

Technologiestichting STW
Postbus 3021
3502 GA Utrecht

info@stw.nl

Delft, 7 november, 2000

Geachte Dames, Heren,

Kunt u alstublieft het bijgesloten project beschouwen voor financiering in het kader van het Open Technologie Programma.

Hoogachtend,

Pierre Hoogenboom

Dr. P.C.J. Hoogenboom
Delft University of Technology
Department of Civil Engineering and Geosciences
Structural Mechanics Section
P.O. Box 5048
2600 GA Delft
The Netherlands

p.hoogenboom@ct.tudelft.nl

Technische Wetenschappen

1. Aanvragers

Sectie Betonconstructies

Prof. dr. ir. J.C. Walraven
telefoon: 015 278 4578
fax: 015 278 7438
e-mail: J.C.Walraven@ct.tudelft.nl

Dr. ir. drs. C.R. Braam
telefoon: 015 278 2779
fax: 015 278 5895
e-mail: C.R.Braam@ct.tudelft.nl

Sectie ConstructieMechanica

Prof. dr. ir. J. Blaauwendraad
telefoon: 015 278 3332
fax: 015 278 5767
e-mail: J.Blaauwendraad@ct.tudelft.nl

Dr. ir. P.C.J. Hoogenboom
telefoon: 015 278 8081
fax: 015 278 5767
e-mail: P.Hoogenboom@ct.tudelft.nl

Technische Universiteit Delft
Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen
Stevinweg 1
2628 CN Delft

2. Titel van het project

Minimumwapening in gewapend betonnen balken en platen

Title of the project

Minimum Reinforcement in Reinforced Concrete Beams and Slabs

3. Trefwoorden

Gewapend beton, balken, platen, minimumwapening, schaaffecten, ductiliteit, constructiekosten

Keywords

Reinforced Concrete, Beams, Slabs, Minimum Reinforcement, Size Effects, Ductility, Construction Costs

4. Aantal junioronderzoekers en afstudeerders

	Walraven	Blaauwendraad
Junioronderzoekers	6	5
Afstudeerders	20	2

Tabel 1: Het aantal junioronderzoekers (aio's) en afstudeerders dat thans reeds onder directe (dagelijkse) leiding van de aanvragers werkzaam is.

5. Geschatte totale duur van het project

De totale duur van het project wordt geschat op vier jaar.

6. Samenvatting van het project

Normen voor het ontwerpen van constructies bevatten minimumcriteria waaraan de wapening in gewapend betonnen elementen moet voldoen. Minimumwapening is gerelateerd aan drie prestatiecriteria voor balken en platen 1) ductiel bezwijken 2) voldoende duurzaamheid en 3) geen storende scheurvorming. Gewoonlijk worden al deze drie criteria niet afzonderlijk in het ontwerpproces betrokken. Er wordt aan geacht te zijn voldaan als de hoeveelheid wapening benodigd in het bezwijk- of gebruiksstadium groter is dan de minimumwapening.

Ongeveer de helft van de balken en vloeren in constructies van normale gebouwen bevatten de minimumwapening. Daarom kunnen aanzienlijke besparingen worden bereikt in de constructiekosten als de minimumwapening zou kunnen worden verminderd. Het is derhalve economisch zeer interessant om te onderzoeken of en hoe deze reductie zou kunnen plaatsvinden zonder dat de duurzaamheid en veiligheid van de constructiedelen worden aangetast.

Er bestaan opmerkelijke verschillen tussen de grootten van de minimumwapening zoals die in nationale normen worden aangetroffen. Dit laat duidelijk zien dat de voorschriften zijn gebaseerd op een conservatieve vertaling uit de lokale praktijk. Voor internationale harmonisatie van normen is er behoefte aan heldere en volledige informatie over de gevolgen van specifieke regels met betrekking tot minimumwapening.

Een gecombineerde aanpak met numerieke berekeningen en experimenten wordt voorgesteld om de werkelijke minimumwapening in balken en platen vast te stellen. Geavanceerde numerieke simulaties zullen worden gebruikt om de hoeveelheid wapening te benaderen die voldoet aan de hierboven genoemde prestatiecriteria. Experimenten zullen worden uitgevoerd om de simulaties te valideren. Deze gecombineerde aanpak is bijzonder geschikt om de werkelijk benodigde minimumwapening vast te stellen.

Summary of the project

Codes of practice and standards include requirements for minimum reinforcement in reinforced concrete elements. Minimum reinforcement is related to three performance criteria for beams and plates, 1) ductile failure, 2) sufficient durability and 3) aesthetically acceptable cracking. Usually these three criteria are not explicitly included in the design process. They are deemed to be satisfied if the amount of reinforcement needed in the ultimate and serviceability limit state is larger than the minimum reinforcement.

It is estimated that as much as half of the beams and floors in common building structures contain just minimum reinforcement. Therefore, substantial economies in structural costs can be obtained if the minimum reinforcement could be reduced. Consequently, it is quite interesting to investigate if and how this reduction would be possible without reducing the safety and durability performance of structural elements.

There are remarkable differences between the amounts of minimum reinforcement according to national codes and standards. This clearly reflects that the code requirements are conservatively based on good experience in local practice. For the international harmonisation of codes, the engineering community needs clear and comprehensive information on the consequences of specific rules concerning minimum reinforcement.

A combined numerical and experimental approach is proposed to identify the actual minimum reinforcement in beams and plates. Advanced numerical simulations will be used to approximately find the reinforcement that will just fulfil the above mentioned performance requirements. Series of experiments will be performed to validate the simulations and establish the actual minimum reinforcement.

7. Begroting

Het project zal gebruik maken van de beschikbare faciliteiten in het Stevin laboratorium van de TU Delft. Dit betreft mede beproevingsframes, meet- en regelsystemen en instrumenten voor data-acquisitie.

7.a Personeelsplaatsen

Twee fulltime junioronderzoekers en een technische medewerker op 50% tijdsbasis zijn nodig voor een periode van 4 jaar.

f 200 000 per jaar

7.b Materieelkrediet

Bekisting, wapening en beton voor proefstukken

f 20 000 per jaar

7.c Investeringskrediet

1. Twee krachtige PC's en software voor het uitvoeren van de simulaties
2. Aanpassing van beschikbare testopstellingen
3. Meetinstrumenten

f 60 000 eenmalig

7.d Buitenlandse reizen

Bezoeken aan andere onderzoeksgroepen en bijdragen aan internationale conferenties.
f 5000 per reis, drie reizen per jaar.

f 15 000 per jaar

7.e Alternatieve financieringsmogelijkheden

Geen

7.f Aanvullende financiering uit de eerste geldstroom

De TU Delft zal een van de junioronderzoekers financieren voor een half jaar voorafgaand aan de eigenlijke start van het project. Deze periode zal worden gebruikt voor inleidende studie en voorbereiding.

