

The background of the cover is a photograph of a modern concrete viaduct bridge. The bridge has a tall, A-frame pier supporting a single-track rail bridge. The bridge spans a deep valley with steep, forested hillsides. The sky is overcast. The title text is overlaid on a semi-transparent grey band across the upper part of the image.

KRACHTSWERKING EN VERVORMING VAN GEKROMDE VIADUCTEN

eindrapportage bachelor eindwerk, november 2008

begeleiders

Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom
Ir. W.J.M. Peperkamp

Wouter Wisman
1224794

BACHELOR EINDWERK
PERIODE I STUDIE JAAR 2008/2009

*

WOUTER WISMAN - 1224794
(VILLE_DE_MARSEILLE@HOTMAIL.COM)

Voorwoord

In het kader van het Bachelor Eindwerk (CT 3000), als afsluiting van het derde studiejaar op de faculteit civiele techniek aan de technische universiteit van Delft, is dit de eindrapportage van een onderzoek naar de krachtswerking en de vervorming van gekromde viaducten. Dit onderzoek is uitgevoerd in de eerste periode van het studiejaar 2008/2009 en heeft van start tot eind twee maanden in beslag genomen.

Aan de opdracht, om te kijken naar het gedrag van een viaduct met een kromming in het horizontale vlak, is op eigen wijze gehoor gegeven. Gedurende het hele project werd hierbij op zowel het procesmatige als het technische vlak advies uitgebracht door mijn directe begeleiders – Dr. Ir. P.C.J. Hoogenboom en Ir. W.J.M. Peperkamp. Hiervoor wil ik graag mijn dank uitspreken.

Rest mij de lezer van dit verslag veel plezier toe te wensen.

Noordwijkerhout, 30 oktober 2008

Wouter Wisman

Inhoudsopgave

Introductie.....	6
Toepassingsgebied gekromde viaducten.....	6
Projectomschrijving.....	7
Geometrisch ontwerp.....	9
Startcondities.....	9
Tracébepaling.....	10
Belastinganalyse	14
Globale dimensionering van een viaduct segment.....	14
Fasering	15
Belastingen uitgesplitst naar fase	15
Eigen gewicht	15
Verkeersbelasting.....	16
verticale krachten.....	16
middelpuntvliedende krachten.....	17
axiale krachten.....	18
Windbelasting.....	18
Bepaling belastingcombinaties.....	20
Constructief ontwerp	21
Doorsnede	22
Profiel.....	22
Dimensionering.....	23
Bepaling doorsnedegrootheden.....	24

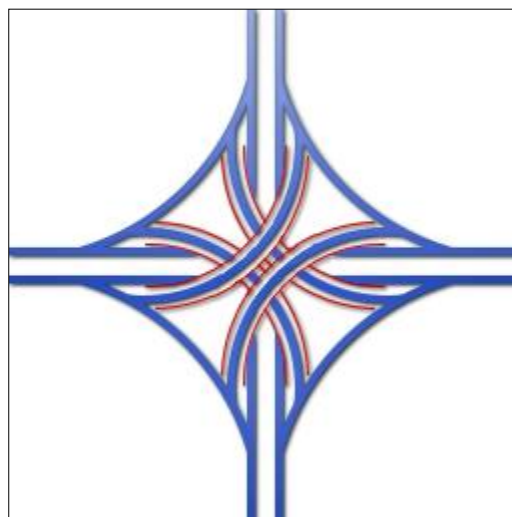
Voorspanning	26
Benodigde voorspanning	27
Dimensioneren voorspanning	29
Ligging voorspankabels	30
Verhinderend uittrekking kabels	32
Torsie in een enkele ligger	33
Bijdrage excentriciteitsmoment	34
Bijdrage buigend moment	37
Verwringing	41
Welvingverplaatsingen	44
Afschuiving	47
schuifspanning	47
Wapening	50
Uitvoeringstechniek dwarsvoorspanning	52
Methode I: Contragewicht	52
Methode II: Vooraf aangebrachte doorsnederotatie	53
Beoogde oplossing	53
Ondersteuningsdetail	54
Conclusie	56
Evaluatie	58
Bijlage 1: Geraadpleegde literatuur	59
Bijlage 2: Tabel samenhang v , R_H en i_d	60
Bijlage 3: Berekening $\chi_\xi(x)$ met Maple	61
Bijlage 4: Berekening $\varphi_\xi(x)$ met Maple	64

Introductie

Toepassingsgebied gekromde viaducten

In het vlakke Hollandse landschap worden viaducten uitsluitend toegepast bij ongelijkvloerse overgangen van andere auto-, spoor- of waterwegen. Lange gekromde viaducten vindt men vrijwel alleen bij grote verkeersknooppunten, waar snelwegen uit verschillende richtingen elkaar kruisen. Al naar gelang het type knooppunt worden de hellingen, kromtestraal en de te overbruggen hoogte bepaald. De uiterste variant bij deze criteria is het *sterknooppunt*. Bij dit type worden ruime bogen toegepast, is er sprake van een stapeling van civieltechnische kunstwerken in drie niveaus en worden zodoende (relatief) grote hoogteverschillen overwonnen.

In het buitenland – en dan met name in bergachtige regionen – vinden lange (gekromde) viaducten in nog meer uiteenlopende configuraties hun toepassing dan alleen bij verkeersknooppunten. Juist in berglandschappen, waar de omgeving de



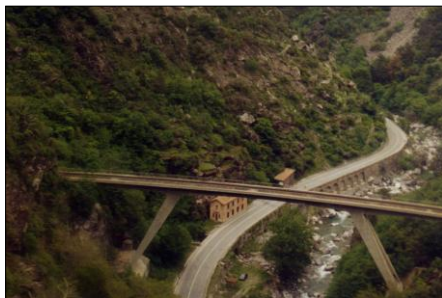
afbeelding 1. Sterknooppunt (schematisch)

factor is die een grote rol speelt bij het bepalen van het tracé, worden viaducten ingepast. Bergen vormen een belemmering voor autowegen omdat de eenvoudige en goedkope rechttoe rechtaan oplossing hier vaak niet meer mogelijk is. In een dal, waar de vaak al beperkte ruimte moet worden gedeeld met rivieren en een treinspoor, worden wegen vaak tegen de helling van een berg aangebouwd. Bij knooppunten of natuurlijke belemmeringen dienen dan vaak bruggen of lange viaducten te worden toegepast om niet al te veel in hoogte te hoeven variëren om zodoende het gebruikerscomfort te waarborgen. Ook treinsporen ervaren de belemmering van bergen, te meer vanwege de geringe “wendbaarheid” van rails.

Vaak levert dit laatste genoemde aspect fraaie, creatieve, oplossingen op, zoals (mijn persoonlijke favoriet) het in Zuid-Frankrijk gelegen *Viaduc de Scarassoui* (zie afbeeldingen 2 op de volgende pagina) op de (spoor-)lijn Nice - Cuneo - Turijn. Omdat deze lijn het middelhooggebergte van de Alpes-Maritimes oversteeft, moest in een lengtebestek van 30 km een hoogte van 1040 meter worden overbrugd. Om dit te verwezenlijken zijn er drie kurkentrekkervormi-

ge tunnels in de bergen uitgehouwen. Middels een cirkelbeweging van de tunnel *in* de berg, gecombineerd met een forse stijging van 35%, wordt met het klimmen van één “ronde” al 50 meter gestegen. Het viaduct van Scarassoui maakt deel uit van één van deze constructies, waarbij de kromming en de klim al vóór het viaduct worden ingezet.

Hieronder zijn enkele zelfgenomen afbeelding van het Scarassoui-viaduct geplaatst. Op de foto rechtsonder is linksboven te zien hoeveel de trein binnen in de berg geklommen is sinds de passage van dit viaduct.



afbeelding 2. Het 38 meter hoge “Viaduc de Scarassoui”. Aanvankelijk bestaande uit gemetselde bogen en na de gehele verwoesting in 1922 pas in 1978 herbouwd (uitvoer: volledig in gewapend beton). Met zijn 125 meter lengte wordt er een horizontale hoekverdraaiing van 9° gerealiseerd, waarbij de as, op de helft van het traject tussen de twee kolommen, 1.80 meter uit het midden ligt.

Het viaduct dat uiteindelijk als casus heeft gediend voor het gedane onderzoek, ligt niet ver hier vandaan en komt aan bod in hoofdstuk *Geometrisch Ontwerp* (eerste paragraaf).

Projectomschrijving

Het grote verschil tussen rechte en gekromde viaducten zit in het (extra) torsiemoment dat door de excentriciteit ontstaat. Dit torsiemoment moet door de constructie worden opgenomen, waardoor de doorsnede zal gaan roteren (over de lengte gezien). Dit is echter niet het enige effect dat de kromming op de krachtsverdeling over het viaduct heeft. Het buigend moment zal niet meer alleen in de lengterichting werken, maar zal ook andere componenten hebben, waarvan een moment om de eigen as er één is. De vraag is alleen, hoe zal het totale torsiemoment en daarmee de doorsnederotatie veranderen over de lengte van het viaduct. En ook: is de ontworpen doorsnede in staat is om de ontstane de extra dwarskracht ten gevolge

van de torsie op te vangen en kan de constructie daarop gewapend worden. En als het ontwerp theoretisch voldoet, zijn er dan mogelijk praktische zaken die problemen vormen.

Tijdens het project zullen de volgende zaken aan de orde komen: geometrie (verticaal en horizontaal alignement, kromtestraal), het bepalen van doorsnedengrootheden (vorm en afmeting van de liggers, voorspanning), het toetsen (van een belastingsituatie) en het bepalen van effecten (reactiekrachten, momenten, vervormingen). Globaal heb ik gebruikgemaakt van de kennisgebieden die gebaseerd zijn op de collegestof van WI1316, CT3150, CT3051, CT3109 en CT3041. Verder is er een sprake geweest van een verdieping in de stof op het gebied van de constructie mechanica, als het gaat om de elasticiteitstheorie. Hiervoor is een klein beroep gedaan op de stof van CT5141.

Het eindproduct is dit eindrapport, waarin verslag wordt uitgebracht van het ontwerp, toetsing en resultaten. De resultaten zijn zo helder mogelijk omschreven, gevisualiseerd en geïnterpreteerd. Bij de totstandkoming van het ontwerp heb ik – waar nodig – aangeven welke keuzes ik heb moeten maken en wat de gevolgen daarvan zijn geweest. Gedurende het onderzoek is er gestuit op kennisleemtes, al dan niet voorzien. In deze gevallen is er duidelijk aangegeven wat het dit kennisgebrek precies omvat.

Vooraf aan de start van het onderzoek is een tijdsplanning gemaakt binnen de beschikbare onderzoekstijd.

projectfase: omschrijving:

week 1	start, eerste verkenning mogelijkheden
week 2	startnotitie opstellen
week 3	randcondities bepalen, geometrisch ontwerp, uitsplitsen belastinggevallen
week 4	constructief ontwerp (dimensies, voorspanning)
week 5	vergelijkingen opstellen (t.b.v. torsie, rotaties, doorbuiging)
week 6	vergelijkingen verder uitwerken
week 7	afronden eindrapport
week 8	voorbereiden mondelinge presentatie

Geometrisch ontwerp

Startcondities

Als gegeven conditie neem ik een viaduct die ik ooit heb gefotografeerd (zie afbeelding 3, links), gelegen in de uitlopers van de Alpen aan de Franse zuidkust. Het gaat hier om een de snelweg A8, die onder meer de verbinding vormt tussen de steden Nice en Menton. Een paar kilometer voorbij Nice, ter hoogte van het dorp La Trinité, bevindt zich de volgende situatie: de snelweg komt vanuit een tunnel direct uit op een viaduct welke door middel van een scherpe kromming over een dal naar de overkant loopt.

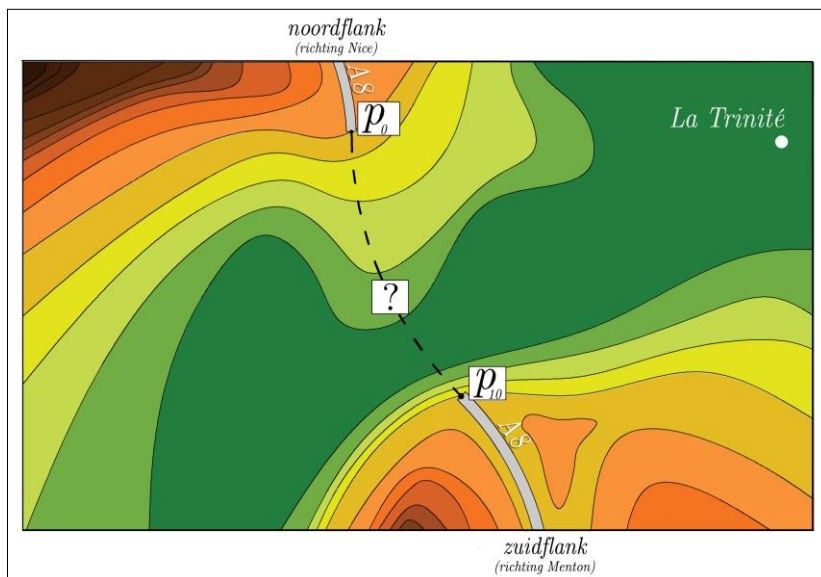
Nu wordt er voorgesteld dat dit viaduct er nog niet is en nog gebouwd moet worden. De enige bekende feiten zijn de posities waartussen de overspanning van het dal dient te geschieden, het reliëf (de locale hoogteverschillen in het landschap). Verder bestaat de eis dat de hoekverdraaiing in de loop van het viaduct zo groot mogelijk moet zijn, omdat aan de *zuidflank* een (virtuele) hindernis moet worden ontweken. Het ontwerp moet uiteraard voldoen aan de gestelde eisen op het gebied van de dynamica van de gebruiker ten behoeve van de verkeersveiligheid. De hoek waaronder het viaduct aan de *noordflank* start vanaf het vaste land ligt vast en is gegeven.



afbeelding 3. Links: foto van het viaduct vanaf het Canal de Laghet, rechts: screenshot Goorle Earth

Het viaduct dat beschouwd wordt is de *binnenste* rijbaan (de rechterfoto van afbeelding 3), welke bestaat uit drie rijstroken. Vanuit screenshots en foto's is een reliëfkaart gemaakt (afbeelding 4). Deze reliëfkaart geeft precies weer wat de opdracht behelst, namelijk *een invul-*

ling geven aan de streeplijn. Daarnaast geeft de reliëfkaart weer wat het verticale alignement is van het dal waarin het viaduct wordt geplaatst. De exacte waarden van de hoogten van het landschap op de beoogde plekken waar de pijlers worden geplaatst, zijn weergegeven in tabel 1, verderop in dit hoofdstuk. In de reliëfkaart hieronder, waarin enkel het meest rechts gelegen viaduct is weergegeven. Deze bestaat uit drie rijstroken die het noordwaarts doorgaande verkeer afvoeren.



afbeelding 4. Middels observeren van zelfgemaakte foto's en de locatie vanuit verschillende kanten via Google Earth is een inschatting gemaakt van de landscape alleviation, waarna op basis daarvan een lokaal reliëfkaartje is ontwikkeld. De onderbroken lijn tussen de p_0 en p_{10} geeft aan waar het viaduct moet komen.

Tracébepaling

Het geometrisch ontwerp begint bij de bepaling van het tracé. Dit tracé wordt in dit kader uitsluitend bepaald door de gekozen boogstraal. Uit de eis dat de hoekverdraaiing bij p_{10} ten op zicht van p_0 zo groot mogelijk moet zijn, dient onder de gegeven condities de minimale grootte van de boogstraal bepaald te worden. Deze wordt gegeven door:

$$R_{H,min} \geq \frac{7v_0^2}{210 - v_0 + 9i_d}$$

Hierin is v_0 de ontwerpsnelheid, welke voor deze snelweg 120 kmh^{-1} bedraagt. De verkanting i_d in het dwarsprofiel van de weg wordt normaliter gesteld op 5%, welke de maximaal toegestane waarde is bij de ontwerpsnelheid (BIJLAGE 2). Invullen van deze getalswaarden levert een waarde van $R_{H,min}$ ter grootte van 746 m. In het vervolg wordt er gerekend met een boogstraal R_H van 750 m.

De te overspannen lengte is met behulp van het programma *Google Earth* is zeer nauwkeurig opgemeten en vastgesteld op 574 m. Nu de boogstraal en de lengte van de overspanning (he-

melsbreed) bekend zijn, kan met behulp van de goniometrie de hoekverdraaiing α_V van de boog worden berekend, welke 45.1 graden is. Nu α_V bekend is, kan ook de initiële hoek van inval φ_{10} worden bepaald. Omdat in het x',y' -assenstelsel gesteld was dat $\varphi_0 = 0^\circ$, geldt voor de andere hoek: $\varphi_{10} = \alpha = 45.1^\circ$. Evenzo kan nu de lengte *langs* de boog worden berekend:

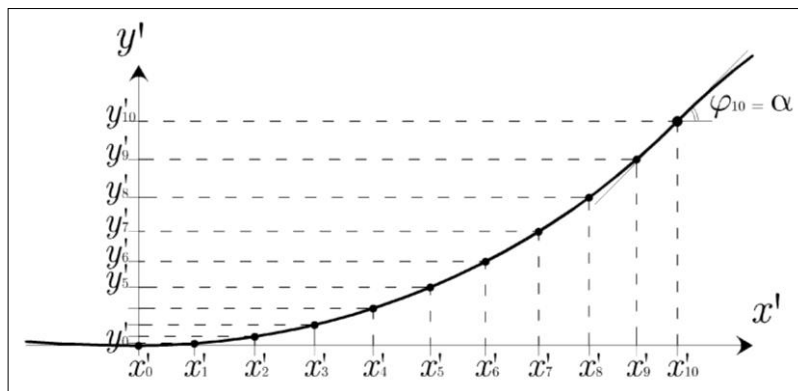
$$L_{viaduct} = \frac{\alpha}{180} R\pi = \frac{45.1}{180} \times 750\pi = 590 \text{ m}$$

Verder is de helling in de lengterichting van het viaduct te bepalen. Eveneens met G.E. zijn de hoogten van punten p_0 en p_{10} (als respectievelijk de aanvangscoördinaten *noord* en *zuid*) bepaald. Met $z_{p_0} = 149 \text{ m}$ en $z_{p_{10}} = 130 \text{ m}$ kan de langshelling i_l en de ruimtelijke helling i_r bepaald worden.

$$i_l = \frac{\Delta z}{L} \times 100\% = \frac{19}{590} \times 100\% = 3.2\%$$

$$i_r = \sqrt{i_l^2 + i_d^2} = \sqrt{3.2^2 + 5^2} = 5.9\%$$

Voor snelwegen geldt een ruimtelijk helling die maximaal 7% mag bedragen (risico voor afglijden). Aan die eis wordt voldaan. Nu rest slechts nog het bepalen van het aantal pijlers



afbeelding 5. Het xy -assenstelsel waarin met stippen de coördinaten van de pijlers zijn aangeduid

onder het viaduct, waarmee de lengte van de afzonderlijke viaductsegmenten vastgelegd wordt. Indien wordt gekozen voor 9 pijlers, kan voor de lengte van de 8 middensegmenten een overspanninglengte (*langs* de boog) van 60 meter worden aangehouden. Met behulp van de uit G.E. samengestelde reliëfkaart kunnen de hoogten h_p van de 9 pijlers afzonderlijk worden bepaald (weergegeven in tabel 1). In het vervolg van het onderzoek worden de pijlers verder niet meer beschouwd en zijn deze gegevens niet specifiek van belang.

Bij de bepaling van de i -de pijlerhoogte h_p wordt de plaatselijke viaducthoogten h_v en terreinhoogten h_t verrekend middels $(h_p)_i = (h_v)_i - (h_t)_i$. Hierin wordt h_t bepaald door de landhoogte

te meten door het verloop de boog in te tekenen in de hoogtekaart. Verder is h_v gegeven door $h_v(\xi) = 149 - \frac{19}{590} \xi$ waarbij ξ de langskoördinaat is van het viaduct in het *locale* assenstelsel, om te schrijven naar een coördinaat in het $x'y'$ -assenstelsel (het gerooteerde xy -assenstelsel). In deze formule is stelt het quotiënt $\frac{19}{590}$ de langshelling voor. Het horizontale verloop van de boog in het $x'y'$ -assenstelsel is gegeven door $y' = R_H - \sqrt{R_H^2 - (x')^2}$. Omdat ξ de boog over de hele lengte tangentieel raakt, geldt dus voor ieder punt op de boog dat de richting van ξ gelijk is aan de afgeleide van y' naar x' :

$$\frac{dy'}{dx'} = \frac{d}{dx'} R_H - \sqrt{R_H^2 - (x')^2} = \frac{x'}{\sqrt{R_H^2 - (x')^2}} = \frac{x'}{\sqrt{562500 - (x')^2}}$$

Deze afgeleide kan worden gebruikt om op ieder punt van de boog, waarvan de x' -coördinaat bekend is, de hoekverdraaiing worden bepaald aangezien geldt $\varphi(x') = \tan^{-1}(dy'/dx')$.

