plaat die scharnierend is opgelegd aan twee van de vier randen. De berekeningen voor dit model zijn uitgevoerd voor verschillende diktes van de plaat om op die manier te bepalen of de plaatdikte de nauwkeurigheid van de berekende oplossing beïnvloedt. Vervolgens is de berekening herhaald voor een plaat die dezelfde lengte en breedte heeft als de eerste plaat, maar aan twee randen is ingeklemd. Ten slotte is de nauwkeurigheid van de berekening onderzocht voor een aan vier randen scharnierend opgelegde plaat en voor een aan twee randen scharnierend opgelegde plaat met meting op de randen. De door SCIA Engineer berekende oplossing is op twee verschillende punten aan de rand van de plaat onderzocht op nauwkeurigheid.

In hoofdstuk 4 van dit rapport is de bovenstaande werkwijze voor vlakke platen uitgevoerd voor een halve bol met opening. De nauwkeurigheid is onderzocht voor verschillende diktes van de koepel, voor verschillende manieren van opleggen en voor het geval van meting op de onderrand van de koepel.

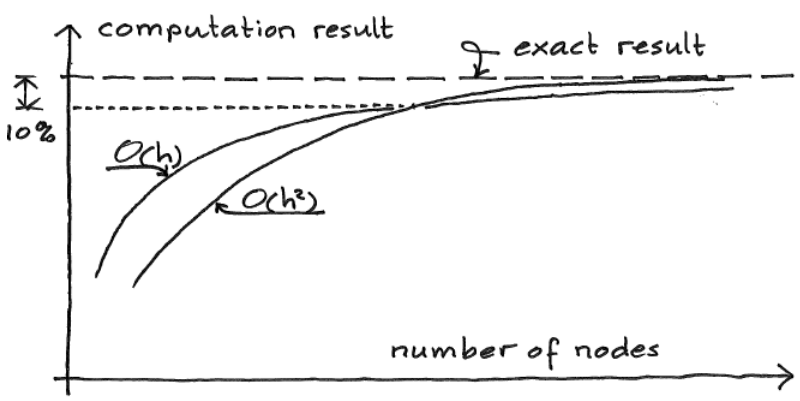
Het vijfde en laatste hoofdstuk analyseert de verkregen resultaten verder door de uitkomsten van de berekeningen op verschillende manieren met elkaar te vergelijken. Bovendien wordt in dit hoofdstuk de link gelegd met eerder onderzoek uitgevoerd in Ansys door de Jong (2015).

2 Nauwkeurigheid

2.1 Beschrijving nauwkeurigheid

Om de berekening van complexe structuren uit te voeren, wordt het globale probleem als het ware 'gediscretiseerd' door over de constructie een net te leggen van discrete elementen. De elementen van dat net zijn in SCIA vierkanten of driehoeken indien een opdeling in vierkanten niet mogelijk is, zoals bijvoorbeeld aan de randen van de structuur. Om krachten en verplaatsingen van de constructie te beschrijven, maken eindige elementenprogramma's gebruik van numerieke methoden om de differentiaalvergelijkingen voor elk van de elementen op te lossen. Bij het zoeken naar de oplossing moet rekening gehouden worden met de randvoorwaarden tussen de elementen. Zo is het noodzakelijk dat aan elkaar grenzende elementen steeds precies tegen elkaar passen. Er mogen dus geen spleten tussen de elementen voorkomen. Daarom hebben twee elementen die aan elkaar grenzen aan de gemeenschappelijke zijde steeds de knooppunten gemeenschappelijk. De randvoorwaarden moeten echter garanderen dat ook de punten op de gemeenschappelijke zijde die tussen de knooppunten in liggen steeds dezelfde verplaatsing ondergaan (de Vree, 2002). Zoals reeds eerder vermeld, zullen de programma's het gedrag van de constructie berekenen door het oplossen van een groot aantal matrixvergelijkingen. De numerieke oplossing die SCIA Engineer en andere eindige elementenprogramma's afleveren, is omwille van discretisatiefouten tijdens het numerieke proces echter steeds slechts een benadering van de exacte oplossing.

De nauwkeurigheid van een element kan niet worden uitgedrukt als een percentage omdat de nauwkeurigheid steeds afhankelijk is van de situatie waarin het element wordt gebruikt (Hoogenboom, 2016). Het is immers perfect mogelijk dat een element met identieke eigenschappen bijvoorbeeld bij gebruik op een vlakke plaat met een puntlast een heel andere nauwkeurigheid heeft dan wanneer dit wordt toegepast op een koepel met enkel belasting door eigen gewicht. De elementnauwkeurigheid wordt daarom in de literatuur uitgedrukt in termen van de grootte h van de toegepaste elementen. Zo kan bijvoorbeeld de verplaatsing een fout O(h) hebben, wat inhoudt dat de fout evenredig is met de grootte van de elementen. Hogere machten van h zijn ook mogelijk en leiden tot een snellere convergentie van de berekeningen bij steeds kleinere waardes van h. Indien de fout in de berekende oplossing kan worden uitgedrukt in termen van de elementgrootte h, is het een gegeven dat de fout afneemt naarmate h afneemt. De afname van de fout bij een elementnauwkeurigheid O(h) en O(h^2) is weergegeven in figuur 2.1.



Figuur 2.1 - Convergentie van de EEM oplossing voor O(h) en O(h^2) elementen, Overgenomen uit "Notes on shell structures" door Hoogenboom, P.C.J., 2016, 68

In dit werk is het bedoeling om voor de verschillende modellen de waarde van α bij uitdrukking van de elementnauwkeurigheid in termen van O(h^{α}) te bepalen en na te gaan waardoor deze elementnauwkeurigheid wordt beïnvloed.

2.2 Bepaling nauwkeurigheid

Om de fout in de berekende oplossing als functie van de elementgrootte te bepalen, is een logaritmische vergelijking opgesteld die uitgaat van de onderstaande vergelijking:

Exacte oplossing = berekende oplossing + discretisatiefout

Indien de discretisatiefout kan worden uitgedrukt in termen van O(h^{α}), kan deze fout worden geschreven als Kh^{α} met K een bepaalde constante. Als er in twee richtingen wordt verfijnd, het totale oppervlak gelijk is aan A en het aantal elementen gelijk is aan n, geldt dat $nh^2 = A$ en dus kan h ook worden geschreven als $(\frac{A}{n})^{1/2}$. Hiervan is bij het afleiden van de logaritmische vergelijking hieronder gebruik gemaakt. De letter 'u' staat voor de oplossing en kan dus zowel een verplaatsing, een moment als een kracht of een spanning zijn.

$$u_{exact} = u_{berekend} + fout$$

$$u_{exact} = u_{berekend} + Kh^{\alpha}$$

$$u_{exact} - u_{berekend} = Kh^{\alpha}$$

$$\log(u_{exact} - u_{berekend}) = \log(Kh^{\alpha}) = \log K + \alpha \log h$$

$$\log(u_{exact} - u_{berekend}) = \log K + \alpha \log(\frac{A}{n})^{1/2}$$

$$\log(fout) = \log K + \frac{1}{2}\alpha \log A - \frac{1}{2}\alpha \log n$$

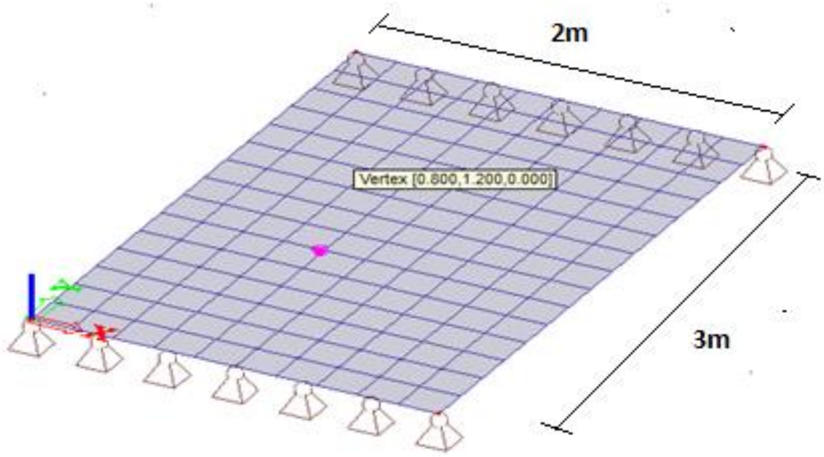
$$\boldsymbol{\log(fout) = -\frac{1}{2}\alpha \log n + \log K'} \qquad \textbf{(2.1)}$$

De logaritmische vergelijking (2.1) kan ook worden gelezen als y = a*x + b, waarin a gelijk is aan $-\frac{1}{2}\alpha$. De waarde van α en dus de orde van de fout wordt gevonden door het logaritme van de fouten uit te zetten tegen het logaritme van het aantal elementen en dit voor de verschillende waarden van h. Wanneer door de op die manier getekende punten een lineaire trendlijn wordt getrokken waarbij de correlatie R^2 tussen de voor de regressielijn beschouwde punten zo groot mogelijk is, kan de orde van de fout en dus de elementnauwkeurigheid worden bepaald voor de verschillende modellen voor wat betreft verplaatsing, momenten en krachten. De waarde van α is dan immers gelijk aan twee maal de helling van de trendlijn (de Jong, 2015).

3 Vlakke plaat

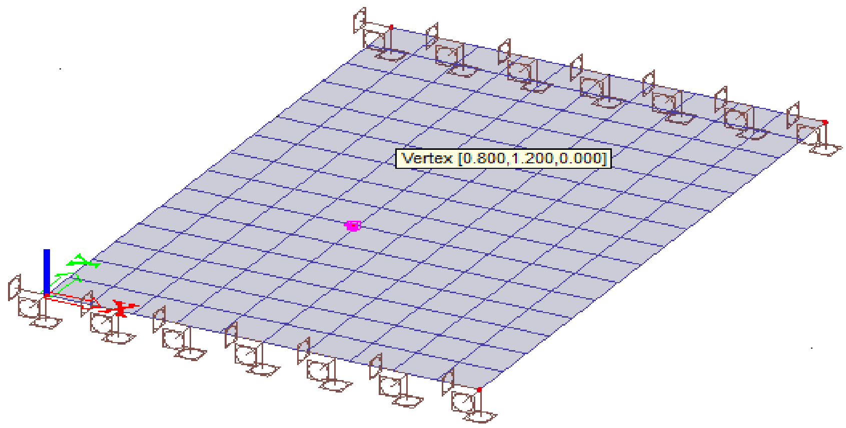
In eerste instantie wordt de elementnauwkeurigheid voor een vlakke plaat onderzocht. Hiertoe zijn verschillende varianten van een vlakke plaat met afmetingen 2x3m gemodelleerd. De plaat is vervaardigd uit de staalsoort S235 met E-modulus E = $2{,}10*10^5$ en poissonratio ν = 0,3. De verschillende varianten zijn noodzakelijk om éénduidige conclusies te kunnen afleiden met betrekking tot de nauwkeurigheid van de berekende oplossing voor dit soort modellen. Voor onderstaande varianten is voor verschillende elementgroottes en bij belasting onder eigengewicht telkens de verplaatsing in de z-richting (mm), het buigende moment m_y (kNm/m) en de dwarskracht v_y (kN/m) berekend.

1. Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan 2 randen zoals weergegeven in figuur 3.1:
   a. Dikte 5 mm
   b. Dikte 10 mm
   c. Dikte 100 mm



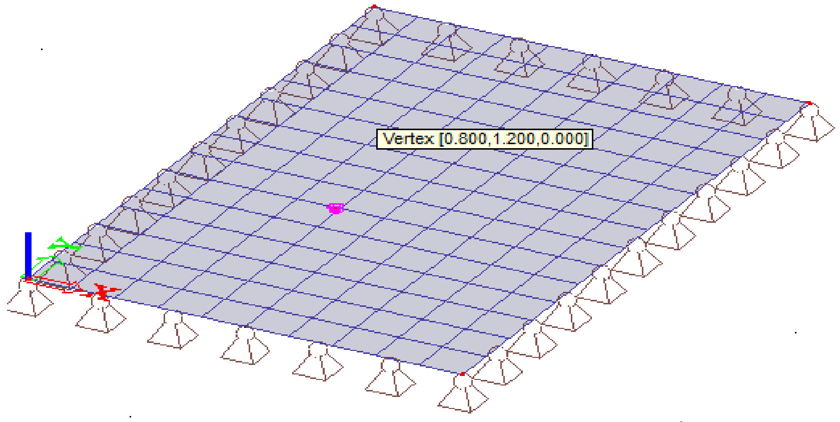
Figuur 3.1 - Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan 2 randen (h=0,2m)

2. Vlakke plaat met dikte 100mm en inklemming aan 2 randen zoals weergegeven in figuur 3.2:



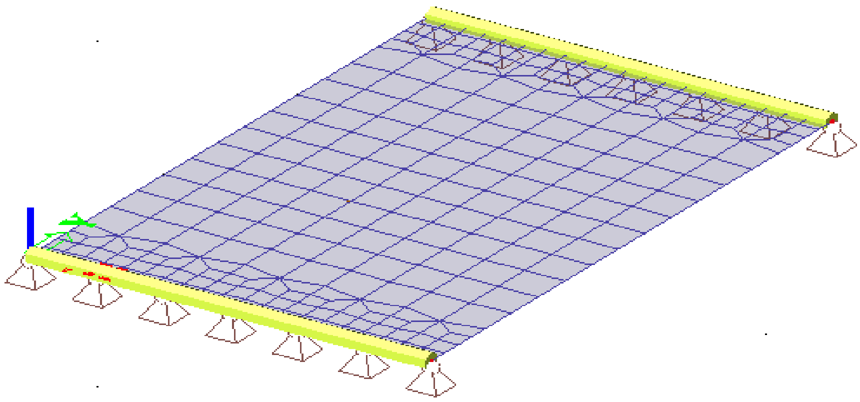
Figuur 3.2 - Vlakke plaat met inklemmingen aan 2 randen (h=0,2m)

3. Vlakke plaat met dikte 100mm en scharnierende opleggingen aan 4 randen zoals weergegeven in figuur 3.3



Figuur 3.3 - Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan 4 randen (h=0,2m)

4. Vlakke plaat met dikte 100mm, scharnierende opleggingen aan 2 randen en lokale netverfijning aan de randen zoals weergegeven in figuur 3.4



Figuur 3.4 - Vlakke plaat met lokale netverfijning aan de randen ($h_{globaal}$=0,2m; h_{lokaal}=0,1m)

Het afgebeelde assenstelsel is in wat volgt het referentiepunt voor de bepaling van de coördinaten.

Om een consistente vergelijking te kunnen uitvoeren moeten de resultaten steeds op dezelfde locatie op de plaat worden bestudeerd. In Scia Engineer is het echter niet mogelijk om een knooppunt te creëren waarin dan steeds de resultaten kunnen worden opgemeten. Vermits bij wijziging van de elementgrootte de knooppunten van de elementen niet steeds dezelfde coördinaten behouden, is in de eerste drie opstellingen die hierboven worden weergegeven een zeer kleine snede met onderstaande coördinaten aangebracht op de plaat:

- Start snede: x=0,799m; y=1,199m; z=0m
- Einde snede: x=0,8m; y=1,2m; z=0m

Het eindpunt van deze snede is zichtbaar in figuren 3.1, 3.2 en 3.3. Opgemerkt wordt dat meting in een dergelijke snede in plaats van in een knooppunt de resultaten enigszins kan vertekenen. De nauwkeurigheid van de resultaten is immers afhankelijk van het feit of er in een knooppunt of in het vlak van een element wordt gemeten.

Vervolgens zijn voor de belasting onder eigen gewicht de resultaten voor deze snedes opgevraagd in SCIA Engineer en dit voor de volgende elementgroottes:

- h = 0,8m
- 0,5*h = 0,4m
- 0,25*h=0,2m
- 0,125*h=0,1m
- 0,0625*h=0,05m
- 0,03125*h=0,025m

Voor de eerste drie opstellingen is de oplossing bij een elementgrootte van 0,0125m gekozen als exacte oplossing. De plaat wordt in deze opstellingen opgedeeld in 38.400 elementen.

Voor controle van de berekening van de vlakke plaat met lokale netverfijning aan de randen zijn twee snedes aangebracht aan de rand van de plaat:

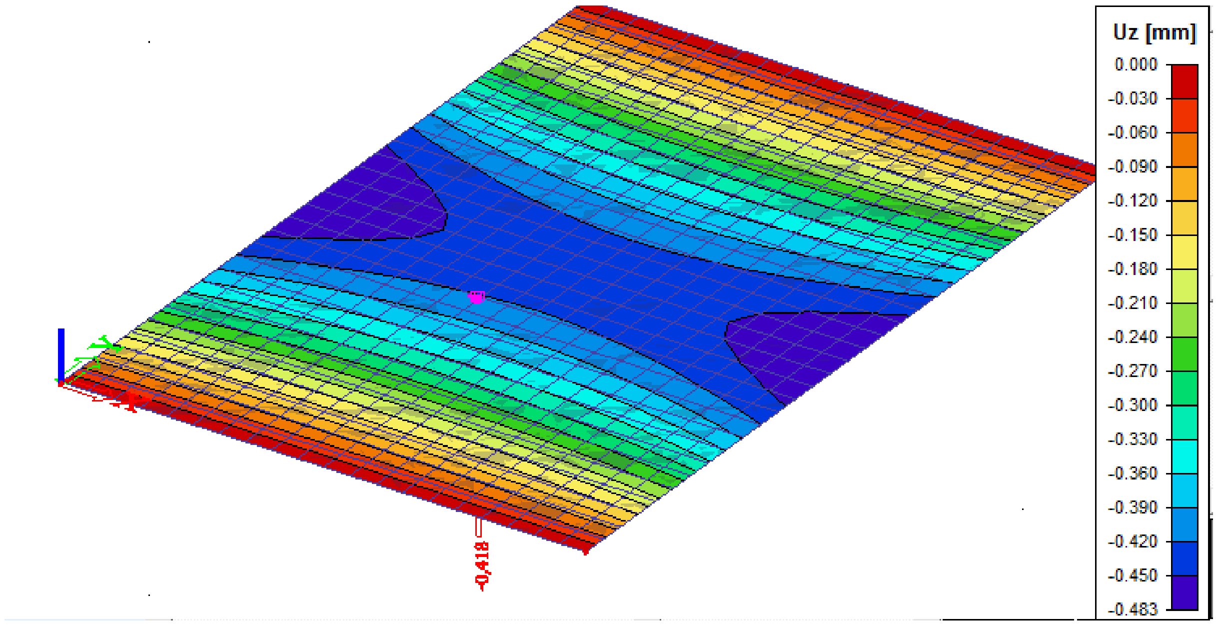
- Snede 1:
    - Start snede: x=0,00999m; y=0,004999m; z=0m
    - Einde snede: x=0,01m; y=0,005m; z=0m
- Snede 2:
    - Start snede: x=0,999m; y=0,004999m; z=0m
    - Einde snede: x=1m; y=0,005m; z=0m

In deze opstelling is de elementgrootte van het globale net constant gehouden op een waarde h=0,2m. Enkel aan de randen wordt het lokale net steeds fijner gemaakt. De exacte oplossing is gevonden voor een elementgrootte h van het randnet van 0,00078125m of 0,78125mm.

3.1 Resultaten

3.1.1 Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan 2 randen

In deze opstelling werden buigend moment, dwarskracht en verplaatsing berekend voor verschillende diktes van de plaat om op die manier na te gaan of de nauwkeurigheid en manier van convergeren van de berekende oplossing wijzigt wanneer de dikte van de schaalelementen wordt aangepast. Figuur 3.5 toont voor de plaat met een dikte van 100mm en een net met elementgrootte 0,1 m de grootte van de verplaatsing onder belasting door eigen gewicht over de ganse plaat alsook de maximale verplaatsing in de z-richting voor enkel de beschouwde snede.



Figuur 3.5 - Vlakke plaat, dikte 100mm, belasting eigen gewicht, h=0,1m: verplaatsing Uz

Tabellen 3.1, 3.2 en 3.3 geven voor respectievelijk een plaat met een dikte van 5mm, 10mm en 100mm de resultaten voor moment M_y, dwarskracht V_y en verplaatsing U_z en dit voor de verschillende gekozen elementgroottes.

Geometrie:	**Vlakke plaat; Dikte 5mm; Scharnierend opgelegd aan 2 randen**			
h (m)	**Aantal elementen n**	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**
0,8	12	-149,039	0,38559	0,07585
0,4	40	-162,956	0,40512	0,09711
0,2	150	-166,28	0,41022	0,09992
0,1	600	-166,662	0,41018	0,10042
0,05	2400	-166,753	0,41017	0,10054
0,025	9600	-166,773	0,4101658	0,1005755
0,0125	**38400**	**-166,781**	**0,4101646**	**0,1005852**

Tabel 3.1- Resultaten voor vlakke plaat met dikte 5mm, scharnieren aan 2 randen

Geometrie:	**Vlakke plaat; Dikte 10mm; Scharnierend opgelegd aan 2 randen**			
h (m)	**Aantal elementen n**	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**
0,8	12	-37,26	0,77118	0.1473
0,4	40	-40,739	0,81023	0.19112
0,2	150	-41,57	0,82045	0.19411
0,1	600	-41,666	0,82036	0.19505
0,05	2400	-41,688	0,82033	0.19528
0,025	9600	-41,696	0,82033	0.195348
0,0125	**38400**	**-41,699**	**0,82032**	**0.195353**

Tabel 3.2 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 10mm, scharnieren aan 2 randen

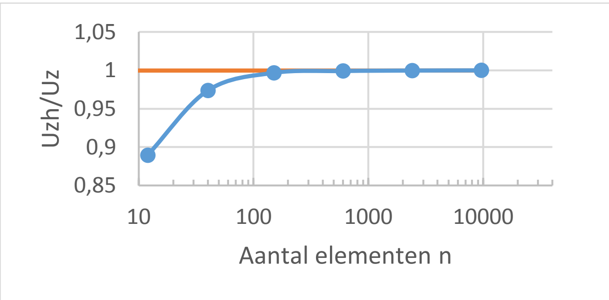
Geometrie:	**Vlakke plaat; Dikte 100mm; Scharnierend opgelegd aan 2 randen**			
h (m)	**Aantal elementen n**	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**
0,8	12	-0,3726	7,71175	1,51701

0,4	40	-0,40781	8,10374	1,95368
0,2	150	-0,4175	8,20639	2,00782
0,1	600	-0,4185	8,20452	2,01118
0,05	2400	-0,41876	8,20369	2,01102
0,025	9600	-0,41884	8,20341	2,011
0,0125	**38400**	**-0,41887**	**8,20334**	**2,01102**

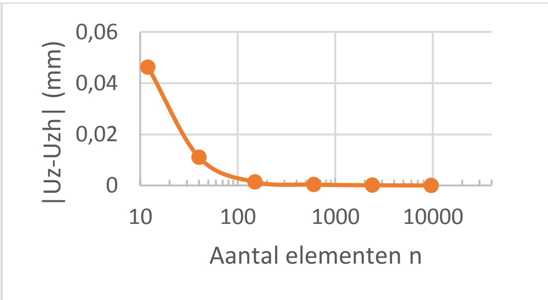
Tabel 3.3 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 100mm, scharnieren aan 2 randen

Voor de plaat met een dikte van 100 mm worden in de grafieken hieronder voor zowel verplaatsing, dwarskracht als moment de genormaliseerde resultaten (berekende oplossing/exacte oplossing), de absolute waarde van het verschil tussen de berekende en de exacte oplossing en het natuurlijke logaritme van deze absolute waarde weergegeven. Zoals hierboven is vermeld, kan de orde van de fout worden afgeleid door het berekenen van de richtingscoëfficiënt van de lineaire regressielijn van de logaritmische functie Log(fout).

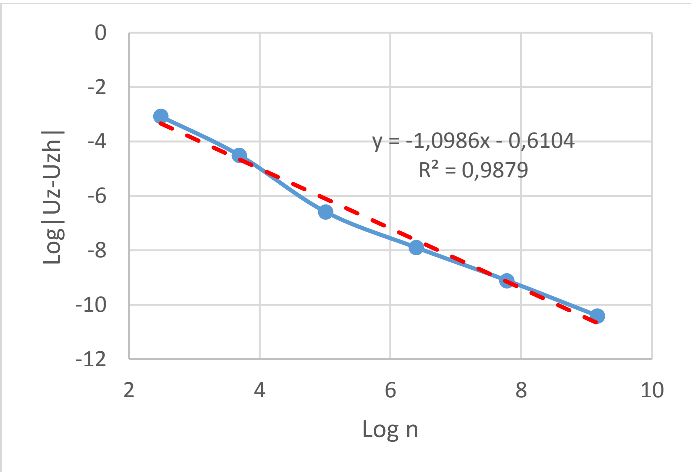
Verplaatsing Uz



Figuur 3.6 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



Figuur 3.7 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



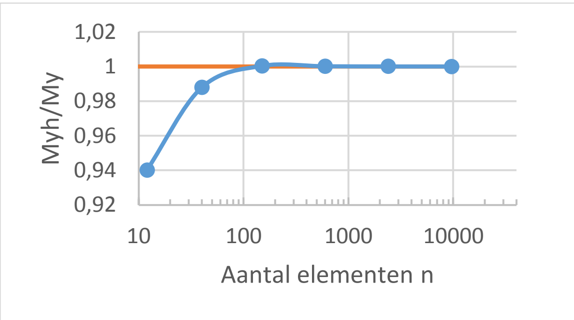
Figuur 3.8 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

In bovenstaande grafieken wordt de exacte verplaatsing aangeduid met Uz en de door SCIA berekende verplaatsing voor verschillende groottes van h met Uzh. Uit de eerste twee grafieken kan worden afgeleid dat de oplossing voor toenemend aantal elementen monotoon convergeert naar de exacte oplossing. Wel is het zo dat de verplaatsing voor grotere elementen wordt onderschat. Dit is onveiliger dan in het geval er een overschatting zou zijn van de exacte verplaatsing.

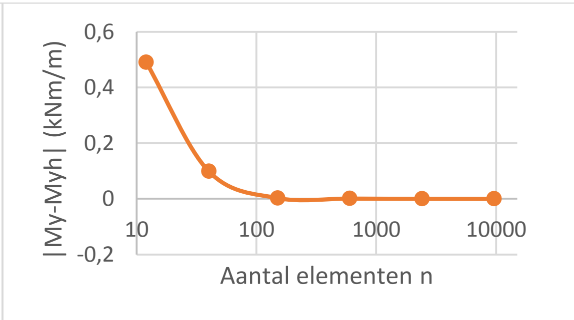
Figuur 3.8 toont aan dat er voor wat betreft de verplaatsing van de plaat in de z-richting geen uitschieters zijn. De R^2-waarde van de rode regressielijn bevestigt dit. De correlatie is immers gelijk aan 0,9879, en dit wijst op een sterke correlatie tussen de verschillende uitkomsten. De richtingscoëfficiënt van de trendlijn is volgens vergelijking 2.1 gelijk aan $-0{,}5\alpha$. Voor de verplaatsing in de z-richting volgt uit figuur 3.8 dat $-0{,}5\alpha=-1{,}0986$ en dus is de orde van de fout gelijk aan 2,2.

Grafieken voor de verplaatsing Uz van platen met een dikte van 5mm en 10mm zijn afgebeeld in bijlage 1A bij dit rapport. Ook voor deze platen convergeert de berekende verplaatsing monotoon stijgend naar de exacte oplossing en is de correlatie tussen de oplossingen voor verschillende elementgroottes groot. Voor de plaat met een dikte van 5mm heeft de regressielijn een richtingscoëfficiënt gelijk aan -1,1596 en is de orde van de fout voor de verplaatsing in de z-richting dus 2,3. De trendlijn van de logaritmische functie voor de plaat met een dikte van 10mm heeft een helling van -1,086 en de orde van de fout is in dit geval gelijk aan 2,2.

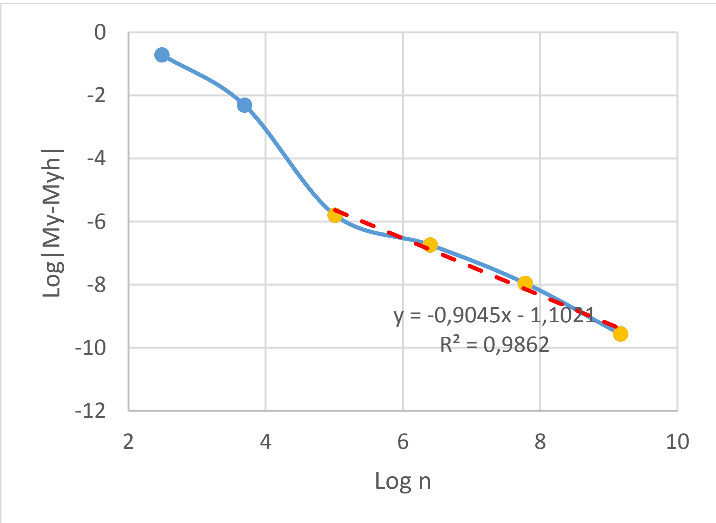
Moment My



Figuur 3.9 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Genormaliseerd moment Myh/My



Figuur 3.10 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen My en Myh



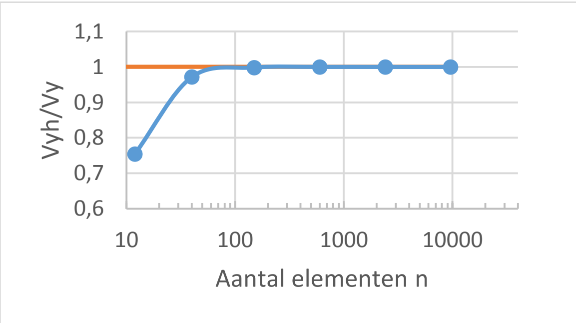
Figuur 3.11 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Het buigende moment My (kNm/m) convergeert bij kleiner wordende elementen niet-monotoon naar de exacte oplossing. Tot en met een elementgrootte h=0,4m wordt het moment onderschat. Vanaf h=0,2m is de berekening aan de veilige kant en convergeert de oplossing monotoon dalend naar de exacte oplossing.

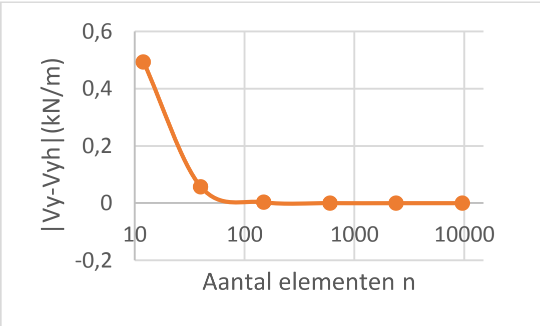
De curve die het natuurlijke logaritme van de absolute fout weergeeft vertoont twee outliers. De grafiek in Figuur 3.11 toont immers dat voor h=0,8 en voor h=0,4 het logaritme van de fout niet in lijn ligt met dit voor kleinere waarden van h. Deze twee punten zijn niet representatief voor de bepaling van de orde van de fout. De trendlijn is daarom enkel bepaald op basis van de gele punten in figuur 3.11. Deze lijn heeft een helling van -0.9045 en dus is de orde van de fout voor het buigende moment voor een aan twee randen scharnierend opgelegde plaat met een dikte van 100mm gelijk aan 1,8.

In bijlage 1B zijn de grafieken voor het moment M_y voor platen met een dikte van 5 en 10mm afgebeeld. Ook hier wordt het buigende moment onderschat voor een grof net en convergeert de oplossing monotoon dalend naar de exacte oplossing vanaf een elementgrootte h=0,2m. De logaritmische functie vertoont net zoals bij de plaat met een dikte van 100mm een knik na de twee berekende oplossingen met het kleinste aantal elementen. Bij de plaat met een dikte van 5mm zijn de laatste vier berekende oplossingen representatief voor de berekening van de fout, voor de 10mm dikke plaat zijn dat de derde, vierde en vijfde oplossing. De richtingscoëfficiënt van de regressielijn voor de plaat met een dikte van 5mm is -0,9049 en dus is de orde van de fout gelijk aan 1,8. Voor de plaat met een dikte van 10mm heeft de trendlijn een helling van -0,9251 en bijgevolg is de orde van de fout in dit geval 1,85.

