# Constructieve berekening van tentdoek bevestigd aan kabels

dr.ir. P.C.J. Hoogenboom, 9 augustus 2011, Technische Universiteit Delft

De constructie bestaat uit vier kolomen, een randkabel en een doek (Fig. 1). Elke kolom is bij de voet ingeklemd. De belasting is een verticale gelijkmatig verdeelde drukspanning (wind).

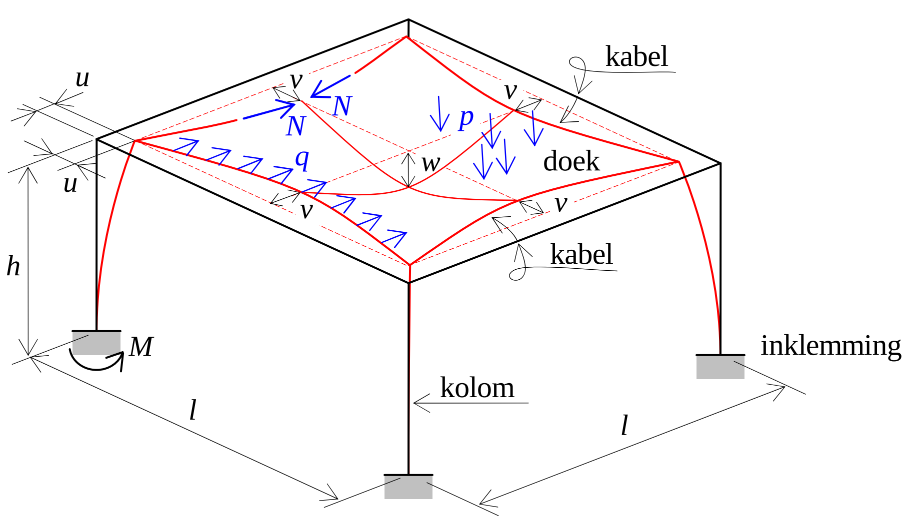
## HANDBEREKENING

**Beperkingen**
- De overspanning in beide richtingen is gelijk.
- De doorbuiging van het doek is klein.
- De rek van het doek klein is ten opzichte van de doorbuiging van de kabels.
- De spanning in het doek is gelijkmatig verdeeld.

Deze beperkingen zijn nodig omdat anders de vergelijkingen te groot worden voor handberekeningen.

**Symbolen**
*invoer*
*l* …….. overspanning (in beide richtingen gelijk)
*h* ……. kolomhoogte
*EI* …... buigstijfheid van de kolomen (in beide richtingen gelijk)
*EA* ….. rekstijfheid van de randkabel
*p* ……. verticale gelijkmatig verdeelde belasting op het doek

*uitvoer*
*u* ……. verplaatsingen van de kolomkoppen
*N* …..... kabelkracht
*q* ……. spankracht in het doek per eenheid van lengte (in beide richtingen gelijk)
*v* …..… doorbuiging van de randkabels in het midden
*w* …… doorbuiging van het doek in het midden
*M* …… moment in de kolomvoet




*Figuur 1. Afmetingen en vervorming van een horizontaal zonnescherm*

**Vergelijkingen**
De horizontale doorbuiging van de kolomen is

$$u = \frac{(N + q\frac{1}{2}l)h^3}{3EI}.$$

Voor kleine doorbuigingen van de kabels is $N$ veel groter dan $q\frac{1}{2}l$ (zie vergelijking 4). Daarom is dit benaderd tot

$$u = \frac{N h^3}{3EI}. \qquad (1)$$

De verlenging van een randkabel is

$$\Delta = \frac{N l}{EA}. \qquad (2)$$

De doorbuiging van een randkabel is (zie bijlage 1)

$$v = \sqrt{\frac{3}{8}l(2u + \Delta)}. \qquad (3)$$

De verdeelde belasting op de kabel is (zie bijlage 2)