De punten p_1 t/m p_9 zijn de projecties van de posities van de pijlers op de x' -as. De stappen zijn gelijk aan:

$$\Delta\xi = R_H \Delta\varphi = R_H \alpha_V \frac{\Delta L_S}{L_V} = 750 \times 0.080 = 60 \text{ m } (= \Delta L_S) \quad \text{met} \quad \alpha_V = \frac{45.1}{180} \pi = 0.787 \text{ rad}$$

De stappen $\Delta\xi_{p_0-p_1}$ en $\Delta\xi_{p_9-p_0}$ zijn 55 m. Geprojecteerd op de x' -as geeft dit stappen $\Delta x'$, te schrijven als functie van de verschillen tussen hoekverdraaiingen φ_i en φ_{i+1} :

$$\Delta x'_i = R_H [\sin(\varphi_{i+1}) - \sin(\varphi_i)] \quad \text{met} \quad \varphi_i = \frac{\alpha}{L_{\text{viaduct}}} \sum_{i=1}^n (\Delta\xi_i)$$

Omdat er gekeken wordt naar het gedrag over de as van de ligger en niet over de projectie hiervan op de x' -as, moet x' naar ξ worden omgerekend. Dit wordt bewerkstelligd door de vergelijking van $\Delta x'_i$ te herschrijven. Zodoende wordt de relatie tussen x' en ξ gevonden:

$$x' = R \sin(\varphi_H) \quad \text{met} \quad \varphi_H = \frac{\alpha_V}{L_V} \xi$$

De hoekverdraaiing φ_H als functie van ξ is de hoekverdraaiing in het *horizontale* vlak ten opzichte van de x' -as. Verder is α de totale hoekverdraaiing tussen punt $\xi = 0$ en $\xi = 590$ op de ligger. Zodoende wordt de vergelijking als functie van ξ :

$$y'(\xi) = R_H \left[1 - \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_V L_V^{-1} \xi} \right]$$

Met getalswaarden $R_H = 750 \text{ m}$, $\alpha_V = 45.1^\circ$ en $L_V = 590 \text{ m}$ wordt deze:

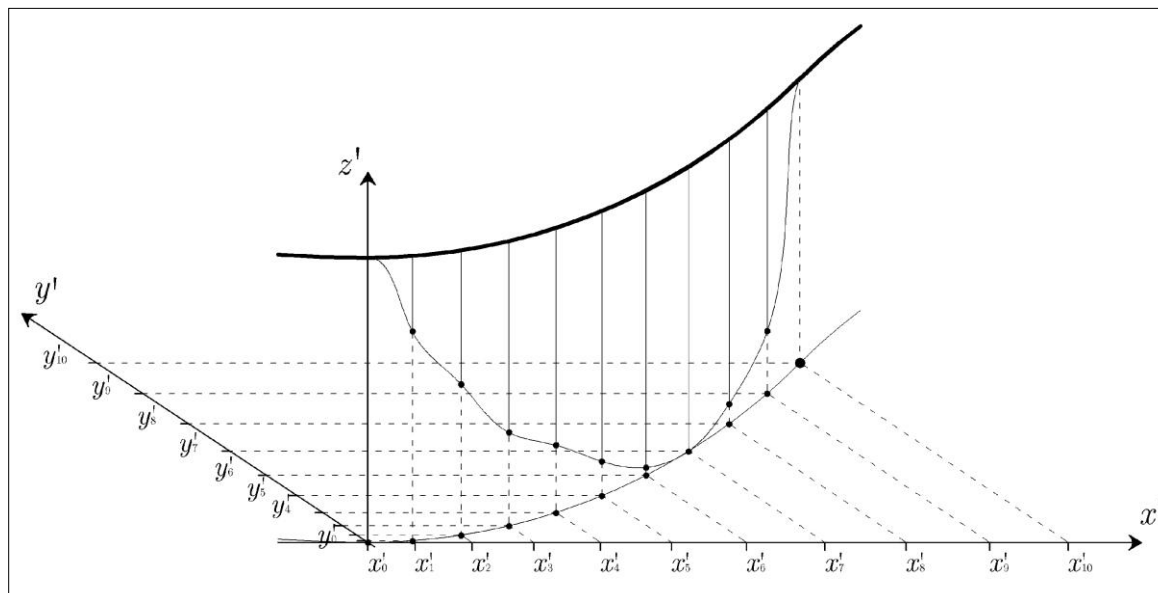
$$y'(\xi) = 750 \cdot 1 - \sqrt{1 - \sin^2 0.0764 \times \xi}$$

Zodoende zijn de locaties van de assen van de pijlers en hun hoogten exact bekend en kan de tabel worden ingevuld (met p_0 en p_{10} de plaatsen waar het viaduct het vast land verlaat).

		p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}
$\Delta\xi$	[m]	-	55	60	60	60	60	60	60	60	60	55
ξ	[m]	0	55	115	175	235	295	355	415	475	535	590
x'	[m]	0	55.0	114.6	173.5	231.3	287.6	342.1	394.4	444.1	491.0	531.3
y'	[m]	0	2.0	8.8	20.3	36.6	57.3	82.6	112.1	145.6	183.1	220.6
h_v	[m]	149	147.2	145.3	143.3	141.4	139.5	137.6	135.6	133.7	131.8	130
h_t	[m]	149	109	72	64	55	50	45	53	48	54	130
h_p	[m]	0	38.2	73.3	79.3	86.4	89.5	92.6	82.6	85.7	77.8	0

Tabel 1. Alle benodigde ruimtelijke coördinaten

In afbeelding 6 is ruimtelijk weergegeven wat in tabel 1 is ingevuld. Hierin is de bovenkant van het viaduct aangegeven met de dikke lijn, het terreinniveau onder het viaduct met de kronkelende lijn en de pijlers met de verticale doorgetrokken lijn. Verder is $z' = 0$ het laagste punt van het dal waar een pijler staat. Deze hoogte z'_0 bevindt zich 50 meter boven zeeniveau.



afbeelding 6. Ruimtelijke weergave van het viaducttracé en het verticale alignment

Belastinganalyse

Voordat overgegaan kan worden naar het constructieve ontwerp, dienen eerst alle mogelijke belastingen en belastingcombinaties in kaart gebracht te worden. Nog meer dan bij een lineair viaduct, hebben de meeste van deze krachten bij gekromde viaducten vervorming en verplaatsingen tot gevolg. Omdat niet alle belastingen in elke fase aanwezig zijn, dienen deze belastingen te worden gebundeld tot belastingcombinaties. In het hoofdstuk *Torsie in een enkele ligger* wordt één van deze belastingcombinaties nader bekeken (de hoofdmoot van het project). Om de belasting numeriek of met symbolen te kunnen benoemen dienen eerst de afmeting van de zijden van het viaductsegment ruwweg te worden bepaald.

Globale dimensionering van een viaduct segment

Om de grootte van de belasting te kunnen berekenen dient het viaduct alvast globaal gedi-mensioneerd te worden om werkbare gegevens te krijgen voor de functionele breedte, lengte en constructiehoogte van een viaduct segment.

De *functionele breedte* is de benodigde breedte om de drie rijstroken in te passen op het bovenoppervlak van het viaduct. De breedte van één rijstrook van een autosnelweg wordt conform de ontwerp-eisen gesteld op 3.50 meter. Aangezien het hier een 2×3 -baans autosnelweg betreft, waarbij beide richtingen een eigen viaduct hebben, wordt de minimaal benodigde functionele breedte B_f (met inbegrip van kantstroken):

$$B_f = 0.75 + 3.5 + 3.5 + 3.5 + 0.75 = 12 \text{ m}$$

Dit wordt tevens de ontwerpbreedte van het viaduct.

De *lengte* van de as van het beschouwde viaductsegment was reeds vastgesteld op 60 m. Deze lengte wordt in dit rapport verder aangeduid met L_s . De projectie van L_s op de x-as wordt aangeduid met $L_{s;x}$ en is een fractie korter.

De *constructiehoogte* H_s van het viaduct is nog moeilijk in te schatten, omdat nog onbekend is welk type ligger er gebruikt gaat worden en welke doorsnedenafmetingen deze zal hebben. Ook komt er nog een aandeel van de constructiehoogte van de bovenbouw bij. Vooralsnog wordt tezamen geschat op een hoogte van 3.5 m.

Fasering

De verschillende fase die worden aangemerkt zijn: *bouwfase A* (1A), *bouwfase B* (1B), *gebruiksfase A* (2A) en *gebruiksfase B* (2B). Bouwfase A is de fase waarop één enkele T-ligger (als onderdeel van de hele viaductbreedte, zie hoofdstuk *Constructief ontwerp*) wordt geplaatst op de opleggingen. Vanwege de geringe breedte en de grootte van de ‘excentrische’ belasting, zal voor deze fase een gaffeloplegging moeten worden toegepast om de ligger niet te doen kantelen. Bouwfase B is de fase waarin alle benodigde T-liggers naast elkaar op de opleggingen zijn geplaatst en deze middels dwarsgespannen kabels aan elkaar verbonden zijn. De gaffelopleggingen zijn niet meer nodig omdat er een stabiel evenwicht verkregen is (fase $t = 0^-$). Het kunstwerk is in dit stadium gebruiksklaar. Gebruiksfase A is de fase waarop de Franse minister van verkeer en waterstaat het viaduct heeft geopend en de eerste personen-auto’s en vrachtwagens over deze nieuwe verbindingsweg rijden (fase $t = 0^+$). De laatste fase, gebruiksfase B, is het stadium $t = \infty$ waarin de effecten van in de tijd voortschrijdende plastische vervormingen als gevolg van kruip en krimp merkbaar worden.

Belastingen uitgesplitst naar fase

In deze paragraaf worden alle mogelijke, relevante belastingen beschouwd. Hierbij wordt weergegeven in welke fase(n) deze belastingen aanwezig zijn, welke momenten en dwarskrachten deze tot gevolg hebben (inclusief respectievelijk de as waaromheen of de richting waarheen deze werken). Deze momenten en dwarskrachten resulteren in verplaatsingen, rotaties en vervormingen. Deze zijn kwantitatief weergegeven.

Eigen gewicht

Het eigen gewicht van de ligger (berekend in hoofdstuk *Constructief ontwerp*) is in alle fase aanwezig. Deze heeft een dwarskracht langs de verticale as tot gevolg en zodoende een buigend moment om de y -as. Door de kromming is deze belasting excentrisch geplaatst ten opzichte van de lineaire lijn tussen de opleggingen en wordt er zodoende een torsiemoment veroorzaakt. Ook door een component van het buigend moment wordt een extra torsiemoment veroorzaakt. Hier wordt verderop uitvoerig op teruggekomen in het hoofdstuk *Constructief ontwerp*, paragraaf *Buigend moment*. Door het buigend moment en de dwarskracht treden verzakkingen op. Door het torsiemoment zal de ligger gaan roteren om zijn eigen as.

Verkeersbelasting

De verkeersbelasting speelt een rol in de gebruiksfasen. De hieruit voortkomende krachten kunnen worden uitgesplitst in drie geenszins te verwaarlozen componenten, namelijk: verticale krachten, middelpuntvliedende krachten en axiale krachten.

verticale krachten

De verticale krachten die veroorzaakt worden door het verkeer hebben dezelfde uitwerking als het eigen gewicht van de ligger, zowel voor de momenten als de dwarskracht (alleen de grootte ervan is ongelijk). De omvang van deze kracht is dynamisch. Er zijn grofweg twee toestanden gedefinieerd om deze kracht van dynamisch naar statisch om te zetten, namelijk in een toestand met file en doorgaand verkeer bij een maximale benutting van de wegcapaciteit.

Uit de verkeersbelasting conform NEN 6723 (*Voorschriften beton - Bruggen (VBB 1995) - Constructieve eisen en rekenmethoden*) volgt dat de verdeelde belasting per rijstrook op 100 kN/m'. Over de breedte van het viaductdek, gevormd door 6 naast elkaar gelegen T-liggers (2 meter breed), zijn 3 rijstroken geplaatst. Gesteld dat de verkeersbelasting gelijkmatig over de breedte en lengte van het viaduct wordt verspreid, volgt dat de variabele verkeersbelasting per lengtemeter op één T-ligger:

$$q_{var;ligger;d} = \frac{n_{rijstrook}}{n_{ligger}} \times \gamma_{f;q} \times q_{var;rijstrook;rep} = \frac{3}{6} \times 1.5 \times 100.00 = 75 \text{ kN/m'}$$

Verder wordt aangenomen dat door de bovenbouwconstructie van de weg (asfaltlagen + betonlaag) de belasting perfect wordt verdeeld over de bovenzijde van de viaductconstructie (vrij onrealistische aanname). Ook wordt aangenomen dat de as van de binnenste strook net zo lang is als de buitenste (in werkelijkheid zit daar een verschil in ter grootte van

$$1 - \frac{2\pi(R_H - \Delta R)}{2\pi(R_H + \Delta R)} \times 100\% = 1 - \frac{750 - 3.5}{750 + 3.5} \times 100\% \cong 1\%). \text{ Zodoende kan er worden aangenomen dat}$$

$$F_{var;s} = QL_S \text{ (waarin } Q = qB_f).$$

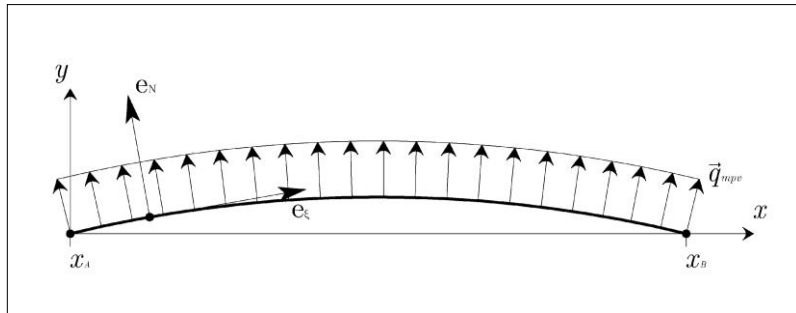
middelpuntvliedende krachten

Ook zal er een horizontale kracht op het viaduct komen te staan. Hierbij wordt uitsluitend gekeken naar de horizontale krachten als gevolg van het rijdende verkeer. Voor deze kracht kan gemakshalve worden gerekend met de formule voor de middelpuntvliedende krachtswerking bij een eenparige snelheid en constante straal:

$$\vec{F}_{mpv} = \frac{m\vec{v}_0^2}{R_H}$$

Hierin is de vector $\vec{F}_{mpv}$ te schrijven als $e_N F$ waarbij de eenheidsvector e_N op iedere positie ξ loodrecht staat op e_ξ (zie afbeelding 7). Dit wordt toegepast om $\vec{F}_{mpv}$ over de L_s te vereenvoudiging als een verdeelde belasting $\vec{q}$. Hierbij wordt verondersteld dat:

$$\vec{q}_{mpv} = e_N q_{mpv} = e_N L_S^{-1} \sum_{i=1}^n F_{mpv;i} = e_N R_H^{-1} L_S^{-1} \sum_{i=1}^n m_i v_i^2$$



afbeelding 7. De middelpuntvliedende, verdeelde belasting in het horizontale vlak van het segment.

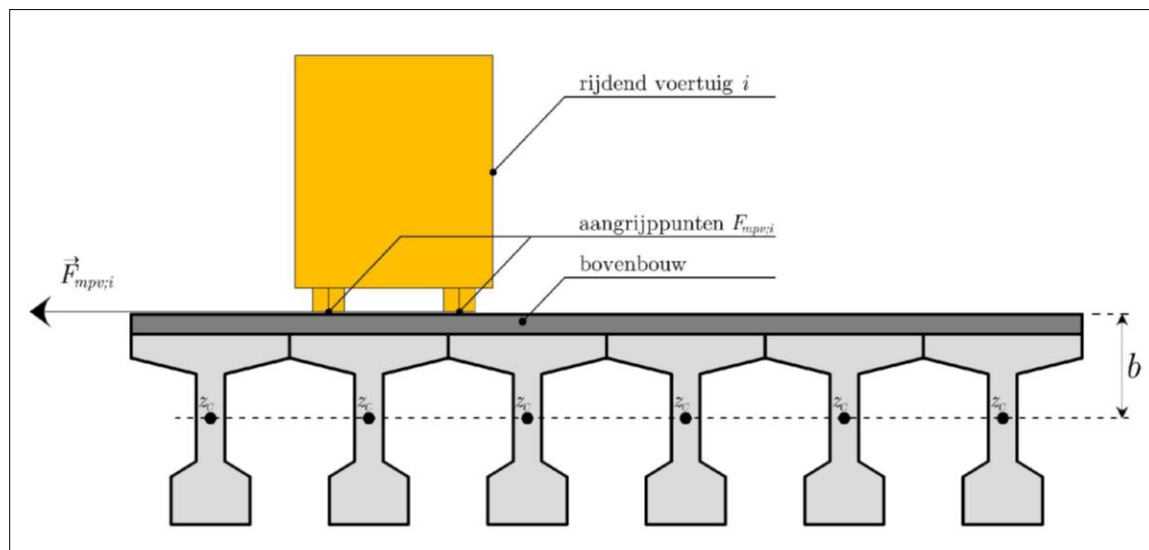
Indien gebruik gemaakt wordt van het gegeven van een verkeersbelasting van 100 kN/m' per rijstrook en een constante snelheid van 120 kmh⁻¹, wordt de horizontale, verdeelde belasting loodrecht op het viaduct:

$$\vec{q}_{mpv} = e_N \times q_{mpv} = e_N \times R_H^{-1} q_V v_0^2 = e_N \times 750^{-1} \times (3 \times 100) \times (120 / 3.6)^2 = 444.44 \text{ kN/m}$$

Eén van de gevolgen van de middelpuntvliedende kracht is een buigend moment om de z -as (de verticale as). Anderzijds heeft deze kracht ook een bijdrage voor het torsiemoment om de ξ -as. De grootte van dit torsie moment is te bepalen middels:

$$M_{T;\xi} = b \times \vec{q}_{mpv} \int_0^{L_S} d\xi = b \times e_N q_{mpv} L_S$$

Hierin is b de grootte van de *hefboomsarm*. Dit is de afstand van het zwaartepunt van de ligger tot aan de bovenkant van de bovenbouw (de positie waar de banden van het voertuig contact maakt met de weg). Dit is weergegeven in afbeelding 8.



afbeelding 8. De middelpuntvliedende kracht F_{mpv} vormt met 'de arm' b een extra torsiemoment

axiale krachten

Tot slot zijn er nog effecten van axiale krachten in het viaductsegment. Deze krachten ontstaan doordat voertuigen accelereren en decelereren. In het geval van een onverwachte gebeurtenis op de weg, kan het zo zijn dat er op één of meerdere baanvakken abrupt geremd wordt. De axiale krachten kunnen dan vrij hoog oplopen. De kracht die n remmende (of accelererende) voertuigen in de ξ -richting veroorzaken, is te bepalen middels de volgende sommatie:

$$F_{a;\xi} = e_{\xi} \sum_{i=1}^n m_i a_i \quad \text{met} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$$

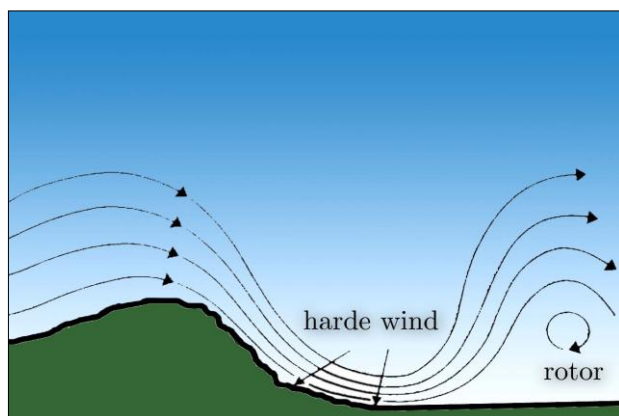
Omdat de richting van e_{ξ} per positie op de ξ -as verschillend is, zal de richting van deze kracht niet enkel axiale gericht zijn; er zal ook een kleine component $e_N F_a$ ontstaan (loodrecht vanuit het viaduct).

