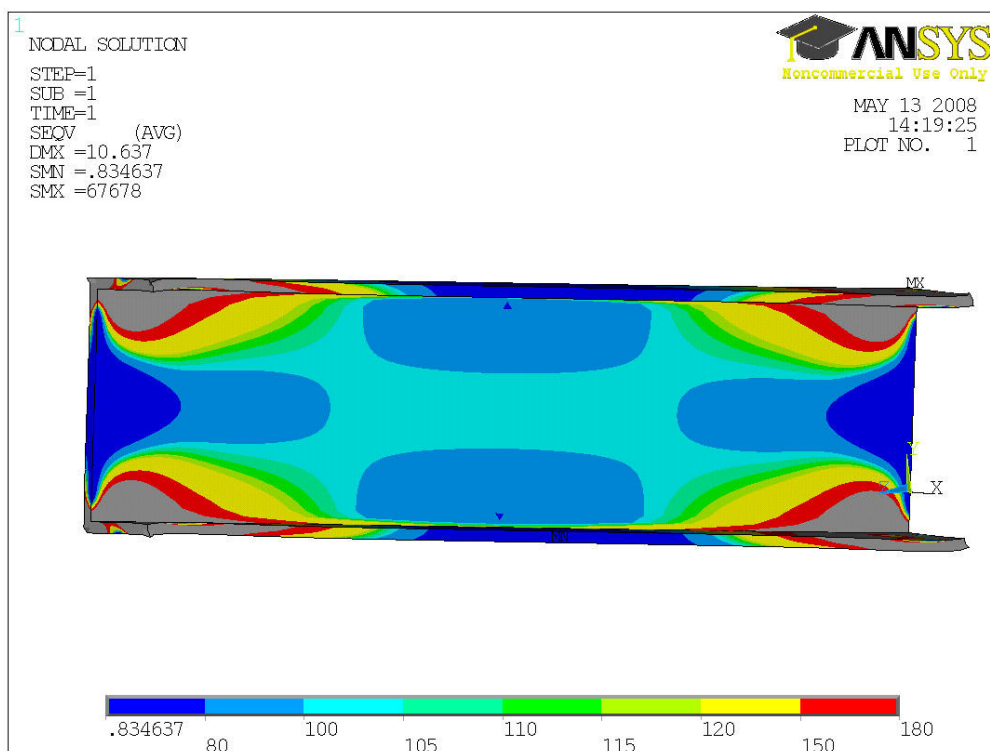

Schuifspanning en afschuifstijfheid in stalen U-profielen

CT3000 Bachelor Eindwerk

Eindrapport



Sectie Constructiemechanica en Staalconstructies

Begeleiders: dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
ir. R. Abspoel

Lars Voormeeren

1259164

Mei 2008

Voorwoord

Dit bachelor eindwerk, waarin onderzoek wordt gedaan naar de schuifspanningen en afschuifstijfheid in stalen U-profielen, dient ter afsluiting van het bachelorprogramma van de studie Civiele Techniek. Hoewel ik vooraf nog geen duidelijk beeld had over de wijze waarop een dergelijk onderzoek als dit moet worden aangepakt, heeft het mij in de loop van de tijd zeer gegrepen. Het was leuk om te zien dat je daadwerkelijk iets aan het opbouwen bent, met dit rapport als eindresultaat. Graag wil ik dan ook de heer Hoogenboom en de heer Abspoel bedanken voor de goede begeleiding.

Delft, mei 2008

Lars Voormeeren

Samenvatting

In dit eindwerk wordt ingegaan op de vraag hoe nauwkeurig de bestaande analytische formules voor de maximale schuifspanning en de afschuifstijfheid zijn, wanneer het onderzoek zich uitsluitend richt op stalen U-profielen. De nauwkeurigheid van deze analytische formules wordt gecontroleerd aan de hand van resultaten, die verkregen worden uit het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma ANSYS. Op basis van deze resultaten is de behoefte ontstaan tot het ontwikkelen van nieuwe, meer nauwkeurige, benaderingsformules.

Om tot deze resultaten te komen, zijn een aantal belangrijke stappen doorlopen. De opbouw van dit eindwerk sluit hier dan ook aardig op aan. Zo zullen in het eerste hoofdstuk de analytische formules worden afgeleid, voor respectievelijk de schuifspanning en de afschuifstijfheid, die dienen voor het verkrijgen van inzicht in de wijze waarop de formules zijn opgebouwd. Hoofdstuk 2 richt zich op de uitgangspunten van waaruit het probleem is benaderd. Het probleem en de onderzoeksvragen zullen hier duidelijk worden weergegeven, evenals de gemaakte aannames en randvoorwaarden bij dit probleem. In het 3^e hoofdstuk zal de modellering van het probleem worden beschreven, waarna in hoofdstuk 4 en 5 achtereenvolgens de resultaten ten aanzien van de schuifspanning en de afschuifstijfheid worden behandeld. In deze hoofdstukken zal tevens een verbeterde, meer nauwkeurige, benaderingsformule worden aangedragen. Dit eindwerk wordt afgesloten met de interpretatie van de resultaten en nieuwe formules. Verder worden in dit hoofdstuk de kennisleemten blootgelegd en suggesties/aanbevelingen gedaan voor verdergaand onderzoek.

Het resultaat van dit onderzoek kan worden samengevat in de onderstaande formules. Een positieve afwijking (+) staat voor een onderschatting van de werkelijke waarden, ofwel *werkelijk* > *analytisch*.

Maximale schuifspanning in U-profielen

Oude formule

(max. afwijking +13.03%)

$$\tau_{\max;oud} = \frac{V}{A_s} = \frac{V}{t \cdot (h - 2t)}$$

Nieuwe benaderingsformule

(max. afwijking +0.79%)

$$\tau_{\max;nieuw} = \frac{V}{t \cdot \left(h - \frac{723}{250} \cdot t \right)} \cdot \left(\frac{1141}{1000} - \frac{179}{5000} \cdot \frac{h}{b} + \frac{39}{2500} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Afschuifstijfheid in U-profielen

Oude formule

(max. afwijking +52.28%)

$$GA_{s;oud} = G \cdot t \cdot (h - 2t)$$

Nieuwe benaderingsformule

(max. afwijking +5.57%)

$$GA_{s;nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\frac{157}{500} - \frac{77}{100} \cdot \frac{h}{b} - \frac{689}{100} \cdot \frac{b}{h} + \frac{7}{20} \cdot \frac{b}{t} + \frac{1099}{50} \cdot \frac{t}{b} - \frac{683}{5000} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Inhoudsopgave

Voorwoord	1
Samenvatting	2
Inhoudsopgave	3
1. Analytische Methode	4
1.1 Schuifspanning in een U-profiel	4
1.1.1 Schuifspanning t.p.v. de flenzen	5
1.1.2 Schuifspanning t.p.v. het lijf	5
1.2 Afschuifstijfheid in een U-profiel	6
1.3 Bepaling ligging dwarskrachtencentrum	6
2. Uitgangspunten bij de modellering van het probleem	7
2.1 Het probleem	7
2.2 Onderzoeksvraag/-grenzen	7
2.3 Aannamen	7
2.4 Randvoorwaarden	7
3. Modellering	9
3.1 Opstellen mechanicaschema	9
3.2 Modellering in ANSYS	9
3.2.1 Programmeren in ANSYS	10
3.2.2 Model met momenten aangrijpend in dwarskrachtencentrum	10
3.2.3 Model met opgelegde verplaatsing zonder externe belasting	11
3.2.4 Controle ANSYS-resultaten model met opgelegde verplaatsing	11
4. Resultaten ten aanzien van de schuifspanning	12
4.1 Meetresultaten	12
4.2 Vergelijking met de analytische methode	12
4.2.1 Overzicht onderzochte profielen	12
4.2.2 Voorbeeldberekeningen aan de hand van basisprofiel 1	13
4.2.3 Berekening bi-moment	15
4.2.4 Berekening ligging dwarskrachtencentrum	15
4.3 Von Mises-spanning	16
4.4 Verbeterde benaderingsformule voor de maximale schuifspanning	17
5. Resultaten ten aanzien van de afschuifstijfheid	19
5.1 Meetresultaten en vergelijking met de analytische methode	19
5.2 Verbeterde benaderingsformule voor de afschuifstijfheid	21
5.2.1 Nieuwe benaderingsformules geschikt voor bijbehorende dataset	21
5.2.2 Nieuwe algemeen geldende benaderingsformule	23
6. Interpretatie, conclusies en aanbevelingen	24
6.1 Interpretatie van de resultaten en nieuwe formules	24
6.2 Conclusies m.b.t. de onderzoeksvraag	24
6.3 Aanbevelingen voor verdergaand onderzoek	25
Literatuurlijst	26
Bijlage A Startnotitie	27
Bijlage B. Besprekingsverslagen	29
Bijlage C. Matlab-script voor berekening analytische schuifspanning	31
Bijlage D. Berekening analytische schuifspanning afgeronde profielen	32
Bijlage E. Meetgegevens ANSYS	35

1. Analytische methode

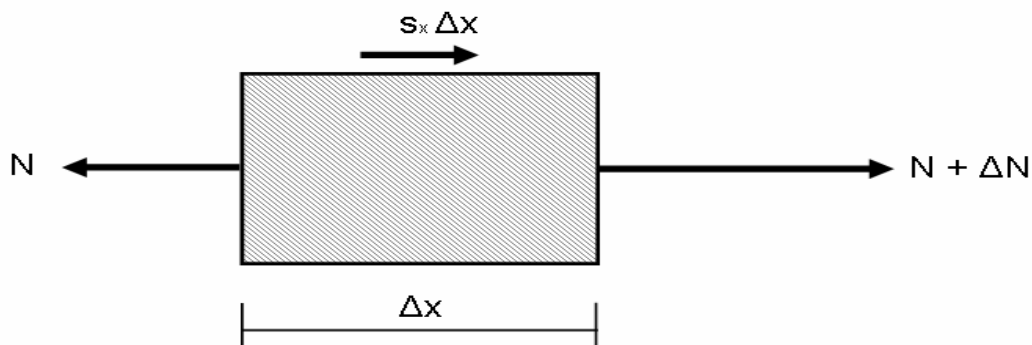
In dit hoofdstuk zullen de analytische formules voor het berekenen van de schuifspanning [1] respectievelijk de afschuifstijfheid [2] van een U-profiel worden afgeleid. Aan de hand van deze formules zal een Matlab-script worden geschreven, zodat eenvoudig de numerieke uitkomsten voor de schuifspanning voor een aantal verschillende U-profielen kunnen worden berekend. Het hoofdstuk wordt afgesloten met de bepaling van de ligging van het dwarskrachtencentrum (D.C.) van de doorsnede.

In de onderstaande afleiding voor de schuifspanning wordt uitgegaan van een belasting in de vorm van een dwarskracht V , echter de werklijn van de dwarskracht is vooralsnog onbekend.

1.1 Schuifspanning in een U-profiel

In het geval van een liggerconstructie waarbij het buigend moment niet constant is over de lengte van de ligger, zullen er naast normaalspanningen ten gevolge van het buigend moment (en eventueel t.g.v. een normaalkracht) ook dwarskrachten in de doorsneden voorkomen. Dit heeft tot gevolg dat er zowel schuifspanningen in het vlak van de doorsnede zullen optreden, evenals schuifspanningen (dus schuifkrachten) in de lengterichting van de ligger. Dit kan men beredeneren indien men van het afschuivende deel een mootje met lengte Δx vrijmaakt, waarbij $\Delta x \rightarrow 0$. Uit de evenwichtsbetrekkingen van het elementje volgt dat er een langsschuifkracht s_x^a benodigd is. Ofwel:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -N^a + N^a + \Delta N^a + s_x^a \cdot \Delta x = 0. \text{ Hieruit volgt voor de limiet van } \Delta x \rightarrow 0 \text{ voor de schuifkracht } s_x^a = -\frac{dN^a}{dx} = -\frac{V_z S_z^a}{I_{zz}}.$$



Figuur 1.1 Vrijgemaakt liggerelementje met lengte Δx

De algemene formule voor het schuifspanningsverloop in een doorsnede ten gevolge van een

dwarskracht kan dan worden beschreven door: $\sigma_{xm} = -\frac{V_z S_z^a}{b^a I_{zz}}$. Hierin is:

V_z de dwarskracht ter plaatse van de doorsnede van de ligger

S_z^a het statisch moment van het afschuivende deel om de y-as

I_{zz} het traagheidsmoment van het U-profiel ter grootte van:

$$I_{zz} = I_{zz}^{lijf} + 2 \cdot I_{zz(steiner)}^{flens} = \frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h^3 + 2 \cdot b \cdot t_f \cdot \left(\frac{h}{2}\right)^2 = h^2 \left(\frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_f \right)$$

b^a breedte van de snede ter plaatse van het afschuivende deel

1.1.1 Schuifspanning t.p.v. de flenzen

Voor de afschuiving van de flenzen geldt dan met $b^a = 2t_f$ en

$$S_z^a = t_f \cdot m \cdot h:$$

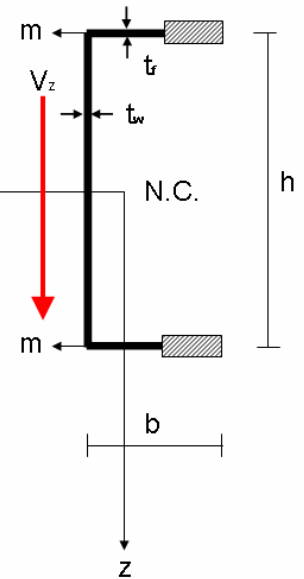
$$\sigma_{xm}(m) = - \frac{V_z \cdot t_f \cdot m \cdot h}{2 \cdot t_f \cdot \left(h^2 \left(\frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_f \right) \right)} = - \frac{V_z \cdot m}{h \cdot \left(\frac{1}{6} \cdot t_w \cdot h + b \cdot t_f \right)} y \leftarrow$$

Hieruit blijkt dat het schuifspanningsverloop in de flenzen **lineair verloopt**. Zie figuur 1.1.3. Enkele kenmerkende waarden voor de schuifspanningen op de flenzen zijn die ter plaatse van het vrije uiteinde:

$$m = 0 \Rightarrow \sigma_{xm}(0) = 0 \text{ N/mm}^2$$

en ter plaatse van de overgang van de flens en het lijf:

$$m = b \Rightarrow \sigma_{xm}(b) = - \frac{V_z \cdot b}{h \cdot \left(\frac{1}{6} \cdot t_w \cdot h + b \cdot t_f \right)} \text{ N/mm}^2.$$



Figuur 1.1.1 Afschuivende flens

1.1.2 Schuifspanning t.p.v. het lijf

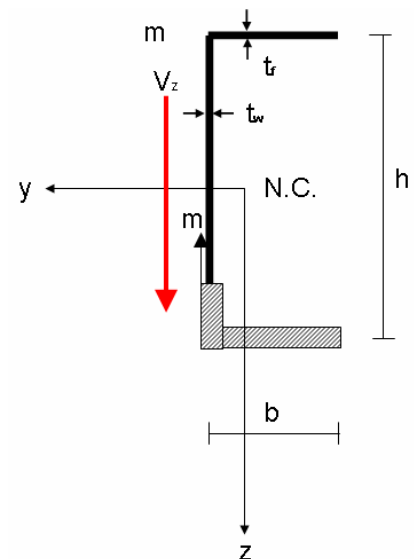
Om de schuifspanning ter plaatse van het lijf te berekenen moeten we voor de berekening van het statisch moment van het afschuivende deel (S_z^a) tevens de flens meenemen. Zie de figuur hiernaast.