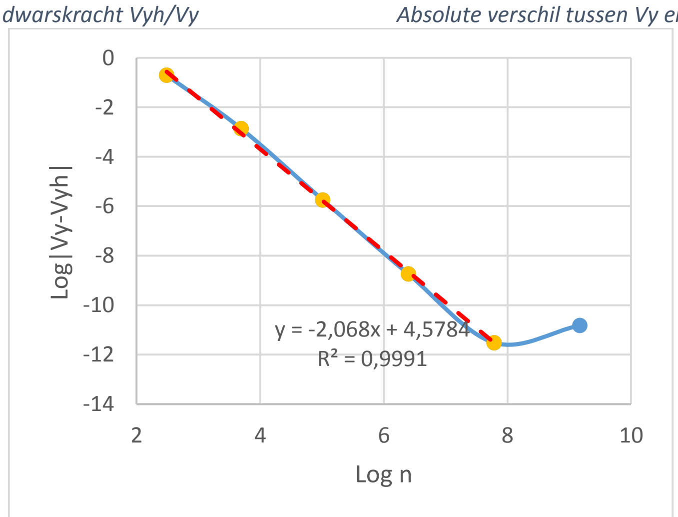
Dwarskracht Vy



Figuur 3.12 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur 3.13 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur 3.14 - Vlakke plaat 1, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

De berekende waarde van dwarskracht convergeert bij toename van het aantal elementen niet-monotoon naar de exacte oplossing. Voor grotere h overschat SCIA de waarde van de dwarskracht. Voor h=0,1 en h=0,05 is er een lichte overschatting.

De logaritmische functie van de fout vertoont ditmaal een uitschieter op het einde. Dit punt wordt niet beschouwd bij de berekening van de fout. De trendlijn gaat enkel door de representatieve gele punten en heeft een helling van -2,068, wat betekent dat de orde van de fout in dit geval gelijk is aan 4,1.

Bijlage 1C toont de grafieken voor de platen met diktes van 5mm en 10mm. De oplossingen convergeren bij deze diktes van de plaat wel monotoon en stijgend naar de exacte oplossing. Alle punten zijn representatief voor de bepaling van de orde van de fout. De helling van de trendlijn is in het geval van de dunste plaat gelijk aan -1,1363 en de orde van de fout is 2,27. De regressielijn voor de plaat met een dikte van 10mm heeft een richtingscoëfficiënt van -0,9957. De orde van de fout voor de berekende oplossingen is dus 2.

3.1.2 Vlakke plaat met inklemmingen aan 2 randen

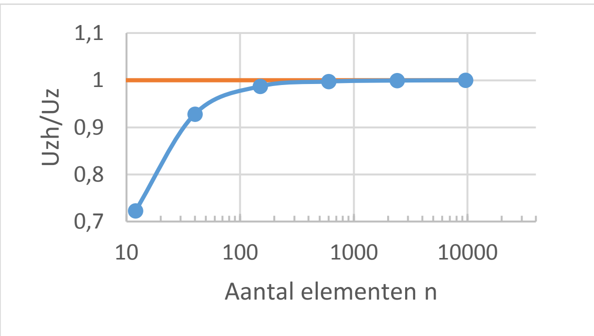
Om na te gaan of de aard van de opleggingen een invloed heeft op de nauwkeurigheid en convergentie van de door SCIA Engineer berekende oplossingen, zijn voor de vlakke plaat met een dikte van 100mm de scharnierende opleggingen vervangen door inklemmingen. Vervolgens berekende SCIA opnieuw de verplaatsing in de z-richting, het moment en de dwarskracht. Tabel 2.4 geeft de resultaten weer.

Geometrie:	Vlakke plaat; Dikte 100mm; Inklemmingen aan 2 randen			
h (m)	Aantal elementen n	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)
0,8	12	-0,057	1,99653	2,19769
0,4	40	-0,07326	2,36833	2,1405
0,2	150	-0,07792	2,45742	2,22279
0,1	600	-0,07872	2,45713	2,22592
0,05	2400	-0,07889	2,45679	2,22368
0,025	9600	-0,07894	2,45663	2,22298
0,0125	**38400**	**-0,07895**	**2,45659**	**2,22276**

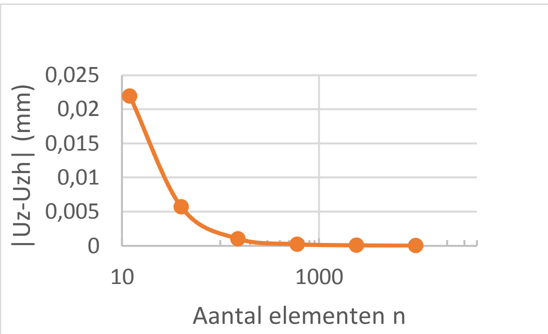
Tabel 3.4 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 100mm, ingeklemd aan 2 randen

De grafieken in de figuren hieronder maken een interpretatie van de convergentie en een bepaling van de orde van de fout mogelijk.

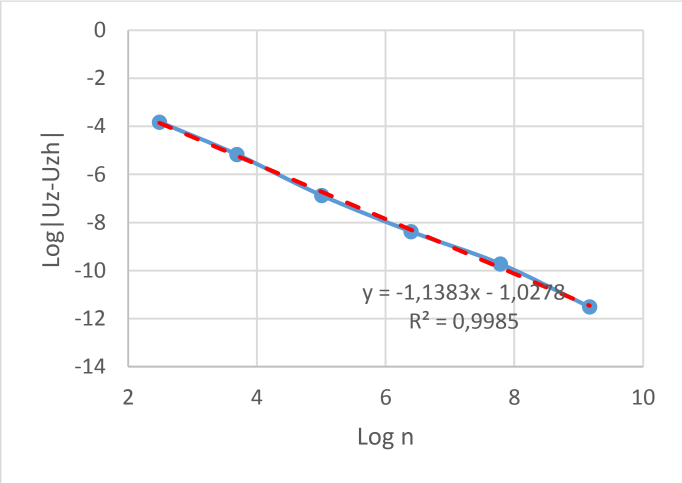
Verplaatsing Uz



Figuur 3.15 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



Figuur 3.16 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh

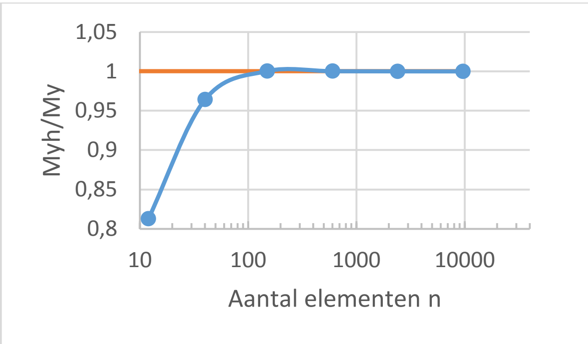


Figuur 3.17 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

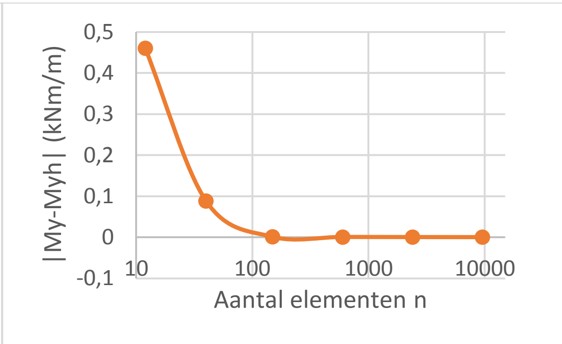
Net zoals bij de plaat die scharnierend is opgelegd, convergeren de berekende oplossingen voor kleinere waardes van h naar de exacte oplossing op een monotoon stijgende manier. Ook hier wordt dus de verplaatsing onderschat door de berekeningen.

De regressielijn in figuur 3.17 heeft een helling van -1,1383 en dit betekent dat de orde van de fout voor de ingeklemde plaat met een dikte van 100mm gelijk is aan 2,2.

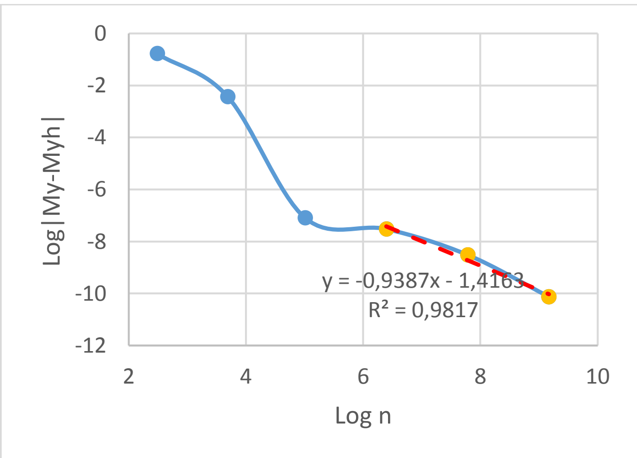
Moment My



Figuur 3.18 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Genormaliseerde moment Myh/My



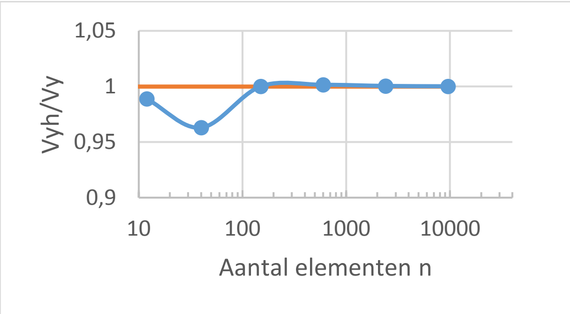
Figuur 3.19 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen My en Myh



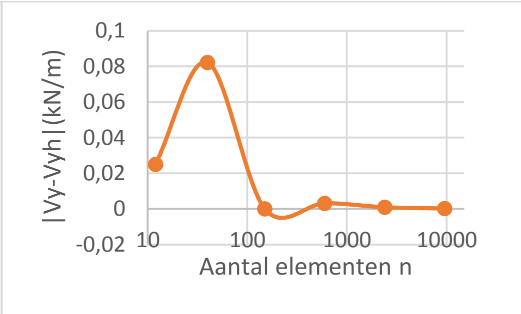
Figuur 3.20 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

De oplossing convergeert niet-monotoon naar de exacte oplossing. Tot en met een elementgrootte h=0,4m wordt het moment onderschat. Vanaf h=0,2m ligt het door SCIA Engineer berekende moment lichtjes boven het exacte moment en is de berekening dus aan de veilige kant. Enkel de gele punten in de grafiek zijn representatief voor de bepaling van de orde van de fout. De helling van de regressielijn is hier -0,9387 wat leidt tot een orde van de fout gelijk aan 2.

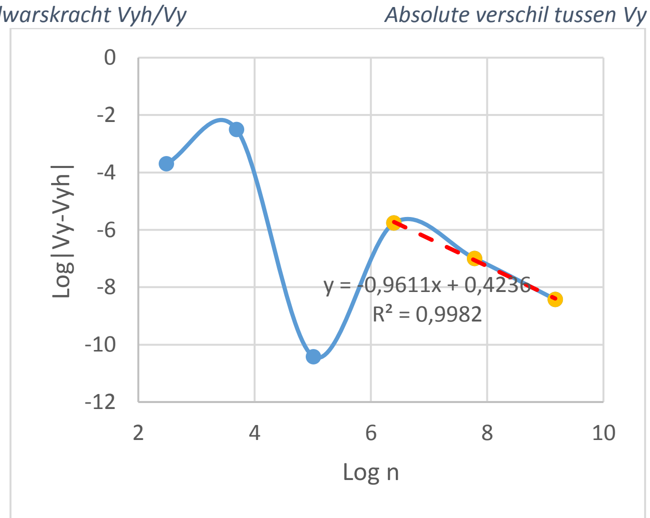
Dwarskracht Vy



Figuur 3.21 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur 3.22 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur 3.23 - Vlakke plaat 2, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

De dwarskracht convergeert niet-monotoon naar de exacte oplossing. Voor grotere waardes van h schommelt de oplossing en pas voor kleinere elementgroottes convergeren de berekende oplossingen monotoon naar de exacte oplossing. Vanaf een waarde h=0,2m ligt de berekende oplossing boven de exacte oplossing. Voor een voldoende groot aantal elementen is de berekening dus aan de veilige kant. Vanaf h=0,2m worden de oplossingen als representatief beschouwd voor de berekening van de fout. Deze oplossingen zijn in figuur 3.23 geel gemarkeerd en de regressielijn door deze punten heeft een helling van 0,9611. De orde van de fout voor wat betreft de dwarskracht is voor de ingeklemde vlakke plaat met een dikte van 100mm dus gelijk aan 1,9.

3.1.3 Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan 4 randen

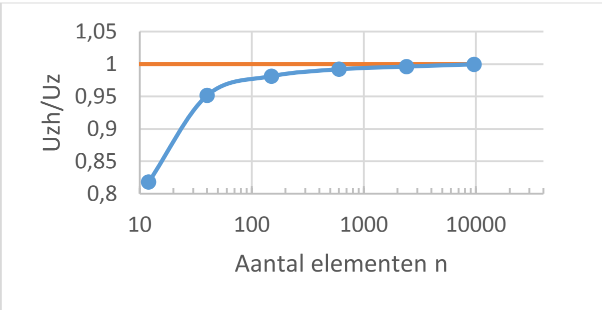
In een volgende onderzoek naar de orde van de fout voor een vlakke plaat, wordt de plaat met een dikte van 100mm aan alle vier de randen scharnierend opgelegd. De verplaatsing, het moment en de dwarskracht worden vervolgens opnieuw in dezelfde snede berekend. De resultaten van het onderzoek zijn weergegeven in tabel 2.5.

Geometrie:	Vlakke plaat; Dikte 100mm; Scharnierend opgelegd aan 4 randen			
h (m)	Aantal elementen n	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)
0,8	12	-0,0385	1,3639	1,2616
0,4	40	-0,0448	1,4518	0,5156
0,2	150	-0,0462	1,4672	0,5607
0,1	600	-0,0467	1,4773	0,5587
0,05	2400	-0,0469	1,4831	0,5559
0,025	9600	-0,04706	1,4854	0,555
0,0125	**38400**	**-0,04708**	**1,4861**	**0,5547**

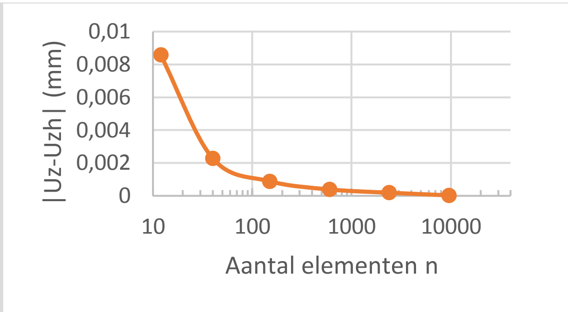
Tabel 3.5 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 100mm, Scharnieren aan 4 randen

Op basis van onderstaande grafieken kan de convergentie van de resultaten alsook de orde van de fout worden beoordeeld.

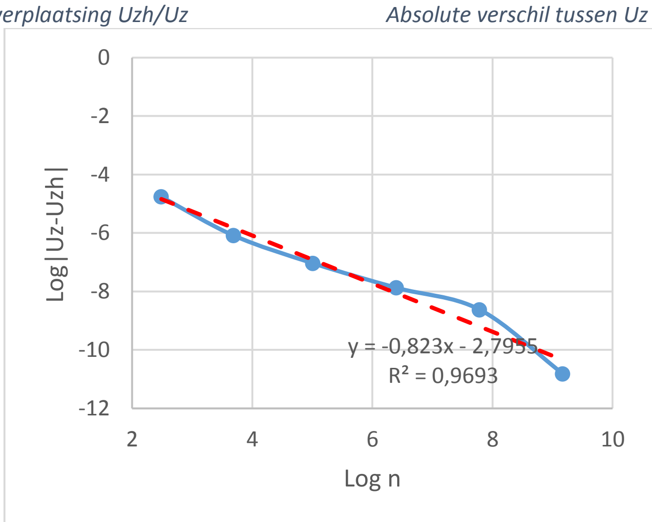
Verplaatsing Uz



Figuur 3.24 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



Figuur 3.25 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh

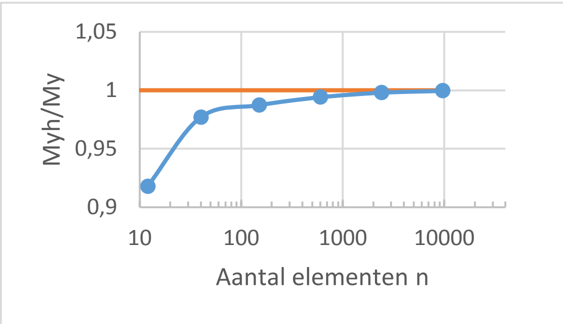


Figuur 3.26 - Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

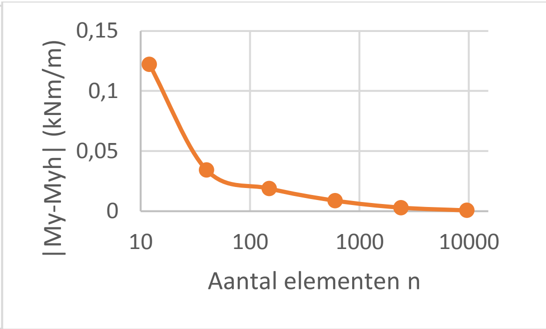
Net zoals bij de aan twee randen scharnierend opgelegde en ingeklemde plaat convergeert de door SCIA berekende oplossing voor de verplaatsing in de z-richting bij een toenemend aantal elementen monotoon stijgend naar de exacte oplossing.

Tussen de punten van de logaritmische functie van de fout is er een correlatie van 0,97. Alle punten worden daarom in aanmerking genomen bij de schatting van de fout aan de hand van de richtingscoëfficiënt van de regressielijn. De orde van de fout voor de verplaatsing is op die manier bepaald op 1,6.

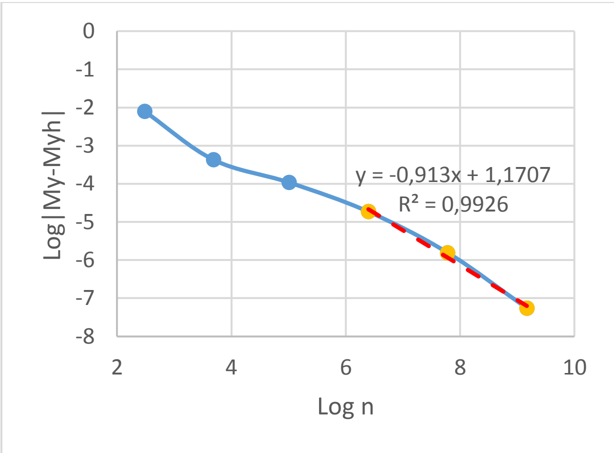
Moment My



Figuur 3.27 – *Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Genormaliseerde moment Myh/My*



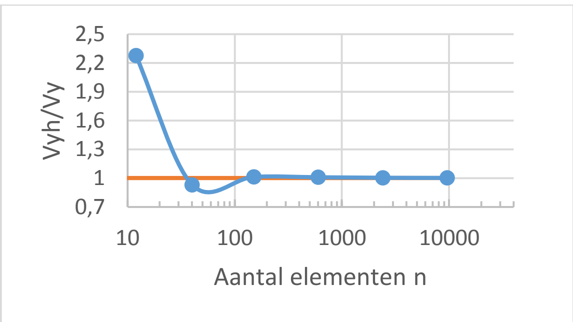
Figuur 3.28 – *Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen My en Myh*



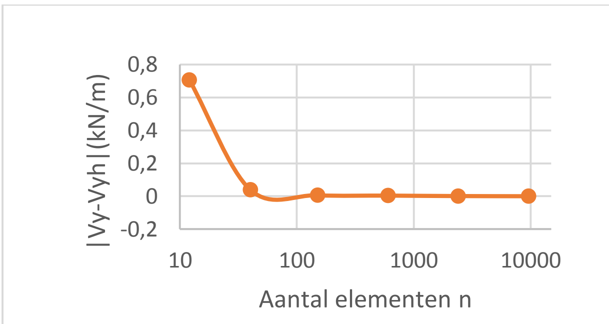
Figuur 3.29 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

De door SCIA berekende buigende momenten convergeren monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Voor een beperkt aantal elementen is er in de logaritmische functie een beetje ruis waar te nemen. Daarom worden enkel de gele punten gebruikt als representatieve punten voor de bepaling van de orde van de fout. De correlatie tussen deze punten is heel goed en dus kan de orde van de fout voor het moment bepaald worden op 1,8.

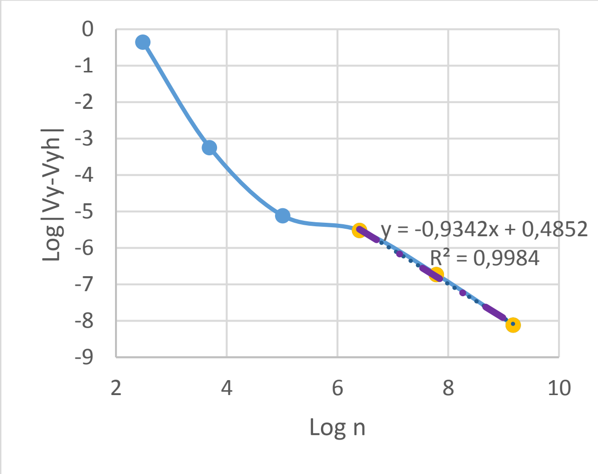
Dwarskracht Vy



Figuur 3.30 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur 3.31 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur 3.32 – Vlakke plaat 3, dikte 100 mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

Uit figuur 3.30 kan worden afgeleid dat de dwarskracht bij een klein aantal elementen nog sterk afwijkt van de exacte oplossing. Bovendien vertonen de uitkomsten bij aanpassingen van de grootte van de elementen grote schommelingen wanneer het aantal elementen beperkt is. Tabel 2.5 toont dat de door SCIA berekende dwarskracht pas vanaf een elementgrootte h=0,2 monotoon convergeert naar de werkelijke dwarskracht. De convergentie is bovendien dalend en dus zijn de berekeningen voor een voldoende fijn net aan de veilige kant.

De paarse regressielijn houdt enkel rekening met de gele punten in de grafiek. De helling van deze lijn bepaalt de orde van de fout. De correlatie tussen de beschouwde oplossingen is bijna perfect (≅1) en de orde van de fout is 1,9.

3.1.4 Vlakke plaat met meting aan de randen

Voor de controle van de nauwkeurigheid van elementen aan de randen in geval van een lokale netverfijning aan die randen, is de elementgrootte van het globale net constant gehouden op h=0,2m terwijl de grootte h van de elementen aan de randen steeds verder is verfijnd. In figuur 3.4 is te zien dat de lokale netverfijning is toegepast aan beide randen waar de plaat scharnierend is opgelegd. Als benchmark voor de exacte oplossing wordt in dit geval de oplossing bij een elementgrootte van het lokale net van 0,78125mm aangenomen. Om de nauwkeurigheid te kunnen controleren, moet de formule die in hoofdstuk 2 is afgeleid enigszins worden aangepast. Immers, indien in dit geval het logaritme van de fout wordt uitgezet tegen het logaritme van het aantal elementen, zullen de resultaten vertekend zijn omdat het globale net een andere elementgrootte heeft dan het net aan de randen van de plaat. In wat volgt is het logaritme van de fout daarom uitgezet tegenover het logaritme van de elementgrootte h. Om de waarde van α en dus de orde van de fout te berekenen, is onderstaande aanpassing aangebracht aan vergelijking (2.1).

$$u_{exact} = u_{berekend} + fout$$

$$u_{exact} = u_{berekend} + Kh^{\alpha}$$

$$u_{exact} - u_{berekend} = Kh^{\alpha}$$

$$\boldsymbol{\log(fout) = \alpha \log h + \log K} \tag{3.1}$$

De richtingscoëfficiënt van de regressielijn tussen de berekende punten is nu gelijk aan α, in plaats van $-\frac{1}{2}\alpha$ zoals hierboven het geval was. Zoals eerder vermeld, is de elementnauwkeurigheid in twee verschillende punten aan de rand van de plaat onderzocht. De resultaten zijn hieronder weergegeven.

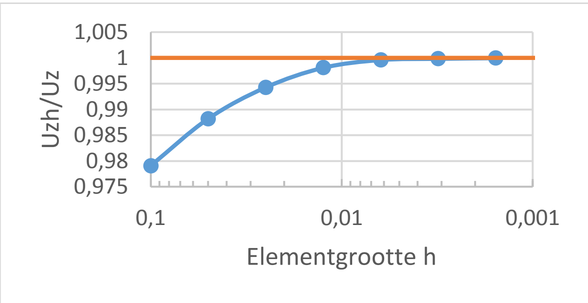
3.1.4.1 Elementnauwkeurigheid voor x=0,01m

Geometrie: Vlakke plaat; Dikte 100mm; Scharnierend opgelegd aan 2 randen Lokale netverfijning aan beide randen bij elementgrootte globale net h = 0,2m			
h (m)	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)
0,1	-0,002571	-0,92334	40,69221
0,05	-0,002595	-0,50193	55,7568
0,025	-0,002611	-0,06428	66,92188
0,0125	-0,00262101	0,20868	67,61452
0,00625	-0,00262501	0,33745	68,12948
0,003125	-0,0026256	0,34393	68,7764
0,0015625	-0,00262593	0,34274	69,37263
0,00078125	**-0,00262599**	**0,33815**	**69,30868**

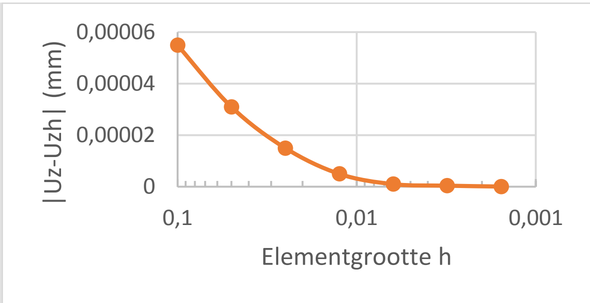
Tabel 3.6 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 100mm, lokale netverfijning, snede1

De convergentie van de resultaten en de orde van de fout worden afgeleid op basis van onderstaande grafieken.

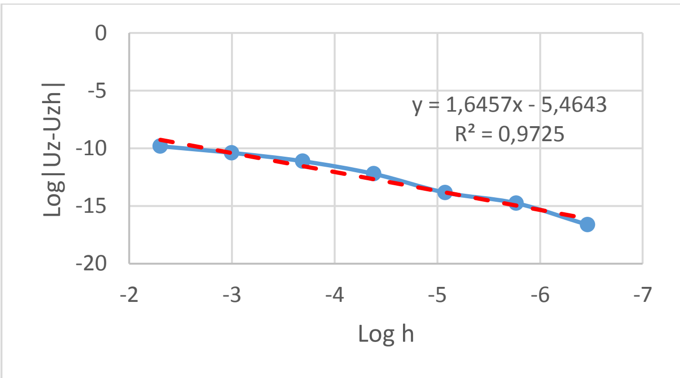
Verplaatsing Uz



Figuur 3.33 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



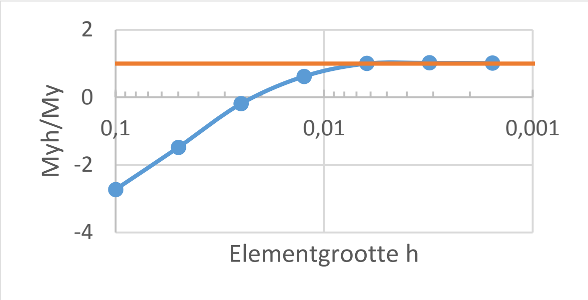
Figuur 3.34 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



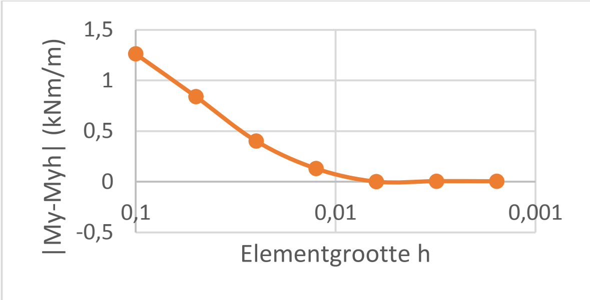
Figuur 3.35 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

Naarmate het lokale net fijner wordt, convergeren de resultaten monotoon stijgend naar de exacte oplossing. De orde van de fout is gelijk aan de helling van de regressielijn in figuur 3.35 en is dus 1,65.

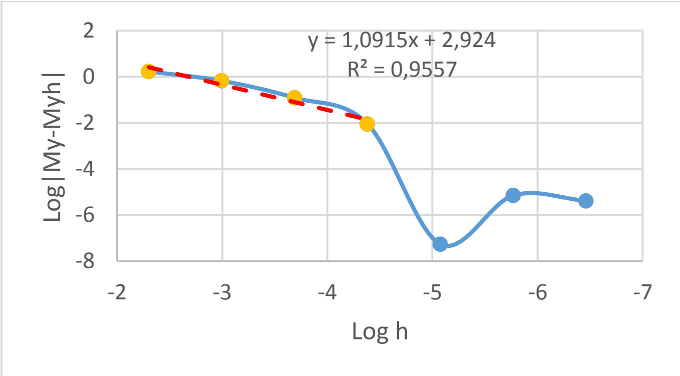
Moment My



Figuur 3.36 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Genormaliseerde moment Myh/My



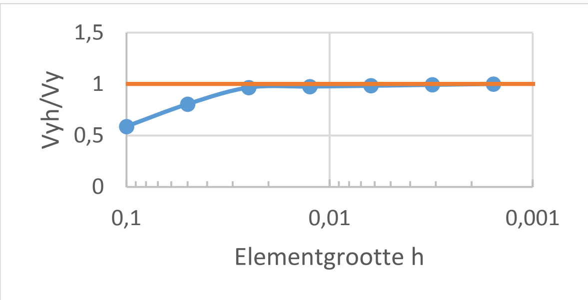
Figuur 3.37 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Absolute verschil tussen My en Myh



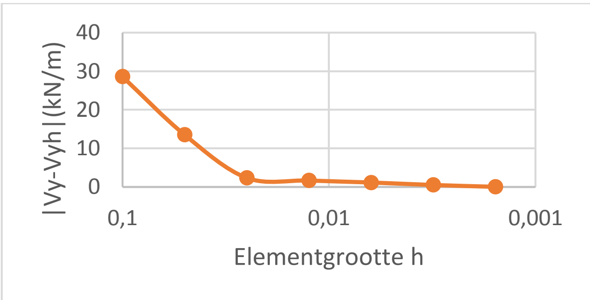
Figuur 3.38 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Initieel convergeren de resultaten monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Vanaf een waarde van h= 3,125mm wordt het moment door SCIA echter licht overschat. De orde van de fout kan afgelezen worden uit de vergelijking van de trendlijn in figuur 3.38 en is gelijk aan 1,09.

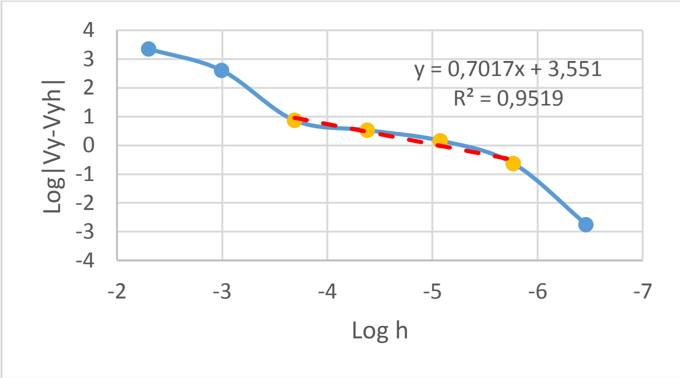
Dwarskracht Vy



Figuur 3.39 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur 3.40 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur 3.41 - Vlakke plaat 4.1, dikte 100 mm, lokaal net, x=0,01m, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

Net zoals voor het moment, convergeert de door SCIA berekende dwarskracht V_y initieel monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Voor h=1,5625mm wordt de oplossing echter overschat. De orde van de fout is gelijk aan de richtingscoëfficiënt van de trendlijn door de representatieve gele punten en is dus 0,7.