Windbelasting

De windbelasting vormt het grootste deel van de horizontale dwarskracht op het viaduct. Gesteld wordt het hypothetische geval waarbij viaduct is bezet met een file met voornamelijk vrachtwagens. Als voor de hoogte h_v van een vrachtwagen 4.5 meter wordt aangehouden wordt het windvangende zij-oppervlak van één viaductsegment:

$$A_{zij} = (h_v + H_s) L_{S;x} \cong 8 \times 60 = 480 \text{ m}^2$$

De krachtsbepaling van windstromen in gebergtes is een lastig aspect, omdat per geometrische situatie (ligging van bergen en valleien) anders zal zijn. In deze situatie is het zo dat het viaduct ongeveer parallel ligt ten opzichte van de kustlijn, gescheiden middels één niet al te hoge heuvel. Middels het *föhn* effect (zie afbeelding 9) kan een harde zeewind (*mistral*) in het dal van het viaduct lijden tot zeer harde winden. Omdat luchtstromen door een vallei – zoals in de beschouwde situatie – geconcentreerd zijn, zal dit effect alleen maar versterkt worden.



afbeelding 9. Het *föhn* effect, waarbij windstromen worden aangevoerd vanaf zee en vervolgens geconcentreerd aan de zijzijde doorgaan.

Naast een horizontale dwarskracht, zal de wind ook een torderend moment op de ξ -as veroorzaken. Hierbij kan hetzelfde principe worden beschouwd als bij de middelpuntvliedende kracht (afbeelding 8). Aangenomen dat de windrichting constant is (loodrecht op de zijkant van het viaduct) en uniform verdeeld is over het oppervlak kan voor de situatie van een viaduct segment met uitsluitend vrachtwagens wordt het volgende torderende moment gevonden:

$$M_{T;\xi} = bQ_W A_V L_{S;x}$$

Hierin is Q_W de windkracht per vierkante meter en b de hefboomsarm (zie andermaal afbeelding 8).

Bepaling belastingcombinaties

Nu alle relevante belastingen in kaart zijn gebracht kunnen deze gebundeld worden tot belastingcombinaties (tabel 2):

Belastingcombinatie	Belasting en [fase]
I	Eigen gewicht [1A]
II	Eigen gewicht [1A] + sneeuw
III	Eigen gewicht [1A] + wind
IV	Eigen gewicht [1B]
V	Eigen gewicht [1B] + sneeuw
VI	Eigen gewicht [1B] + wind naar buiten
VII-A	Eigen gewicht [2A] + verkeer (totale bezetting)
VII-B	Eigen gewicht [2A] + verkeer (alleen buitenbaan bezet)
VII-C	Eigen gewicht [2A] + verkeer (alleen binnenbaan bezet)
VII-D	Eigen gewicht [2A] + verkeer (binnenbaan alleen 1 ^{ste} helft bezet; buitenbaan alleen 2 ^{de} helft)
VII-E	Eigen gewicht [2A] + verkeer (alle drie de banen alleen 1 ^{ste} helft bezet)
VIII-A	[bel. comb. VII-A] + wind naar buiten
VIII-B	[bel. comb. VII-B] + wind naar buiten
VIII-C	[bel. comb. VII-B] + wind naar binnen

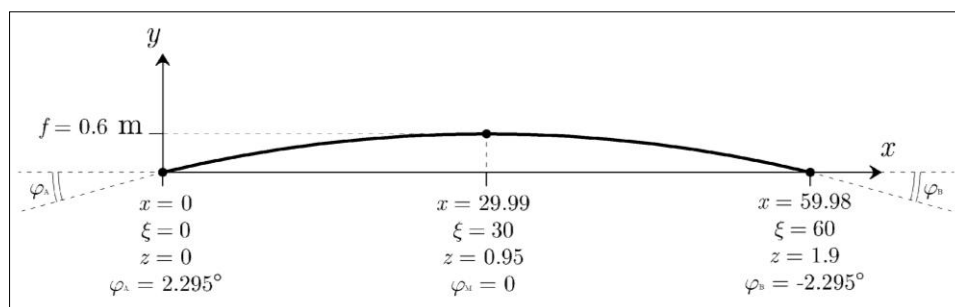
Tabel 2: De belastingcombinaties. Hierin is “binnenbaan” de dichtst bij het rotatiecentrum gelegen baan en is “wind naar binnen” de wind die globaal richting dit zelfde r.c. punt gericht is

De belastingcombinatie die waarop de ligger wordt getoetst in hoofdstuk *Torsie in een enkele ligger* is belastingcombinatie I. Hierbij het gedrag van één ligger bekeken wanneer deze wordt belast onder uitsluitend zijn eigen gewicht.

Constructief ontwerp

Tot nu toe is het viaduct beschouwd als een lijnvormig element in een ruimte, waarvan over het beschouwde traject de coördinaten en de richting zowel in het $x'y'z$ -assenstelsel als in zijn eigen lokale, 'tweedimensionale' ξ, z -assenstelsel. Nu dient er aan de lijn een dwarsprofiel te worden toegekend. Om dit dwarsprofiel te bepalen, dienen eerst de benodigde gegevens te worden verzameld. Dit betreft de benodigde breedte (functionele eis t.a.v. het aantal rijbanen), belastingen (volgt onder meer uit de dwarsdoorsnede), randcondities (type en breedte van de opleggingen) en overige bepalingen (vereenvoudigde aannames).

Vanaf nu wordt er volgens een nieuw, geroteerd en getransfereerd $x-y-z$ -assenstelsel gewerkt (zie afbeelding 10). Het beschouwde viaductsegment, van nu af aangeduid met lengte L_s , is het segment tussen punt p_5 en p_6 , welke hernoemd zijn naar p_A en p_B in het eveneens aangepaste ξ, z -assenstelsel. In dit assenstelsel is het referentieniveau aangepast aan de hoogte van p_A (het laagste punt van het segment). Zodoende hebben de punten p_A en p_B in het ξ, z -assenstelsel respectievelijk de coördinaten $(0;0)$ en $(60;1.9)$ en in het x,y,z -assenstelsel de coördinaten $(0;0;0)$ en $(59.98;0;1.9)$.



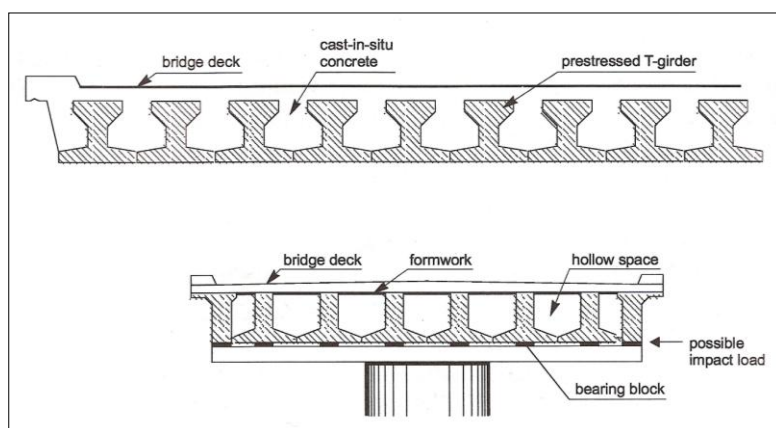
afbeelding 10.
Het horizontale
verloop van het
viaduct tussen p_A
en p_B

Eerder was gesteld dat het beschouwde segment een lengte heeft van 60 meter, een langshelling van 3.2‰ en een dwarsverkanting van 5‰. Verder maakt het viaduct met zijn gehele lengte van 590 meter een hoekverdraaiing van 45.1 mee, wat voor het segment uitkomt op een hoekverdraaiing van het eindpunt ten opzichte van het beginpunt ter grootte van $L_{\text{segment}} \times \frac{\Delta\varphi}{\Delta\xi} = 60 \times \frac{45.1}{590} = 4.59^\circ$. De hoeken φ_A en φ_B waaronder de boog de x -as snijdt in het x,y -assenstelsel zijn in $(0;0)$ en $(59.98;0)$ respectievelijk 2.295° en -2.295° .

Doorsnede

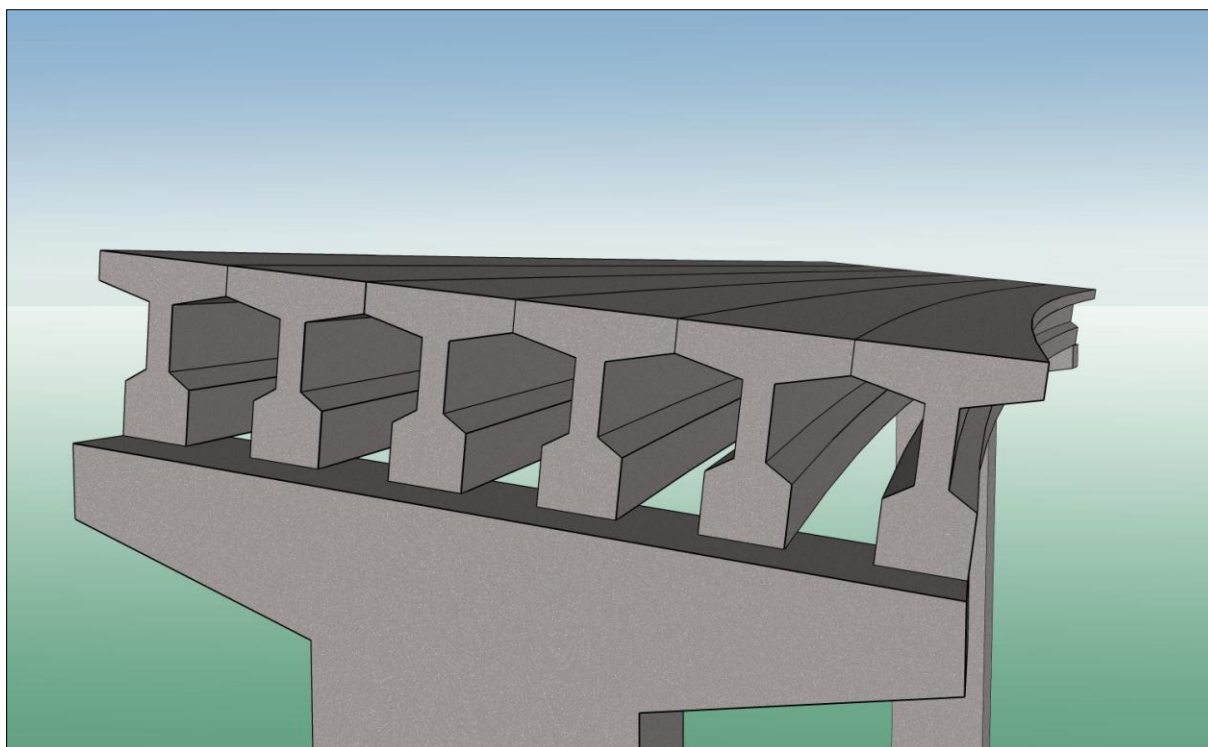
Profiel

Voor de doorsnede van een viaduct bestaat de keuze uit diverse vormen van liggers, zoals SKK-liggers, trogliggers of kokerliggers. Uit de onderzoektechnische overweging (de ambitie om een onbekende liggerconfiguratie uit te testen) wordt er gekozen voor de *voorgespannen T-ligger*. Deze zullen niet worden geplaatst zoals gebruikelijk is (zoals op afbeelding 11 te zien is), maar op een eigen wijze, waarbij ze met de flens aan de bovenzijde geplaatst zijn (afbeelding 11). Hierbij worden deze flenzen tegen elkaar aan geplaatst, zodat uiteindelijk het viaductdek wordt verkregen. De flenzen worden hierbij uiteindelijk aan elkaar geschakeld door middel van dwars gespannen kabels, waarvan de functie verderop in dit rapport kort wordt verduidelijkt. Op het dek wordt vervolgens de bovenbouw van de weg (betonlaag en asfaltlagen) geplaatst. Deze bovenbouw is voor het onderzoek verder niet relevant en wordt niet verder beschouwd.



afbeelding 11. Twee mogelijke configuraties van voorgespannen T-liggers (dwarsdoorsnede).

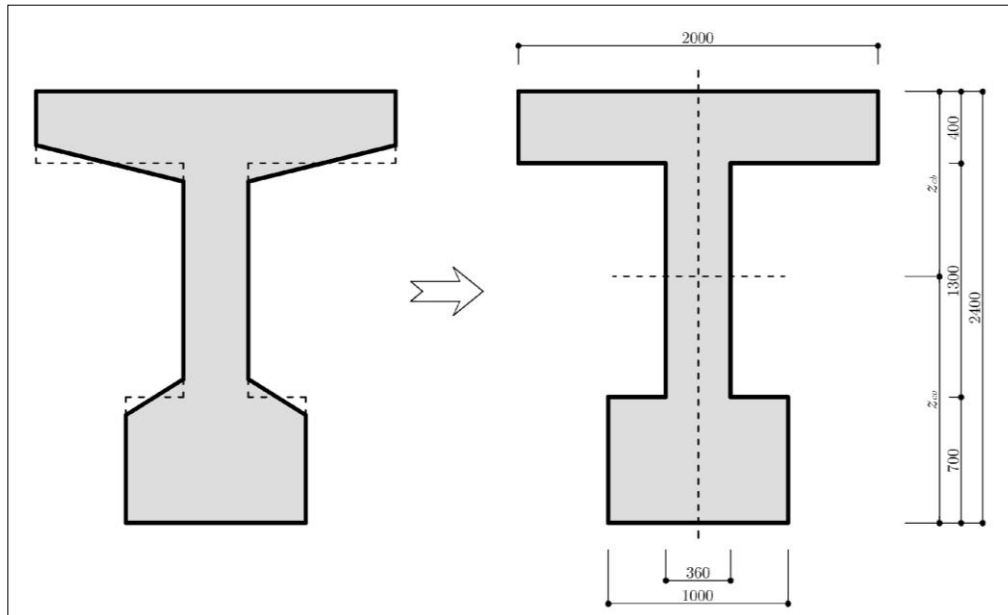
De keuze voor het type ligger en de onderlinge configuratie (zie afbeelding 12, volgende pagina) is geen ideale keuze. Het Torderend moment dat aanwezig is, kan veel beter worden opgevangen door bijvoorbeeld SKK liggers. Uit andere overwegingen is de keuze alsnog op de configuratie van afbeelding 12 gevallen.



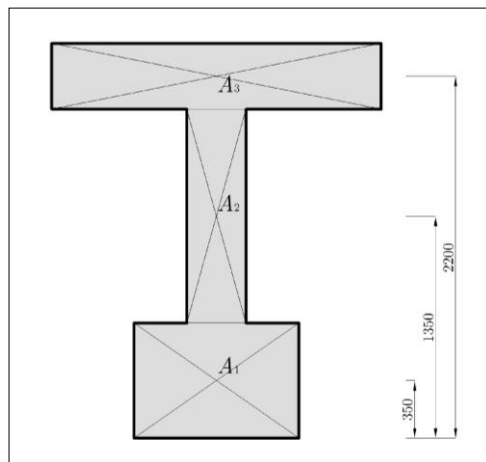
afbeelding 12. Ruimtelijke visualisatie van één viaduct segment, met reële verhoudingen

Dimensionering

Voor de dimensionering van de T-ligger kan de ontwerpregel worden toegepast waarbij bepaald is dat hoogte van de ligger varieert tussen $0.029L$ (bij toepassing I-balk) en $0.05L$ (bij een massieve doorsnede), of terwijl tussen 1710 mm en 3000 mm. Gekozen wordt voor een liggerhoogte van 2400 mm en een breedte van 2000 mm. De overige afmetingen ten aanzien van flenshoogte, lijfbreedte en voetbalk afmetingen worden gevonden door een bestaand voorbeeld te bekijken en naar eigen inzicht te dimensioneren. Of de getallen logisch zijn (zowel constructief als productietechnisch gezien) zal voor een deel blijken uit het vervolg van de ontwerpfase. Hoe dan ook heeft dit geleid tot een ontwerp van een dwarsdoorsnede (te zien in afbeelding 13, links) welke over de hele lengte L_s hetzelfde is *qua vorm*. Dit ontwerp wordt voor de handberekening iets aangepast (afbeelding 13, rechts) om de handberekeningen iets eenvoudiger te maken. Het oppervlak is na de aanpassing precies hetzelfde. De doorsnede-grootheden I_y en W_y zullen iets toenemen, doordat er na de aanpassing een kleine hoeveelheid aan materiaal naar buiten toe is verplaatst. Naar verwachting zal dit verschil echter niet significant zijn.



afbeelding 13. In de figuur links is de oorspronkelijke dwarsdoorsnede van de betonnen T-ligger weergegeven (nog zonder wapening en voorspanning) en rechts de vereenvoudigde doorsnede (leveren beiden praktisch dezelfde waarden op voor de doorsnedegrootheden).



afbeelding 14. Opdeling van A_b met bijbehorende waarden van z_C .

Bepaling doorsnedegrootheden

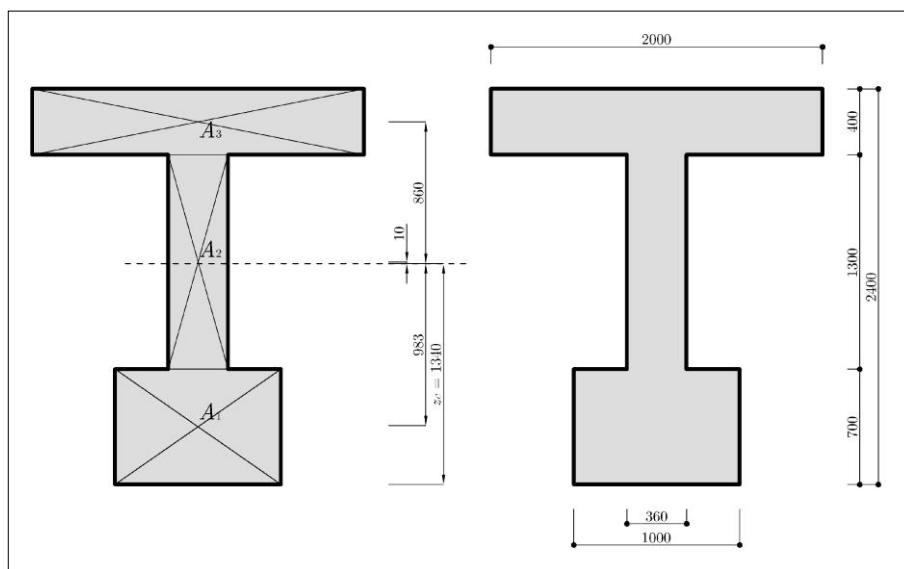
Voordat de hoeveelheid en de ligging van het voorspanstaal bepaald kan worden, dienen eerst de benodigde grootheden A_b , z_C , I_y , W_y en k bepaald te worden.