Dus met de waarden $b^a = t_w$ en

$$S_z^a = t_f \cdot b \cdot \frac{h}{2} + t_w \cdot m \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{m}{2} \right) = t_f \cdot b \cdot \frac{h}{2} + t_w \cdot m \cdot \frac{h}{2} - t_w \cdot \frac{m^2}{2}$$

wordt de vergelijking voor de schuifspanning in het lijf als functie van m:

$$\sigma_{xm}(m) = - \frac{V_z \cdot \left(t_f \cdot b \cdot \frac{h}{2} + t_w \cdot m \cdot \frac{h}{2} - t_w \cdot \frac{m^2}{2} \right)}{t_w \cdot \left(h^2 \left(\frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_f \right) \right)}.$$



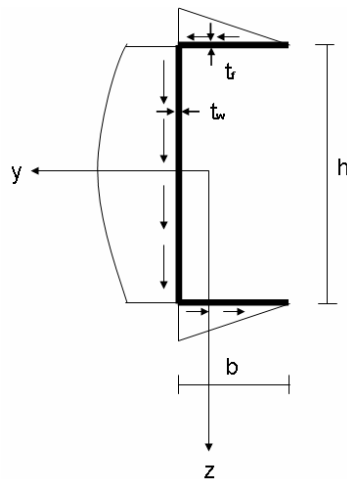
Figuur 1.1.2 Afschuivende flens + lijf

In tegenstelling tot de schuifspanning in de flenzen is er hier niet sprake van een lineair schuifspanningsverloop, maar van een **parabolisch verloop** met de top ter plaatse van de halve lijfhoogte. Zie figuur 1.1.3.

Enkele karakteristieke waarden voor de schuifspanning in het lijf zijn die ter plaatse van de overgang van het lijf en de flens:

$$m = 0 \Rightarrow \sigma_{xm}(0) = - \frac{V_z \cdot t_f \cdot b \cdot \frac{h}{2}}{t_w \cdot \left(h^2 \left(\frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_f \right) \right)} \text{ N/mm}^2$$

en halverwege het lijf:



$$m = \frac{h}{2} \Rightarrow \sigma_{xm}\left(\frac{h}{2}\right) = - \frac{V_z \cdot \left(t_f \cdot b \cdot \frac{h}{2} + t_w \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{2} - t_w \cdot \frac{\left(\frac{h}{2}\right)^2}{2} \right)}{t_w \cdot \left(h^2 \left(\frac{1}{12} \cdot t_w \cdot h + \frac{1}{2} \cdot b \cdot t_f \right) \right)} \text{ N/mm}^2$$

Wat opvalt aan de bovenstaande vergelijkingen is dat ze erg omslachtig van vorm zijn. Om deze reden is het handig de formules te programmeren in een numeriek programma als Matlab of Maple, zodat we van veel U-profielen met verschillende afmetingen de schuifspanningen kunnen berekenen.

Figuur 1.1.3 Schuifspanningsverloop

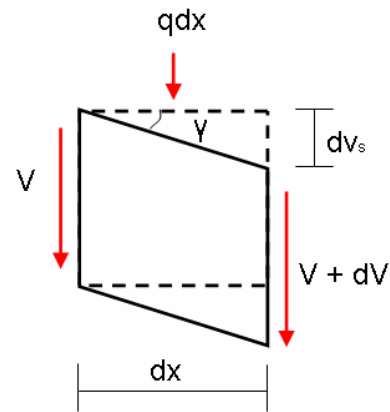
Merk verder op dat indien de dikten van de flenzen en het lijf gelijk zijn $t_f = t_w$, dat het geval is bij koudgeformde U-profielen, de schuifspanning ter plaatse van de overgang flens-lijf gelijk is.

1.2 Afschuifstijfheid in een U-profiel

De afschuifstijfheid kan worden afgeleid indien een mootje beschouwd wordt met lengte dx . Zie figuur 1.2. Hierbij beschouwen we achtereenvolgens de kinematische en constitutieve betrekkingen. De kinematische betrekkingen beschrijven de relatie tussen de afschuifhoek γ en de

verticale deflectie v_s in de formule: $\gamma \approx \frac{dv_s}{dx}$.

Als we uitgaan van een lineair elastisch materiaal dan kunnen we de constitutieve relatie tussen de afschuifhoek γ en schuifspanning τ vastleggen door middel van de formule (gebaseerd op de Wet van Hooke $\sigma = E\varepsilon$): $\tau = G\gamma$



Figuur 1.2 Afschuiving

Het verband tussen de dwarskracht V en de schuifspanning τ kunnen we als volgt beschrijven:

$\tau = \frac{V}{A_s}$ waarbij A_s het effectieve afschuifoppervlak van de profieldoorsnede is. Combinatie van bovenstaande formules geeft uiteindelijk de volgende differentiaalvergelijking:

$\gamma = \frac{dv_s}{dx} = \frac{V}{GA_s}$. Hierin is GA_s de zogeheten **afschuifstijfheid** van de ligger.

1.3 Bepaling ligging dwarskrachtencentrum

Op basis van de resultaten van het onderzoek van Timoshenko is voor de ligging van het dwarskrachtencentrum (D.C.) van een U-profiel een formule ontwikkeld:

$$e = \frac{3 \cdot b^2 \cdot t_f}{6 \cdot b \cdot t_f + h \cdot t_w}$$

Hierbij is e de afstand tussen het dwarskrachtencentrum en het hart van het lijf van het U-profiel, links van het lijf. Zie figuur 2.4 (hoofdstuk 2). h is de hoogte van het profiel gemeten tussen het hart van de flenzen.

2. Uitgangspunten bij de modellering van het probleem

2.1 Het probleem

Dit bachelor eindwerk gaat over de verschillen die er bestaan tussen de resultaten verkregen uit analytische berekeningen en de resultaten verkregen via numerieke methoden. Specifiek gaat het om de berekening van de schuifspanning en de afschuifstijfheid in stalen U-profielen.

2.2 Onderzoeksvraag/-grenzen

“In hoeverre wijken de resultaten van de 3-dimensionale eindige-elementenmethode af van de resultaten die zijn verkregen volgens de meer conventionele analytische methode, wanneer we ons beperken tot het berekenen van de grootste schuifspanning en afschuifstijfheid van een stalen U-profiel?”

Dit onderzoek zal zich richten op het modelleren van een U-vormig stalen profiel met rechte hoeken dan wel met afgeronde hoeken. Dit zal gedaan worden voor koudgeformde U-profielen met verschillende afmetingen, waarbij de dikte van de flens dus niet verloopt. Bovendien geldt voor koudgeformde profielen dat de dikten van de flens en het lijf gelijk zijn, dus $t_f = t_w$. De afmetingen zullen zodanig gekozen worden dat deze overeenstemmen met de profielafmetingen die voornamelijk in de bouw worden toegepast. Hierbij zal hoofdzakelijk worden gekeken naar de schuifspanning ter plaatse van de middendoorsnede van de ligger.

2.3 Aannamen

Het stalen U-profiel zal gemodelleerd worden in staalsoort S355. Dit staal heeft een representatieve elasticiteitsmodulus van

$$E_{rep} = 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

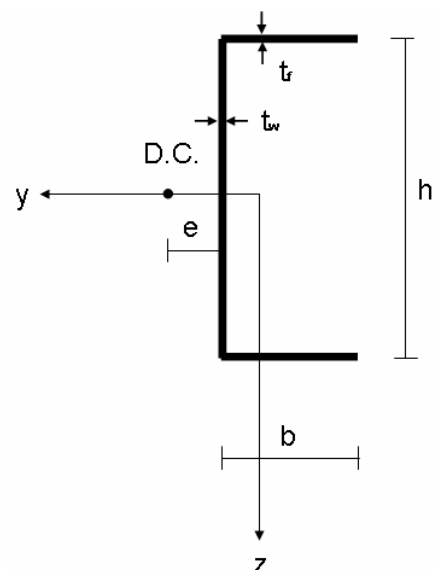
en afschuifmodulus

$$G_{rep} = \frac{E_{rep}}{2(1+\nu)} = \frac{210 \cdot 10^3}{2(1+0.3)} = 8.08 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$$

ervan uitgaande dat de dwarscontractiecoëfficiënt van staal $\nu = 0.3$ is.

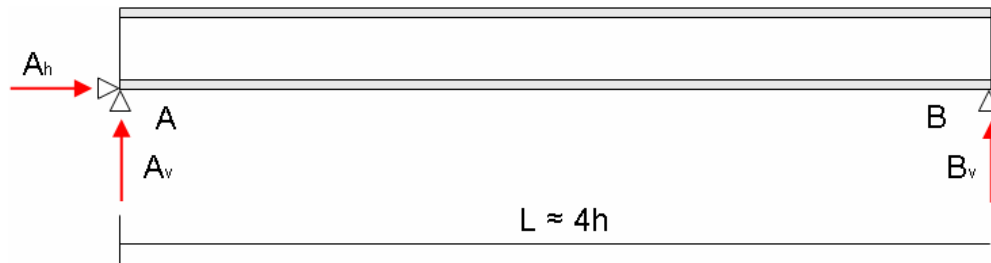
2.4 Randvoorwaarden

Bij het onderzoek naar de grootte van de schuifspanningen en afschuifstijfheid in stalen U-profielen t.g.v. dwarskrachtbelasting, is het van groot belang dat de ligger vrij is van schuifspanningen die worden veroorzaakt door torsie. Om torsie (en dus torsiespanningen) te voorkomen, is het noodzakelijk het profiel in het dwarskrachtencentrum te belasten. Echter, een U-profiel heeft de eigenschap dat het dwarskrachtencentrum niet in de profieldoorsnede zelf ligt, maar daarbuiten. Dit in tegenstelling tot dubbel-symmetrische profielen als I- of H-profielen. Bij het programmeren in ANSYS dient hiervoor een oplossing te worden bedacht, aangezien de belasting in ANSYS op het profiel zelf moet worden aangebracht en dus niet in het luchtledige. Een mogelijke oplossing hiervoor is het aanbrengen van uitstulpingen ter plaatse van de uiteinden, en vervolgens daar het profiel te belasten.



Figuur 2.4.1 Dwarskrachtencentrum buiten doorsnede

Een andere randvoorwaarde heeft betrekking op de verstoringen die veroorzaakt worden door de introductie van de belastingen op het profiel, evenals de reactiekrachten bij de opleggingen. Om deze reden is het belangrijk de lengte van de ligger zodanig te kiezen, dat het middendeel van de ligger vrij is van verstoringen. Als vuistregel geldt dat er geen verstoringen meer optreden op een afstand h vanaf het aangrijpingspunt van de belastingen. Om zeker te zijn dat er in het middendeel alleen schuifspanningen aanwezig zijn ten gevolge van dwarskracht, wordt er voor de lengte van de ligger 4 maal de profielhoogte h aangehouden, ofwel $L \approx 4h$. Zie figuur 2.4.2.



Figuur 2.4.2 Vooraanzicht ligger

De laatste randvoorwaarde bij de modellering heeft betrekking op de opleggingen. Om een 3-dimensionale ligger statisch bepaald op te leggen, zijn er 6 oplegreacties benodigd. 3 Reacties zullen verticaal van richting zijn om te voorkomen dat de ligger in verticale richting zal transleren, en 3 zullen horizontaal van richting zijn. In figuur 2.4.2 zijn de alléén zichtbare oplegreacties weergegeven. Loodrecht op het vlak van de figuur bevinden zich nog 2 horizontale oplegreacties, evenals 1 verticale oplegreactie (achter punt A, danwel B).

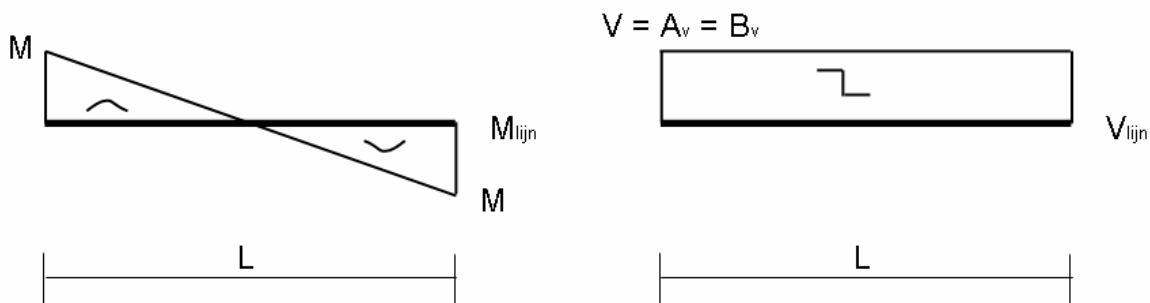
3. Modelling

Bij de modellering van het U-profiel dient er rekening te worden gehouden met de uitgangspunten geformuleerd in het vorige hoofdstuk. In dit hoofdstuk zal een beschrijving volgen over de wijze waarop het probleem in het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma ANSYS ingevoerd zal worden. Hierbij zal er begonnen worden met het opstellen van een juist mechanicaschema, zodat voldaan wordt aan de randvoorwaarden omtrent torsie en de versterking door introductie van reactiekrachten.

3.1 Opstellen mechanicaschema

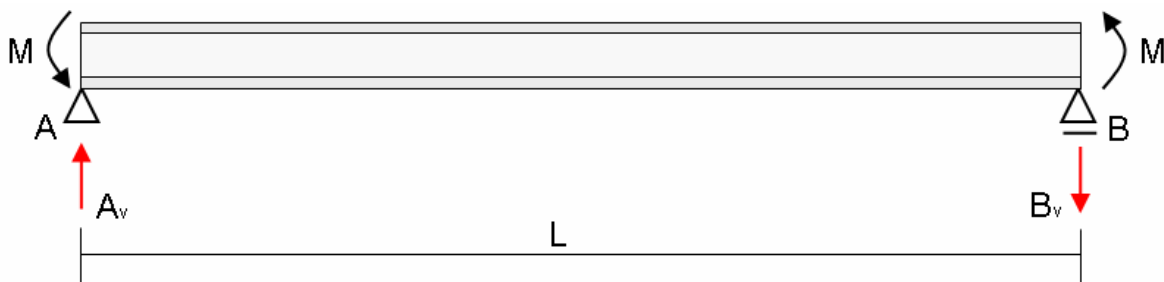
Wanneer men geïnteresseerd is in de maximale schuifspanningen in het profiel, ten gevolge van alléén dwarskrachtbelasting, dan is het noodzakelijk de belasting aan te laten grijpen in het dwarskrachtcentrum (D.C.). Uit het vorige hoofdstuk volgt dat het D.C. bij het niet-symmetrische U-profiel buiten de doorsnede ligt. Een andere gewenste omstandigheid is het verkrijgen van een niet-verlopende dwarskrachtenlijn. Dit is mogelijk wanneer de helling van de momentenlijn constant is. Dit

volgt uit de evenwichtsbetrekking: $\frac{dM}{dx} = V$



Figuur 3.1.1 Dwarskrachtenlijn en momentenlijn

Bovenstaande momenten- en dwarskrachtenlijn kunnen gegenereerd worden door de ligger op de uiteinden te belasten met 2 momenten van dezelfde grootte en richting. Zie figuur 3.1.2.



Figuur 3.1.2 Mechanicaschema

Uit de momentenlijn volgt dat er ter plaatse van de middendoorsnede enkel en alleen schuifspanningen ten gevolge van de dwarskracht aanwezig zullen zijn; geen buigspanningen aangezien er ter plaatse van de middendoorsnede geen moment heerst.

3.2 Modelling in ANSYS

Bij de modellering in ANSYS is er gebruikt gemaakt van de uitgangspunten geformuleerd in het vorige hoofdstuk, evenals van het bovenstaande 2-dimensionale mechanicaschema. Uiteindelijk zijn er bij de modellering in het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma 2 modellen bedacht en afhankelijk van de resultaten van deze modellen is er uiteindelijk 1 juist model geconstrueerd dat voldoet aan alle gewenste mechanische eigenschappen en uitgangspunten. Beide modellen zullen de revue passeren. Echter, eerst zal er kort wat verteld worden over het programmeren in ANSYS.

