

Piekspanningen in eindige-elementenberekeningen

dr.ir. P.C.J. Hoogenboom
Delft 14 maart 2007

Bij eindige-elementenberekeningen met plaalementen komen vaak piekspanningen voor. Theoretisch kunnen deze spanningen zelfs oneindig groot zijn. Bijvoorbeeld, bij een inwendige hoek en ter plaatse van een puntlast. Deze piekspanningen treden niet op in werkelijkheid wat kan worden aangetoond met een nauwkeuriger model (volume elementen, plastische vervorming, inleiden belasting) De vraag is nu hoe we moeten omgaan met de piekspanningen. Een zestal oplossingen worden hieronder kort besproken.

1. Nauwkeuriger model maken

Zoals in de inleiding genoemd, kan het deel van een constructie waar de piekspanning optreedt nauwkeuriger gemodelleerd worden. Bijvoorbeeld, het gebied rond een puntlast kan afzonderlijk worden gemodelleerd met volume-elementen en een realistische inleiding van de belasting. De straal van het gebied is ongeveer drie maal de plaatdikte. De momenten die in het plaatmodel worden gevonden kunnen worden aangebracht als belasting op de rand van het volumemodel. Indien nodig kan ook een niet-lineaire berekening worden gemaakt met plastische vloeï in staal en scheurvorming in beton.

Echter, voor deze berekening is een specialist nodig die er een week of langer aan werkt. Daarom is deze aanpak niet geschikt voor dagelijkse toepassing in de praktijk.

2. Grote elementen gebruiken

Als we grote elementen gebruiken zullen piekmomenten en piekspanningen niet uitgerekend worden. Bijvoorbeeld, als een vloer gemodelleerd wordt met plaalementen die een lengte en breedte hebben van ongeveer de vloerdikte, dan zullen de spanningen ter plaatse van een puntlast ongeveer overeenkomen met de werkelijke waarden. Alle elementen zijn in evenwicht en de berekening is veilig voor de uiterste grenstoestand (tweede stelling van Prager).

Echter, het zal niet eenvoudig zijn om collega's te overtuigen van de juistheid van deze aanpak. Men is namelijk gewend aan de regel: "Hoe meer elementen des te nauwkeuriger is het resultaat".

3. Piekmomenten en -spanningen uitsmeren

Bij het dimensioneren is de momentensom belangrijker dan het piekmoment. In geval van een staalconstructie zou de piek toch herverdelen door plastische vloeï. In geval van een betonconstructie hoeft de wapening niet precies ter plaatse van de piek worden aangebracht maar kan deze worden verdeeld over een zekere breedte. We kunnen daarom het piekmoment of de piekspanning gelijkmatig verdelen over een snede van een bepaalde lengte.

Echter, deze methode is alleen bruikbaar als het wordt ondersteund door de software. De constructeur moet oordeelkundig bepalen over welke breedte moet worden verdeeld. Voor ronde middenkolommen moet de piek over $3.8d$ worden gemiddeld waarbij d de kolom diameter is. Voor puntlasten moet de piek over $2.3d$ worden gemiddeld waarbij d de diameter is van de belasting.

4. Puntlasten inleiden en hoeken afronden

Als een puntlast loodrecht op een plaat wordt ingevoerd als verdeelde belasting over een klein oppervlakje dan blijven de momenten begrensd, ook als heel kleine plaalementen worden gebruikt. Als inwendige hoeken worden afgerond met een kleine straal dan blijven de spanningen begrensd ook als heel kleine plaalementen worden gebruikt.

Echter, als het verdeeloppervlak kleiner is dan het kwadraat van de plaatdikte dan zullen de grootste spanningen niettemin enigszins overschat worden. De grootste spanning in een afgeronde hoek zal nauwkeurig zijn maar de spanning zal niettemin zo groot kunnen zijn dat we toch gebruik moeten maken van plastische herverdeling.

5. Momenten afkappen op een waarde $F/3$

Ervaring leert dat het werkelijke moment onder een puntlast F nooit groter is dan $F/3$, mits belastingafdracht naar alle richtingen plaats kan vinden. Daarom kunnen momenten groter dan deze waarde worden genegeerd.

Echter, $F/3$ kan niettemin veel groter zijn dan het werkelijke moment. Voor belastingafdracht naar twee of drie richtingen is nog geen vuistregel.

6. Momenten afkappen over een breedte a

Het grootste moment onder een verdeelde puntlast is hetzelfde als het moment op een afstand

$$r = a e^{\frac{-1}{1+\nu}}$$

door een zuivere puntlast. Hierin is r de afstand van de zuivere puntlast tot waar het moment is bepaald, a de straal van de verdeelde puntlast en ν de dwarscontractiecoëfficiënt. Aangezien de e -macht ongeveer gelijk is aan $\frac{1}{2}$ kunnen we dit lezen als afkappen van de momentenlijn daar waar de piek een dikte a heeft. De methode lijkt ook te werken voor belastingafdracht in twee en drie richtingen.

Echter, deze methode is nog niet voldoende onderzocht.

Conclusie

Het hangt van de situatie af wat de beste manier is om met piekspanningen om te gaan. Persoonlijk vind ik methode 4 het netste omdat het dicht bij de werkelijk komt. Echter, als ik weinig tijd heb gebruik ik methode 2. Als ik de berekeningen van iemand anders controleer gebruik ik methode 6.

Overweging

De vraag die we ons stellen is: Hoe ver kunnen we piekspanningen uitsmeren? Het antwoord wordt bemoeilijkt doordat de manier waarop we draagconstructies ontwerpen niet helemaal zuiver is: We ontwerpen namelijk met de elastische spanningen, terwijl in de uiterste grenstoestand – wanneer de constructie op het punt staat van bezwijken – de spanningsverdeling heel anders is door herverdeling. We kunnen de herverdeling van spanningen niet uitrekenen omdat we daar geen software voor hebben. Bovendien zou bij ontwerpen met herverdeelde spanningen de gebruikstoestand vaak maatgevend worden, en zouden we uitgebreide methoden

moeten hebben om scheurwijdten en doorbuigingen nauwkeurig te berekenen. De hierboven gestelde vraag kunnen we nu scherper formuleren: Hoe ver kunnen we piekspanningen, berekend met belastingcombinaties behorende bij de uiterste grenstoestand, herverdelen zonder dat er problemen ontstaan in de gebruikstoestand? Helaas is deze vraag niet direct te beantwoorden. We kunnen wel de volgende vraag beantwoorden: Kunnen we in de nabije toekomst het constructiegedrag in de gebruikstoestand snel en nauwkeurig uitrekenen? Volgens mij is het antwoord hierop "ja". Wanneer onze software zover is kunnen we ook de eerste vraag beantwoorden.