Gebruik makend van figuur 14 wordt het *betonoppervlak* A_b :

$$A_b = A_1 + A_2 + A_3 = (1000 \times 700) + (360 \times 1300) + (2000 \times 400) = 1968 \times 10^3 \text{ mm}^2 = 1.968 \text{ m}^2$$

De hoogte van de ligging van de *zwaartelij*n t.o.v. de onderrand (weergegeven in afbeelding 15) kan berekend worden via het statisch moment S_z :

$$z_C = \frac{S_z}{A_b} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{z}_{C;i} A_i}{A_b} = \frac{(350 \times 700000) + (1350 \times 468000) + (2200 \times 800000)}{1968 \times 10^3} = 1340 \text{ mm}$$



afbeelding 15. In de figuur links is de inmiddels bekende hoogte van de zwaartelij z_C getekend, tezamen met de afstanden tussen deze lijn en de drie opgedeelde oppervlaktes. Rechts is nogmaals de doorsnede met de bemaattingen gegeven

Met deze gegevens (zie afbeelding 18) kan het traagheidsmoment worden bepaald, middels:

$$I_y = \sum_{i=1}^n I_{y;\text{eigen};i} + I_{y;\text{steiner};i}$$

Hiertoe dienen eerst de afzonderlijke traagheidsmomenten bepaald te worden:

$$I_{y;A} = \frac{1}{12} \times 1000 \times 700^3 + 983^2 \times 1000 \times 700 = 7.0499 \times 10^{11} \text{ mm}^4$$

$$I_{y;B} = \frac{1}{12} \times 360 \times 1300^3 + 10^2 \times 360 \times 1300 = 0.6595 \times 10^{10} \text{ mm}^4$$

$$I_{y;C} = \frac{1}{12} \times 2000 \times 400^3 + 860^2 \times 2000 \times 400 = 6.0235 \times 10^{11} \text{ mm}^4$$

Tezamen geeft dit het *traagheidsmoment* van de ligger:

$$I_y = 1.3733 \times 10^{12} \text{ mm}^4 = 1.3733 \text{ m}^4.$$

Vervolgens kunnen het *weerstandsmoment* boven en onder de zwaartelij n bepaald worden:

$$W_b = \frac{I_y}{z_b} = \frac{I_y}{h - z_C} = \frac{1.3733 \times 10^{12}}{2400 - 1340} = 1.296 \times 10^9 \text{ mm}^3 = 1.296 \text{ m}^3$$

$$W_o = \frac{I_y}{z_o} = \frac{I_y}{z_C} = \frac{1.3733 \times 10^{12}}{1340} = 1.0249 \times 10^9 \text{ mm}^3 = 1.0249 \text{ m}^3$$

Voorspanning

Nu het oppervlak van de doorsnede van het beton bekend is, kan ook het eigen gewicht van de ligger per meter lengte worden bepaald. Hierbij wordt gemakshalve uitgegaan dat de kromming geen invloed heeft ten aanzien van een verschil tussen de hoeveelheid materiaal aan de binnenkant en de buitenkant van de ligger. De bepaling voor $q_{EG;d}$ en $q_{var;d}$ op de T-lijger, hebben grote invloed op de begrenzingen van de toelaatbare voorspanning. Deze wordt mede bepaald door het maximaal moment in de ligger ten gevolge van enerzijds $q_{EG;d}$ (het eigen gewicht) en anders door q_{EG+var} (het eigen gewicht en het verkeer samen). Deze worden:

$$q_{EG;d} = \gamma_{f;g} q_{eg;rep} = \gamma_{f;g} \gamma_b A_b = 1.2 \times 25 \times 1.968 = 59.04 \text{ kN/m'}$$

$$q_{EG+var;d} = q_{EG;d} + q_{var;d} = 75 + 59.04 = 134.04 \text{ kN/m'}$$

De bijborende maximale buigende momenten (halverwege de statisch bepaalde ligger) worden daarmee:

$$M_{EG;d} = \frac{1}{8} q_{EG;d} L_S^2 = \frac{1}{8} \times 59.04 \times 60^2 = 26.57 \text{ MNm}$$

$$M_{EG+var;d} = \frac{1}{8} q_{EG+var;d} L_S^2 = \frac{1}{8} \times 134.04 \times 60^2 = 60.32 \text{ MNm}$$

Verder worden de volgende waarden gehanteerd voor de sterkte-eigenschappen en vormen bij (voorspan-)staal en het toegepaste beton:

Staalsoort FeP1860 (kabeltype 6-7 of 6-12)

$$E_p = 200000 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{pu;rep} = 1860 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{pu} = 1690 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{pi} = 1350 \text{ N/mm}^2$$

$$\varnothing_{str} = 15.7 \text{ mm}$$

$$A_{p;str} = 150 \text{ mm}^2$$

Betonkwaliteit B45 (Milieuklasse 3)

$$E_b = 33500 \text{ N/mm}^2$$

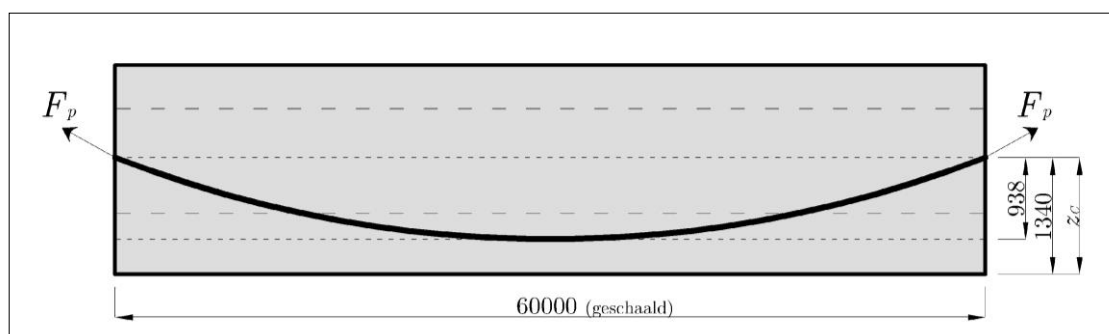
$$f'_b = 27 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{bi;u} = 20.25 \text{ N/mm}^2$$

$$\gamma_b = 25 \text{ kN/m}^3$$

Benodigde voorspanning

Voor de bepaling van de voorspanning en de ligging van de kabels is in eerste instantie een fictieve kabel ontworpen. Deze loopt met een parabool over de hele lengte L_s . Ter plaatse van het begin-en eindpunt van de ligger bevindt de kabel zich op dezelfde hoogte als het zwaartepunt van de ligger ($e_{p0} = 0$). Halverwege de ligger bevindt de kabel zich op 0.4 meter boven de onderrand (zoals afgebeeld in afbeelding 16).



afbeelding 16. Ligging van de acht voorspankabels in de maatgevende doorsneden

De ligging van het zwaartepunt van de kabels op $\xi = \frac{1}{2} L_s$ was bepaald op 0.4 m vanaf de onderrand. Zodoende wordt $f = e_p = z_c - z_p = 1.34 - 0.4 = 0.94 \text{ m}$.

De vergelijking voor de benodigde *werkvoorspankracht* (in het gebruiksstadium, dus invulling $M_{uitw} = M_{EG+var;d}$) is als volgt.

$$-\frac{F_{pw}}{A_b} - \frac{e_p F_{pw}}{W_o} + \frac{M_{uitw}}{W_o} \leq 0$$

Na het omgeschreven kan de F_{pw} worden berekend:

$$F_{pw} \geq \frac{M_{EG+var;d}}{W_o \left(A_b^{-1} + \frac{e_p}{W_o} \right)} = \frac{60.32 \times 10^6}{1.025 \left(1.968^{-1} + \frac{0.94}{1.025} \right)} = 41292 \text{ kN}$$

Om de grenswaarde van de *aanvangsspankracht* te berekenen dient de volgende vergelijking te worden ingevuld:

$$-\frac{F_{pi}}{A_b} - \frac{e_p F_{pi}}{W_o} + \frac{M_{uitw}}{W_o} \geq -\sigma'_{b;i} = -0.75 f'_{bk}$$

Hierin is F_{pi} de aanvangsspankracht (de spankracht van het staal wanneer het viaductsegment nog niet in gebruik is), welke wordt bepaald aan de hand van het moment dat ontstaat ten gevolge van de belasting door het eigen gewicht van de betonnen ligger.

De aanvangsspankracht wordt hiermee bepaald op:

$$F_{pi} \leq \left(\frac{M_{EG;d}}{W_o} + 0.75 f'_{bk} \right) \times \left(A_b^{-1} + \frac{e_p}{W_o} \right)^{-1}$$

$$F_{pi} \leq \left(\frac{26.57 \times 10^6}{1.025} + 33.75 \times 10^6 \right) \times \left(1.968^{-1} + \frac{0.94}{1.025} \right)^{-1} = 33788 \text{ kN}$$

Wanneer er aan de eis wordt voldaan dat bij uitsluitend het eigen gewicht geen trekspanning in de bovenvezel van de middendoorsnede optreedt, dient via de onderstaande vergelijking de *maximale aanvangsspankracht* bepaald te worden:

$$-\frac{F_{pi}}{A_b} + \frac{e_p F_{pi}}{W_b} - \frac{M_{uitw}}{W_b} \leq 0$$

Hieruit kan de onbekende F_{pi} bepaald worden:

$$F_{pi} \leq \frac{M_{EG;d}}{W_b \left(-A_b^{-1} + \frac{e_p}{W_b} \right)} = \frac{26.57 \times 10^6}{1.296 \left(-1.968^{-1} + \frac{0.94}{1.296} \right)} = 94232 \text{ kN}$$

De aanvullende eis resulteert in een maximale aanvangstrekkkracht van 94232 kN. De conclusies uit de bovenstaande vergelijkingen zijn dat $F_{pw} \geq 91756 \text{ kN}$ en $F_{pi} \leq 33788 \text{ kN}$. Met het gegeven dat door verliezen de F_{pw} op termijn nog maar 80% bedraagt van de aanvangsspankracht, wordt gevonden (zie volgende pagina):

$$F_{pi} = \frac{F_{pw}}{0.8} = \frac{41292}{0.8} = 51614 \text{ kN}$$

De begrenzingen worden dan:

$$51614 \text{ kN} \leq F_{pi} \leq 33788 \text{ kN}$$

Dit is een onvoldoende resultaat, daar er geen oplossing mogelijk is voor F_{pi} . De conclusie derhalve is dat deze ligger niet kan worden voorbespannen op de manier zoals was voorzien, zodanig dat de verkeersbelasting kan worden opgenomen. De liggerdimensies zijn onjuist gekozen. Als oplossing kan worden gekozen uit de volgende, meest voor de hand liggende oplossingen:

- Het vergroten van de liggerhoogte. Hierdoor worden het betonoppervlak en het weerstandsmoment vergroot. Beide factoren zullen gunstig werken, omdat de benodigde werkvoorspankracht kleiner zal worden.
- Het verbreden van het lijf van de ligger. Hierdoor zal vooral het betonoppervlak worden vergroot, dat evenzo bijdraagt aan een kleinere benodigde werkvoorspankracht.
- Verhogen betonkwaliteit. Door het verhogen van de betonkwaliteit kan er gerekend worden met een hogere druksterkte van het beton. Hierdoor zal de maximale aanvangsspanning eventueel verhoogd kunnen worden.

Dimensioneren voorspanning

Omdat er binnen de bepaalde grenzen geen voorspanning kon worden gedefinieerd (zie vorige paragraaf), maar er toch van een startmodel moet kunnen worden uitgegaan, wordt er verder gerekend met een voorspanning ter grootte van 33788 kN (als bovengrens van de aanvangsspankracht). Door het gebruik van staalkwaliteit FeB1860 is het minimaal benodigde oppervlak staal dat moet worden toegepast:

$$A_{p;ben} = \frac{33788 \times 10^3}{1350} = 21195 \text{ mm}^2$$

Om dit staaloppervlak te verkrijgen dient het aantal strengen, met een gegeven oppervlak A_p van 150 mm^2 , berekend te worden:

$$n_{str} = \frac{A_{p;ben}}{A_{p;str}} = \frac{21195}{150} = 141.3 \text{ (strengen)}$$

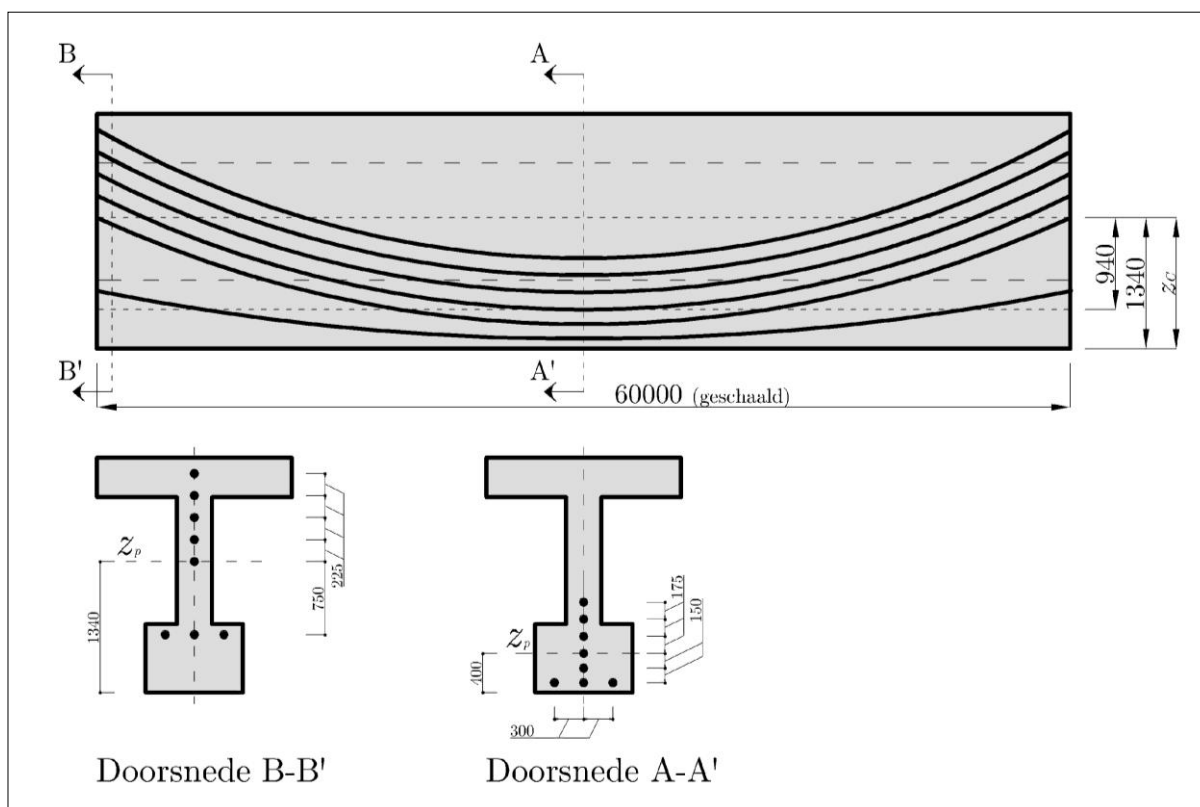
Afgerond maakt dat er 142 strengen nodig zijn. In dat geval bestaan er meerdere mogelijkheden wat betreft de samenstelling van de kabels. Bij toepassing van type 6-12, een kabel bestaande uit 19 strengen, zijn er $142/19$ kabels maakt afgerond acht kabels noodzakelijk maken. Dit betekent dat de doorsnede van een kabel een staaloppervlak ten grootte van $19 \times 150 = 2850 \text{ mm}^2$ heeft. In totaal worden dus 152 strengen gebruikt met een gezamenlijk doorsnede oppervlak van 22800 mm^2 . Nu de totale doorsnede van de kabels (= doorsnede fictieve kabel) bekend zijn, kunnen de uiteindelijke aanvangsspankracht en werkvoorspankracht bepaald worden:

$$F_{pi} = \sigma_{pi} A_p = 1350 \times 22800 = 35.78 \text{ MN} \quad \text{en} \quad F_{pw} = 0.8 F_{pi} = 28.62 \text{ MN}$$

De kabel, aangespannen met een kracht F_p , heeft in de betonnen ligger een drukkracht tot gevolg. Vanwege de boogwerking door de parabolische vorm van de kabel, zal er een inwendige, opwaartse, verdeelde belasting gaan werken. Deze belasting werkt loodrecht op de richting van de kabel. Zowel de trekkracht F_p als de inwendige, verdeelde belasting q_p kunnen in de matrix van de EEM of in het programma ESA PT worden ingevoerd om de voorspanning te modelleren.

Ligging voorspankabels

Voor de fictieve kabel geldt dat $f_{fictief} = e_{fictief} = 0.94 \text{ m}$. Halverwege de ligger moet de fictieve kabel en daarmee het zwaartepunt van de acht reële kabels op 0.4 meter vanaf de onderrand liggen. Uit de normen van NEN 6720 (TGB 1990 - Voorschriften Beton. Constructieve eisen en rekenmethoden) volgen voor nagerekt voorspanstaal de vrije ruimte tussen voorspanelementen onderling en tussen de voorspanelementen en buitenranden. Aan de hand van deze bepalingen zijn de configuraties vastgelegd volgens onderstaande afbeelding 17 (volgende pagina).



afbeelding 17. Ligging van de acht voorspankabels in de maatgevende doorsneden

Ter controle voor doorsnede A-A':

$$z_{fictief;A-A'} = \frac{\sum_{i=1}^{n=8} z_C - z_{p;i}}{n_p} = \frac{(3 \times 1.24) + 1.09 + 0.94 + 0.765 + 0.59 + 0.415}{8} = 0.94 \text{ m} \quad (= e_p)$$

Ter controle voor doorsnede B-B':

$$z_{fictief;B-B'} = \frac{\sum_{i=1}^{n=8} z_C - z_{p;i}}{n_p} = \frac{(3 \times 0.75) - 0.225 - 0.45 - 0.675 - 0.9}{8} = 0 \quad (= e_{p_0})$$

Omdat zowel de fictieve kabel als de acht afzonderlijke kabels allen een parabolisch verloop hebben, ligt het zwaartepunt van deze afzonderlijke kabels op een willekeurige positie x eveneens ter hoogte van de fictieve kabel. Verder blijft de positie op breedte van elke kabel over de hele lengte dezelfde.

Verhinderend uittrekking kabels

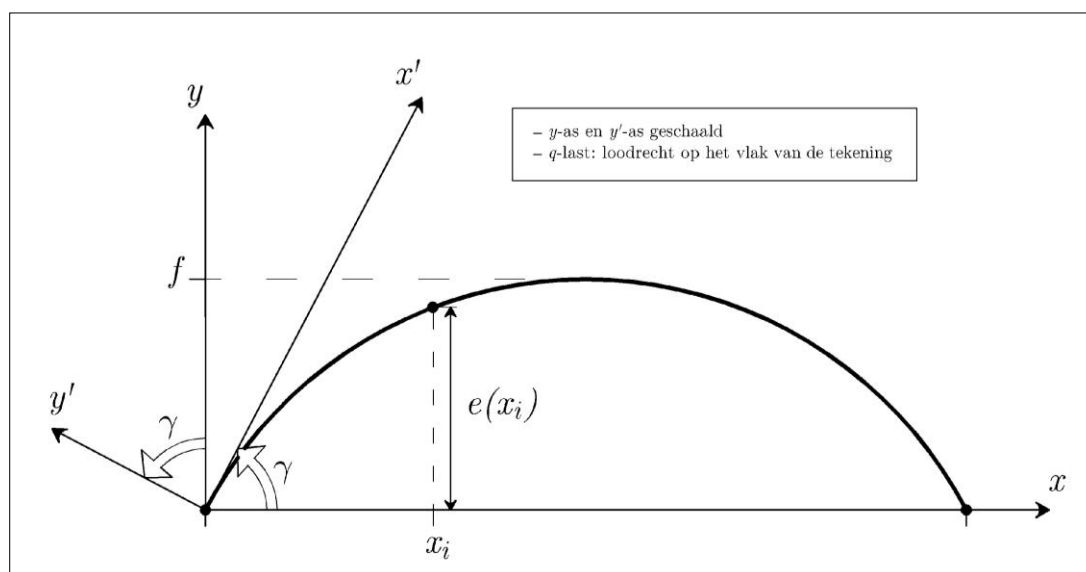
De liggers zijn gekromd en de voorspankabels volgende deze kromming. Omdat de kabels aan de twee uiteinden worden aangetrokken zullen deze de neiging hebben zich door de dekking van het beton aan de binnenzijde uit te willen trekken. Echter, de kabels hebben over de hele lengte van de ligger hun gezamenlijke zwaartepunt precies op het midden (van de liggerbreedte). Verder zijn de kabels lijnsymmetrisch geplaatst (de verticale lijn door het normaalkrachtencentrum) en volgen precies de kromming van de ligger. Deze horizontale kromming is constant over de lengte (zie afbeelding 17). De werklijn van de betondruk ligt eveneens overal op de hartlijn van de ligger. Omdat de werklijn van de betondrukkracht en die van de staaltrekkracht op dezelfde lijn liggen, ontstaat er een evenwicht en zal de wapening niet uitgetrokken worden, omdat dit door de ‘drukboog’ van het beton wordt verhinderd. Er dienen dus geen extra beugels te worden geplaatst om de voorspankabels horizontaal te fixeren.

Torsie in een enkele ligger

In dit hoofdstuk wordt voor belastingcombinatie I (tabel 2, pagina 20) onderzocht wat de effecten zijn voor de torsiemomenten, doorsnederotatie's en verplaatsingen van punten op de doorsnede. Daarmee wordt in dit hoofdstuk het hoofdonderdeel van het onderzoek beschreven.

Door de kromming in het viaduct zal er, naast een buigend moment M_B , ook een torderend moment M_T optreden. Doordat het viaduct vanaf de oplegging in de lengterichting steeds meer verwijderd raakt van de rechtstand, wordt er een pseudo-excentriciteit ontwikkeld met torsie als gevolg. Het torderend moment is lineair afhankelijk van deze excentriciteit e (zie afbeelding 18), welke op zijn beurt weer afhankelijk is van de locatie op de as van de ligger.

Verderop in dit hoofdstuk zal aantoonbaar worden gemaakt dat de totale torsie in de ligger, naast de excentriciteit e , ook bestaat uit een component van het buigend moment.