3.2.1 Programmeren in ANSYS

ANSYS is een 3-dimensionaal eindige-elementenprogramma waarbij gebruik wordt gemaakt van de eindige-elementenmethode (Finit Element Method). Voor de modellering van een U-profiel wordt gebruik gemaakt van blokvormige elementjes, elementtype SOLID95. Alle elementjes tezamen vormen de 3-dimensionale ligger. Hierbij zal de nauwkeurigheid van de resultaten samenhangen met de gekozen grootte van de elementjes. Zo zullen de berekeningen nauwkeuriger zijn bij het gebruik van erg kleine elementjes. Bovendien heeft het elementtype SOLID95 de eigenschap dat er op 20 locaties (nodes) binnen het element gegevens worden verzameld. Dit komt eveneens de nauwkeurigheid ten goede. Voor de berekening van de schuifspanningen en afschuifstijfheid in U-profielen is het noodzakelijk dat er een hoge mate van nauwkeurigheid wordt nagestreefd, aangezien de te verwachten afwijkingen van de analytische resultaten in de ordergrootte van enkele procenten zullen liggen. Een goede keuze in de elementgrootte en het elementtype is dan ook een belangrijke stap geweest in de modellering.

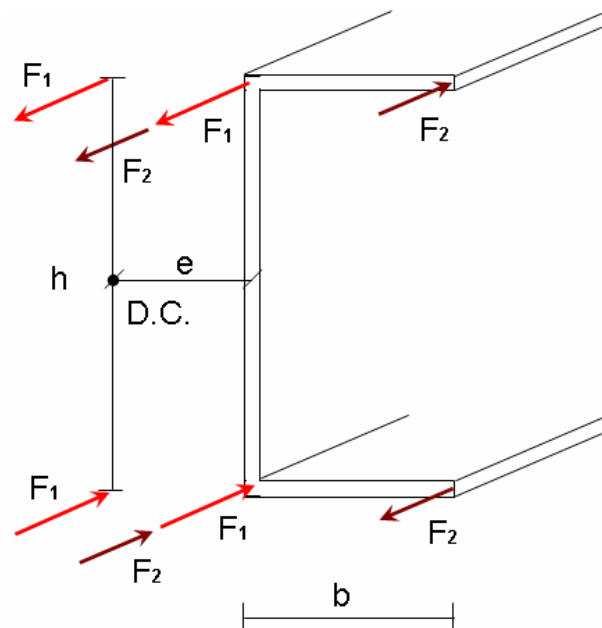
3.2.2 Model met momenten aangrijpend in dwarskrachtencentrum

In dit model is het U-profiel gemodelleerd als een ligger met op de 2 uiteinden een moment aangrijpend in het dwarskrachtencentrum, zoals beschreven in de paragraaf "opstellen mechanicaschema". Omdat het lastig is de momenten buiten de doorsnede aan te laten grijpen, is ervoor gekozen de momenten te ontbinden in een krachtenkoppel ter grootte van:

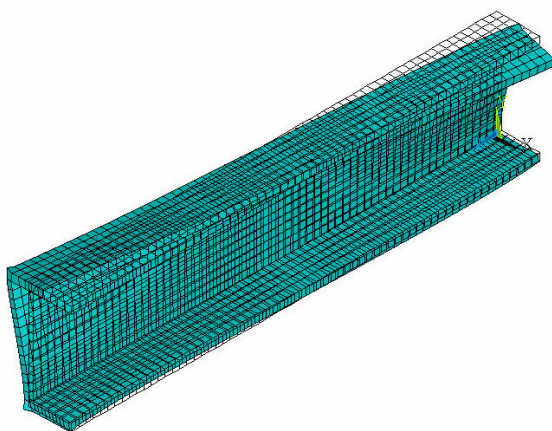
$$F_1 = \frac{M}{h}$$

Echter, dit krachtenkoppel dient verplaatst te worden naar de linker boven- en onderhoek van het U-profiel, dat opnieuw een krachtenkoppel met zich meebrengt, dat aangrijpt op de hoeken van de flenzen, ter grootte van:

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot e}{b} = \frac{\frac{M}{h} \cdot e}{b}$$



Figuur 3.2.2.1 Krachtenkoppels



Figuur 3.2.2.2 Duidelijke torsie vervormingen aanwezig

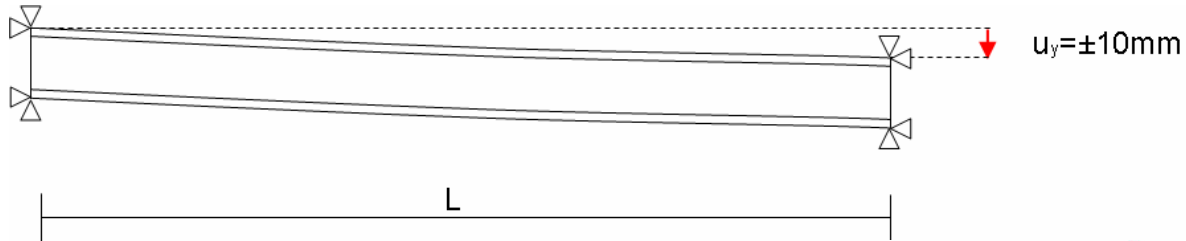
Mechanisch gezien is de bovenstaande bewerking geoorloofd. Echter, na de invoer van dit model in ANSYS, waren er naast schuifspanningen ook torsiespanningen aanwezig. Dit was te zien aan de kleine vervormingen van het profiel door torsie. Hoewel het aandeel van torsie in de schuifspanningen gering was, waren deze resultaten in strijd met de theorie. Een verklaring voor deze afwijking kan gezocht worden in het feit dat de krachts- en verplaatsingsgrootheden door afronding wellicht niet geheel meer overeenstemde met de exacte waarden, waardoor er zich een torderend moment vormde.

De conclusie is dan ook dat deze methode erg gevoelig is voor afrondfouten. Het volgende model heeft deze eigenschap niet, en is om deze reden dan ook erg geschikt voor de definitieve modellering.

3.2.3 Model met opgelegde verplaatsing zonder externe belasting

Dit model onderscheidt zich van het eerste model doordat er in dit model geen extern aangrijpende belasting aanwezig is. *In dit model wordt afschuiving gegenereerd door het opleggen van een verticale verplaatsing ($\pm 10\text{mm}$) in één van de uiteinden.* Dit heeft tot gevolg dat er zich inwendig een constante dwarskracht vormt, hetgeen bij dit onderzoek gewenst is.

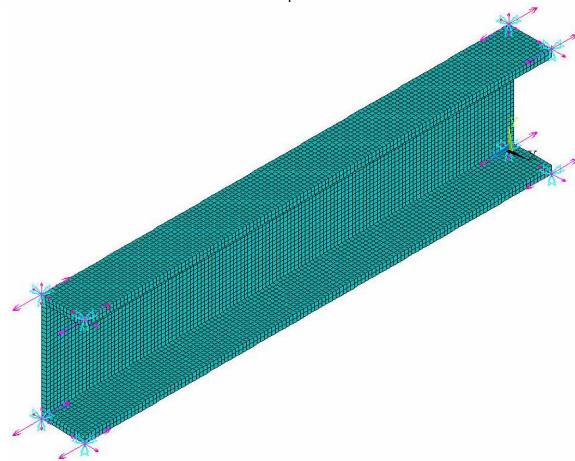
De ligger wordt aan de uiteinden in de uiterste 4 hoeken van het profiel opgelegd. Hierbij worden in elk oplegpunt de verplaatsingen in alle 3 de richtingen vastgelegd, dus u_x , u_y en u_z . Vervolgens is men in staat uit de verticale oplegreacties de dwarskracht in de ligger te bepalen. Aan de hand van de nu bekende dwarskracht is men in staat de analytische schuifspanningen in het U-profiel te berekenen, zodat de analytische resultaten vergeleken kunnen worden met de uit ANSYS verkregen resultaten.



Figuur 3.2.3.1 Opgelegde verplaatsing

In tegenstelling tot het vorige model is hier duidelijk sprake van pure afschuiving, en dus geen vervorming door torsie. Dit lijkt dus een uiterst geschikt model om mee verder te werken.

Verder dient er opgemerkt te worden dat dit model mechanisch gezien equivalent is met het eerste model, echter de benadering is verschillend. Bij het eerste model wordt er door de extern aangrijpende momenten een dwarskracht gegenereerd die afschuiving tot gevolg zal hebben. In dit model wordt er afschuiving opgelegd, waardoor er zich inwendig een dwarskracht vormt.



Figuur 3.2.3.2 Opleggingen bevinden zich op de hoeken

3.2.4 Controle ANSYS-resultaten model met opgelegde verplaatsing

Het is belangrijk om de geldigheid van het bovenstaande model (met opgelegde verplaatsing) te verifiëren voordat er conclusies getrokken kunnen worden omtrent de afwijkingen tussen de analytische resultaten en de resultaten verkregen uit het 3-dimensionale eindig-elementenprogramma ANSYS.

Er zijn een aantal controles voorhanden. Het is gewenst dat er geen normaalspanningen ten gevolge van normaalkrachten aanwezig zijn. De aanwezigheid van normaalkrachten is gecontroleerd door de som van de krachten in de z -richting (lengterichting van de ligger) te bepalen. Het blijkt dat:

$$\sum F_z = 0. \text{ Er is dus geen resulterende normaalkracht aanwezig.}$$

Tevens kunnen we controleren of het moment M ter plaatse van de uiteinden gelijk is aan: $M = \frac{V \cdot L}{2}$

Uit de oplegreacties verkregen uit ANSYS blijkt dat deze betrekking inderdaad opgaat.

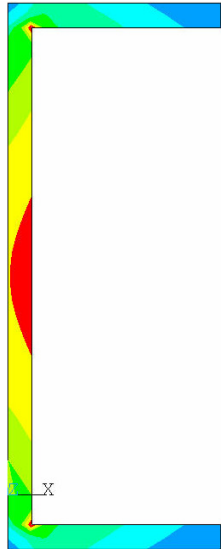
Misschien wel de belangrijkste controle is de eerste vergelijking van de resultaten voor de maximale schuifspanning in het lijf met de analytisch berekende waarde hiervoor. Al direct blijkt dat deze resultaten dicht bij elkaar liggen (ordergrootte afwijking 1-10%).

Kortom, het model met de opgelegde verplaatsing lijkt hét geschikte model voor dit onderzoek, aangezien aan alle controles wordt voldaan.

4. Resultaten ten aanzien van de schuifspanning

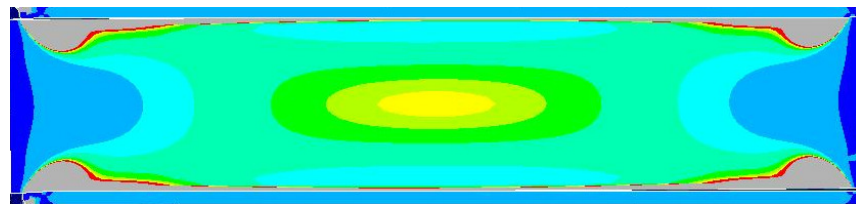
Dit hoofdstuk bevat een beschrijving van de resultaten ten aanzien van de schuifspanning afkomstig uit het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma ANSYS. Verder zal in dit hoofdstuk de vergelijking met de analytische methode aan bod komen, en een “verbetering” voor de bestaande analytische formule voor de maximale schuifspanning worden voorgedragen.

4.1 Meetresultaten



Uit de analytische afleidingen in het eerste hoofdstuk is naar voren gekomen dat het verloop van de schuifspanning in het lijf kwadratisch is, met de top van de parabool halverwege de lijfhoogte. Aan de hand van deze gegevens zal een eerste vergelijking met de meetresultaten uit ANSYS snel en eenvoudig kunnen plaatsvinden.

De eerste contourplots uit ANSYS ten aanzien van de schuifspanning in het lijf wijzen direct op een piekspanning ter plaatse van het midden van het lijf, zoals blijkt uit figuur 4.1. Ook is duidelijk dat de maximale schuifspanningen halverwege het lijf dicht in de buurt liggen van de vooraf bepaalde analytische waarden (ordergrootte enkele procenten).



Figuur 4.1 Contourplot Von Mises-spanning (middendoorsnede) en contourplot schuifspanningen (vooraanzicht)

In de contourplot van de Von Mises-spanning is bovendien duidelijk zichtbaar dat er in de flenzen inderdaad een lineair schuifspanningsverloop heerst. Dit is te zien aan de onderling gelijke afstanden tussen de contourlijnen.

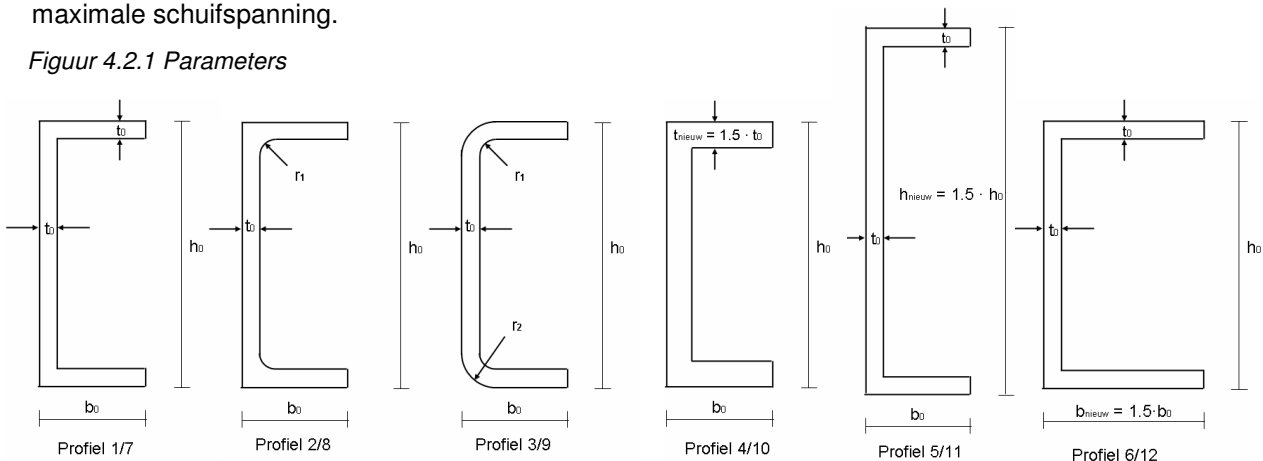
Tevens is in de figuur te zien dat een juiste keuze is gemaakt ten aanzien van de gekozen lengte van de ligger, aangezien de middendoorsnede vrij is van verstoringen door de introductie van de oplegreacties. Wat verder opvalt zijn de schuifspanningspieken ter plaatse van de overgang tussen het lijf en de flenzen.

4.2 Vergelijking met de analytische methode

4.2.1 Overzicht onderzochte profielen

Om een geschikte vergelijking te maken met de analytische waarden voor de schuifspanning, is het noodzakelijk een goede keuze te maken wat betreft de te onderzoeken profielen. Een efficiënte methode voor het verkrijgen van veel informatie uit een beperkte dataset, is het kiezen van een basisprofiel, waarna verschillende parameters vervolgens 1 voor 1 proportioneel worden vergroot of verkleind. Dit geeft inzicht in de mate van afhankelijkheid van de parameter op de waarde van de maximale schuifspanning.

Figuur 4.2.1 Parameters



Bij dit onderzoek is er gebruik gemaakt van een dataset, bestaande uit 2 basisprofielen, te weten een profiel met $h=180\text{mm}$, $b=70\text{mm}$, $t=8\text{mm}$ en een profiel met $h=220\text{mm}$, $b=80\text{mm}$, $t=9\text{mm}$. Uitgaande van deze profielen zijn vervolgens de hoogte (h), de breedte (b), de dikte van flens en lijf (t), de binnenste afrondingstraal (r_1) en de buitenste afrondingstraal (r_2) veranderd. Zie figuur en tabel 4.2.1. Tevens is in deze tabel de dwarskracht (V) in de ligger aangegeven. Deze is nodig voor de berekening van de analytische schuifspanning. Dit komt later in dit hoofdstuk nog uitvoerig aan bod.