Personeel van de TU Delft is beschikbaar om het project te ondersteunen. Dr. C.R. Braam zal de experimenten in het Stevin laboratorium begeleiden. Dr. P.C.J. Hoogenboom zal de numerieke simulaties begeleiden. Beide 0,1 fte gedurende vier jaar voor rekening van TU Delft.

7.g Andere verzoeken tot subsidiëring

Geen

7.h Samenvatting begroting (in kf)

	fte	Eerste jaar	Tweede jaar	Derde jaar	Vierde jaar
Promovendus	2.0	150	150	150	150
Technische staf	0.5	50	50	50	50
Materieelkrediet		20	20	20	20
Investeringskrediet		60			
Buitenlandse reizen		15	15	15	15
Subtotaal	2.5	295	235	235	235
Totaal		1000			

8. Locatie, geïnvesteerde tijd en namen van de onderzoekers

De simulaties en experimenten zullen worden uitgevoerd in het Stevin laboratorium van de Technische Universiteit Delft. Het project zal worden uitgevoerd door twee junioronderzoekers (2.0 fte) en zal worden ondersteund door de technische staf van het Stevin laboratorium (0.5 fte). Eén promovendus wordt ondergebracht in de sectie Betonconstructies en één in de sectie ConstructieMechanica. Elk van de twee promovendi zal zowel experimenteel als numeriek werk doen, maar in verschillende verhoudingen. Bij de promovendus van Betonconstructies zal het zwaartepunt liggen op de experimenten; Bij de promovendus van ConstructieMechanica op de numerieke aspecten.

9. Beschrijving van het project

9.a Programma en tijdfasering

De start van het project is gepland in mei 2001. De projectduur is 4 jaar. Het eerste jaar zal worden besteed aan het verwerven van vaardigheden en kennis om de experimenten en simulaties te kunnen uitvoeren. In het tweede en derde jaar zullen die worden toegepast. Beide junioronderzoekers zullen zich bezighouden met zowel de numerieke modellering als met experimentele beproevingen. Er zal een cyclische aanpak worden nagestreefd waarin experimenten en computerberekeningen elkaar afwisselen en ondersteunen. In met name het vierde jaar zullen de resultaten worden vastgelegd in rapporten en uitgedragen in publicaties en in twee proefschriften.

9.b Inpassing in het onderzoeksprogramma

Het onderzoek sluit aan op werkzaamheden (onder andere scheurgedrag, schaaleffecten, rotatiecapaciteit) die zijn uitgevoerd in het kader van het in de zeventiger jaren gestarte project 'betonmechanica'.

Zowel de sectie Betonconstructies als de sectie ConstructieMechanica nemen deel in de Onderzoekschool Bouw. Het onderzoek in deze onderzoekschool is ingedeeld in tien verschillende programma's. Eén daarvan heet "Constructies in beton" en wordt gecoördineerd door prof. Walraven. De sectie ConstructieMechanica participeert in dit programma, dat totaal 13 promovendi telt. Het nu voorgestelde project past uitstekend in het programma. (PS: De onderzoeksschool is medio 2000 opnieuw voor een periode van vijf jaar erkend door de KNAW). De literatuurlijst onder punt 12 geeft publicaties uit een aantal verwante projecten.

9.c Wetenschappelijke relevantie

In voorschriften worden op grond van de bruikbaarheid en de bezwijktoestand eisen gesteld aan betonconstructies. Ten aanzien van de bruikbaarheid zijn dat bijvoorbeeld grenzen gesteld aan vervormingen en optredende scheurvorming; bij de bezwijktoestand gaat het bijvoorbeeld om het bezwijkgedrag en om de vraag hoe groot de kans mag zijn dat de optredende belastingen groter zijn dan het draagvermogen van de constructie.

Gestreefd wordt naar een ductiel bezwijkgedrag, hetgeen betekent dat de constructie moet waarschuwen alvorens te bezwijken. Dit gedrag treedt op bij constructies die zodanig gewapend zijn, dat de wapening ruimschoots vloeit onder trek alvorens bezwijken van het beton onder druk plaatsvindt. Bij de controle op scheurwijdte doen zich in dit geval geen rekentechnische complicaties voor aangezien de scheurkracht van een doorsnede kleiner is dan de kracht die optreedt in het gebruiksstadium. Dan volstaat een controle volgens het zogenaamde volledig ontwikkeld scheurenpatroon.

Is daarentegen sprake van relatief kleine optredende belastingen, dan resulteert een analyse van de bezwijktoestand in een relatief geringe hoeveelheid benodigde wapening. In zo'n analyse wordt verondersteld dat het beton gescheurd is onder trek. Als de situatie zich voordoet dat de ontwerpbelasting kleiner is dan de scheurbelasting van de doorsnede, leidt de hier beschreven rekenmethodiek er toe dat de wapening bezwijkt zodra de betondoorsnede scheurt. Dan vertoont de constructie een bros bezwijkgedrag. Om dit te ondervangen, is in de betonvoorschriften het begrip 'minimumwapening' geïntroduceerd. De minimumwapening moet in staat zijn de scheurkracht van de betondoorsnede op te nemen. Het scheuren van de doorsnede kan optreden als de rekenwaarde van de uitwendige belastingen onverhoopt toch groter is dan de scheurkracht, maar kan ook optreden bij (gedeeltelijk) belemmerde vervormingen.

In de praktijk leidt de introductie van het begrip minimumwapening tot enkele complicaties.

Ten eerste is het minimumwapeningspercentage bij benadering onafhankelijk van de dimensies van de betondoorsnede. Dit betekent dat bij relatief grote doorsneden in absolute zin aanzienlijke wapeningshoeveelheden moeten worden toegepast. Bij dergelijke doorsneden treedt echter de situatie op dat de betontrekspanning ten gevolge van de rekenbelasting meestal veel kleiner is dan de betontreksterkte. Het desondanks toepassen van een minimumwapening die onafhankelijk is van de grootte van de rekenbelasting betekent in feite het introduceren van een toenemende belastingsfactor. Dit wordt in de betonvoorschriften ondervangen door van het begrip minimumwapening af te stappen zodra de scheurkracht van de doorsnede groter is dan 1,5 maal de rekenbelasting. In dat geval hoeft niet meer wapening te worden toegepast dan 1,5 maal de wapening die nodig is voor het opnemen van de rekenbelasting. Dit betekent echter wel dat dan sprake is van een bros bezwijkgedrag.