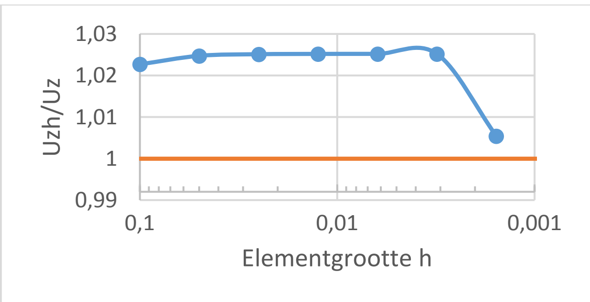
3.1.4.2 Elementnauwkeurigheid voor x=1m

De tweede snede aan de rand van de plaat (y=0,005m) waarvoor de nauwkeurigheid is onderzocht, bevindt zich in het midden van de rand (x=1m).

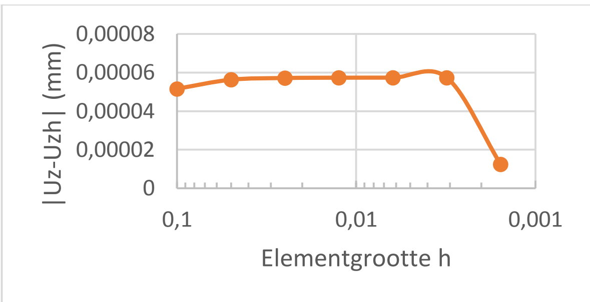
Geometrie: Vlakke plaat; Dikte 100mm; Scharnierend opgelegd aan 2 randen Lokale netverfijning aan beide randen bij elementgrootte globale net h = 0,2m			
h (m)	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**
0,1	-0,00232571	0,06382	9,67573
0,05	-0,00233038	0,05749	9,57793
0,025	-0,00233125	0,05252	9,40303
0,0125	-0,00233142	0,04909	9,33728
0,00625	-0,00233144	0,04744	9,32552
0,003125	-0,00233144	0,04706	9,32517
0,0015625	-0,00228649	0,04599	9,32666
0,00078125	**-0,00227412**	**0,04574**	**9,32771**

Tabel 3.7 - Resultaten voor vlakke plaat met dikte 100mm, lokale netverfijning, snede 2

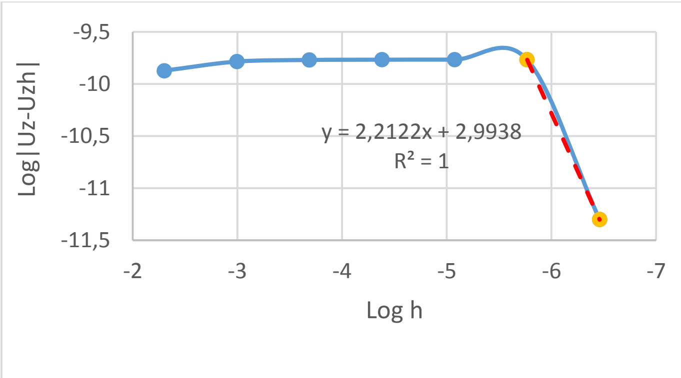
Verplaatsing Uz



Figuur 3.42 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



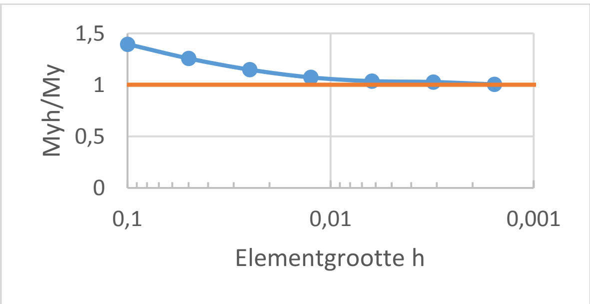
Figuur 3.43 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



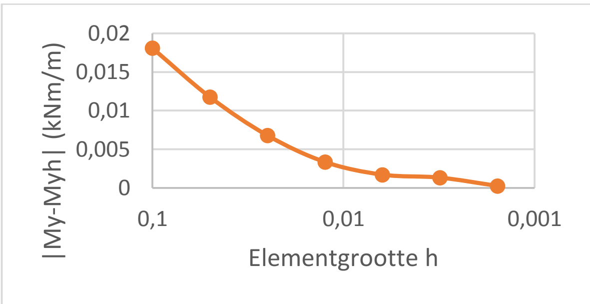
Figuur 3.44 - - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net,x=1m
Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

Voor de tweede snede is er wat betreft de door SCIA Engineer berekende verplaatsing geen duidelijke trend te zien voor de onderzochte elementgroottes. De verplaatsing wordt in alle gevallen overschat en de resultaten variëren weinig totdat ze bij een elementgrootte h=1,5625 mm van het lokale net opeens een sprong maken. Voor de logaritmische functie is het tekenen van een trendlijn op basis van de berekende resultaten niet echt mogelijk. Een verklaring hiervoor kan zijn dat de oplossingen pas zullen convergeren bij kleinere elementgroottes dan diegenen waarvoor de berekeningen zijn gedaan. De benchmark die werd gesteld op h=0,78125mm is in dat geval niet correct en zou moeten worden berekend voor een nog fijner lokaal net. De rekentijd die de computer nodig heeft om tot de oplossing te komen, wordt dan echter heel groot en leidt tot het blokkeren van de voor dit onderzoek gebruikte computer. Uitgaande van de hypothese dat convergentie van de resultaten pas plaatsvindt bij een zeer fijn lokaal net, is in figuur 3.44 een trendlijn getrokken door enkel de laatste twee punten. De orde van de fout is dan geschat op 2,21, maar deze schatting is gebaseerd op de hierboven beschreven aanname en op een beperkt aantal resultaten en is bijgevolg weinig betrouwbaar.

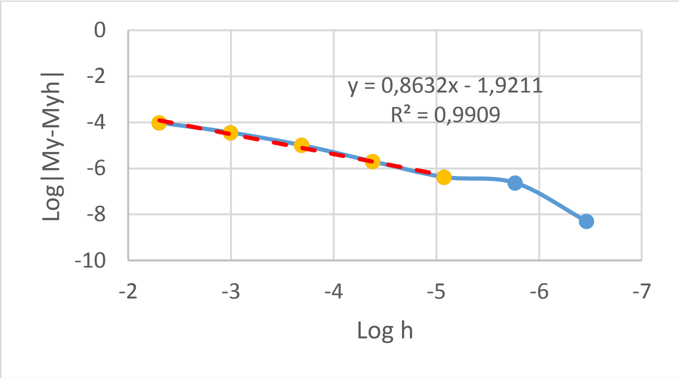
Moment My



Figuur 3.45 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Genormaliseerde moment Myh/My



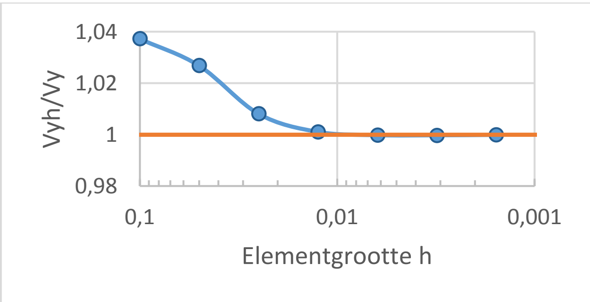
Figuur 3.46 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Absolute verschil tussen My en Myh



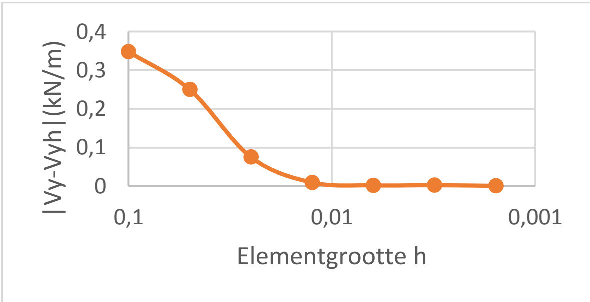
Figuur 3.47 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

De door SCIA Engineer berekende momenten convergeren in dit geval monotoon dalend naar de benchmark. De convergentie is wel duidelijk trager dan in het geval van meting in een snede in het midden van de plaat. De orde van de fout is immers slechts gelijk aan 0,86.

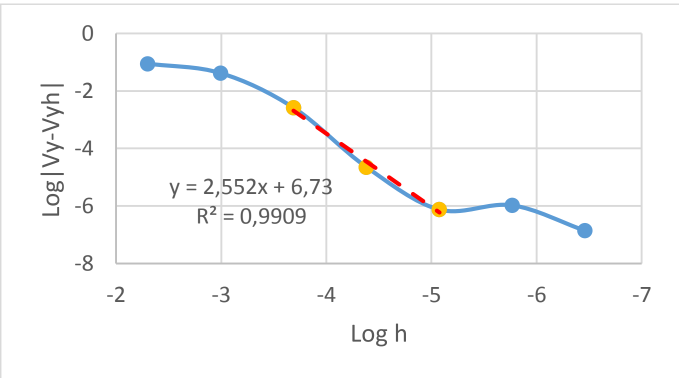
Dwarskracht Vy



Figuur 3.48 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur 3.49 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur 3.50 - Vlakke plaat 4.2, dikte 100 mm, lokaal net, x=1m, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

De resultaten voor de dwarskracht convergeren niet-monotoon naar de exacte oplossing. Tot en met een elementgrootte h van het lokale net die gelijk is aan 12,5mm overschat SCIA de dwarskracht. Vanaf h=6,25mm wordt de dwarskracht echter lichtjes overschat. In de logaritmische functie worden de gele punten aangenomen als representatief voor de bepaling van de orde van de fout. Uit de richtingscoëfficiënt van de regressielijn volgt de orde van de fout, namelijk 2,55.

3.2 Interpretatie resultaten

Om de resultaten die hierboven werden afgeleid te onderzoeken, geeft tabel 3.8 een overzicht van de manier van convergeren van de berekende resultaten. In deze tabel staat de afkorting MS voor monotoon stijgend en MD voor monotoon dalend. De letter N wijst op een niet-monotone convergentie naar de exacte oplossing.

<table>
<tr><th colspan="2"></th><th>Verplaatsing Uz</th><th>Moment My</th><th>Dwarskracht Vy</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Vlakke plaat 2 randen scharnierend</td><td>Dikte 5mm</td><td>MS</td><td>MS</td><td>MS</td></tr>
<tr><td>Dikte 10mm</td><td>MS</td><td>MS</td><td>MS</td></tr>
<tr><td>Dikte 100mm</td><td>MS</td><td>MS</td><td>MS</td></tr>
<tr><td>Vlakke plaat 2 randen ingeklemd</td><td>Dikte 100mm</td><td>MS</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Vlakke plaat 4 randen scharnierend</td><td>Dikte 100mm</td><td>MS</td><td>MS</td><td>N</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Vlakke plaat 2 randen scharnierend, lokale verfijning aan de randen</td><td>Snede 1: x=0,01m</td><td>MS</td><td>N</td><td>N</td></tr>
<tr><td>Snede 2: x=1m</td><td>N</td><td>MD</td><td>N</td></tr>
</table>

Tabel 3.8 - Overzicht manier van convergeren van de resultaten voor verschillende varianten van de vlakke plaat

Voor de aan twee randen scharnierend opgelegde plaat convergeren de resultaten in alle gevallen monotoon stijgend naar de exacte oplossing. De berekening in SCIA ligt dus steeds onder de werkelijke waarde waardoor de berekening aan de onveilige kant is. Voor wat betreft de verplaatsing van de aan twee randen ingeklemde plaat en de verplaatsing en het moment voor de aan vier randen scharnierend opgelegde plaat kan dezelfde conclusie worden getrokken.

De berekeningen voor enerzijds moment en dwarskracht voor de ingeklemde plaat en anderzijds voor de dwarskracht van de aan vier randen scharnierend opgelegde plaat convergeren niet-monotoon. Vanaf een waarde van h=0,2m is er in deze gevallen echter wel een monotoon dalende convergentie naar de exacte oplossing. De berekeningen zijn dus voor een voldoende fijn net aan de veilige kant.

Wanneer aan de randen van de plaat wordt gemeten, convergeert in de eerste snede (x=0,01m) enkel de berekening voor de verplaatsing nog monotoon tot de exacte waarde is bereikt. Dwarskracht en moment stijgen initieel monotoon, maar vanaf een kleine h, wordt de exacte oplossing telkens overschat.

Voor de tweede snede convergeert enkel het moment monotoon naar de werkelijke waarde. De convergentie is in dit geval monotoon dalend en dus liggen de door SCIA berekende resultaten steeds aan de veilige kant. Voor de verplaatsing is er pas bij hele kleine elementen aan de rand van de plaat een convergentie waar te nemen. Wel liggen ook hier de berekeningen steeds aan de veilige kant. De dwarskracht wordt bij een grof lokaal net overschat, maar zal bij een fijner lokaal net onder de benchmark duiken en vervolgens bij verder afnemende h opnieuw stijgen.

In de tabel hieronder wordt de berekende orde van de fout voor de verschillende varianten van de vlakke plaat overzichtelijk weergegeven. De resultaten zijn steeds afgerond naar het dichtstbijzijnde gehele getal.

		Verplaatsing Uz	Moment My	Dwarskracht Vy
Vlakke plaat 2 randen scharnierend	Dikte 5mm	2	2	2
	Dikte 10mm	2	2	2
	Dikte 100mm	2	2	4
Vlakke plaat 2 randen ingeklemd	Dikte 100mm	2	2	2
Vlakke plaat 4 randen scharnierend	Dikte 100mm	2	2	2
Vlakke plaat 2 randen scharnierend, lokale verfijning aan de randen	Snede 1: x=0,01m	2	1	1
	Snede 2: x=1m	2	1	3

Tabel 3.9 - Overzicht orde van de fout voor verschillende varianten van de vlakke plaat

Wanneer gemeten wordt in het vlak van de plaat, wordt voor de verschillende diktes en de verschillende manieren van opleggen een orde van de fout gelijk aan 2 gevonden. Er is echter één resultaat dat daarvan afwijkt en dat is in tabel 3.9 geel gemarkeerd.

De vlakke plaat die scharnierend is opgelegd aan 2 randen en een dikte heeft van 100mm, vertoont voor wat betreft de dwarskracht een afwijking van de algemene conclusie dat de orde van de fout gelijk is aan 2. De door SCIA berekende oplossing zou voor dit geval twee maal zo snel convergeren.

Bovenstaande resultaten wijken af van de theoretische resultaten die in de literatuur terug te vinden zijn. Volgens Kok (1991) gelden voor een vlakke plaat met vierpuntselementen die buiging kan opnemen de volgende waardes voor α (Kok, 1991):

- Verplaatsing U_z: $\alpha = 3$
- Moment M_y: $\alpha = 2$
- Dwarskracht V_y: $\alpha = 1$

Wanneer het net lokaal verfijnd wordt aan de randen van de vlakke plaat, zijn de resultaten niet meer zo éénduidig. Voor de snede aan de hoek van de plaat (y=0,005m en x=0,01m) zijn de resultaten vrij betrouwbaar, al ligt de correlatie tussen de representatieve punten waardoor de regressielijn wordt getekend wel lager dan bij meting in het vlak van de plaat. Voor de verplaatsing is de orde van de fout gelijk aan 2. Het gaat hier echter om een afronding en als de exacte waardes in acht genomen worden, kan worden vastgesteld dat de convergentie bij meting in het vlak van de plaat toch sneller is dan in geval van meting aan de rand: de waarde van α daalt immers van 2,2 naar 1,65. Voor dwarskracht en moment daalt de orde van de fout tot 1. De convergentie is hier dus duidelijk trager dan in geval van meting in het vlak van de plaat.

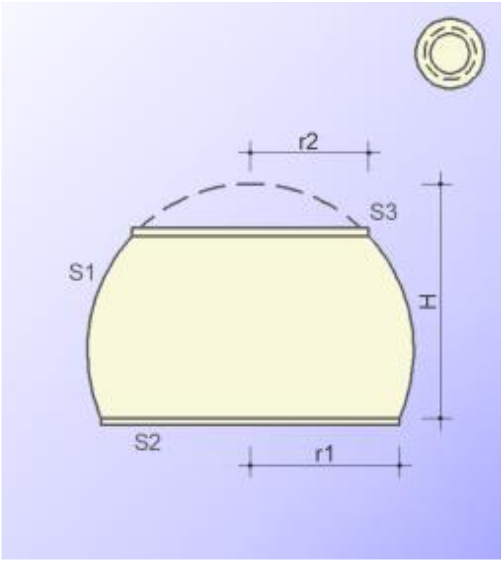
De interpretatie van de resultaten voor de tweede snede (y=0,005m en x=1m) is problematisch voor wat betreft de verplaatsing. In tabel 3.9 is dit onbetrouwbare resultaat rood gemarkeerd. Er zijn slechts een beperkt aantal punten gekozen voor de bepaling van de orde van de fout op basis van de hypothese dat de convergentie pas zal plaatsvinden bij een nog fijner lokaal net dan datgene dat kon worden berekend door de computer. Er kan echter niet worden gecontroleerd of deze trend ook zou standhouden bij een nog kleinere h. Voor dwarskracht en moment zijn de resultaten betrouwbaarder. De orde van de fout bij berekening van het moment daalt net zoals in de eerste snede tot 1. Voor de dwarskracht is de orde van de fout in tabel 3.9 bepaald op 3, maar dit is een afronding. Aangezien de helling van de trendlijn door de representatieve punten gelijk is aan 2,55 en de logaritmische functie bovendien zowel bij een heel grof als bij een heel fijn lokaal net vlakker verloopt, is een orde van de fout gelijk aan 2 ook mogelijk.

Het feit dat de resultaten bij meting aan de randen minder éénduidig zijn en dat de convergentie trager verloopt wordt mogelijk mee veroorzaakt door de niet-uniforme netverfijning. De elementen in het vlak van de plaat hebben immers een andere elementgrootte dan deze aan de randen en bovendien is het randnet vrij smal en hebben de elementen van dit laatste net niet steeds een regelmatige vorm, zoals te zien is in figuur 3.4. Deze onregelmatigere vorm van de elementen kan ook verklaren waarom de resultaten bij meting in twee verschillende punten op de randen vrij sterk verschillen.

4 Koepel met opening

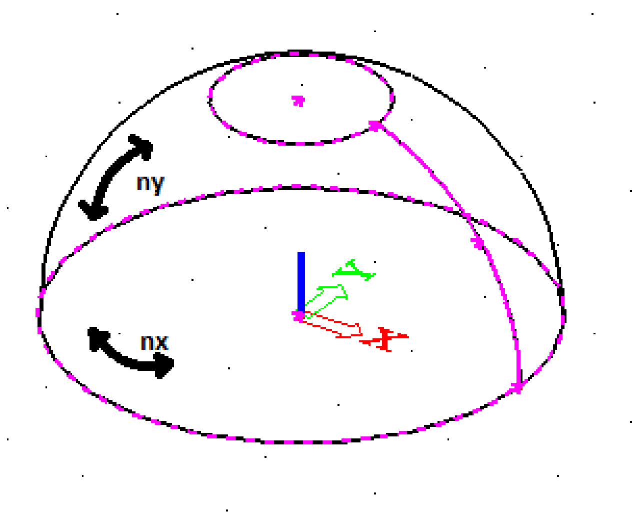
In wat volgt wordt nagegaan of er ook voor schaalelementen met een kromming éénduidige conclusies kunnen worden getrokken met betrekking tot de orde α van de fout. Hiertoe wordt gebruikt gemaakt van het model van de dunwandige koepel met een opening bovenaan. Zoals in eerder onderzoek door J.U. de Jong werd aangegeven, zal een koepel zonder opening driehoekige elementjes hebben in de top, wat leidt tot een minder accurate beoordeling van de nauwkeurigheid. Het onderzoek is opnieuw gedaan voor verschillende varianten van de koepel met opening.

De koepel is, net zoals de vlakke plaat vervaardigd uit S235 staal. De figuur hieronder geeft het model weer. De waarde van r1 wordt gesteld op 2m Straal r2 van de opening is gelijk aan 0,7 meter en de hoogte H is 2m.



Figuur 4.1 - Afmetingen koepel met opening

In tegenstelling tot de vlakke plaat, zijn er in de koepel wel belangrijke normaalkrachten aanwezig. In wat volgt is n_x de ringkracht en n_y de membraankracht. Deze zijn weergegeven in de figuur hieronder.

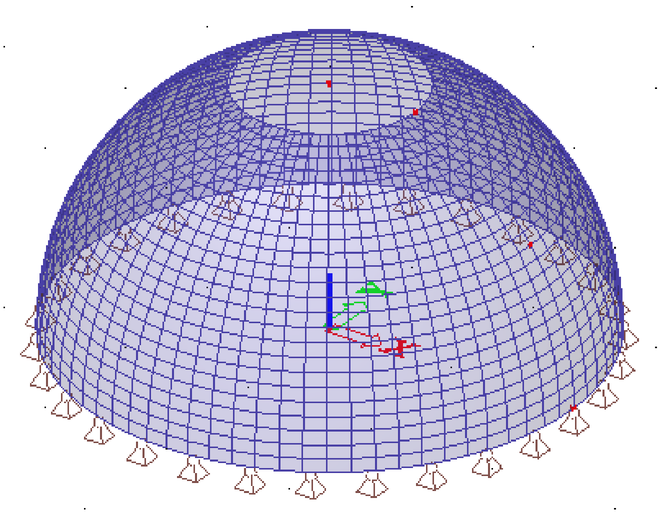


Figuur 4.2 - Ringkracht nx en membraankracht ny

De momenten in de koepel zijn compatibiliteitsmomenten en ontstaan enkel door de vervormingen onder invloed van normaalkrachten. Deze momenten zijn erg klein, maar vanuit het oogpunt van het onderzoek naar elementnauwkeurigheid en convergentie daarom niet onbelangrijk. Echter, omdat de waardes voor de momenten erg klein zijn, is het eigen gewicht in wat volgt vermenigvuldigd met 1000 om de analyse te vergemakkelijken.

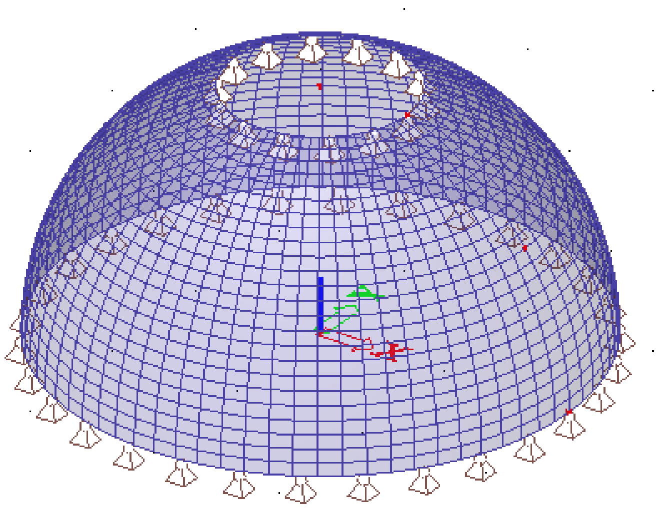
De elementnauwkeurigheid is gecontroleerd door voor onderstaande varianten voor verschillende elementgroottes telkens de verplaatsing in de z-richting (mm), het moment m_y (kNm/m), de dwarskracht v_y (kN/m) de ringkracht n_x (kN/m) en de membraankracht n_y(kN/m) te berekenen onder belasting door het eigen gewicht vermenigvuldigd met een factor 10^3.

1. Koepel, scharnierend opgelegd onderaan zoals weergegeven in figuur 4.3:
    a. Dikte 5 mm
    b. Dikte 10 mm
    c. Dikte 40 mm



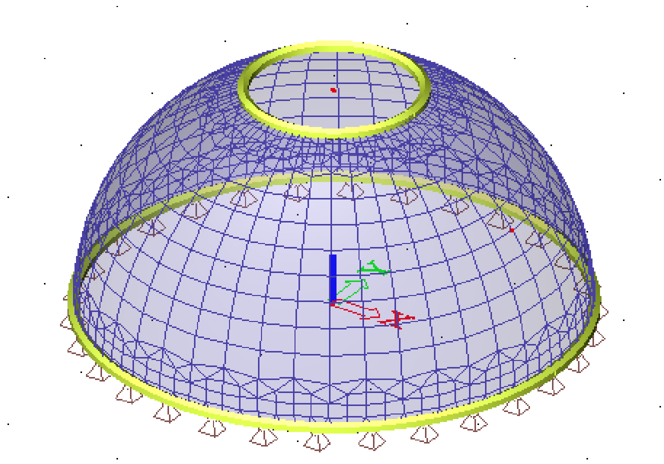
Figuur 4.3 - Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan (h=0,1m)

2. Koepel, scharnierend opgelegd onder- en bovenaan zoals weergegeven in figuur 4.4:



Figuur 4.4 - Koepel met opening, scharnierend opgelegd onder- en bovenaan (h=0,1m)

3. Koepel, scharnierend opgelegd onderaan met lokale netverfijning aan de randen zoals weergegeven in figuur 4.5:



Figuur 4.5 - Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan met lokale netverfijning aan de randen ($h_{globaal}$=0,2m ; h_{lokaal}=0,1m)

De koepel met scharnierende opleggingen onderaan is onderzocht voor verschillende diktes. De dikte t van de schaal mag echter niet te groot worden gekozen. Vanaf $\frac{R1}{t} \leq 30$ is er immers sprake van een dikwandige schaal. In een dergelijk schaal spelen randstoringen door buigspanningen een belangrijkere rol en geldt de berekening voor dunne schaalelementen niet meer. De lengte van een dergelijke randstoring is gelijk aan $2\sqrt{R1 * t}$ en dus neemt de invloed van een randstoring af met de dikte van de elementen. Een heel dunne schaal heeft een verhouding $\frac{R1}{t} = 500$. Voor de koepels die in dit project worden onderzocht geldt: $50 \leq \frac{R1}{t} \leq 400$. De koepel met een dikte van 40mm neigt dus al eerder naar de dikwandige schaal en het is mogelijk dat dit de resultaten zal beïnvloeden.

Voor het berekenen van de elementnauwkeurigheid, is voor elk van de bestudeerde gevallen opnieuw een eigen benchmark bepaald. Voor de koepels zonder lokale netverfijning worden de resultaten berekend voor een snede halverwege de meridiaan naar de top. De snede heeft de volgende coördinaten:

- Start snede: x=1,642999m; y=0m; z=1,13999m
- Einde snede: x=1,643m; y=0m; z=1,14m

De lengte van de randstoring voor de schaal met een dikte van 40mm is:

$$2\sqrt{R1 * t} = 2\sqrt{2000 * 40} = 566\ mm$$

De onderzochte snede ligt dus ook voor de dikste schaal niet meer in de randstoring en bijgevolg zullen de resultaten niet worden beïnvloed door deze storing.

In dit knooppunt heeft SCIA Engineer de oplossing berekend voor volgende elementgroottes:

- h = 0,8m
- 0,5*h = 0,4m
- 0,25*h=0,2m
- 0,125*h=0,1m
- 0,0625*h=0,05m

- 0,03125*h=0,025m

De oplossing bij een elementgrootte h= 0,0125m is gebruikt als benchmark voor de beoordeling van de convergentie en de bepaling van de orde van de fout.

Voor de bepaling van de elementnauwkeurigheid in geval van een lokale netverfijning is de berekening uitgevoerd voor een knoop op de onderrand van de koepel met een dikte van 5mm. De koepel is axiaalsymmetrisch en dus zal de oplossing voor alle knopen op de rand identiek zijn. In dit onderzoek is de elementgrootte h van het globale net constant gehouden op 0,2m. Vervolgens is het net aan de randen van de koepel steeds verder verfijnd op de onderstaande manier:

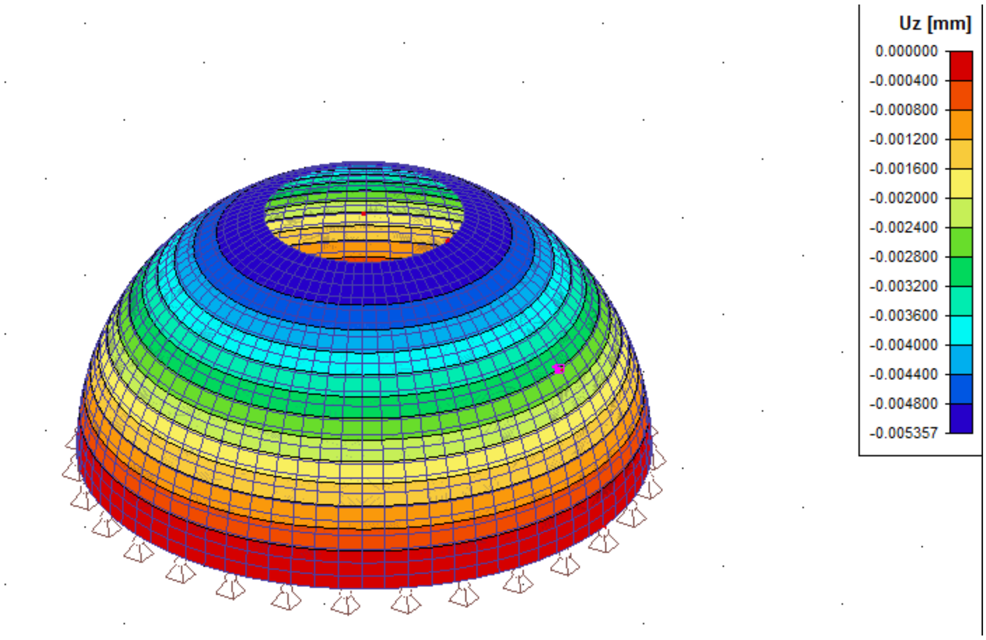
- h = 0,1m
- 0,5*h = 0,05m
- 0,25*h=0,025m
- 0,125*h=0,0125m
- 0,0625*h=0,00625m
- 0,03125*h=0,003125m
- 0,015625*h=0,0015625m

De oplossing die SCIA berekent voor een elementgrootte van lokale net h= 0,78125mm vormt de benchmark voor de beoordeling van de resultaten.

4.1 Resultaten

4.1.1 Koepel met scharnierende oplegging onderaan

In deze opstelling is het moment m_y, de dwarskracht v_y, de verplaatsing U_z, de ringkracht n_x en de membraankracht n_y berekend voor verschillende diktes van de koepel om op die manier na te gaan of de nauwkeurigheid en convergentie van de berekende oplossingen wijzigt wanneer de dikte van de schaalelementen wordt aangepast. Figuur 4.6 toont voor de koepel met een dikte t van 5mm en een net met elementgrootte 0,1m de grootte van de verplaatsing onder belasting door eigen gewicht over de ganse koepel. Hieruit kan duidelijk worden afgeleid dat de koepel axiaalsymmetrisch is. Het roze stipje op de koepel is de knoop waarin de resultaten werden afgelezen.



Figuur 4.6 – Koepel met opening, dikte 5mm, belasting eigen gewicht, h=0,1m: verplaatsing Uz

De resultaten voor de verschillende schaaldiktes zijn weergegeven in de tabellen hieronder.