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r_1 [mm]	r_2 [mm]	V [N]
1	180	70	8	0	0	70952.2
2	180	70	8	5	0	71286.3
3	180	70	8	5	13	100289.5
4	180	70	12	0	0	77356
5	270	70	8	0	0	72283.6
6	180	105	8	0	0	69431.6
7	220	80	9	0	0	75449.6
8	220	80	9	7	0	75624.6
9	220	80	9	7	16	107448.5
10	220	80	13.5	0	0	82348
11	330	80	9	0	0	106214.2
12	220	120	9	0	0	75250.8

Tabel 4.2.1 Overzicht van de parameters van de onderzochte profielen

4.2.2 Voorbeeldberekeningen aan de hand van basisprofiel 1

In deze paragraaf zullen aan de hand van een basisprofiel alle berekeningen volgen die dienen voor het verkrijgen van inzicht in de wijze waarop de resultaten tot stand zijn gekomen. Hierbij wordt uitgegaan van profielnummer 1 uit de bovenstaande tabel, dus het U-profiel met rechte hoeken en een hoogte van 180mm, breedte van 70mm en een dikte van flenzen en lijf van 8mm.

Om tot een kwantitatieve vergelijking te komen tussen de analytische resultaten en die afkomstig uit het eindige-elementenprogramma ANSYS, is het noodzakelijk de grootte van de dwarskracht in de ligger te achterhalen. Aan de hand van de resultaten voor de verticale oplegreacties is het mogelijk de dwarskracht in de ligger te berekenen. Deze is namelijk qua grootte gelijk aan de sommatie van de 4 verticale oplegreacties aan 1 uiteinde van de ligger. Hieronder volgt een overzicht van de reactiekrachten voor dit basisprofiel. Merk op dat er in alle 8 de oplegpunten reactiekrachten in alle 3 de richtingen aanwezig zijn.

Oplegpunt	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]
1	-36739	6209.1	67374
2	23729	29267	80443
3	-23729	29267	-80443
4	36739	6209.1	-67374
5	-36739	-6209.1	-67374
6	23729	-29267	-80443
7	-23729	-29267	80443
8	36739	-6209.1	67374

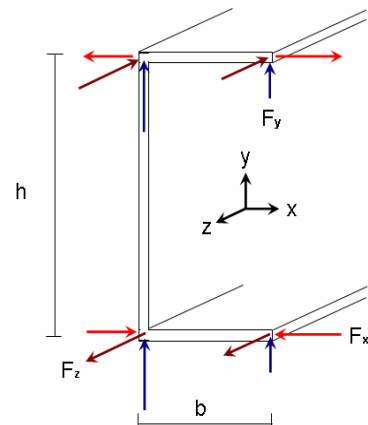
Tabel 4.2.2.1 Overzicht van de reactiekracht bij de opleggingen

De dwarskracht heeft dus een grootte van:

$$V_y = \sum_{i=1}^4 F_{y,i} = 6209.1 + 29267 + 29267 + 6209.1 = 70952.2 \text{ N}$$

De formule voor de berekening van de analytische schuifspanning is als volgt, wanneer het gedefinieerde assenstelsel uit ANSYS wordt aangehouden:

$$\tau_{\text{max;analytisch}} = -\frac{V_y S_y^a}{b^a I_{yy}}$$



Figuur 4.2.2 Reactiekrachten

Hierbij is het van belang dat we het traagheidsmoment I_{yy} en het statisch moment van het afschuivende deel S_y^a exact berekenen. Met exact wordt hier bedoeld dat vereenvoudigingen als het verwaarlozen van de eigen traagheid van de flenzen niet mag plaatsvinden. Dit in tegenstelling tot de algemene aanpak die in hoofdstuk 1 is behandeld. Omdat de afwijking tussen de analytische en eindige-elementenmethode in de ordergrootte van enkele procenten gezocht wordt, mogen dergelijke onnauwkeurige vereenvoudigingen in dit onderzoek niet gemaakt worden. Om het traagheidsmoment exact te berekenen wordt de volgende vergelijking gehanteerd:

$$I_{yy} = I_{yy}^{lijf} + 2 \cdot I_{yy}^{flens} + 2 \cdot I_{yy(steiner)}^{flens} = \frac{1}{12} \cdot t \cdot h^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (b-t) \cdot t^3 + 2 \cdot (b-t) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right)^2.$$

Invullen van de gegevens van basisprofiel 1 geeft:

$$I_{yy} = \frac{1}{12} \cdot 8 \cdot 180^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (70-8) \cdot 8^3 + 2 \cdot (70-8) \cdot 8 \cdot \left(\frac{180}{2} - \frac{8}{2} \right)^2 = 1.123 \cdot 10^7 \text{ mm}^4.$$

Hetzelfde geldt voor de berekening van het statisch moment van het afschuivende deel:

$$S_y^a = \frac{h}{2} \cdot t \cdot \frac{h}{2} + (b-t) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) = \frac{180}{2} \cdot 8 \cdot \frac{2}{2} + (70-8) \cdot 8 \cdot \left(\frac{180}{2} - \frac{8}{2} \right) = 7.506 \cdot 10^4 \text{ mm}^3.$$

Met $b^a = t = 8 \text{ mm}$ zijn alle gegevens bekend voor het exact berekenen van de analytische schuifspanning. Invullen van formule voor de schuifspanning geeft:

$$\tau_{\max; \text{analytisch}} = \frac{70952.2 \cdot 7.506 \cdot 10^4}{8 \cdot 1.123 \cdot 10^7} = 59.276 \text{ N/mm}^2.$$

Hieronder volgt een overzicht voor de onderzochte profielen met zowel de analytische resultaten voor de schuifspanning, als de resultaten afkomstig uit het eindige-elementenprogramma. Tevens is in de laatste kolom de procentuele afwijking tussen beide resultaten weergegeven. De waarden liggen op enkele uitzonderingen na erg dicht bij elkaar.

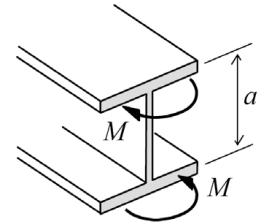
Profielnummer	Analytische $\tau_{\max}$ [N/mm ²]	Meetwaarden $\tau_{\max}$ [N/mm ²]	Procentuele afwijking v/d analytische waarden [%]
1	59.276	59.497	+ 0.37
2	59.527	59.606	+ 0.13
3	86.166	85.851	- 0.37
4	44.042	46.709	+ 6.06
5	41.318	36.894	- 11.99
6	55.961	59.722	+ 6.72
7	45.980	45.121	- 1.87
8	46.051	44.985	- 2.31
9	67.580	65.920	- 2.46
10	34.148	34.868	+ 2.11
11	44.357	38.456	- 15.34
12	44.199	46.353	+ 4.87

Tabel 4.2.2.2 Overzicht van de resultaten ten aanzien van de schuifspanning

Wat direct opvalt is het feit dat de werkelijke schuifspanning in het geval van een profiel met vergrote hoogte, erg veel kleiner is dan verwacht zou worden op basis van de theorie (zie profiel 5 en 11). Kennelijk trekken de flenzen bij dergelijk hoge profielen een onverwacht aandeel van de schuifspanning naar zich toe. Bovendien is het zichtbaar dat er een onderschatting van de maximale schuifspanning plaatsvindt bij de analytische methode, in het geval dat de breedte aanzienlijk wordt vergroot (zie profiel 6 en 12). De daadwerkelijke invloed van de breedte is dus kleiner dan analytisch verwacht zou worden. Tevens is te zien dat de afronding van de binnenhoek vrijwel niet van invloed is op de maximale schuifspanning in het lijf. De verklaring hiervoor kan gezocht worden in het feit dat het kleine oppervlak van deze afronding vrijwel niet bijdraagt aan het traagheids- en statisch moment.

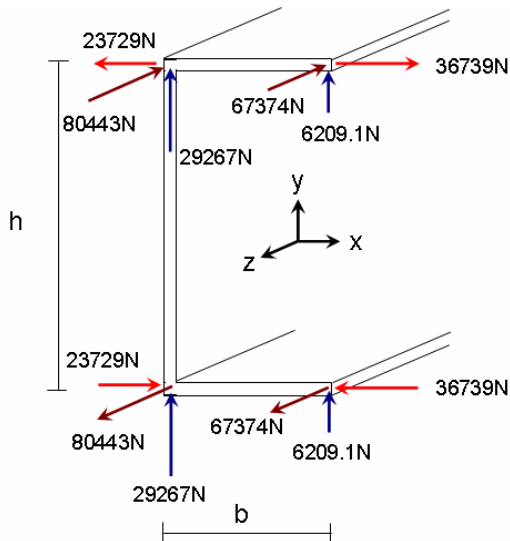
4.2.3 Berekening bi-moment

Uit de gegevens over de grootte en de richting van de reactiekrachten zou het **bi-moment B** kunnen worden berekend. Echter, gezien de richting van de reactiekrachten, en de interpretatie van het bi-moment volgens figuur 4.2.3, voert de berekening hiervan te ver; ook gezien de relevantie ervan op dit onderzoek.



Figuur 4.2.3 Het bi-moment

4.2.4 Berekening ligging dwarskrachtencentrum



Figuur 4.2.4.1 Reactiekrachten

De ligging van het dwarskrachtencentrum kan berekend worden aan de hand van de oplegreacties. Dit zal gedaan worden voor het basisprofiel 1, aangezien de oplegreacties hiervan reeds aan bod zijn gekomen. Ter verduidelijking zal hier nogmaals figuur 4.2.2 worden gebruikt. Echter, nu met de numerieke waarden erbij vermeld.

De krachten in x-richting vormen 2 koppels die verschillend van grootte en richting zijn. Zie figuur 4.2.4.2. Dit geeft een resulterend koppel om de z-as ter grootte $M_{z;r}$ van:

$$M_{z;r} = 6613020 - 4271220 = 2341800 \text{ Nmm}$$

Dit resulterende koppel kan gezien worden als de verplaatsing van de dwarskracht over een vooralsnog onbekende afstand $x_2 + x_1$, waarbij x_1 de afstand is van

de zwaartelij van de verticale krachten, gezien vanaf de buitenzijde van het lijf. De afstand x_1 kan als

$$\text{volgt worden berekend: } x_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot F_{y;i}}{\sum_{i=1}^4 F_{y;i}} = \frac{2 \cdot 0 \cdot 29267 + 2 \cdot 70 \cdot 6209.1}{70952.2} = 12.25 \text{ mm}$$

x_2 is de afstand tot het dwarskrachtencentrum (D.C.) gezien vanaf de buitenzijde van het lijf. De waarde van x_2 volgt uit de volgende vergelijkingen:

$$x_2 + x_1 = \frac{M_{z;r}}{V_y} = \frac{2341800 \text{ Nmm}}{70952.2 \text{ N}} = 33.01 \text{ mm} \text{ geeft: } x_2 = 33.01 - x_1 = 33.01 - 12.25 = 20.75 \text{ mm}$$

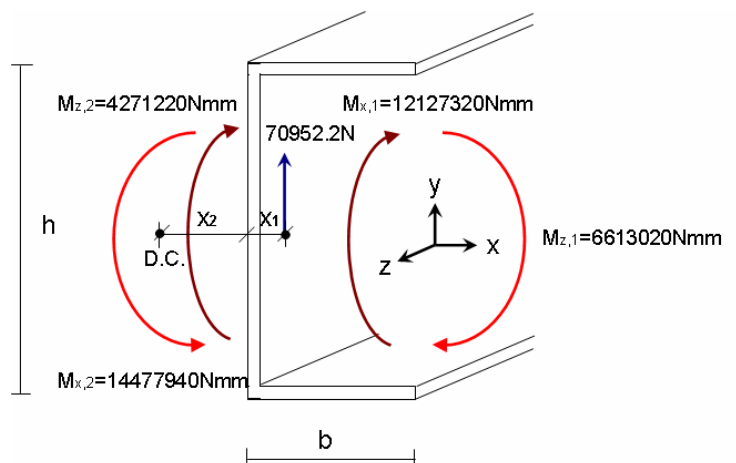
Hieruit volgt de excentriciteit e , aangezien de excentriciteit e gemeten wordt vanuit het hart van het lijf. Dus:

$$e = x_2 + \frac{t}{2} = 20.75 + \frac{8}{2} = 24.75 \text{ mm}.$$

Volgens Timoshenko geldt voor dit profiel:

$$e = \frac{3 \cdot 70^2 \cdot 8}{6 \cdot 70 \cdot 8 + (180 - 8) \cdot 8} = 24.83 \text{ mm}.$$

De waarden komen dus uitstekend overeen.



Figuur 4.2.4.2 Ontbinding in krachtenkoppels

4.3 Von Mises-spanning

Het criterium van Von Mises [3] geeft aan wanneer een object plastisch vervormt onder meerdimensionale spanningen. In het kader van dit onderzoek is de Von Mises-spanning van invloed omdat de schuifspanningen in het lijf en in de flenzen niet in hetzelfde vlak werken. Om toch de invloed van beiden mee te nemen zal er hier aandacht aan worden besteed.

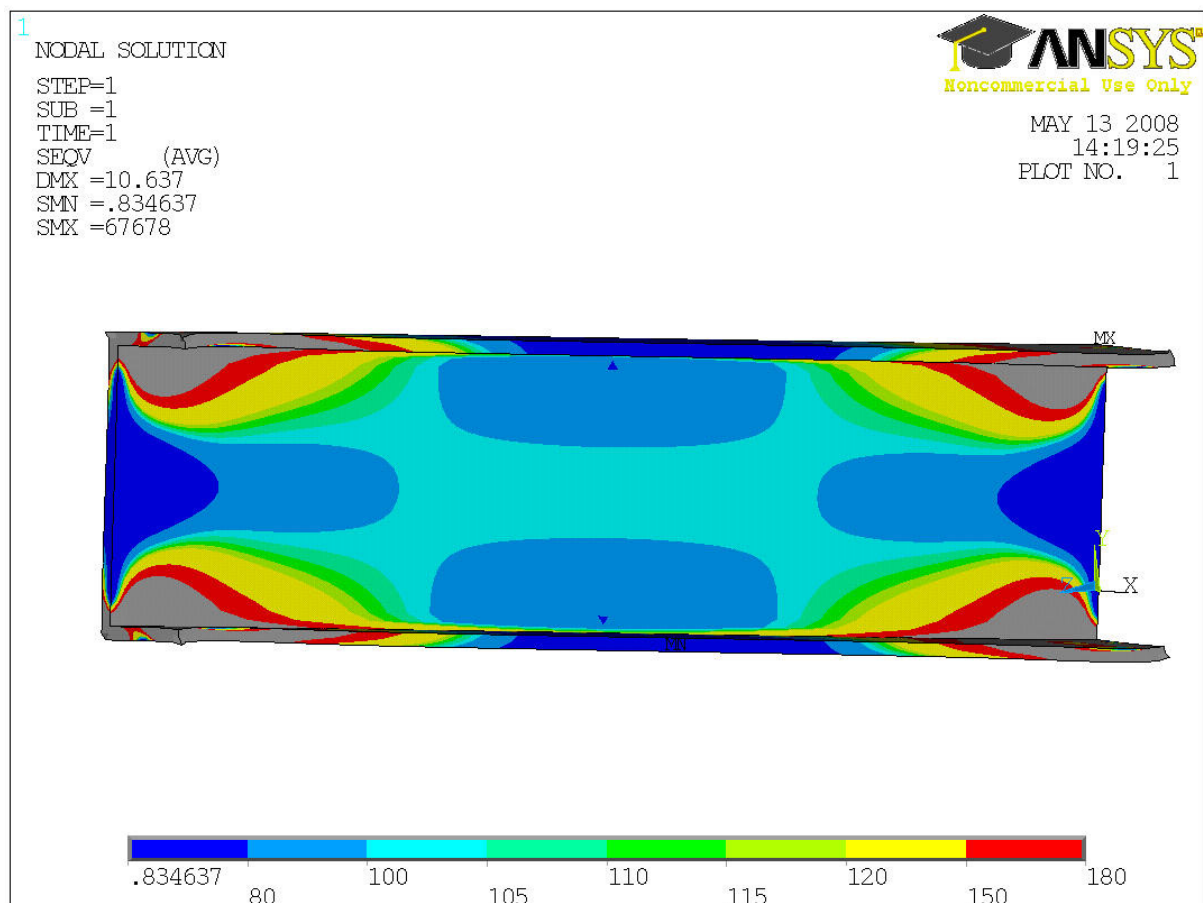
De Von Mises-spanningsformule luidt als volgt:

$$\sigma_{\text{Von Mises}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 6\sigma_{xy}^2 + 6\sigma_{yz}^2 + 6\sigma_{zx}^2]}$$

In het geval van het onderzoek naar (zuivere) schuifspanningen $\sigma_{yz} \neq 0; \sigma_{xz} \neq 0$, dus met afwezigheid van normaalspanningen door buiging en normaalkracht $\sigma_{xx} = 0; \sigma_{yy} = 0; \sigma_{zz} = 0$ en $\sigma_{xy} = 0$, kan deze formule worden vereenvoudigd tot:

$$\sigma_{\text{Von Mises}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{6\sigma_{yz}^2 + 6\sigma_{zx}^2} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} (\sigma_{yz} + \sigma_{zx}) = \sqrt{3} (\sigma_{yz} + \sigma_{zx})$$

Tevens kan er aan de hand van deze formule worden gecontroleerd of de spanningen de vloeispanning van het staal niet overschrijden. Zoals uit onderstaande figuur 4.3 blijkt, blijft de Von Mises-spanning ter plaatse van de middendoorsnede ruim onder de vloeispanning $105 \text{ N/mm}^2 < 355 \text{ N/mm}^2$.