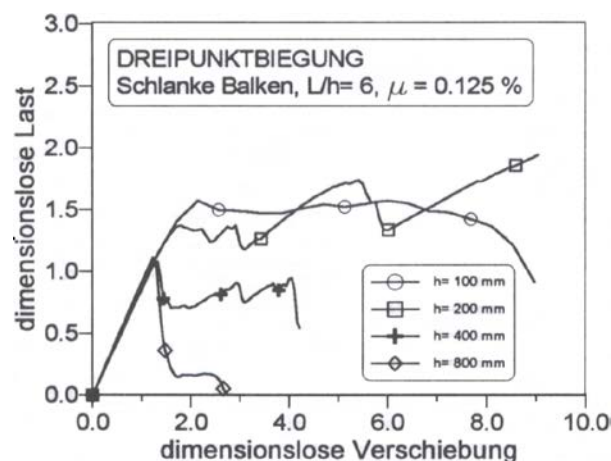
Ten tweede is in menige betonconstructie sprake van niet of slechts zeer licht gewapende constructiedelen. Dat wapening uit economische overwegingen bij voorkeur geconcentreerd wordt aangebracht speelt hierbij een rol. Een voorbeeld is het lijf van hoge liggers, dat veelal licht gewapend is omdat wapening nabij de uiterste getrokken vezels het effectiefst is voor het opnemen van een buigend moment. Maar ook bij dunne constructies kan sprake zijn van een lichte wapening, bijvoorbeeld als sprake is van een tweedimensionaal element, bijv. een plaat, waarin de belastingafdracht vooral eendimensionaal plaatsvindt. In de richting loodrecht op de hoofddraagrichting wordt dan verdeelwapening toegepast. De verdeelwapening is 20% van de hoofdwapening, hetgeen in de betreffende richting leidt tot een hoeveelheid wapening die meestal aanzienlijk geringer is dan de minimumwapening. De vraag is nu hoe effectief die wapening dan nog is.

Ten derde wordt, zoals al bij het eerste aandachtspunt bleek, de hoeveelheid toe te passen minimumwapening meestal gerelateerd aan de grootte van de uitwendige, mechanische belastingen. In de praktijk worden echter ook krachten in de constructie opgewekt door (gedeeltelijk) verhinderde vervormingen. Omdat beton een bros materiaal is, veroorzaakt zo'n vervorming relatief snel scheurvorming. Scheurvorming leidt tot een reductie van de stijfheid van de constructie en dus tot een reductie van de optredende krachten, maar de constructie moet nog wel een ductiel gedrag vertonen zodat geen onacceptabel wijde scheuren ontstaan of de constructie bros bezwijkt.

Beton is een materiaal waarvan het bezwijkgedrag mede wordt gekenmerkt door het optreden van schaaffecten. Als vierde factor kan dan ook worden toegevoegd het feit dat hiermee geen rekening wordt gehouden bij rekenregels voor minimumwapening. Zo blijkt dat op buiging belast ongewapend beton een hogere buigtrekspanning kan weerstaan naarmate de hoogte van de doorsnede afneemt. Dit gegeven leidt tot een minimumwapeningspercentage dat afneemt als de liggerhoogte toeneemt.

Vervormingsgestuurde driepuntsbuigproeven op slanke liggers met hetzelfde minimumwapeningspercentage wijzen daarentegen uit dat het gedrag ductieler is naarmate de liggerhoogte kleiner is (zie figuur 1). Het constructiegedrag van ongewapend beton kan dus niet zondermeer vertaald worden naar het gedrag van gewapend beton. De wijze van ontstaan en groei van scheuren zijn dus mogelijk afhankelijk van de geometrie en eigenschappen van het beton en de eventueel aanwezige wapening. Scheurcriteria, scheurenergie, scheurvoortplanting en aanhechting van wapening zijn enkele van de aspecten die mogelijk meegenomen moeten worden om het scheurgedrag van beton te beschrijven, zodanig dat het gedrag van zowel ongewapende als 'minimaal' en 'normaal' gewapende constructies met één overkoepelende theorie beschreven wordt.

Het in onvoldoende mate onderkennen van het schaaffect wordt hoofdzakelijk veroorzaakt door het feit dat het meestal laboratoriumexperimenten, dus experimenten met relatief kleinschalige elementen, zijn die de basisinformatie voor rekenmethodieken en rekenregels in voorschriften moeten verschaffen. De kennis over het precieze geldigheidsgebied vervaagt in de loop der jaren en in de praktijk worden grenzen verlegd om concurrerend te blijven. Beide ontwikkelingen dragen er toe bij dat het geldigheidsgebied van theorieën (on)bewust steeds verder wordt 'opgerekt' zonder dat daar voldoende theoretische onderbouwing tegenover staat.



Figuur 1. Simulaties van het gedrag van gewapend betonnen balken laten zien dat grote balken bros kunnen bezwijken ondanks de aanwezigheid van minimumwapening volgens de CEB-FIP 1990 code. Bron: Ožbolt J, "Maßstabseffekt und Duktilität von Beton- und Stahlbetonkonstruktionen", (Size Effect and Ductility of Concrete and Reinforced Concrete Structures), Dissertatie IWB Universität Stuttgart, November 1995, pp. 81.

9.d Methode en techniek

Het experimentele deel van het project bestaat voornamelijk uit proeven op gewapend betonnen balken. Zowel de productie van de proefstukken als de beproevingen zullen plaatsvinden met bekende technieken.

De numerieke delen van het project zullen worden uitgevoerd met een commercieel beschikbaar eindige-elementenprogramma. Het materiaalmodel in deze software zal worden geselecteerd en getest om schaafeffecten in sterkte en ductiliteit te beschrijven.

9.e Onderzoek door andere Nederlandse groepen

Geen

9.f Onderzoek door buitenlandse groepen

Verschillende groepen zijn bezig met aansluitende projecten. Aan de Universiteit van Toronto, Canada, is de groep van prof. Collins bezig met experimenten en modellering van lichtgewapende betonnen balken. Het betreft hier echter vooral het belastinggeval afschuiving. Aan de Universiteit van Stuttgart is dr. Ožbolt bezig met breukmechanica en schaafeffecten in gewapend betonnen elementen. De vertaalslag naar minimumwapening en dimensioneringsregels vindt hierbij niet plaats.

Het hier beschreven onderzoek bouwt voort op dit buitenlandse werk met een totaalconcept voor minimumwapening in het kader van economisch bouwen.