$$q = \frac{8Nv}{l^2}. \qquad (4)$$

De doorbuiging van het doek is

$$w = \sqrt{\frac{3}{8}l\,2v}. \qquad (5)$$

De belasting op het doek is

$$p = 2\frac{8q\,w}{l^2}. \qquad (6)$$

Het moment in de kolomvoet is

$$M = (N + q\frac{1}{2}l)\sqrt{2}\,h. \qquad (7)$$

**Oplossing**
Uit vergelijking (1) tot en met (6) kan de kracht in de kabel worden opgelost:

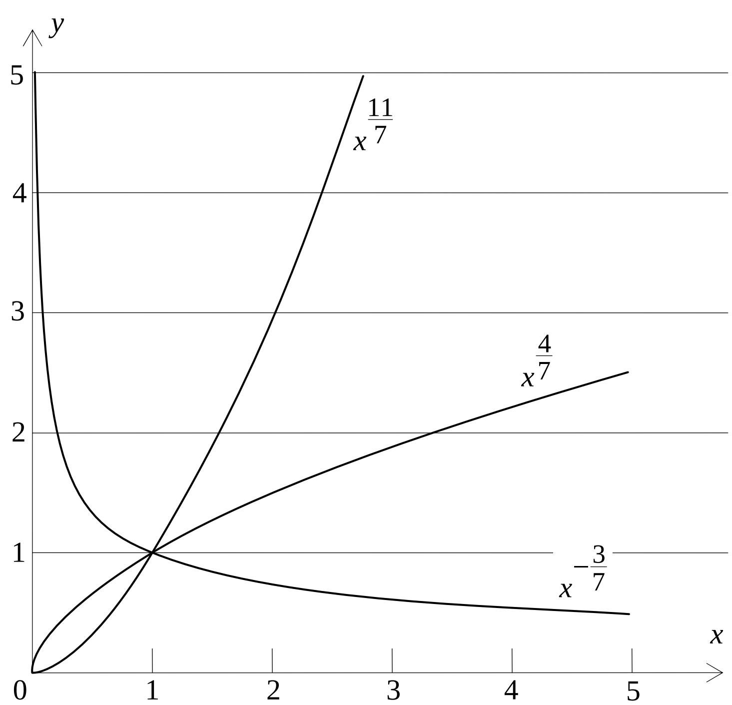
$$N = \frac{1}{24} 2^{\frac{6}{7}} 3^{\frac{5}{7}} p^{\frac{4}{7}} l^{\frac{11}{7}} \left( \frac{2h^3}{EI} + \frac{3l}{EA} \right)^{-\frac{3}{7}} . \qquad (8)$$

In figuur 2 zijn de factoren van deze formule geplot. Als $l$ toeneemt dan neemt de kabelkracht $N$ sterk toe. Als de belasting $p$ toeneemt dan neemt de kabelkracht $N$ een beetje toe. Bijvoorbeeld, een veiligheidsfactor van 1.30 toegepast op de belasting $p$ vergroot de kabelkracht $N$ met een factor

$$1.30^{\frac{4}{7}} = 1.16 .$$

Onzekerheid in de belasting werkt dus minder sterk door dan in gewone constructies.

Opvallend is ook dat wanneer de stijfheden $EI$ en $EA$ toenemen dan neemt de kabelkracht $N$ ook toe. Het is dus belangrijk om deze stijfheden zo klein mogelijk te kiezen. (De uitdrukking “buigen of barsten” is blijkbaar van toepassing op deze constructie.) Als hoogte $h$ toeneemt dan neemt de kabelkracht af. Hierbij blijft het moment in de kolomvoet vrijwel hetzelfde.




*Figuur 2. Factoren in formule (8) van de kabelkracht N*

**Voorbeeld 1**
$l$ = 6000 mm
$h$ = 4000 mm
buisprofiel, diameter 140 mm, wanddikte 5 mm
$EI = 2.1 \times 10^5 \times \pi \times 70^3 \times 5 = 1131 \times 10^9$ Nmm²
$W = \pi \times 70^2 \times 4 = 76966$ mm³
staalkabel, diameter 10 mm
$EA = 2.1 \times 10^5 \times \frac{1}{4} \pi \times 10^2 \times \frac{1}{2} = 8246 \times 10^3$ N

$p$ = 0.1 kN/m² = 0,0001 N/mm² (Beaufort 7 op luchtdoorlatend doek)

$$N = \frac{1}{24} 2^{\frac{6}{7}} 3^{\frac{5}{7}} p^{\frac{4}{7}} l^{\frac{11}{7}} \left( \frac{2h^3}{EI} + \frac{3l}{EA} \right)^{-\frac{3}{7}} = 0{,}1654 \times 0.0001^{\frac{4}{7}}\, 6000^{\frac{11}{7}} \left(0{,}1132 + 0{,}0022\right)^{-\frac{3}{7}} = 1871 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{N}{\frac{1}{4}\pi \times 10^2 \times \frac{1}{2}} = 48 \text{ N/mm²}$$

$$u = \frac{N h^3}{3EI} = 35 \text{ mm}$$

$$\Delta = \frac{N l}{EA} = 1{,}4 \text{ mm}$$

$$v = \sqrt{\frac{3}{8} l (2u - \Delta)} = 402 \text{ mm}$$

$$q = \frac{8Nv}{l^2} = 0{,}167 \text{ N/mm}$$

$$w = \sqrt{\frac{3}{8} l\, 2v} = 1345 \text{ mm}$$

$$M = \sqrt{2}(N + q \tfrac{1}{2} l) h = 13{,}4 \times 10^6 \text{ Nmm}$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = 174 \text{ N/mm²}$$

Controle: $p = 2 \dfrac{8 q w}{l^2}$ = 0,0001 N/mm² klopt

De spanningen in de kolomen en de kabel zijn niet te groot. De doorbuiging van het doek is heel groot.

## NUMERIEKE BEREKENING

Door de grote vervormingen kan het dat de handberekening niet voldoende nauwkeurig is. Anderzijds geven grote vervormingen kleine krachten. Het is dus belangrijk dat het model wel nauwkeurig is bij grote vervormingen (Fig. 3).