Geometrie:	koepel met opening; Dikte 5mm; Scharnierend opgelegd onderaan					
h (m)	Aantal elementen n	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)	Nx (kN/m)	Ny (kN/m)
0,8	32	-2,73167	0,042187	-0,055047	286,5758	-687,3089
0,4	120	-1,39706	-0,004504	-0,197567	-31,6087	-412,3877
0,2	432	-1,23315	-0,00052	-0,241428	-21,3725	-417,7598
0,1	1824	-1,16553	-0,001494	-0,095876	-21,0885	-418,1568
0,05	7400	-1,19685	-0,0015026	-0,021808	-20,9062	-418,2262
0,025	29008	-1,20934	-0,0015027	-0,006622	-20,8628	-418,2517
0,0125	**115624**	**-1,21285**	**-0,0015028**	**-0,0024682**	**-20,852**	**-418,2575**

Tabel 4.1 - Resultaten voor koepel met opening met dikte 5mm, scharnieren onderaan

Geometrie:	koepel met opening; Dikte 10mm; Scharnierend opgelegd onderaan					
h (m)	Aantal elementen n	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)	Nx (kN/m)	Ny (kN/m)
0,8	32	-2,69765	0,324878	-0,447528	571,0636	-1354,3389
0,4	120	-1,31419	-0,062504	-1,095656	-80,1711	-828,5924
0,2	432	-1,12512	-0,011908	-0,66412	-43,7638	-835,5555
0,1	1824	-1,15188	-0,012128	-0,202167	-42,1729	-836,3113
0,05	7400	-1,18247	-0,0121243	-0,049327	-41,8078	-836,4495
0,025	29008	-1,19198	-0,0121237	-0,018344	-41,7218	-836,4998
0,0125	**115624**	**-1,19453**	**-0,0121234**	**-0,0102486**	**-41,7004**	**-836,5115**

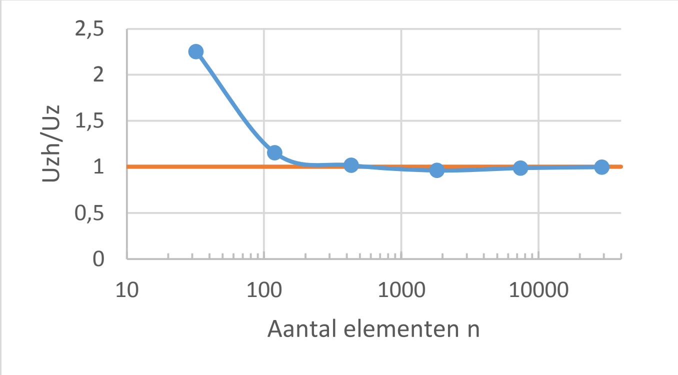
Tabel 4.2 - Resultaten voor koepel met opening met dikte 10mm, scharnieren onderaan

Geometrie:	koepel met opening; Dikte 40mm; Scharnierend opgelegd onderaan					
h (m)	Aantal elementen n	Uz (mm)	My (kNm/m)	Vy (kN/m)	Nx (kN/m)	Ny (kN/m)
0,8	32	-2,1891	14,146359	-25,9769	2021,516	-4412,893
0,4	120	-0,9747	-2,455769	-12,3496	-271,2339	-3373,2393
0,2	432	-1,0416	-1,218452	-1,121812	-196,1599	-3347,4123
0,1	1824	-1,10989	-1,076924	1,248781	-190,6512	-3347,4825
0,05	7400	-1,1291	-1,055677	1,833229	-189,3368	-3347,3665
0,025	29008	-1,13419	-1,051068	1,934718	-189,1592	-3347,433
0,0125	**115624**	**-1,1355**	**-1,049929**	**1,960209**	**-189,1203**	**-3347,4455**

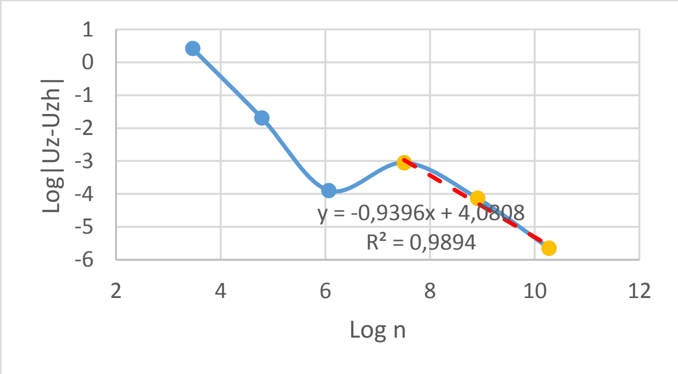
Tabel 4.3 - Resultaten voor koepel met opening met dikte 40mm, scharnieren onderaan

Voor de koepel met een dikte t=5mm is in wat volgt telkens de genormaliseerde waarde van de verschillende grootheden alsook de logaritmische functie van de absolute waarde van de fout grafisch weergegeven. De grafieken die het verloop van de absolute fout tonen, zijn te vinden in bijlage 2A. In bijlagen 2B tot en met 2F zijn de grafieken opgenomen met de resultaten voor de koepels met een dikte van 10mm en 40mm.

Verplaatsing Uz



Figuur 4.7 - Koepel 1, dikte 5mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz

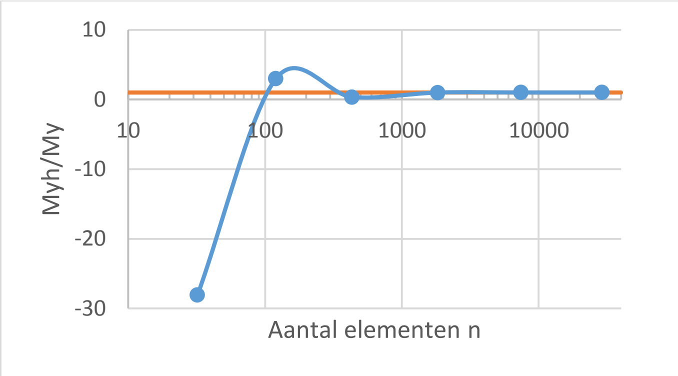


Figuur 4.8 - Koepel 1, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

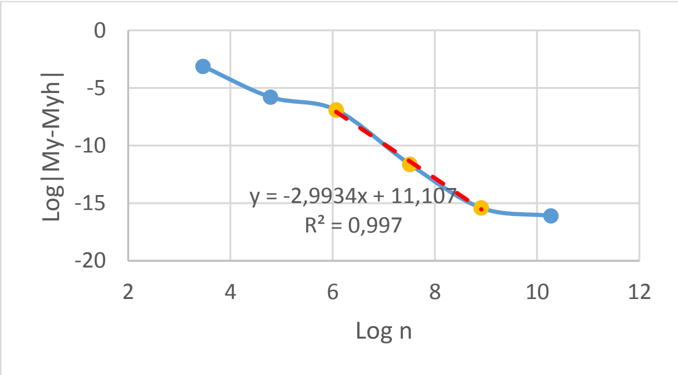
Zoals duidelijk wordt uit tabel 4.1 en figuur 4.7 evolueert de berekende verplaatsing niet-monotoon naar de exacte oplossing. Initieel is er een vrij grote overschatting van de verplaatsing, waarna voor h=0,1m tot en met h=0,025m de doorbuiging licht onderschat wordt. De grafiek in figuur 4.8 vertoont een knik tussen h=0,2m en h=0,1m. Enkel de laatste drie punten zijn representatief voor de bepaling van de orde van de fout. De correlatie tussen deze punten is 0,9894 en de orde van de fout is gelijk aan 1,88.

Zoals uit de tabellen en uit de grafieken in bijlage 2B kan worden afgeleid, zullen ook voor de koepels met een dikte van 10mm en 40m de berekeningen bij een grof net worden overschat, om vanaf een voldoende kleine h vervolgens monotoon stijgend te convergeren naar de werkelijke verplaatsing. Wel is het zo dat de sprong van overschatting naar onderschatting bij de koepel van 10mm dik reeds gebeurt bij een elementgrootte h=0,2m en bij een koepel met een dikte van 40mm vindt deze sprong nog eerder plaats, namelijk bij een h =0,4m. Voor beide diktes is de orde van de fout gelijk aan 2.

Moment My



Figuur 4.9 - Koepel 1, dikte 5mm, Genormaliseerd moment Myh/My

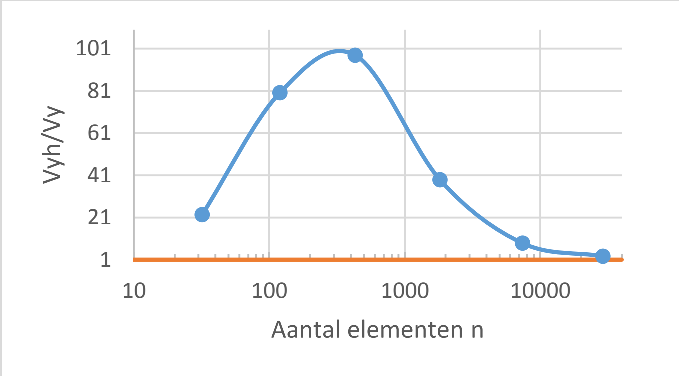


Figuur 4.10 - Koepel 1, dikte 5mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

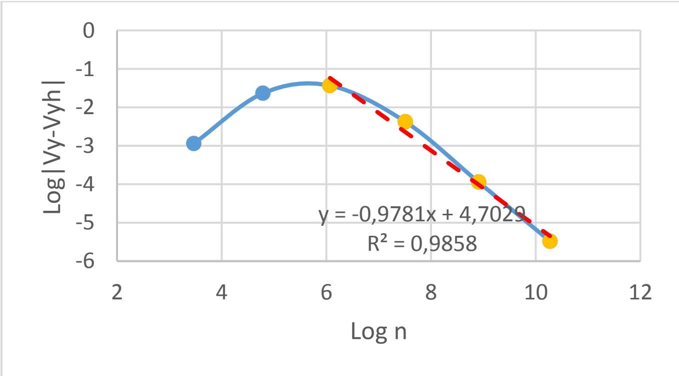
Het moment M_y zal pas vanaf een elementgrootte h=0,2m monotoon en stijgend convergeren naar het werkelijke moment. In de logaritmische functie zijn enkel de drie middelste punten, dus voor h=0,2m, h=0,1m en h=0,25m representatief. De regressielijn door deze punten heeft een steile helling, waardoor er voor de berekening van het n=moment in SCIA Engineer een orde van de fout gelijk aan 6 geldt.

Voor de koepels met dikte 10mm en 40mm evolueert de oplossing monotoon dalend naar de exacte oplossing. De berekening is dus steeds aan de veilige kant. De orde van de fout bij de berekening van het moment is voor de koepel met een dikte van 10mm bepaald op basis van de middelste vier meetresultaten. De correlatie tussen deze punten is echter slechts 0,9395 en dus is de schatting van de orde van de fout in dit geval niet geheel betrouwbaar. α is in dit geval gelijk aan 5,28, voor een dikte van de schaalelementen van 40mm is de waarde van α nog slechts 2,75.

Dwarskracht Vy



Figuur 4.11 - Koepel 1, dikte 5mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



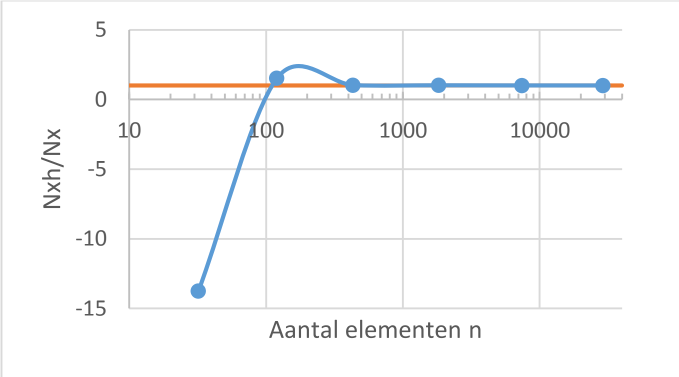
Figuur 4.12 - Koepel 1, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

Zoals te zien is in figuur 4.11 (en ook in bijlage 2A in de grafiek die het verloop van de absolute fout weergeeft), zal de fout in de berekening van de dwarskracht initieel stijgen en pas daarna convergeert de berekende oplossing op een monotoon dalende manier naar de exacte oplossing. Voor wat betreft de dwarskracht V_y zijn de berekeningen in SCIA veilig voor alle elementgroottes. Enkel de gele punten in de grafiek in figuur 4.12 zijn in aanmerking genomen voor de bepaling van de orde van de fout. De correlatie tussen deze punten is voldoende hoog en de orde van de fout voor de dwarskracht is gelijk aan 1,96.

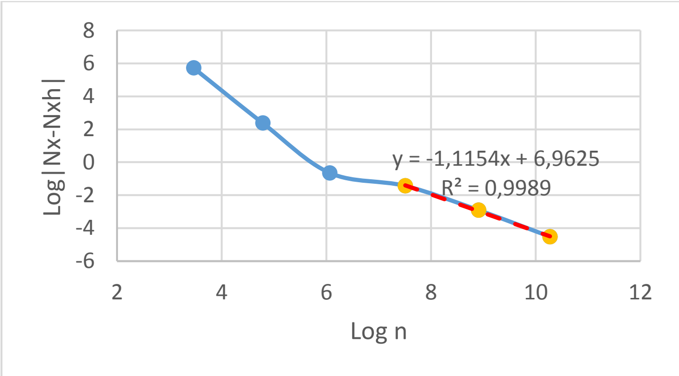
Voor de koepel met een dikte van 10mm is het verloop van de absolute fout vergelijkbaar met die van de koepel van 5mm dik. De fout neemt immers initieel toe en daalt vervolgens vanaf h=0,4m monotoon totdat de werkelijke dwarskracht is bereikt. De orde van de fout is bepaald op 2,1.

De resultaten voor de koepel met een dikte van 40mm vertonen een ander verloop. De absolute fout neemt constant af en de berekende oplossingen evolueren monotoon stijgend naar de exacte oplossing. α is eveneens gelijk aan 2,1.

Ringkracht Nx



Figuur 4.13 - Koepel 1, dikte 5mm, Genormaliseerde ringkracht Nxh/Nx



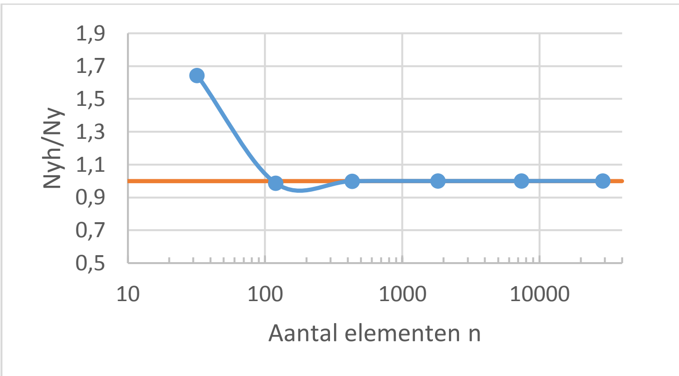
Figuur 4.14 - Koepel 1, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Nx-Nxh| en regressielijn

Vanaf h=0,4m wordt de ringkracht door SCIA overschat en neemt deze monotoon dalend af tot de exacte waarde is bereikt. De laatste drie punten hebben een heel goede correlatie en de trendlijn door deze punten heeft een helling van -1,1154, waardoor de orde van de fout bepaald kan worden op 2,23.

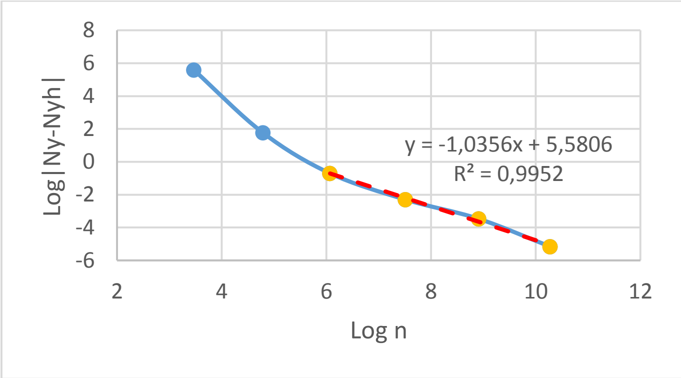
De oplossingen voor de koepel met een dikte van 10mm vertonen een identiek verloop. De orde van de fout is bovendien eveneens gelijk aan 2,23.

Wanneer de dikte van de schaalelementen wordt verhoogd naar 40mm, blijft het verloop van de berekeningen ongewijzigd, maar α stijgt wel tot 3,09.

Membraankracht Ny



Figuur 4.15 - Koepel 1, dikte 5mm, Genormaliseerde membraankracht Nyh/Ny



Figuur 4.16 - Koepel 1, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Ny-Nyh| en regressielijn

In tegenstelling tot de ringkracht, wordt de membraankracht vanaf h=0,4m onderschat en zal vanaf dan monotoon stijgend evolueren naar de vooropgestelde benchmark. Voor de geel gemarkeerde punten in figuur 4.16 is de correlatie erg goed en de orde van de fout voor de berekening van de membraankracht is dus 2,07.

Net zoals bij de ringkracht is ook voor N_y het verloop van de berekeningen die SCIA uitvoert voor verschillende elementgroottes gelijk bij de koepel van 5mm en 10mm dik. De orde van de fout is voor deze laatste koepel gelijk aan 2,05.

De oplossingen voor de koepel met een dikte van 40mm convergeren niet-monotoon. Het logaritme vertoont een duidelijke uitschieter naar beneden voor h=0,2m en h=0,1m. Wanneer deze punten buiten beschouwing worden gelaten bij het tekenen van de trendlijn, kan de orde van de fout worden bepaald op 3,19.

4.1.2 Koepel met scharnierende oplegging onder- en bovenaan

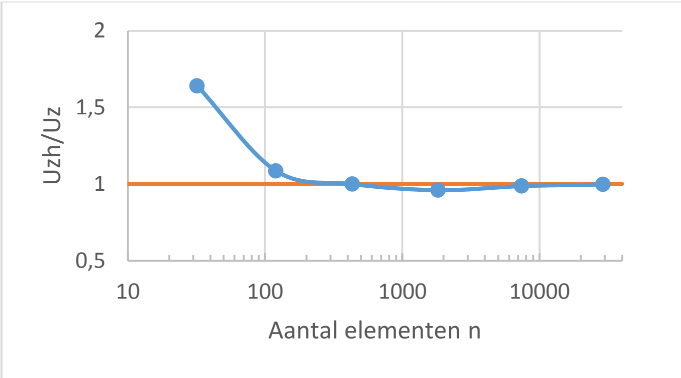
De onderstaande tabel toont de resultaten van de berekening voor de koepel met scharnieren onder- en bovenaan.

Geometrie:	**koepel met opening; Dikte 5mm; Scharnierend opgelegd onder- en bovenaan**					
h (m)	**Aantal elementen n**	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**	**Nx (kN/m)**	**Ny (kN/m)**
0,8	32	-1,86072	-0,033843	-0,112771	-79,616	-4412,893
0,4	120	-1,23204	-0,005287	-0,31342	-159,958	-3373,2393
0,2	432	-1,13377	-0,00014801	-0,278732	-113,813	-3347,4123
0,1	1824	-1,08857	-0,00146778	-0,10711143	-98,142	-3347,4825
0,05	7400	-1,11931	-0,00150141	-0,0243912	-96,54	-3347,3665
0,025	29008	-1,13106	-0,00150263	-0,00729486	-96,406	-3347,433
0,0125	**115624**	**-1,13435**	**-0,00150285**	**-0,00264176**	**-96,377**	**-3347,4455**

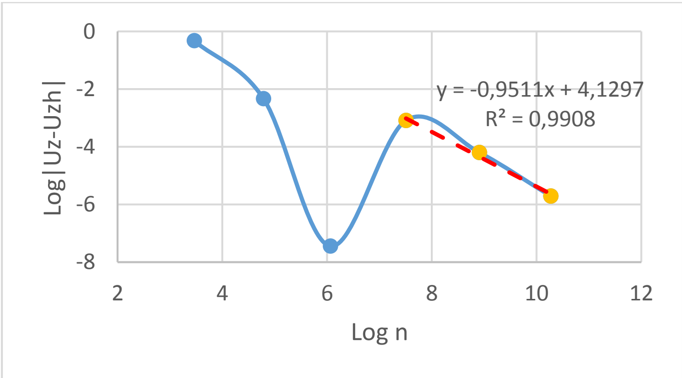
Tabel 4.4 - Resultaten voor koepel met opening met dikte 5mm, scharnieren onder- en bovenaan

De grafieken in onderstaande figuren geven telkens de genormaliseerde waarde van de beschouwde grootheid alsook de logaritmische functie van de fout en de bijhorende regressielijn. Bijlage 3 bevat de grafieken voor de absolute fout.

Verplaatsing Uz



Figuur 4.17 - Koepel 2, dikte 5mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz

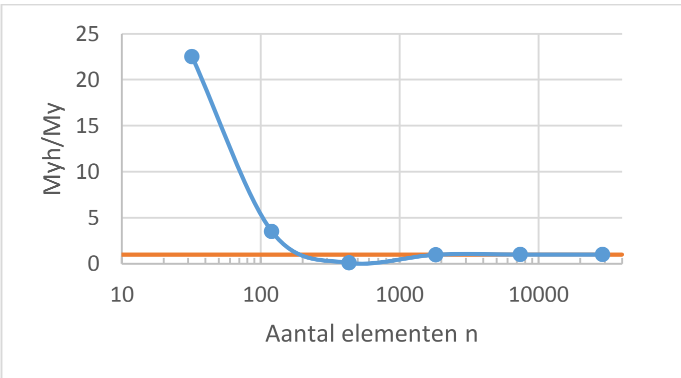


v

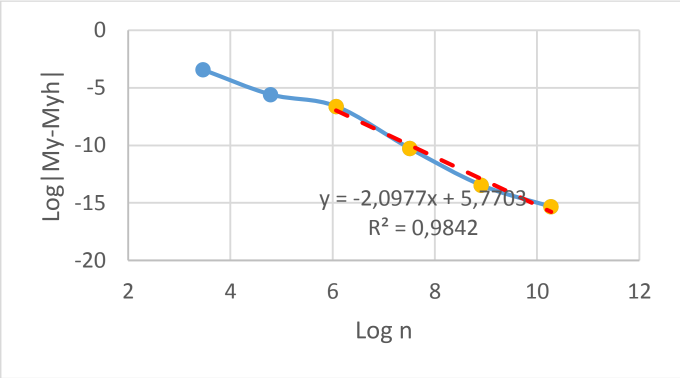
Figuur 4.18 - Koepel 2, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

De door SCIA Engineer berekende verplaatsing Uz evolueert niet-monotoon naar de werkelijke verplaatsing. De logaritmische functie vertoont een duidelijke uitschieter naar beneden bij h=0,2m, en reeds bij h=0,4m wordt de beweging naar beneden ingezet. Enkel de gele punten worden daarom in beschouwing genomen bij de bepaling van de waarde van α. De richtingscoëfficiënt van de raaklijn door de respresentatieve punten is -0,9511 en dus is α gelijk aan 1,9.

Moment My



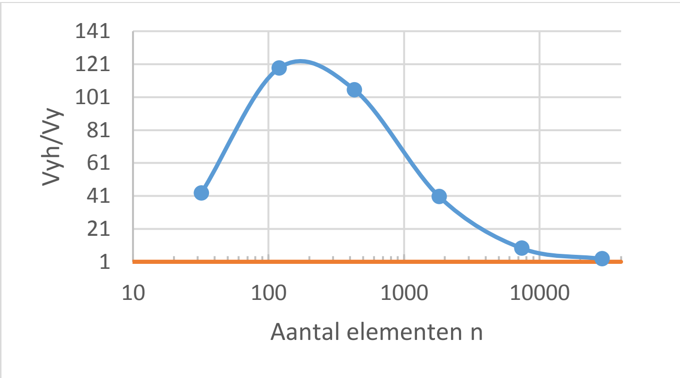
Figuur 4.19 - Koepel 2, dikte 5mm, Genormaliseerd moment Myh/My



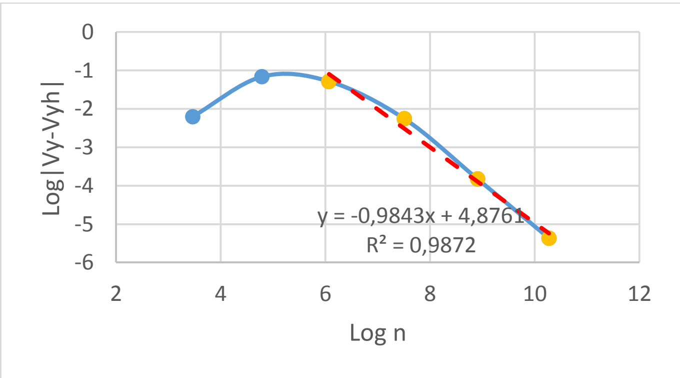
Figuur 4.20 - Koepel 2, dikte 5mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Voor een grof net wordt M_y overschat. Vanaf h=0,2m convergeert het moment echter monotoon stijgend naar de exacte oplossing. In de logaritmische functie van de fout is de correlatie tussen de vier laatste resultaten goed. Op basis van deze punten is de orde van de fout bepaald op 4,2.

Dwarskracht Vy



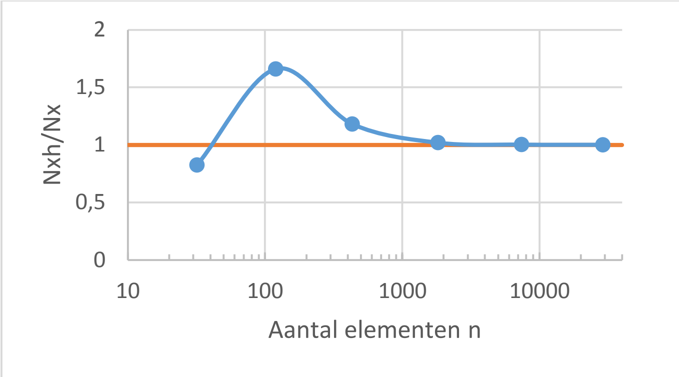
Figuur 4.21 - Koepel 2, dikte 5mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



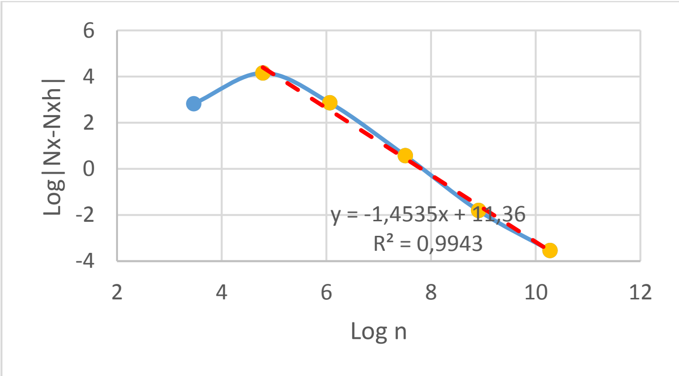
Figuur 4.22 - Koepel 2, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

Uit tabel 4.4 en de grafiek van de absolute fout (zie bijlagen 3) blijkt dat de absolute fout initieel zal toenemen. Vanaf h=0,4 daalt de waarde van de berekende dwarskracht monotoon tot de exacte oplossing is bereikt. De berekeningen in SCIA zijn in alle gevallen aan de veilige kant. De regressielijn door de representatieve punten in figuur 4.22 heeft een helling van -0,9843, waardoor de orde van de fout gelijk is aan 1,97.

Ringkracht Nx



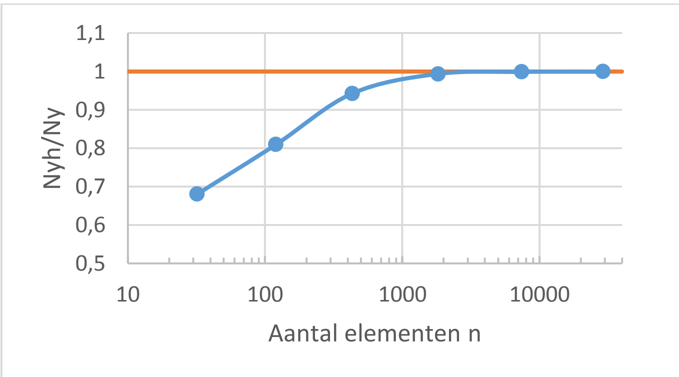
Figuur 4.23 - Koepel 2, dikte 5mm, Genormaliseerde ringkracht Nxh/Nx



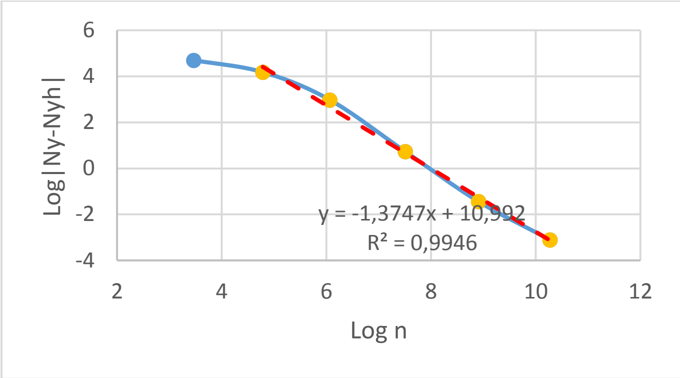
Figuur 4.24 - Koepel 2, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Nx-Nxh| en regressielijn

Bij een elementgrootte h=0,8m wordt de ringkracht door SCIA onderschat. Echter, vanaf h=0,4m liggen de berekeningen boven de exacte waarde en vanaf daar convergeren de verkregen resultaten monotoon dalend tot de werkelijke ringkracht is bereikt. De orde van de fout wordt bepaald op basis van de gele punten in figuur 4.24 en is gelijk aan 2,9.

Membraankracht Ny



Figuur 4.25 - Koepel 2, dikte 5mm, Genormaliseerde membraankracht Nyh/Ny



Figuur 4.26 - Koepel 2, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Ny-Nyh| en regressielijn

De resultaten voor verschillende elementgroottes evolueren niet-monotoon naar de aangenomen benchmark. De waarde van α is gelijk aan 2,75.

4.1.3 Koepel met scharnieren onderaan en meting op de onderrand

Voor de bepaling van de orde van de fout in geval van lokale netverfijning aan de randen van de koepel, moet net zoals bij de vlakke plaat het logaritme van de fout worden uitgezet tegen het logaritme van de elementgrootte h. Om de elementnauwkeurigheid te bepalen, is daarom in wat volgt opnieuw gebruik gemaakt van vergelijking (3.1). Zoals eerder vermeld, is als benchmark de oplossing voor een elementgrootte h van het lokale net gelijk aan 0,78125mm vooropgesteld.

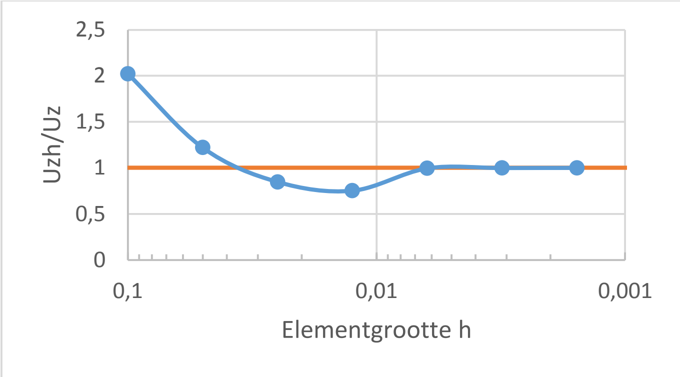
De onderstaande tabel geeft de resultaten weer voor de berekening van u_z, v_y, m_y, n_x en n_y in de onderrand van de koepel bij een globaal net met elementgrootte h=0,2m en een steeds fijner wordend lokaal net aan de randen van de koepel.