10. Utilisatie

10.a Gebruikersgroep

De resultaten zullen worden ingepast in nationale en internationale normen. Derhalve zullen constructief ontwerpers de resultaten van het onderzoek gebruiken. Eigenaren van gewapend betonnen gebouwen, bruggen en andere constructies zullen hiervan profiteren door verbeterde constructieve duurzaamheid en gereduceerde constructiekosten. De gebruikerscommissie dient daarom een goede afschaduwing te zijn van de wereld van constructief ontwerpers. De volgende personen steunen het projectvoorstel en zijn bereid gevonden om in deze commissie plaats te nemen.

- Ir. A.Q.C. van der Horst - HBG Civiel, Gouda
- Prof. Dipl.-Ing. J.N.J.A. Vambersky - TU Delft / Corsmit Raadgevend Ingenieursbureau, Rijswijk
- Ir. W.A. de Bruijn - Bouwdienst RWS, Tilburg
- Ing. R. Sagel - COB Bouw- en Woningtoezicht, Rotterdam

10.b Op te lossen probleem

Zoals aangegeven bij punt 9.c worden de volgende problemen gesignaleerd.

1. Minimumwapeningpercentages in nationale normen verschillen aanzienlijk (zie bijlage I).
2. Hoge gewapend betonnen liggers blijken bros te kunnen bezwijken ondanks de aanwezigheid van de voorgeschreven minimumwapening.

De doelstellingen van dit onderzoek zijn.

1. Bijdragen aan fundamenteel begrip van het gedrag van lichtgewapende betonnen balken en platen.
2. Kritische validatie van eindige-elementensoftware en materiaalmodellen die beschikbaar zijn voor geavanceerde simulatie van licht gewapende constructies.

3. Kritisch valideren en verbeteren van analytische modellen van licht gewapende balken en platen.
4. Duidelijke ontwerpregels voor de werkelijke minimumwapening benodigd in gewapend betonnen slanke balken en vloeren als functie van afmeting, betonsterkteklasse en wapeningsdetaillering.

10.c Utilisatietraject

Prof. Walraven is aankomend voorzitter van de fib – de internationale organisatie die verantwoordelijk is voor de Model Code for Concrete Structures. Daarnaast is hij voorzitter van het Project Team voor het uitbrengen van de nieuwe versie van de Eurocode 2 (Betonconstructies). Hij zal geselecteerde resultaten onder de aandacht brengen van relevante normcommissies. Nederland heeft er veel belang bij dat de resultaten worden opgenomen in de nieuwe Eurocode. Naar schatting kan 20 tot 40 miljoen gulden per jaar worden bespaard door betere normregels voor minimumwapening (zie bijlage II).

10.d Bestaande contracten en octrooien

Geen

11. Referenties aan een overzichtsartikel, boek of basisdocument

Braam, C.R., “Rationele scheurwijdtebeheersing in elementen van gewapend beton”, Rapport 91-6, CUR, Gouda, 106 p.

Rots, J.G., Blaauwendraad, J.: “Crack Models for Concrete, Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating?” HERON, Vol. 34, 1989, No. 1

12. Geselecteerde publicaties van de onderzoeksgroepen

Asin, M.: “The Behaviour of Reinforced Concrete Continuous Deep Beams”, Dissertation Delft University of Technology, DUP, January 2000.

Blaauwendraad J., Feenstra, P.H., Borst, R. de: “Modelling of Panel Structures”, In: C. Meyer (ed.), Modelling and Analysis of Reinforced Concrete Structures for Dynamic Loading”. Springer. ISBN 3-211-82919-9, New York, 1998, pp. 111-136.

Blaauwendraad, J., Hoogenboom, P.C.J.: “Stringer Panel Model for Structural Concrete Design”, ACI Structural Journal, Vol. 93 No. 3, May-June 1996, pp. 295-305.

Bigaj, A.J.: “Structural Dependence of Rotation Capacity of Plastic Hinges in RC Beams and Slabs”, Dissertation Delft University of Technology, DUP, September 1999.

Braam, C.R.: Control of crack width in deep reinforced concrete beams. Dissertation, Delft University of Technology, Dec. 1990.

Braam, C.R., Langhout, M.S.: Scheurwijdte en wapening in dikke betonwanden. Cement, vol. 41, no. 1, jan. 1989, p. 50-54.

Braam, C.R.: Model voorspelt scheurgedrag dikwandige betonconstructies. Dimensioneringsgrafieken voor wapening. PT/Civiele Techniek, vol. 45, nos. 3/4, sept./dec. 1990, p. 34-39 & 15-20.

Hoogenboom, P.C.J.: “Discrete Elements and Nonlinearity in Design of Structural Concrete Walls”, Dissertation, Delft University of Technology, September 1998.

Walraven, J.C.: “Developments in the field of truss models”, 2nd International Scientific Conference on Analytical Models and new Concepts in Mechanics of Concrete Structures”, Juni 1996, Lodz, Polen Proceedings, pp. 133-148.

Walraven, J.C.: “Size effects: their Nature and their Recognition in Building Codes”, Symposium on Size Effects in Concrete Structures, Sendai, Japan 1993, Proceedings, pp. 375-394.

Virlogeuz, M.: Walraven, J.C., “ The development of and international codification for structural concrete with the CEB-FIP Model Codes” Proceedings IABSE Colloquium, Phuket, Thailand, 1999, pp. 16-22.

13. Eerdere octrooien, producten of productiemethoden

Eerdere onderzoeksresultaten zijn of worden verwerkt in normen. Ook worden regelmatig resultaten opgenomen in (beoordelings)richtlijnen en aanbevelingen, bijvoorbeeld van het Civieltechnisch Centrum Uitvoering Research en Regelgeving (CUR).