**Beperking**

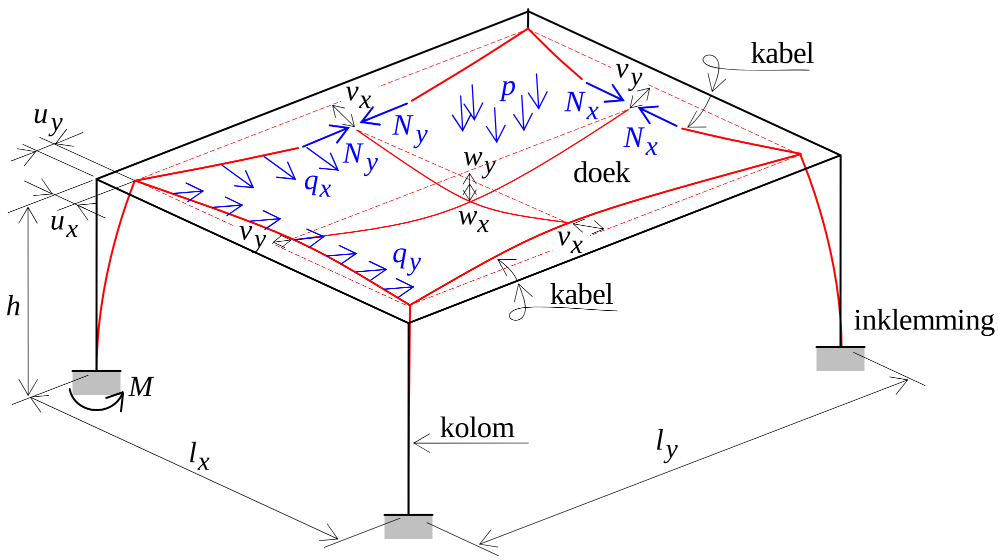
- De spanning in het doek is gelijkmatig verdeeld, $q_x$ in de *x*-richting en $q_y$ in de *y*-richting.

**Symbolen**

*invoer*

$l_x$, $l_y$ …. overspanningen
$h$ ……. kolomhoogte
$EI_x$, $EI_y$ buigstijfheid van de kolomen
$EA$ ….. rekstijfheid van de randkabel
$Et$ …… rekstijfheid van het doek
$p$ ……. loodrechte gelijkmatig verdeelde belasting op het doek
$u_{ix}$, $u_{iy}$ . verkortingen van de randkabel tijdens montage (voorspanning)
$v_{ix}$, $v_{iy}$ .. verkortingen van het doek tijdens montage (voorspanning)

*uitvoer*
$u_x$, $u_y$ ... verplaatsingen van de kolomkoppen
$N_x$, $N_y$ . kabelkrachten
$q_x$, $q_y$ ... spankracht in het doek per eenheid van lengte
$v_x$, $v_y$ ... doorbuiging van de randkabels in het midden
$w$ ...... doorbuiging van het doek in het midden
$M$ ...... moment in de kolomvoet




*Figuur 3. Afmetingen en vervorming van een horizontaal zonnescherm*

**Nauwkeurige vergelijkingen**
De horizontale doorbuiging van de kolomen is

$$u_x = \frac{(N_x + q_x \frac{1}{2} l_y \alpha_x) h^3}{3EI_x}, \qquad u_y = \frac{(N_y + q_y \frac{1}{2} l_x \alpha_y) h^3}{3EI_y}, \tag{9}$$

waarin (zie bijlage 3)

$$\alpha_x = \frac{a_x - w_x}{a_x}, \qquad \alpha_y = \frac{a_y - w_y}{a_y}. \tag{10}$$

De vervormde lengte van de randkabels is

$$l_{kx} = l_x - u_{ix} + \frac{N_x (l_x - u_{ix})}{EA}, \qquad l_{ky} = l_y - u_{iy} + \frac{N_y (l_y - u_{iy})}{EA}. \tag{11}$$

Hierin zijn $u_{ix}$ en $u_{iy}$ kabelverkortingen aangebracht tijdens montage (voorspanning).

De doorbuiging van de randkabels is parabolisch vanwege de gelijkmatig verdeelde spanning in het doek.

$$z_{kx} = 4v_y \frac{x}{l_x - 2u_x}(1 - \frac{x}{l_x - 2u_x}) , \qquad z_{ky} = 4v_x \frac{y}{l_y - 2u_y}(1 - \frac{y}{l_y - 2u_y}) .$$

De vervormde lengten zijn

$$l_{kx} = \int_{x=0}^{l_x - 2u_x} \sqrt{dx^2 + dz^2} = \int_{x=0}^{l_x - 2u_x} \sqrt{1 + (\frac{d}{dx} z_{kx})^2} dx , \quad l_{ky} = \int_{y=0}^{l_y - 2u_y} \sqrt{1 + (\frac{d}{dy} z_{ky})^2} dy . \tag{12}$$

De verdeelde belastingen op de kabels zijn (zie bijlage 2)

$$q_x = \frac{8N_y v_x}{(l_y - 2u_y)^2} , \qquad q_y = \frac{8N_x v_y}{(l_x - 2u_x)^2} . \tag{13}$$