Geometrie: koepel met opening; Dikte 5mm; Scharnierend opgelegd onder- en bovenaan Lokale netverfijning aan beide randen bij elementgrootte globale net h=0,2m					
h (m)	**Uz (mm)**	**My (kNm/m)**	**Vy (kN/m)**	**Nx (kN/m)**	**Ny (kN/m)**
0,1	-0,00782	-0,257297	8,964	-166,592	-709,349
0,05	-0,00472	-0,027519	9,9825	-177,3	-688,969
0,025	-0,00328	0,094099	11,8355	-191,861	-699,236
0,0125	-0,00291	0,087271	15,0236	-204,544	-717,014
0,00625	-0,0038476	0,109736	17,8649	-211,977	-733,763
0,003125	-0,0038629	0,116781	19,0044	-216,073	-734,798
0,0015625	-0,0038692	0,116331	19,6943	-218,145	-737,304
0,00078125	**-0,0038652**	**0,11677**	**19,8775**	**-219,216**	**-742,079**

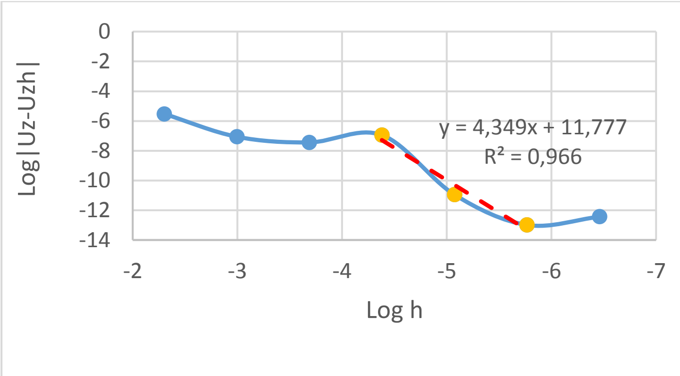
Tabel 4.5 - Resultaten voor koepel met opening, dikte 5mm, lokale netverfijning, onderrand

De grafieken hieronder zijn aangewend om de convergentie van de oplossing en de orde van de fout te beoordelen. De grafieken die het verloop van de absolute fout als functie van de elementgrootte van het lokale net weergeven, zijn opgenomen in bijlage 4 bij dit rapport.

Verplaatsing Uz



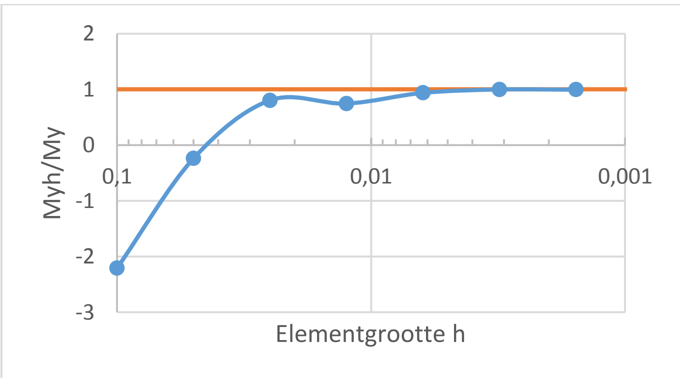
Figuur 4.27 - Koepel 3, dikte 5mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



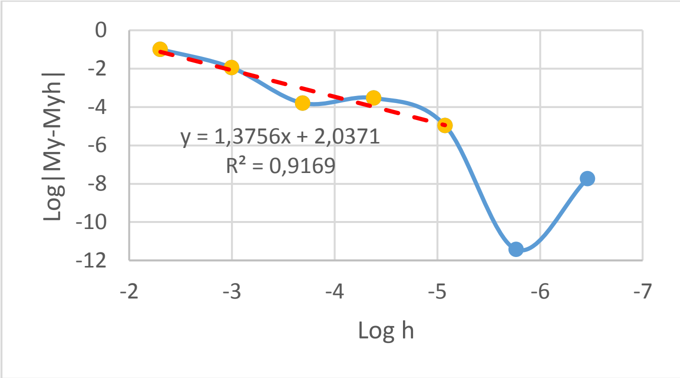
Figuur 4.28 - Koepel 3, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

Aangezien er gemeten wordt op de onderrand van de koepel is de verplaatsing in de z-richting vanzelfsprekend erg klein. De resultaten schommelen vrij sterk, maar convergeren wel naar de vooropgestelde benchmark. Het logaritme van de fout verloopt eveneens schommelend en het is niet evident om er een rechte lijn in terug te vinden. Aangezien de berekeningen over het algemeen ruis vertonen bij zowel grote als heel kleine elementen, zijn de representatieve punten de gele punten in figuur 4.28. Op basis van de trendlijn door deze punten, is de waarde van α voor de berekening van de verplaatsing vastgesteld op 4,35.

Moment My



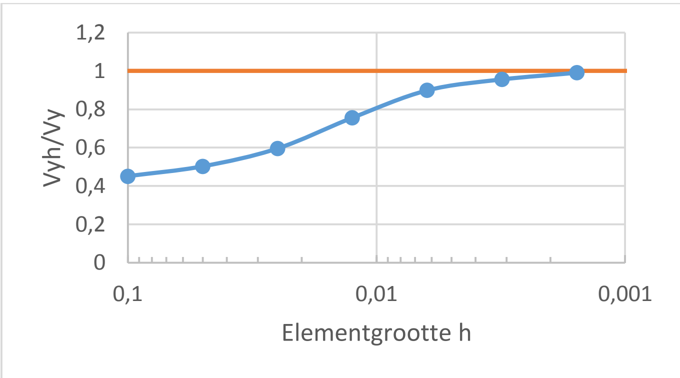
Figuur 4.29 - Koepel 3, dikte 5mm, Genormaliseerd moment Myh/My



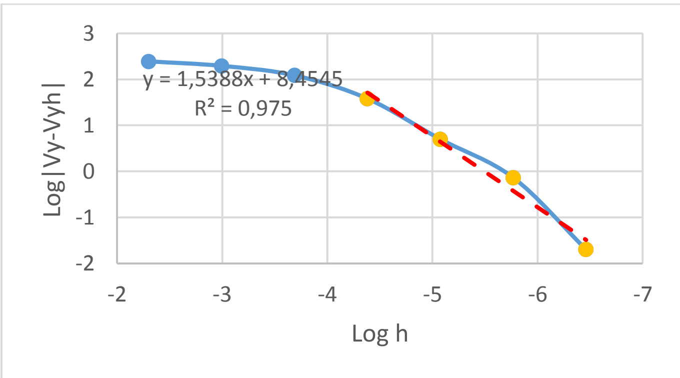
Figuur 4.30 - Koepel 3, dikte 5mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Net zoals dit het geval is bij de verplaatsing, convergeert ook het moment bij een steeds fijner wordend lokaal net volledig niet-monotoon naar de exacte oplossing. De logaritmische functie van de fout verloopt ook hier vrij golvend en de correlatie tussen de representatieve punten is lager dan in het geval van meting in het vlak van de schaalconstructie. De waarde van de orde van de fout is bijgevolg minder betrouwbaar en is geschat op 1,38.

Dwarskracht Vy



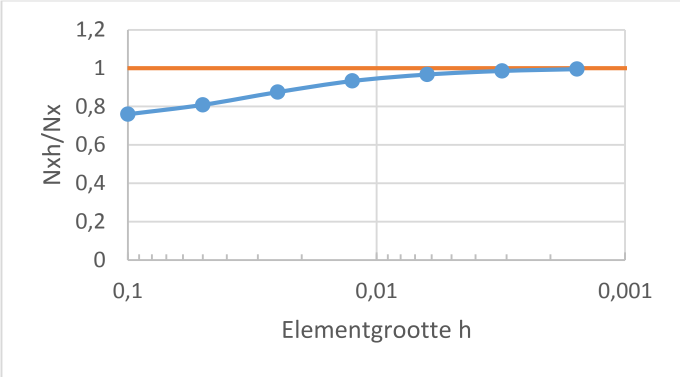
Figuur 4.31 - - Koepel 3, dikte 5mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



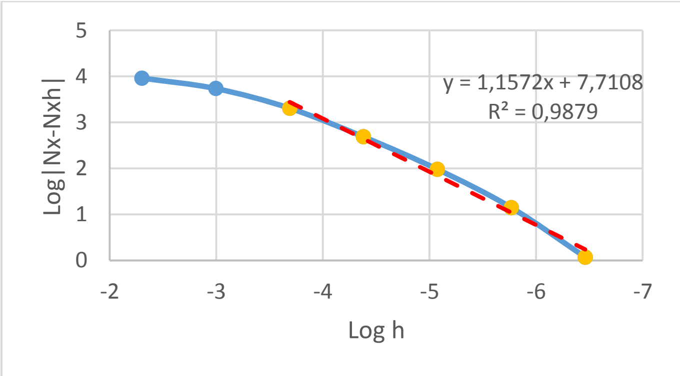
Figuur 4.32 - Koepel 3, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

De berekeningen voor de dwarskracht convergeren monotoon stijgend naar de benchmark en de laatste vier resultaten zijn representatief voor de berekening van α. De correlatie tussen deze punten is voldoende en de orde van de fout bedraagt 1,54.

Ringkracht Nx



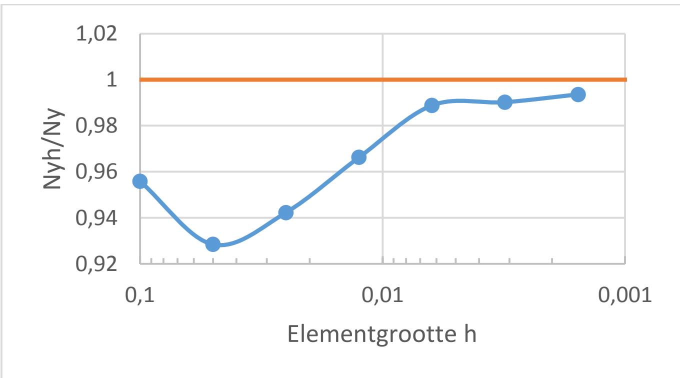
Figuur 4.33 - - Koepel 3, dikte 5mm, Genormaliseerde ringkracht Nxh/Nx



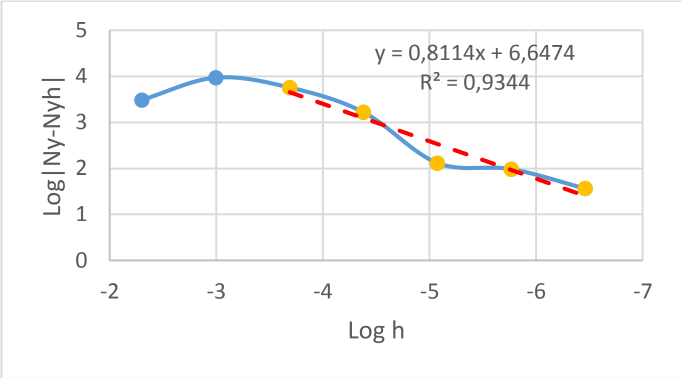
Figuur 4.34 - Koepel 3, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Nx-Nxh| en regressielijn

Bij steeds kleiner wordende elementen van het lokale net, evolueren de door SCIA berekende oplossingen monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Hierbij dient te worden opgemerkt dat de sprong tussen de oplossing voor een elementgrootte h=1,5625mm van het lokale net en de benchmark nog vrij groot is. Het is dus aannemelijk dat de exacte oplossing pas zal worden bereikt bij een nog fijner net, maar dit vergt zoveel rekentijd van de computer dat de berekening niet kan worden uitgevoerd. Het logaritme van de fout benadert vrij goed een lineair verloop en de waarde van α kan worden bepaald op 1,16.

Membraankracht Ny



Figuur 4.35 - Koepel 3, dikte 5mm, Genormaliseerde membraankracht Nyh/Ny



Figuur 4.36 - Koepel 3, dikte 5mm, Logaritmische functie van |Ny-Nyh| en regressielijn

De membraankracht wordt door SCIA voor alle elementgroottes van het lokale net onderschat. Vanaf h=0,05m convergeren de oplossingen monotoon stijgend naar de exacte oplossing. Ook in dit geval is de sprong tussen de laatst berekende oplossing en de benchmark vrij groot, waardoor opnieuw kan worden verwacht dat de exacte oplossing in werkelijkheid nog niet is bereikt bij een elementgrootte h=0,78125mm van het lokale net. De waarde van de orde van de fout kan met behulp van de geel gemarkeerde punten in figuur 4.36 worden bepaald op 0,81.

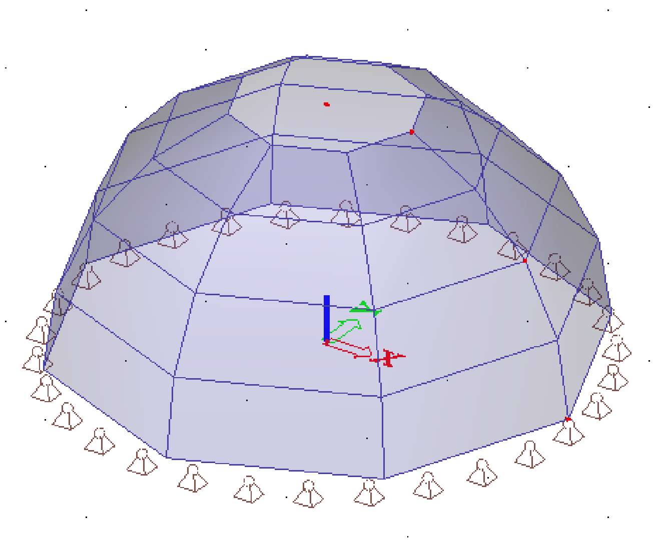
4.2 Interpretatie resultaten

Tabel 4.6 geeft een overzicht van de manier van convergeren van de door SCIA berekende oplossingen voor de verschillende bestudeerde varianten van de koepel met opening. De afkorting N staat voor Niet-monotoon, NS voor monotoon stijgend en MD voor monotoon dalend.

		Verplaatsing Uz	Moment My	Dwarskracht Vy	Ringkracht Nx	Membraankracht Ny
Koepel, scharnieren onderaan	**Dikte 5mm**	N	N	N	N	N
	Dikte 10mm	N	MD	N	N	N
	Dikte 40mm	N	MD	MS	N	N
Koepel, scharnieren onder- en bovenaan	**Dikte 5mm**	N	N	N	N	N
Koepel, scharnieren onderaan, lokale verfijning aan de randen	**Dikte 5mm; Meting in onderrand**	N	N	MS	MS	N

Tabel 4.6 - Overzicht manier van convergeren van de resultaten voor verschillende varianten van de koepel met opening

In tegenstelling tot wat het geval is voor de vlakke plaat, convergeert het grootste deel van de berekeningen niet-monotoon. Echter, de gekleurde vakken duiden die metingen aan waarbij de beschouwde grootheid bij een voldoende fijn net, wel degelijk constant dalend (oranje vakken) of constant stijgend (groene vakken) evolueert naar de exacte waarde. Voor de koepel lijkt een grof net een minder goede berekening van de verschillende grootheden te geven. Dit lijkt logisch aangezien voor grote waardes van het net duidelijk afwijkt van de onderliggende structuur, zoals in figuur 4.37 duidelijk te zien is.



Figuur 4.37 - Koepel met opening en net met elementgrootte h=0,8m

Behalve voor dwarskracht en ringkracht schommelen de door SCIA afgeleverde resultaten bij meting op de onderrand van de koepel veel meer. Dit is mogelijk te wijten aan singulariteiten of aan het feit dat de exacte oplossing pas bij een heel erg fijn lokaalnet wordt bereikt. Het is echter niet mogelijk om dit uit te zoeken, aangezien een nog kleinere elementgrootte van het lokale net een te grote rekentijd vereist van de computer.

De onderstaande tabel geeft de berekende waardes voor de orde van de fout overzichtelijk weer. De verkregen resultaten die hierboven zijn besproken zijn daartoe steeds afgerond naar het dichtstbij gelegen gehele getal.

		Verplaatsing Uz	Moment My	Dwarskracht Vy	Ringkracht Nx	Membraankracht Ny
Koepel, scharnieren onderaan	**Dikte 5mm**	2	6	2	2	2
	Dikte 10mm	2	5	2	2	2
	Dikte 40mm	2	3	2	3	3
Koepel, scharnieren onder- en bovenaan	**Dikte 5mm**	2	4	2	3	3
Koepel, scharnieren onderaan, lokale verfijning aan de randen	**Dikte 5mm; Meting in onderrand**	4	1	2	1	1

Tabel 4.7 - Overzicht orde van de fout voor verschillende varianten van de koepel met opening

Voor de koepel met opening en een dikte van 5mm respectievelijk 10mm zijn de resultaten vergelijkbaar, behalve voor wat betreft het moment. Zowel voor verplaatsing, dwarskracht, ringkracht als membraankracht is de orde van de fout gelijk aan twee. De correlatie tussen de verschillende representatieve punten is hierbij steeds zeer goed.

De convergentie verloopt bij de berekening van het moment voor de koepel met een dikte van 5mm aanzienlijk sneller: de fout is in dit geval van de orde zes. Voor de koepel met een dikte van 10mm is dit nog slechts vijf. Deze laatste schatting van de orde van de fout is omwille van de beperkte correlatie tussen de representatieve punten echter niet heel betrouwbaar.

Voor de koepel met een dikte van 40mm wijken de resultaten af. Zowel voor moment, ringkracht als membraankracht is de orde van de fout nu gelijk aan drie. De correlatie tussen de representatieve punten is in dit geval vrij goed.

Wanneer de koepel met een dikte van 5mm scharnierend is opgelegd aan de boven- en de onderrand, wijzigt de waarde van α voor de verplaatsing en de dwarskracht niet. Voor de ringkracht en de membraankracht verloopt de convergentie in dit geval echter sneller: de orde van de fout stijgt naar drie. Voor het moment daalt de foutorde. Voor de verplaatsing duurt het in dit geval even vooraleer de logaritmische functie van de fout een duidelijk lineair verloop krijgt, maar voor alle grootheden geldt dat de correlatie tussen de aangeduide representatieve punten groot is en dus zijn de resultaten betrouwbaar.

Bij meting in de onderrand van de koepel evolueren de oplossingen voor de verschillende grootheden niet enkel op een heel andere manier, ook de waardes van de orde van de fout wijzigen. Voor verplaatsing en moment is de schatting van de orde van de fout vrij onbetrouwbaar, omdat de logaritmische functie grote schommelingen vertoont. De correlatie tussen de representatieve punten is eveneens beperkter. In het verloop van het logaritme van de fout voor de dwarskracht, de ringkracht en de membraankracht is wel een duidelijk lineair stuk te onderscheiden dat voldoende metingen omvat om een betrouwbaardere schatting van de fout te doen. De elementnauwkeurigheid voor de dwarskracht blijft wederom ongewijzigd, deze voor de ringkracht en de membraankracht daalt echter: de orde van de fout is in dit geval nog slechts gelijk aan één.

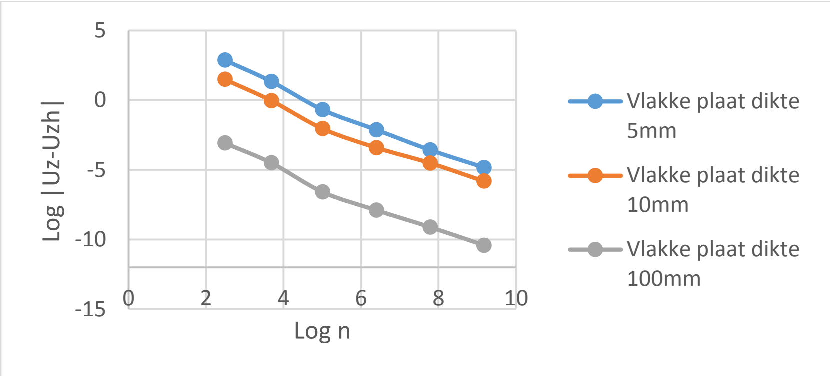
5 Verdere analyse en vergelijking

Dit hoofdstuk analyseert een aantal van de hierboven besproken resultaten door de logaritmische functies van de fout voor verschillende modellen en grootheden met elkaar te vergelijken.

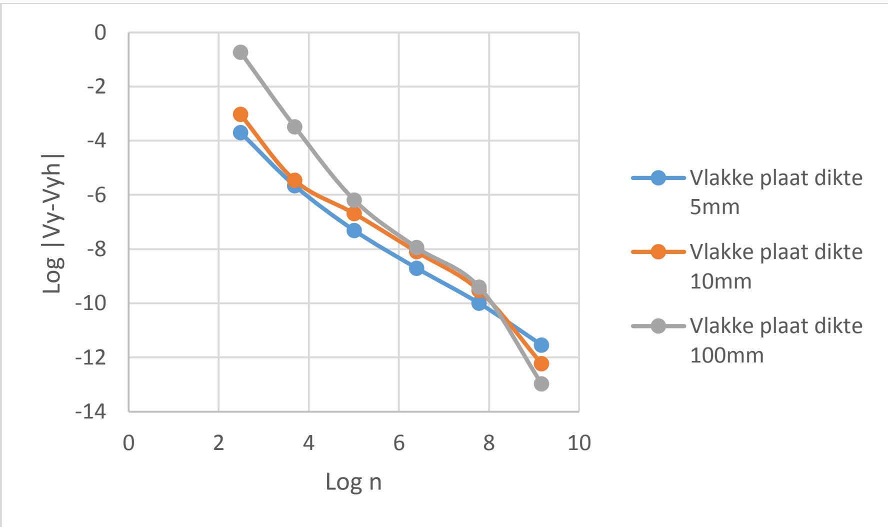
5.1 Vlakke plaat

5.1.1 Vergelijking verschillende diktes

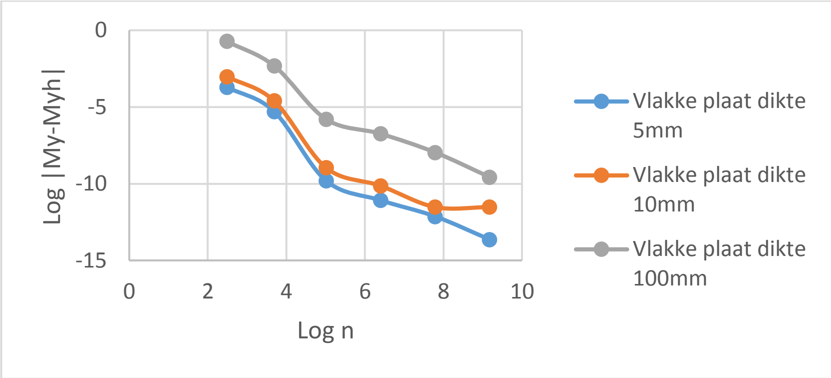
In eerste instantie is voor de vlakke plaat die scharnierend is opgelegd aan twee randen de vergelijking gemaakt tussen de resultaten voor de verschillende diktes.



Figuur 5.1 – Log |Uz-Uzh| voor verschillende diktes vlakke plaat



Figuur 5.2 - Log |Vy-Vyh| voor verschillende diktes vlakke plaat



Figuur 5.3 - Log |My-Myh| voor verschillende diktes vlakke plaat

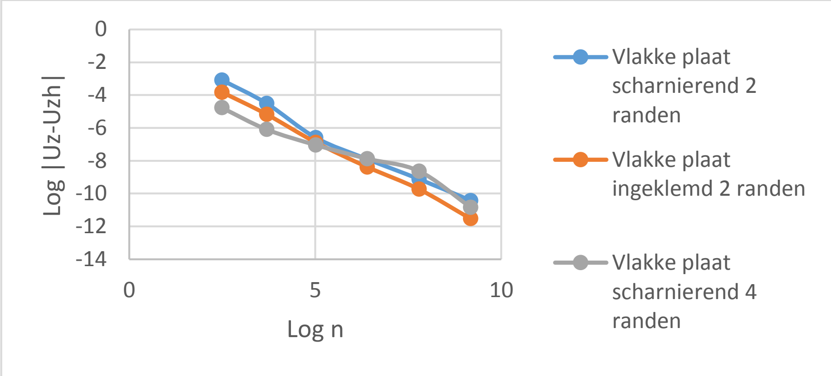
Het logaritme van de absolute fout heeft in geval van de verplaatsing U_z voor alle diktes ongeveer hetzelfde verloop. De manier van convergeren is voor de verschillende plaatdiktes bijgevolg identiek, maar de nauwkeurigheid stijgt duidelijk bij een dikker wordende plaat. De curve voor de plaat met een dikte van 100mm ligt immers lager dan die voor de plaat met dikte gelijk aan 10mm en deze laatste curve ligt op haar beurt onder de curve voor de plaat van 5mm dik.

Voor de berekening van de dwarskracht is het verloop van de logaritmische functie wel duidelijk verschillend wanneer de plaatdiktes variëren. Bij een grotere dikte ontstaat er ruis bij een zeer fijn net. In figuur 5.2 is bovendien duidelijk waar te nemen dat de helling van de logaritmische functie en dus de orde van de fout groter is bij een plaat van 100mm dik dan bij erg dunne platen. Bij een vrij grof net is de nauwkeurigheid groter voor de dunste plaat. Aangezien de convergentie voor de plaat met een dikte van 100mm echter sneller verloopt dan voor de andere twee platen, zal bij toenemende netverfijning het logaritme van de fout voor de dikste plaat onder dat van de andere twee platen duiken.

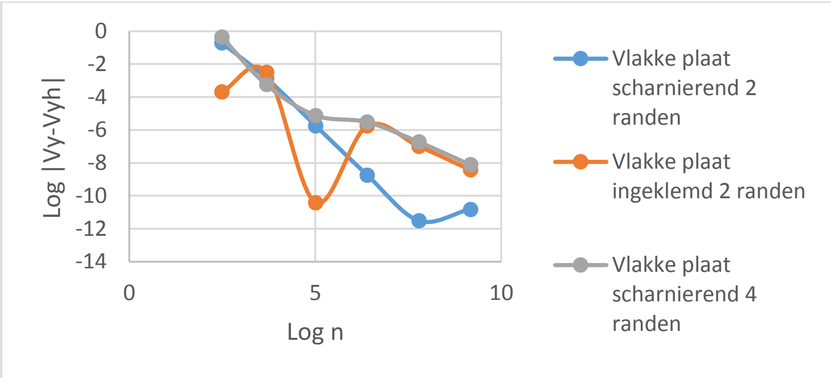
Het logaritme van de absolute fout bij berekening van het moment vertoont voor de verschillende diktes opnieuw een gelijkaardig verloop. Initieel is er voor elk van de drie beschouwde platen enige ruis, waarna een duidelijk lineair verloop is waar te nemen. De hellingen van dit lineair verloop zijn hetzelfde voor alle diktes, zoals ook reeds bleek uit de eerdere berekening van de orde van de fout. De nauwkeurigheid bij berekening van het moment door SCIA Engineer wordt groter wanneer de plaat dunner wordt.

Uit dit onderzoek volgt de stelling dat voor wat betreft moment en verplaatsing de dikte van de plaat de snelheid van convergeren niet of nauwelijks beïnvloedt. Voor de berekening van de dwarskracht blijkt dit wel het geval te zijn. De nauwkeurigheid verandert voor elk van de drie grootheden bij wijziging van de plaatdikte.

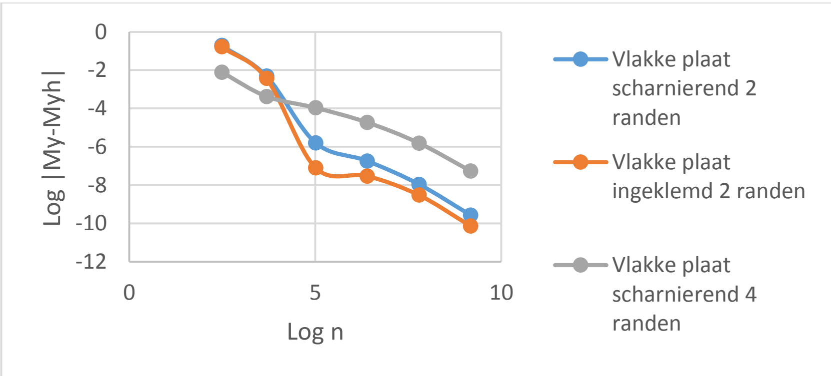
5.1.2 Vergelijking verschillende manieren van opleggen



Figuur 5.4 - Log |Uz-Uzh| voor verschillende manieren van opleggen vlakke plaat



Figuur 5.5 - Log |Vy-Vyh| voor verschillende manieren van opleggen vlakke plaat



Figuur 5.6 - Log |My-Myh| voor verschillende manieren van opleggen vlakke plaat

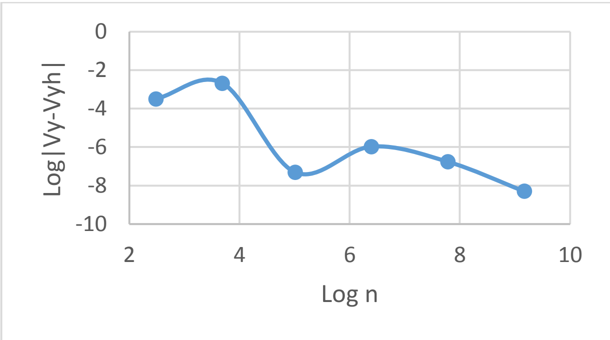
Bovenstaande grafieken gelden voor de vlakke plaat met een dikte van 100mm.

Wanneer de oplegging van de vlakke plaat wijzigt van scharnieren naar inklemmingen, verandert het verloop van de logaritmische functie van U_z amper. Echter, wanneer de plaat scharnierend wordt opgelegd aan de vier randen, lijkt het erop dat de snelheid van convergeren enigszins afneemt. Volgens tabel 3.9 blijft de orde van de fout ongewijzigd bij berekening van de verplaatsing voor alle drie de types van opleggingen. Echter, de getallen zijn afgerond naar het dichtstbijzijnde gehele getal en voor de scharnieren en inklemmingen aan twee randen ligt de orde van de fout net boven twee, voor de scharnierende oplegging aan vier randen is de orde van de fout gelijk aan 1,6. De nauwkeurigheid van de berekeningen van U_z is vergelijkbaar voor de drie manieren van opleggen.

Voor de drie types van opstellingen vertoont het logaritme van de fout bij berekening van V_y een ander verloop. De helling van de logaritmische functie wordt voor de ingeklemde en aan vier randen opgelegde plaat bij een voldoende kleine h uiteindelijk identiek. De helling voor de vlakke plaat met scharnieren aan de twee randen is duidelijk groter. Bovendien heeft de functie voor dit type oplegging een minder schommelend verloop.

Bij h=0,2m is er een duidelijke uitschieter naar beneden waar te nemen in het logaritme van $|V_y\text{-}V_{yh}|$ voor de aan twee randen ingeklemde plaat. Om te onderzoeken of dit een echte uitschieter is of een afwijking die te wijten is aan het computerprogramma, wordt in de figuur hieronder het logaritme van de fout weergegeven voor dezelfde opstelling bij meting in een naburige snede. Deze snede heeft de volgende coördinaten:

- Start snede: x=0,8499m; y=1,199m; z=0m
- Einde snede: x=0,85m; y=1,2m; z=0m

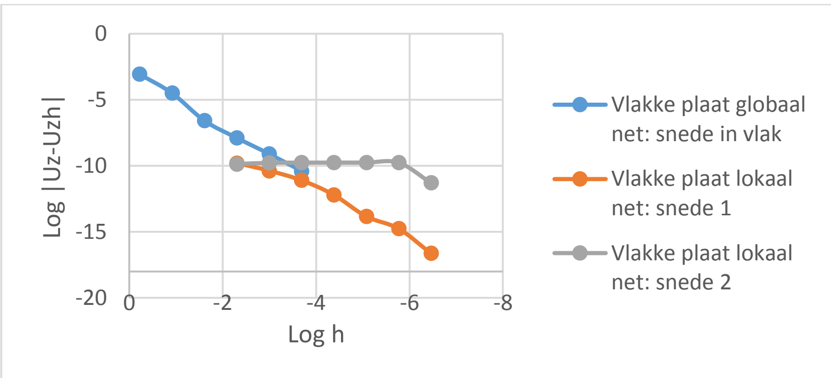


Figuur 5.7 - Log|Vy-Vyh| voor vlakke plaat, dikte 100mm, aan 2 randen ingeklemd, snede bij x=0,85m; y=1,12m

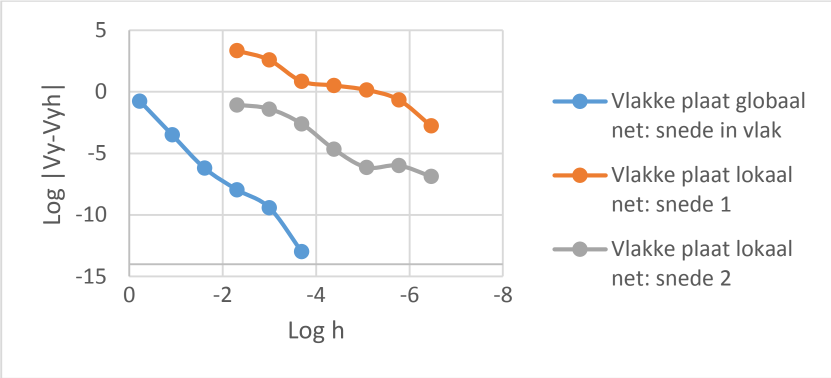
Ook in dit geval is de uitschieter bij h=0,2m aanwezig. Klaarblijkelijk is dit dus een echte uitschieter.