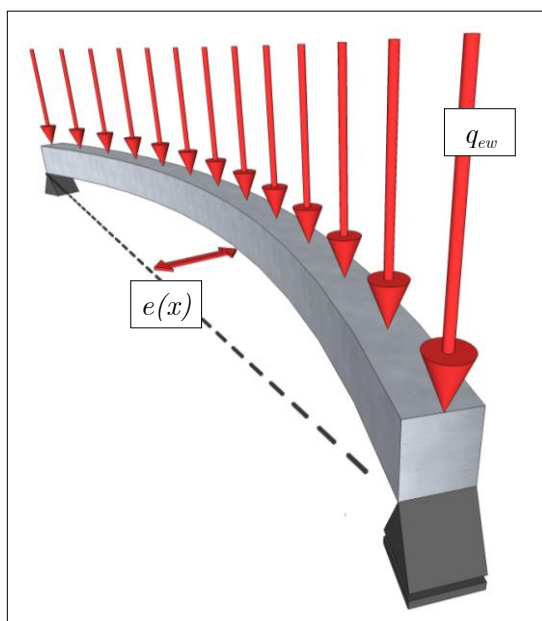
afbeelding 18. De excentriciteit als functie van x

Hier is de excentriciteit e gegeven door de formule die in hoofdstuk *Geometrisch ontwerp* reeds was afgeleid:

$$e(x) = R - \sqrt{R^2 - (x')^2}$$

Bijdrage excentriciteitsmoment

Het uitwendig torderend moment is het directe gevolg van de *excentrische* belasting. Deze verdeelde belasting bestaat in eerste instantie uit het eigen gewicht van de ligger zelf. In het gebruiksstadium komt hier nog een aandeel van de verkeersbelasting bij. In afbeelding 19 is ruimtelijk weergegeven dat het uitwendig torderend moment op een plek langs de streeplijn zich lineair verhoudt tot de excentriciteit op dat punt.



afbeelding 19.

Ruimtelijke, schematische voorstelling van de excentrische belasting op de ligger. De opleggingen moeten als gaffelopleggingen worden beschouwd, waarbij de ligger vrij kan roteren om de as die loodrecht staat op zijn eigen as.

Zodoende kan het torderend moment dat deze kracht veroorzaakt op dit punt worden benaderd middels:

$$\Delta M_T(x) = \Delta e(x) \Delta \xi_i q_{ew}$$

Hierin is $\Delta \xi_i$ de grootte van de liggerfractie (het weglengte verschil *langs* de ligger) op x_i , numeriek voor te stellen als:

$$\Delta \xi_i = \frac{1}{2} \xi_{i-1} + \frac{1}{2} \xi_{i+1}$$

Vanwege de grote boogstraal zal de weglengte langs de ligger-as bij benadering gelijk zijn aan de projectie van deze as op de x -as. Van dit gegeven wordt in dit hoofdstuk gebruik gemaakt. De functie $\Delta M_T(x)$ die is vastgesteld, biedt slechts antwoord op de vraag wat de invloed is van een *afzonderlijke* liggerfractie $\Delta \xi_i$ op de het torderend moment ter plaatse. Om uit te

vinden hoe de tordierende momentenlijn loopt, dienen eerst de tordierende momenten ter plaatse van de opleggingen p_A ($x = 0$) en p_B ($x = 59.98$) bepaald te worden. Dit geschied door de uitwendige torsie te berekenen op de helft van de liggerlengte. Vanwege de symmetrie kan vervolgens worden aangenomen dat dit moment ter plaatse voor de helft wordt opgenomen in de gaffelleegging van p_A en p_B . Hiervoor dient een functie te worden gezocht die de waarden van $\Delta M_T(x)$ voor $D_x = [0; 29.99]$ sommeert, tijdelijk $\Delta M_{T;tot}$ genoemd.

$$\Delta M_{T;tot} = q_{ew} \sum_{i=1}^n \Delta e(x_i) \Delta \xi_i$$

Dit kan worden omgeschreven als een integraal.

$$\Delta M_{T;tot} = q_{eg} \int_0^{x=\frac{1}{2}L_s} e(x) dx$$

Het uitwendig torsie moment om de x -as dat door de opleggingen wordt opgenomen kan gevonden worden door de voorgaande uitkomst door twee te delen, waardoor de volgende vergelijking ontstaat:

$$M_{T;x}(x_A) = M_{T;x}(x_B) = \frac{1}{2} q_{eg} \int_0^{x=\frac{1}{2}L_s} e(x) dx$$

De functie voor de excentriciteit $e(x)$ in deze integraal is te vinden door gebruik te maken van de vergelijking voor een cirkel ($x^2 + y^2 = R^2$) en een translatie van het middelpunt over (29.99; 749.4). Zodoende wordt de functie $e(x)$ verkregen:

$$e(x) = -749.4 + \sqrt{750^2 - (x - 29.99)^2}$$

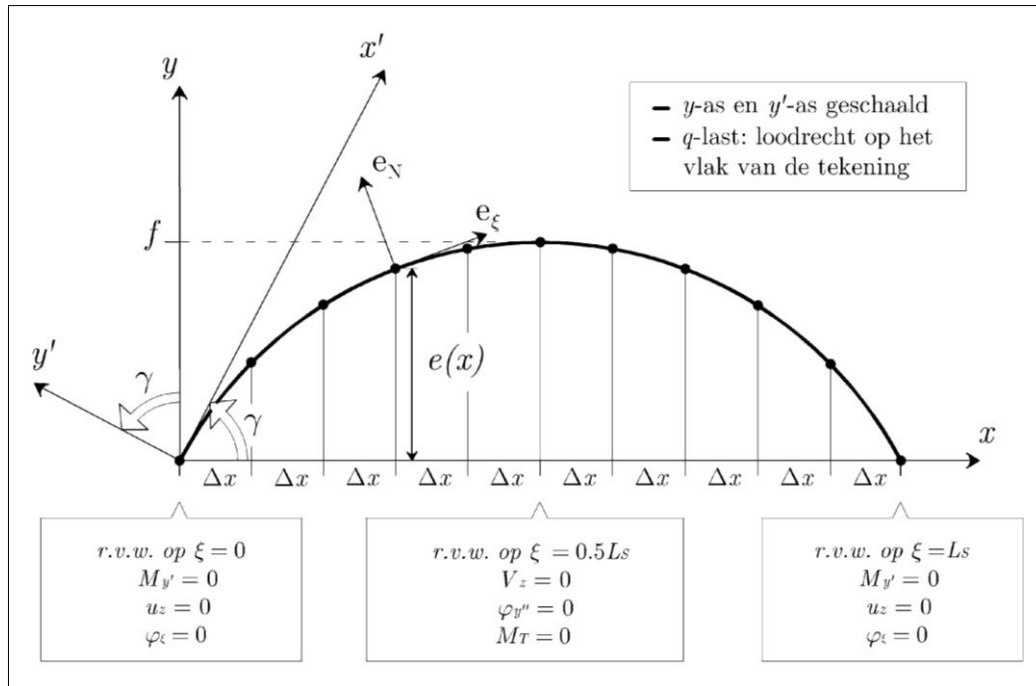
Na invoering van de bekende waarden en functie $e(x)$ geeft dit de uitkomst:

$$M_{T;x}(x_A) = \frac{1}{2} \times 59.04 \int_0^{59.98} -749.4 + \sqrt{750^2 - (x - 29.99)^2} dx$$

Als deze vergelijking wordt uitgewerkt worden de volgende (deel)oplegreactie's gevonden:

$$M_{T;x}(x_A) = M_{T;x}(x_B) = \frac{1}{2} \times 59.04 \times 24.00 = 708.48 \text{ kNm}$$

Omdat het hier niet gaat om een torsiemoment om de x -as maar om de ξ -as, ontstaat er een vectoriëel probleem en moet M_T worden ontbonden in componenten e_ξ en e_N . Op $\xi = 0$ is de richting van de e_ξ dezelfde als die van de y -as (afkomstig van het geroteerde x, y -assenstelsel). Hiertoe wordt gebruik gemaakt van afbeelding 20.



afbeelding 20

Hierin is γ de hoek waaronder de richtingsvector e_ξ is geroteerd ten opzichte van de x -as en e_ξ ten opzichte van de y -as. Deze hoek verandert dus bij verschillende posities op de x -as en is gekoppeld aan de excentriciteit ter plaatse middels de volgende differentiaalvergelijking:

$$\gamma(x) = \tan^{-1} \left\{ \frac{d}{dx} e(x) \right\}$$

Of terwijl:

$$\gamma(x) = \tan^{-1} \left\{ \frac{d}{dx} -749.4 + \sqrt{750^2 - (x - 29.99)^2} \right\} =$$

$$\gamma(x) = \tan^{-1} \left\{ \frac{-x + 29.99}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}} \right\} \quad \text{of terwijl:} \quad \gamma(x) = \tan^{-1} \left\{ \frac{-x + \frac{1}{2} L_{S;x}}{\sqrt{R_H^2 - (x - \frac{1}{2} L_{S;x})^2}} \right\}$$

Op $x = \xi = 0$ heeft e_ξ dezelfde richting als x' -as en heeft e_N dezelfde richting als de y' -as en is γ gelijk aan:

$$\gamma(0) = \tan^{-1} \left\{ \frac{-29.99}{\sqrt{562500 - 29.99^2}} \right\} = 2.29^\circ$$

Op $x = 0$ wordt de M_T om de x' -as en y' -as respectievelijk:

$$M_{T;x'}(0) = M_{T;x} \cos \gamma_0 = 708.48 \cos(2.29) = 707.91 \text{ kNm}$$

$$M_{T;y'}(0) = M_{T;x} \sin \gamma_0 = 708.48 \sin(2.29) = 28.31 \text{ kNm}$$

Hiermee is zijn de randvoorwaarden voor M_T op x_A en x_B bepaald. De torsie die de gaffel opneemt (rechtsonder de ξ -as) in punt A is tegengesteld aan het uitwendig torderend moment dat op de ligger werkt (linksonder de ξ -as). Van nu af wordt *rechtsonder* met “+” aangeduid en *linksonder* met “−” (bezien vanuit de oorsprong van het stelsel). De M_T in p_A en p_B is dus +707.91 kNm.

Bijdrage buigend moment

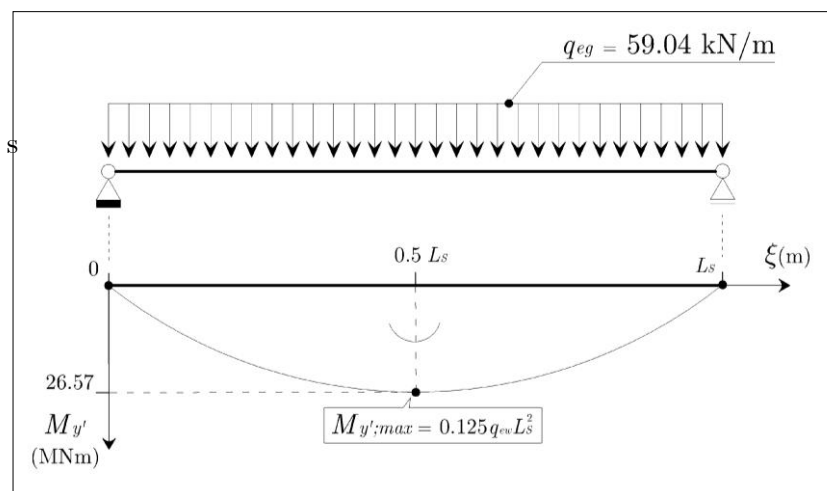
Het buigend moment kan door de statisch bepaaldheid van de ligger uit het evenwicht worden bepaald. Door modellering van een zuiver scharnier bij (opleg-)punten A en B zijn de randvoorwaarden respectievelijk $M_{\xi=0} = 0$ en $M_{\xi=L_S} = 0$. Voor $D_\xi = [0, 30]$ geldt dan:

$$M_{y'}(\xi) = \frac{1}{2} q_{eg} \xi \times \frac{1}{2} \xi \Rightarrow M_{y'}(\xi) = \frac{1}{4} q_{eg} \xi^2$$

En voor $D_\xi = [30, 60]$:

$$M_{y'}(\xi) = \frac{1}{2} q_{eg} (L_S - \xi) \times \frac{1}{2} (L_S - \xi) \Rightarrow M_{y'}(\xi) = \frac{1}{4} q_{eg} (60 - \xi)^2$$

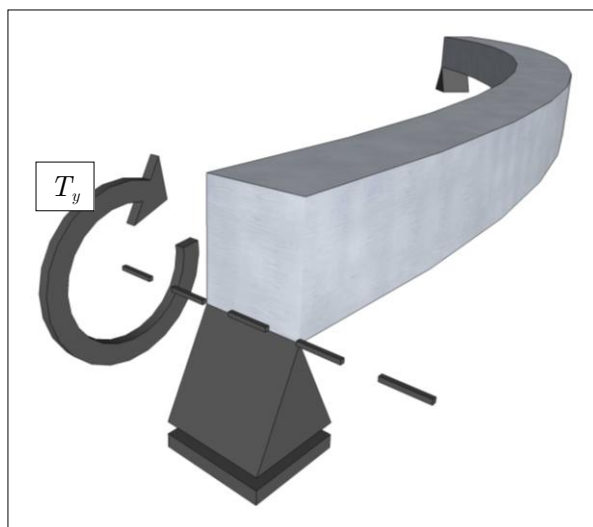
Zodoende wordt de onderstaande momentenlijn verkregen (afbeelding 21).



afbeelding 21

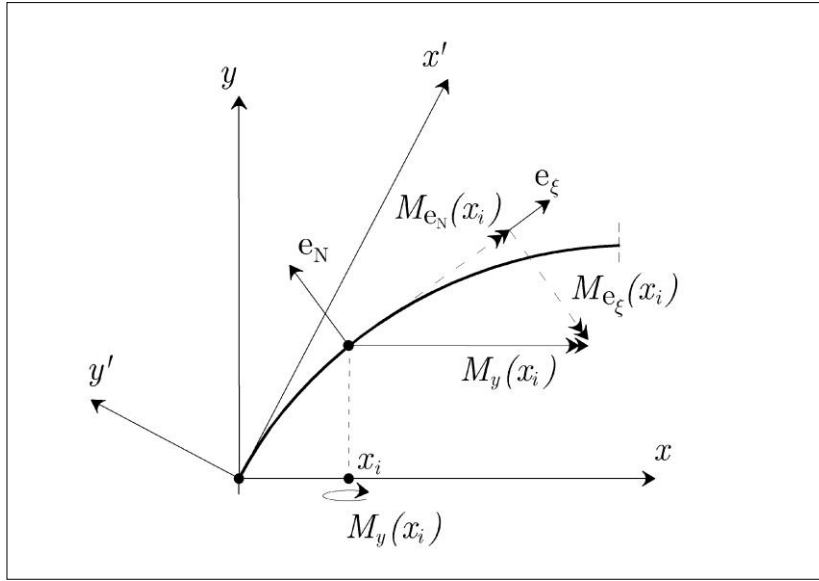
De momentenlijn van één segment L_S als gevolg van de verdeelde belasting voortgebracht door het eigen gewicht van de ligger.

Omdat de ligger horizontaal gekromd is, draagt het buigend moment op zichzelf ook bij aan de verwringing van de staaf. Als bewijs hiervoor wordt een in het horizontale vlak gekromde, onbelaste, gewichtloze staaf verondersteld. Deze is opgelegd op twee steunpunten (zie afbeelding 22). De opleggingen zijn zo gemaakt dat de staaf niet kan roteren om zijn eigen ξ -as (gaffeloplegging), maar wel om de y -as (loodrecht op de staaf; de bekende *scharnier*). Ter plaatse van één van de twee opleggingen wordt een momentenkoppel T_y geplaatst. Hierdoor wil de ligger naar beneden verbuigen. Vanwege de kromming is de lengte van de ligger aan de *binnenzijde* kleiner dan aan de *buitenzijde* (voor de hele viaductbreedte was al eerder berekend dat dit verschil ca. 1% bedraagt). Gaat men van binnen naar buiten, dan neemt de weglengte lineair toe over de breedte van de ligger. Hierdoor zal de ligger aan de binnenzijde anders vervormen dan aan de buitenzijde. Als gevolg hiervan roteert de doorsnede, in hoeveelheid afhankelijk van de beschouwde positie op de ligger. Omdat er een *verandering* van doorsnederotatie $\chi_\xi(\xi)$ optreedt, zal er als gevolg daarvan ook een torsiemoment ontstaan. Dit torsiemoment, als gevolg van uitsluitend het buigend moment, wordt van nu af aangeduid met $M_{T;\xi}$.



afbeelding 22. Ruimtelijke schematische weergave een horizontaal gekromde ligger met een momentenkoppel T_y ter plaatse van een der opleggingen.

Om wiskundig inzichtelijk te maken hoe het buigend moment kan worden ontbonden in twee componenten ($M_{T;e\xi}$ en de gevraagde $M_{T;\xi}$), is dit weergegeven in afbeelding 23 (zie volgende pagina) voor $M_{B;y}(x_i)$.



afbeelding 23. De ontbindingen in verschillende componenten van het buigend moment

Als eerste dient het buigend momentverloop $M_y(x)$ te worden bepaald. Door modellering van een zuiver scharnier bij (opleg-)punten A en B zijn de randvoorwaarden respectievelijk $M_{x=0} = 0$ en $M_{x=59.98} = 0$. Met een verdeelde belasting q_{eg} geldt voor $D_x = [0; 29.99]$:

$$M_y(x) = \frac{1}{2} q_{eg} x \times x \Rightarrow M_y(x) = \frac{1}{2} q_{eg} x^2$$

En voor $D_x = [29.99; 59.98]$:

$$M_y(x) = \frac{1}{2} q_{eg} (L_{S;x} - x) \times (L_{S;x} - x) \Rightarrow M_y(x) = \frac{1}{2} q_{eg} (59.98 - x)^2$$

Ook het buigend moment dient te worden opgesplitst in de componenten e_ξ en e_N middels respectievelijk:

$$M_{B;e_\xi}(\xi) = M_{B;y} \cos \gamma \quad \text{en} \quad M_{B;e_N}(\xi) = M_{B;y} \sin \gamma$$

In punten p_A en p_B geldt $M_{B;y} = 0$ dus zijn de componenten van $M_{B;y}$ om de virtuele assen e_ξ en e_N ook gelijk aan nul. Gesteld wordt nu dat er 10 keer een gelijke stap Δx wordt genomen. Op elk nieuw punt worden het buigend moment om e_N (de as loodrecht op het viaduct in het horizontale vlak) en het uitwendig torderend moment om e_ξ (de gekromde as van het viaduct zelf) berekend. Het verschil tussen de meetwaarden is de uiteindelijke inwendige M_W dat door de ligger wordt verwerkt. Of terwijl:

$$M_W(x) = M_{B;e_N}(x) - M_{T;e_\xi}(x)$$

Uitgeschreven, levert dit twee vergelijkingen op (één voor $D_x = [0; 29.99]$ en één voor $D_x = [29.99; 59.98]$), welke beiden in een stelsel zijn geplaatst (zie volgende pagina).

$$M_W(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} q_{eg} x^2 \sin \gamma(x) + M_{W_0} - q_{eg} \int_{x_0}^{x_i} e(x) dx & \text{voor } 0 \leq x \leq 29.99 \\ \frac{1}{2} q_{eg} (\frac{1}{2} L_{S;x} - x)^2 \sin \gamma(x) + q_{eg} \int_{x_5}^{x_i} e(x) dx & \text{voor } 29.99 < x \leq 59.98 \end{cases}$$

Waarin:

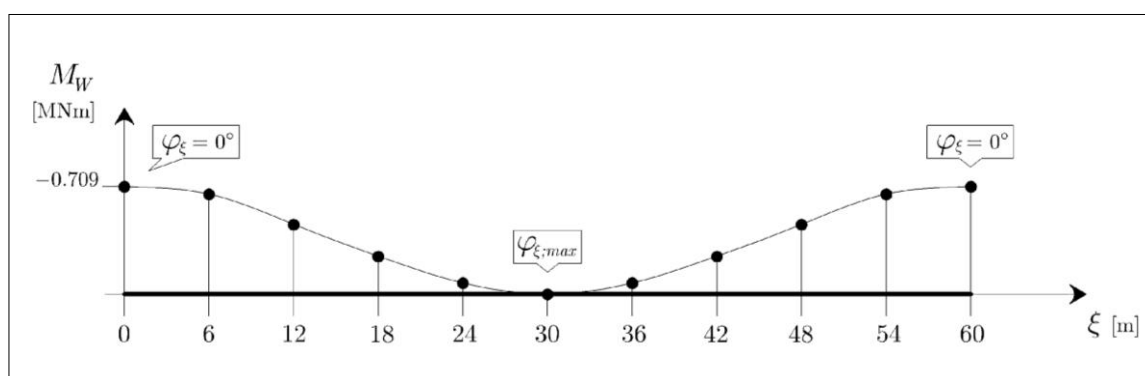
$$\gamma(x) = \tan^{-1} \left(\frac{-x + \frac{1}{2} L_{S;x}}{\sqrt{R^2 - (x - \frac{1}{2} L_{S;x})^2}} \right) \quad \text{en} \quad e(x) = -(R - f) + \sqrt{R^2 - (x - \frac{1}{2} L_{S;x})^2}$$

Zodoende kan de volgende tabel worden samengesteld:

		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x	[m]	0	6.00	12.00	17.99	23.99	29.99	35.99	41.99	47.98	53.98	59.98
Δx	[m]	-	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998
$\gamma(x)$	[°]	2.29	1.83	1.37	0.92	0.46	0	-0.46	-0.92	-1.37	-1.83	-2.29
$M_{B;x}(x)$	[MNm]	0	1.06	4.25	9.55	16.99	26.55	16.99	9.55	4.25	1.06	0
$M_{B;eN}(x)$	[MNm]	0	0.040	0.102	0.153	0.136	0	0.136	0.153	0.102	0.040	0
$M_{T;e\xi}(x)$	[MNm]	0.709	0.669	0.561	0.402	0.210	0	0.210	0.402	0.561	0.669	0.709
$M_W(x)$	[MNm]	-0.709	-0.659	-0.459	-0.249	-0.074	0	-0.074	-0.249	-0.459	-0.659	-0.709

tabel 3. De buigende en torderende momenten in de ligger

Uit tabel 3 is de onderstaande M_W -lijn vervaardigd (afbeelding 24).



afbeelding 24. De wringende momentenlijn over het liggersegment

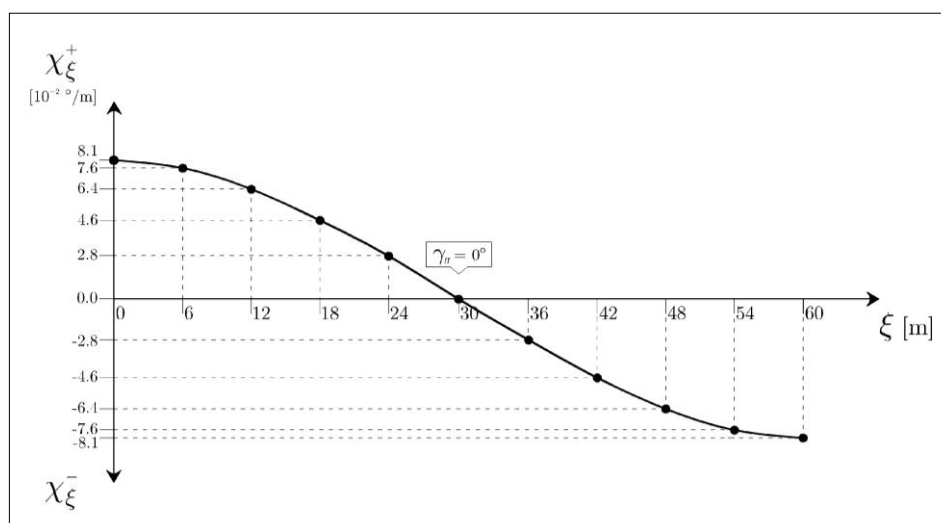
Verwringing

Nu het torsiemomenten verloop over de hele liggerlengte L_S bekend is, kan van daaruit de *verwringing* over L_S worden bepaald. Omdat de ligger voor zowel alle uitwendige als inwendige krachten te spiegelen is in punt $\xi = \frac{1}{2} L_S$, is het voldoende om slechts voor $D_x = [0; 29.99]$ een vergelijking op te stellen.