De vervormde lengten van het doek zijn

$$l_{dx} = l_x - v_{ix} + \frac{q_x (l_x - v_{ix})}{Et} , \qquad l_{dy} = l_y - v_{iy} + \frac{q_y (l_y - v_{iy})}{Et} . \tag{14}$$

Hierin zijn $v_{ix}$ en $v_{iy}$ verkortingen van het doek aangebracht tijdens montage (voorspanning). De doorbuiging van het doek is cirkelvormig omdat de winddruk loodrecht op het doek staat.

$$z_{dx} = \sqrt{a_x^2 - x^2} , \qquad z_{dy} = \sqrt{a_y^2 - y^2} ,$$

waarin $a_x$ en $a_y$ de kromtestralen zijn,

$$a_x = \frac{w_x}{2} + \frac{(l_x - 2u_x - 2v_x \alpha_x)^2}{8 w_x} , \qquad a_y = \frac{w_y}{2} + \frac{(l_y - 2u_y - 2v_y \alpha_y)^2}{8 w_y} . \tag{15}$$

De vervormde lengten van het doek zijn (bijlage 4)

$$l_{dx} = 2a_x \arccos(1 - \frac{w_x}{a_x}) , \qquad l_{dy} = 2a_y \arccos(1 - \frac{w_y}{a_y}) . \tag{16}$$

De belasting op het doek is (zie bijlage 2)

$$p = \frac{q_x}{a_x} + \frac{q_y}{a_y} . \tag{17}$$

De doorbuiging van het doek is

$$w = w_x + v_x \beta_x = w_y + v_y \beta_y , \tag{18}$$

waarin (zie bijlage 3),

$$\beta_x = \frac{l_x - 2u_x - 2v_x\alpha_x}{2a_x}, \qquad \beta_y = \frac{l_y - 2u_y - 2v_y\alpha_y}{2a_y}. \tag{19}$$

De normaalkracht in een kolom is

$$P = \frac{1}{4} p (l_x - 2u_x - \frac{4}{3} v_x\alpha_x)(l_y - 2u_y - \frac{4}{3} v_y\alpha_y). \tag{20}$$

Het moment in de kolomvoet is

$$M_x = (N_x + q_x \frac{1}{2}(l_y - 2u_y)\alpha_x) h + P u_x,$$

$$M_y = (N_y + q_y \frac{1}{2}(l_x - 2u_x)\alpha_y) h + P u_y,$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \tag{21}$$

De grootste normaalspanning in de kolomvoet is

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{P}{A}. \tag{22}$$

**Oplossing**
Vergelijkingen (9) tot en met (19) zijn 21 vergelijkingen. Er zijn ook 21 onbekenden:

$$N_x, N_y, q_x, q_y\ u_x, u_y, v_x, v_y, w, w_x, w_y, a_x, a_y, \alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y, l_{kx}, l_{ky}, l_{dx}, l_{dy}.$$

Voor het oplossen is het Newton-Raphson-algoritme gebruikt. De handberekening geeft geschikte startwaarden voor de iteraties. De broncode staat hieronder (programma Maple).

```
> restart: with(linalg):
> lx:=6000.:   # mm
> ly:=4000.:   # mm
> h:= 3000.:   # mm
> R:=120.:     # mm
> t:=5.:       # mm
> d:=8.:       # mm
> E:=2.1e5:    # N/mm2
> Et:=1000:    # N/mm
> p:=0.5e-3:   # N/mm2
> uix:=10.:    # mm
> uiy:=10.:    # mm
> vix:=50.:    # mm
> viy:=50.:    # mm
>
> IIx:=3.1415*R^3*t:
> IIy:=IIx:
> Wx:=IIx/R;
> Wy:=IIy/R:
> Ak:=2*3.1415*R*t:
> EIx:=E*IIx; # Nmm2
```

```
> EIy:=E*IIy:
> A:=1/4*3.1415*d^2 *1/3;
> EA:=E*A;   # N
>
> f1:=(Nx+qx*1/2*ly*alphax)*h^3/(3*EIx)-ux:
> f2:=(Ny+qy*1/2*lx*alphay)*h^3/(3*EIy)-uy:
> f3:=(ax-wx)/ax-alphax:
> f4:=(ay-wy)/ay-alphay:
> f5:=(lx-uix)+Nx*(lx-uix)/EA-lkx:
> f6:=(ly-uiy)+Ny*(ly-uiy)/EA-lky:
> zkx:=4*vy*x/(lx-2*ux)*(1-x/(lx-2*ux)):
> zky:=4*vx*y/(ly-2*uy)*(1-y/(ly-2*uy)):
> f7:=int(sqrt(1+diff(zkx,x)^2),x=0..lx-2*ux)-lkx:
> f8:=int(sqrt(1+diff(zky,y)^2),y=0..ly-2*uy)-lky:
> f9:= 8*Ny*vx/(ly-2*uy)^2-qx:
> f10:=8*Nx*vy/(lx-2*ux)^2-qy:
> f11:=(lx-vix)+qx*(lx-vix)/Et-ldx:
> f12:=(ly-vix)+qy*(ly-viy)/Et-ldy:
> f13:=abs(wx/2+(lx-2*ux-2*vx*alphax)^2/(8*wx))-ax:
> f14:=abs(wy/2+(ly-2*uy-2*vy*alphay)^2/(8*wy))-ay:
> f15:=2*ax*arccos(1-wx/ax)-ldx:
> f16:=2*ay*arccos(1-wy/ay)-ldy:
> f17:=qx/ax+qy/ay-p:
> f18:=wx+vx*betax-w:
> f19:=wy+vy*betay-w:
> f20:=(lx-2*ux-2*vx*alphax)/(2*abs(ax))-betax:
> f21:=(ly-2*uy-2*vy*alphay)/(2*abs(ay))-betay:
>
J1_1 :=diff(f1,Nx):
J1_2 :=diff(f1,Ny):
J1_3 :=diff(f1,qx):
J1_4 :=diff(f1,qy):
J1_5 :=diff(f1,ux):
J1_6 :=diff(f1,uy):
J1_7 :=diff(f1,vx):
J1_8 :=diff(f1,vy):
J1_9 :=diff(f1,w):
J1_10:=diff(f1,wx):
J1_11:=diff(f1,wy):
J1_12:=diff(f1,ax):
J1_13:=diff(f1,ay):
J1_14:=diff(f1,alphax):
J1_15:=diff(f1,alphay):
J1_16:=diff(f1,betax):
J1_17:=diff(f1,betay):
J1_18:=diff(f1,lkx):
J1_19:=diff(f1,lky):
J1_20:=diff(f1,ldx):
J1_21:=diff(f1,ldy):

J2_1 :=diff(f2,Nx):
J2_2 :=diff(f2,Ny):
J2_3 :=diff(f2,qx):
J2_4 :=diff(f2,qy):
```