Net zoals in geval van de verplaatsing lijkt het vervangen van scharnieren aan beide randen door inklemmingen het verloop van de logaritmische functie nauwelijks te beïnvloeden. Het verloop van het logaritme van de absolute fout wijzigt echter wel indien de plaat aan vier randen scharnierend wordt opgelegd. Ook in dit geval lijkt de snelheid van convergentie dan iets af te nemen. Voor een grof net is de berekening voor de aan vier randen scharnierend opgelegde plaat het meest nauwkeurig. Echter, vanaf h=0,2 is dit meteen de minst nauwkeurige berekening. Vanaf die elementgrootte zullen de momenten voor de aan twee randen ingeklemde plaat het nauwkeurigst bepaald worden door SCIA Engineer.

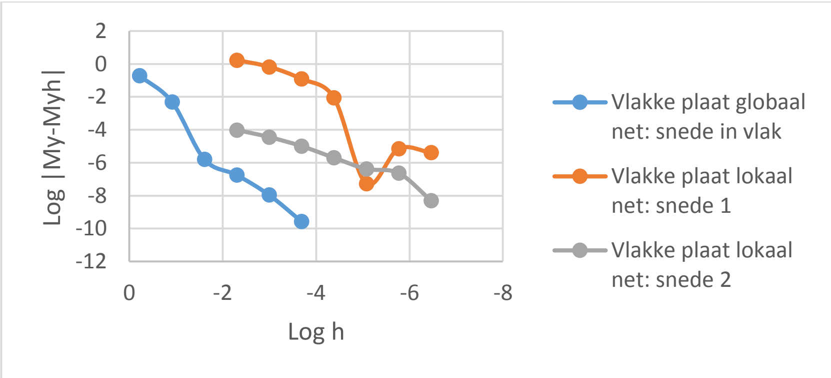
5.1.3 Vergelijking meting in het vlak en meting op de rand



Figuur 5.8 - Log|Uz-Uzh| voor globaal en lokaal net



Figuur 5.9 - Log|Vy-Vyh| voor globaal en lokaal net



Figuur 5.10 - Log|My-Myh| voor globaal en lokaal net

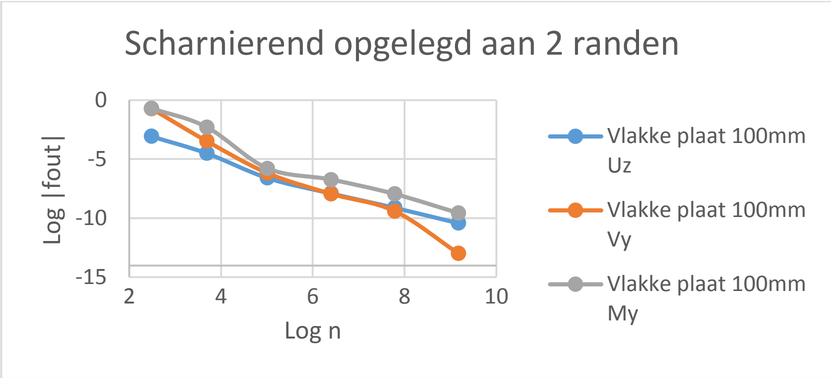
Voor meting in het vlak van de plaat en meting in de snede aan de hoek van de vlakke plaat (x=0,1m en y=0,05m) verloopt het logaritme van de fout bij de berekening van de verplaatsing door SCIA ongeveer gelijk. De blauwe curve in figuur 5.8 is echter net iets steiler dan de oranje curve die de resultaten voor meting aan de rand weergeeft. De orde van de fout is afgerond voor beiden gelijk aan twee, maar voor meting in het vlak van de plaat is de exactere orde van convergentie gelijk aan 2,2 en voor meting op de hoek is dit nog slechts 1,65. Voor de tweede snede in het midden van de rand (x=1m en y=0,05m) ziet men een heel ander verloop. Er lijkt daar weinig verband te zijn tussen het logaritme van de absolute fout en de elementgrootte aan de randen. De elementnauwkeurigheid is in dit geval niet betrouwbaar uit te drukken in de vorm van O(h^{α}).

Voor wat betreft het logaritme van de absolute fout voor de dwarskracht wijken de resultaten bij berekeningen in het vlak van de constructie en deze voor meting aan de rand sterk af. De convergentie is duidelijk sneller wanneer de berekeningen gebeuren voor een snede in het vlak en ook de nauwkeurigheid is aanzienlijk groter dan wanneer er gemeten wordt aan de randen.

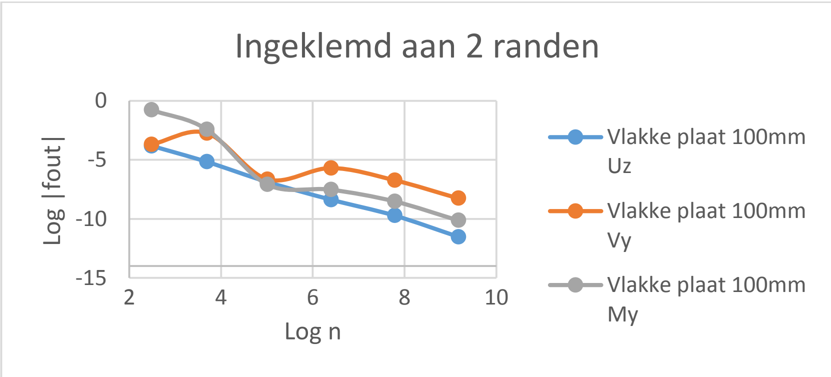
Dezelfde conclusie geldt voor de absolute fout bij berekening van het moment. Zowel voor dwarskracht als voor moment geeft de snede in het midden van de rand bovendien een nauwkeurigere berekening dan deze op de hoek van de plaat.

5.1.4 Vergelijking U_z, V_y en M_y

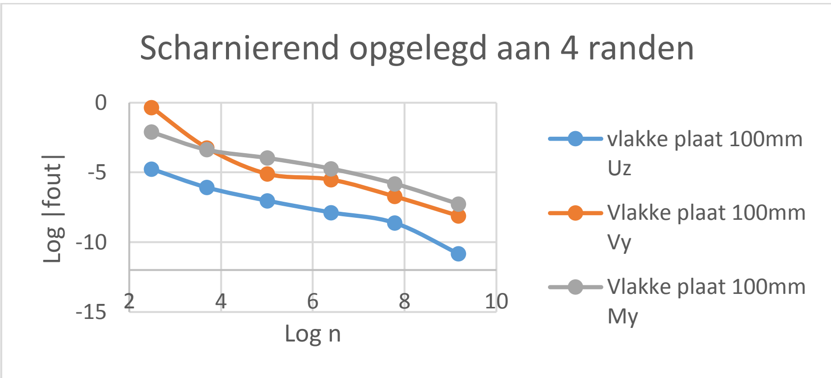
In wat volgt worden de resultaten voor de verplaatsing, het moment en de dwarskracht met elkaar vergeleken en dit voor de vlakke plaat met een dikte van 100mm en voor de verschillende manieren van opleggen. Vervolgens is er een vergelijking van diezelfde grootheden gegeven voor de vlakke platen met diktes van 5 en 10mm. Enkel de orde van convergentie kan in dit geval worden vergeleken, aangezien de drie beschouwde grootheden verschillende eenheden hebben en dus niet vergelijkbaar zijn voor wat betreft de grootte van de absolute fout.



Figuur 5.11 - Log|fout| voor vlakke plaat, aan 2 randen scharnierend opgelegd



Figuur 5.12 - Log|fout| voor vlakke plaat, aan 2 randen ingeklemd

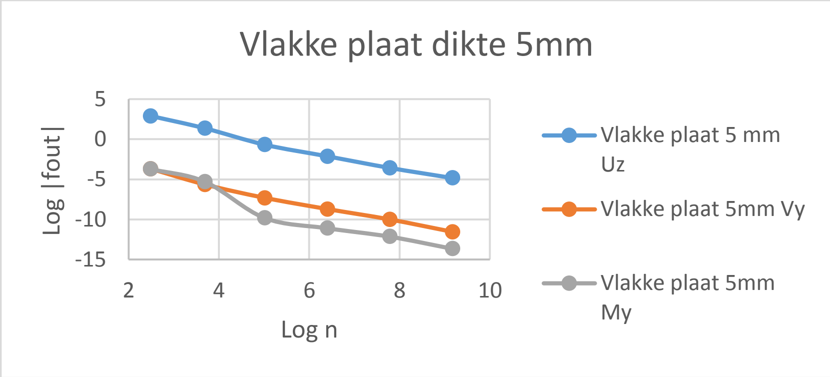


Figuur 5.13 - Log|fout| voor vlakke plaat, aan 4 randen scharnierend opgelegd

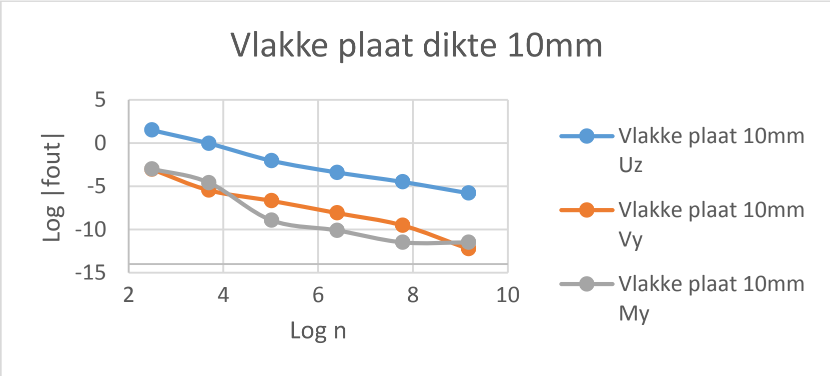
Bij de aan twee randen scharnierend opgelegde plaat is de helling van de logaritmische functie voor verplaatsing en moment ongeveer gelijk. Zoals eerder numeriek werd bepaald, is dus ook grafisch te zien dat de orde van convergentie voor beide grootheden hetzelfde is. De curve voor de dwarskracht (oranje curve in figuur 5.11) heeft duidelijk een grotere helling dan de andere twee curves.

Uit figuur 5.12 kan worden afgeleid dat bij een voldoende fijn net de drie grootheden ongeveer dezelfde snelheid van convergeren hebben. Het moment en de dwarskracht vertonen bij een elementgrootte h=0,2m een uitschieter naar beneden. Aangezien de absolute fout bij deze grootte van elementen opeens kleiner is dan wat op basis van de orde van convergentie zou kunnen worden verwacht, vormt een dergelijke uitschieter geen probleem voor de veiligheid.

Ook in geval van scharnierende opleggingen aan vier randen is voor een voldoende fijn net de snelheid van convergeren voor de drie beschouwde grootheden duidelijk ongeveer identiek.



Figuur 5.14 - Log|fout| voor de vlakke plaat met dikte 5mm



Figuur 5.15 - Log|fout| voor de vlakke plaat met dikte 10mm

Voor de aan twee randen scharnierend opgelegde platen met een dikte van 10mm en 5mm heeft het lineaire deel van de logaritmische curve duidelijk dezelfde helling. De orde van convergentie is dus ook voor deze platen voor alle grootheden identiek.

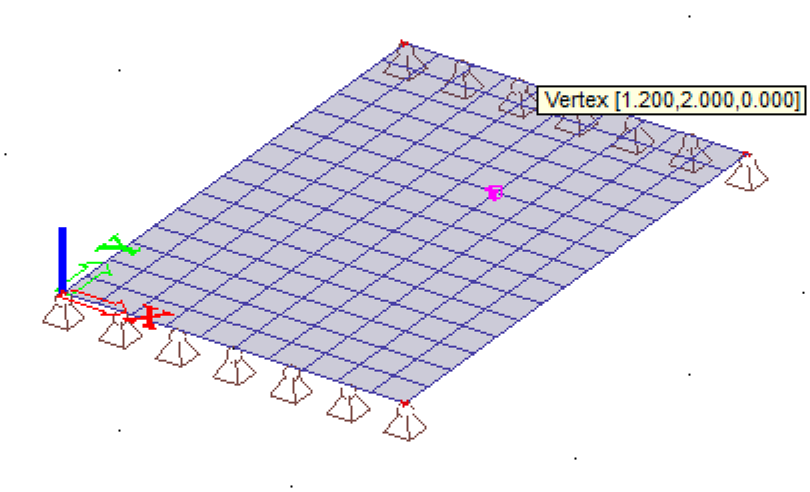
Uit bovenstaande vergelijking van dwarskracht, moment en verplaatsing voor de verschillende bestudeerde gevallen van de vlakke plaat, blijkt dat de resultaten zeer consistent zijn. De bepaling van de orde van convergentie is bijgevolg betrouwbaar.

5.1.5 Analyse Vy voor plaat met dikte 100mm, scharnierend opgelegd aan twee randen

Om na te gaan of de bepaling van de orde van convergentie bij berekening van de dwarskracht voor de aan twee randen scharnierend opgelegde vlakke plaat met een dikte van 100mm betrouwbaar is, is de berekening nogmaals uitgevoerd voor een andere snede op dezelfde plaat. De snede die hiervoor wordt gekozen heeft volgende coördinaten:

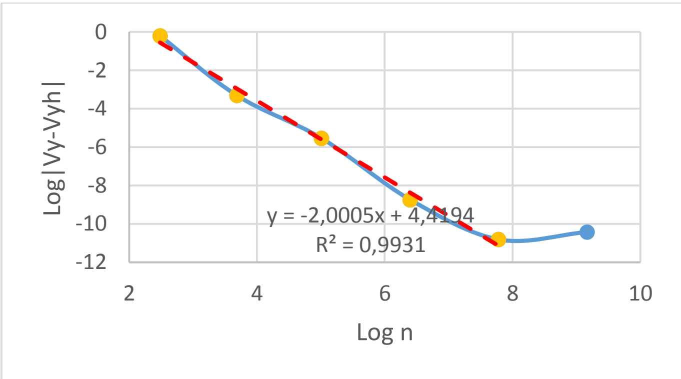
- Start snede: x=1,1999m; y=1,999m; z=0m
- Einde snede: x=1,2m; y=2m; z=0m

In de onderstaande figuur is de beschouwde snede weergegeven op de vlakke plaat.



Figuur 5.16 - Vlakke plaat met scharnierende opleggingen aan twee randen en snede bij x=1,2m; y=2m (h=0,2m)

De logaritmische functie van de absolute fout is weergegeven in de figuur hieronder.



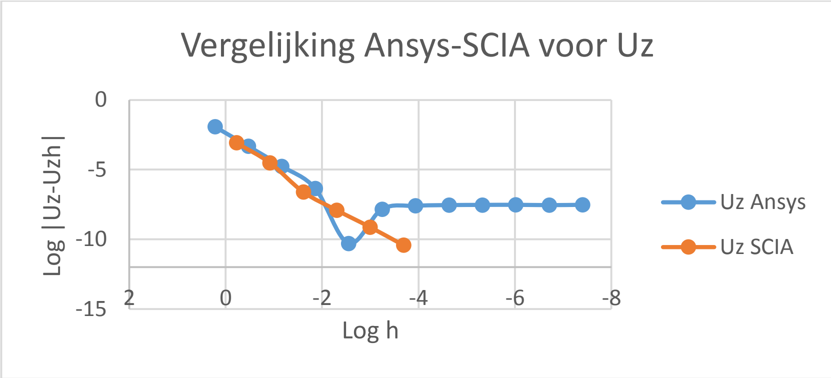
Figuur 5.17 - Log|Vy-Vyh| voor de vlakke plaat, dikte 100mm, aan 2 randen scharnierend opgelegd, andere snede

De helling van de trenslijn door de representatieve punten is ongeveer even groot als in geval van de meting bij x=0,8m en y=1,2m. De orde van de fout voor de berekening van de dwarskracht is dus blijkbaar inderdaad gelijk aan 4.

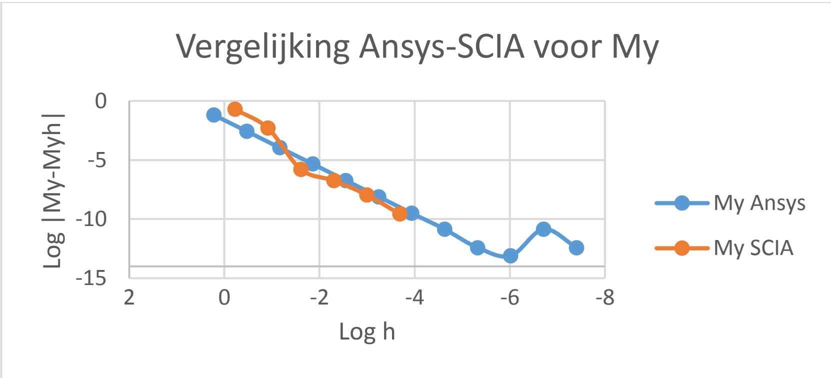
5.1.6 Vergelijking met voorgaand onderzoek in Ansys

De resultaten voor de vlakke plaat kunnen tot slot vergeleken worden met de resultaten van een eerder onderzoek naar de werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys dat werd uitgevoerd door de Jong (2015). In dit onderzoek wordt voor een aan twee randen scharnierend opgelegde vlakke plaat met lengte 10m, breedte 1m en dikte 100mm en onder belasting door eigen gewicht de orde van convergentie van de berekeningen voor verplaatsing U_z, moment M_y en Von Mises spanning onderzocht. Het onderzoek gebeurt zowel voor vierknoopselementen als voor achtknoopselementen. In wat volgt zijn de resultaten voor U_z en M_y en het geval van vierknoopselementen vergeleken.

Aangezien de vlakke plaat in het rapport van de Jong (2015) andere afmetingen heeft dan deze in dit onderzoek, wordt in de figuren hieronder het logaritme van de absolute fout telkens uitgezet tegen het logaritme van h.



Figuur 5.18 - Vergelijking Log|Uz-Uzh| in Ansys en SCIA voor vlakke plaat met dikte 100mm, aan 2 randen scharnierend opgelegd



Figuur 5.19 - Vergelijking Log|My-Myh| in Ansys en SCIA voor vlakke plaat met dikte 100mm, aan 2 randen scharnierend opgelegd

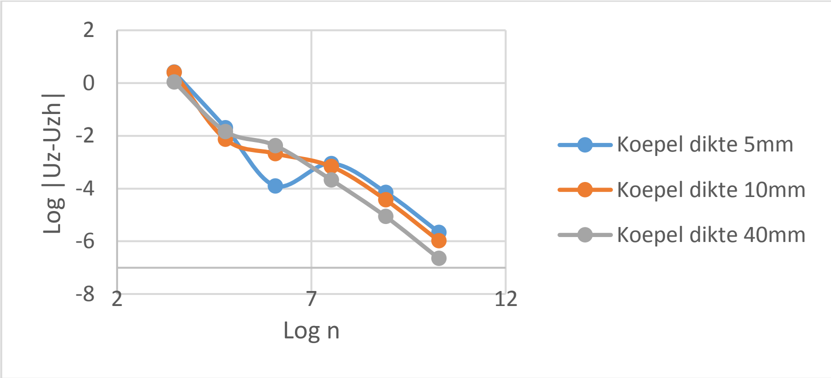
Voor wat betreft de verplaatsing heeft Ansys een uitschieter naar beneden toe, terwijl deze uitschieter er in SCIA niet is. Op de uitschieter na liggen de resultaten voor de verplaatsing in Ansys en SCIA zeer kort bij elkaar. De orde van convergentie is duidelijk vergelijkbaar zolang het net niet te fijn wordt genomen. Indien de uitschieter buiten beschouwing wordt gelaten, zijn de berekeningen in SCIA steeds iets nauwkeuriger dan deze in Ansys. Voor een fijn net wordt dit verschil groter en levert het gebruik van SCIA voor de berekening van de verplaatsing een significant nauwkeuriger resultaat op. Dit is een gevolg van het feit dat het logaritme van de absolute fout bij berekening van de verplaatsing in Ansys vanaf een bepaalde elementgrootte blijkbaar niet verder daalt.

Voor wat betreft de berekening van het moment hebben de logaritmische functies voor Ansys en SCIA eveneens ongeveer dezelfde helling. De orde van convergentie is dus gelijkaardig. Voor een grof net is Ansys klaarblijkelijk nauwkeuriger, maar wanneer het net voldoende fijn wordt gekozen en zeker vanaf h=0,2m, is de nauwkeurigheid van SCIA iets groter dan deze van Ansys.

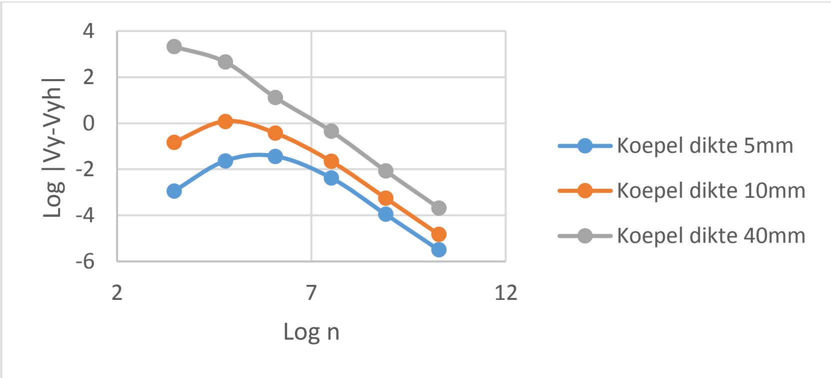
5.2 Koepel met opening

5.2.1 Vergelijking verschillende diktes

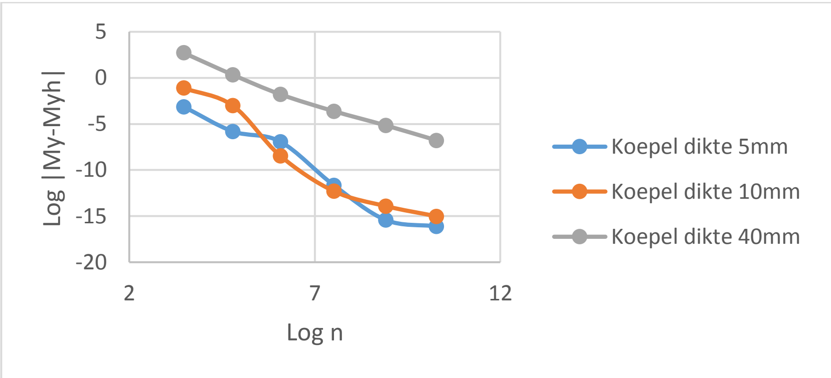
In de figuren hieronder zijn voor de verschillende beschouwde grootheden de logaritmische functies van de fout voor de verschillende diktes van de koepel opgenomen.



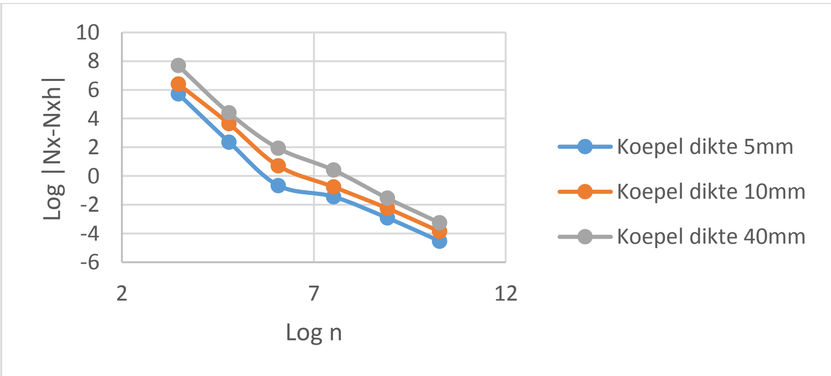
Figuur 5.20 - Log |Uz-Uzh| voor verschillende diktes koepel met opening



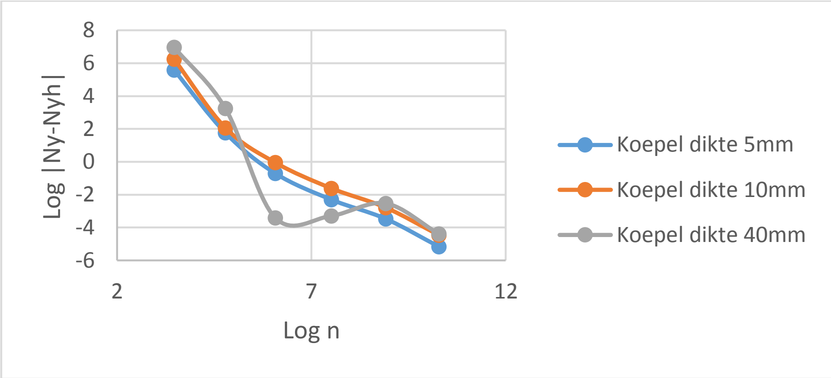
Figuur 5.21 - Log |Vy-Vyh| voor verschillende diktes koepel met opening



Figuur 5.22 - Log |My-Myh| voor verschillende diktes koepel met opening



Figuur 5.23 - Log |Nx-Nxh| voor verschillende diktes koepel met opening



Figuur 5.24 - Log |Ny-Nyh| voor verschillende diktes koepel met opening

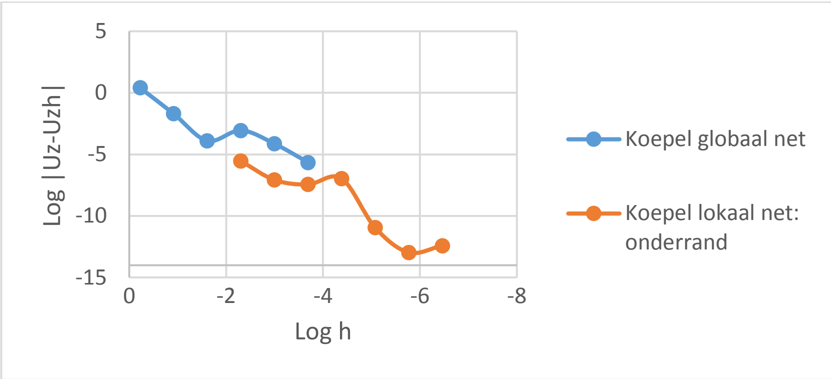
De curve die het logaritme van de absolute fout bij berekening van U_z, V_y en N_x weergeeft, heeft bij een voldoende fijn net voor de verschillende diktes een ongeveer identiek verloop. Bij N_x is de helling voor een koepel met een dikte van 40mm wel net iets groter dan voor een dunnere koepel. Net zoals in het geval van de vlakke plaat, is de absolute fout bij de berekening van de verplaatsing het kleinst voor de dikste koepel. De dwarskracht en de ringkracht worden het meest nauwkeurig berekend voor de dunste koepel.

Voor wat de betreft het moment My liggen de berekeningen voor de verschillende diktes vrij ver uit elkaar. Ook in het verloop van de logaritmische functie is geen éénduidige trend te vinden. Voor de koepels met diktes van 5mm en 10mm schommelt de logaritmische functie, terwijl deze voor de koepel met een dikte van 40m die vrij goed lineair verloopt. Uit figuur 5.22 kan worden afgeleid dat de berekeningen voor de dunnere koepels sneller convergeren en nauwkeuriger zijn dan deze voor de koepel met een dikte van 40mm.

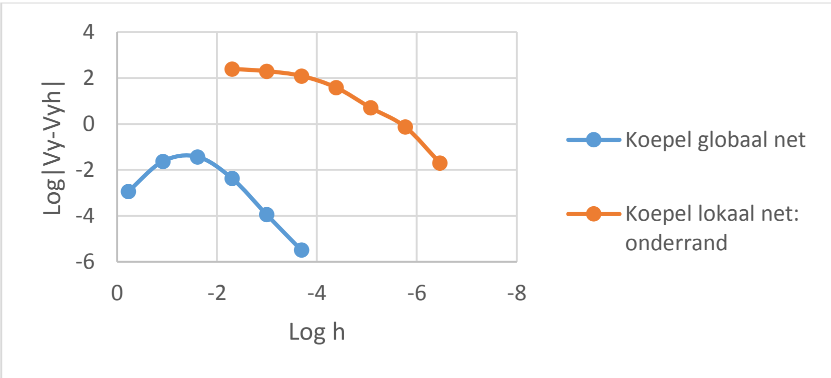
De curves die het logaritme van de fout bij berekening van de membraankracht voor de twee dunste koepels voorstellen, vertonen een ongeveer gelijkaardig verloop. De berekeningen convergeren ongeveer even snel. Het logaritme van de fout bij de berekening van de membraankracht voor de koepel met een dikte van 40mm vertoont een uitschieter naar beneden toe bij h=0,2m. Aangezien ook bij een elementgrootte h=0,1m de nauwkeurigheid merkelijk hoger ligt dan bij de andere elementgroottes, is dit klaarblijkelijk een echte uitschieter. Behalve voor deze twee elementgroottes, convergeert de oplossing voor de dikste koepel ongeveer even snel als deze voor de twee dunnere koepels en is de berekening voor de dikste koepel bovendien minder nauwkeurig dan deze voor de dunste koepel.

5.2.2 Vergelijking meting in het vlak en meting op de rand

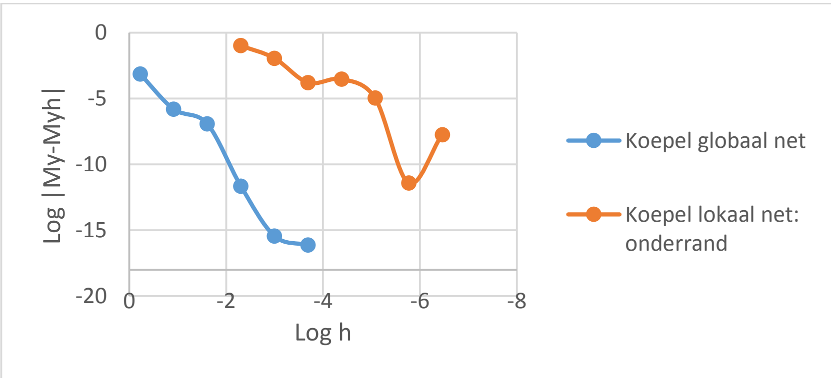
In wat volgt zal, net zoals voor de vlakke plaat, het verloop van de logaritmische functie van de absolute fout bij berekening van de beschouwde grootheden worden geanalyseerd voor enerzijds de meting in het midden van de meridiaan naar de top van de koepel en anderzijds de meting op de onderrand bij een lokale netverfijning op die rand.