De constitutieve vergelijking voor het wringend moment M_W is gegeven door:

$$M_W = G_b I_T \chi_\xi \quad \text{met} \quad \chi_\xi = \frac{d\varphi_\xi}{dx}$$

Hierin is het product $G_b I_T$ de torsiestijfheid. De verwringing χ_ξ is hierin de verandering van de rotatie $d\varphi_\xi$ per lengte dx . De χ_ξ -lijn is aan de hand van deze constitutieve vergelijking weergegeven in onderstaande figuur. De gebruikte waarde voor de torsiestijfheid is $G_b I_T$ welke verderop in dit hoofdstuk berekend is (BIJLAGE 3).



afbeelding 25.
De verandering
van de doorsne-
derotatie per
lengte-eenheid.

De torsie (en daarmee ook de uiteindelijke, plaatselijke doorsnederotatie) wordt mede bepaald door een component van het buigend moment. Om die reden heeft eenzelfde component van de kromming een bijdrage op de doorsnederotatie (in het ‘meebewegende’ $e_\xi e_N$ -assenstelsel). De relaties, met betrekking tot de situatie van de gekromde ligger, zijn de volgende:

$$M_{e_N} = E_b I_y \kappa \sin \gamma \quad \text{met} \quad \kappa_{e_N} = \frac{d\varphi_{e_N}}{dx}$$

Het uitwendig torsiemoment als gevolg van uitsluitend de quasi-excentrische belasting was op de vorige pagina al opgenomen in de vergelijking:

$$M_{e_\epsilon}(x) = M_{W_0} - q_{eg} \int_{x_0}^{x_i} e(x) dx$$

Er wordt tijdelijk een onderscheid gehanteerd tussen de doorsnederotatie die het gevolg is van de uitwendige torsie als gevolg van $M_{e_\epsilon}(x)$ en de doorsnederotatie die slechts wordt beïnvloed door $M_{e_N}(x)$. Deze opgedeelde doorsnederotatie's worden aangegeven met respectievelijk χ_T en χ_M , tezamen χ vormend. Worden M_{e_N} en M_{e_ϵ} verrekend in M_W , dan wordt de totale verwringing χ als functie van x als volgt:

$$\chi = \frac{\frac{1}{2} q_{eg} x^2 \sin \gamma(x)}{E_b I_y} + \frac{M_{W_0} - q_{eg} \int_{x_0}^{x_i} e(x) dx}{G_b I_T}$$

Omdat χ slechts de *verandering* van de doorsnederotatie weergeeft, dient de integraal van χ genomen te worden over het traject tussen x_i en x_0 om de doorsnederotatie φ_{x_i} ter plaatse van x_i te weten te komen.

$$\varphi_{x_i} = \int_{x_0}^{x_i} \chi dx = \int_{x_0}^{x_i} \kappa \sin(\gamma) dx + \int_{x_0}^{x_i} \chi_T dx$$

Met de bekende κ en χ_T maakt dit:

$$\varphi_{x_i} = (E_b I_y)^{-1} \int_{x_0}^{x_i} \frac{1}{2} q_{eg} x^2 \sin \gamma(x) dx + (G_b I_T)^{-1} \int_{x_0}^{x_i} M_{W_0} dx - q_{eg} \int_{x_0}^{x_i} \int_{x_0}^{x_i} e(x) dx dx$$

Uitgesplitst in $\varphi_{M;x_i}$ en $\varphi_{T;x_i}$ waarbij de functies $\gamma(x)$ en $e(x)$ zijn ingevoerd (afgeleid in vorig hoofdstuk) levert dit onderstaande integralen op:

$$\varphi_{M;x_i} = \frac{q_{eg}}{2E_b I_y} \int_{x_0}^{x_i} x^2 \sin \tan^{-1} \left\{ \frac{-x + \frac{1}{2} L_{S;x}}{\sqrt{R^2 - (x - \frac{1}{2} L_{S;x})^2}} \right\} dx \quad \text{en}$$

$$\varphi_{T;x_i} = \frac{M_{W_0} x_i}{G_b I_T} - \frac{q_{eg}}{G_b I_T} \int_{x_0}^{x_i} \int_{x_0}^{x_i} -(R - f) + \sqrt{R^2 - (x - \frac{1}{2} L_{S;x})^2} dx dx$$

met getalswaarden: $q_{eg} = 59.04 \text{ kNm}^{-1}$, $E_b = 33500 \text{ Nmm}^{-2}$, $I_y = 1.3733 \text{ m}^4$, $L_{S;x} = 29.99 \text{ m}$, $R = 750 \text{ m}$, $f \cong 0.6 \text{ m}$, $M_{W_0} = 707.91 \text{ kNm}$. Verder is de wringstijfheid (in ongescheurde fase) het product van enerzijds het torsietraagheidsmoment, gegeven door:

$$I_T = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{3} b_i h_i^3 = \frac{1}{3} 1.0 \times 0.7^3 + 0.36 \times 1.3^3 + 2.0 \times 0.4^3 = 0.4206 \text{ m}^4$$

en anderzijds de glijdingsmodulus van beton (met dwarscontractiecoëfficiënt $\nu = 0.2$):

$$G_b = \frac{E_b}{2(1+\nu)} = \frac{33500}{2(1+0.2)} = 13958 \text{ Nmm}^{-2}$$

Zodoende wordt de wringstijfheid $G_b I_T = 5.87 \text{ GNm}^2$.

Het uitwerken van de integralen van de vergelijkingen $\varphi_{M;x_i}$ en $\varphi_{T;x_i}$ is tamelijk bewerkelijk en is daarom geschied middels het rekenprogramma *Maple*. De uitkomst van beide vergelijking is opgenomen in bijlage X. Door beide uitkomsten te sommeren, is nu op elk punt x_i te berekenen wat de doorsnederotatie φ_{x_i} is ten opzicht van het horizontale vlak. Verder was gegeven dat door de gaffeloplegging de doorsnederotatie op $x = 0$ en $x = L_{S;x}$ gelijk was aan nul:

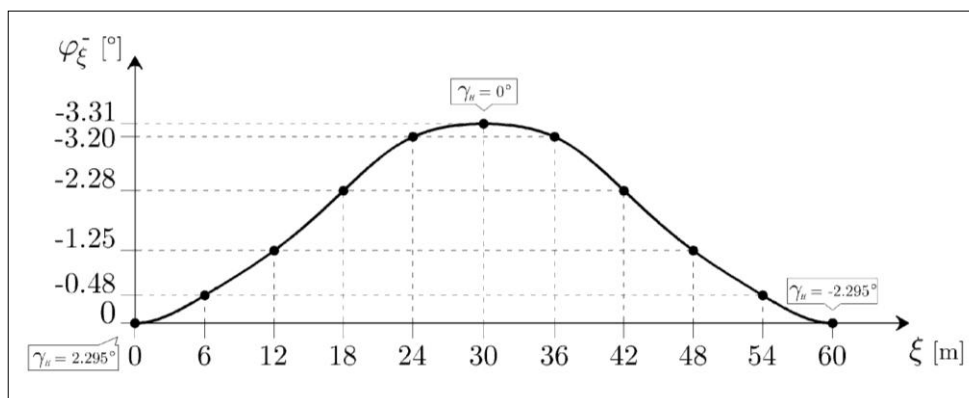
$$\varphi_\xi(0) = 0 \quad \text{en} \quad \varphi_\xi(L_{S;x}) = 0$$

Vervolgens tabel 3 worden samengesteld waarin wederom op 11 punten (met onderlinge afstand $\Delta x = 5.998 \text{ m}$) de doorsnederotatie is weergegeven (BIJLAGE 4).

		x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x	[m]	0	6.00	12.00	17.99	23.99	29.99	35.99	41.99	47.98	53.98	59.98
Δx	[m]	-	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998	5.998
$\chi_\xi(x)$	[°/m]	0.081	0.076	0.064	0.046	0.028	0	-0.028	-0.046	-0.064	-0.076	-0.081
$\varphi_\xi(x)$	[°]	0	0.484	1.253	2.280	3.201	3.310	3.201	2.280	1.253	0.484	0

tabel 4. De doorsnederotatie ten opzichte van de horizontaal en de verandering per lengte-eenheid

Om de resultaten van de berekeningen uit tabel 4 te verduidelijken is hieronder de grafiek afgebeeld (afbeelding 26) waarin de verwringing is uitgezet over de ξ -as.



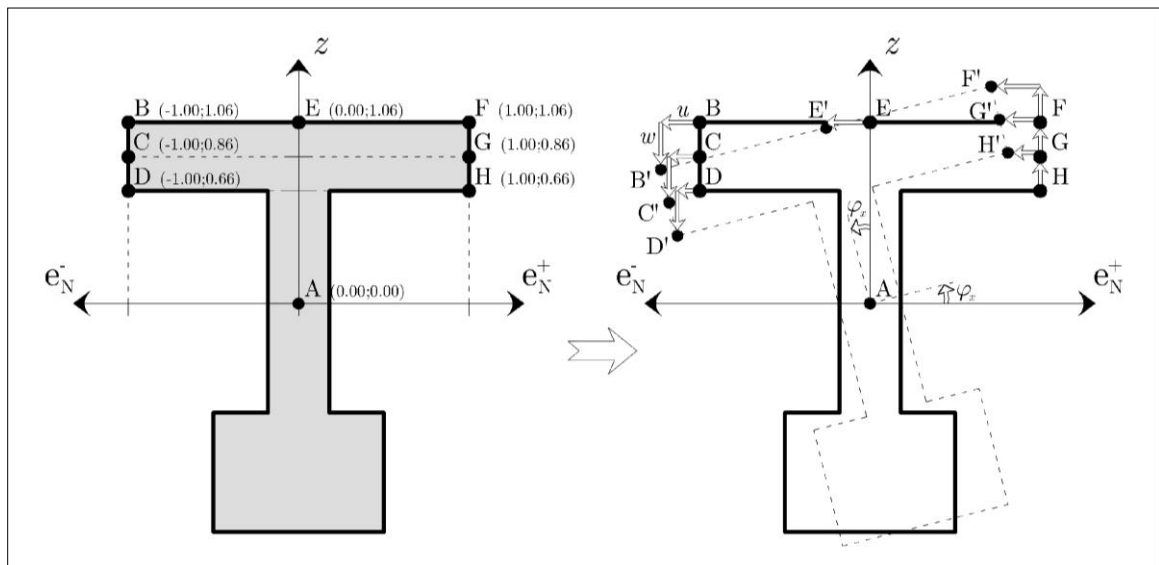
afbeelding 26.
De doorsnederotatie ten opzichte van het horizontale vlak.

Welvingverplaatsingen

Op elke coördinaat van het referentie assenstelsel (xy) is nu bekend wat de doorsnederotatie ter plaatse is. Als gevolg van deze verwringing zullen punten over de doorsnede van de ligger gaan verplaatsen. Indien de vereenvoudigde aanname wordt gedaan dat er door de verwringing geen verplaatsingen optreden ten gevolge van *rek* in de doorsnede, kunnen de volgende (algemene) relaties tussen doorsnederotatie en verplaatsing worden vastgesteld:

$$u_y = -z\varphi_x \quad \text{en} \quad u_z = y\varphi_x$$

In werkelijkheid spelen nog veel meer krachten dan alleen wringing een rol en is de oplossing van *De Saint Venant* – waarbij bij zuivere wringing de vorm van de doorsnede niet verandert door deformaties – niet geldig. Om voor de handberekeningen de situatie niet te complex te maken, wordt De Saint Venant toch als ‘toepasbaar’ beschouwd. De verplaatsingen van enkele bepalende punten op de doorsnede als gevolg van *uitsluitend* de doorsnederotatie φ_x zijn kwantitatief weergegeven in afbeelding 27.



afbeelding 27. De verplaatsingen van enkele punten op de doorsnede als gevolg van de gedwongen rotatie

In bovenstaande afbeelding zijn de verplaatsingen in het locale assenstelsel (met de oorsprong op het N.C., coördinaat $O(-\frac{1}{2}B_S; -(H_S - z_C))$ t.o.v. punt B). De verplaatsing u is de verplaatsing langs de as loodrecht op de z -as en ξ -as. Deze as wordt aangeduid met y'' -as met de verplaatsing daarlangs als $u_{y''}$. De verplaatsing w is die langs de z -as, aangeduid met u_z . De verplaatsingen per punt p op het oppervlak van de doorsnede is te bepalen volgens:

$$u_{y''}(x_i) = z_p \int_0^{x_i} \chi_\xi(x) dx = z_p \varphi_\xi(x) \quad \text{en} \quad u_z(x_i) = y_p'' \int_0^{x_i} \chi_\xi(x) dx = y_p'' \varphi_\xi(x)$$

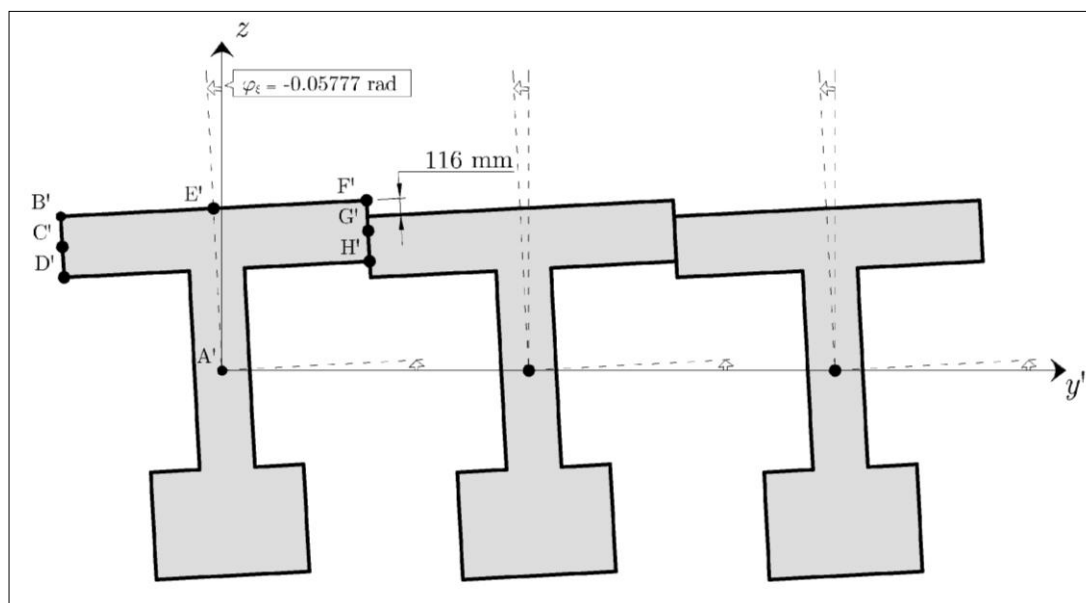
Hierin geldt: $0 \leq x_i \leq \frac{1}{2} L_S$ en zijn χ_ξ en φ_ξ in respectievelijk in rad/m en rad.

De positie waar de doorsnederotatie het grootst is, is $x = \frac{1}{2} L_S$. Gezien de evenredige verhouding tussen enerzijds de doorsnederotatie en anderzijds de welvingverplaatsingen u_N en u_ξ , is dat de positie waar de verwringing de grootste rol speelt ten aanzien van deze verplaatsingen. Voor positie $x = \frac{1}{2} L_S = 29.99$ m is tabel 5 samengesteld waarin de verplaatsingen ingevuld voor de punten A t/m H. Ter plaatse, in het gegeven assenstelsel is $\varphi_\xi(29.99) = -3.310^\circ = -0.05777$ rad. Verder zijn de *nieuwe* posities van A t/m H (dat wil zeggen: A' t/m H') op de y'' -as en z -as aangeduid met respectievelijk Y'' en Z .

		A	B	C	D	E	F	G	H
y''	[m]	0.0000	-1.0000	-1.0000	-1.0000	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000
z	[m]	0.0000	1.0600	0.8600	0.6600	1.0600	1.0600	0.8600	0.6600
$u_{y''}$	[m]	0.0000	-0.0612	-0.0497	-0.0381	-0.0612	-0.0612	-0.0497	-0.0381
u_z	[m]	0.0000	-0.0578	-0.0578	-0.0578	0.0000	0.0578	0.0578	0.0578
Y''	[m]	0.0000	-1.0612	-1.0497	-1.0381	-0.0612	0.9388	0.9503	0.9619
Z	[m]	0.0000	1.0022	0.8022	0.6022	1.0600	1.1178	0.9178	0.7178

tabel 5. De verplaatsingen van enkele punten op de doorsnede op de helft van de liggerlengte

De gevolgen van deze verplaatsingen zijn uitgebeeld in afbeelding 28 (volgende pagina). Hierin is de situatie weergegeven waarin enkele liggers tijdens de bouwphase naast elkaar zijn geplaatst. De afbeelding toont de ligging van de doorsneden en hun rotaties op $x = \frac{1}{2} L_S = 29.99$ m.



afbeelding 28. Het gevolg van de doorsnederotatie op de ligging van de onderling

Cruciaal in deze, is de verplaatsing van punt F van ligger 1 (de meest links gelegen) en punt B van ligger 2 (daarnaast). Het afstand tussen deze punten is gelijk aan:

$$\Delta s = \sqrt{(u_{y_{B'}}'' - u_{y_{F'}}'')^2 + (u_{z_{B'}}'' - u_{z_{F'}}'')^2} \cong 2u_{z_B} = 2 \times 0.0578 = 0.116 \text{ m} = 116 \text{ mm}$$

Deze geometrische configuratie zou een onwerkbaar situatie betekenen met betrekking tot de praktische kant van bovenbouwconstructie. Indien de situatie van vlak na het opleggen van de zes liggers (zoals op afbeeldingen 12 en 28) gehandhaafd zou blijven, zou er als eerste laag op de liggers een overgangsconstructie moeten worden geplaatst. Deze zou dan een *egaliserende* werking hebben, ten behoeve van de bovenbouw. Nog afgezien van het feit dat dit verre van een logische oplossing is, zal dit een aantal nadelige consequenties hebben. Omdat bij deze opstelling de liggers geen enkel onderlinge samenhang hebben, kunnen de liggers zijdelings van elkaar bewegen. Hierdoor ontstaan er (veels te) grote trekspanningen in de bovenbouw met scheurvorming tot gevolg. Ook zullen de liggers, als gevolg van onregelmatige verkeersbelastingen over de breedte van het viaduct, een ongelijke zakking hebben. Hierdoor ontstaan er momenten in de bovenbouwconstructie, die evenzo te grote spanningen en dus ook scheurvorming tot gevolg hebben.