etcetera

```
>
> Nx:=evalf( 2^(6/7)*3^(5/7)/24 * lx^(11/7) * p^(4/7) * (2*h^3/EIx + 3*lx/EA)^(-3/7) ):
> Ny:=Nx:
> ux:=Nx*h^3/(3*EIx): uy:=ux:
> Delta:=Nx*lx/EA:
> vx:=sqrt(3/8*lx*(2*ux+Delta)): vy:=vx:
> qx:=Nx*8*vx/lx^2: qy:=qx:
> w:=sqrt(3./8*lx*2*vx): wx:=w: wy:=w: ax:=wx/2+lx^2/8/wx-1000: ay:=wy/2+ly^2/8/wy-1000:
> alphax:=1: alphay:=1: betax:=0: betay:=0: lkx:=lx+Delta: lky:=ly+Delta: ldx:=lx: ldy:=ly:
>
X:=matrix([[Nx],[Ny],[qx],[qy],[ux],[uy],[vx],[vy],[w],[wx],[wy],[ax],[ay],[alphax],[alph
ay],[betax],[betay],[lkx],[lky],[ldx],[ldy]]):
```

```
>
> for i from 1 while i < 10 do
F:=matrix([[f1],[f2],[f3],[f4],[f5],[f6],[f7],[f8],[f9],[f10],[f11],[f12],[f13],[f14],[f1
5],[f16],[f17],[f18], [f19],[f20],[f21]]):
J:=matrix([[J1_1,J1_2,J1_3,J1_4,J1_5,J1_6, etcetera J21_20,J21_21]]):
X:=evalm(X-inverse(J).F):
Nx:=X[1,1]: Ny:=X[2,1]: qx:=X[3,1]: qy:=X[4,1]: ux:=X[5,1]: uy:=X[6,1]: vx:=X[7,1]:
vy:=X[8,1]: w:=X[9,1]; wx:=X[10,1]: wy:=X[11,1]: ax:=X[12,1]: ay:=X[13,1]:
alphax:=X[14,1]: alphay:=X[15,1]: betax:=X[16,1]: betay:=X[17,1]: lkx:=X[18,1]:
lky:=X[19,1]: ldx:=X[20,1]: ldy:=X[21,1]:
end do;
>
> P:=1/4*p(lx-2*ux-4/3*vx*alphax)*(ly-2*uy-4/3*vy*alphay):
> Mx:=(Nx+qx*1/2*(ly-2*uy)*alphax)*h+P*ux:
> My:=(Ny+qy*1/2*(lx-2*ux)*alphay)*h+P*uy:
> M:=sqrt(Mx^2+My^2):
> sigma[kabelx]:=Nx/A; sigma[kabely]:=Ny/A; sigma[kolom]:=Mx/Wx+My/Wy+P/Ak;
```

Het algoritme geconvergeerd meestal naar voldoende nauwkeurigheid in een paar iteraties. De rekentijd bedraagt ongeveer 20 seconden. Divergentie trad op wanneer $l_x > 2l_y$ of $l_y > 2l_x$.