Figuur 4.3 Contourplot Von Mises-spanning (vooraanzicht U-profiel)

4.4 Verbeterde benaderingsformule voor de maximale schuifspanning

Uit de vergelijking van de analytische resultaten voor de schuifspanning en die afkomstig uit het eindige-elementenprogramma, is naar voren gekomen dat er behoefte bestaat aan een nieuwe nauwkeurige benaderingsformule. Het is vereist dat de nieuwe formule de invloed van de verschillende parameters op een juiste manier weergeeft. Hoewel niet alle parameters een even grote invloed hebben op de maximale schuifspanning, is het wel de moeite waard ze allemaal mee te nemen in de berekening voor de nieuwe formule. Uit de waarde van berekende coëfficiënten blijkt dan vanzelf of één van de parameters alsnog mag worden verwaarloosd in de nieuwe formule.

De formule die voornamelijk in de praktijk wordt gebruikt voor de benadering van de maximale schuifspanning, volgt uit de verhouding tussen de dwarskracht V en het afschuifoppervlak A_s :

$$\tau_{\max;oud} = \frac{V}{A_s} = \frac{V}{t \cdot (h - 2t)}$$

Gezien de eenvoudige vorm van deze formule in tegenstelling tot die afgeleid in hoofdstuk 1, die gebaseerd is op $\tau = \frac{VS_z^a}{I_{zz} b^a}$, is ervoor gekozen deze praktijkformule als uitgangspunt te nemen voor de

nieuwe benaderingsformule. Hieronder volgt voor de volledigheid dan ook de nauwkeurigheid van deze formule. Zoals uit de tabel volgt, wordt de maximale schuifspanning telkens onderschat. Dit is een onveilige benadering.

Profielnummer	Praktijk $\tau_{\max}$ [N/mm ²]	Meetwaarden $\tau_{\max}$ [N/mm ²]	Procentuele afwijking v/d praktijkwaarden [%]
1	54.079	59.497	+ 10.02
2	54.334	59.606	+ 9.70
3	76.440	85.851	+ 12.31
4	41.323	46.709	+ 13.03
5	35.573	36.894	+ 3.71
6	52.920	59.722	+ 12.85
7	41.501	45.121	+ 8.72
8	41.598	44.985	+ 8.14
9	59.103	65.920	+ 11.53
10	31.605	34.868	+ 10.32
11	37.826	38.456	+ 1.67
12	41.392	46.353	+ 11.99

Tabel 4.4.1 Nauwkeurigheid praktijkformule

Het is gewenst om de dimensie van de nieuw gedefinieerde schuifspanning niet te veranderen ten opzichte van deze oude formule. Om dit te bewerkstelligen ligt het voor de hand de oude formule te vermenigvuldigen met een dimensieloze factor. Om de factor dimensieloos te houden, mogen er alléén quotiënten van parameters in voorkomen. Hierbij moet worden opgemerkt dat de parameters r_1 en r_2 niet in de noemer van de breuken mogen worden geschreven, aangezien deze vaak de waarden 0 aannemen.

Om een nauwkeurige formule te vinden, die tevens nog hanteerbaar is, ofwel niet te groot van vorm is, moet een afweging gemaakt worden tussen de gewenste nauwkeurigheid en grootte van de formule. Echter, al snel blijkt dat er een uiterst nauwkeurige formule verkregen wordt uit de volgende korte vorm:

$$\tau_{\max;nieuw} = \frac{V}{t \cdot (h - \alpha_1 t)} \cdot \left(\alpha_2 + \alpha_3 \cdot \frac{h}{b} + \alpha_4 \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Met behulp van het curvefittingprogramma Datafit, is het mogelijk de optimale waarden voor deze coëfficiënten te bepalen. Dit resulteert uiteindelijk in de volgende erg accurate formule voor de maximale schuifspanning:

$$\tau_{\max; \text{nieuw}} = \frac{V}{t \cdot \left(h - \frac{723}{250} \cdot t \right)} \cdot \left(\frac{1141}{1000} - \frac{179}{5000} \cdot \frac{h}{b} + \frac{39}{2500} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

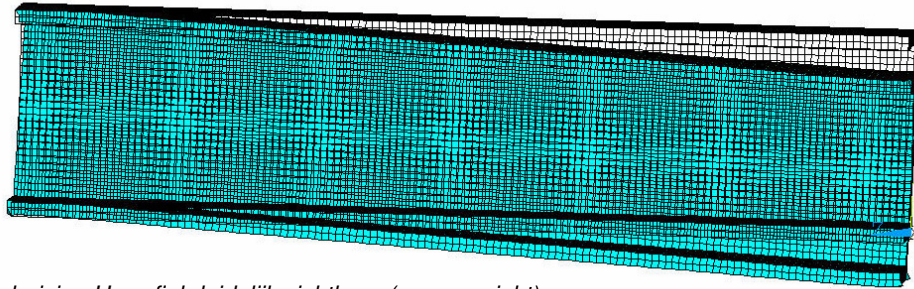
Uit de tabel hieronder volgt dat de nieuwe benaderingsformule voor de maximale schuifspanning inderdaad uitstekend benaderd wordt door de bovenstaande vergelijking. De procentuele afwijking blijft zonder uitzondering ruim binnen een procent; een aanvaardbare fout.

Profielnummer	Werkelijke schuifspanning [N/mm ²]	Schuifspanning uit nieuwe formule [N/mm ²]	Procentuele afwijking v/d werkelijke waarden [%]
1	59.497	59.307	- 0,32
2	59.606	59.586	- 0,03
3	85.851	85.855	+ 0,00
4	46.709	46.538	- 0,37
5	36.894	36.708	- 0,50
6	59.722	59.734	+ 0,02
7	45.121	45.058	- 0,14
8	44.985	45.163	+ 0,40
9	65.920	65.875	- 0,07
10	34.868	35.143	+ 0,79
11	38.456	38.565	+ 0,28
12	46.353	46.354	+ 0,00

Tabel 4.4.2 Toetsing van de nauwkeurigheid van de nieuwe formule voor de maximale schuifspanning

5. Resultaten ten aanzien van de afschuifstijfheid

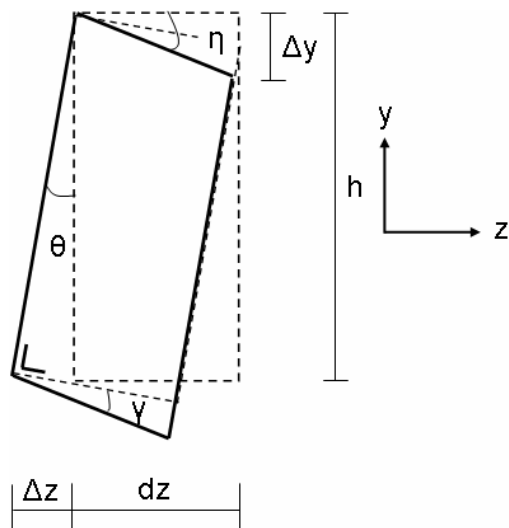
In dit hoofdstuk zullen de resultaten ten aanzien van de afschuifstijfheid van stalen U-profielen worden behandeld. Aan de hand van de meetresultaten voor de afschuifstijfheid, verkregen uit het eindig-elementenprogramma ANSYS, en de vergelijking met de analytisch gevonden waarden hiervoor, zal indien nodig een verbetering van de huidige formule voor afschuifstijfheid worden voorgedragen. Voordat dit zal gebeuren, zal er eerst wat verteld worden over de wijze waarop de afschuifstijfheid is bepaald uit de meetresultaten van ANSYS.



Figuur 5. Afschuiving U-profiel duidelijk zichtbaar (vooraanzicht)

5.1 Meetresultaten en vergelijking met de analytische methode

Om de werkelijke afschuifstijfheid van een U-profiel te berekenen, is het noodzaak de verplaatsing van een aantal vooraf gedefinieerde nodes/knooppunten te kennen. Hierbij zijn er 4 nodes gekozen, 2 nodes aan de uiterste bovenzijde van het profiel en 2 nodes aan de uiterste onderzijde, ter plaatse van de buitenzijde van het lijf. Voor de onderlinge afstand tussen deze 2 nodes is er gekozen voor 2 elementgroottes. In combinatie met de gegevens over de verplaatsingen van deze nodes in y- en z-richting, zijn alle gegevens bekend voor de berekening van de afschuifhoek γ . Er dient opgemerkt te worden dat de afschuifhoek γ , de hoek is ten gevolge van alléén verticale afschuiving. Omdat er in het model tevens verplaatsingen in de richting van de leggerlengte aanwezig zijn, dienen deze rotaties van het lijf ook meegenomen te worden in de berekening van de afschuifhoek. Uit de figuur hieronder volgt dat de afschuifhoek gelijk is aan:



$$\gamma = \eta - \theta$$

Met $\eta = \frac{\Delta y}{dz}$ en $\theta = \frac{\Delta z}{h}$ geeft dit:

$$\gamma = \frac{\Delta y}{dz} - \frac{\Delta z}{h}$$

Nu de grootte van de afschuifhoek bekend is, is het mogelijk de grootte van de werkelijke afschuifstijfheid te berekenen. De nieuwe afschuifstijfheid volgt uit de volgende betrekking:

$$GA_{s;nieuw} = \frac{V}{\gamma}$$

Figuur 5.1 Afschuiving en verdraaiing mootje dz

Dit is gedaan voor alle eerdergenoemde profielen. Hieronder volgt eerst een herhaling van de onderzochte profielen, waarna een overzicht volgt met de vergelijking tussen de resultaten voor de werkelijke en analytische afschuifstijfheid.

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	V [N]
1	180	70	8	0	0	70952.2
2	180	70	8	5	0	71286.3
3	180	70	8	5	13	100289.5
4	180	70	12	0	0	77356
5	270	70	8	0	0	72283.6
6	180	105	8	0	0	69431.6
7	220	80	9	0	0	75449.6
8	220	80	9	7	0	75624.6
9	220	80	9	7	16	107448.5
10	220	80	13.5	0	0	82348
11	330	80	9	0	0	106214.2
12	220	120	9	0	0	75250.8

Tabel 5.1.1 Overzicht van de parameters van de onderzochte profielen

Profielnummer	Analytische afschuifstijfheid [N]	Werkelijke afschuifstijfheid [N]	Procentuele afwijking v/d analytische waarden [%]
1	105969230.8	128226867.5	+ 21.00
2	105969230.8	128315340	+ 21.09
3	105969230.8	103807418.1	- 2.04
4	151200000	209700000	+ 38.69
5	164123076.9	179333163.6	+ 9.27
6	105969230.8	138555299.3	+ 30.75
7	146838461.5	190500137.7	+ 29.73
8	146838461.5	192265932.2	+ 30.94
9	146838461.5	154928655.7	+ 5.51
10	210444230.8	320458018.9	+ 52.28
11	226800000	242349666.1	+ 6.86
12	146838461.5	212669974.3	+ 44.83

Tabel 5.1.2 Overzicht van de resultaten ten aanzien van de afschuifstijfheid

Er is duidelijk zichtbaar dat de afschuifstijfheden verkregen uit de meetresultaten uit ANSYS, vrij veel afwijken van de theoretische waarden. De theoretische maximale waarden zijn op 1 profiel na, aanzienlijk kleiner dan de gemeten afschuifstijfheden. Dit verschil kan eenvoudigweg verklaard worden door het feit dat in de huidige formule voor de afschuifstijfheid de veronderstelling wordt gemaakt dat het afschuifoppervlak A_s goed wordt benaderd door het product van de lijfdikte en de lijfhoogte. Hierbij wordt dus de bijdrage van de flenzen en afrondstralen aan de afschuifstijfheid verwaarloosd. In formulevorm wordt dit:

$$GA_{s,oud} = G \cdot t \cdot (h - 2t)$$

Wat tevens opvalt aan de waarden in de bovenstaande tabel is de grote invloed van de breedte van de flenzen op de afschuifstijfheid. Ter vergelijking kunnen de profielen 1 en 6 dienen, met als enig verschil tussen beide profielen de grotere breedte van de flens bij profiel 6. Theoretisch hebben de flenzen, en dus de breedte van de flenzen, een verwaarloosbare invloed op de afschuifstijfheid. Echter, bekijkt men de toename van de afschuifstijfheid door de verandering van de breedte, dan blijkt dat het aandeel van de flenzen zeker niet verwaarloosd mag worden. Dit uit zich dan ook in de een toename van de afschuifstijfheid met wel 10%, wanneer profielen 1 en 6 beschouwd worden. In het geval van profiel 7 en 12 is dit aandeel zelfs gelijk aan 15%. In tegenstelling tot de breedte is de invloed van de binnenste afrondingstralen wél verwaarloosbaar.

Gezien de oude formule voor de afschuifstijfheid, is de dikte t van het profiel van grote invloed op de afschuifstijfheid. Dit uit zich ook duidelijk in de resultaten, zie profiel 4 en 10.

Een laatste opmerking kan gemaakt worden over profielen 3 en 9, de profielen met afgeronde binnen- en buitenhoeken. Aan de resultaten te zien is er duidelijk sprake van een afname van de afschuifstijfheid door de afronding van de buitenhoeken, dan wanneer deze niet zijn afgerond. Dit verschijnsel kan verklaard worden door een afname van de werkende lijfhoogte, aangezien deze nog maar gelijk is aan $h - 2 \cdot r_2$ in plaats van $h - 2 \cdot t$ in het geval dat $r_2 > t$. Zie hiervoor bijlage D.

5.2 Verbeterde benaderingsformule voor de afschuifstijfheid

Aan de hand van de voorgaande resultaten is gebleken dat de behoefte bestaat aan een nieuwe, meer accurate, benaderingsformule voor de afschuifstijfheid. Het is vereist dat de nieuwe formule de invloed van de verschillende parameters op een juiste manier weergeeft. Hoewel niet alle parameters een even grote invloed hebben op de werkelijke afschuifstijfheid, is het wel de moeite waard ze allemaal mee te nemen in de berekening voor de nieuwe formule.

Er bestaan meerdere manieren om een nieuwe, meer nauwkeurige formule op te stellen. Echter, de oplosmethode is afhankelijk van de gewenste vorm van de nieuwe formule. Dus het is belangrijk eerst een gewenste vorm voor de nieuwe formule voor de afschuifstijfheid op te stellen.