Bijlage I

Regels voor minimumwapening in nationale normen

Minimum reinforcement provisions in national Codes

Country	$\rho_1 = A_g / (b_t \cdot d) (\%)$	min $\rho_w (\%)$	s_{max} (shear) $\xi = V_{sd} / V_{Rd2}$	s_{max} (torsion)
Portugal	S 235: 0,25 % S 400: 0,15 % S 500: 0,12 %	S 235: 0,16 % S 400: 0,10 % S 500: 0,08 %	$\xi \leq 1/6$: 0,9d/30 cm $1/6 < \xi < 2/3$: 0,5d/25 cm $\xi > 2/3$: 0,3d/20 cm	$s_{max} \leq u_k/8 \leq 30$ cm
Poland	Beams: S 220: 0,15 % S 335: 0,10 % S 500: Columns: $\lambda \leq 35$: 0,15 % $35 < \lambda < 83$: 0,20 % $\lambda \geq 83$: 0,25 % Tensile mem- bers: 0,20 %	no direct rule	maximum: 0,57 h $\leq$ 50 cm condensed: h/3 $\leq$ 30 cm	
Italy	0,15 % ribbed bars 0,25 % smooth bars	$0,10 * (1 + 0,15 * \frac{d}{b})$	$3 * s \leq 100$ cm $s \leq 0,8 d$	$u_k/8 \leq 30$ cm
Sweden (Building)	indirect: $max_g = 2 * h$	from $V_w, d = 0,2 * b_w * d * f_{ct, d} \leq 1,5d$	0,75 * d (1+cot α)	t $\leq$ 40 cm (t * wall thickness)
Czech Republic	Beams, slabs: $f_{ct, d}$ ----- 3*f _{yd} Columns (compression): 0,05% $\leq \rho_{1,c} \leq$ 0,25%	$f_{ct, d} * \chi^2$ ----- 4*f _{yd} 1,0 $\leq \chi \leq$ 1,6	0,75 + d $\leq$ 40 cm	0,5 * h $\leq$ 30 cm

Norway	$0,35 * k_w * f_{ct}$ f_{yk} $k_w = 1,5 - h/h_1 \geq 1,0$ $h_1 = 1,0 \text{ m}$	$0,2 * f_{ct}/f_{yk}$	0,6 h (reinforced) 0,8 h (prestressed)	
Denmark	Beams: $\rho_l = 0,45 * f_{ct}/f_{yk}$ Columns: $\rho_l = 0,0075$	$\phi_w \leq 12 \text{ mm}$ $\min F_y = 4 \text{ kN}$	$0,7 * h * \cot \theta$ $\leq 0,7 * h$	$0,2 * u * \cot \theta$ $\leq 0,2 * u$
Switzerland	for crack control: $\rho_l = \alpha * \beta * f_{ct}/f_{yk}$			
Germany	for crack control: $\rho_l = k_0 * f_{ct}/\sigma_s$ Columns: $\rho_l \geq 0,8\%$ for prestressed sections: $\min \rho_l$	defined by $\min \phi_w$ and $\max s_w$	$0,8 * h \leq 25 \text{ cm}$ $0,6 * h \leq 20 \text{ cm}$ $0,3 * h \leq 15 \text{ cm}$	$u_k/8 \geq 20 \text{ cm}$
Netherlands	$M_{uls} \geq M_{crack} + 1,5 M_{design}$ pure bending: B16 0.12 % B68 0.27 % $\phi_k \geq 5 \text{ mm}$ columns: $\phi_k \geq 8 \text{ mm}$	$s \leq 300 \text{ mm}$	$s \leq 300 \text{ mm}$ $s \leq \frac{2}{3} h$	$s \leq \frac{2}{3} h$

Bijlage II

Berekening van besparing constructiekosten door nauwkeurige regels voor minimumwapening

De hoeveelheid betonmortel verwerkt in Nederland is circa 7,5 mln m³ per jaar (cijfer 1995). Ongeveer 75% hiervan wordt gebruikt in de woning en utiliteitsbouw; in beide bestemmingen bij benadering evenveel. Daarnaast wordt in geprefabriceerde vloerelementen voor de woning- en utiliteitsbouw nog eens zo'n 1,9 mln m³ (cijfer 1990) beton gebruikt. Van het deel dat in gebouwen wordt verwerkt, komt ongeveer de helft terecht in balken en kolommen en de andere helft in vloeren. Praktijkervaring leert dat ongeveer 50% van de vloeren in de Nederlandse utiliteitsbouw een hoeveelheid wapening gelijk aan de minimumwapening bevat. Derhalve wordt ongeveer 20% (50% van de helft van 75% van de afzet aan betonmortel) van de betonmortel in Nederland toegepast in vloeren die alleen minimumwapening bevatten. Dat is 1,5 mln m³.

Rekening houdend met de afzet aan geprefabriceerde vloerelementen gaat het dus over een betonvolume van $1,9 + 1,5 = 3,4$ mln m³ waarin wapening kan worden bespaard. Het gebruikelijke minimumwapeningspercentage is circa 0.1% van het constructievolume. Wapening kost ongeveer 3 gulden per kilo (materiaal plus arbeid). De totale wapeningskosten van dit volume bedragen derhalve 80 miljoen gulden per jaar ($3,4 \text{ mln m}^3 \text{ beton} = 0,034 \text{ mln m}^3 \text{ staal}$ a $7500 \text{ kg/m}^3 = 25,5 \text{ mln kg staal} = 80 \text{ mln gulden}$).

De sterke variatie in nationale regels over minimumwapeningspercentages geeft aan dat een nauwkeurige formulering van de minimumwapening in gemiddelde zin zou kunnen leiden tot naar schatting een kwart of de helft van de wapening in het boven genoemde volume. De besparing voor de Nederlandse bouwindustrie zou dus 20 à 40 miljoen gulden per jaar bedragen.

Technologiestichting STW
Postbus 3021
3502 GA Utrecht

nicov@stw.nl

betreft: project DCB.5556

Delft, 25 mei, 2001

Geachte Dipl.-Phys. C.N.M. Jansz,

Naar aanleiding van uw brief van 7 mei 2001 is hierbij gevoegd onze reactie op de opmerkingen van de referenten. We realiseren ons dat we hiermee enige dagen te laat zijn. De extra tijd was nodig om onze reactie zorgvuldig te formuleren. We hopen dat u daar begrip voor heeft.

Het ingevulde vragenformulier zal per brief naar u worden verstuurd.