**Voorbeeld 2**
Als voorbeeld 1 maar berekend met het numerieke model.

| *Invoer* | *uitvoer* |
|---|---|
| $l_x = l_y = 6000$ mm | $N_x = N_y = 1821$ N |
| $h = 4000$ mm | $q_x = q_y = 0{,}180$ N/mm |
| $EI_x = EI_y = 1131\times10^9$ Nmm² | $u_x = u_y = 41{,}2$ mm |
| $EA = 8246\times10^3$ N | $v_x = v_y = 434$ mm |
| $Et = 1000$ N/mm | $w = 1498$ mm |
| $p = 0{,}0001$ N/mm² | |
| $u_{ix} = u_{iy} = v_{ix} = v_{iy} = 0$ | |

Het verschil met de handberekening is klein: De handberekening overschat de kabelkracht *N* met 3%. De handberekening onderschat de spanning *q* in het doek met 7%.

**Voorbeeld 3**

| *Invoer* | *numerieke berekening* | *handberekening* | *Kraus [1]* |
|---|---|---|---|
| $l_x = 10000$ mm | $N_x = 6987$ N | 7598 | 8172 |
| $l_y = 10000$ mm | $N_y = 6987$ N | 7598 | 8172 |
| $h = 5000$ mm | $q_x = 1{,}08$ N/mm | 0.925 | 0,648 |
| $EI_x = EI_y = 1033\times10^9$ Nmm² | $q_y = 1{,}08$ N/mm | 0.925 | 0,648 |
| $EA = 16493\times10^3$ N | $u_x = 370$ mm | 306 | |
| $Et = 16493$ N/mm | $u_y = 370$ mm | 306 | |
| $p = 0{,}0005$ N/mm² | $v_x = 1660$ mm | 1522 | 1775 |
| $u_{ix} = u_{iy} = 0{,}6$ mm | $v_y = 1660$ mm | 1522 | 1775 |
| $v_{ix} = v_{iy} = 0{,}6$ mm | $w = 4100$ mm | 3378 | 2671 |

De handberekening overschat de kabelkracht *N* met 9 % ten opzichte van de numerieke berekening. De handberekening onderschat de kracht *q* in het doek met 14% ten opzichte van de numerieke berekening. Dit is verrassend nauwkeurig gezien de heel grote vervormingen.

De numerieke berekening zou dezelfde resultaten moeten geven als de berekening gemaakt in [1]. Echter, de verschillen zijn 17% voor de kabelkracht en 40% voor de kracht in het doek. Een mogelijke oorzaak is dat de vergelijkingen in [1] niet helemaal hetzelfde zijn als in dit rapport: In [1] is de verlenging van de kabels benaderd met tweede-orde Taylor-ontwikkelingen en in de numerieke berekening van dit rapport is geen benadering toegepast. In [1] heeft het doek een parabolische doorbuiging (wederom benaderd met een Taylor-ontwikkeling) en in de numerieke berekening van dit rapport heeft het doek een cirkelvormige doorbuiging.

**Voorbeeld 4**

| *invoer* | *uitvoer* |
|---|---|
| $l_x$ = 9000 mm | $N_x$ = 27158 N |
| $l_y$ = 6000 mm | $N_y$ = 27561 N |
| $h$ = 3000 mm | $q_x$ = 1,73 N/mm |
| $EI_x = EI_y = 36944 \times 10^9$ Nmm² | $q_y$ = 1,11 N/mm |
| $W_x = W_y$ = 879620 mm³ | $u_x$ = 7,69 mm |
| $EA = 5498 \times 10^3$ N | $u_y$ = 7,59 mm |
| $A$ = 26,2 mm² | $v_x$ = 281 mm |
| $Et$ = 1000 N/mm | $v_y$ = 410 mm |
| $p$ = 0,0005 N/mm² | $w$ = 1369 mm |
| $u_{ix} = u_{iy}$ = 10 mm | $\sigma_{kabel}$ = 1053 N/mm² |
| $v_{ix} = v_{iy}$ = 50 mm | $\sigma_{kolom}$ = 214 N/mm² |

**Voorbeeld 5**

| *invoer* | *uitvoer* |
|---|---|
| $l_x$ = 6000 mm | $N_x$ = 30166 N |
| $l_y$ = 12000 mm | $N_y$ = 34689 N |
| $h$ = 3500 mm | $q_x$ = 1,12 N/mm |
| $EI_x = EI_y = 36944 \times 10^9$ Nmm² | $q_y$ = 2,02 N/mm |
| $W_x = W_y$ = 879620 mm³ | $u_x$ = 13,3 mm |
| $EA = 7917 \times 10^3$ N | $u_y$ = 15,5 mm |
| $A$ = 37,7 mm² | $v_x$ = 576 mm |
| $Et$ = 1000 N/mm | $v_y$ = 298 mm |
| $p$ = 0,0005 N/mm² | $w$ = 1657 mm |
| $u_{ix} = u_{iy}$ = 10 mm | $\sigma_{kabel}$ = 920 N/mm² |
| $v_{ix} = v_{iy}$ = 50 mm | $\sigma_{kolom}$ = 296 N/mm² |