Afschuiving

Behalve vervormingen door buiging en wringing, zal er ook een vervorming optreden door de aanwezige dwarskracht. Dit zal tot uiting komen in de vorm van afschuiving. Om te zorgen dat de ligger voldoende dwarskrachtcapaciteit heeft, dienen voorzieningen te worden getroffen in de vorm van beugels. Voor de bepaling wordt uitgegaan van de eerder genoemde materiaalkwaliteiten (voor het beton B45 en voor het wapeningsstaal FeB500).

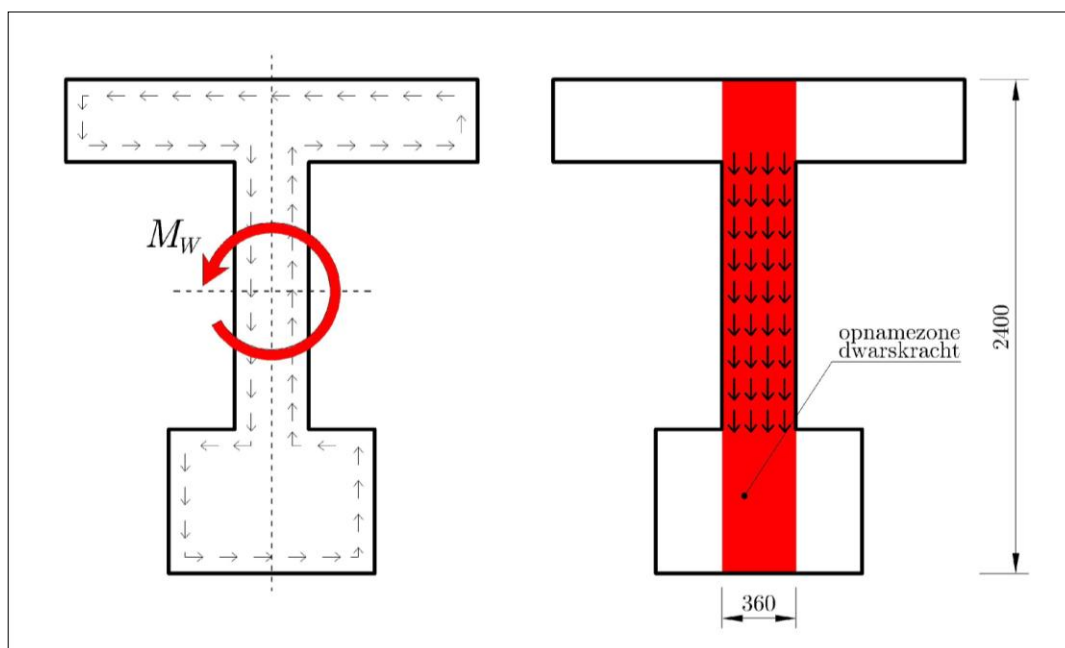
Allereerst dient de maatgevende plaats te worden bepaald waar de dwarskracht het grootst is. Het verloop hiervan is afhankelijk van zowel de torsie als van de q -last. Omdat de ligger statisch bepaald is, zal de dwarskracht $V_{z;d}$ lineair verlopen over de lengte en zal het grootst zijn ter plaatse van de opleggingen:

$$V_{z;d} \Big|_{x=0=L_S} = \frac{1}{2} q_{EG;d} L_S = \frac{1}{2} \times 59.04 \times 60 = 1.77 \text{ MN}$$

De dwarskracht die veroorzaakt wordt door de torsie, heeft een lineaire relatie heeft tot het torsiemoment. Vanwege de gaffeloplegging (in de beschouwde toestand) is dit moment eveneens het grootste ter plaatse van de opleggingen.

schuifspanning

Voor de controle van de doorsnede wat betreft de opneembare schuifspanning, wordt gekeken naar de schuifspanning in het lijf. Er wordt hier bij aangenomen dat de schuifspanning als gevolg van de dwarskracht volledig wordt opgenomen door het lijf dat wordt verlengd tot boven en tot beneden (zie afbeelding 29, volgende pagina). Deze aanname is in ieder geval *veilig*, aangezien in werkelijkheid het gebied dat deze dwarskracht opneemt iets groter zal zijn (lichtjes uitwaaien over de flenzen, dus niet alleen in de rode zone).



afbeelding 29. de schuifspanningsverlopen t.g.v. torsie (links) en t.g.v. dwarskracht (rechts)

Zo is het oppervlak van de dwarsdoorsnede dat de dwarskracht opvangt gegeven door

$$A_{dk} = b_{lijf} \times \{h_{lijf} + (H_{ligger} - h_{lijf})\} = 0.36 \times (1.30 + 1.10) = 0.87 \text{ m}^2$$

Zodoende wordt de schuifspanning te gevolg van de dwarskracht:

$$\tau_{dV} = \frac{V_d}{A_{dk}} = \frac{1.77 \times 10^6}{0.87 \times 10^6} = 2.03 \text{ N/mm}^2$$

Dit is groter dan de grenswaarde van de schuifspanning zonder dwarskrachtwapening:

$$\tau_{1V} = 0.4f_b = 0.4 \times 1.65 = 0.66 \text{ N/mm}^2$$

En dit is kleiner dan de grenswaarde van de schuifspanning met dwarskrachtwapening:

$$\tau_{2V} = 0.2f'_b = 0.2 \times 27 = 5.40 \text{ N/mm}^2$$

De schuifspanning ten gevolge van de wringing is gegeven door:

$$\tau_{dT} = \frac{\alpha_t T_d}{W_t}$$

Hierin is α het deel van de het torderend moment T_d dat door het lijf wordt opgenomen. Omdat dit (nochtans) moeilijk in te schatten is, is gekozen voor de veilige waarde $\alpha_t = 1$.

Het tordrend moment in de ligger op $x = 0$ is:

$$T_d = M_W|_{x=0} = 0.709 \text{ MNm} = 7.09 \times 10^8 \text{ Nmm}$$

Verder is W_t het weerstandsmoment van het gebied (het lijf) waar de controle op wordt uitgevoerd:

$$W_t = \frac{\frac{1}{3} b^2 h}{1 + 0.6 \frac{b}{h}} = \frac{\frac{1}{3} \times 360^2 \times 1300}{1 + 0.6 \times 360/1300} = 48.16 \times 10^7 \text{ mm}^3$$

Zodoende wordt de rekenwaarde van de torderende schuifspanning:

$$\tau_{dT} = \frac{7.09 \times 10^8}{4.82 \times 10^6} = 1.47 \text{ N/mm}^2$$

Dit is groter dan de grenswaarde van de schuifspanning zonder dwarskrachtwapening:

$$\tau_{1T} = 0.3 f_b = 0.3 \times 1.65 = 0.50 \text{ N/mm}^2$$

En dit is kleiner dan de grenswaarde van de schuifspanning met dwarskrachtwapening:

$$\tau_{2T} = 0.2 f'_b = 0.2 \times 27 = 5.40 \text{ N/mm}^2$$

De gevonden waarden worden als combinatie van schuifspanningen getoetst middens de volgende vergelijking:

$$\frac{\tau_{dT}}{\tau_{1T}} + \frac{\tau_{dV}}{\tau_{1V}} \leq 1$$

Invullen van de berekende getalswaarden maakt:

$$\frac{1.47}{0.50} + \frac{2.03}{0.66} = 6.02 > 1$$

Hieruit volgt de conclusie dat er wapening benodigd is. Verder dient de schuifspanning ten gevolge van de wringing nog apart getoetst te worden middels de vergelijking (op de volgende pagina):

$$\frac{\tau_{dT;max}}{\tau_{1T}} \leq 1 \Rightarrow \frac{1.47}{0.50} = 2.94 > 1$$

Er is dus wringwapening nodig. Ten slotte moeten de optredende schuifspanning ten gevolge van de dwarskracht en de torsie tezamen kleiner zijn dan de grenswaarde van de schuifspanning met dwarskrachtwapening τ_2 ($= \tau_{2V}$ c.q. τ_{2T}):

$$\tau_{dV} + \tau_{dT} = 2.03 + 1.47 = 3.50 \text{ N/mm}^2 \leq \tau_2 = 5.40 \text{ N/mm}^2$$

Wapening

De benodigde hoeveelheid wapeningsstaal tengevolge van de dwarskracht is te berekenen middels:

$$A_{s;beugels} = \frac{bx(\tau_{dV} - \tau_{1V})}{zf_s} = \frac{360 \times 1000 \times (2.03 - 0.66)}{0.9 \times 435} = 1260 \text{ mm}^2/\text{m} \text{ (dubbelsnedig)}$$

Tengevolge van de wringing is de benodigde hoeveelheid wapeningsstaal per meter balklengte te berekenen middels:

$$A_{s;beugels;meter} = \frac{x}{s_{max}} A_{s;beugels} = \frac{xT_d}{2b_1h_1f_s}$$

Hierin is:

$$b_1 = b - 2c - \varnothing_{beugel} = 360 - 2 \times 25 - 10 = 300 \text{ mm}$$

$$h_1 = h - 2c - \varnothing_{beugel} = 2400 - 2 \times 25 - 10 = 2340 \text{ mm}$$

Hierbij is de voorlopige aanname gedaan dat de beugels een diameter hebben van 10 mm, hetgeen neerkomt op een doorsnedenoppervlak van een beugel van: $\pi \times (0.5 \times 10)^2 \approx 80 \text{ mm}^2$. Zodoende wordt de hoeveelheid wapeningsstaal per meter balklengte:

$$A_{s;beugels;meter} = \frac{1000 \times 7.09 \times 10^8}{2 \times 300 \times 2340 \times 435} = 1161 \text{ mm}^2 / \text{m} \text{ (enkelsnedig)}$$

Voor de combinatie van de dwarskracht en de wringing is in totaal de volgende hoeveelheid wapeningsstaal nodig:

$$A_{s;beugels;totaal} = A_{s;beugels;V} + A_{s;beugels;T} = 630 + 1161 = 1791 \text{ mm}^2/\text{m} \text{ (enkelsnedig)}$$

De langswapening wordt gegeven door de volgende formule vergelijking (op de volgende pagina):

$$A_{s;langs} = \frac{(b_1 + h_1)}{b_1h_1} \times \frac{T_d}{f_s} = \frac{(300 + 2340)}{300 \times 2340} \times \frac{7.09 \times 10^8}{435} = 6129 \text{ mm}^2$$

Dit wordt voor de zijvlakken:

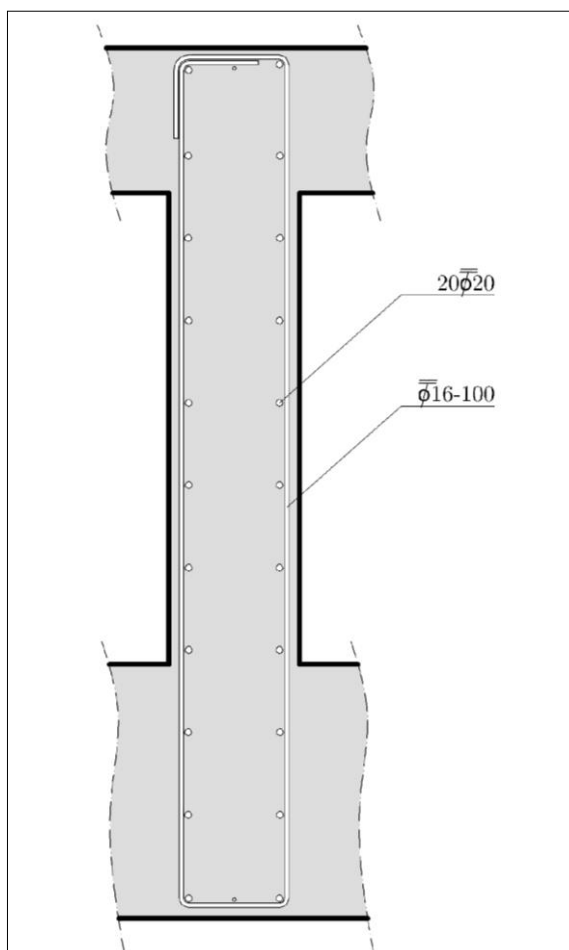
$$A_{s;langs;zijvlak} = \frac{h}{2(b+h)} \times A_{s;langs} = \frac{2400}{2(360 + 2400)} \times 6129 = 2665 \text{ mm}^2 \text{ (per vlak)}$$

En voor het boven-en ondervlak:

$$A_{s;lang;boven-/ondervlak} = \frac{b}{2(b+h)} \times A_{s;lang} = \frac{360}{2(360+2400)} \times 6129 = 400 \text{ mm}^2 \text{ (per vlak)}$$

De benodigde gegevens om de wapening te bepalen zijn bekend. Het totale doorsnedeoppervlak van de beugels per m' bedroeg 1791 mm². Hieraan voldoet Ø16 – 100 (maakt 2011 mm²). De langswapening in het onder-en bovenvlak bedroeg 400 mm². Deze wapening moet toegevoegd aan de *momentwapening* (welke buitenbeschouwing is gelaten). Vooralsnog wordt gesteld dat deze 400 mm² moet zijn, wat bereikt wordt middels 2Ø20. De langswapening in de zijvlakken bedroeg 2665 mm². Hieraan voldoet 10Ø20 per zijvlak (maakt 3142 mm²).

Uit deze gegevens kan afbeelding 30 worden getekend. Hierin is alleen de wapening die ingetekend dat benodigd is voor het *lijf*. Daarbij komt dat nog dat de wapeningsoppervlak is gebaseerd op als resultaat van de toetsing op dwarskracht en torsie. De wapening voor het buigend moment moet hier nog bij worden opgeteld, hetgeen waarschijnlijk een andere configuratie en doorsnedebeplanning van de kabels en beugels zou opleveren.



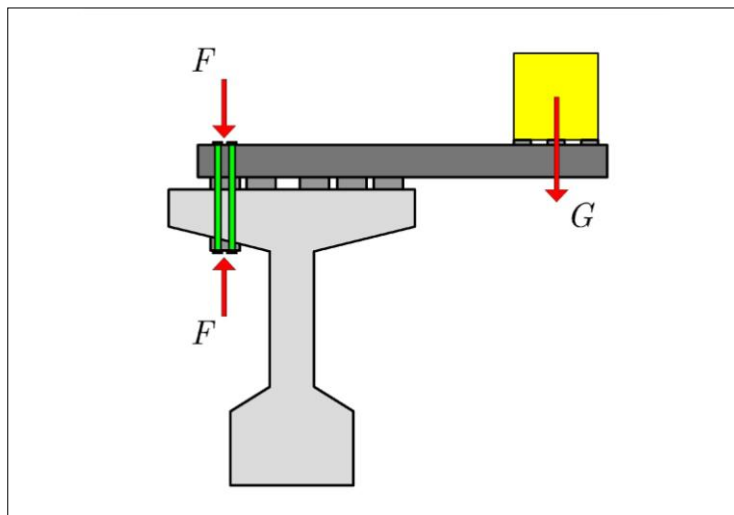
afbeelding 30. De wapening t.b.v. dwarskracht en torsie

Uitvoeringstechniek dwarsvoorspanning

Als gevolg van de initiële welving is er een uitvoeringsprobleem ontstaan. De zijden van de T-liggers bevinden zich, als gevolg van deze welving, na plaatsing niet meer op dezelfde hoogte. De dwarsvoorspanning kan hierdoor nog niet worden aangebracht. Dit kan pas zodra deze liggers eerst een regelmatige onderlinge samenhang hebben over de breedte hebben. Wanneer dit het geval is, kan de voorspanning worden aangebracht. Deze zal een drukkracht veroorzaken waardoor de liggers tegen elkaar worden geklemd. Maar belangrijker in dit verband is dat deze dwarsvoorspanning er voor zorgt dat aan de aansluitvoorwaarden wordt voldaan dat de liggers aan de linker-en rechter flens op dezelfde hoogte doorlopen. Om dit te verwezenlijken zijn enkele oplossingen beschreven, waarna een advies wordt uitgebracht voor de daadwerkelijk toe te passen uitvoeringstechniek.

Methode I: Contragewicht

De eerste oplossing is het plaatsen van een excentrisch belasting over de hele lengte van de ligger, welke een torsiemoment opwekt die tegengesteld is aan het totale, initiële torsiemoment. Hierdoor kent de ligger op elke punt een netto dwarsrotatie ter grootte van 0. Dit is *schematisch* weergegeven in afbeelding 31.



afbeelding 31. Het krachtenkoppel dat de tegengestelde hoekverdraaiing tot stand brengt

Omdat elke ligger aanvankelijk dezelfde doorsnedeverdraaiing heeft, moet de methodiek van excentrisch belasten bij elke ligger opnieuw geschieden. Indien de liggers van buiten naar binnen worden geplaatst, zal de uitvoeringsvolgorde voor de twee buitenste liggers zijn: ligger 1 wordt geplaatst; ligger 1 wordt excentrisch belast, ligger 2 wordt geplaatst; ligger 2 wordt

geplaatst; etc... Tenslotte, als alle zes de liggers geplaatst en juist belast zijn, kunnen de dwarskabels worden ingevoerd en aangespannen. Een alternatief is om na de plaatsing van elke ligger de kabels al door te voeren en aan te spannen. Hierdoor gaan de liggers direct al als één geheel werken, hierdoor is een mindere hoeveelheid belasting nodig, om de aansluitvoorwaarden te creëren. Deze belasting moet hiervoor wel op andere plaatsen worden aangebracht. Het nadeel van dit alternatief is dat telkens opnieuw moet worden voorgespannen (over de hele lengte L_s van één viaductsegment van 60 meter). Het nadeel van beide alternatieven is de excentrische belasting het plaatsen van de daaropvolgende ligger wordt bemoeilijkt, danwel onmogelijk gemaakt wordt. De belasting moet zodanig excentrisch geplaatst worden dat deze zich naast het bovenoppervlak van de ligger bevindt. Dit zal nodig zijn omdat anders niet het juiste moment kan worden verkregen. Dan nog zal de belasting tot een grote hoogte moeten worden opgevoerd, hetgeen deze methode tot een theoretisch interessante, maar praktisch onmogelijke toepassing maakt. Ook de bevestiging van de constructie die het mogelijk maakt om een excentrische, naar binnen overhellende belasting te plaatsen, is lastig.

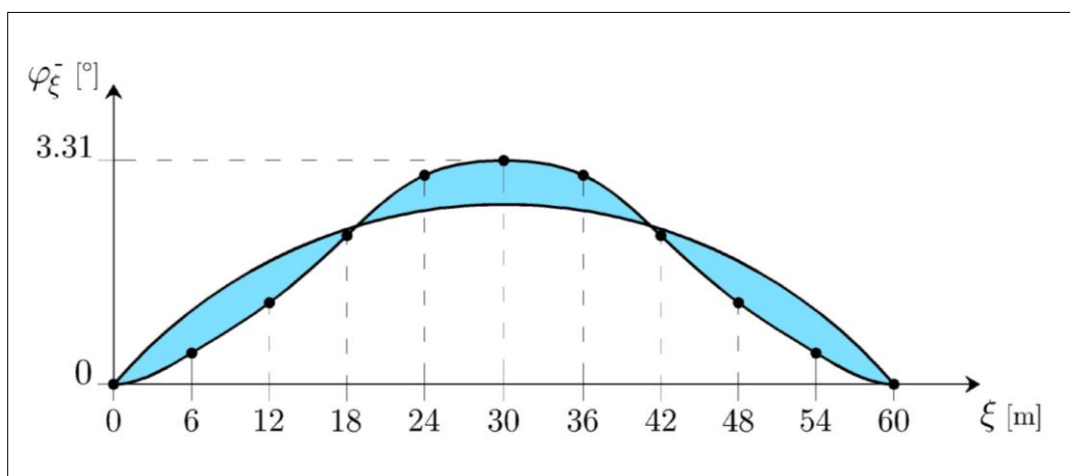
Methode II: Vooraf aangebrachte doorsnederotatie

Een andere oplossing is om de ligger tijdens de fabricage in de werkplaats zodanig aan te passen dat bij plaatsing direct de juiste aansluitvoorwaarden worden gehaald. Het idee hierbij is dat de vorm van de mal waarin de ligger wordt gemaakt, ontworpen wordt met een *tegen-gestelde doorsnederotatie*. Omdat het verloop van de dwarsverdraaiing die één enkele ligger aanneemt na de plaatsing over de hele lengte exact bekend is, kan de mal heel situatiegeschikt ontworpen worden. Als de mal juist is vormgegeven en de ligger zich gedraagt zoals is gecalculeerd, zal kunnen zij op direct opeenvolgend naast elkaar worden geplaatst, waarna de dwarsvoorspanning kan worden aangebracht. Het grote nadeel is dat het maken van een dergelijke mal zeer veel tijd vergt en dus een grote kostenpost wordt. Ten tweede kan door onbekende factoren alsnog een ongelijk verloop van de doorsnederotatie ontstaan. Hierdoor zullen er, na plaatsing, opnieuw maatregelen moeten worden getroffen om niettemin aan de voorwaarden te voldoen.