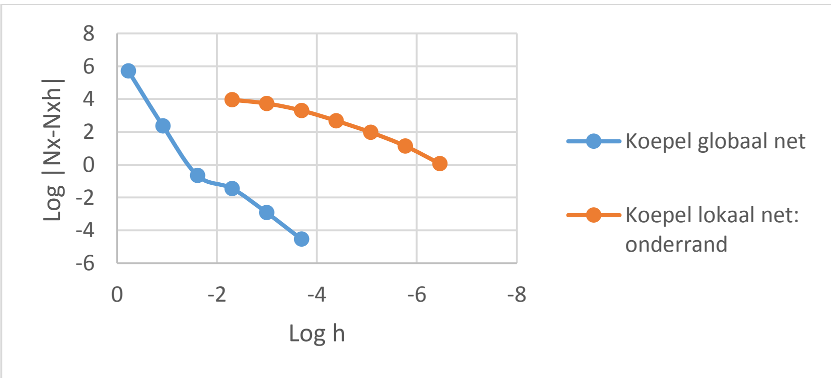
Figuur 5.25 - Log|Uz-Uzh| voor globaal en lokaal net



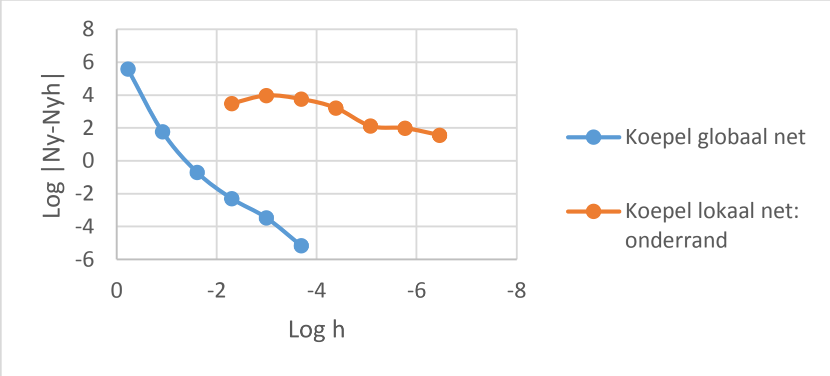
Figuur 5.26 - Log|Vy-Vyh| voor globaal en lokaal net



Figuur 5.27 - Log|My-Myh| voor globaal en lokaal net



Figuur 5.28 - Log|Nx-Nxh| voor globaal en lokaal net



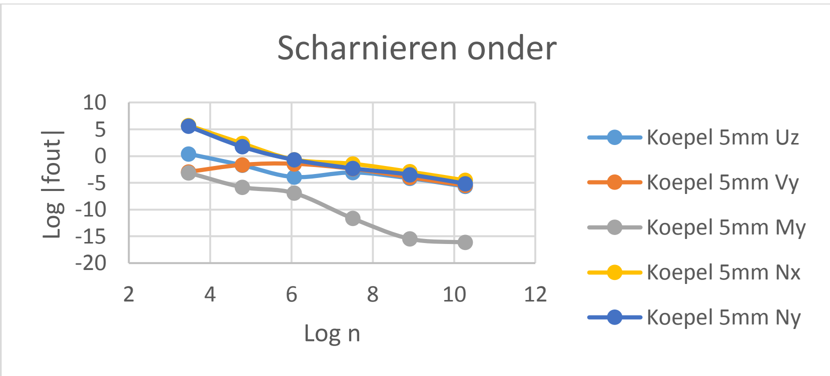
Figuur 5.29 - Log|Ny-Nyh| voor globaal en lokaal net

Voor de berekening van de verplaatsing lijkt de berekening nauwkeuriger in geval van meting op de onderrand. In geval van een zeer fijn lokaal net convergeren de resultaten bovendien erg snel.

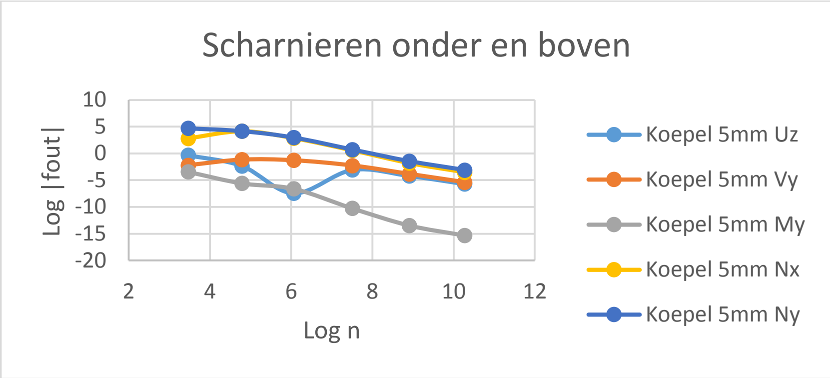
De logaritmische functies van de absolute fout bij berekening van de vier andere grootheden wijken in geval van een lokaal net aan de randen en meting op de onderrand sterk af van deze die bekomen worden bij meting in de helft van de meridiaan naar de top van de koepel. Er kan duidelijk worden vastgesteld dat de berekeningen die zijn uitgevoerd op de randen in de vier gevallen aanzienlijk minder nauwkeurig zijn dan deze uitgevoerd in het vlak van de schaalconstructie en dat ze bovendien steeds trager convergeren. Het feit dat in tabel 4.7 de orde van convergentie voor de dwarskracht steeds gelijk is aan twee heeft te maken met afrondingen. Voor meting op de onderrand is de exacte waarde van α gelijk aan 1,54 en voor meting in het vlak is dit 1,96.

5.2.3 Vergelijking U_z, V_y, M_y, N_x en N_y

In deze laatste analyse zijn de verschillende beschouwde grootheden voor de koepel met een dikte van 5mm in één enkele grafiek geplaatst en dit voor enerzijds het geval met enkel scharnieren onderaan en anderzijds voor de opstelling met scharnierende opleggingen op de boven- en onderrand. Vervolgens is, net zoals in het geval van de vlakke plaat, de vergelijking voor wat betreft de orde van convergentie gemaakt voor de verschillende diktes van de koepel.



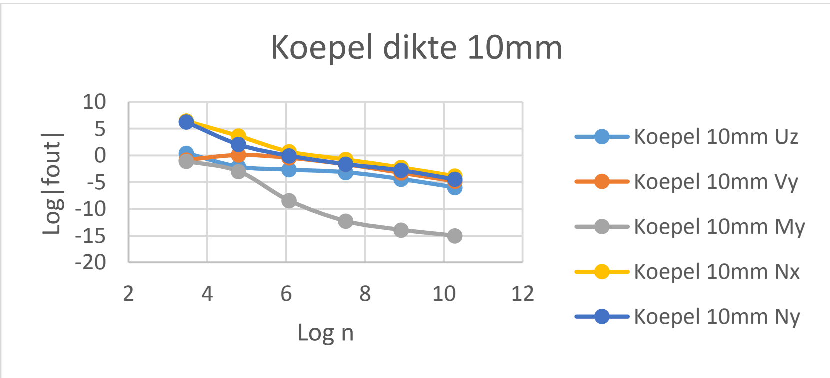
Figuur 5.30 - Log|fout| voor koepel, scharnierend opgelegd onderaan



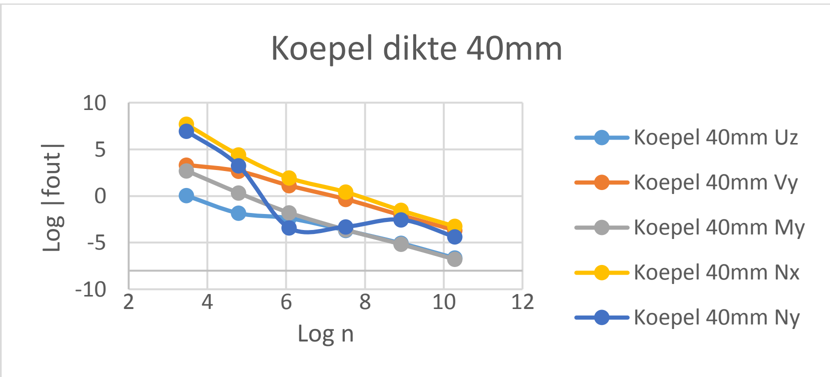
Figuur 5.31 - Log|fout| voor koepel, scharnierend opgelegd onder- en bovenaan

In figuur 5.30 is duidelijk te zien dat voor een voldoende fijn net de logaritmische functies van de fout voor U_z, V_y, N_x en N_y dezelfde helling hebben. De curve van het moment volgt echter een heel ander verloop. De berekeningen voor U_z, V_y, N_x en N_y hebben dezelfde snelheid van convergeren. De resultaten voor M_y worden convergeren sneller.

In geval van scharnieren op de boven-en onderrand is ongeveer hetzelfde waar te nemen. Echter, de donkerblauwe en gele curves verlopen iets steiler dan de oranje en de lichtblauwe curve wanneer de elementgrootte voldoende klein is. Dit houdt in dat voor de opstelling met scharnieren onder- en bovenaan ringkracht en membraankracht sneller convergeren dan dwarskracht en verplaatsing. Het moment convergeert opnieuw het snelst.



Figuur 5.32 – Log |fout| voor de koepel met dikte 10mm



Figuur 5.33 - Log |fout| voor de koepel met dikte 40mm

De logaritmische functies van de fout voor de verschillende grootheden zijn voor de koepel met een dikte van 10mm en deze met een dikte van 5mm (zie figuur 5.30) gelijkaardig. De resultaten voor het moment convergeren ook voor de dikte van 10mm het snelst. Voor de dikste koepel is het verloop van de verschillende curves anders. De membraankracht vertoont een duidelijke uitschieter naar beneden en de curve die het logaritme van de absolute fout voor het moment weergeeft is minder steil dan bij de dunnere koepels. Het moment convergeert dus minder snel naar de werkelijke waarde wanneer de koepel dikker wordt.

In tegenstelling tot het geval van de vlakke plaat, convergeren voor de koepel de resultaten voor de verschillende grootheden niet meer even snel. Bovendien hangt de snelheid van convergentie af van de dikte van de koepel en van de manier van opleggen. Echter, elk van de grafieken vertoont duidelijke lineaire stukken en de bepaling van de ordes van convergentie is dus betrouwbaar.

6 Conclusie

Op basis van het voor dit rapport verrichte onderzoek kunnen onderstaande conclusies worden getrokken **met betrekking tot de orde van convergentie**:

- De elementnauwkeurigheid kan **bij meting in het vlak** van de schaalconstructie worden uitgedrukt in termen van $O(h^\alpha)$, maar de waarde van α voor een bepaalde door SCIA te berekenen grootheid kan wijzigen als er wijzigingen worden aangebracht aan de schaalconstructie:
  - De resultaten voor de vlakke plaat zijn voor alle grootheden vergelijkbaar en dit onafhankelijk van de dikte of de manier van opleggen van de plaat. In figuren 5.1 tot en met 5.6 is immers te zien dat alle curves die het verloop van de absolute fout ten opzichte van het aantal elementen weergeven ongeveer eenzelfde lineair dalend deel hebben. De resultaten zijn dus consistent en de elementnauwkeurigheid voor verplaatsing, dwarskracht en moment is steeds $O(h^2)$ op een enkele uitzondering na.(zie figuur 3.14)
  - In geval van de koepel met opening bovenaan lopen de resultaten verder uit elkaar. Dit is logisch aangezien het gaat om een complexere constructie en het net bovendien niet meer volledig overeenstemt met de eigenlijke geometrie, zoals te zien is in figuur 4.37. De elementnauwkeurigheid verandert in dit geval wel bij wijziging van de eigenschappen van de constructie, zoals bijvoorbeeld de dikte en de manier van opleggen. De waarde van α is echter wel nog steeds éénduidig te bepalen en is in alle gevallen minstens gelijk aan 2.

- De elementnauwkeurigheid kan **bij meting op de rand** van de schaalconstructie niet steeds betrouwbaar worden uitgedrukt in termen van $O(h^\alpha)$. Een mogelijke oorzaak hiervan is de onregelmatigere vorm van de elementen aan de randen in geval van lokale netverfijning op de randen. Dit is te zien in figuren 3.4 en 4.5. Volgende zaken zijn echter in elk geval vastgesteld:
  - De resultaten bij meting op de rand van de schaalconstructie verschillen, behalve voor de verplaatsing, sterk van deze bij meting in het vlak van de constructie.
  - Behalve voor de verplaatsing is de orde van convergentie kleiner bij meting op de rand van de plaat, zoals duidelijk wordt uit figuren 5.9, 5.10, 5.25, 5.26, 5.27 en 5.28. Dit kan eveneens mede veroorzaakt worden door de onregelmatigere vorm van de elementen aan de randen.

Voor wat betreft de **grootte van de absolute fout** kunnen volgende conclusies worden getrokken:

- Behalve voor de verplaatsing zijn berekeningen in het vlak van de constructie nauwkeuriger dan berekeningen op de rand van de schaal.
- Wanneer er uitschieters zijn in de berekening van de absolute fout zijn dit steeds uitschieters naar beneden. Dergelijke uitschieters kan men zien in figuren 5.5, 5.6, 5.10, 5.12, 5.19, 5.23, 5.26 en 5.30. Met het oog op veiligheid is dit voordelig.

Over het algemeen is de orde van convergentie steeds te bepalen. Wanneer de logaritmische functie van de absolute fout wordt uitgezet tegen het logaritme van de elementgrootte, heeft de curve een duidelijk lineair dalend deel. Dit wijst erop dat de absolute fout inderdaad afneemt wanneer de elementen kleiner worden. Bovendien wordt bij meting van elk van de grootheden in het merendeel van de gevallen een gelijkaardig verloop van de curves gevonden voor de verschillende opstellingen. Dit wijst erop dat de resultaten consistent zijn. De waardes van α die voor de verschillende varianten van de vlakke plaat en de koepel zijn bepaald zijn dus betrouwbaar. Enkel bij meting op de rand van de plaat is er een enkele uitzondering op deze stelling, zoals kan worden vastgesteld op basis van bijvoorbeeld figuren 5.8 en 5.24.

De schaalelementen in SCIA Engineer met vier knopen zijn even nauwkeurig als die in Ansys. Dit is geobserveerd voor zowel doorbuiging als momenten (zie grafiek 5.17 en 5.18).

Literatuurlijst

Babuska, I., & Strouboulis, T. (2001). *The finite element method and its reliability.* Oxford: Clarendon Press.

Blaauwendraad, J. (2012). *Plates and FEM.* Springer.

de Jong, J. (2015). *De werkelijke nauwkeurigheid van schaalelementen in Ansys.* Delft.

de Vree, J. (2002). *Eindige Elementen Methode - Syllabus over het gebruik in de lineair elastische vaste stof mechanica.* Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven.

Hoogenboom, P. (2016). *Notes on shell structures.* Delft: Technische Universiteit Delft.

Kok, A. (1991). *Numerical Mechanics - The displacement method.* Delft: Technische Universiteit Delft.

Steenbergen, C. (2014). *Nauwkeurigheid van schaalelementen in SCIA Engineer.* Delft.

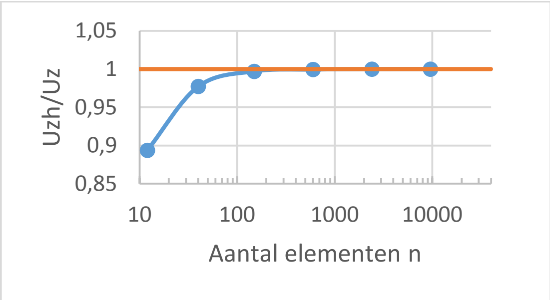
Figuren en tabellen

Tabel 4.7 - Overzicht orde van de fout voor verschillende varianten van de koepel met opening

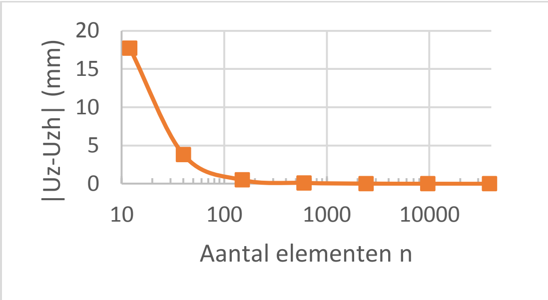
Bijlage 1 – Vlakke plaat 5mm en 10mm

Bijlage 1A – Grafieken verplaatsing Uz (mm)

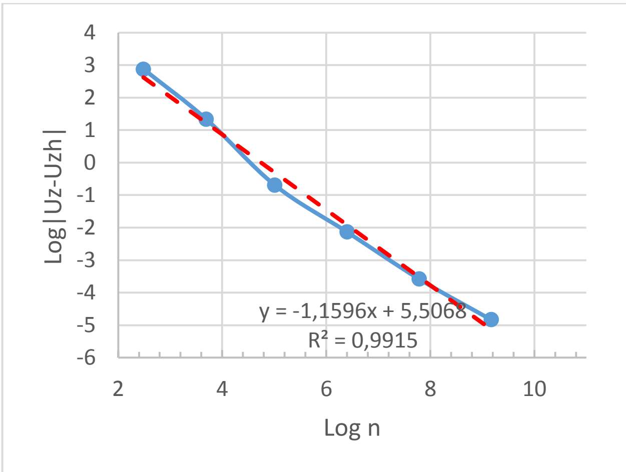
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 5 mm



Figuur B1.1 - – Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz

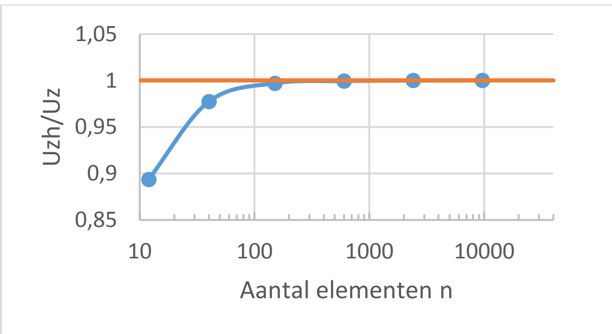


Figuur B1.2 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh

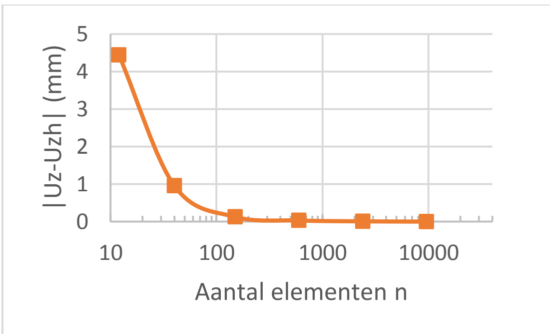


Figuur B1.3 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

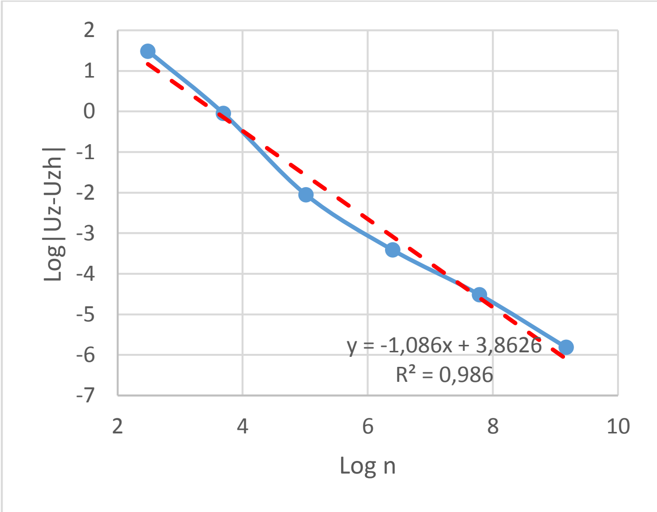
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 10 mm



Figuur B1.4 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



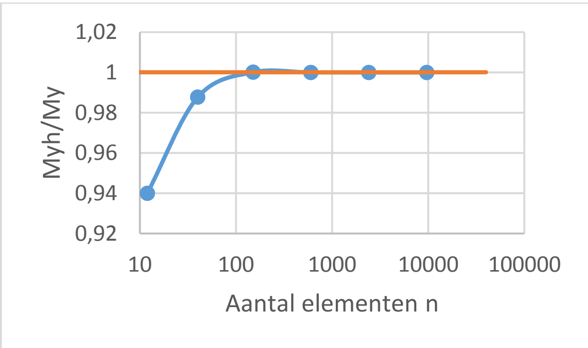
Figuur B1.5 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



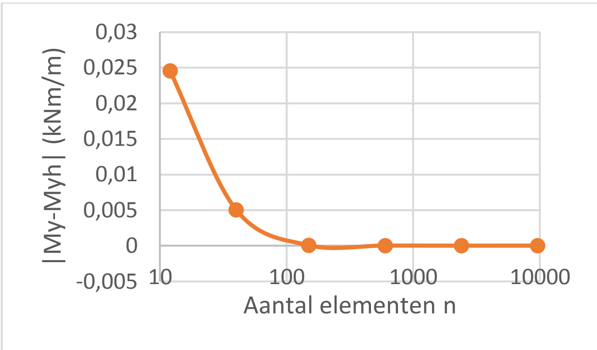
Figuur B1.6 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

Bijlage 1B – Grafieken moment My (kNm/m)

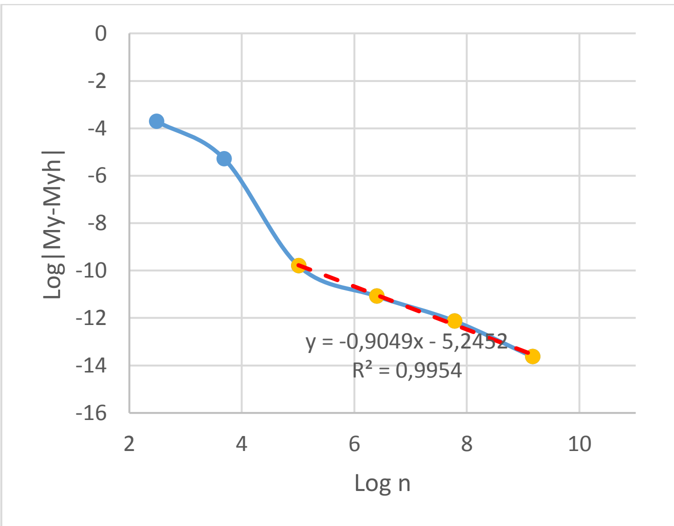
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 5 mm



Figuur B1.7 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Genormaliseerd moment Myh/My

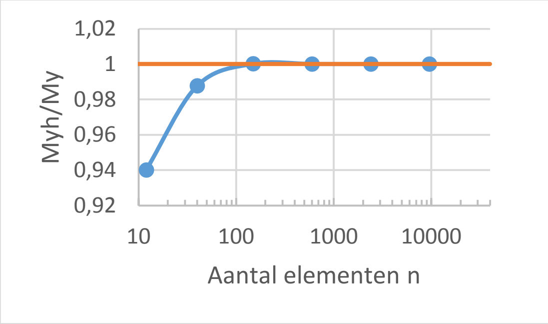


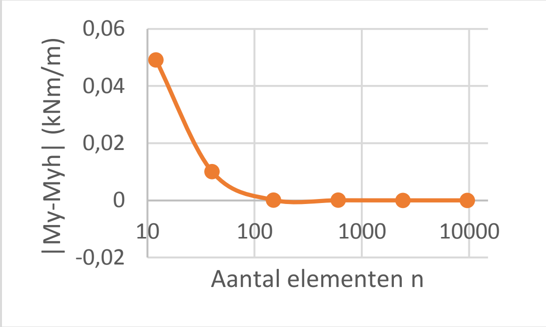
Figuur B1.8 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Absolute verschil tussen My en Myh



Figuur B1.9 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

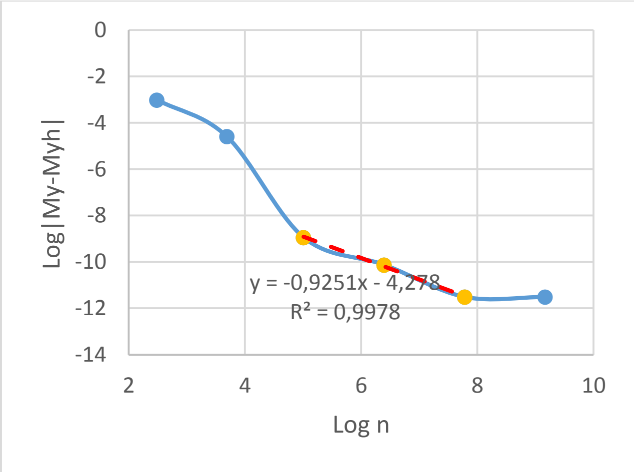
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 10 mm





Figuur B1.10 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Genormaliseerd moment Myh/My

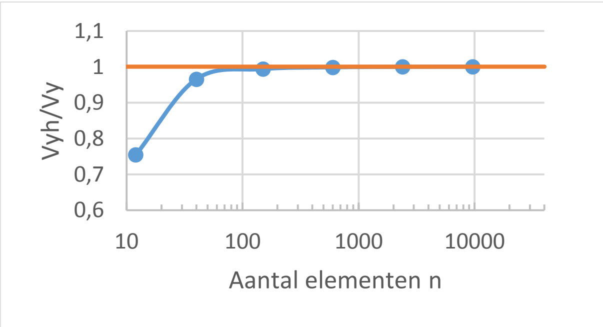
Figuur B1.11 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Absolute verschil tussen My en Myh

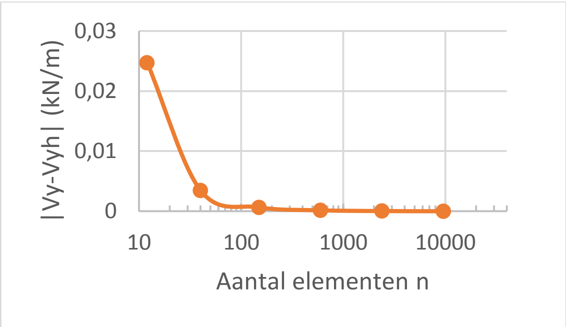


Figuur B1.12 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Bijlage 1C – Grafieken dwarskracht Vy (kN/m)

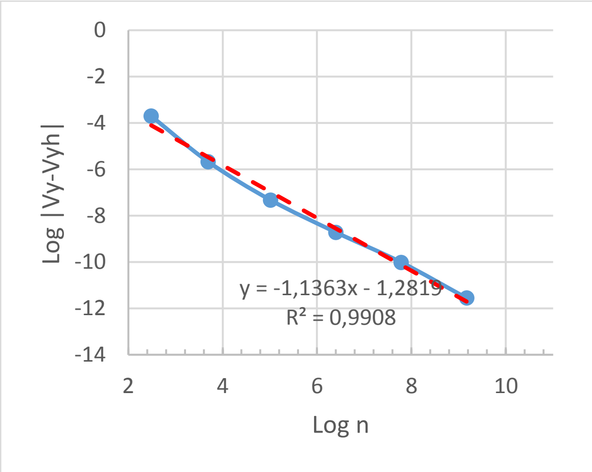
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 5 mm





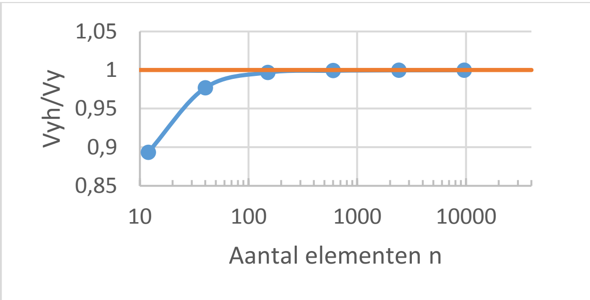
Figuur B1.13 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy

Figuur B1.14 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh

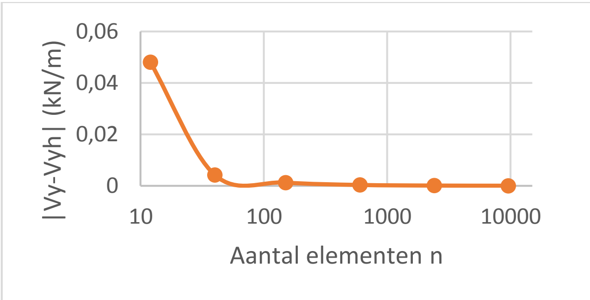


Figuur B1.15 - Vlakke plaat 1, dikte 5 mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

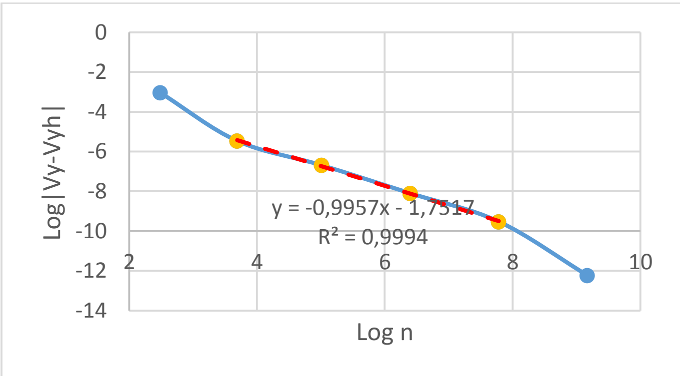
Vlakke plaat, scharnierend opgelegd aan twee randen, dikte 10 mm



Figuur B1.16 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



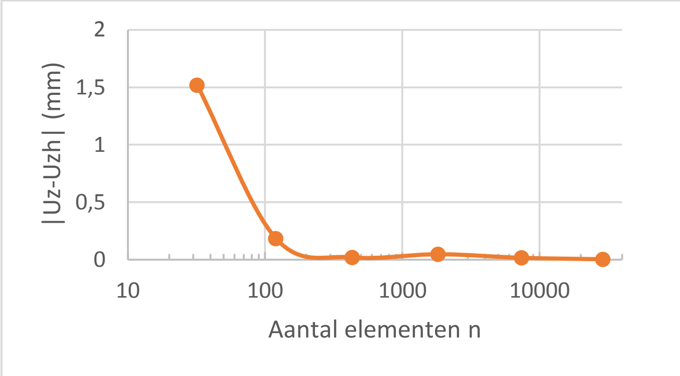
Figuur B1.17 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



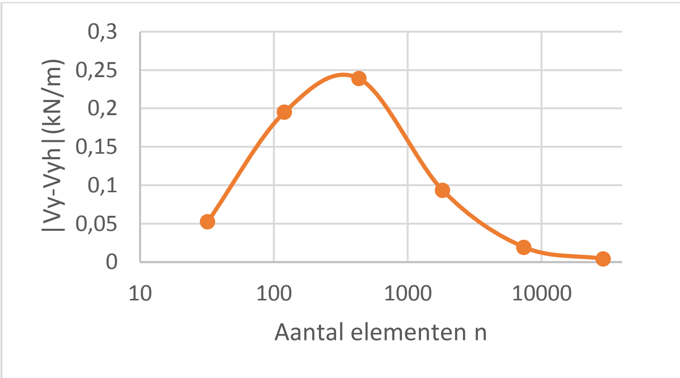
Figuur B1.18 - Vlakke plaat 1, dikte 10 mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

Bijlage 2 – Koepel scharnieren onderaan

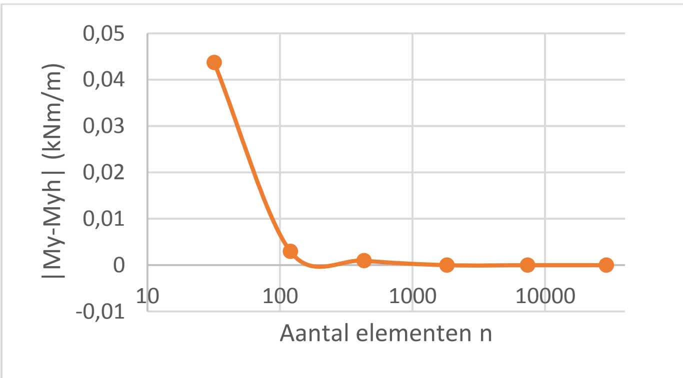
Bijlage 2A – Grafieken absolute fout koepel met dikte t=5mm



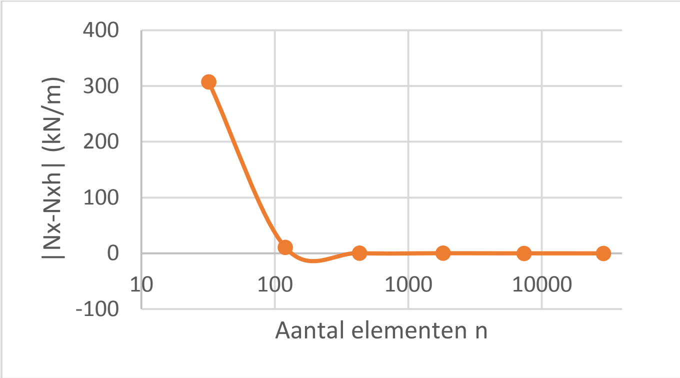
Figuur B2.1 - Koepel 1, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