Hoogachtend,

Pierre Hoogenboom

Dr. P.C.J. Hoogenboom
Delft University of Technology
Department of Civil Engineering and Geosciences
Structural Mechanics Section
P.O. Box 5048
2600 GA Delft

p.hoogenboom@ct.tudelft.nl

STW-project: DCB.5556

Titel: Minimumwapening in gewapend betonnen balken en platen

Indieners: Prof.dr.ir. J.C. Walraven, prof.dr.ir. J. Blaauwendraad, dr.ir.drs. C.R.Braam en
dr.ir. P.C.J. Hoogenboom

Datum: 25 mei 2001

Reactie op het protocol

Wetenschappelijke kwaliteit

1. Geen commentaar
2. Geen commentaar
3. De breukmechanica van ongewapend en licht gewapend beton is inderdaad van belang. De aanvragers hebben wel degelijk ervaring met deze vorm van breukmechanica. De eerste aanvrager (Walraven) was de eerste (1978) die aantoonde dat het schaaffect in liggers met ongewapende lijven vanuit de breukmechanica (scheurvoortplantingssnelheid) kan worden verklaard¹. Verder was hij o.a. promotor van W. Keuser, die in 1989 promoveerde op het onderwerp “Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter Mixed-Mode Beanspruchung”². Onder supervisie van de tweede aanvrager (Blaauwendraad) werd meerjarig numeriek onderzoek uitgevoerd naar het afschuifdraagvermogen van statisch onbepaalde tunneldaken, ongewapend op dwarskracht^{3 4}. Ook hierbij speelde de breukmechanica een belangrijke rol. Hij was promotor van Q.B. Wang die dit onderwerp als promotieproject had.
4. Mee eens
5. Mee eens
6. Het gaat inderdaad om een herijking. Echter, nieuwe kennis en technologie zal worden gebruikt en ontwikkeld om scherpere regelgeving vast te stellen. Inderdaad zou het kunnen zijn dat voor een enkele situatie meer minimumwapening zal worden afgeleid. Echter, als we ook duurzaamheid, onderhoud en faalrisico in een economische beschouwing betrekken, zal zelfs in die situaties het ontwerp wel degelijk aantrekkelijker zijn. Denk hierbij bijvoorbeeld aan het vermijden van ongewenste scheurvorming.
7. Mee eens
8. Breukmechanica van ongewapend beton is inderdaad een grondig bestudeerd onderwerp. Zo ook is normaal gewapend beton (‘structural concrete’) succesvol gemodelleerd middels met name de plasticiteitstheorie. Echter, het overgangsgebied tussen ongewapende en normaal gewapende betonnen constructiedelen is vrijwel niet onderzocht. De numerieke resultaten van Ožbolt zijn één van de eersten op het gebied van licht gewapende betonnen constructiedelen. Het voorgestelde project sluit hierop aan en is wel degelijk origineel. Bestaande software heeft inmiddels veel van de benodigde functionaliteit. Indien nodig kan functionaliteit worden toegevoegd door middel van ‘user supplied subroutines’. Het volledig ontwikkelen van nieuwe software is derhalve niet nodig. Echter, het oordeelkundig gebruiken van de software om nauwkeurige modellen van constructie-delen te maken en niet-lineaire analyses uit te voeren is een even grote wetenschappelijke uitdaging als het ontwikkelen van een nieuwe software. Meer informatie is toegevoegd in de bijlage.

¹ J.C. Walraven, “Size effects: their Nature and their Recognition in Building Codes”, Symposium on Size Effects in Concrete Structures, Sendai, Japan 1993, Proceedings, pp. 375-394.

² W. Keuser, “Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter Mixed-Mode Beanspruchung, Dissertation, 1989.

³ J.G. Rots and J. Blaauwendraad, “Crack Models for Concrete, Discrete or Smeared? Fixed, Multi-Directional or Rotating?” Heron, Vol. 34 (1989) No. 1, pp. 1-59.

⁴ J. Blaauwendraad and Q.W. Wang, “Systematic fracture mechanics study of shear failure in beams under distributed load”, IABSE Colloquium Structural Concrete, Vol. 62, Stuttgart, 10-12 April, 1991, pp. 637-642.

9. Mee eens
10. Mee eens
11. Mee eens
12. Uitvoeringsfouten en opgelegde vervormingen zijn inderdaad belangrijke bronnen van schade. Een goede minimumwapening is echter juist een garantie dat opgelegde vervormingen niet tot schade leiden (verdeelde kleine scheuren in plaats van een enkele scheur met grote wijdte). Verder zal een goede minimumwapening de constructie juist minder gevoelig voor uitvoeringsfouten maken (tenzij natuurlijk de minimumwapening zelf niet goed is aangebracht, maar dit is ook een kwestie van goede kwaliteitsbewaking op het werk). Tegenwoordig wordt vaak het begrip “robuustheid” van constructies gebruikt. Een “robuuste” constructie is een constructie die weinig gevoelig is voor niet voorziene invloeden. De minimumwapening speelt hierbij een belangrijke rol.
13. Gepland is dat de promovendus die de meeste experimenten doet ook zal ervaren hoe numerieke berekeningen worden gemaakt. Andersom zal ook de promovendus die de meeste numerieke berekeningen maakt ervaren hoe experimenten worden gedaan. Dit is belangrijk voor hun ontwikkeling en voor een goede samenwerking die essentieel is in dit project. Daarom ook zullen de promovendi een werkplek krijgen in dezelfde kamer. Zie ook de bijlage.
14. Geen commentaar
15. Zie de bijlage
16. Het onderzoeksprogramma en de afstemming zijn uitgewerkt in de bijlage. Als een promovendus zowel het experimentele als het numerieke deel van een project doet, moet hij of zij twee keer een opstartfase doorlopen. De ervaring is dat dit vaak leidt tot onvoldoende diepgang in één van deze delen en/of een overschrijding van beschikbare tijd. De benodigde functionaliteit wordt dan wel overwegend gevonden in bestaande software en geen grote ontwikkelingcomponent wordt verwacht omdat ‘user supplied subroutines’ functionaliteit toevoegen, maar het grote aantal berekeningen én complicaties bij het combineren van plasticiteit en breukmechanica enerzijds én de omvang van het experimentele deel anderzijds, zijn zodanig dat de inzet van twee promovendi benodigd is.
17. Geen commentaar
18. Geen commentaar
19. Zie de bijlage
20. Zie de bijlage
21. Geen commentaar
22. Geen commentaar
23. Geen commentaar
24. Zie de bijlage
25. Walraven laat een aanzienlijk deel van de aansturing en dagelijkse begeleiding van afstudeerders over aan ervaren wetenschappelijk medewerkers.
26. Mee eens. Voor de nauwe samenwerking zie bijlage
27. De ervaring heeft geleerd dat 2 mensjaar technische ondersteuning voldoende moet zijn. Tevens leveren Hoogenboom en Braam ieder een inzet van 0,4 mensjaar vanuit eigen middelen.