**Voorbeeld 6**

| *invoer* | *uitvoer* |
|---|---|
| $l_x$ = 6000 mm | $N_x$ = 10341 N |
| $l_y$ = 4000 mm | $N_y$ = 8631 N |
| $h$ = 3000 mm | $q_x$ = 0,958 N/mm |
| $EI_x = EI_y = 5700 \times 10^9$ Nmm² | $q_y$ = 0,743 N/mm |
| $W_x = W_y$ = 226188 mm³ | $u_x$ = 18,8 mm |
| $EA = 3518 \times 10^3$ N | $u_y$ = 16,0 mm |
| $A$ = 16,8 mm² | $v_x$ = 219 mm |
| $Et$ = 1000 N/mm | $v_y$ = 319 mm |
| $p$ = 0,0005 N/mm² | $w$ = 994 mm |
| $u_{ix} = u_{iy}$ = 10 mm | $\sigma_{kabel}$ = 617 N/mm² |
| $v_{ix} = v_{iy}$ = 50 mm | $\sigma_{kolom}$ = 293 N/mm² |

**Parameterstudie**

De onderstaande tabel gaat uit van voorbeeld 6. Elke regel is een nieuw voorbeeld waarbij één invoerparameter is verhoogd met 10% ten opzichte van voorbeeld 6. De veranderingen van de uitvoerparameters zijn afgebeeld in de tabel.

| | | $N_x$ | $N_y$ | $q_x$ | $q_y$ | $u_x$ | $u_y$ | $v_x$ | $v_y$ | $w$ | $\sigma_{kabel}$ | $\sigma_{kolom}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | $l_x$ +10% | 8% | 3% | 6% | 0% | 8% | 4% | 2% | 12% | 6% | 8% | 6% |
| 8 | $l_y$ +10% | 5% | 9% | 1% | 8% | 5% | 9% | 12% | 3% | 7% | 5% | 7% |
| 9 | $h$ +10% | -8% | -13% | -6% | -1% | 22% | 18% | 7% | 7% | 4% | -8% | -1% |
| 10 | $EI_x$ +10% | 5% | -2% | -3% | 3% | -6% | -1% | -1% | -1% | -1% | 5% | -4% |
| 11 | $EI_y$ +10% | -2% | 7% | 6% | -3% | -1% | -4% | -1% | -1% | -1% | -2% | -3% |
| 12 | $EA$ +10% | 2% | 1% | 0% | 1% | 2% | 1% | -1% | -1% | 0% | -7% | 1% |
| 13 | $Et$ +10% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| 14 | $p$ +10% | 5% | 5% | 8% | 9% | 6% | 5% | 3% | 3% | 2% | 5% | 5% |
| 15 | $u_{ix}$ +10% | 2% | -1% | -1% | 1% | 1% | 0% | -1% | 0% | 0% | 2% | 0% |
| 16 | $u_{iy}$ +10% | -1% | 2% | 2% | -1% | 0% | 2% | 0% | 0% | 0% | -1% | 0% |
| 17 | $v_{ix}$ +10% | 0% | 1% | 1% | 0% | 0% | 1% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |
| 18 | $v_{iy}$ +10% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% |

Het valt op dat de lengte $l_x$, breedte $l_y$ en de hoogte *h* de belangrijkste invloed hebben op de kabelkrachten $N_x$ en $N_y$. De belasting *p* heeft de belangrijkste invloed op de krachten $q_x$ en $q_y$ in het doek. Door een toename van de kolombuigstijfheid *EI* worden de kabelkrachten en kabelspanningen groter. Niettemin wordt de kolomspanning kleiner (omdat het weerstandsmoment ook groter wordt). Een toename van de kabelstijfheid *EA* geeft een beetje grotere kabelkracht. Niettemin wordt de kabelspanning hierdoor kleiner (omdat het kabeloppervlak ook groter wordt).
De stijfheid *Et* van het doek heeft geen invloed op de resultaten. De voorspanningen $u_{ix}$, $u_{iy}$, $v_{ix}$ en $v_{iy}$ hebben weinig invloed op de resultaten.

**Conclusies**

1. De voorgestelde handberekening voor vierkante doeken voldoet.

2. De voorgestelde numerieke berekening convergeert goed mits het doek niet lang is ten opzicht van de breedte.

3. Voor rechthoekige doeken is de kracht in de langsrichting aanmerkelijk groter dan die in de dwarsrichting. Voor deze doeken zijn de krachten in de korte en lange kabeldelen ongeveer gelijk.

4. Het valt op dat de lengte $l_x$, breedte $l_y$ en de hoogte *h* de belangrijkste invloed hebben op de kabelkrachten $N_x$ en $N_y$. De belasting *p* heeft de belangrijkste invloed op de krachten $q_x$ en $q_y$ in het doek.

5. Voorspannen van de kabels of het doek heeft vrijwel geen invloed op de spanningen bij heel grote belastingen (uiterste grenstoestand).