5.2.1 Nieuwe benaderingsformules geschikt voor bijbehorende dataset

Het is gewenst om de dimensie van de nieuw gedefinieerde afschuifstijfheid niet te veranderen ten opzichte van de oude formule. Om dit te bewerkstelligen ligt het voor de hand de oude formule te vermenigvuldigen met een dimensieloze factor. Om de factor dimensieloos te houden, mogen er alléén quotiënten van parameters in voorkomen. Hierbij moet worden opgemerkt dat de parameters r_1 en r_2 niet in de noemer van de breuken mogen worden geschreven, aangezien deze vaak de waarden 0 aannemen. Een gewenste vorm voor de nieuwe formule voor de afschuifstijfheid kan nu als volgt gedefinieerd worden:

$$GA_{s;nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \frac{h}{b} + \alpha_3 \cdot \frac{b}{h} + \alpha_4 \cdot \frac{b}{t} + \alpha_5 \cdot \frac{r_1}{t} + \alpha_6 \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Om deze factoren te berekenen zijn evenveel vergelijkingen benodigd als dat er aan onbekenden zijn, ofwel 6. Hiervoor zijn de gegevens van profiel 1 tot en met 6 geschikt. Om dit stelsel vergelijkingen op te lossen, is het handig het probleem in matrixform te noteren:

$$\begin{bmatrix} GA_{s;nieuw;1} \\ GA_{s;nieuw;2} \\ GA_{s;nieuw;3} \\ GA_{s;nieuw;4} \\ GA_{s;nieuw;5} \\ GA_{s;nieuw;6} \end{bmatrix} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{h_1}{b_1} & \frac{b_1}{h_1} & \frac{b_1}{t_1} & \frac{r_{1;1}}{t_1} & \frac{r_{2;1}}{t_1} \\ 1 & \frac{h_2}{b_2} & \frac{b_2}{h_2} & \frac{b_2}{t_2} & \frac{r_{1;2}}{t_2} & \frac{r_{2;2}}{t_2} \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}$$

Dit stelsel is op te lossen door de volgende vergelijking:

$$G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \begin{bmatrix} 1 & \frac{h_1}{b_1} & \frac{b_1}{h_1} & \frac{b_1}{t_1} & \frac{r_{1;1}}{t_1} & \frac{r_{2;1}}{t_1} \\ 1 & \frac{h_2}{b_2} & \frac{b_2}{h_2} & \frac{b_2}{t_2} & \frac{r_{1;2}}{t_2} & \frac{r_{2;2}}{t_2} \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \\ 1 & & & & & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} GA_{s;nieuw;1} \\ GA_{s;nieuw;2} \\ GA_{s;nieuw;3} \\ GA_{s;nieuw;4} \\ GA_{s;nieuw;5} \\ GA_{s;nieuw;6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}$$

Oplossen van de bovenstaande vergelijking resulteert in een nieuwe verbeterde formule voor de afschuifstijfheid:

$$GA_{s,nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\frac{67}{250} + \frac{87}{500} \cdot \frac{h}{b} + \frac{263}{100} \cdot \frac{b}{h} - \frac{2}{33} \cdot \frac{b}{t} - \frac{1}{7} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Er dient opgemerkt te worden dat deze nieuwe formule (met name) geldig is voor de gebruikte dataset, dus de profielen 1 tot en met 6. Om te toetsen of de nieuwe formule voor de afschuifstijfheid inderdaad de werkelijke waarden goed benadert, worden de parameters van profiel 1 tot en met 6 ingevuld. Dit resulteert in de onderstaande tabel weergegeven nauwkeurigheid.

Profielnummer	Werkelijke afschuifstijfheid [N]	Afschuifstijfheid uit nieuwe formule [N]	Procentuele afwijking v/d werkelijke waarden [%]
1	128226867.5	128000585.5	- 0.18
2	128315340	128000585.5	- 0.25
3	103807418.1	103400585.5	- 0.39
4	209700000	209362254.5	- 0.16
5	179333163.6	179007674.3	- 0.18
6	138555299.3	138289616.8	- 0.19

Tabel 5.2.1.1 Toetsing van de nauwkeurigheid van de nieuwe formule

Zoals uit bovenstaande tabel blijkt, benadert de nieuwe formule de daadwerkelijke afschuifstijfheid bijna perfect. De waarden zijn allen kleiner dan de daadwerkelijke waarden, dus de nieuwe formule zit aan de veilige kant.

Ditzelfde kan gedaan worden voor de profielen 7 tot en met 12. Dit geeft de volgende verbeterde formule:

$$GA_{s,nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\frac{41}{100} + \frac{127}{1000} \cdot \frac{h}{b} + \frac{10}{3} \cdot \frac{b}{h} - \frac{19}{250} \cdot \frac{b}{t} - \frac{1}{7} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Ook voor deze formule wordt de nauwkeurigheid gecontroleerd, welke wordt weergegeven in de onderstaande tabel.

Profielnummer	Werkelijke afschuifstijfheid [N]	Afschuifstijfheid uit nieuwe formule [N]	Procentuele afwijking v/d werkelijke waarden [%]
7	190500137.7	190275577.4	- 0.12
8	192265932.2	190275577.4	- 1.04
9	154928655.7	152983269.8	- 1.26
10	320458018.9	320085852.2	- 0.12
11	242349666.1	241859577.3	- 0.20
12	212669974.3	212575371.0	- 0.04

Tabel 5.2.1.2 Toetsing van de nauwkeurigheid van de nieuwe formule

Hier geldt hetzelfde als voor de eerste formule; de waarden worden uitstekend benaderd. Echter, het is gewenst een algemeen geldende formule voor de afschuifstijfheid te vinden, die geldig is voor alle willekeurige waarden voor de parameters. Om een dergelijke formule te vinden, is het noodzakelijk gebruik te maken van een curvefittingprogramma, zoals Datafit of eventueel MatLab. In dit onderzoek is gekozen voor het programma Datafit.

5.2.2 Nieuwe algemeen geldende benaderingsformule

Bij het gebruik van het curvefittingprogramma Datafit is het eveneens noodzakelijk een vooraf gewenste vorm voor de nieuwe formule voor de afschuifstijfheid te definiëren. Om een nauwkeurige formule te vinden, die tevens nog hanteerbaar is, ofwel niet teveel quotiënten van parameters bevat, moet een afweging gemaakt worden tussen de gewenste nauwkeurigheid en grootte van de formule. In dit onderzoek is gestreefd naar een maximale afwijking van 5% met de waarden voor de werkelijke afschuifstijfheid uit ANSYS. Gezien deze eis, bleek de meest geschikte vorm de volgende:

$$GA_{s;nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\alpha_1 + \alpha_2 \cdot \frac{h}{b} + \alpha_3 \cdot \frac{b}{h} + \alpha_4 \cdot \frac{b}{t} + \alpha_5 \cdot \frac{t}{b} + \alpha_6 \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Coëfficiënten oplossen met behulp van Datafit, gaf de volgende algemeen geldende nauwkeurige formule voor de afschuifstijfheid:

$$GA_{s;nieuw} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\frac{157}{500} - \frac{77}{100} \cdot \frac{h}{b} - \frac{689}{100} \cdot \frac{b}{h} + \frac{7}{20} \cdot \frac{b}{t} + \frac{1099}{50} \cdot \frac{t}{b} - \frac{683}{5000} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Ook hier wordt de nauwkeurigheid van de formule gecontroleerd, zie hiervoor de onderstaande tabel.

Profielnummer	Werkelijke afschuifstijfheid [N]	Afschuifstijfheid uit nieuwe formule [N]	Procentuele afwijking v/d werkelijke waarden [%]
1	128226867.5	130242071.8	+ 1.57
2	128315340.0	130242071.8	+ 1.50
3	103807418.1	106719551.8	+ 2.81
4	209700000.0	221390400.0	+ 5.57
5	179333163.6	185820755.6	+ 3.62
6	138555299.3	131746246.2	- 4.91
7	190500137.7	187205318.7	- 1.73
8	192265932.2	187205318.7	- 2.63
9	154928655.7	151546414.1	- 2.18
10	320458018.9	310246255.8	- 3.19
11	242349666.1	238436672.7	- 1.61
12	212669974.3	214284036.7	+ 0.76

Tabel 5.2.2 Toetsing van de nauwkeurigheid van de nieuwe formule

Uit de tabel volgt dat de nieuwe formule inderdaad de gestelde grens van maximaal 5% afwijking goed benadert. Enige nadeel bij deze algemeen geldende formule is dat de afschuifstijfheid in sommige gevallen wordt overschat, zoals blijkt uit de plusjes (+) in de tabel. Dit is met name het geval bij profiel 4, waarbij de flens- en lijfdikte zijn vergroot. Dit verschijnsel is niet meer terug te zien in profiel 10, waarbij de dikte van het profiel ook is vergroot. Hier is zelfs sprake van een onderschatting. Een onderschatting (-) is dan ook een veilige benadering.

Hoewel de nieuwe benaderingsformule voor de afschuifstijfheid alleszins geschikt is, dient er wel kritisch mee te worden omgegaan.

6. Interpretatie, conclusies en aanbevelingen

In dit hoofdstuk zullen de resultaten uit de vorige hoofdstukken, evenals de nieuwe formules de revue passeren. Deze zullen worden geïnterpreteerd, waarna er conclusie zullen worden getrokken. Ter afsluiting van dit hoofdstuk zullen er aanbevelingen worden gedaan voor verdergaand onderzoek.

6.1 Interpretatie van de resultaten en nieuwe formules

Wat opvalt aan de nieuwe benaderingsformule voor de maximale schuifspanning is dat tegen de verwachtingen in de hoogte van het schuifoppervlak (ietwat) kleiner is dan $h - 2 \cdot t$, dit uit zich dan ook in de term $h - 2.89 \cdot t$.

$$\tau_{\max; \text{nieuw}} = \frac{V}{t \cdot \left(h - \frac{723}{250} \cdot t \right)} \cdot \left(\frac{1141}{1000} - \frac{179}{5000} \cdot \frac{h}{b} + \frac{39}{2500} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

Dit impliceert dat de flenzen inderdaad niet van *directe* invloed zijn op de grootte van de maximale schuifspanning, zoals wél werd verwacht op basis van de resultaten voor de schuifspanning van de hoge profielen, waarbij de gemeten schuifspanning aanzienlijk kleiner was dan was voorspeld door de theorie. Echter, de flenzen hebben wel degelijk een *indirecte* invloed op de maximale schuifspanning. Dit komt dan ook tot uiting in de dimensieloze factor waarin de breedte van de flenzen voorkomt.

Verder is het de moeite waard te vermelden dat deze nieuwe formule een maximale afwijking met de meetwaarden geeft van 0.79%. Met zo'n kleine fout is het niet van groot belang of die fout aan de veilige of onveilige kant zit.

De resultaten van de afschuifstijfheid tonen ook opmerkelijke verschijnselen. Zo wordt de afschuifstijfheid van profielen met een grote breedte, profielen 6 en 12, ontzettend onderschat (tot wel 45%). Blijkbaar zorgen de flenzen voor een niet-verwaarloosbaar aandeel in de totale afschuifstijfheid. Ditzelfde kan gezegd worden wanneer de dikte van de profielen wordt vergroot. In dit geval wordt de waarde tot wel 50% onderschat. Dit verschil kan ook verklaard worden door het feit dat de oude formule voor de afschuifstijfheid uitgaat van een schuifoppervlak dat het product is van de lijfhoogte en de lijfdikte. In werkelijkheid zullen de flenzen ook een deel van de afschuifstijfheid genereren, waardoor de term $h - 2 \cdot t$ niet juist meer is. Alleen de afschuifstijfheid van slanke profielen met een grote hoogte (profielen 5 en 11) wordt relatief goed benaderd.

$$GA_{s; \text{nieuw}} = G \cdot t \cdot (h - 2t) \cdot \left(\frac{157}{500} - \frac{77}{100} \cdot \frac{h}{b} - \frac{689}{100} \cdot \frac{b}{h} + \frac{7}{20} \cdot \frac{b}{t} + \frac{1099}{50} \cdot \frac{t}{b} - \frac{683}{5000} \cdot \frac{r_2}{t} \right)$$

In tegenstelling tot de nieuwe benaderingsformule voor de schuifspanning leenden de resultaten voor de afschuifstijfheid zich minder goed voor een formule waarbij de hoogte van het schuifoppervlak variabel werd gesteld ($h - \alpha \cdot t$). Om deze reden is er gekozen voor de vermenigvuldiging van de bestaande formule met een dimensieloze factor. Hoewel bij deze nieuwe benaderingsformule de fout beperkt blijkt tot ongeveer 5%, dient de formule kritisch te worden gebruikt. Mede omdat de afwijkingen ook aan de onveilige kant voorkomen, waardoor de waarde voor de afschuifstijfheid wordt overschat.

6.2 Conclusies m.b.t. de onderzoeksvraag

De conclusie van dit onderzoek is dat er wél degelijk een niet-verwaarloosbaar verschil bestaat tussen de analytische waarden en de waarden verkregen uit het eindige-elementenprogramma. Hoewel de analytische waarden voor de afschuifstijfheid zonder uitzondering te laag worden verondersteld, ordergrootte van enkele tientallen procenten, leidt dit in de praktijk wellicht vaak tot overdimensionering.

In tegenstelling tot de afschuifstijfheid, gaat deze betrekking voor de schuifspanning niet zo makkelijk op. Bij de analytische schuifspanning vindt zowel over- als onderschatting plaats. Overschatting van de maximale schuifspanning is niet gevaarlijk, hoewel dit misschien leidt tot overdimensionering. Echter, de mate waarin er overschatting plaatsvindt, blijft in de ordergrootte van enkele procenten. Dus er is geen sprake van écht onnodig materiaalgebruik. Om een duidelijker beeld te vormen van dit verschijnsel, dienen meer profielen te worden onderzocht.

6.3 Aanbevelingen voor verdergaand onderzoek

Wetenschappelijk onderzoek is in feite niets anders dan het oplossen van problemen die zich stuk voor stuk gedurende een onderzoek aandienen. Hierbij zullen zich ook problemen aandienen die niet relevant zijn voor het specifieke probleem dat onderzocht wordt, of waar simpelweg geen tijd en onderzoeksbudget meer voor gereserveerd is, hoewel deze problemen vaak erg interessant van aard zijn.

Ook in dit relatief “kleine” eindwerk, deden zich “problemen” voor die interessant zijn voor verdergaand onderzoek. Zo is het interessant om te onderzoeken hoe nauwkeurig daadwerkelijk de formule van Timoshenko is voor de ligging van het dwarskrachtencentrum, aangezien er in het eerste model toch nog torsie geconstateerd werd. Zoals blijkt bij het terugrekenen, aan de hand van de reactiekrachten, is de afwijking erg klein van aard in het geval van een profiel met rechte hoeken. Stel dat er gebruik wordt gemaakt van een U-profiel met afgeronde hoeken, hoe verandert de ligging van het dwarskrachtencentrum dan? Het opstellen van een nieuwe formule door een correctiefactor op de bestaande formule van Timoshenko is wellicht een oplossing.

Verder is het interessant om aan de hand van laboratoriumproeven, de geldigheid te controleren van de oude formules voor de maximale schuifspanning en afschuifstijfheid. Hoe nauwkeurig zijn deze formules daadwerkelijk? Het opstellen van nieuwe benaderingsformules vanuit de invalshoek van een laboratoriumproef lijkt een erg interessant probleem. Het is in wezen dezelfde opdracht als dit eindwerk, echter de vergelijking van de analytische waarden geschiedt aan de hand van laboratoriumresultaten. Hier kan dan ook eventueel de koppeling worden gemaakt tussen de resultaten verkregen uit laboratoriumproeven en die verkregen uit het eindige-elementenprogramma ANSYS. Zo kan gecontroleerd worden hoe nauwkeurig dit eindige-elementenprogramma nu de werkelijkheid benadert.

Tot slot is het aan te bevelen dit onderzoek uit te breiden met meer profielen, zodat de nauwkeurigheid van de nieuwe benaderingsformules zal toenemen; evenals het scala aan profielen voor welke de nieuwe formules geldig zijn.