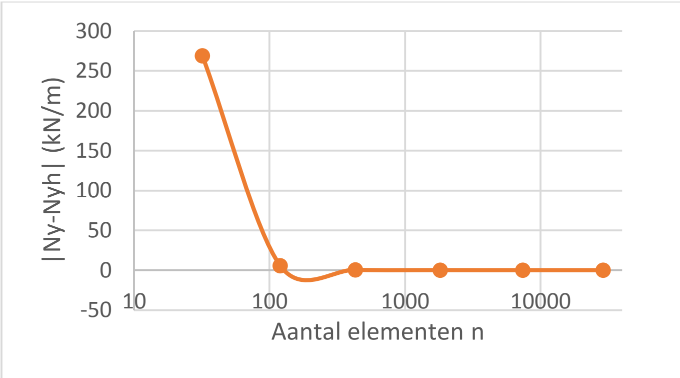
Figuur B2.2 - Koepel 1, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur B2.3 - Koepel 1, dikte 5mm, Absolute verschil tussen My en Myh



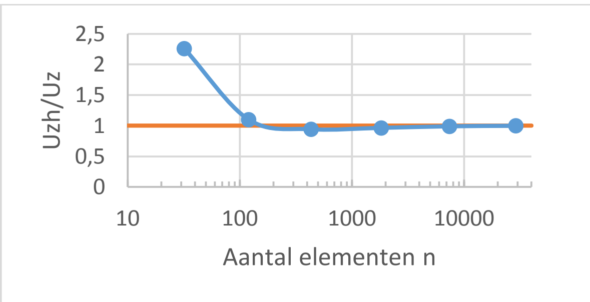
Figuur B2.4 - Koepel 1, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Nx en Nxh



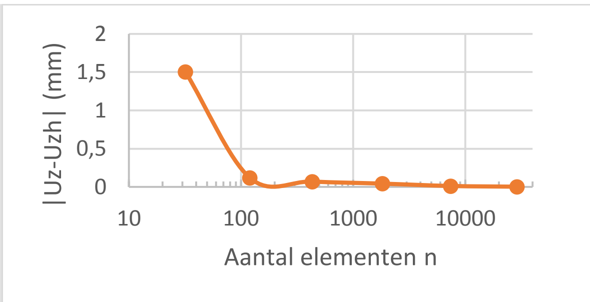
Figuur B2.5 - Koepel 1, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Ny en Nyh

Bijlage 2B – Grafieken verplaatsing Uz (mm) voor t=10mm en t=40mm

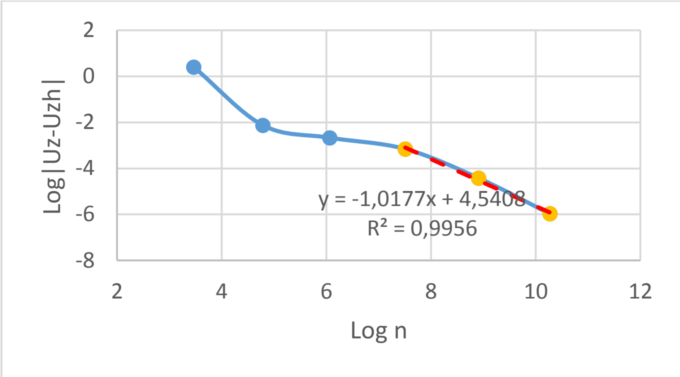
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 10mm



Figuur B2.6 - Koepel 1, dikte 10mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz

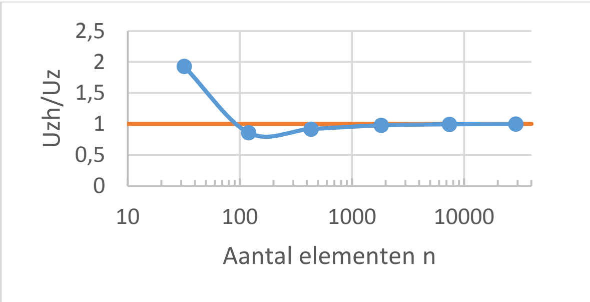


Figuur B2.7 - Koepel 1, dikte 10mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh

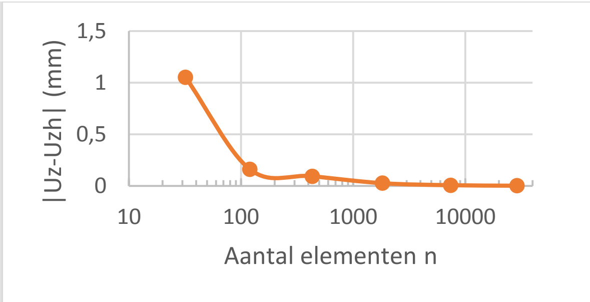


Figuur B2.8 – Koepel 1, dikte 10mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

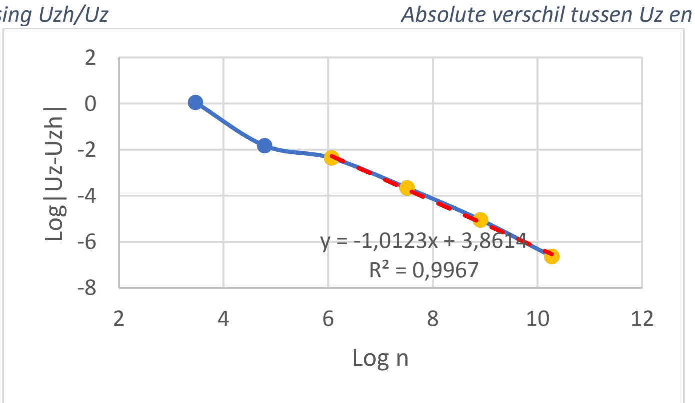
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 40mm



Figuur B2.9 - Koepel 1, dikte 40mm, Genormaliseerde verplaatsing Uzh/Uz



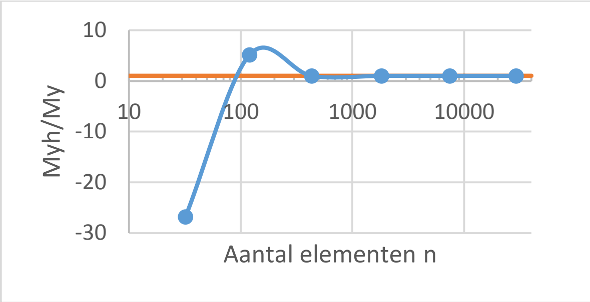
Figuur B2.10 - Koepel 1, dikte 40mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh

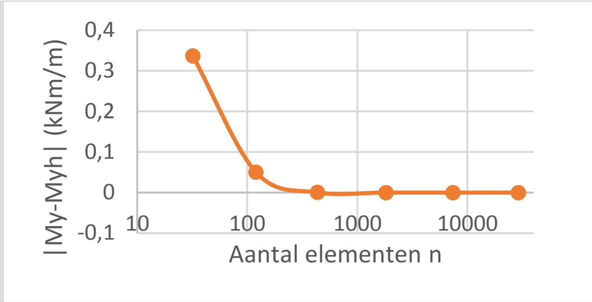


Figuur B2.11 - Koepel 1, dikte 40mm, Logaritmische functie van |Uz-Uzh| en regressielijn

Bijlage 2C – Grafieken moment My (kNm/m) voor t=10mm en t=40mm

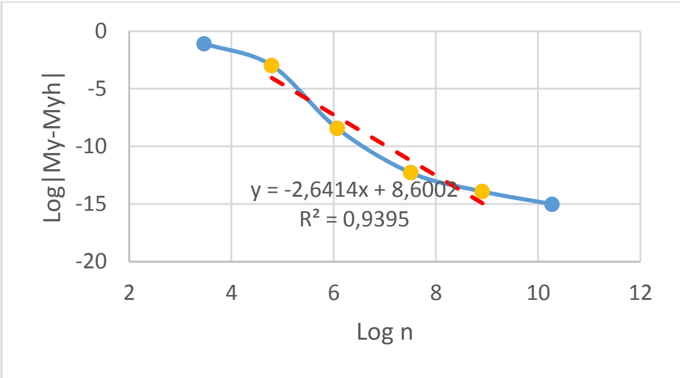
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 10mm





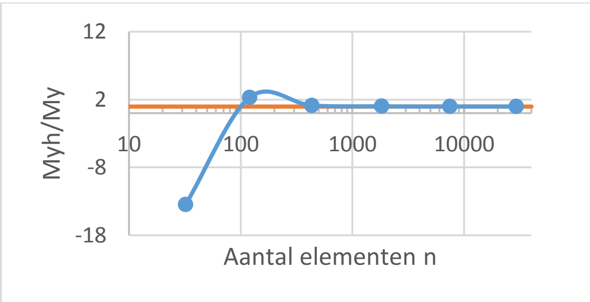
Figuur B2.12 – Koepel 1, dikte 10mm, Genormaliseerd moment Myh/My

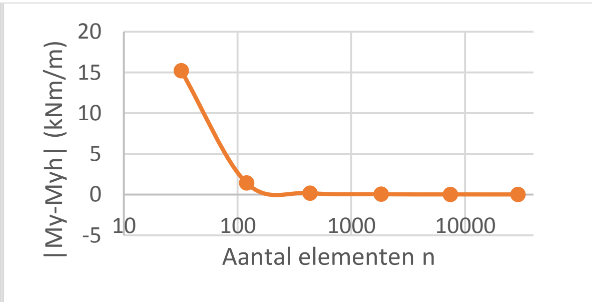
Figuur B2.13 – Koepel 1, dikte 10mm, Absolute verschil tussen My en Myh



Figuur B2.14 – Koepel 1, dikte 10mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

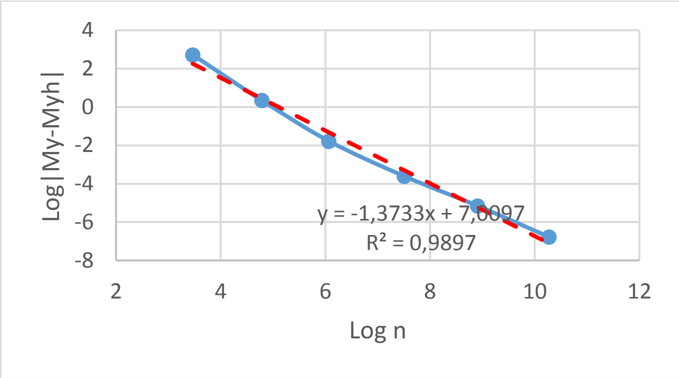
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 40mm





Figuur B2.15 - Koepel 1, dikte 40mm, Genormaliseerde moment Myh/My

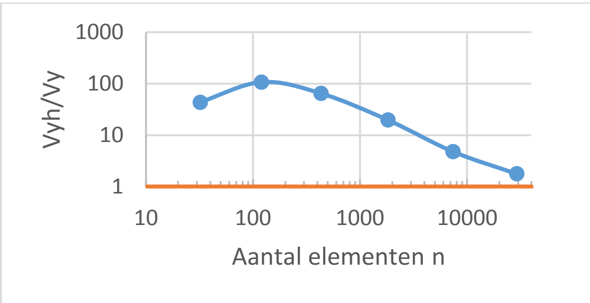
Figuur B2.16 - Koepel 1, dikte 40mm, Absolute verschil tussen My en Myh



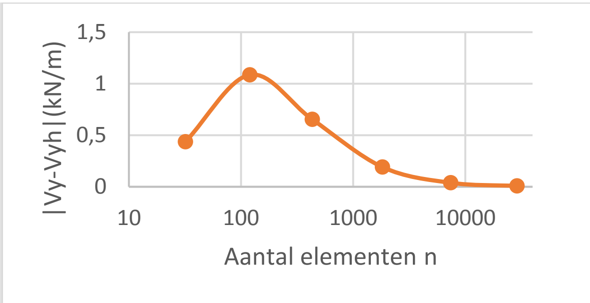
Figuur B2.17 - – Koepel 1, dikte 40mm, Logaritmische functie van |My-Myh| en regressielijn

Bijlage 2D – Grafieken dwarskracht Vy (kN/m) voor t=10mm en t=40mm

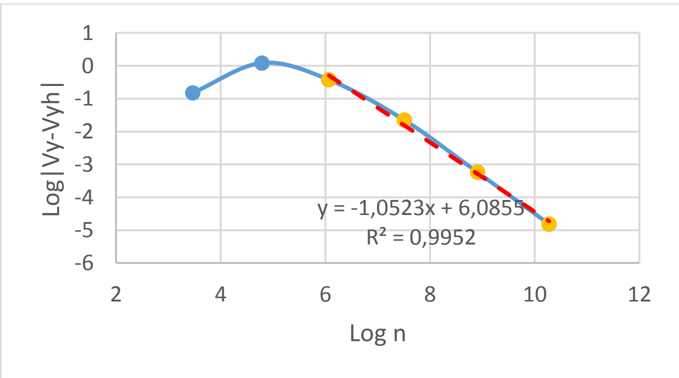
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 10mm



Figuur B2.18 - Koepel 1, dikte 10mm, Genormaliseerde dwarskracht Vyh/Vy



Figuur B2.19 - Koepel 1, dikte 10mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh

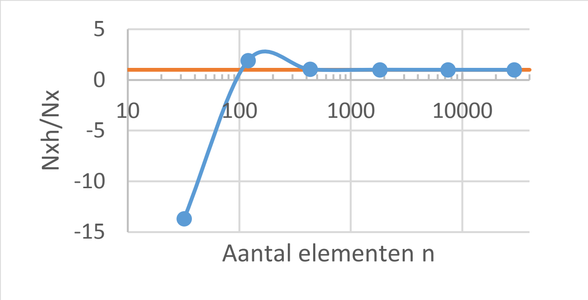


Figuur B2.20 – Koepel 1, dikte 10mm, Logaritmische functie van |Vy-Vyh| en regressielijn

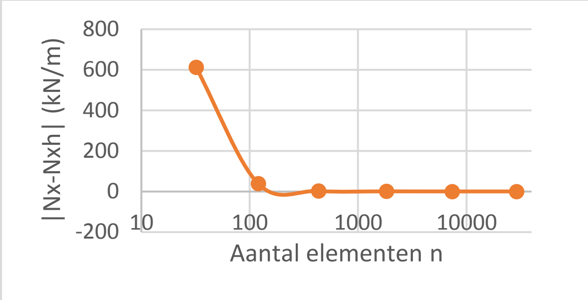
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 40mm

Bijlage 2E – Grafieken ringkracht Nx (kN/m) voor t=10mm en t=40mm

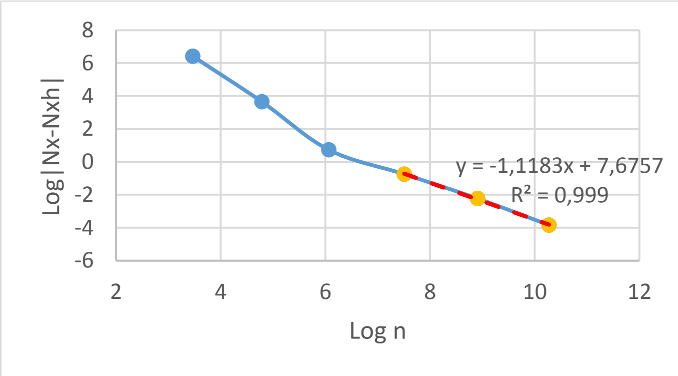
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 10mm



Figuur B2.24 – Koepel 1, dikte 10mm,
Genormaliseerde ringkracht Nxh/Nx

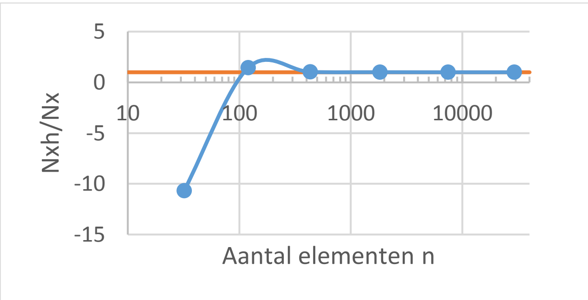


Figuur B2.25 – Koepel 1, dikte 10mm,
Absolute verschil tussen Nx en Nxh

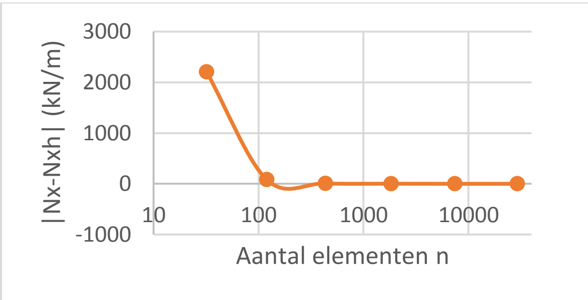


Figuur B2.26 - Koepel 1, dikte 10mm, Logaritmische functie van |Nx-Nxh| en regressielijn

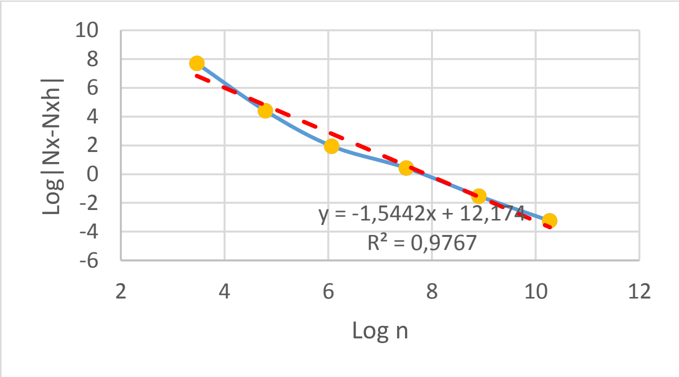
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 40mm



Figuur B2.27 - Koepel 1, dikte 40mm,
Genormaliseerde ringkracht Nxh/Nx



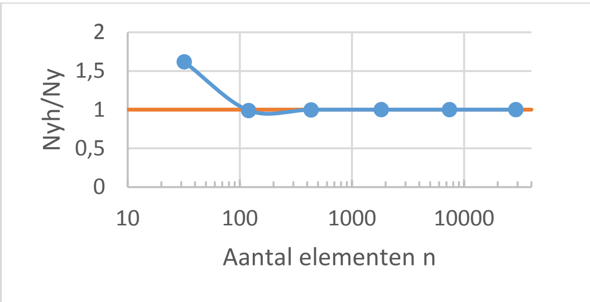
Figuur B2.28 - Koepel 1, dikte 40mm,
Absolute verschil tussen Nx en Nxh

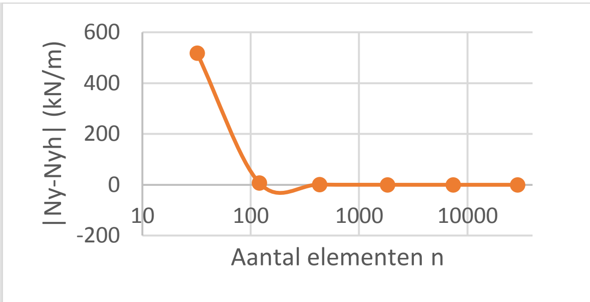


Figuur B2.29 - Koepel 1, dikte 40mm, Logaritmische functie van |Nx-Nxh| en regressielijn

Bijlage 2F – Grafieken membraankracht Ny (kN/m) voor t=10mm en t=40mm

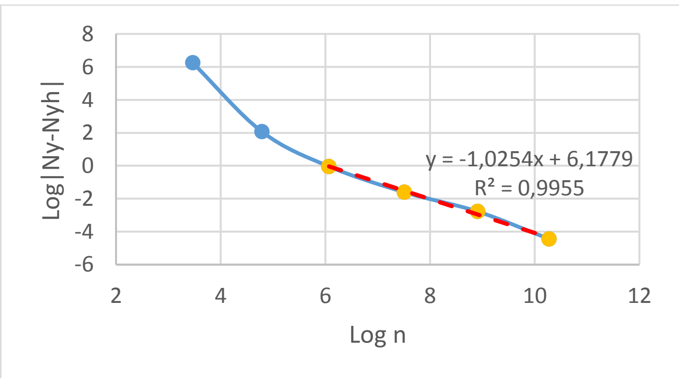
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 10mm





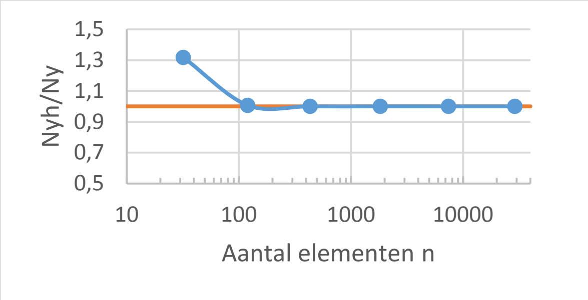
Figuur B2.30 - Koepel 1, dikte 10mm, Genormaliseerde membraankracht Nyh/Ny

Figuur B2.31 - Koepel 1, dikte 10mm, Absolute verschil tussen Ny en Nyh

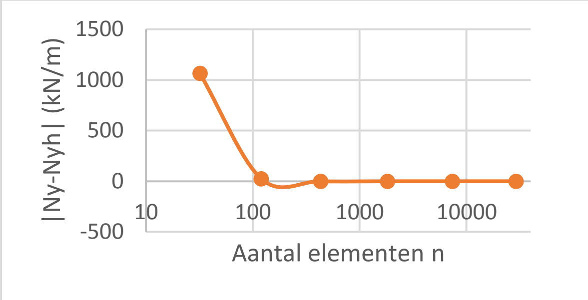


Figuur B2.33 - Koepel 1, dikte 10mm, Logaritmische functie van |Ny-Nyh| en regressielijn

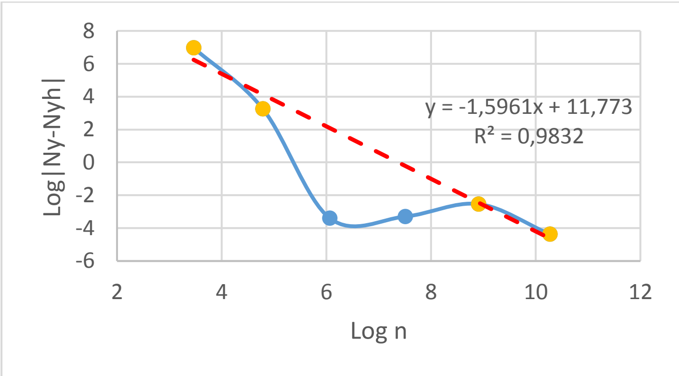
Koepel met opening, scharnierend opgelegd onderaan, dikte 40mm



Figuur B2.34 - Koepel 1, dikte 40mm, Genormaliseerde membraankracht Nyh/Ny

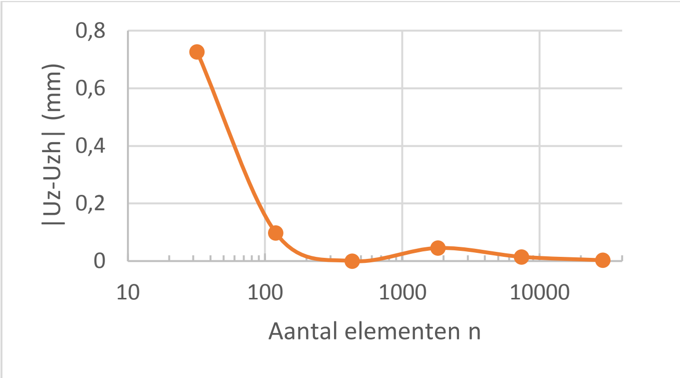


Figuur B2.35 - Koepel 1, dikte 40mm Absolute verschil tussen Ny en Nyh

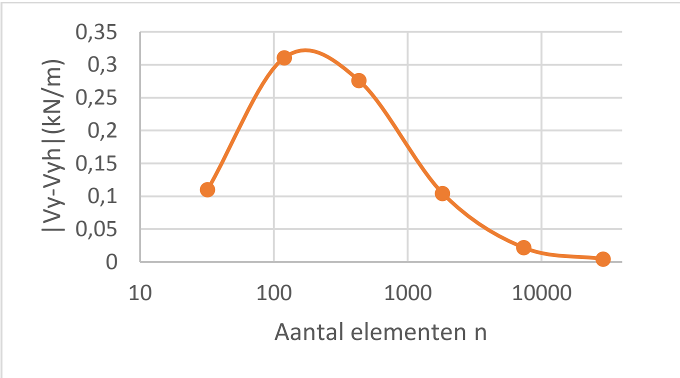


Figuur B2.36 - Koepel 1, dikte 40mm, Logaritmische functie van |Ny-Nyh| en regressielijn

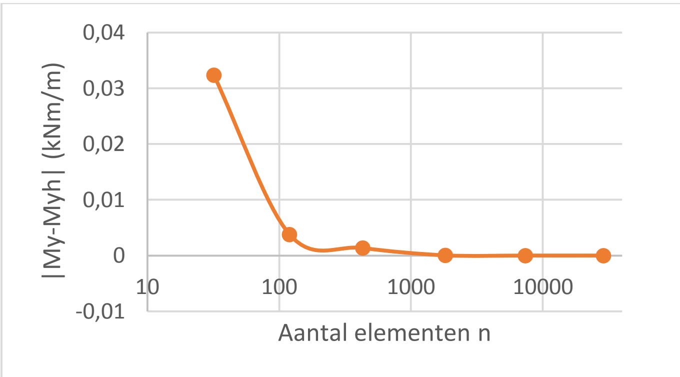
Bijlage 3 – Koepel scharnieren onder- en bovenaan: Absolute fout



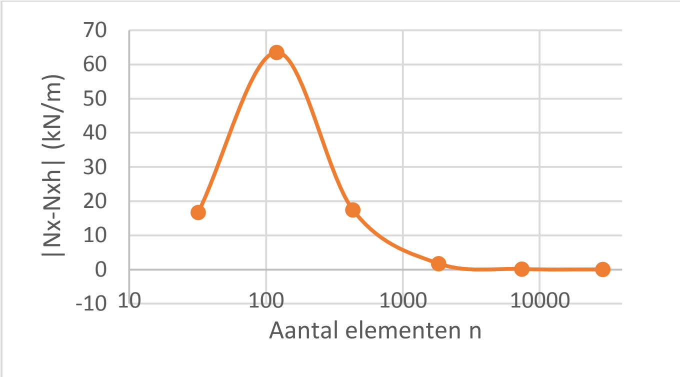
Figuur B3.1 - Koepel 2, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



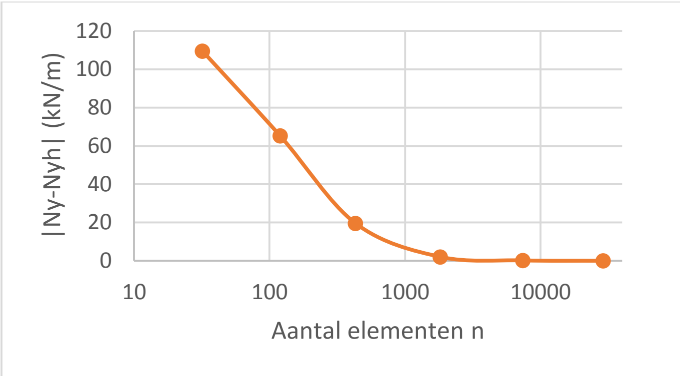
Figuur B3.2 - Koepel 2, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur B3.3 - Koepel 2, dikte 5mm, Absolute verschil tussen My en Myh

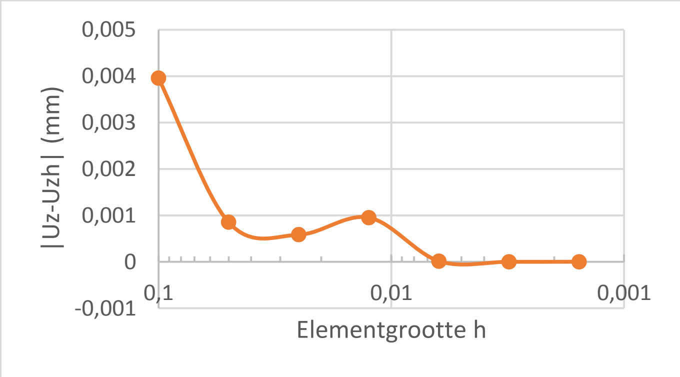


Figuur B3.4 - Koepel 2, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Nx en Nxh

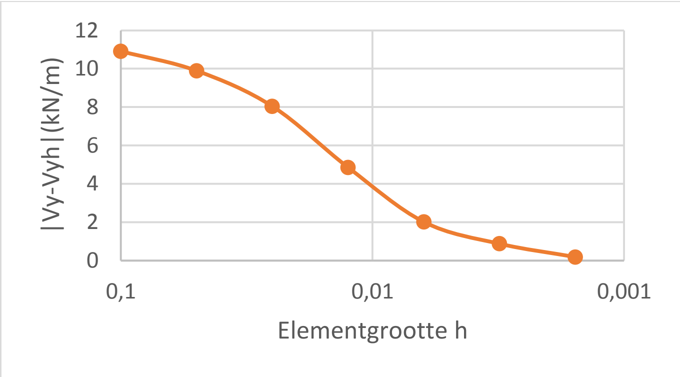


Figuur B3.5 - Koepel 2, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Ny en Nyh

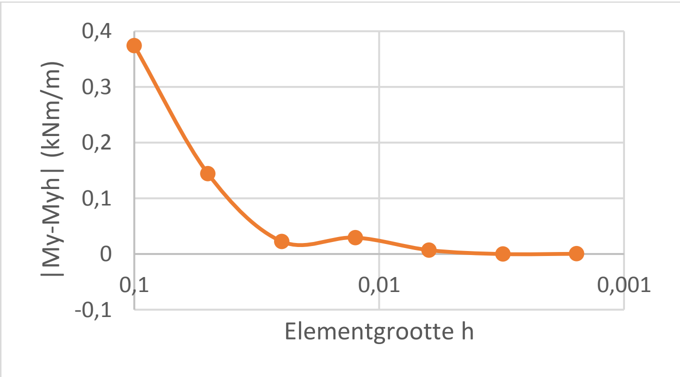
Bijlage 4 – Koepel – meting op de onderrand: Absolute fout



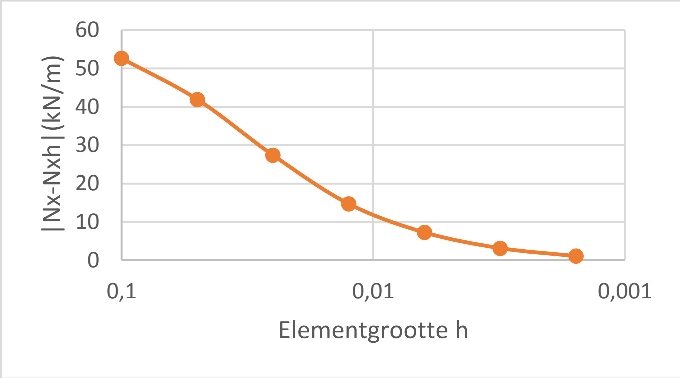
Figuur B4.1 - Koepel 3, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Uz en Uzh



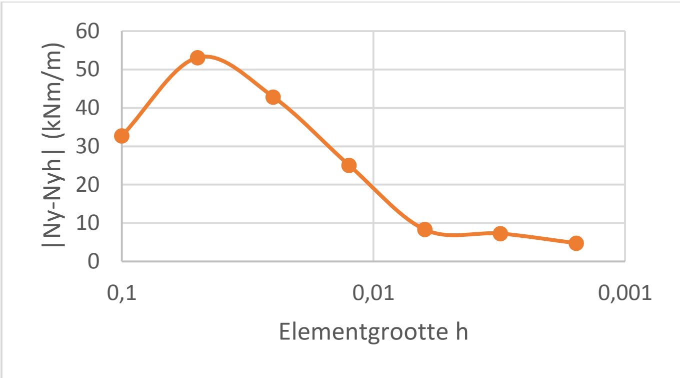
Figuur B4.2 - Koepel 3, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Vy en Vyh



Figuur B4.3 - Koepel 3, dikte 5mm, Absolute verschil tussen My en Myh



Figuur B4.4 - Koepel 3, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Nx en Nxh



Figuur B4.5 - Koepel 3, dikte 5mm, Absolute verschil tussen Ny en Nyh