**Aanbevelingen**

1. Wellicht is het mogelijk om de handberekening uit te breiden naar rechthoekige doeken. Dit zou de bruikbaarheid sterk kunnen vergroten.

2. Ter controle moeten de resultaten worden getoetst met een geometrisch niet-lineaire eindige-elementenberekening (GNL).

3. In dit rapport zijn de stijfheden invoer en de spanningen uitvoer. Wellicht is het mogelijk om deze te verwisselen. Dit zou de bruikbaarheid kunnen vergroten.

**Literatuur**

1. J. Kraus, ‘Krachtswerking in horizontale zonneschermen’, Bacheloreindwerk, Technische Universiteit Delft, Juni 2011.

## 2. Bijlage 1

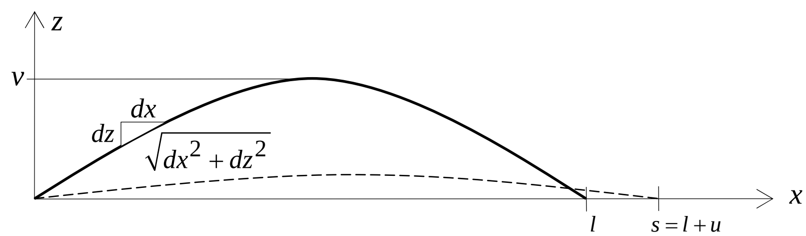
$$z = 4v\frac{x}{l}(1-\frac{x}{l})$$

$$s = \int_{x=0}^{l} \sqrt{dx^2+dz^2} = \int_{x=0}^{l} \sqrt{1+(\frac{dz}{dx})^2}\,dx \approx l + \frac{8v^2}{3l} - \frac{32v^4}{5l^3} + \frac{256v^6}{7l^5} - \ldots$$

$$s \approx l + \frac{8v^2}{3l} \text{ mits } v << l$$

$$u = s - l \approx \frac{8v^2}{3l}$$

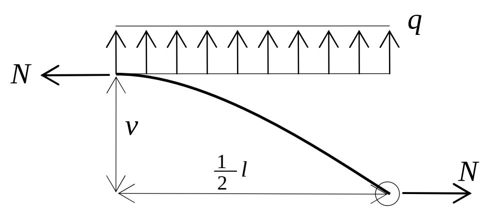
$$v \approx \sqrt{\frac{3}{8}l\,u}$$




## Bijlage 2

$$q\frac{1}{2}l\frac{1}{4}l - Nv = 0$$

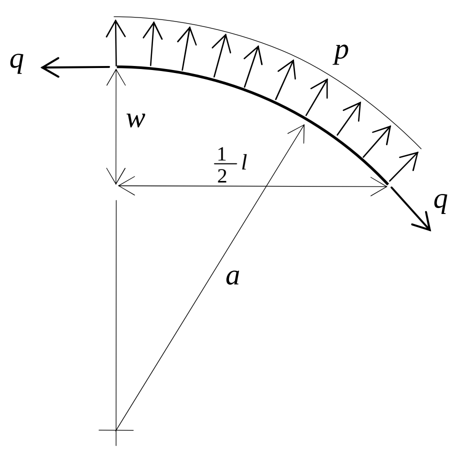
$$q = \frac{8Nv}{l^2}$$



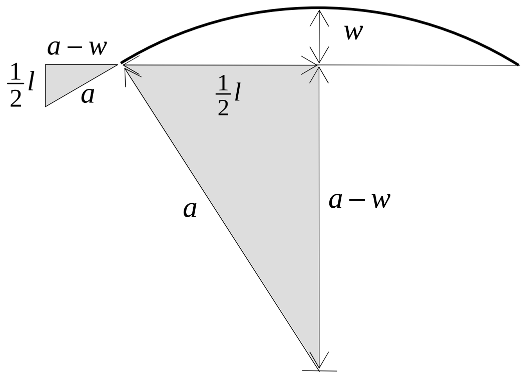

$$a = \frac{w}{2} + \frac{l^2}{8w}$$

$$q = p\,a$$

$$p = \frac{q}{\frac{w}{2}+\frac{l^2}{8w}}$$



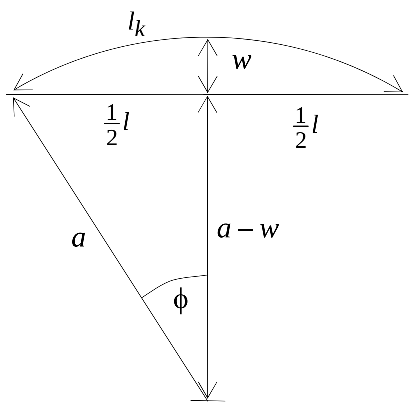
**Bijlage 3**




$$\alpha = \frac{a-w}{a}$$

$$\beta = \frac{\frac{1}{2}l}{a}$$

**Bijlage 4**




$$\cos\phi = \frac{a-w}{a}$$

$$l_k = 2a\phi$$

$$l_k = 2a \arccos(1-\frac{w}{a})$$