Literatuurlijst

- [1] C . Hartsuijker, *Toegepaste Mechanica deel 2: Spanningen, vervormingen en verplaatsingen*, Academic Service, Delft, ISBN 90-395-0594-2, 2001
- [2] A. Simone, *CT3110 Analysis of Slender Structures*, Delft, 2007
- [3] *Von Mises-spanning*, http://nl.wikipedia.org/wiki/Von_Mises-spanning

Bijlage A. Startnotitie

Inleiding

In deze startnotitie zal kort het plan van aanpak worden beschreven, dat tevens als leidraad voor dit onderzoek zal dienen.

Het probleem

Dit bachelor eindwerk gaat over de verschillen die er bestaan tussen de resultaten verkregen uit analytische berekeningen en de resultaten verkregen via numerieke methoden. Specifiek gaat het om de berekening van de schuifspanning en de afschuifstijfheid in stalen U-profielen.

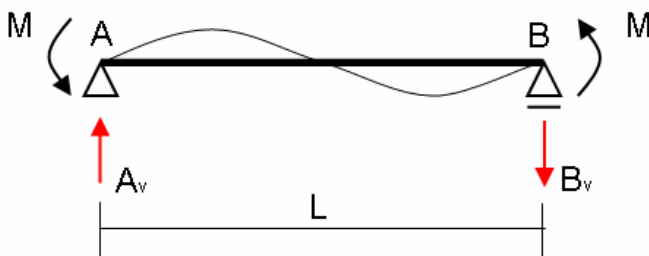
Onderzoeksvraag/-grenzen

"In hoeverre wijken de resultaten van de 3-dimensionale eindige-elementenmethode af van de resultaten die zijn verkregen volgens de meer conventionele analytische methode, wanneer we ons beperken tot het berekenen van de grootste schuifspanning en afschuifstijfheid van een stalen U-profiel?"

Dit onderzoek zal zich richten op het modelleren van een U-vormig stalen profiel met rechte hoeken dan wel met afgeronde hoeken. Dit zal gedaan worden voor koudgeformde U-profielen met verschillende afmetingen, waarbij de dikte van de flens dus niet verloopt (maar constant is). De afmetingen zullen zodanig worden gekozen dat deze overeenstemmen met de profielafmetingen die voornamelijk in de bouw worden toegepast. Hierbij zal hoofdzakelijk worden gekeken naar de schuifspanning ter plaatse van de middendoorsnede van de ligger.

Aanpak

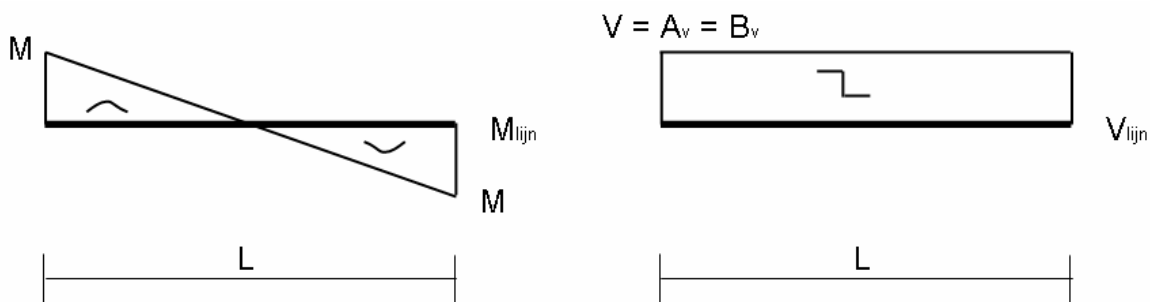
Bij het belasten van een U-profiel dient rekening te worden gehouden met het feit dat er wringing zal optreden wanneer de dwarskracht buiten het dwarskrachtencentrum aangrijpt. Omdat dit onderzoek wordt gericht op de (zuivere) schuifspanning en afschuifstijfheid, en alle verstoringen door buiging en torsie zoveel mogelijk buiten beschouwing moeten worden gelaten, is het noodzakelijk de ligging van het dwarskrachtencentrum te bepalen en de ligger vervolgens in dat punt te belasten. Bij de modellering in het eindige-elementenprogramma ANSYS dient hier rekening mee te worden gehouden.



Figuur 1. Mechanicaschema

Het probleem zal gemodelleerd worden in een mechanicaschema als een stalen ligger opgelegd op 2 steunpunten; de constructie is dus statisch bepaald. De ligger zal aan de uiteinden belast worden door momenten van dezelfde grootte, draaiend in dezelfde richting. Dit heeft als voordeel dat de dwarskracht over de gehele ligger constant is (dit komt door de relatie tussen moment

dwarskracht volgens $\frac{dM}{dx} = V$).



Figuur 2. Momentenlijn en dwarskrachtenlijn

Uitgangspunten

Bij de start van het onderzoek zijn een aantal uitgangspunten geformuleerd ten aanzien van de eigenschappen van het staal. Zo zal het U-profiel gemodelleerd worden in staalsoort S355. Dit staal heeft een representatieve elasticiteitsmodulus van $E_{rep} = 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$ en afschuifmodulus

$$G_{rep} = \frac{E_{rep}}{2(1+\nu)} = \frac{210 \cdot 10^3}{2(1+0.3)} = 8.08 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2, \text{ ervan uitgaande dat de dwarscontractiecoëfficiënt}$$

van staal $\nu = 0.3$ is.

Hypothese

“De resultaten verkregen uit de bestaande analytische formules voor schuifspanning en afschuifstijfheid in een dunwandige stalen U-profielen zullen onder bepaalde omstandigheden afwijken van de numerieke resultaten”.

Gewenst eindproduct

Gezien de hypothese is de verwachting dat dit onderzoek zal leiden tot de verbetering van de bestaande analytische formules voor schuifspanning en afschuifstijfheid, door middel van correctiefactoren of aanvullingen.

Bijlage B. Besprekingsverslagen

Besprekingsverslag startnotitie

Onderwerp: Startnotitie bachelor eindwerk

Datum en tijd: Maandag 14 april 2008, 10.00 uur

Aanwezig: Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom
Ir. R. Abspoel
Lars Voormeeren

Beide begeleiders zijn over het algemeen erg tevreden over de startnotitie. Vanzelfsprekend zijn er enkele opmerkingen en vragen van de begeleiders. Zo heeft de heer Abspoel de vraag of eventueel een laboratoriumproef niet als aanvulling zou kunnen worden gedaan. Hierbij geeft de heer Hoogenboom aan dat het leren kennen van het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma ANSYS voorlopig even voldoende is, aangezien dit voldoende werk en tijd met zich meebrengt.

Verder heeft de heer Abspoel de vraag welk soort U-profiel ik wil gaan programmeren in ANSYS, met of zonder verlopende flensdikte (koud- of warmgewalst profiel). In overleg met beide begeleiders is er besloten voorlopig te beginnen met een U-profiel zonder verlopende flensdikte.

Een opmerking van beide begeleiders was het ontbreken van een plaatje van het mechanicaschema ter verduidelijking van de aanbrenging van belasting. Ik zal dit na de bespreking nog toevoegen, evenals een schets van de vorm van de momenten- en dwarskrachtenlijn, zodat de startnotitie compleet is.

Verder vraagt de heer Abspoel of ik een idee heb wat voor resultaat er uit het onderzoek zal komen, in andere woorden: zullen de resultaten van ANSYS erg afwijken van de analytisch verkregen waarden? Ik geef aan dat ik verwacht dat er wel een verschil zal zijn, alleen heb ik nog geen idee in welke ordergrootte de afwijkingen zullen liggen (1% of misschien wel 10%?). De heer Hoogenboom geeft aan dat in vorige soortgelijke projecten er wel degelijk een niet te verwaarlozen afwijking (ordergrootte 10%) bestond tussen de resultaten voor de grootste schuifspanning verkregen uit het 3-dimensionale eindige-elementenprogramma en de resultaten verkregen uit analytische berekeningen.

Ter afsluiting van de bespreking geven de begeleiders aan dat ik een goede start heb gemaakt en dat ik verder mag gaan met het bachelor eindwerk. Ook wordt er in overleg afgesproken dat ik vóór de vakantie (vrijdag 25 april) de tussenrapportage zal inleveren. De bespreking hiervan zal plaatsvinden op dinsdag 6 mei om 10.00 uur, eveneens op de 6^e verdieping.

Na de bespreking toon ik verder mijn werk over de analytisch afgeleide formules voor de schuifspanning en het Matlab-script voor de berekening van deze analytische schuifspanningen.

Besprekingsverslag tussenrapport

Onderwerp: Tussenrapport bachelor eindwerk

Datum en tijd: Dinsdag 6 mei 2008, 10.00 uur

Aanwezig: Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom
Ir. R. Abspoel
Lars Voormeeren

Beide begeleiders vinden het rapport tot nu toe inhoudelijk een goed verhaal. Zoals vanzelfsprekend enkele opmerkingen van de kant van de begeleiders. Zo missen er op sommige pagina's plaatjes die het verhaal erg zouden verduidelijken, zoals bijvoorbeeld een screenshot van de opleggingen van het definitieve model, of een screenshot van de torsie vervormingen bij het eerste model.

Hierna overleggen we nog over de te programmeren profielen in ANSYS. In overleg met de begeleiders besluit ik te kiezen voor een basisprofiel, en vervolgens de parameters van dit basisprofiel stuk voor stuk proportioneel te veranderen. Dit om inzicht te verkrijgen in de wijze waarop elke parameter van invloed is op de maximale schuifspanning, danwel de afschuifstijfheid.

Verder waren de begeleiders van mening dat ik goed op weg ben, en dat ik mij vanaf dit moment alleen nog moet gaan richten op de resultaten.

Eind week 6/begin week 7 zal ik het definitieve eindrapport bij de begeleiders inleveren.

Bijlage C. Matlab-script voor berekening analytische schuifspanningen

```
% Script voor het berekenen van de analytische schuifspanningen

h = [180 180 270 180]; % in mm
b = [70 70 70 105];   % in mm
tw = [8 12 8 8];      % in mm
tf = [8 12 8 8];      % in mm
Vz = [70952.2 77356 72283.6 69431.6]; % Dwarskracht in N

n = length(h); % aantal profielen

for i = 1:n

    Sza(i)=(tf(i)*(b(i)-tw(i))*(h(i)/2-tf(i)/2)+tw(i)*(h(i)^2)/4-
            tw(i)*((h(i)/2)^2)/2); %statisch moment van het afschuivende deel

    Izz(i)=((1/12)*tw(i)*h(i)^3+2*tf(i)*(b(i)-tw(i))*(h(i)/2-
            tf(i)/2)^2+2*(1/12)*(b(i)-tw(i))*tf(i)^3);
            %traagheidsmoment Izz

    sigmalijf_halverwege(i)= abs(-(Vz(i)*(tf(i)*(b(i)-tw(i))*(h(i)/2-
            tf(i)/2)+tw(i)*(h(i)^2)/4-tw(i)*((h(i)/2)^2)/2)) /
            (tw(i)*((1/12)*tw(i)*h(i)^3+2*tf(i)*(b(i)-tw(i))*(h(i)/2-
            tf(i)/2)^2+2*(1/12)*(b(i)-tw(i))*tf(i)^3));
            %schuifspanning in het lijf halverwege m = h/2

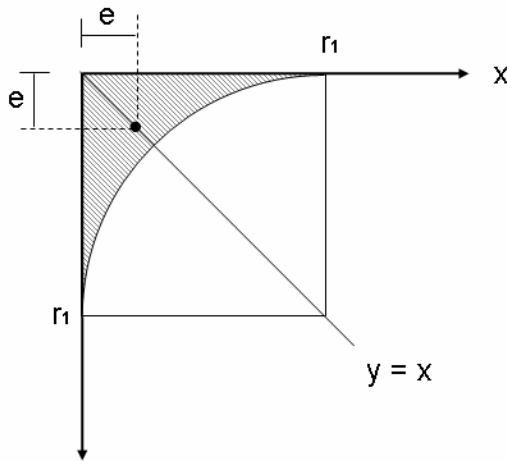
end
```

Bijlage D. Berekening analytische schuifspanningen afgeronde profielen

Bij de berekening van de analytische schuifspanning voor profielen met afgeronde hoeken, dient rekening gehouden te worden met het feit dat de oppervlaktetraagheid van de hoekstralen anders is dan de oppervlaktetraagheid voor rechte hoeken, waarbij gewoon gebruik gemaakt kan worden van

de betrekking $I_{zz} = I_{yy} = \frac{1}{12}bh^3$. Achtereenvolgens

zal het traagheidsmoment I_{zz} en het statisch moment van het afschuivende deel S_z^a worden berekend voor een U-profiel met enkel afgeronde hoeken aan de binnenzijde en voor een U-profiel met afgeronde hoeken aan zowel de binnen- als buitenzijde van het profiel. Ofwel profiel 2 (en 8) respectievelijk profiel 3 (en 9).



Figuur D1. Afronding binnenhoek

Profiel met afgeronde binnenhoeken (profiel 2 & 8)

Bij de berekening van het traagheidsmoment is het belangrijk de bijdragen van de afrondingen mee te nemen, zowel het aandeel door steiner als de eigen traagheid. Voor het steiner-aandeel van de afronding, is het noodzakelijk de ligging van het zwaartepunt van de afronding te kennen (zie de figuur hiernaast).

Vanwege de symmetrie van het probleem is de horizontale afstand van het zwaartepunt tot aan de y-as gelijk aan de verticale afstand. Het is juist de verticale afstand die van belang is voor het steiner-aandeel. Dit zwaartepunt wordt bepaald aan de hand van het oppervlak van het gearceerde deel en het statisch moment van dit deel om een de y-as. De afronding kan in een wiskundige vergelijking worden geschreven als: $r_1^2 = x^2 + y^2$. Na translatie naar de gewenste positie ten opzichte van de oorsprong is het uiteindelijke functievoorschrift:

$$y = \sqrt{r_1^2 - (x - r_1)^2} - r_1$$

De benodigde afstand e wordt nu als volgt gedefinieerd:

$$e = \frac{S_y}{A_{\text{gearceerd}}} \text{ met } S_y = \int_0^{r_1} xy dx \text{ en } A_{\text{gearceerd}} = \int_0^{r_1} y dx \text{ geeft:}$$

$$e = \frac{\int_0^{r_1} xy dx}{\int_0^{r_1} y dx} = \frac{\int_0^{r_1} \left(x \sqrt{r_1^2 - (x - r_1)^2} - r_1 x \right) dx}{\int_0^{r_1} \left(\sqrt{r_1^2 - (x - r_1)^2} - r_1 \right) dx}$$

Voor de berekening van de eigen traagheid van de afrondhoek wordt gebruik gemaakt van het traagheidsmoment van een kwart cirkel met straal r_1 en het traagheidsmoment van een vierkant met zijden r_1 . Samengevat wordt dit:

$$I_{zz;\text{eigen};\text{afrondhoek}} = I_{zz;\text{eigen};\text{vierkant}} - I_{zz;\text{eigen};\text{kwart cirkel}} = \frac{1}{12}r_1^3 - \frac{\pi r_1^4}{16}$$

Nu zijn in principe alle gegevens bekend om voor de profielen 2 en 8 de traagheid te berekenen:

$$I_{zz} = I_{zz;\text{eigen};\text{lijf}} + 2 \cdot I_{zz;\text{eigen};\text{flenzen}} + 2 \cdot I_{zz;\text{steiner};\text{flenzen}} + 2 \cdot I_{zz;\text{eigen};\text{afrondhoek}} + 2 \cdot I_{zz;\text{steiner};\text{afrondhoek}}$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot t \cdot h^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (b-t) \cdot t^3 + 2 \cdot (b-t) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot r_1 \cdot r_1^3 - \frac{\pi \cdot r_1^4}{16} \right) + 2 \cdot \left(r_1^2 - \frac{\pi \cdot r_1^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{h}{2} - (t+e) \right)^2$$