28. We kunnen niet volstaan met enkele proeven, berekeningen en extrapolatie van de resultaten. Om de gebruikers te overtuigen moeten we grondig te werk gaan en alle bevindingen onderbouwen met berekeningen en experimenten. Zie ook 16.
29. Geen commentaar
30. Publicatie en communicatie van de resultaten zijn vastgelegd in het projectvoorstel. Het is niet nodig om afspraken te maken over aantallen en kwaliteit van de publicaties omdat dit door de universiteit reeds meer dan voldoende wordt gestimuleerd. De indieners hebben tevens grote ervaring met het overdragen van kennis op praktijkniveau via vaktijdschriften (b.v. Cement) en studiedagen / cursussen (b.v. PAO).
31. Deze aspecten zullen worden meegenomen in het onderzoek en vanzelfsprekend zal ook de gebruikerscommissie hier bijzondere aandacht voor hebben.
32. Dit is een intrigerende opmerking. Als we het goed begrepen hebben worden drie zaken genoemd: 1) Minimumwapening, 2) de minimale hoeveelheid wapening die nodig is om een bepaalde belasting te dragen en 3) de kans dat een bepaalde belasting optreedt. De minimumwapening is de hoeveelheid wapening waarbij juist aan de prestatiecriteria wordt voldaan voor willekeurige belastingen. Daarom zullen bij de experimenten en numerieke berekeningen niet alleen mechanische belastingen maar ook krimp, kruip, temperatuurbelasting en opgelegde vervorming worden beschouwd. De wapening die zou volgen uit een optimalisatie voor gegeven mechanische belastingen is niet de kern van dit project. (Overigens zal de hoeveelheid hiervan niet minder kunnen zijn dan de minimumwapening.) Een risico beschouwing van gegeven belastingen is ook niet van belang voor dit project; voldoende betrouwbaarheid wordt gegarandeerd middels belastings- en materiaalfactoren. De factoren voor de minimumwapening worden afgeleid uit met name de spreiding van de materiaaleigenschappen en de nauwkeurigheid van het model. Indien nodig zullen nieuwe veiligheidsfactoren worden afgeleid uit de experimenten. Zie ook de antwoorden op 8 en 12.

Utilisatie

33. Geen commentaar
34. Geen commentaar
35. Geen commentaar
36. Geen commentaar
37. Geen commentaar
38. Onderzoeksresultaten kunnen op korte termijn worden verwerkt in “national application documents” (NAD) van de Eurocode. Verder treedt direct na het uitkomen van de Eurocode de zogenaamde ‘maintenance period’ in. In deze periode wordt de tekst verbeterd op grond van commentaar van de gebruikers en nieuwe inzichten, bijvoorbeeld voortkomend uit nieuw onderzoek. Na vijf jaar dient een aangepaste nieuwe internationale uitgave te verschijnen.
39. Mee eens
40. Er zijn inderdaad meerdere belangrijke bouwopgaven waar aandacht aan moet worden besteed. Vanuit ónze expertise dragen we bij binnen het domein dat we beheersen. We signaleren dat de in dit project beschreven bouwopgave belangrijk is voor de economie en duurzaamheid van gewapend betonnen draagconstructies. (We beperken onderhoudskosten en de door ons gepresenteerde besparing keert jaarlijks terug.) Het gaat immers steeds meer om drie in plaats van twee fundamenteën onder een ontwerp: Naast de ‘oude’ pijlers ‘gebruikfase’ en ‘bezwijkfase’ is er de nieuwer pijler ‘duurzaamheid’. Het is niet zinvol om de utilisatie van het numerieke werk afzonderlijk te beschouwen. Het numerieke werk is immers onderdeel van het project als geheel en daarom even noodzakelijk voor utilisatie.

41. Mee eens
42. Mee eens
43. Met experimenten en moderne rekenmiddelen willen we komen tot richtlijnen die het toepassen van 'angstwapening' juist overbodig maken.
44. Als we de verwachte opbrengst vergelijken met de kosten dan blijkt dit project een goede investering te zijn.
45. Gedeeltelijk mee eens, maar dit is een ander onderwerp.
46. We moeten de onderzoeksresultaten inbrengen in zowel de Nederlandse als de Europese regelgeving.
47. Mee eens
48. Mee eens
49. Mee eens
50. Mee eens. Dit zullen we actief nastreven. De contacten van de indieners maken dit tot een haalbare optie.
51. Mee eens
52. Mee eens
53. Gedeeltelijk mee eens. Aangezien er geen softwarecomponenten zullen worden ontwikkeld, zal TNO-Bouw hoogst waarschijnlijk geen gebruiker van de resultaten zijn. Ingenieursbureaus zullen de voornaamste gebruikers zijn.
54. Mee eens
55. Mee eens
56. Mee eens
57. Mee eens
58. Mee eens
59. Mee eens. Bij het samenstellen van de gebruikerscommissie wordt deze suggestie ter harte genomen.

Bijlage: Uitwerking van de onderzoeksmethode

Enkele referenten geven aan dat de inhoud van het onderzoek te weinig concreet is en dat het zodoende moeilijk is om een oordeel te geven. Een andere referent geeft aan dat het niet duidelijk is hoe de afstemming tussen de twee promovendi is ingericht. Inderdaad worden in het voorstel weinig details over de opzet van het onderzoek gegeven. Daarom wordt hier concreter op de opzet van het onderzoek ingegaan.

Opzet van de experimenten en berekeningen

Het eerste belangrijkste onderdeel betreft de hoofdwapening van op buiging belaste constructiedelen.

In de huidige praktijk is de voorgeschreven hoofdwapening gebaseerd op het volgende principe:

- het scheurmoment is bij benadering gelijk aan het scheurmoment van de ongewapende doorsnede, dus $M = W \cdot f_{ctf}$, waarbij f_{ctf} de buigtreksterkte van het beton is (afhankelijk van betonkwaliteit en balkhoogte).
- Het vloeimoment van de gescheurde gewapende doorsnede moet juist iets groter zijn dan het hiervoor omschreven buigende moment om bros bezwijken te voorkomen.

Hier wordt dus een evenwichtsbeschouwing gehanteerd. Vermoed wordt echter dat bij een dergelijke zeer licht gewapende constructie eerder een breukmechanische beschouwing moet worden gehanteerd, waarbij de breukenergie van de zich in het beton voortplantende scheur wordt verruimd met het aandeel van de oprekkende langswapening, die eerst gedeeltelijk haar aanhechting verliest en bovendien, door splijtwerking voor een deel vrij in het beton kan komen te liggen, voordat zij plastisch gaat vervormen. Het energie-aandeel van de wapening hangt af van de staafdoorsnede en de staafdiameters, de aanhechtkarakteristieken, de dekking op de staven en de staafafstand, en de kwaliteit van het beton en de spannings-rekrelatie van het staal. Er spelen dus veel meer factoren een rol dan bij de simpele evenwichtsbeschouwing tot nu toe wordt aangenomen.