Beoogde oplossing

De oplossing die de meest praktische lijkt, is een combinatie tussen beide hiervoor beschreven methoden. Er wordt in dat geval gebruik gemaakt van de aangepaste mal. Omdat de doorsnederotatieverandering (χ_ξ) niet constant is (zie afbeelding 26, paragraaf 43), zou de vorm

van de mal dat ook niet moeten zijn. Dit verhoogt de complexiteit van de fabricage van de mal. Om toch in fabricagetijd van de mal te besparen en ten aanzien van het feit dat de ideale malvorm, wegens de eerder genoemde *onvoorziene vormveranderingsfactoren*, in de praktijk toch niet bestaat, kan het malvormverloop versimpeld worden. Hierbij wordt een malvorm gekozen met een constante doorsnederotatieverandering, die het best past bij de onregelmatige kromme functie van de daadwerkelijke doorsnederotatieverandering. Dit is te zien in afbeelding 32.



afbeelding 32. De gekromde lijn geeft de ideale voorgevormde 'tegenkromming' weer en de parabool geeft de vereenvoudigde voorgevormde tegenkromming. Het met blauw gearceerde gebied is het theoretische verkantingstekort of verkantingsoverschot

Omdat het hier gaat om een maximaal verschil van circa een halve graad in plaats van de oorspronkelijke 3.31 graden, hoeft er ter plaatse nog maar een kleine correctie te worden gedaan. Deze correctie zou dan kunnen worden gedaan door een excentrische belasting te plaatsen. Nu is het geforceerde *tegenmoment* dat moet worden bewerkstelligd minimaal een factor 6 zo klein. Indien de belasting hoog genoeg is, kan deze binnen het oppervlak van de liggerflens worden geplaatst, waardoor aan weerszijde de ruimte vrij kan blijven voor het plaatsen van de volgende ligger. Indien de mal wél exact op maat wordt gemaakt, kan dit correctiegevoel nog meer verlaagd worden.

Ondersteuningsdetail

Omdat de ligger een klein contactoppervlak heeft met de oplegging en er ten gevolge van de kromming sprake is van een excentrische belasting in de dwarsrichting, zal de ligger om zijn eigen as wentelen (omvallen) zodra deze geplaatst wordt. Er zal voor deze situatie een tijde-

lijke ondersteuning moeten worden bedacht, totdat de liggers genoeg onderlinge samenhang hebben middels dwarsgespannen kabels.

Voor het ondersteuningsdetail zou dezelfde oplossing kunnen worden gekozen als in de paragraaf *uitvoeringstechniek dwarsvoorspanning* (afbeelding 31). Deze belasting wordt voordat de ligger wordt opgehesen al op deze ligger geplaatst. Eveneens is de juiste excentriciteit van deze belasting al bepaald en toegepast, zodat de ligger zonder verdere bewerkingen op de pyloon kan worden geplaatst en voldoende stabiel zal blijven staan.

Conclusie

Op het moment dat er gekozen werd om de krachtswerking en de vervorming van een T-ligger te bekijken, was uitsluitend de interesse de factor die deze keuze bepaalde. Omdat enkele voorgangers in het kader van het BSc Eindwerk hadden gekozen voor SKK-liggers en koker-liggers, leek het mij interessant om andere ligger te beschouwen. Ondanks dat het niet de insteek was van dit onderzoek was om een vergelijking te maken tussen diverse liggertypen als het gaat om vervormgedrag bij een toepassing van een kromming, kan na afloop toch wel degelijk het een en ander gezegd worden over de geschiktheid van deze T-ligger.

Ten eerste is de vorm van de doorsnede niet effectief om het torsiemoment op te nemen. Het gaat hier om een open doorsnede, waarbij voor het torsietraagheidsmoment van de hele doorsnede een sommatie wordt gedaan van de individuele berekeningen van de drie delen waaruit de ligger grofweg bestaat (flenzen en lijf). Dit traagheidsmoment is bepaald voor de uiteindelijke vervorming om zijn lengte as. Zou de ligger een open doorsnede hebben, zoals bij een SKK-ligger, dan wordt het traagheidsmoment bepaald voor het object als geheel. Dit komt tot uiting in de formule:

$$I_t = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{dm}{t}}$$

Ter vergelijking: zou *hetzelfde* betonoppervlak ($A = 2.0 \times 10^6 \text{ mm}^2$) en de hoogte-en breedteafmetingen ($b = 2000 \text{ mm}$ en $h = 2000 \text{ mm}$) van de T-ligger toepassen op een SKK-ligger, dan wordt met een constante wanddikte (equivalent: $t = 240 \text{ mm}$) het traagheidsmoment van de equivalente gesloten ligger:

$$I_t = \frac{4A_m^2}{\oint \frac{dm}{t}} \cong \frac{4b_m^2 h_m^2}{2 \frac{b_m}{t} + 2 \frac{h_m}{t}} = \frac{4 \times 1760^2 \times 2160^2}{2 \times \frac{1760}{240} + 2 \times \frac{2160}{240}} = 1.77 \times 10^{12} \text{ mm}^4 = 1.77 \text{ m}^4$$

In vergelijking met het traagheidsmoment voor de T-ligger (0.42 m^4) blijkt dat met een gesloten doorsnede (die nog niet is geoptimaliseerd) al een winst van een factor 4 wordt geboekt. Tevens is een doorsnede van een dergelijke ligger geschikter voor het plaatsen van voorspankabels, omdat deze verspreid kunnen worden over twee wanden in plaats van één. Dit zou in bepaalde gevallen een voordeel betekenen, omdat er per zijwand minder kabels hoeven te worden ingevoerd, waardoor een grotere keuze is uit de parabool f die voor deze kabels kan worden gekozen. Dit zou kunnen leiden tot een kleinere benodigde voorspanning.

Omdat de dwarsdoorsnedenrotatie samenhangt met I_t , zal een T-ligger dan ook aanzienlijk meer om die as vervormen. Dit is nadelig voor enerzijds praktische uitvoering en anderzijds voor het gebruikerscomfort. Het uitvoeringsprobleem heeft betrekking op de bovenbouwconstructie. Indien de situatie van vlak na het opleggen van de zes liggers (zoals op afbeeldingen 12 en 28) gehandhaafd zou blijven, zou er als eerste laag op de liggers een overgangsconstructie moeten worden geplaatst. Deze zou dan een *egaliserende* werking hebben, ten behoeve van de bovenbouw. Nog afgezien van het feit dat dit verre van een logische oplossing is, zal dit een aantal nadelige consequenties hebben. Omdat bij deze opstelling de liggers geen enkel onderlinge samenhang hebben, kunnen de liggers zijdelings van elkaar bewegen. Hierdoor ontstaan er (veels te) grote trekspanningen in de bovenbouw met scheurvorming tot gevolg. Ook zullen de liggers, als gevolg van onregelmatige verkeersbelastingen over de breedte van het viaduct, een ongelijke zakking hebben. Hierdoor ontstaan er momenten in de bovenbouwconstructie, die evenzo te grote spanningen en dus ook scheurvorming tot gevolg hebben.

En ander praktisch probleem, is het feit dat bij het plaatsen van de eerste ligger een evenwichtsprobleem ontstaat. De ligger kan omwentelen (vallen) om zijn as. De beschreven oplossing hiervoor is theoretisch mogelijk, maar is tijdrovend en kostbaar. Indien gekozen zou zijn voor een ligger met een groot contactoppervlak met de oplegging (wederom een SKK als voorbeeld), zou met een maximale horizontale excentriciteit van 0.6 meter ($< \frac{1}{2}b = 1.0 \text{ m}$), nauwelijks extra voorziening t.b.v. stabiliteit nodig zijn.

Met veel betonmassa aan boven en benedenzijde van de T-ligger (de flenzen) is de ligger wel geschikt voor de opnamen van het buigend moment. Het traagheidsmoment van een T-ligger ligt hoger dan dat van de SKK ligger, waardoor de maximale zakking kleiner zal zijn. Het hangt uiteindelijk van de grootte (of de aanwezigheid) van de horizontale kromming en de overspanning af, welke type ligger het meest geschikt is. Bij een $R_H = \infty$ zal de T-ligger eerder een optie kunnen zijn dan voor de situatie die in dit rapport is beschouwd.

Evaluatie

Tot slot dient de procesgang gedurende het project kort in beeld gebracht te worden. Dit proces kwam in de beginfase enigszins moeilijk op gang, omdat ik nog niet precies wist waar ik met dit onderzoek naartoe wilde. Aanvankelijk was de planning om zo snel mogelijk de ontwerpfase af te hebben, zodat de benodigde parameters beschikbaar werden om tot toetsing middels SCIA ESA PT over te gaan.

Gaandeweg het onderzoek raakte ik meer in de ban van het handmatig uitwerken van het optredende torsiemomenten. Omdat er uiteindelijk een oplossingsstrategie werd bedacht om de torsie in kaart te brengen, leek het me buitengewoon interessant deze strategie voort te zetten bij het oplossen van het doorsnederotatie probleem. Zodoende werd niet ESA PT de spil van het onderzoek waar alles om draaide, maar juist de daar achter liggende handberekeningen; een aspect welke naar mijn mening evenzo interessant leek.

Van dit kleinschalige onderzoek heb ik veel geleerd. Een nieuw aspect voor mij was het gericht te werk gaan en goed bedenken wat het doel is. Omdat ik in het begin te veel deonderwerpen bij het onderzoek wilde betrekken, wist ik soms zelf niet meer wát ik precies wilde bereiken. Daarom heb ik meerdere malen passages moeten schrappen, omdat ik voor mijn gevoel op dood spoor terecht was gekomen.

Daarmee is dan direct het aspect genoemd waarover ik minder tevreden was en wel over het gebruikmaken van de kennis en het advies van de beschikbare begeleiding. Doordat ik erg individueel aan de slag ben gegaan en nauwelijks mijn tussenrapportages heb gepresenteerd, kregen de begeleiders pas op het laatste moment daadwerkelijk inzicht in mijn werkwijze en uiteindelijke projectdefinitie. In het vervolg van mijn studie zal bij een vergelijkbaar project mijn aanpak dan ook gepaard gaan met veel meer tussentijds overleg.

Desalniettemin stelt het eindresultaat mij tevreden. Er zijn duidelijke resultaten weergegeven. Hieruit zijn conclusies getrokken waarna praktische oplossingen werden geopperd. Bij alle stappen zijn kritische afwegingen gedaan.

Bijlage 1: Geraadpleegde literatuur

- Mechanica voor Technici / Dynamica (Russell C. Hibbeler)
- Toegepaste Mechanica Deel 2: Spanningen, vervormingen en verplaatsingen (C. Hart-sijker).
- Calculus Early Transcendentals (J. Stewart)
- Collegedictaat Gewapend Beton CT 2051B / 3051B (J.C. Walraven)
- Collegedictaat Prestressed Concrete CT 4160 (J.C. Walraven)
- Collegedictaat Elasticiteitstheorie CT 5141 Deel II: Directe methoden (J. Blaauwen-draad)
- Collegedictaat Functioneel en Constructief Ontwerp van Wegen en Spoorwegen CT 3041 (I.A. Hansen / P.C.H. Opstal / P.B.L. Wiggenraad)
- NEN 6720 (TGB 1990 - Voorschriften Beton. Constructieve eisen en rekenmethoden)
- NEN 6723 (VBB 1995)
- Aantekeningen van P.C.J. Hoogenboom

Bijlage 2: Tabel samenhang v , R_H en i_d

Onderstaande tabel is afkomstig uit het collegedictaat *Functioneel en Constructief Ontwerp van Wegen en Spoorwegen CT 3041* (I.A. Hansen / P.C.H. Opstal / P.B.L. Wiggenraad))

R [m] / v [km/h]	1500	1100	900	750	600	550	500	450	400	350	300	250
120	2,5	3,8	4,5	5								
110		2,5	3,5	4,3	5							
100				2	3,5	4	4,5	5				
90					2,5	3	3,5	4	4,5	5	7	
80									2	3	4	5

R [m] / v [km/h]	300	250	185	170	150	130	100	85	80	75	50	40	30
70	2,5	3,6	5	7									
60			2	3	4	5							
50						2,5	4,2	5	6,5	8			
40										2	5		
30												2	5

Tabel 4.7-1: Samenhang tussen snelheid, straalgrootte en verkanting [%]

Bijlage 3: Berekening $\chi_\xi(x)$ met Maple

Bij het overzetten van de *Maple*-output naar *Word* zijn enkele Griekse symbolen veranderd in letters. De veranderingen betreffen de volgende symbolen: $\gamma \rightarrow G$, $\alpha \rightarrow a$, $\chi \rightarrow c$ en $x_i \rightarrow X$. Ook de grote haken zijn niet juist doorgekomen

Bepaling algemene oplossing voor $\chi_M(x)$:

```
> restart;
e(x):=-749.4+sqrt(750^2-(x-29.99)^2);
Gamma:=diff(e(x),x);
alpha:=arctan(Gamma);
A:=x^2*sin(alpha);
q:=59.04e3; E:=33500e3; Iy:=1.3733;
chi(M)(rad):=-(q/(2*E*Iy))*A;
chi(M)(deg):=(180/3.14)*%;
```

$$e(x) := -749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}$$

$$G := \frac{-2x + 59.98}{2\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}}$$

$$a := \arctan \frac{-2x + 59.98}{2\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}}$$

$$A := \frac{x^2(-2x + 59.98)}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2} \sqrt{4 + \frac{(-2x + 59.98)^2}{562500 - (x - 29.99)^2}}}$$

$$q := 59040.$$

$$E := 3.3500 \cdot 10^7$$

$$I_y := 1.3733$$

$$c(M)(rad) := - \frac{0.0006416617125 x^2 (-2x + 59.98)}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2} \sqrt{4 + \frac{(-2x + 59.98)^2}{562500 - (x - 29.99)^2}}}$$

$$c(M)(deg) := - \frac{0.03678315549 x^2 (-2x + 59.98)}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2} \sqrt{4 + \frac{(-2x + 59.98)^2}{562500 - (x - 29.99)^2}}}$$

Bepaling algemene oplossing voor $\chi_T(x)$:

```
> e(x) := -749.4 + sqrt(750^2 - (x - 29.99)^2);
A := (1 / (G * It)) * Mw0;
B := (1 / (G * It)) * (q * e(x));
Mw0 := 707.91e3; q := 59.04e3; G := (1 / 2.4) * 33500e3; It := 0.4206;
B1 := int(B, x = 0 .. xi);
C := A - B1;
chi(T) (rad) := (q / (G * It)) * C;
chi(T) (deg) := - (180 / 3.14) * %;
```

$$e(x) := -749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}$$

$$A := \frac{Mw0}{G It}$$

$$B := \frac{59040. (-749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2})}{G It}$$

$$Mw0 := 7.0791 \cdot 10^5$$

$$q := 59040.$$

$$G := 1.395833333 \cdot 10^7$$

$$It := 0.4206$$

$$B1 := 226.1337926 - 7.536283095 x + 0.00005028211300 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x x} \\ - 0.001507960569 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x} \\ + 2828.368856 \arcsin(0.001333333333 x - 0.03998666667)$$

$$C := -226.0132126 + 7.536283095 x - 0.00005028211300 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x x} \\ + 0.001507960569 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x} \\ - 2828.368856 \arcsin(0.001333333333 x - 0.03998666667)$$

$$c(T)(rad) := -2.272884379 + 0.07578804764 x - 5.056581775 \cdot 10^{-7} \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x x} \\ + 0.00001516468875 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x} \\ - 28.44327248 \arcsin(0.001333333333 x - 0.03998666667)$$

$$c(T)(deg) := 130.2927351 - 4.344537762 x + 0.00002898677450 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x x} \\ - 0.0008693133678 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000. x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x} \\ + 1630.506066 \arcsin(0.001333333333 x - 0.03998666667)$$

Bepaling algemene oplossing voor $\chi(x)$:

```
> chi:=-chi(M) (deg)+chi(T) (deg);
```

$$c := - \frac{0.03678315549 x^2 (-2 x + 59.98)}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2} \sqrt{4 + \frac{(-2 x + 59.98)^2}{562500 - (x - 29.99)^2}}} + 130.2927351 - 4.344537762 x$$

$$+ 0.00002898677450 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000 \cdot x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x}$$

$$- 0.0008693133678 \sqrt{5.616005999 \cdot 10^9 - 10000 \cdot x^2 + 5.99800 \cdot 10^5 x}$$

$$+ 1630.506066 \arcsin(0.001333333333 x - 0.03998666667)$$

Daaropvolgend werden voor $D_x = [0; 29.99]$ middels bovenstaande vergelijking voor $\chi(x)$ de volgende waarden berekend voor de x_0 t/m x_5 :

> x:=00.00; chi;	> x:=17.99; chi;
x:=00.00	x:=17.99
0.0812642036	0.0467920120
> x:=06.00; chi;	> x:=23.99; chi;
x:=06.00	x:=23.99
0.0763959930	0.0282910054
> x:=12.00; chi;	> x:=29.99; chi;
x:=12.00	x:=29.99
0.0644445121	0

Bijlage 4: Berekening $\varphi_\xi(x)$ met Maple

Bij het overzetten van de *Maple*-output naar *Word* zijn enkele Griekse symbolen veranderd in letters. De veranderingen betreffen de volgende symbolen: $\alpha \rightarrow a$, $x_i \rightarrow X$ en $\varphi \rightarrow f$. Ook de grote haken zijn niet juist doorgekomen

Bepaling oplossing voor $\varphi_M(x_i)$ voor voorbeeld $x_i = 29.99$ m :

```
> restart; xi:=29.99;
e(x):=-749.4+sqrt(750^2-(x-29.99)^2);
Gamma:=diff(e(x),x);
alpha:=arctan(Gamma);
A:=x^2*sin(alpha);
q:=59.04e3; E:=33500e3; Iy:=1.3733;
B:=int(A,x=0..xi);
phi(M)(rad):=-(q/(2*E*Iy))*B;
phi(M)(deg):=(180/3.14)*%;
```

$x := 29.99$

$$e(x) := -749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}$$

$$G := \frac{-2x + 59.98}{2\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}}$$

$$a := \arctan \frac{-2x + 59.98}{2\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}}$$

$$A := \frac{x^2(-2x + 59.98)}{\sqrt{562500 - (x - 29.99)^2} \sqrt{4 + \frac{(-2x + 59.98)^2}{562500 - (x - 29.99)^2}}}$$

$q := 59040.$

$E := 3.3500 \cdot 10^7$

$I_y := 1.3733$

$B := 89.88005999$

$f(M)(rad) := -0.05767259320$

$f(M)(deg) := -3.306072221$

Bepaling oplossing voor $\varphi_T(x_i)$ voor voorbeeld $x_i = 29.99$ m :

```
> e(x) := -749.4 + sqrt(750^2 - (x - 29.99)^2);
A := (1 / (G * It)) * Mw0;
B := (1 / (G * It)) * (q * e(x));
Mw0 := 707.91e3; q := 59.04e3; G := (1 / 2.4) * 33500e3; It := 0.4206;
A1 := int(A, x = 0 .. xi);
B1 := int(B, x = 0 .. xi);
B2 := int(B1, x = 0 .. xi);
C := A1 - B2;
phi(T)(rad) := (q / (G * It)) * C;
phi(T)(deg) := (180 / 3.14) * %;
```

$$e(x) := -749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2}$$

$$A := \frac{Mw0}{G It}$$

$$B := \frac{59040. (-749.4 + \sqrt{562500 - (x - 29.99)^2})}{G It}$$

$$Mw0 := 7.0791 \cdot 10^5$$

$$q := 59040.$$

$$G := 1.395833333 \cdot 10^7$$

$$It := 0.4206$$

$$A1 := 3.616193651$$

$$B1 := 0.1206626289$$

$$B2 := 3.618672241$$

$$C := -0.002478590$$

$$f(T)(rad) := -0.00002492574849$$

$$f(T)(deg) := 0.001428864563$$

Bepaling totale oplossing voor $\varphi(x_i)$ voor voorbeeld $x_i = 29.99$ m :

```
> phi := phi(M)(deg) + phi(T)(deg);
f := -3.304643356
```