Voor het statisch moment van het afschuivende deel S_z^a geldt iets soortgelijks:

$$S_z^a = S_{z;lijf}^a + S_{z;flens}^a + S_{z;af rondhoek}^a$$

$$S_z^a = t \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{\frac{h}{2}}{2} + (b-t) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) + \left(r_1^2 - \frac{\pi \cdot r_1^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{h}{2} - (t+e) \right)$$

Voor profielen 2 en 8 is het nu mogelijk I_{zz} en S_z^a te berekenen, evenals de schuifspanning die volgt

$$\text{uit de betrekking: } \tau = \frac{VS_z^a}{I_{zz} b^a}.$$

Profiel	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	e [mm]
2	180	70	8	5	0	1.117
8	220	80	9	7	0	1.563

Tabel D1. Overzicht profielparameters en zwaartepuntsafstand e

Profiel	V [N]	I _{zz} [mm ⁴]	S _z [mm ³]	Analytische schuifspanning [N/mm ²]
2	71286.3	11300319.8	75489.94	59.527
8	75624.6	22427031.9	122910.1	46.051

Tabel D2. Overzicht benodigde gegevens voor de analytische schuifspanning

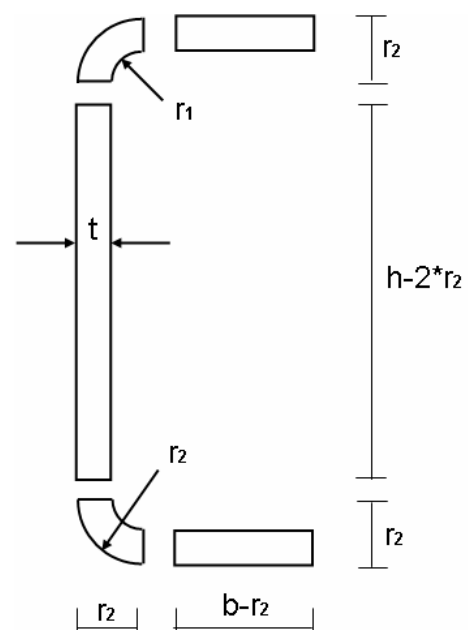
Profiel met afgeronde binnen- en buitenhoeken (profiel 3 & 9)

Voor de berekening van het oppervlaktetraagheidsmoment van een U-profiel met afgeronde binnen- (met straal r_1) en buitenhoeken (met straal r_2), is het handig het profiel op te splitsen in een aantal delen. Zie figuur D2 hienaast. Door afzonderlijk van deze delen de eigen traagheidsmomenten te berekenen, evenals het steiner-aandeel, en deze vervolgens te sommeren, vindt men het traagheidsmoment van het gehele U-profiel. Voor de berekening van het statisch moment van het afschuivende deel geldt iets soortgelijks.

$$I_{zz} = I_{zz;eigen;lijf} + 2 \cdot I_{zz;eigen;flenzen} + 2 \cdot I_{zz;steiner;flenzen} + 2 \cdot I_{zz;eigen;af rondhoek} + 2 \cdot I_{zz;steiner;af rondhoek}$$

Voor het eigen traagheidsmoment van de afrondhoeken kan men gebruik maken van de formules voor de eigen traagheid van een kwart cirkel:

$$I_{zz;eigen;af rondhoek} = \frac{\pi r_2^4 - \pi r_1^4}{16}$$

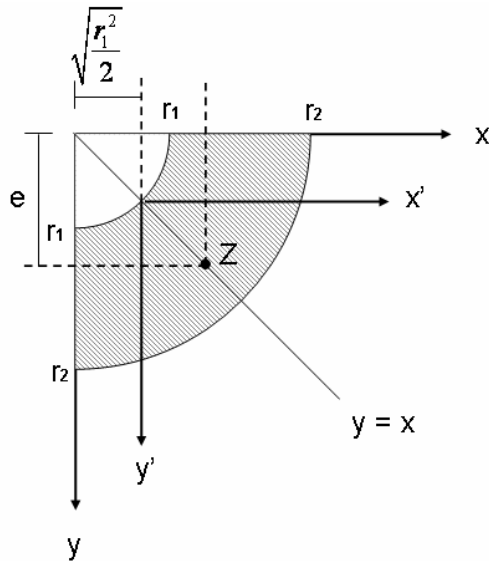


Figuur D2. Opgesplitst U-profiel

Voor het steiner-aandeel van de afrondhoeken kan de volgende vergelijking worden opgesteld:

$$I_{zz;\text{steiner;afrondhoek}} = \frac{\pi r_2^2 - \pi r_1^2}{4} \cdot \left(\frac{h - 2 \cdot r_2}{2} \right)^2$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12} \cdot t \cdot (h - 2 \cdot r_2)^3 + 2 \cdot \frac{1}{12} \cdot (b - r_2) \cdot t^3 + 2 \cdot (b - r_2) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot r_2^4 - \pi \cdot r_1^4}{16} \right) + 2 \cdot \left(\frac{\pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_1^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{h - 2 \cdot r_2}{2} \right)^2$$



Figuur D3 Bepaling zwaartepunt afrondhoek

$$e = \sqrt{\frac{r_1^2}{2}} + \frac{S_y}{A} = \sqrt{\frac{r_1^2}{2}} + \frac{\int_0^{r_2-r_1} xy dx}{\int_0^{r_2-r_1} y dx} \quad \text{ofwel}$$

$$e = \sqrt{\frac{r_1^2}{2}} + \frac{\int_0^{r_2-r_1} \left(x \sqrt{(r_2 - r_1)^2 - x^2} \right) dx}{\int_0^{r_2-r_1} \sqrt{(r_2 - r_1)^2 - x^2} dx}$$

Nu wordt het statisch moment van het afschuivende deel gelijk aan:

$$S_z^a = t \cdot \frac{h - 2 \cdot r_2}{2} \cdot \frac{h - 2 \cdot r_2}{2} + (b - r_2) \cdot t \cdot \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2} \right) + \left(\frac{\pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_1^2}{4} \right) \cdot \left(\frac{h - 2 \cdot r_2}{2} + e \right)$$

Het is nu mogelijk voor profielen 3 en 9 I_{zz} en S_z^a te berekenen, evenals de schuifspanning die volgt

$$\text{uit de betrekking: } \tau = \frac{VS_z^a}{I_{zz} b^a}.$$

Profiel	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	e [mm]
3	180	70	8	5	13	6.931
9	220	80	9	7	16	8.769

Tabel D3. Overzicht profielparameters en zwaartepuntsafstand e

Profiel	V [N]	I _{zz} [mm ⁴]	S _z [mm ³]	Analytische schuifspanning [N/mm ²]
3	100289.5	10536937.3	72424.37	86.166
9	107448.5	20711189.2	117237.92	67.580

Tabel D4. Overzicht benodigde gegevens voor de analytische schuifspanning

Bijlage E. Meetgegevens ANSYS

SCHUIFSPANNING - ANSYS – Resultaten 180 – 70 – 8

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	Max. schuifspanning halv. het lijf [N/mm ²]
1	180	70	8	0	0	59.497
2	180	70	8	5	0	59.606
3	180	70	8	5	13	85.851
4	180	70	12	0	0	46.709
5	270	70	8	0	0	36.894
6	180	105	8	0	0	59.722

L = 750mm en mesh = 5mm, behalve bij profiel 5: L= 1200mm (mesh = 7mm)

Nr	V [N]	F _x [N]	F _y [N]	F _z [N]	I _{zz} [mm ⁴]	S _{za} [mm ³]	Analytische schuifspanning [N/mm ²]
1	70952.2	-36739 23729 -23729 36739 -36739 23729 -23729 36739	6209.1 29267 29267 6209.1 -6209.1 -29267 -29267 -6209.1	67374 80443 -80443 -67374 -67374 -80443 80443 67374	1.1230E07	75056	59.276
2	71286.3	-23760 36920 -36704 23583 -23583 36704 -36920 23760	-28980 -6403.3 -6391.0 -29512 29512 6391.0 6403.3 28980	80739 67776 -67568 -80947 -80947 -67568 67776 80739	11300319.8	75489.94	59.527
3	100289.5	-19966 1671.3 -1669.1 19962 -19937 1645.7 -1662.4 19955	1503.6 48653 48633 1499.9 -1493.2 -48674 -48619 -1503.3	58676 0.15043E06 -0.15034E06 -58669 -58658 -0.15020E06 0.15009E06 58672	10536937.3	72424.37	86.166
4	77356	41047 -25298 25298 -41047 41047 -25298 25298 -41047	-11223 -27455 -27455 -11223 11223 27455 27455 11223	77610 83548 -83548 -77610 -77610 -83548 83548 77610	15670656	107064	44.042
5	72283.6		-5597.8 -30544 -30544 -5597.8 5597.8 30544 30544 5597.8		30151002.67	137876	41.318
6	69431.6	-38339 20198 -20198 38339 -38339 20198 -20198 38339	4179.8 30536 30536 4179.8 -4179.8 -30536 -30536 -4179.8	64836 79812 -79812 -64836 -64836 -79812 79812 64836	1.5375E07	99136	55.961

SCHUIFSPANNING - ANSYS – Resultaten 220 – 80 – 9

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	Max. schuifspanning halverwege het lijf [N/mm ²]
7	220	80	9	0	0	45.121
8	220	80	9	7	0	44.985
9	220	80	9	7	16	65.920
10	220	80	13.5	0	0	34.868
11	330	80	9	0	0	38.456
12	220	120	9	0	0	46.353

L = 950mm en mesh = 6mm, behalve bij profiel 5: L= 1500mm (mesh = 7mm)

Nr	V [N]	F _x [N]	F _y [N]	F _z [N]	I _{zz} [mm ⁴]	S _{za} [mm ³]	Analytische schuifspanning [N/mm ²]
7	75449.6	-39258 26356 -26356 39258 -39258 26356 -26356 39258	6428.8 31296 31296 6428.8 -6428.8 -31296 -31296 -6428.8	-73758 -89144 89144 73758 73758 89144 -89144 -73758	22219086	121864.5	45.980
8	75624.6	-39452 26369 -26409 39497 -39497 26409 -26369 39452	6713.4 31180 31020 6711.2 -6711.2 -31020 -31180 -6713.4	-74103 -89179 89147 74135 74135 89147 -89179 -74103	22427031.9	122910.1	46.051
9	107448.5	20793 -1935.3 1933.3 -20791 20757 -1902.9 1919.9 -20775	-981.32 -52755 -52735 -976.47 967.29 52781 52720 979.16	63847 0.16834E06 -0.16824E06 -63847 -63834 -0.16806E06 0.16795E06 63843	20711189.2	117237.92	67.580
10	82348	-44059 28289 -28289 44059 -44059 28289 -28289 44059	11736 29438 29438 11736 -11736 -29438 -29438 -11736	85215 92583 -92583 -85215 -85215 -92583 92583 85215	31147309.125	174367.6875	34.148
11	106214.2	-53215 41572 -41572 53215 -53215 41572 -41572 53215	8248.1 44859 44859 8248.1 -8248.1 -44859 -44859 -8248.1	0.10487E06 0.13653E06 -0.13653E06 -0.10487E06 -0.10487E06 -0.13653E06 0.13653E06 0.10487E06	59882976	225072	44.357
12	75250.8	-41709 23213 -23213 41709 -41709 23213 -23213 41709	4467.4 33158 33158 4467.4 -4467.4 -33158 -33158 -4467.4	-72642 -89832 89832 72642 72642 89832 -89832 -72642	30237726	159844.5	44.199

AFSCHUIFSTIJFHEID - ANSYS – Resultaten 180 – 70 – 8

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	Analytische afschuifstijfheid [N]
1	180	70	8	0	0	105969230.8
2	180	70	8	5	0	105969230.8
3	180	70	8	5	13	105969230.8
4	180	70	12	0	0	151200000
5	270	70	8	0	0	164123076.9
6	180	105	8	0	0	105969230.8

$L = 750\text{mm}$ en $\text{mesh} = 5\text{mm}$, behalve bij profiel 5: $L = 1200\text{mm}$ ($\text{mesh} = 7\text{mm}$) en $dx = 2 \cdot 5 = 10\text{mm}$!

Nr	Node nr.	u _y [mm]	u _z [mm]	$\eta = dy/dx$ [rad]	$\theta = dz/h$ [rad]	$\gamma = \eta - \theta$ [rad]	V [N]	Afschuifstijfheid ANSYS [N]
1	13128	-5.0716	-1.2390	0.014320	0.013767	5.5333e-04	70952.2	128226867.5
	57089	-4.9284	-1.2390					
	57539	-4.9284	1.2390					
	29291	-5.0716	1.2390					
2	57845	-5.0717	1.2424	0.014340	0.013784	5.5556e-04	71286.3	128315340
	40820	-4.9283	1.2424					
	56495	-5.0717	-1.2388					
	1311	-4.9283	-1.2388					
3	6987	-5.0744	-1.2351	0.014690	0.013724	9.6611e-04	100289.5	103807418.1
	7013	-4.9275	-1.2351					
	22422	-4.9275	1.2352					
	22396	-5.0744	1.2352					
4	13481	-5.0718	-1.2592	0.014360	0.013991	3.6889e-04	77356	209700000
	57443	-4.9282	-1.2592					
	30093	-5.0718	1.2592					
	57893	-4.9282	1.2592					
5	31412	-5.0641	1.1818	0.009157	0.008754	4.0307e-04	72283.6	179333163.6
	61699	-4.9359	1.1818					
	10813	-5.0641	-1.1818					
	61183	-4.9359	-1.1818					
6	59214	-5.0702	1.2185	0.014040	0.013539	5.0111e-04	69431.6	138555299.3
	70607	-4.9298	1.2185					
	43051	-5.0702	-1.2185					
	70157	-4.9298	-1.2185					

AFSCHUIFSTIJFHEID - ANSYS – Resultaten 220 – 80 – 9

Profielnummer	h [mm]	b [mm]	t [mm]	r ₁ [mm]	r ₂ [mm]	Analytische afschuifstijfheid [N]
7	220	80	9	0	0	146838461.5
8	220	80	9	7	0	146838461.5
9	220	80	9	7	16	146838461.5
10	220	80	13.5	0	0	210444230.8
11	330	80	9	0	0	226800000
12	220	120	9	0	0	146838461.5

*L = 950mm en mesh=6mm, behalve bij profiel 5: L= 1500mm (mesh = 7mm) en dx= 3*6=18mm!*

Nr	Node nr.	u _y [mm]	u _z [mm]	$\eta=dy/dx$ [rad]	$\theta=dz/h$ [rad]	$\gamma=\eta-\theta$ [rad]	V [N]	Afschuifstijfheid ANSYS [N]
7	52814	-5.1020	1.2031	0.011333	0.010937	3.9606e-4	75449.6	190500137.7
	61488	-4.8980	1.2031					
	35203	-5.1020	-1.2031					
	61011	-4.8980	-1.2031					
8	29015	-5.1020	-1.2035	0.011333	0.010940	3.9333e-4	75624.6	192265932.2
	60693	-4.8980	-1.2035					
	46626	-5.1020	1.2033					
	61170	-4.8980	1.2033					
9	59584	-4.8972	1.1936	0.011544	0.010851	6.9353e-4	107448.5	154928655.7
	59545	-5.1050	1.1936					
	42733	-5.1050	-1.1936					
	42772	-4.8972	-1.1936					
10	32343	-5.1020	1.2184	0.011333	0.011076	2.5697e-4	82348	320458018.9
	62280	-4.8980	1.2184					
	14256	-5.1020	-1.2184					
	61803	-4.8980	-1.2184					
11	46995	-7.6151	1.7364	0.010962	0.010524	4.3827e-4	106214.2	242349666.1
	92584	-7.3849	1.7364					
	16084	-7.6151	-1.7364					
	91939	-7.3849	-1.7364					
12	19727	-5.1000	-1.1833	0.011111	0.010757	3.5384e-4	75250.8	212669974.3
	73035	-4.9000	-1.1833					
	37338	-5.1000	1.1833					
	73512	-4.9000	1.1833					