Er wordt daarom een proevenserie uitgevoerd waarbij de liggers aan een driepunts- of vierpuntsbuigproef worden onderworpen. Variabelen zijn:

- De hoogte van de ligger
- De hoeveelheid langswapening
- De staafdiameters bij constant wapeningspercentage
- De staafafstand (balkelementen versus plaelementen)
- De dekking op het staal
- Het type staal (koudvervormd, warmgewalst)
- De aanhechtkarakteristieken
- De betonkwaliteit

Er zijn zeer veel parametercombinaties mogelijk. Daarom wordt voor de experimenten een representatieve keuze gemaakt van ongeveer 30 combinaties. De experimentele resultaten zullen worden gebruikt om het numerieke model te ijken. Dit model zal vervolgens worden gebruikt om verdere parametercombinaties te onderzoeken en de resultaten te generaliseren naar platen. Op grond hiervan kan een verantwoorde aanbeveling voor de minimumwapening worden gedaan.

Een tweede belangrijk onderdeel betreft de rol van de horizontale lijfwapening in ligger- en wandvormige constructiedelen. De praktijk is momenteel als volgt:

In een op buiging belast constructie-element wordt eerst de langswapening berekend. Vervolgens wordt een constructieve flankwapening, verdeeld over de hoogte van het element, aangebracht. Volgens de VBC mag de staafafstand van de flankstaven maximaal 300 mm zijn. Een minimale staafdiameter is echter niet gegeven. Door het toevoegen van de flankwapening wordt dat draagvermogen veel groter dan nodig is.

Een veel betere opzet lijkt te zijn:

- Voorzie eerst alle op buiging belaste liggers, respectievelijk wanden, met een basis horizontale lijfwapening.
- Bepaal vervolgens hoeveel langswapening daarnaast nog nodig is om aan de eisen ten aanzien van het draagvermogen te voldoen.

Verwacht wordt dat op deze manier een constructie wordt verkregen die niet alleen economisch is maar daarnaast een veel groter incasservermogen voor onverwachte invloeden heeft.

De volgende variabelen worden gedacht een invloed te hebben:

- Liggerhoogte
- Betonkwaliteit

- Wapeningsdoorsnede en diameter
- Wapeningstype (koudvervormd, warmgewalst, aanhechtingskarakteristieken)
- Oplegcondities (Statisch bepaald of statisch onbepaald)

Gedacht wordt aan een basis proevenserie bestaande uit balken met drie verschillende hoogten, twee verschillende belastingconfiguraties (slank = buiging, en gedrongen = afschuiving) en drie verschillende horizontale basiswapeningen (flankwapening).

Na uitvoering van deze basisserie met 18 proefstukken wordt gericht gezocht naar de invloed van de variabelen betonsterkte en oplegconditie. Ook hier wordt in totaal aan ongeveer 30 experimenten gedacht. Vervolgens wordt ook hier het gedrag numeriek geanalyseerd. Door parameterstudies kan het beeld worden verruimd, waardoor een betrouwbare aanbeveling voor de basis-flankwapening kan worden gedaan.

De afstemming van het experimentele en numerieke deel van het project is essentieel. Daarom zullen de indieners (die verdeeld zijn over 2 onderzoeksgroepen) als één team opereren. Elke promovendus bewerkt in hoofdzaak een van de twee genoemde aspecten. Echter, zowel met betrekking tot de experimenten als tot het numeriek modelleren en de parameterstudies wordt samengewerkt. Hierdoor zal de ervaringsopbouw snel verlopen. Om de interactie te stimuleren worden de promovendi op een gezamenlijke kamer gehuisvest.

Het *werkschema* is als volgt:

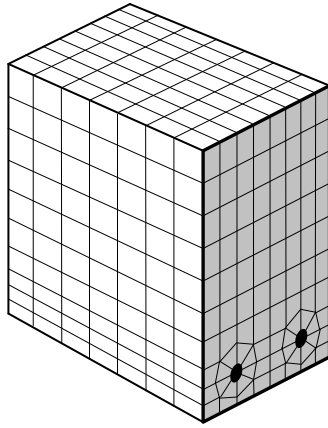
- Inwerken in de materie, uitwerken van de proefopzet en de numerieke modellen: 1 jaar
- Uitvoeren experimenten, ijken en parameterstudie numerieke modellen: 2 jaar
- Verdere parameterstudies en opstelling aanbeveling: 0.5 jaar
- Dissertatie en publicaties schrijven: 0.5 jaar

Numerieke modellering

Met de numerieke modellen moet vanzelfsprekend het beschouwde gedrag nauwkeurig kunnen worden gesimuleerd. Met name scheurvorming, sterkte en ductiliteit moeten goed worden beschreven voor het vaststellen van de minimumwapening. De belastingen op de liggers en platen zullen zodanig zijn dat momenten en dwarskrachten optreden. Bovendien zullen krimp, kruip en temperatuurbelastingen worden beschouwd. Aspecten die een rol spelen zijn ondermeer constitutief gedrag van beton, constitutief gedrag van het wapeningsstaal, aanhechting tussen de materialen, krachtsoverdracht in scheuren (softening, aggregate interlock).

Het zal voldoende zijn om een deel van een ligger of plaat te modelleren waarin één of twee hoofdscheuren optreden. In eerste instantie zullen eenvoudige modellen worden gemaakt. Deze zijn noodzakelijk om inzicht te krijgen in de fysische principes en in de beperkingen van de software. Echter, de eenvoudige modellen zullen waarschijnlijk niet voldoende nauwkeurig zijn. Uiteindelijk zal gestreefd worden naar 3D-modelleringen (zie onderstaande figuur) met gedetailleerde materiaalmodellen. Bijvoorbeeld de interactie van wapening en beton (tension-stiffening, crack spacing) zal uit het model volgen en derhalve niet expliciet worden toegevoegd. Gebruik kan worden gemaakt van een continuumbeschrijving (smeared crack), discrete scheuren, roosterbeschrijving (lattice model) en combinaties hiervan.

Een groot aantal softwarepakketten is geschikt voor verwerking van één of meer van de hierboven aangeduide modellen. Licenties van de pakketten Ansys, Diana en SBETA zijn in het bezit van de onderzoeksgroepen. Andere pakketten zoals MARC, WCOMD of PFC3D kunnen worden aangeschaft voor het project of worden gebruikt bij andere onderzoeksgroepen. De pakketten zullen worden geëvalueerd voor deze specifieke toepassing van de betonmechanica.



Figuur: Driedimensionaal eindige-elementenmodel van een deel van een gewapend betonnen ligger.